

Un modelo de categorías e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la matemática y su enseñanza¹

Resumen

Este trabajo se enmarca dentro de las investigaciones de carácter metodológico. Su aportación fundamental consiste en la presentación de un instrumento para el análisis de las concepciones del profesor sobre la matemática y su enseñanza. Proviene de un modelo teórico que ha sido contrastado con los datos obtenidos a partir de un estudio de casos con nueve profesores de matemáticas que imparten docencia a alumnos de 14 a 18 años. De dicho estudio se presentan, asimismo, las relaciones encontradas entre tales concepciones. Su mayor interés reside en la aportación de un sistema de categorías e indicadores que facilitan una caracterización más detallada del posicionamiento del profesor ante la matemática y su enseñanza. Se realiza, también, una amplia descripción de la metodología empleada en el estudio.

Introducción

La identificación de las *Concepciones* del profesor acerca de la Matemática y de la enseñanza de la Matemática (en adelante, CM y CEM, respectivamente) ocupa un lugar relevante en las investigaciones en *Educación Matemática* (en Thompson, 1984 y 1992 encontrará el lector una justificación pormenorizada de dicha relevancia).

Dichas concepciones actúan de filtro y elemento decodificador de las informaciones procedentes de otros ámbitos de investigación. El Cuadro 1 pretende situarlas como vértice "director" de un tetraedro donde se sitúan también tres de los grandes temas de investigación en educación.

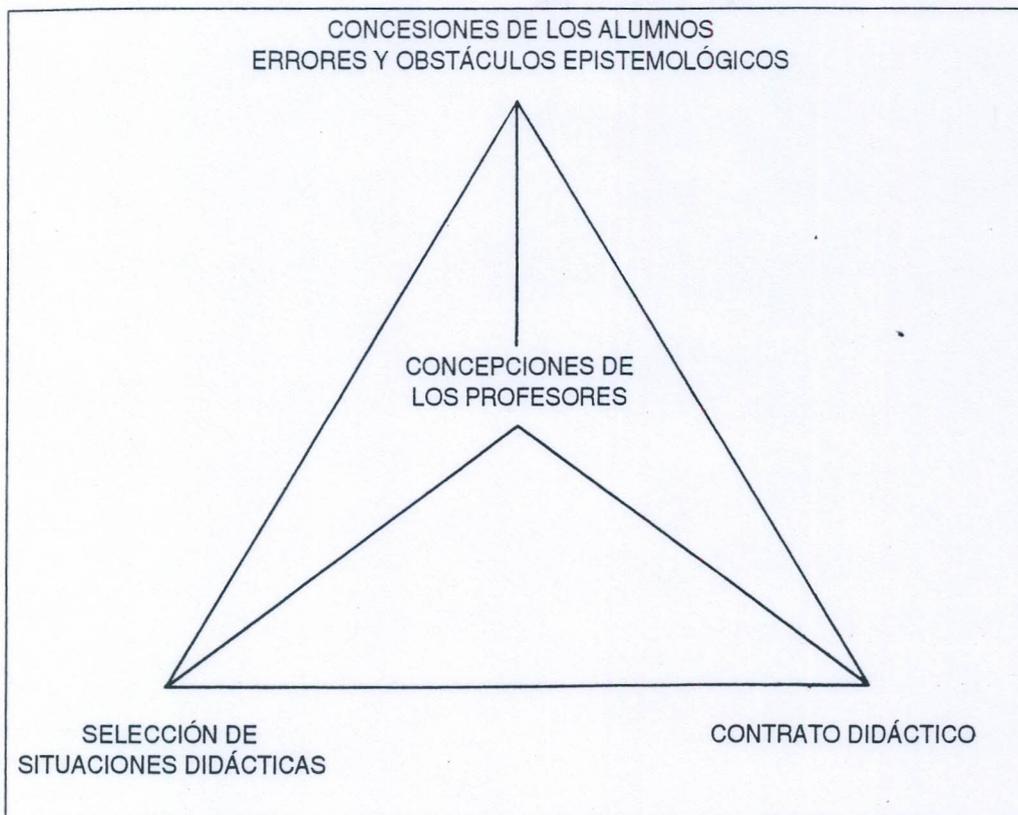
Así, una determinada concepción sobre la Matemática o la Educación Matemática podría caracterizar la interpretación y toma de decisiones acerca de las concepciones,

José Carrillo y Luis C. Contreras

Departamento de Didáctica de las Ciencias
Universidad de Huelva, España²

¹ Una versión simplificada de este trabajo fue presentada en el XVIII PME (Lisboa).

² Miembros del Grupo de Investigación DESYM, vinculado al Proyecto IRES.



Cuadro 1

errores de aprendizaje u obstáculos epistemológicos de los alumnos, orientaría una determinada opción de selección del contenido o búsqueda de situaciones didácticas, y permitiría o justificaría el marco de negociación (implícito o explícito) de un determinado contrato didáctico (Brousseau, 1989). En este sentido, por ejemplo, una concepción de la **matemática** como algo esencialmente instrumental o una concepción de la **educación matemática** marcadamente tecnológica, llevarían a una selección de contenidos bastante distinta de la que se obtendría como consecuencia de una concepción dinámica de la matemática, o una concepción investigativa de la educación matemática. Por otra parte, aquéllas, en general, otorgarían al alumno un papel más a nivel de usuario (dentro de un sentido informativo de la asignatura), mientras que éstas fomentan en el alumno su capacidad creadora (dentro de un sentido esencialmente formativo de la asignatura). Es así que las mencionadas concepciones pueden considerarse como operadores que actúan en el proceso de transformación del conocimiento a la situación didáctica, y en el propio control de la interacción alumno-situación. Por ello consideramos que tales concepciones constituyen un eje transversal de la evolución profesional del profesor.

