

Enseñanza de la multiplicación a partir de situaciones que involucran perímetro y área de polígonos regulares

Sáenz Martínez, Paola - Zabala Hernández, Camilo
paolasaenzmart@gmail.com – camilo.zabala.hernandez@live.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

Considerar la enseñanza de la multiplicación como un proceso fundamental en los primeros ciclos de la matemática escolar se puede constituir como una oportunidad de implementación de diversas propuestas de enseñanza que vayan más allá de la idea tradicional de memorización, recitación y uso de las tablas de multiplicar, permitiendo al estudiante la construcción de dicho concepto a través de situaciones problema que requieran poner en juego diversos tipos de pensamiento y a su vez que puedan ser relacionadas con objetos y contextos “tangibles” en los que cobre sentido. De acuerdo con esto, ponemos en consideración una experiencia de aula desarrollada con estudiantes de grado segundo de primaria en el colegio General Santander, en la que a partir de algunas situaciones problema y el uso de algunos recursos didácticos, se implementó una secuencia de enseñanza de la multiplicación usando como elementos fundamentales: el área y el perímetro de polígonos regulares.

Palabras clave: Multiplicación, Polígonos regulares, Área, Perímetro.

1. Introducción

En la experiencia de aula que describimos en el presente documento se pone en juego una secuencia de actividades orientadas al aprendizaje de la

multiplicación que se desarrolló en el colegio General Santander en grado segundo. El eje fundamental de la secuencia es la utilización de los conceptos de área y perímetro de polígonos regulares en la construcción de dicho concepto. La propuesta se describe en tres bloques: El primero, hace referencia a algunas de las caracterizaciones de las situaciones de tipo multiplicativo propuestas por Maza (1991), que se tomaron como referencia desde: (i) las diferentes formas en que se presentan esta operación, (ii) el tipo de unidades que intervienen en la misma y (iii) las estrategias que se usan para resolver situaciones problema que se proponen, en función de una posible clasificación por grado de dificultad.

El segundo bloque definido como el marco de referencia metodológico, se estructura desde la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 1986), donde se involucran los elementos expuestos en el primer bloque a través de la implementación de una secuencia de actividades regidas en el marco de una situación fundamental denominada “La Finca de Sam Bigotes”, la cual nos permitió llevar a cabo una posible organización introductoria a las situaciones de tipo multiplicativo mencionadas en el primer bloque y en consecuencia al concepto de multiplicación esperado en el currículo de matemáticas. Para las situaciones que se realizaron en el transcurso de la secuencia, se enfatizó en el desarrollo de los pensamientos geométrico, numérico y métrico. Se tomaron referencias en los estándares curriculares de matemáticas correspondientes al primer ciclo de primero a tercero de la básica primaria y se ajustaron en el marco de la propuesta curricular de la institución.

El tercer y último bloque, da cuenta de la retroalimentación de la propuesta a través del análisis de los resultados obtenidos tras la ejecución de la secuencia y que se refieren en las recopilaciones de las acciones de clase, considerando los desarrollos efectuados por los estudiantes, toando como referencia las potencialidades, dificultades y errores que pueden presentarse.

2. Referente conceptual

Cuando nos referimos a caracterizaciones del concepto de multiplicación, es fundamental presentar tres aspectos que la determinan y sobre las cuales se

pueden establecer procesos de enseñanza que contemplen resoluciones diferentes a la suma reiterada o al simple proceso de memorización y recitación de las tablas de multiplicar. Teniendo en cuenta lo anterior tomamos como referencia la caracterización desarrollada por Maza (1991), en términos de (i) las diferentes formas en que se presentan esta operación, (ii) el tipo de unidades que intervienen en la misma y (iii) las estrategias que se usan para resolver situaciones problema que se proponen, en función de una posible clasificación por grado de dificultad. En el primer aspecto, Maza presenta una clasificación de cuatro tipos de problemas multiplicativos, que toma como base referencial las investigaciones de Schwarz (1976), Vergnaud (1983), Quintero (1986) y Nesher (1988) citados en Maza (1991) donde se exponen tres tipos de problemas multiplicativos: razón, comparación y combinación, definidos a partir del tipo de unidades que intervienen en cada uno de ellos, por lo que comenzaremos por esta descripción de unidades.

Cantidades extensivas: Hacen referencia al cardinal de un conjunto, es decir, a su número de elementos. Este tipo de cantidades se suelen denominar como (E). Ejemplos: 5 manzanas, 3 libros, 4 galletas.

Razones: Hacen referencia a la relación (razón) existente entre dos cantidades de distinta naturaleza, en las que la cantidad que opera como denominador tendrá de forma invariantes el cardinal uno (1). Este tipo de cantidades se suelen denominar como (R). Ejemplos: 16 casas por calle, 8 naranjas por paquete, \$1000 por cada cuaderno.

Cuantificadores: Expresan la relación existente entre dos cantidades de la misma naturaleza. Este tipo de cantidades se suelen denominar como (C). Ejemplos: cuatro veces más, tres veces más grande que, cuatro veces menos.

