La resolución de problemas: Una experiencia de formación de maestros

Resumen

En este artículo se presenta un proyecto de actualización de maestros de educación básica, que intenta incorporar algunos aportes de la investigación en didáctica de las matemáticas. El proyecto se llevó a cabo en el año escolar 1988-1989 en dos escuelas del Distrito Federal.
En el artículo se describen los ejes de análisis que orientaron el desarrollo del trabajo en una de estas escuelas (escuela **B**): procedimientos de resolución de problemas, recursos para apoyar a los alumnos en la resolución de problemas, y características de los problemas.

Introducción

La investigación en didáctica de las matemáticas ha tendido a centrarse en los procesos de aprendizaje de nociones específicas por parte de los alumnos, y en el estudio de las condiciones didácticas en las que estos procesos tienen lugar.

Aunque algunos de los estudios incluyen un trabajo experimental en el salón de clase y bajo la conducción del maestro de grupo, los resultados obtenidos no pueden considerarse generalizables, debido principalmente a que —en estos estudios— el maestro no trabaja solo, sino fuertemente apoyado por un equipo de investigación. Asimismo, el diseño de las situaciones y la responsabilidad de la mayoría de las decisiones didácticas las hace el equipo. De hecho, estos trabajos no consisten en poner a prueba un modelo de enseñanza, sino en "producir un campo de cuestiones que permita poner a prueba cualquier situación de enseñanza, y corregir y mejorar las que se han producido, así como formular interrogantes sobre lo que sucede" (Brousseau, 1994).

David Block S., Martha Dávila V., Patricia Martínez F.
DIE-CINVESTAV-IPN[1]

[1] Departamento de Investigaciones Educativas. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados. Instituto Politécnico Nacional.

Por otro lado, en el terreno de la práctica de la enseñanza existen múltiples factores aún no considerados suficientemente en los estudios didácticos, como las condiciones de trabajo de los maestros (exigencias de la institución, de los padres de familia, de los colegas, evaluaciones externas, limitaciones de tiempo, entre otras) o su formación profesional, su experiencia, sus concepciones sobre la disciplina, sobre el aprendizaje.

Una de las formas en que se ha enfrentado esta separación entre la investigación didáctica teórica o "de laboratorio" y la práctica docente, ha sido el desarrollo de proyectos experimentales en el campo de la formación o de la actualización de maestros (Fuenlabrada y Nemirovsky, 1988, Lemoyne, 1988, León y Venegas, 1990).

El proyecto *Formación de profesores sobre áreas fundamentales de la educación básica*[2] que describimos a continuación, se inscribe en esta línea. Con este proyecto nos propusimos crear y poner a prueba estrategias de formación que permitieran vincular algunos aportes de la investigación en didáctica con la práctica de los maestros. La experiencia nos permitiría conocer —con mayor profundidad— tanto las posibilidades de ciertas alternativas didácticas, como algunas características de las prácticas de la enseñanza de las matemáticas en el salón de clases.

Principales características del proyecto

La definición de las principales características del proyecto respondió al propósito de asumir la práctica de los maestros como el espacio en el que se identifican algunos problemas, y en el que se estudia la factibilidad de alternativas didácticas.

Las escuelas. El proyecto se desarrollo durante el año escolar 1988-1989 en dos escuelas, que en lo sucesivo llamaremos **A** y **B**.

La escuela **A** pertenece a un sindicato y se ha caracterizado desde su fundación por el intento de proporcionar una educación progresista. Esto ha implicado desde incorporar valores como democracia y respeto al niño, hasta una disposición a cuestionar prácticas tradicionales de enseñanza y a probar alternativas.

En esta escuela se han realizado varios proyectos didácticos experimentales dirigidos por distintos grupos de investigación. En particular, el DIE realizó un proyecto longitudinal de enseñanza de la matemática a lo largo de seis años, así como otras investigaciones puntuales posteriores.

Más que estos antecedentes, una característica importante desde el punto de vista del proyecto, es el hecho de que éste se realizó en dicha escuela a solicitud de los maestros, quienes hicieron las gestiones necesarias para conseguir el apoyo de las autoridades de la escuela.

Debido a estas mismas características, un tanto excepcionales, decidimos llevar a cabo el proyecto simultáneamente en la escuela **B**. Se trata de una primaria pública con 18 grupos de primero a sexto grados. En este caso, la única ventaja a priori (que sobre

[2] Block, D., I. Fuenlabrada, M. Nemirovsky (corresponsables), A. Carvajal, M. Dávila, P. Martínez, M. Parra, J. Ortega, R. Valencia (equipo de investigación), G. Gálvez (Asesoría en el análisis final) (1989). *Formación de profesores sobre áreas fundamentales de la educación básica*

la marcha demostró ser importante) fue contar con el entusiasmo y el total apoyo de su nuevo director.

El curso taller. En ambas escuelas se organizó un curso-taller de tres horas, en horario de clases, cada quince días. Con esta periodicidad intentamos por un lado que las sesiones de taller fueran frecuentes, pero que a la vez que hubiera un espacio entre cada par de sesiones, durante el cual los maestros realizarían diversas tareas, entre las cuales la más importante sería poner en práctica en su clase, elementos derivados directa o indirectamente de las actividades realizadas en el curso-taller.

El hecho de que los talleres se realizaran en horas hábiles impuso también un límite a la frecuencia, pero a la vez facilitó la incorporación de los maestros al curso. Todas las sesiones de taller fueron registradas.

Observaciones de clase. Se plantearon tres tipos de observación de clase:

- Una observación por los investigadores de una clase mensual de 24 de los maestros que participaron, 12 en cada escuela. Estos registros (de tipo etnográfico) fueron utilizados en algunos talleres, y constituyeron —junto con los registros de los talleres— el material de base para el análisis del proceso.
- Una interobservación mensual entre los maestros participantes. Con esta actividad se buscó dar la posibilidad al maestro de observar una clase desde una perspectiva distinta al de quien la imparte, y enriquecer así el intercambio crítico de experiencias entre los participantes.
- Una autoobservación mensual, es decir, un registro de una clase hecha por el mismo maestro que la imparte, con la finalidad de propiciar una observación cada vez más fina de ciertos sucesos de la clase, así como una aclaración y reflexión de las decisiones tomadas por el maestro.

Asesorías. Se ofreció a los maestros una sesión quincenal de asesoría individual sobre problemas específicos. La idea inicial, que como varias otras cambió sobre la marcha, fue poner en contacto a los maestros con material bibliográfico, seleccionado a partir de los problemas que ellos fueran planteando, a fin de propiciar a la larga, cierta autonomía en la búsqueda de alternativas.

Contenido general del curso-taller

El contenido general del curso fue el tema "los problemas de matemáticas", debido a su importancia en el aprendizaje de las matemáticas, particularmente desde la perspectiva constructivista (Brousseau, G., 1991 y 1984; Block, D., 1989, Vergnaud, F.,1991) y al hecho de que podía interesar a los maestros de los seis grados de la primaria.

Al iniciarse el curso-taller, definimos sólo los aspectos generales del tema debido a la decisión de programar en detalle los cursos en función de las necesidades de los maestros de cada escuela.