El carácter implícito de estas concepciones hace que su identificación sea compleja y que cualquier sistema tendente a aclararlas —mediante verbalización— esté condicionado y mediatizado por diversos factores intrínsecos o extrínsecos (Linares y Sánchez, 1990). Además, el carácter interactivo (teórico-práctico) del conocimiento profesional puede conducir al profesor a expresar ideas que considere deseables y que aún no caracterizan su práctica. Esta razón, unida a la escasa toma de conciencia de

sus propias concepciones, justifica la inconsistencia entre la manifestación verbal de éstas y las inferidas a partir de la observación de la práctica docente (Thompson, 1984).

Somos de los que creen que existe una relación importante entre las concepciones (CEM y CM) y los modos de resolución de problemas (Hart, 1991), en el sentido de que éstos pueden proporcionar datos sobre aquéllas, y asimismo pueden servir de instrumento para su eventual modificación (Carrillo, 1994). Tal convicción caracteriza la continuidad de este trabajo, en el que la información sobre la verbalización de las concepciones se verá enriquecida por el contraste de la observación del profesor, análisis de situaciones de práctica virtual³ y los datos provenientes de los procesos se utilizan en resolución de problemas. Asimismo, una estrategia de formación basada en un diseño individualizado (en función de las concepciones propias) sobre resolución de problemas, en la que la monitorización desempeñe un papel relevante (Hart, 1991), servirá tanto para provocar un conflicto con las mencionadas concepciones como para promover una posible alternativa a éstas.

Metodología

El método empleado en nuestro trabajo ha consistido en un estudio de casos con nueve profesores de matemáticas que enseñan en Huelva, España, a alumnos entre 14 y 18 años. Dichos docentes procedían de una depuración de muestras más amplias que permitieron una elección ajustada a nuestros intereses. Los datos han sido extraídos de las respuestas a un cuestionario y una entrevista individual semiestructurada, relativos a su posicionamiento acerca de la matemática y su enseñanza.

Para organizar las informaciones que se extraen de los cuestionarios y entrevistas, es preciso disponer de un modelo teórico que sirva de marco interpretativo de referencia de los datos que se van obteniendo y con el que se consiga un alto grado de identificación personal.

Tanto en el terreno de las concepciones sobre la matemática, como en el de su enseñanza, se dispone de abundante información para la construcción de los respectivos modelos, pero —por lo general (y como es natural)— esas informaciones no son convergentes, por lo que encontramos sólo algunos elementos de nuestro modelo.

Para la identificación de las CEM se partió de un modelo de cuatro tendencias⁴ didácticas: **tradicional, tecnológica, espontaneísta e investigativa** (Porlán, 1992), en el que establecimos seis categorías con objeto de obtener indicadores que ayuden a precisar nuestros datos en la forma más exhaustiva posible. Estas categorías son: **metodología, sentido de la asignatura, concepción del aprendizaje, papel del alumno, papel del profesor, y evaluación**. Esto constituye un total de 35 indicadores por tendencia, muchos de los cuales son coincidentes con los utilizados en estudios anteriores (Porlán, 1989—92; García, 1988; Kuhs y Ball, 1986; Ernest, 1989—91; Fennema y Franke, 1992). Éstos, en una lectura horizontal, establecen diferencias entre las diversas tendencias y, en algunos casos, de izquierda a derecha tienen carácter

³ Con este término queremos resaltar aquellas situaciones didácticas “prefabricadas”, en la línea de Simon (1991), que simulen aspectos concretos de la práctica (como por ejemplo, el tratamiento que el profesor concede al error del alumno, o a la manera de afrontar determinado problema con sus alumnos).

⁴ Usamos el término *tendencia* porque estimamos, en concordancia con Porlán (1992), que en la práctica es difícil encontrar profesores que se identifiquen con un modelo didáctico concreto.

acumulativo, dando asimismo una idea de la posible evolución seguida por un profesor desde la tendencia tradicional hacia la investigativa.

El modelo teórico correspondiente a la CM tiene su origen en los trabajos de Ernest (1989-91) (del que se han tomado los nombres de las tendencias) y en aportaciones de estudios similares (Lerman, 1983; Skemp, 1978). Tras el proceso de revisión (que se describe más adelante, y cuya síntesis se ofrece en el Cuadro 2), las tres tendencias (**instrumentalista, platónica y resolución de problemas**) han quedado organizadas en un total de 21 indicadores agrupados en tres categorías: **tipo de conocimiento, fin (de la construcción del conocimiento matemático), y modo de evolución (de la matemática)**.

Con estos modelos fueron extraídas de cuestionarios y entrevistas las correspondientes *unidades de información*⁵. Su selección es uno de los aspectos más delicados de este proceso de análisis cualitativo. Si la hace un único investigador está amenazada por la subjetividad; si la hacen varios es imprescindible una fuerte compenetración y coherencia que es difícil conseguir fuera de un grupo de trabajo más o menos consolidado. En nuestro caso, toda la investigación ha sido elaborada por dos investigadores. Así, la selección era realizada individualmente y discutida después. La compenetración antes aludida fue haciéndose más patente a medida que avanzaba el estudio. De hecho fuimos pasando de una coincidencia en cuanto a las ideas seleccionadas, a una identidad casi total en cuanto a los textos seleccionados.