Una vez determinadas estas cantidades se tiene en cuenta la diferencia fundamental entre el desarrollo de Maza y los elementos de las investigaciones de referencia, la cual consiste en la existencia de un cuarto tipo de problemas de tipo multiplicativo que puede ser trabajado en la escuela básica primaria, que se denominan problemas de conversión. La diferencia se constituye a partir de los tipos de unidades (desde la perspectiva de Schwarz) que intervienen en cada categoría; A continuación presentamos un diagrama que representa las características principales de los tipos de problemas.

Tabla 3. Tipos de problemas multiplicativos (Maza,1991).

TIPO	FORMA	EJEMPLO
Razón	$E \times R = E$	En un closet hay 5 cajones y en cada cajón hay 10 camisas. ¿Cuántas camisas hay en un closet?
Comparación	$C \times E = E$	Un lápiz vale \$500. Otro más grande cuesta tres veces más. ¿Cuánto vale el lápiz grande?
Combinación	$E \times E = E$	¿Cuántas parejas de ropa podemos formar con tres camisas y cuatro pantalones?
Conversión	$R \times R = R$	En cada bolsa hay 5 paquetes de chicles. Cada paquete tiene 3 chicles. ¿Cuántos chicles hay en cada bolsa?
	$R \times C = R$	Un paquete pequeño trae seis galletas. ¿Cuántas traerá el grande que tiene tres veces más galletas?
	$C \times C = C$	Juan dobla la edad de Luis y este tiene tres veces la edad de Ana. ¿Cuántas veces es mayor la edad de Juan que la de Ana?

Una vez establecida esta categorización, se tomó como referencia el trabajo desarrollado por Del Olmo (1993) para el tratamiento didáctico del perímetro y el área en el aula, que tiene por objeto posibilitar al estudiante un aprendizaje significativo de estos conceptos, partiendo de “introducir la idea de área y perímetro por medio de las aplicaciones de estos conceptos, especialmente las que están presentes en el mundo real en el que viven los alumnos antes que en el de las matemáticas”. Se propone un abordaje cuantitativo de estos conceptos a partir de diversos procedimientos, uno de ellos la descomposición de la superficie en partes iguales y la estimación del perímetro a partir de las regularidades en la forma de superficies poligonales regulares. Así mismo propone una estructura de pensamiento métrico configurada desde la iteración de la unidad, pues primero el estudiante iterará la unidad física, y posteriormente elaborará una representación de ella.

3. Descripción de la experiencia

La propuesta a trabajar se dividió en tres actividades, teniendo como situación fundamental la “finca del vaquero Sam Bigotes” y con ella se pretendía abordar diferentes problemas de tipo multiplicativo usando conceptos de perímetro y área de polígonos regulares.

La primera actividad tuvo situaciones multiplicativas de tipo razón y conversión, se pretendía que los estudiantes ayudaran al vaquero a encontrar el perímetro de todos los terrenos (son polígonos) de su finca la cual tenía dos clases: para cultivos y animales. Se dividió el curso en dos, a cada grupo se le entregó tres terrenos diferentes pero de igual uso.

Tabla 4. Preguntas formuladas actividad 1

GRUPO 1	GRUPO 2
1. ¿Cuánto perímetro tiene cada terreno?	1. ¿Cuánto perímetro tiene cada terreno?
2. Si hay 4 terrenos de cerdos ¿Cuál es el total de todos?	2. Si hay 3 terrenos de tomates ¿Cuál es el total de todos?
3. Si hay 3 terrenos de caballos ¿Cuál es el total de todos?	3. Si hay 4 terrenos de mazorcas ¿Cuál es el total de todos?
4. ¿Cuánto miden todos los terrenos de los animales?	4. ¿Cuánto miden todos los terrenos de los cultivos?

La actividad 2 tuvo situaciones multiplicativas de tipo razón comparación organizadas en un juego por equipos que consistió en ayudar al vaquero Sam Bigote a: (i) Conformar los terrenos de su finca uniendo todos los que había comprado (componiendo polígonos a partir de polígonos) (ii) encontrar el perímetro total de dos clases: para cultivos y animales. Se dividió el curso en equipos de tres estudiantes, a cada grupo se le entregaron cuatro terrenos diferentes descompuestos en otros polígonos. Los estudiantes tenían que sumar tanto los perímetros encontrados como los puntos obtenidos por equipo.

La actividad 3 tuvo situaciones multiplicativas de tipo combinación y razón, el objetivo era encontrar el área de la superficie de cada uno de los terrenos de la finca; para este fin se les entregaron los perímetros en lana y cuadrados pequeños (como baldosas) para que pudieran cubrir la superficie contenida en el perímetro. En este caso se trabajó con cuadrados y rectángulos. Al avanzar en la construcción se les pidió que buscaran estrategias para saber el área conociendo solamente la longitud de la base y la altura del cuadrilátero entregado. De la misma forma que en la anterior sesión se debían sumar los puntos por equipo y las áreas encontradas.