Entre los subtemas posibles, distinguimos dos grandes grupos: por un lado, algunas características de los problemas de matemáticas, como por ejemplo, características del texto, forma de presentación, tipo de datos, etc. El objetivo de analizar estas características era ampliar y enriquecer las situaciones que son consideradas "problemas de matemáticas". El otro grupo estuvo constituido por las formas de trabajar los problemas con los alumnos. En éste contemplamos una gran variedad de factores, como la concepción misma de cómo se debe resolver un problema, las ayudas que se dan a los alumnos, la manera de organizar al grupo, los criterios de evaluación. Fue básicamente a través de este segundo grupo que nos propusimos abordar aspectos más generales sobre la enseñanza de las matemáticas, en particular, la concepción misma de lo que es *hacer matemáticas*, la concepción de aprendizaje y la metodología de enseñanza.

Durante el primer trimestre identificamos en cada escuela los contenidos centrales sobre los que se trabajaría durante el resto del año.

En la escuela **A**, debido a sus características particulares, los maestros habían tendido a incorporar, con variable profundidad y éxito, formas de enseñanza que propiciaran una mayor participación de los alumnos. Con respecto a los problemas de matemáticas, por ejemplo, se pudo apreciar un esfuerzo por diversificar el tipo de problemas que planteaban un cierto reconocimiento de la capacidad de los alumnos para resolver problemas, incluso cierta valoración de sus formas no convencionales de resolver problemas.

Sin embargo, en varios de los recursos que solían poner en juego, verificamos cierta superficialidad y pérdida del sentido del recurso mismo. El caso más extremo era el trabajo en equipo, que en muchos casos se reducía a la ubicación de los niños en torno a una mesa. Éste constituyó uno de los contenidos más importantes del curso-taller en la escuela **A**.

En la escuela **B** identificamos dificultades a otro nivel: los problemas de matemáticas se planteaban con poca frecuencia. Varios maestros reconocían que los alumnos no los podían resolver porque "no razonan" o porque "son flojos". Se puso en evidencia que la enseñanza estaba fuertemente centrada en los algoritmos de las operaciones, y que la resolución de problemas tendía a reducirse a la aplicación de un algoritmo previamente enseñado, y después de haber visto un ejemplo "modelo". Por ello decidimos consagrar un espacio importante al análisis de las concepciones mismas sobre la resolución de problemas y al análisis de los procedimientos de resolución de los alumnos.

En este artículo describiremos los tres ejes de análisis que orientaron el desarrollo del curso-taller en la escuela **B**, a saber:

Eje 1. Procedimientos de resolución de problemas.
Eje 2. Recursos para apoyar a los alumnos en la resolución de problemas.
Eje 3. Características de los problemas.

Eje 1. Procedimientos de resolución de problemas

Durante el primer trimestre se dio prioridad a la realización de actividades destinadas a favorecer un proceso de reconceptualización de la noción misma de resolución de problemas. De manera implícita, se inició un debate con los maestros en torno a las siguientes preguntas básicas. *¿Qué es resolver un problema? ¿Cómo se aprende a hacerlo? ¿Qué puede esperarse de los alumnos cuando resuelven problemas?*

Este debate se centró básicamente en la confrontación de dos posturas sobre lo que es resolver un problema. A la concepción de aplicar la operación prescrita siguiendo una secuencia de pasos, se opuso la noción de búsqueda.

En particular, se intentó que los maestros se dieran cuenta de que los alumnos siempre tienen recursos adquiridos en su experiencia para abordar un problema significativo para ellos. Los medios más elaborados, como los algoritmos de la operatoria, adquieren sentido cuando el alumno descubre tanto su pertinencia en un problema concreto, como las ventajas que le proporcionan frente a los recursos que utilizaba antes. Por lo tanto, la incorporación de recursos más elaborados como los algoritmos convencionales, supone un proceso que no debe ser "ahorrado". Además, el indicar previamente al alumno con qué operación o fórmula se resuelve el problema, evita la necesidad de que aquél busque el procedimiento, e impide a la vez que desarrolle alternativas.

Se buscaron también situaciones en las que los maestros pudieran relativizar la idea de que existe un sólo procedimiento válido u óptimo para resolver un problema, destacando las ventajas y desventajas de distintos métodos.

Este eje estuvo constituido por tres tipos de actividades: el análisis de procedimientos de los niños, la resolución de problemas por parte de los maestros, y el análisis de la conducción de las clases de los maestros.

a) Análisis de los procedimientos de los niños

En varios talleres se presentaron a los maestros algunos problemas resueltos por niños, que en algunas ocasiones eran de sus propios alumnos. Se puso interés principalmente en mostrar producciones que contenían una amplia variedad de procedimientos de resolución no convencionales.

Se repartieron estas producciones a los maestros, tres o cuatro a cada pareja, con la consigna de analizarlas, explicarlas y evaluarlas. La actividad tuvo varios propósitos:

- Indagar cómo consideraban los maestros que sus alumnos debían resolver un problema. Propiciar que aclararan los criterios mediante los cuales evaluaban las resoluciones de los niños.
- Mostrar que detrás de los procedimientos no convencionales de los niños, hay muchas veces razonamientos correctos.
- Mostrar que existen distintos métodos para resolver un problema y que el uso de un procedimiento más complejo implica un proceso.

En uno de los primeros talleres, se pidió a los maestros que calificaran varios problemas resueltos por niños. Veamos lo que opinaron con respecto al siguiente problema[3]:

Adrián escribió el número de lugares confirmados, 28. Calculó después cuánto le faltaba para llegar a 64, sumando mentalmente al 28 cuatro veces el número 10. Obtuvo 68. Probablemente se dio cuenta de que al sumar 40 se pasaba por cuatro lugares. Al tratar de ajustar su resultado, 40, a partir de esta observación, se equivocó y sumó 4 a 40 en vez de restarlo.

Cuando enseñó a la maestra su resultado, ésta le preguntó si lo podía resolver de otra manera.

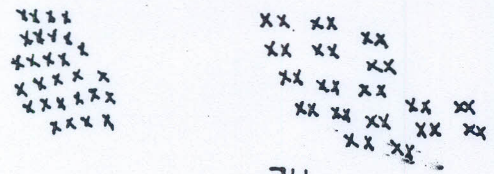
---

[3] Problema tomado de: VELÁZQUEZ, I., H. BALBUENA, D. BLOCK, et.al. (1988) *Estrategias pedagógicas para niños con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Fascículo 2: Problemas y operaciones de suma y resta*. SEP-OEA México

Problema 5 Adrian 4o. grado

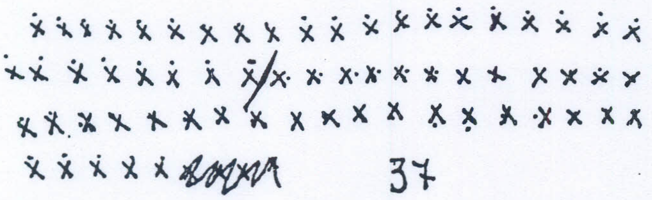
Las maestras de 6o. grado estan organizando una excursión para el día del niño, para completar dos camiones necesitan ocupar 64 lugares, hasta ahora se han confirmado 28 lugares. ¿Cuántas personas hace falta que confirmen para llenar los dos camiones?