Una vez decididas las unidades del texto que aportan información, hay que proceder a su catalogación. En este proceso también resulta procedente que varios investigadores elaboren su propuesta personal para un determinado individuo con el objetivo de contrastarla después.

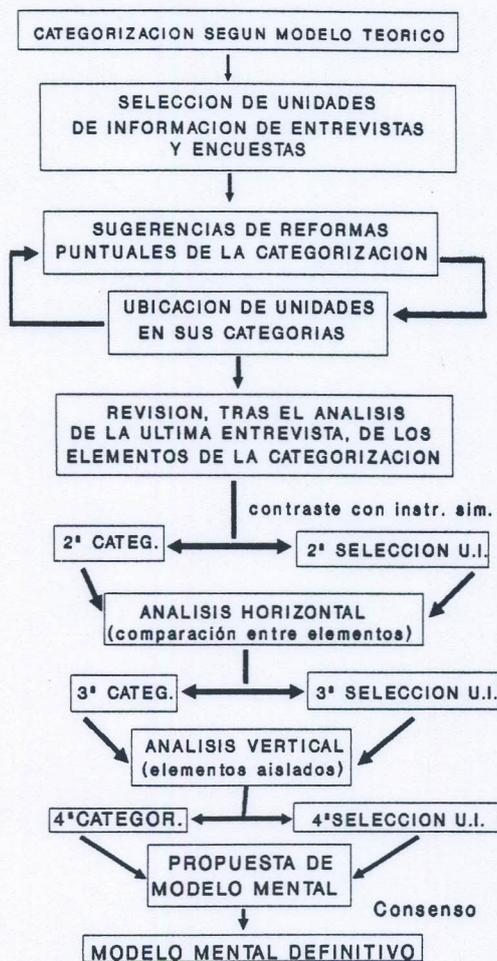
Este proceso sufrió varias revisiones y, a su vez, supuso una revisión del sistema de categorías e indicadores (modelo teórico). Una de aquéllas —que llamaremos *revisión vertical*— consistió en comparar, en un mismo individuo, la eventual inconsistencia procedente de la posesión de indicadores de diferentes tendencias; en la otra —que designaremos *revisión horizontal*—, la comparación fue en el mismo sentido pero entre todos los individuos⁶ (véase Cuadro 2, de síntesis del proceso de revisión). Con ambas pretendimos reducir el margen de posibles respuestas caracterizadas bajo un mismo indicador, así como minimizar las diferencias interpretativas debidas a las alteraciones que supuso la no simultaneidad de todos los análisis. Finalmente, se puso en conocimiento de los individuos estudiados su *modelo mental*⁷ elaborado por los investigadores. Ello supuso, por una parte, una revisión originada por la negociación

⁵ Definimos *unidad de información* como aquellos enunciados correspondientes a una misma pregunta base con una ligazón sintáctica o semántica, o bien, ambas. Por tanto, podemos encontrarla dentro de una respuesta concreta o a través de varias respuestas coordinadas. Además, en una unidad de información, el sujeto puede ofrecer datos sobre uno o más parámetros (indicadores de las categorías)

⁶ Esta comparación permite obtener una gama de respuestas homogéneas para un indicador concreto cuyo fin primordial es su posible uso en la elaboración de cuestionarios y entrevistas en otros estudio de caso.

⁷ Entendemos por Modelo Mental la traslación que efectúa el investigador de la imagen mental que da a conocer un individuo sobre algún aspecto de su conocimiento. En nuestro caso, tal modelo sobre la matemática y su enseñanza está compuesto por las inferencias que, debidamente fundamentadas, efectuamos a partir de la información que al respecto, ofrece cada profesor. Referente a los aspectos de la CEM, hemos de aclarar que todas las categorías e indicadores están tomados según la óptica del profesor objeto de estudio. En este sentido, por ejemplo, la categoría "*papel de alumno*" ha de entenderse, no dentro de las creencias propias del alumno, sino como el papel inducido por el profesor debido a su actuación y a sus creencias.

y, por otro, un último ajuste (aunque mínimo) del modelo teórico (sistema de categorías e indicadores). De esta forma, según puede verse en el Cuadro 2, el proceso conduce a múltiples frutos: de una parte, la configuración del modelo mental de cada individuo estudiado, y de otro, la versión final del modelo teórico que lo sustenta y permite aplicaciones posteriores. Dicha versión final del modelo teórico se ofrece en los Cuadros 3.1, 3.2, 4.1, 4.2, 5.1, 5.2, 6.1, 6.2 (correspondientes a la CEM), y 7, 8 y 9 (correspondientes a la CM) (la versión sintética de los mismos puede verse en Carrillo y Contreras, 1994).



Cuadro 2 Proceso de revisión

CARACTERIZADORES DE LA TENDENCIA TRADICIONAL I	
METODOLOGIA	<p>La actividad en el aula se caracteriza por la repetición sucesiva de ejercicios tipo. Exposición magistral como técnica habitual y uso del libro de texto como único material curricular. Los contenidos se identifican con los conceptos, y los enunciados como objetivos de carácter terminal.</p> <p>El profesor sigue una programación prescrita, externa a él y rígida, sin plantearse relaciones entre las unidades.</p>
SENTIDO DE LA ASIGNATURA	<p>La asignatura está orientada, exclusivamente, hacia la adquisición de conceptos y reglas.</p>

El contenido matemático a movilizar en el aula no se diferencia en estructura, aunque sí en nivel de abstracción, del conocimiento matemático formal.

La asignatura tiene una finalidad exclusivamente informativa, es decir, poner en conocimiento de los alumnos un cierto "panorama matemático" que se espera que aprendan.