4. Reflexiones y conclusiones

Se pudo cumplir el objetivo que teníamos para la actividad, pues los estudiantes lograron trabajar la multiplicación a partir del perímetro y el área de polígonos regulares, elaborando buenos análisis a través de la situación fundamental planteada de la “finca de Sam Bigotes”, identificando los diferentes tipos de datos y unidades como se describe a continuación:

En la estimación de perímetros de los polígonos, los estudiantes manejaron el concepto del perímetro como contorno de la figura y reconocen los lados como magnitudes extensivas, cuando van a resolver la situación multiplicativa de tipo razón, identifican la relación entre los lados de los triángulos que conforman el polígono y los lados del polígono, entendiendo como razón que de los tres lados del triángulo solo les interesa el lado que conforma el polígono. Ver figuras 1 y 2.

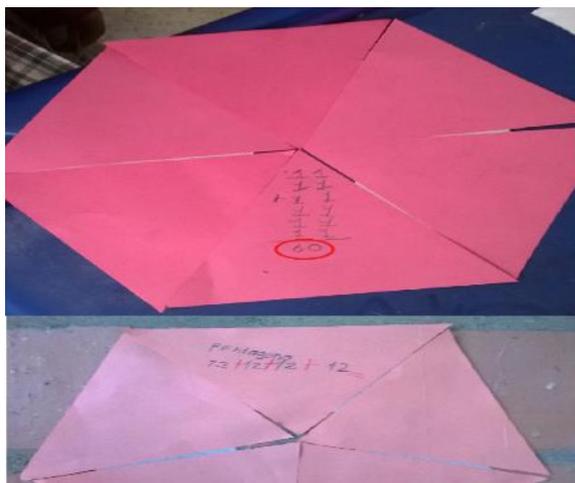


Figura 1. Polígonos compuestos por los estudiantes.



Figura 2. Construcción de polígono dado el perímetro

Con respecto a la situación multiplicativa de tipo conversión, la mayoría utilizó como estrategia de resolución la suma reiterada, sin embargo no tienen en cuenta todos los lados o lo suman dos veces, por lo que les da un resultado diferente. Según (Godino, 2004) esto se denomina como errores de partición: Errores asociados al hecho de "no llevar la cuenta", es decir, de no distinguir correctamente lo ya contado de lo que falta por contar.

Considerando los diferentes desarrollos que llevaron a cabo los estudiantes con respecto al área, se puede decir que no tuvieron dificultades al trabajarla como número de unidades que recubren la superficie. Según Corberán (1996). Es esencial que el alumno comprenda que la unidad debe recubrir exactamente la superficie. Esta propiedad determina las características que debe poseer una buena unidad de medida: debe ser fácilmente reproducible, fácilmente divisible y no debe dejar huecos en el momento de recubrir la superficie con unidades o sus fracciones. Estas condiciones deben conducir a una elección racional del cuadrado como la unidad de área bidimensional más "conveniente". Esta propiedad se refiere sólo a unidades de medida bidimensional.

Con la situación multiplicativa de tipo combinación que se planteó, se puede decir que hubo una transición desde la primera estimación del área (por unidades que recubren la superficie) a una estimación de forma directa vía multiplicación (Lopez Sanchez, 2008), donde el producto de dos cantidades extensivas (lados) de igual naturaleza dan como resultado una cantidad extensiva (área) de diferente naturaleza.

A partir de lo trabajado podemos decir que la propuesta que se desarrolló para la enseñanza de multiplicación pudo vincular diferentes pensamientos como el espacial a partir del uso de área y perímetro de polígonos regulares, el métrico mediante el uso de medidas estandarizadas para la estimación de los lados de los polígonos y el numérico a través de la resolución de problemas de situaciones de tipo multiplicativo.

Cada situación nos permitió abordar la multiplicación con diferentes estrategias de resolución, generando en los estudiantes diversas concepciones más allá de suma reiterada y/o procesos de memorización de tablas de multiplicar, además de trabajar con área de cuadriláteros, quisimos trabajar con perímetro de polígonos regulares, con la intención de ver la

multiplicación como estrategia de resolución a partir de un análisis de las regularidades en la composición de polígonos.

Referencias bibliográficas

- Brousseau, G. (1986). *Teoría de las situaciones didácticas*. Paris: Le pense suavage.
- Corberán, R. (1996). *EL ÁREA, recursos didácticos para su enseñanza en primaria*.
- Del Olmo Romero, M. d., Moreno Carretero, M. F., & Gil Cuadra, F. (1993). *Superficie y volumen ¿Algo más que el trabajo con fórmulas?* Madrid: Síntesis.
- Godino, J. D. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. : Universidad de Granada.
- Lopez Sanchez, J. (2008). *La multiplicación y división en la escuela*.
- Maza Gómez, C. (1991). *Enseñanza de la multiplicación y división*. Madrid: Síntesis.
- Maza Gómez, C. (1991). Problemas multiplicativos de conversión. *SUMA*, 5-9.