28 10 10 10 10 44



34

$$\begin{array}{r} 28 \\ +20 \\ \hline 48 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 28 \\ +40 \\ \hline 68 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 40 \\ -4 \\ \hline 00 \end{array}$$



37

La segunda estrategia de Adrián consistió en dibujar 28 cruces del lado izquierdo, representando los lugares confirmados. Del lado derecho dibujó pares de cruces contando los lugares que faltaban hasta el 64. El número de cruces del lado derecho es correcto. Sin embargo, Adrián se equivocó al contarlas.

Al observar la hoja de Adrián, la maestra le preguntó si podía resolver el problema con operaciones. En su tercera estrategia, Adrián intento hacer una resta por complemento aditivo. Escribió el 28 y buscó un número que sumado con éste diera 64. Primero hizo la operación calculando que faltaban 20, después lo hizo con 40 y obtuvo 68. El niño se dio cuenta de que le sobraban 4 lugares e intentó restar el 4 al 40, pero se equivocó al acomodar los primeros números y no obtuvo el resultado correcto.

Para verificar si faltaban 40 lugares, Adrián volvió a utilizar la estrategia de dibujar cruces. Dibujó las 28 que representaban los lugares confirmados. Puso una diagonal y dibujó las 40 cruces que estimó con la operación. Después contó el número total de cruces y tachó las cuatro que le sobraban. Finalmente contó el número de cruces que había después de la diagonal y se equivocó al contar una de más. Puso como resultado 37.

Los comentarios de los maestros frente a esta resolución fueron:

"No razonó el problema, está mal"

"Le falta madurez en el razonamiento. No captó el conocimiento de operaciones en matemáticas"

"Creo que ni planteó bien su problema, y al final de cuentas no supo ni contar"

"Está mal, no supo acomodar las cifras"

"Yo se lo pongo mal, razonó el problema, pero no supo hacer las operaciones"
"El niño comprendió el problema e intentó resolverlo de distintas formas, pero está mal porque no sabía contar. Para estar en 4º ya debería saber restar"
"Empezó a hacer operaciones, separó bien, pero no contó bien"
"No supo acomodar las cifras, por eso está mal, pero sí lo razonó"
"Lo importante es que el niño razonó el problema, no pudo hacer la operación pero lo razonó".

El sentido de la resolución de problemas en la escuela tiende a ser la aplicación de las técnicas operatorias previamente enseñadas. El hecho de esperar un procedimiento específico para solucionar un problema, impide muchas veces a los maestros analizar y valorar el razonamiento de los niños para llegar a una solución cuando sus procedimientos no son convencionales. Los maestros tienden a ver en ellos la ausencia de las operaciones enseñadas.

Después de que los maestros expresaban sus evaluaciones, se retomaba —junto con los coordinadores— el análisis del razonamiento probable de los niños en la resolución de estos problemas. Sin embargo, los maestros tendían a seguir destacando la ausencia de aplicación de las técnicas operatorias enseñadas. En el caso de Adrián, por ejemplo, después de aceptarse que el niño había comprendido el problema, que había relacionado correctamente los datos y encontrado una estrategia para resolverlo, se siguió reprobando el resultado por no contener operaciones que lo sustentaran, y por no reflejar un procedimiento "lógico y sistemático". Las soluciones apoyadas en dibujos, en general eran consideradas válidas para los niños de primer grado, pero no para los siguientes grados.

No obstante, este tipo de actividad demostró ser valiosa para sensibilizar poco a poco a los maestros respecto de las producciones de sus alumnos, así como despertar su interés por lo que podrían haber pensado los niños para resolverlo.

b) Resolución de problemas en el taller.

Esta actividad consistió en que los maestros resolvieran problemas en el taller. Los problemas se seleccionaron de modo que con pocas modificaciones o sin ellas, se pudieran aplicar en los distintos grados escolares. Se intentó también que los primeros problemas no fueran demasiado diferentes en la presentación a los que suelen plantearse en la escuela: contenían un enunciado con datos y pregunta. Se procuró además que la solución del problema no fuera evidente para los maestros. En el apartado correspondiente al eje 3 se muestran algunos ejemplos.

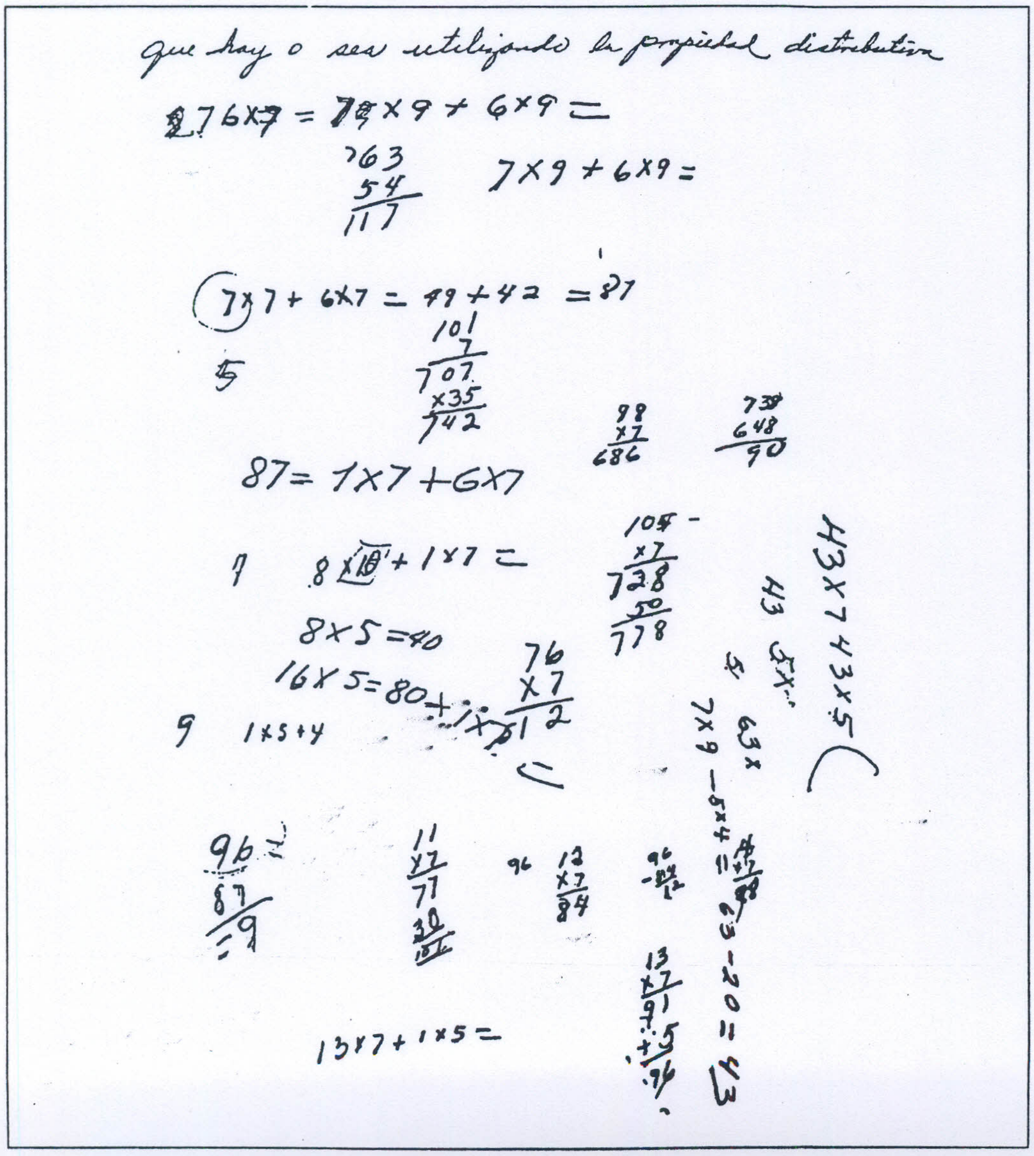
El propósito de esta actividad fue propiciar que los maestros reflexionaran, a partir de su propia experiencia, resolviendo un problema según los siguientes puntos:

- Para resolver un problema no es necesario recibir previamente información acerca de cómo se resuelve.
- El proceso de resolver un problema incluye ensayar un procedimiento, rectificar errores y adaptar creativamente recursos conocidos. Si se indica previamente cómo se resuelve el problema, se impide la realización de este proceso.
- Un problema puede ser resuelto con distintos procedimientos y no con uno sólo.
- Un problema puede implicar la puesta en juego de varios conocimientos matemáticos y no de uno solo.

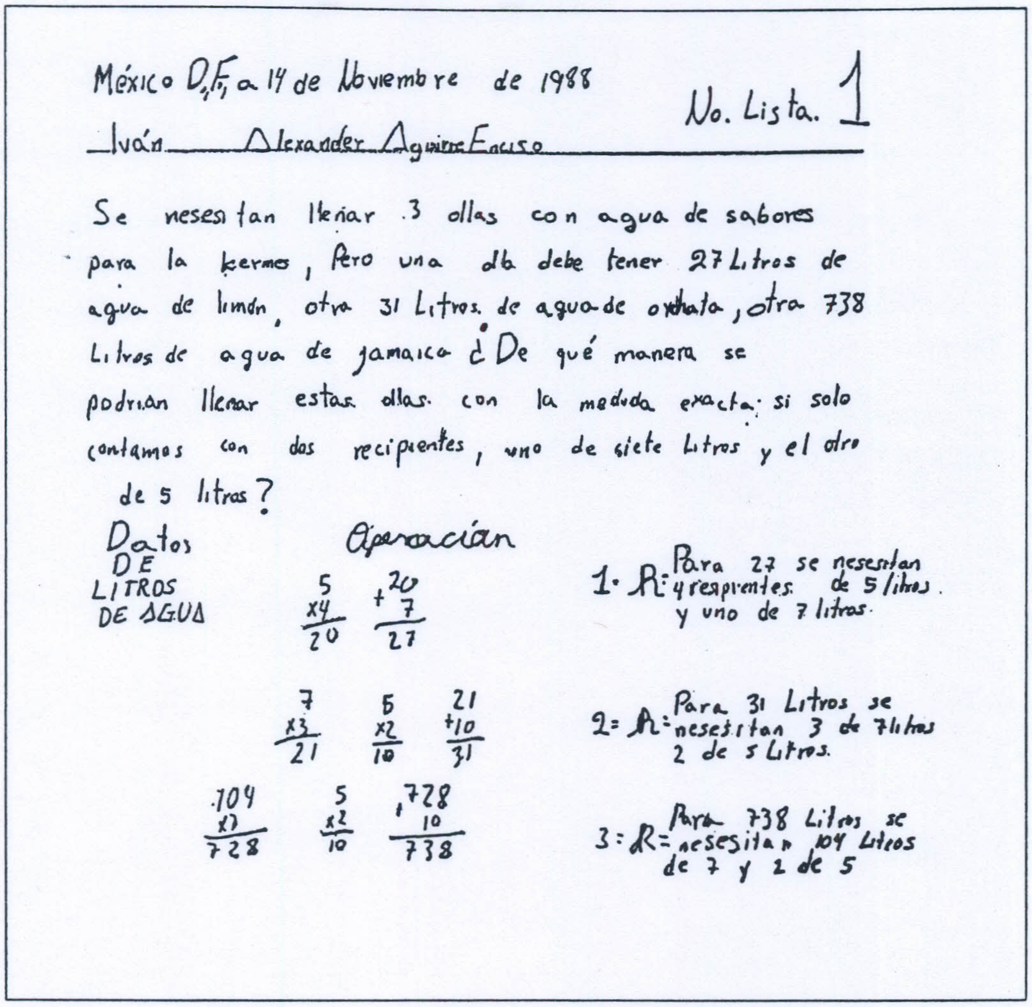
Las sesiones de resolución de problemas con maestros se organizaron poniendo en juego los mismos recursos de enseñanza que interesaba que ellos probaran, poco a poco, en sus grupos. En el siguiente apartado (Eje 2) se explican estos recursos así como la manera como se trabajaron. En esta parte destacaremos únicamente lo relativo a los procedimientos de resolución de los maestros.

Dos de los recursos que se utilizaron sistemáticamente en estas sesiones fueron: no dar orientaciones previas acerca de cómo se resolvían los problemas planteados, y analizar, al final, los distintos procedimientos con los que los maestros llegaban a las soluciones, destacando sus diferencias así como sus ventajas y desventajas en función de la sencillez, la claridad, la creatividad, etc.

Muy pronto los maestros pudieron contrastar los procesos de resolución que seguían, con lo que demandaban a sus alumnos, desde la manera de iniciar la búsqueda mediante procesos de ensayo y error (*versus* la aplicación inmediata de una operación determinada), hasta la presentación misma de la hoja de trabajo, como puede verse en la ilustración que sigue:



hoja del maestro



México D.F. a 14 de Noviembre de 1988

No. Lista. 1

Iván Alexander Aguirre Enciso

Se nesesitan llenar 3 ollas con agua de sabores para la kermes, pero una olla debe tener 27 Litros de agua de limón, otra 31 Litros de agua de orchata, otra 738 Litros de agua de jamaica ¿De qué manera se podrían llenar estas ollas con la medida exacta; si solo contamos con dos recipientes, uno de siete Litros y el otro de 5 litros?

Datos DE LITROS DE AGUA

Operación

$5 \times 4 = 20$ $\quad 20 + 7 = 27$

1. R: Para 27 se nesesitan 4 resipientes de 5 litros y uno de 7 litros.

$7 \times 3 = 21$ $\quad 5 \times 2 = 10$ $\quad 21 + 10 = 31$

2: R: Para 31 Litros se nesesitan 3 de 7 litros 2 de 5 Litros.

$104 \times 7 = 728$ $\quad 5 \times 2 = 10$ $\quad 728 + 10 = 738$

3: R= Para 738 Litros se nesesitan 104 Litros de 7 y 2 de 5

HOJA DEL NIÑO, COMO LA EXIGE EL MAESTRO

En algunas ocasiones, sobre todo al principio, varios maestros tendieron a desvalorar sus propios procedimientos y esperaron que el coordinador del taller les explicara "el procedimiento correcto", "el matemático". También sucedió que manifestaran cierta tensión al pedírseles que resolvieran los problemas y más cuando éstos no les resultaron fáciles. Esta tensión fue disminuyendo con el tiempo, al sentir mayor confianza con los coordinadores del taller.