CONCEPCION DEL APRENDIZAJE

Se presupone que el aprendizaje se realiza utilizando la memoria como único recurso, por superposición de unidades de información.

El único aprendizaje efectivo y correcto es el que proviene de un proceso deductivo.

El alumno adquiere con los conocimientos por el simple hecho de que el profesor se los presente.

La única forma de agrupamiento que permite un verdadero aprendizaje es el trabajo individual.

La estructura de la propia asignatura, plasmada en la programación, es el dinamizador ideal del aprendizaje.

La capacitación del alumno es inalterable y justifica en gran medida los resultados del aprendizaje.

La actitud del alumno hacia el aprendizaje es raramente transformable.

PAPEL DEL ALUMNO

El alumno no participa ni activa ni pasivamente en el diseño de las actividades, programación, etc.

En los casos en que exista una "buena enseñanza", la responsabilidad de los resultados del aprendizaje (que dependen del grado de sumisión) es exclusiva del alumno.

Hay una sobrevaloración implícita de los apuntes. El alumno se esfuerza, por ello, en recoger en sus notas todo aquello que proviene del profesor.

Como entre la toma de apuntes y la preparación para la valoración de los conocimientos del alumno no media apenas actividad de aprendizaje, la atención adquiere una excesiva relevancia.

La confianza del alumno en lo expuesto por el profesor, inducida por la técnica empleada, le impide cuestionarse acerca del fondo del contenido.

Cuadro 3

CARACTERIZADORES DE LA TENDENCIA TRADICIONAL II

PAPEL DEL PROFESOR

El profesor transmite verbalmente los contenidos de aprendizaje, mediante dictado de sus apuntes o alusión a un libro de texto, realizando —por su caracterización como especialista en contenidos— una reproducción literal de los citados documentos.

El profesor cifra la utilidad de coordinación con otros profesores, a lo sumo, a nivel de negociación sobre los contenidos mínimos de su área.

EVALUACION

El profesor reduce a términos numéricos la adecuación de los resultados finales de aprendizaje a lo previsto.

El profesor concibe la evaluación como una actividad que se debe realizar al final de cada una de las partes en las que divide el aprendizaje del alumno, con el único fin de medirlo.

El hecho de no disponer de criterios explícitos hace que la valoración de los alumnos sea subjetiva.

El profesor trata de medir la capacidad del alumno de retener información a corto plazo, valorando la aplicación mecánica de la misma.

Sean cuales fueren las circunstancias y características del desarrollo de la programación, los contenidos de aprendizaje se mantienen idénticos a los establecidos inicialmente.

No se obtiene información personalizada de los alumnos a lo largo del proceso.

Cuando al final de un periodo del proceso el profesor toma conciencia de que no se han producido los aprendizajes deseables en los temas o unidades desarrolladas, y se plantea la consecución de los mismos, procede a repetir dicho proceso de manera global.

El examen es el instrumento ideal para medir el aprendizaje de los alumnos; además, el alumno debe dedicar un tiempo expreso para su preparación, no necesariamente coincidente con el periodo en el que se han desarrollado los contenidos de aprendizaje, a fin de garantizar la fijación y maduración de lo impartido en clase.

El diagnóstico inicial de los alumnos está basado exclusivamente en los contenidos que, supuestamente, han sido impartidos con anterioridad.
Para la valoración del progreso de los alumnos, el profesor utiliza los datos obtenidos en los controles empleados para medir la adecuación de los resultados finales de aprendizaje a lo previsto.

Cuadro 4

CARACTERIZADORES DE LA TENDENCIA TECNOLÓGICA I
<p>METODOLOGIA</p> <p>Aquí los ejercicios pretenden reproducir los procesos lógicos y, coherentemente, el estudio de los errores por parte de los alumnos. El profesor no expone los contenidos en su fase final; simula su proceso de construcción, apoyado habitualmente en medios técnicos. Al carácter terminal de los objetivos se añade su funcionalidad. Para el profesor la programación es un documento cerrado, con una secuencia que emana de los aspectos estructurales de la disciplina.</p> <p>SENTIDO DE LA ASIGNATURA</p> <p>Interesan tanto los conceptos como los procesos lógicos que los sustentan, por su eventual reproductibilidad. La matemática escolar trata de dar una explicación, con los cánones de la matemática formal, a las situaciones provenientes de la problemática real. La asignatura no sólo ha de tener una finalidad informativa, sino también un carácter práctico que permita su aplicación en otros ámbitos de la matemática, otras disciplinas o en la técnica.</p> <p>CONCEPCION DEL APRENDIZAJE</p> <p>El aprendizaje se sigue concibiendo como memorístico, organizándose internamente según la lógica estructural de la disciplina. Aunque el aprendizaje pueda comenzar por la observación de un proceso inductivo, el verdadero aprendizaje ha de apoyarse en un proceso deductivo. Para aprender, al alumno le basta entender; asimilar el conocimiento que proviene del exterior. La única forma de agrupamiento que permite un verdadero aprendizaje es el trabajo individual. El dinamizador ideal del aprendizaje es la lógica de construcción de la propia matemática. La capacitación del alumno es inalterable y justifica en gran medida los resultados del aprendizaje. En la actitud del alumno hacia el aprendizaje hay aspectos que pueden sufrir cambios.</p> <p>PAPEL DEL ALUMNO</p> <p>El alumno no participa ni activa ni pasivamente en el diseño de las actividades, programación, etc. Cuando los procesos de enseñanza se realizan en un contexto adecuado, la responsabilidad del aprendizaje recae en el alumno. El alumno, al enfrentarse a cada una de sus tareas educativas, reproduce el proceso lógico mostrado por el profesor, imitando así su estilo cognitivo. Como entre la toma de apuntes y la preparación para la valoración de los conocimientos del alumno no media apenas actividad de aprendizaje, la atención adquiere una excesiva relevancia. La confianza del alumno en lo expuesto por el profesor, inducida por la técnica empleada, le impide cuestionarse acerca del fondo del contenido.</p>

Cuadro 5

CARACTERIZADORES DE LA TENDENCIA TECNOLÓGICA II
<p>PAPEL DEL PROFESOR</p> <p>El hecho de ser un técnico del contenido y del diseño didáctico, permite al profesor organizar los contenidos de aprendizaje, los cuales transmite mediante exposición, utilizando estrategias organizativas o expositivas más atractivas.</p>

La coordinación con otros profesores se refiere a la selección de contenidos (con un criterio de utilidad) o a su organización.

EVALUACION

El profesor cuestiona (para su eventual modificación futura) el proceso de aprendizaje a la luz de los resultados obtenidos al final de cada una de las partes en las que divide el aprendizaje del alumno. Dichos resultados dan asimismo una medida del aprendizaje individual.

El profesor reduce a términos numéricos la adecuación de los resultados finales de aprendizaje a lo previsto.

El grado de aprendizaje del alumno se cataloga con base en una taxonomía previa que se ha hecho explícita.

El profesor trata de medir el grado de operatividad de los objetivos, valorando los aspectos mecánicos de la interpretación (procesos de traducción matemática).

Sean cuales fueren las circunstancias y características del desarrollo de la programación, los contenidos de aprendizaje se mantienen idénticos a los establecidos inicialmente, aunque finalmente se introducen cambios en su tratamiento.

No se obtiene información personalizada de los alumnos a lo largo del proceso.

Cuando al final de un período del proceso el profesor toma conciencia de que no se han producido los aprendizajes deseables en los temas o unidades desarrolladas, y se plantea la consecución de los mismos, procede a repetir aquellos aspectos que considera estructuralmente más relevantes.

El examen es el instrumento ideal para medir el aprendizaje de los alumnos; además, el alumno debe dedicar un tiempo expreso para su preparación, no necesariamente coincidente con el período en el que se han desarrollado los contenidos de aprendizaje, a fin de garantizar la fijación y maduración de lo impartido en clase.

El diagnóstico inicial de los alumnos está basado en la detección de errores conceptuales o procedimentales que deberían ser corregidos antes de comenzar la ejecución del proceso.

Para la valoración del progreso de los alumnos, el profesor utiliza los datos obtenidos en los controles, empleados para medir el grado de consecución de los objetivos inicialmente fijados.

Cuadro 6

CARACTERIZADORES DE LA TENDENCIA ESPONTANEISTA I

METODOLOGIA

Los ejercicios son sustituidos por una actividad experimental no reflexiva. Hay cierta tendencia a poner en práctica métodos, recursos, etc. que parecen funcionar en otras aulas.

El profesor propone actividades de manipulación de modelos, a través de las cuales se producirá, finalmente, un conocimiento no organizado.

Los objetivos sólo definen un marco genérico de actuación (carácter orientativo) y están sujetos a eventuales modificaciones en cuanto al grado de consecución (flexibles).

La programación es un documento vivo que, por basarse en los intereses que —en cada momento— manifiestan los alumnos y en la negociación con ellos, no dispone de una organización inicial.

SENTIDO DE LA ASIGNATURA

No interesan tanto los conceptos como los procedimientos y el fomento de actitudes positivas hacia el trabajo escolar.

La matemática inmersa en la problemática real es lo único referente de los conocimientos a movilizar en el aula.

La asignatura posee un carácter formativo, con objeto de servir de instrumento para un cambio de actitud en el alumno (con respecto al aprendizaje y la vida), así como para la adquisición de valores racionales que le permitan conformar una actitud lógica ante los problemas cotidianos.

CONCEPCION DEL APRENDIZAJE

Se aprende cuando el objeto de aprendizaje, que surge aleatoriamente del contexto, posee un significado para el alumno.

El aprendizaje se produce a través de la participación activa del alumno en procesos inductivos.
El aprendizaje ocurre de manera espontánea, cuando el alumno está inmerso en situaciones que propician el descubrimiento.
La forma ideal de agrupamiento que propicia el aprendizaje es el trabajo en grupo, con sus correspondientes debates.
El motor del aprendizaje son los intereses de los alumnos.
La capacitación del alumno puede ser modificada.
La actitud del alumno puede ser modificada.

PAPEL DEL ALUMNO

El alumno participa indirectamente en el diseño didáctico a través de sus reacciones en el quehacer del aula.
La motivación proveniente de la propia acción es la clave de los buenos resultados del aprendizaje.
El alumno pasa de actividad en actividad, participando intensamente en cada una de ellas.
La actividad del alumno no incluye un tiempo para la reflexión sobre su propia acción.
El ambiente dinámico que se propicia en la clase, permite que el alumno comunique sus experiencias y sentimientos con el profesor y los demás compañeros.

Cuadro 7

CARACTERIZADORES DE LA TENDENCIA ESPONTANEISTA II

PAPEL DEL PROFESOR

Por su marcado carácter humanista y especialista en dinámica de grupos, induce al alumno a participar en las actividades que promueve, analizando las reacciones y respuestas a sus propuestas.
El foco de la coordinación es la metodología, buscando uniformidad en la caracterización de las actividades.