Poco a poco, los maestros fueron asumiendo cada vez con más naturalidad algunas pautas derivadas de la forma de trabajo que se llevó a cabo. Dejaron de solicitar orientaciones para resolver los problemas, se mostraron más seguros de sus propias formas de resolverlos, se interesaban —por ejemplo— en exponer la forma en la que llegaron a un resultado cuando ésta difería de alguna presentada previamente. Dejaron de pedir al término de la sesión que se mostrara "la manera correcta" o "matemática" de resolver el problema, aceptando (al menos aparentemente) la validez de cualquier procedimiento que llevara al resultado. Mostraron igualmente mayor aceptación de sus equivocaciones.

Después de enfatizar las ventajas de esta forma de trabajo en la resolución de problemas, se solicitó a los maestros que aplicaran en sus grupos uno de los problemas que habían resuelto en el taller, tratando de llevar a cabo la misma dinámica. Es decir, sin dar información previa a la resolución, sin decir los pasos para resolver el problema, sin guiar la resolución del mismo, y solicitando que se aclararan los distintos procedimientos que aparecían al término de la resolución del problema.

Con gran escepticismo y más bien por insistencia de los coordinadores, los maestros aceptaron la propuesta de plantear un primer problema a sus alumnos sin enseñarles previamente cómo resolverlo. La experiencia fue interesante aunque difícil. Los maestros enfrentaban una situación nueva para ellos, no tanto por plantear un problema sin "enseñanza previa", sino por la diversidad de respuestas inesperadas que obtuvieron, y la difícil tarea de dar, en el momento mismo, una respuesta frente a ellas, sin contar con los parámetros a los que están acostumbrados. Veamos un ejemplo.

Una maestra de 6° grado planteó el siguiente problema (reformulado por ella), el cual había sido resuelto por los maestros en un taller previo a la clase en la que fue observado.

"Se necesitan llenar 3 ollas con agua de sabores para la kermés, pero una olla debe tener 27 litros de agua de limón, otra 31 litros de agua de horchata y la última 738 litros de agua de jamaica.

De qué manera se podrían llenar estas ollas con la medida exacta, si sólo contamos con 2 recipientes, uno de 7 litros y otro de 5 litros?

Al término de la resolución, pidió a dos niños que explicaran su razonamiento. Nancy, una de los dos alumnos que pasaron al pizarrón tenía lo siguiente en su hoja:

DATOS	OPERACION		RESULTADO
1 olla de 27 litros	$\begin{array}{r|l} & 4 \\ \hline 5 & 27 \\ & 7 \end{array}$	$\begin{array}{r|l} & 1 \\ \hline 7 & 7 \\ & 0 \end{array}$	La primera olla se llena con
1 recipiente de 5 litros			4 recipientes de 5 litros y
1 recipiente de 7 litros			1 de 7 litros
1 olla de 31 litros	$\begin{array}{r|l} & 2 \\ \hline 5 & 31 \\ & 21 \end{array}$	$\begin{array}{r|l} & 3 \\ \hline 7 & 21 \\ & 0 \end{array}$	La primera olla se llena con
1 recipiente de 5 litros			2 recipientes de 5 litros y
1 recipiente de 7 litros			3 de 7 litros
1 olla de 738 litros	$\begin{array}{r|l} & 77 \\ \hline 5 & 738 \\ & 385 \end{array}$	$\begin{array}{r|l} & 55 \\ \hline 7 & 385 \\ & 0 \end{array}$	La primera olla se llena con
1 recipiente de 5 litros			77 recipientes de 5 litros y
1 recipiente de 7 litros			55 de 7 litros

En los tres casos, Nancy utiliza la división para determinar primero un número de recipientes de cinco litros. Los residuos de estas divisiones representan los litros que quedan por verter. Como estos litros serán vertidos con el recipiente de siete litros, Nancy cuida que los residuos sean múltiplos de siete, y esto implica que se deben dejar residuos mayores que el divisor. Por ejemplo, en el primer caso, al dividir 27 entre 5, Nancy busca que el cociente sea lo mayor posible, pero a la vez necesita que el residuo sea múltiplo de 7. El cociente que satisface ambas condiciones es 4: cuatro veces el recipiente de 5 litros da 20 litros, y el residuo es de 7 litros, mismos que se vierten usando una vez el recipiente de 7 litros.

Cuando Nancy pasa a explicar su procedimiento, la maestra la cuestiona, centrando sus comentarios en las dos primeras respuestas[4]

M.: "Nancy, pasa al pizarrón"

[4] En los fragmentos de registro abreviamos coordinador del taller con "C.". Los nombres fueron cambiados.

Nancy: (Pasa al pizarrón y explica) "Los recipientes son de cinco litros y siete litros" (Hace en el pizarrón las operaciones que tenía en su hoja)

M.: "Nancy hizo divisiones. Dividió 31 entre 5. ¿Está bien?"

Alumnos: "Síii" (a coro)

M.: "¿Está bien dividido?" (Escribe en el pizarrón 31 entre 5 con los resultados como lo hizo Nancy) "Supongamos que así esté bien, pero aquí todavía le podríamos seguir dividiendo"

"21 entre 5 a 4, 5 por 4, 20, para 21 sobra uno" (la maestra multiplica 24 × 5 para comprobar a Nancy y al grupo que la división no está bien hecha)[5]:

$$\begin{array}{r|l} & 24 \\ \hline 5 & 31 \\ & 21 \\ & \;\,4 \end{array}$$

C.: (Pregunta a Nancy) "¿Nos puedes decir cómo le hiciste y decírselo a todos los demás?"

Nancy: "Dividí los litros entre 5 y entre 7 con un determinado número, pero como este número no me iba a sobrar lo hice así y me resultó"

C.: "¿Pero cómo?"

Nancy: "Sacándolo nada más"

C.: "¿Fuiste pensando en otro número?"

Nancy: "Sí, no me tenía que sobrar"

C.: "¿Por qué no haces bien la división?" (Intenta que le conteste las razones por las que dividió de esa manera)

Nancy: (Hace la división 27/5 de la manera convencional y dice:) "Pero si le ponía más, entonces ya no me alcanzaba para el otro" (se refiere al otro recipiente)

M.: "Si yo te calificara esto, ¿estaría mal?"

Nancy: (Alza los hombros como diciendo 'no sé')

M.: "Si tú calificaras, ¿tomarías en cuenta el resultado y el procedimiento?

Nancy: "Sí" (riéndose)

M.: "Mira nada más ...(sonriendo)... es muy importante que las divisiones estén bien"

C.: "Yo creo que lo que hizo Nancy fue ir viendo que lo que le sobrara acá ...(señala el residuo de la división de Nancy)... se pudiera dividir"

Nancy: "Es que no se completaba si aquí se dividía bien" (señala la división 27/5)

M.: "En sexto ya deben saber dividir hasta milésimos, diezmilésimos ...( )... ¡Qué bárbara Nancy!"