EVALUACION

El profesor concibe la evaluación como un sensor permanente del aprendizaje que le permite reconducirlo en cada momento, enfatizando la importancia del contexto dentro del proceso de aprendizaje.
El profesor dispone de un informe de tipo cualitativo, tanto del proceso como de los resultados de aprendizaje del alumno.
Dado que los criterios varían dependiendo del contexto y del consenso alcanzado con los alumnos, la evaluación queda poco definida.
El profesor trata de medir el grado de implicación del alumno en el quehacer del aula, así como la aplicación significativa de sus conocimientos.
El desarrollo de la programación permite negociar los contenidos de aprendizaje en función de las demandas contextuales.
De forma no organizada, se obtiene información personalizada de los alumnos a efectos de introducir mecanismos individuales de mejora.
Cuando en el desarrollo del proceso el profesor toma conciencia de que los contenidos de aprendizaje o las actividades que se realizan para éste no están en concordancia con el campo de intereses de los alumnos, reconduce la actividad o el proceso.
El examen tiene connotaciones de índole psicológica que influyen desfavorablemente en la actividad del alumno y en las relaciones personales dentro del aula. No es, por tanto, un buen instrumento para medir la evolución de los alumnos.
El diagnóstico inicial de los alumnos se cifra sobre el campo de intereses de éstos.

Cuadro 8

CARACTERIZADORES DE LA TENDENCIA INVESTIGATIVA I

METODOLOGÍA

Los alumnos se enfrentan habitualmente a situaciones para las que no poseen soluciones hechas.

Los objetivos marcan claramente las intenciones educativas, pero están sujetos a reformulaciones debidamente fundamentadas.

El profesor dispone de una propuesta organizativa de los elementos del programa, pero no está vinculado a un recorrido concreto. Existe una trama que vincula y organiza el conocimiento por la que el profesor se mueve dependiendo de los intereses, nivel, etc., de los alumnos.

SENTIDO DE LA ASIGNATURA

Interesan tanto la adquisición de conceptos, como el desarrollo de procedimientos y el fomento de actitudes positivas hacia la propia materia y el trabajo escolar en general, siendo estos (materia y trabajo escolar) los que determinan el peso específico de cada una de las componentes citadas.

La matemática escolar, de diferente naturaleza que la matemática formal, tiene su punto de partida en la etnomatemática de los alumnos y recoge las necesidades sociopolíticas, culturales, etc.: "Hacer matemáticas" con un carácter más formal proviene del análisis de lo concreto.

La finalidad última de la asignatura es dotar al alumno de unos instrumentos que le posibiliten el aprendizaje autónomo.

CONCEPCION DEL APRENDIZAJE

Los objetos de aprendizaje no sólo tienen significado, sino también la capacidad de ser aplicados en contextos diferentes de donde fueron aprendidos, adquiriendo así un carácter móvil a través de una malla conceptual.

El aprendizaje comienza, normalmente, por la observación de regularidades que permiten aflorar una conjetura; pero a ésta ha de seguir una comprobación razonable y, en la medida de lo posible, una generalización adecuada.

El aprendizaje se produce a través de investigaciones que han sido planificadas por el profesor. La forma de agrupamiento aconsejable para la producción de aprendizaje depende de la actividad a desarrollar.

El dinamizador ideal del aprendizaje es el equilibrio entre los intereses y estructura mental de los alumnos y los de la matemática.

La capacitación del alumno puede ser modificada.

La actitud del alumno puede ser sometida a modificación.

PAPEL DEL ALUMNO

El alumno participa directa o indirectamente en el diseño didáctico.

Para que ocurra aprendizaje es necesario que el alumno otorgue significado a lo que aprende, siendo consciente de su propio proceso de aprendizaje.

La actividad del alumno está organizada (interna o externamente) hacia la búsqueda de respuestas a determinados interrogantes.

El alumno toma conciencia de qué hace y para qué lo hace.

El alumno mantiene una actitud crítica ante las informaciones que se movilizan en el aula.

Cuadro 9

CARACTERIZADORES DE LA TENDENCIA INVESTIGATIVA II

PAPEL DEL PROFESOR

El profesor provoca la curiosidad del alumno conduciendo su investigación hacia la consecución de aprendizajes. Su carácter de experimentador interactivo del contenido y de los métodos, le obliga a analizar los procesos en el contexto del aula (investigación-acción).

El profesor considera necesaria una coordinación sobre todos los aspectos que caracterizan el diseño didáctico.

EVALUACION

- El profesor concibe la evaluación como un sensor permanente del aprendizaje que le permite reconducirlo en cada momento, orientando la enseñanza hacia los aprendizajes previstos a través de contextos más apropiados.
- El profesor dispone de un informe de tipo cualitativo, tanto del proceso como de los resultados de aprendizaje del alumno, así como de criterios para la cuantificación de dicho informe.
- El profesor da a conocer a los alumnos su propuesta holística (compleja, completa y global) de criterios de evaluación, así como el marco de negociación de los mismos.
- El profesor trata de medir el grado de implicación del alumno y la significatividad y relevancia de sus aprendizajes.
- A lo largo del proceso se van reformulando los contenidos de aprendizaje, teniendo en cuenta los intereses del alumno, la propia asignatura, el contexto educativo y el propio proceso.
- Se obtiene información personalizada de los alumnos, de manera organizada, a efectos de introducir mecanismos individuales de mejora.
- Cuando en el desarrollo del proceso el profesor toma conciencia de que los contenidos de aprendizaje no están en concordancia con el campo de intereses de los alumnos o el grado de significado que éstos deberían otorgar a los contenidos de la disciplina, cualifica su apreciación e introduce variantes de tipo metodológico, disciplinal o contextual, de forma individualizada.
- El examen puede ser un instrumento educativo con el que conseguir una doble finalidad: de aprendizaje, en la medida en que es considerado como una actividad individual inserta en el proceso de creación de conocimiento del alumno, y de control de dicho proceso.
- El diagnóstico inicial debe poner de relieve todos aquellos aspectos del conocimiento del alumno (conceptos, procedimientos, actitudes, teorías implícitas, concepciones, etc.) que, de una u otra manera, puedan interferir en el proceso de enseñanza-aprendizaje. El proceso de aprendizaje permitirá al alumno contrastar su conocimiento ofreciéndole vías para su adecuación y progresión.
- Para la valoración del progreso de los alumnos, el profesor utiliza la información obtenida en base al análisis del cuaderno de clase, sus observaciones sistemáticas, los datos provenientes de los exámenes y trabajos de grupo, etc.

Cuadro 10

CARACTERIZADORES DE LA CONCEPCION INSTRUMENTALISTA DE LA MATEMATICA

TIPO DE CONOCIMIENTO

Los elementos que conforman su núcleo son los resultados, entendidos como un conjunto de reglas y medios, sin una vinculación teórica (conceptual) ni práctica determinada.
La matemática se concibe como un conjunto de resultados, de marcado carácter utilitario, cuyas veracidad y existencia no están sujetas a discusión o revisión.

FIN

El fin que persigue la creación del conocimiento matemático es el desarrollo de otras ciencias y técnicas, quedando, por tanto, fuera de la matemática.

MODO DE EVOLUCIÓN

Desde una perspectiva pragmática, se ve en la creación y uso de algoritmos el principal impulsor de la construcción del conocimiento matemático.
El conocimiento matemático se construye para dar explicación, bajo un punto de vista determinista, a las relaciones causa-efecto existentes.
El instrumento que otorga validez a los resultados matemáticos es la argumentación empírica.

Cuadro 11

CARACTERIZADORES DE LA CONCEPCION PLATONICA DE LA MATEMATICA

TIPO DE CONOCIMIENTO

Los elementos que conforman su núcleo son los conceptos y los valores racionales, derivados éstos del grado de significatividad de su estructura.

La matemática se concibe como un cuerpo de conocimiento preexistente dotado de una estructura lógica, lo que le otorga un carácter objetivo, absoluto, universal, libre de valores y abstracto.

FIN

El fin que persigue la creación del conocimiento matemático es el desarrollo de la propia matemática, que, aun siendo consciente de sus posibles aplicaciones, se desarrolla de forma independiente respecto de ellas.

MODO DE EVOLUCION

Desde una perspectiva dogmática, el conocimiento matemático se concibe como preexistente al individuo, estando, por tanto, tan sólo sujeto a su posible descubrimiento, pero no a creación.

El conocimiento matemático se construye para dar explicación a problemas surgidos en otras ciencias y la propia matemática, teniendo como apoyo otros resultados ya obtenidos.

El instrumento que otorga validez a los resultados matemáticos es el razonamiento lógico (basado en una teoría axiomática).

Cuadro 12

CARACTERIZADORES DE LA CONCEPCION DE LA MATEMATICA COMO RESOLUCION DE PROBLEMAS

TIPO DE CONOCIMIENTO

Los elementos que conforman su núcleo son las estructuras conceptuales, que permiten un entramado de relaciones entre conceptos y temas, así como los procedimientos matemáticos específicos y las estrategias generales.

La matemática se concibe como un conocimiento sometido a una revisión constante que depende del contexto social, cultural y científico, lo que hace que la veracidad de sus resultados y procedimientos sea relativa. Esa relación con el contexto impregna a la matemática de una serie de valores.

FIN

El fin que persigue la creación del conocimiento matemático es el desarrollo de las capacidades intelectuales del ser humano, quedando la evolución de la matemática, por tanto, subyugada al progreso humano.

MODO DE EVOLUCION

Desde una perspectiva dinámica, la matemática se concibe como campo de creación continua, que tiene como principal impulsor la resolución de problemas.

El conocimiento matemático se construye, desde una perspectiva antropológica, por interacción social, para dar respuesta a los problemas sociales, culturales, económicos, etc.

En el razonamiento matemático hay una combinación de procesos inductivos y deductivos siguiendo el esquema de Lakatos (conjeturas, pruebas y refutaciones).

Cuadro 13

Discusión

Como ya hemos mencionado, la potencialidad principal del instrumento presentado radica en su aplicación a la hora de elaborar el modelo mental de un profesor, al posibilitar la obtención detallada de su *retrato epistemológico*, en el que aparecen las eventuales relaciones entre su modelo de concepción de la Matemática y su tendencia didáctica sobre la Enseñanza de las Matemáticas.

Podría parecer coherente la existencia de relaciones directas entre dichas creencias epistemológicas; es decir, que a determinado modelo de concepción correspondiera una determinada tendencia didáctica. Sin embargo, la aplicación de este instrumento en un estudio de casos (nueve profesores de matemáticas de alumnos de más de catorce años) ha relevado de manifiesto que estas relaciones no son, en general, ciertas, develando así una amplia gama de posibilidades, acotadas, en principio, por determinadas incompatibilidades, como podría ser la coexistencia de un modelo de concepción de la Matemática basado esencialmente en la Resolución de Problemas con una tendencia didáctica fundamentalmente Tradicional o Tecnológica.