---

[5] Nancy, al dividir 31 litros entre 5, deja un residuo de 21 litros. Al continuar la división, la maestra divide ese residuo entre 5 y obtiene 4. Este cuatro significa cuatro veces más el recipiente de 5 litros, mismas que debieron haberse sumado a las dos que ya se llevaban (2+4), pero la maestra yuxtapone el 4 al 2, siguiendo la forma usual de dividir.

$$\begin{array}{r|l} & 2+4 \\ \hline 5 & 31 \\ & 21 \\ & \;\,1 \end{array} \quad \text{en vez de} \quad \begin{array}{r|l} & 24 \\ \hline 5 & 31 \\ & 21 \\ & \;\,1 \end{array}$$

Nancy: "¿Entones qué me va a poner?"
M.: "¿Qué te pondré? ¿un cinco, o un siete, o un diez? Siéntate Nancy, muy bien."

Esta intervención expresa con bastante claridad el conflicto que enfrenta la maestra. Nancy pudo resolver el problema, de hecho, hizo una adaptación original y pertinente del algoritmo de la división para que éste fuera útil en el problema. Sin embargo, esto le implicó romper las reglas de dicho algoritmo. Estríctamente hablando, Nancy no dividió correctamente. ¿Cómo evaluar entonces su procedimiento?

En el curso taller se trabajó mucho en que los maestros hicieran una lectura de las producciones de sus alumnos, desde lo que éstos podían haber pensado. Aunque este proceso fue lento y difícil, cuando lo hicieron se sorprendieron al descubrir la capacidad de sus alumnos para desarrollar, sin ayuda, razonamientos coherentes y lógicos, muchas veces similares a los que ellos habían realizado dentro del taller mismo.

c) Análisis de la conducción de las clases de los maestros

A lo largo de todo el curso-taller se realizaron algunas reflexiones sobre aspectos puntuales de la conducción de las clases de los maestros.

En el último trimestre dedicamos dos talleres exclusivamente a este análisis. Solicitamos entre los maestros un voluntario para analizar, en el taller, el registro hecho por los investigadores de una de sus clases. Estábamos conscientes de la justificada resistencia que los maestros podían sentir hacia dicha demanda. Se trataba nada menos que de exponerse al juicio de sus compañeros y de los coordinadores. Por esta razón dejamos esta actividad hacia el final del curso, y la propusimos en un momento en el que sentimos que se había logrado ya un ambiente de mucha confianza.

El análisis de registros permitió identificar aspectos que muchas veces no pueden ser percibidos por quien está impartiendo la clase, como las orientaciones implícitas o indirectas que el maestro da a los alumnos acerca de cómo resolver el problema, o como algunas valoraciones equivocadas acerca de lo que pudieron haber hecho los alumnos, a partir de lo que queda escrito en sus hojas.

Eje 2. Recursos para apoyar a los niños en la resolución de problemas

Al cuestionamiento de determinadas prácticas de enseñanza, siguió el análisis de algunas medidas para trabajar las clases de problemas.

Como ya se dijo antes, en todos los talleres dedicados a la resolución de problemas, se incorporaron desde el principio dichas medidas. Algunas de ellas fueron progresivamente analizadas con los maestros y sugeridas para que las llevaran a cabo en sus grupos.

a) No dar indicaciones previas y plantear problemas con frecuencia

El no dar indicaciones previas a los alumnos acerca de cómo se resuelve el problema incluye el no enseñar previamente a resolverlo (problema modelo), no guiar la resolución, no dar orientaciones sobre la operación que se puede utilizar, y procurar no usar siempre palabras o expresiones "clave" en la redacción de los problemas. (Bogolyubov, A. N.,1972)

Esta medida fue propuesta desde el inicio del curso-taller por constituir un elemento fundamental para analizar los procedimientos de resolución de alumnos y de maestros. Su fundamentación puede encontrarse en las consideraciones iniciales que se hicieron en el Eje 1.

Cabe señalar que esta propuesta fue cuestionada fuertemente por los maestros. En cierta forma, la propuesta contradecía su convicción de que los alumnos sólo pueden hacer lo que el maestro les ha enseñado previamente (y si se trata de aplicar de entrada un algoritmo específico, esto es sin duda cierto). Además, posiblemente la propuesta cuestionó una función esencial que los maestros atribuyen a su función: transmitir la información correcta.

A la propuesta de plantear problemas con frecuencia, subyace la consideración de que en gran medida es intentando resolver problemas como se aprende a resolverlos. En particular, en la evolución de los procedimientos de los alumnos, la búsqueda sistemática juega un papel importante.

b) Comentar el enunciado del problema antes de la resolución de éste

La finalidad del comentario previo es asegurar que los alumnos comprendan lo que plantea el problema, los términos utilizados, las relaciones entre los datos, lo que se busca. Aplicando en los talleres algunos problemas escogidos exprofeso, los maestros pudieron comprobar con qué facilidad se malentiende el enunciado de un problema, a veces sólo por una palabra a la que se le da un significado distinto, o bien, debido a una frase ambigua o mal construida.

Un ejemplo de un problema que no fue totalmente claro para los maestros, es el siguiente[6]:

C.: (Dicta el problema a los maestros:) "Se repartieron siete barras de chocolate entre tres niños, en partes iguales y no sobró nada. A cada niño le tocó un pedazo de 12 centímetros. ¿De qué tamaño eran los chocolates?

C.: "Bueno, antes de que lo empiecen a resolver, ¿sí se comprende más o menos lo que piden en el problema? ...( )... A ver, les pediría lo siguiente: no digan nada de cómo se resolvería, nada más les pediría que dijeran de qué se trata, cómo lo entendieron, para estar seguros de que está bien planteado, de que no hay alguna ambigüedad por allí"

Gloria: "Se trata de... se ve muy sencillo ...(ríe)...yo entiendo que debe quedar un pedazo grande de chocolate... una barra ...( )... y luego, más adelante, especifica de doce centímetros. Yo me imagino que es una sola barra que se repartió"

Varios: (corrigen a Gloria) "Son siete barras"

C.: (Vuelve a leer el problema)

Nadia: "Hay que buscar la medida de cada barra, a cada niño le tocaron doce centímetros"

C.: "¿Y los doce centímetros de qué son?"

[6] En los fragmentos de registro abreviamos coordinador del taller con "C.". Los nombres fueron cambiados.

Isaura:	"De cada barra. Son siete barras de chocolate"
Tania:	"Doce centímetros a cada niño, una ración"
C.:	"A ver, ¿qué mide doce centímetros?
Gloria:	"Es que aquí no lo dice. Debería decir bien especificado que son doce centímetros de chocolate"
C.:	"Ok, especificamos. A cada niño el tocó un pedazo de chocolate de 12 centímetros. Ahora, 12 centímetros es la medida de todo lo que le tocó a un niño, ¿verdad? ¿o no?
Gloria:	"No, es el extra"
Isabel:	"No"
C.:	"¿A cada niño el tocó más de 12 centímetros?"
Isabel:	"No, a cada niño le tocó un pedazo de 12 centímetros"
C.:	"Eso es lo que dice el problema"
Isabel:	"Sí"
	(...)

c) Pedir a los alumnos un resultado aproximado (estimación) antes de que inicien la búsqueda del resultado exacto

Este recurso consiste en propiciar una reflexión sobre la relación entre los datos, antes de centrar la atención en los cálculos que permiten obtener el resultado exacto. Si por ejemplo, en un problema que se resuelve restando, un alumno estima un resultado mayor que el minuendo, esto significa muy posiblemente que no ha comprendido la trama del problema. Si estima un resultado menor, ha recorrido ya parte del camino que le permite decidir qué operación aplicar. Dada la importancia que se concede en la escuela a la aplicación de algoritmos, resultan también importantes los beneficios que pueden aportar acciones didácticas como ésta.