Nuestro estudio de casos muestra el grado de consistencia (Lerman, 1983) entre los modelos y las tendencias. En dos casos, un modelo puro de Resolución de Problemas tiene correspondencia con una tendencia investigativa pura, y un modelo puro instrumentalista con una tendencia tecnológica pura; sin embargo, hemos constatado un caso de modelo platónico puro que no tiene correspondencia con ninguna tendencia pura. Por otra parte, los 3 casos en los que aparecen modelos entre platónico e instrumentalista se caracterizan por una fuerte tendencia tradicional; mientras que el caso en el que aparece el modelo platónico con rasgos de resolución de problemas, así como en el que aparece el modelo de resolución de problemas predominando sobre el platónico, son los que poseen una tendencia didáctica menos definida, compuesta por varios indicadores de más de dos tendencias, lo que viene a respaldar la decisión sobre el término tendencia (véase la nota 4)⁸

Asimismo, cabe reseñar que este estudio refleja el predominio de las tendencias tradicional y tecnológica en la CEM, confirmando, entre otros, el trabajo de Dougherty (1990). Este predominio podría justificarse por la tendencia de los profesores a reproducir, sobre todo durante el primer período de su ejercicio profesional, los modelos en los que han sido formados (Ball, 1988).

No se ha buscado la consistencia de las relaciones (de la cual, como antes se ha reflejado, teníamos constancia) pues el objetivo principal del estudio de casos fue comprobar, como hemos señalado, la viabilidad del instrumento de cara a una mejor caracterización tanto de las tendencias didácticas como de los modelos de concepción de la matemática.

Finalmente, debemos insistir en que dicha caracterización no es el final de ningún proceso, sino un punto de partida que consideramos ideal para diseñar, conjuntamente con los profesores implicados, estrategias de formación encaminadas a su desarrollo profesional.

⁸ Estos resultados concuerdan con una de las conclusiones del trabajo de Mura (1993) sobre concepciones entre profesores universitarios y no universitarios, en la que afirma que: "No sólo diferentes personas tienen diferentes percepciones, sino que los individuos pueden soportar puntos de vista compuestos" (p.384).

Bibliografía

- BALL, D.L., (1988). "Unlearning to teach mathematics". *For the Learning of Mathematics*, 8(1), 40-48.
- BROUSSEAU, G., (1989). "Utilidad e intereses de la didáctica para un profesor". *Suma*, 4, 5-12.
- CARRILLO, J., (1994). "Resolución de problemas: clave del desarrollo profesional". *Epsilon*, 30, 27-38.
- CARRILLO, J. y CONTRERAS, L.C., (1994). "The relationship between the teacher's conceptions of mathematics and of mathematics teaching. A model using categories and descriptors for their analysis". *Proceedings of the 18th PME Conference*. Vol II, 152-159.
- DOUGHERTY, B.J., (1990). "Influences of teacher cognitive/conceptual levels on problem-solving instruction". *Proceedings of the 14th PME Conference*, 119-126.
- ERNEST, P., (1989). "Beliefs influence in mathematics teaching". *Mathematics Education and Society*. Document Series 35. Unesco, 99-101.
- ERNEST, P., (1991). *The philosophy of mathematics education*. London: Falmer Press.
- FENNEMA, E. y FRANKE, M.L., (1992). *Teacher's knowledge and its impact*. En GROUWS, D.A. (Ed.) *Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning*. New York: McMillan.
- GARCÍA, F., (1988). *Un modelo didáctico basado en la investigación*. Documento de trabajo inédito. Centro de profesores de Sevilla.
- HART, L.C., (1991). "Monitoring change in metacognition". *Proceedings of the 15th PME Conference*, Vol II, 141-148.
- KUHS, T.M. y BALL, D.L., (1986). *Approaches to teaching mathematics: Mapping the domains of knowledge, skills and dispositions*. East Lansing: Michigan State University, Center of Teacher Education.
- LERMAN, S., (1983). "Problem solving or knowledge centered: The influence of philosophy on mathematics teaching". *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 14(1), 59-66.
- LLINARES, S. y SÁNCHEZ, M.V., (1990). "El conocimiento profesional del profesor y la enseñanza de las matemáticas". En Llinares, S. y Sánchez, M.V. (Eds.) *Teoría y Práctica en Educación Matemática*. Sevilla: Alfar.
- MURA, R., (1993). "Images of mathematics held by university teachers of mathematical sciences". *Educational studies in Mathematics*, 25(4), 375-385.
- PORLÁN, R., (1989). *Teoría del Conocimiento, Teoría de la Enseñanza y Desarrollo Profesional*. Tesis doctoral inédita. Departamento de Didáctica de las Ciencias. Universidad de Sevilla.
- PORLÁN, R., (1992). "Teoría y práctica del currículum. El currículum en la acción", en AA.VV. *Curso de actualización científico-didáctica*. Madrid: MEC.
- SIMON, M.A., (1991). "Initial development of prospective elementary teacher's conceptions of mathematics pedagogy". *Proceedings of the XV PME Conference*, (3), 270-277.
- SKEMP, R., (1978). "Relational understanding and instrumental understanding". *Arithmetic Teacher*, 26(3), 9-15.
- THOMPSON, A.G., (1984). "The relationship of teachers' conceptions of mathematics teaching to instructional practice". *Educational Studies in Mathematics*, 15, 105-127.
- THOMPSON, A.G., (1992). "Teacher's beliefs and conceptions: a synthesis of the research". En GROUWS, D.A. (Ed.) *Handbook on Mathematics Teaching and Learning*. New York: McMillan.