Por otro lado, la estimación favorece la ejercitación de un tipo especial de cálculo mental, con frecuencia requerido en la vida cotidiana, y permite evaluar la factibilidad del resultado obtenido por medio de un algoritmo. También en este caso se escogieron problemas adecuados para mostrar a los maestros los beneficios de esta estrategia. Los resultados fueron positivos tanto en el taller como en los grupos de alumnos.

Un ejemplo de la forma como se usó este recurso es la siguiente:

C.:	(Dicta el problema) "Una llave chica de agua llena un recipiente en 15 minutos. Una llave grande lo llena en 10 minutos. ¿En cuánto tiempo se llena el recipiente si se abren las dos llaves al mismo tiempo?" "Bien, ¿alguien querría decirnos qué dice el problema?"
Tania:	"Se trata de llenar el recipiente"
Isabel:	"Calcular el tiempo en que se llena el recipiente con las dos llaves abiertas (el resto de los maestros está de acuerdo con lo que dijeron las profesoras)
C.:	"Bueno, otra pregunta, ¿como cuánto tiempo creen, aproximado, que se llevará en llenar el recipiente?"
Isabel:	"Siete minutos"
Nadia:	"12 minutos, 5 segundos"
Tania:	"12 minutos y medio"
Nadia:	"Rectifico, 12 y medio"

C.: (Escribe las estimaciones en el pizarrón) "Algún otro cálculo sin hacer cuentas todavía? ...(ve a Raúl)... sin hacer cuentas todavía, a puro ojo ...(ve a Gustavo)...Fíjate Gustavo, con una sola llave, 10 minutos, con la chica 15 minutos. Sin hacer cuentas, ¿como cuánto crees que se tarde en llenar?"
Gustavo: (no contesta)
C.: "¿Tú crees que se tarde más de 20 minutos?"
Gustavo: "No"
Pilar: "Si con una llave se llena en 15 minutos, con las dos no se puede tardar más"
C.: "¿Sí verdad? Suena lógico, ¿ustedes creen que se tarde más de 15 minutos?
Tania: "Yo pienso que sí, porque si con una... ah, no... con las dos va a disminuir"
C.: "¿Están de acuerdo con lo que dice Tania?
Pilar: (dice que sí, que se llena más o menos en 7 minutos y medio)
C.: "¿Creen que se llene en más de 10 minutos?"
Tania: "Sí"
Gloria: "No, porque se abren las dos llaves"
C.: "¿Por qué?"
Gloria: "Porque si se abren las dos llaves se llena más rápido, va a ser menos del doble, 25 minutos más rápido"
Varios: (quieren hablar)
C.: "Plumas arriba ...(para evitar que hagan cuentas escritas)... Está interesante esta discusión. Tania dice que sí se puede llenar en más de 10 minutos"
Esther: "No puede rebasarse más de 10 minutos, porque la grande tarda 10 minutos"
Tania: "Es cierto, porque si la grande lo llena en más de 10 minutos, no puede ser"
C.: "Entonces, ¿están de acuerdo?"
Maestros: (asienten)
C.: "Empiecen a resolverlo"

d) Organizar una confrontación colectiva

La organización de confrontaciones colectivas o puesta en común para corregir un problema cuando la mayoría de los alumnos ha terminado, tiene varias finalidades importantes:

- Los alumnos conocen las distintas formas con las que sus compañeros resolvieron el problema. Con frecuencia, entre éstas hay algunas que tienen ventajas sobre las otras por ser más sencillas, breves, etc. (contienen por ejemplo, un algoritmo bien empleado). De esta manera se contribuye a socializar los conocimientos que los alumnos van adquiriendo.
- Los alumnos participan en la decisión de qué procedimientos y resultados son correctos y cuáles no, a través de la búsqueda de errores y su demostración.
- Se favorecen eventualmente debates que llevan a los alumnos a aclarar sus ideas, y a realizar demostraciones para apoyar sus puntos de vista. Consecuentemente, el maestro comparte un poco el papel central de evaluar los productos del trabajo; permite que aparezcan otras referencias para determinar la validez de un resultado.

Las confrontaciones colectivas fueron el ámbito en el que los maestros pudieron conocer y valorar los distintos procedimientos con los que resolvían los problemas.

Eje 3. Características de los problemas

Los tipos de problemas que se plantearon a los maestros durante el primer trimestre del curso-taller tuvieron características similares a los problemas que se suelen plantear en la escuela. Más adelante se plantearon problemas con características diferentes a las usuales y se fueron analizando al término de las sesiones en que se trabajaron.

Más que hacer un análisis estricto de los distintos tipos de problemas y del tipo de actividad intelectual que propician, el objetivo general del trabajo de este eje fue abrir el horizonte de problemas posibles y enriquecer la noción misma de lo que es un problema. Por ello, se planteó una diversidad de problemas, variando las características más visibles, como el contexto (de la vida cotidiana, ficticio, como juego, matemático) o la forma de presentación (a través de un texto, oralmente, con material gráfico, con material concreto). También se variaron otras características, como las preguntas (por ejemplo, problemas sin preguntas en los que la tarea consiste en reformularlas), los datos (exceso de datos, falta de datos), la respuesta (admite una o varias respuestas, son numéricas o no). (ERMEL, 1978)

A continuación se presentan algunos ejemplos y se destacan las características que se analizaron con los maestros.

a) Problema: Los recipientes

Si sólo se tiene un recipiente de 7 litros y uno de 5 litros
¿Cómo poner 27 litros en un depósito?
¿Cómo poner 31 litros en un depósito?
¿Cómo poner 738 litros en un depósito?

Manera de presentarlo:	con texto
El texto:	no tiene sujeto, no contiene palabras clave
El contexto:	es ficticio
Los datos:	son numéricos, son justo los necesarios
La pregunta:	no hay palabra clave
La respuesta:	cada pregunta admite varias respuestas
La manera de resolver:	hay varias posibles, implican varias operaciones

El aspecto que más interesó de este problema fue que en la redacción del mismo no se evidencia un algoritmo para resolverlo; es necesario un trabajo de búsqueda para construirlo.

b) Problema: El cartel del supermercado

Inventar un problema a partir de la información de una propaganda de supermercado.

Manera de presentarlo:	oral material gráfico
El texto:	no hay
El contexto:	vida cotidiana
Los datos:	sobran hay que seleccionarlos
La pregunta:	no hay, se trata de hacerla

La respuesta:	varía, puede haber muchas respuestas, y pueden no ser numéricas (¿me alcanza?)

Dos aspectos importantes de este problema son: que se presenta gráficamente y con una gran cantidad de datos, y además que la actividad consiste precisamente en problematizar dicha información.

c) Problema: Cuántos frijoles hay

¿Cuántos frijoles caben en un kilo?

Manera de presentarlo:	con material
El texto:	no tiene sujeto, no contiene palabras clave
El contexto:	real
Los datos:	son numéricos, son justo los necesarios
La pregunta:	no hay palabra clave
La respuesta:	es una aproximación
La manera de resolver:	son varias, implica varias operaciones.

Lo más interesante de este problema es que da lugar a una variedad de estrategias de resolución que implican la proporcionalidad.

d) Problema: El cuerpo geométrico

El problema consiste en construir en cartulina un cuerpo geométrico. El grupo se organiza en equipos, y uno de ellos tiene escondido un cuerpo geométrico que los demás no han visto. El resto de los equipos debe construir un cuerpo igual al que está escondido, para lo cual deben formular preguntas sobre las características geométricas del cuerpo, y sobre las medidas de éste. El equipo que tiene oculto el cuerpo sólo puede responder 'sí', 'no', o datos numéricos.

Manera de presentarlo:	oral
El texto:	no hay
El contexto:	matemático
Los datos:	no hay datos, hay que conseguirlos, son numéricos y geométricos
La pregunta:	no hay, se trata de realizar una tarea
La respuesta:	sólo hay una, no es numérica
La manera de resolver:	hay varias, no implica operaciones

Uno de los aspectos más interesantes de este problema es que la información no está dada, hay que conseguirla a través de preguntas en donde se utilizan los conceptos geométricos que se conocen. Por otro lado, el problema permite constatar empíricamente si la interpretación que se hace de la información es correcta, al comparar el cuerpo construido con el que estaba escondido.

e) Problema: La fábrica

En este problema se entrega un plano a los maestros y se les plantea el problema:

> **Una empresa quiere instalar una fábrica de plásticos en la zona "El Carrizal". Para evitar gastos excesivos de transporte, desean ubicar la fábrica máximo a un kilómetro de distancia de alguna de las carreteras que pasan por la zona. Por otro lado, el gobierno les exige que la distancia entre la fábrica y cualquier casa sea por lo menos de 3 kilómetros.**
> **Iluminar en el plano todas las áreas en las que se puede instalar la fábrica.**

Manera de presentarlo:	con texto, con material gráfico
El texto:	no contiene palabras clave
El contexto:	vida cotidiana
Los datos:	son justo los necesarios, numéricos y gráficos
La pregunta:	no hay pregunta, se trata de realizar una tarea
La respuesta:	sólo hay una, no es numérica
La manera de resolver:	no implica operaciones

Los problemas de contenido aritmético fueron los que más aplicaron los maestros en sus grupos, algunos de ellos los aplicaron varias veces. Por ejemplo, "La propaganda del supermercado". Este problema gustó mucho por la posibilidad que presenta para inventar distintos tipos de problemas, con texto, como los usuales; con texto, pero donde los niños deben obtener los datos en la propaganda; con preguntas cuyas respuestas no son necesariamente numéricas (¿me alcanza para comprar X producto); etc.

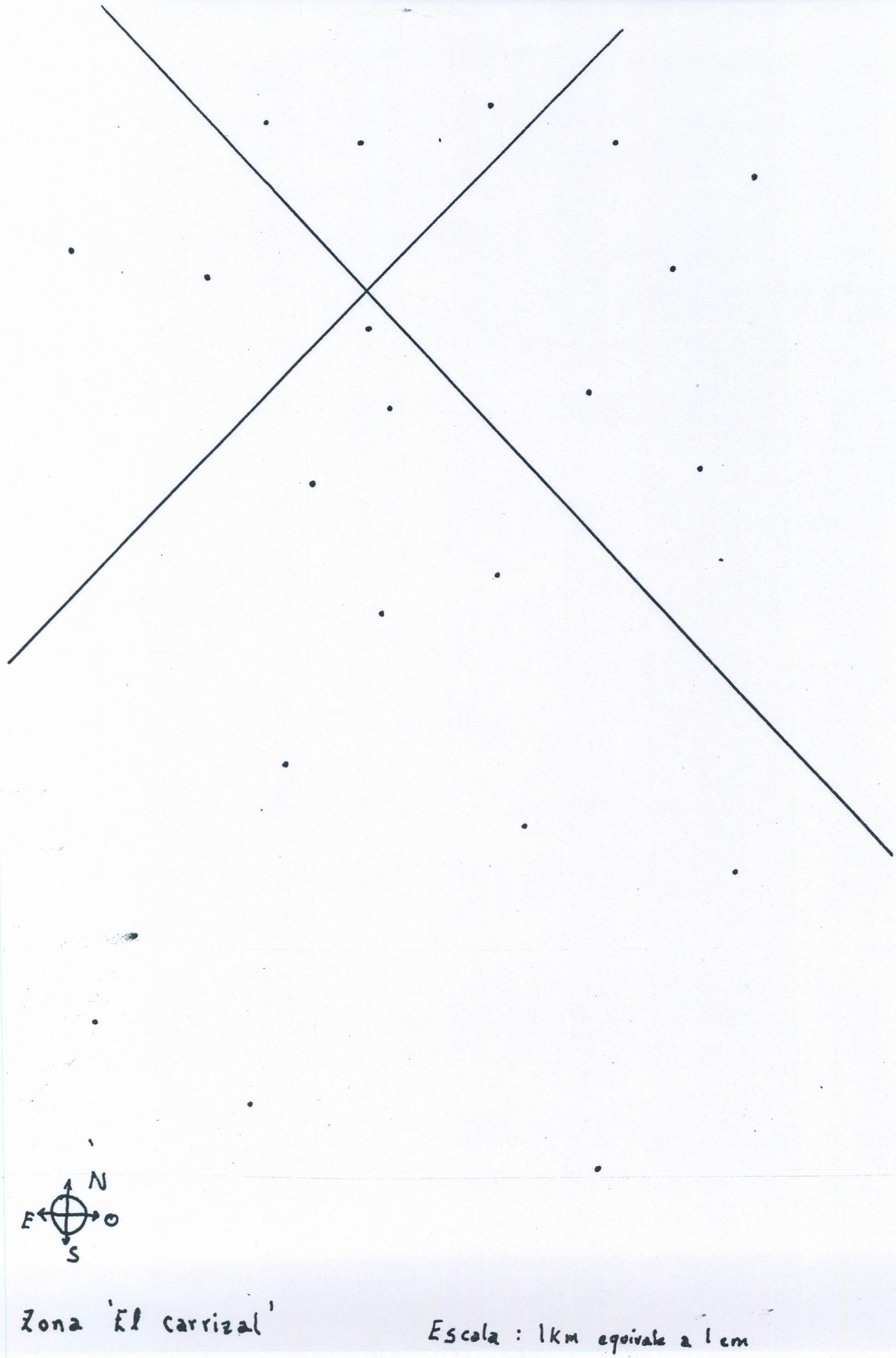
En cambio, algunos problemas tendieron a no aplicarse. Por ejemplo, para el problema de la fábrica, los maestros argumentaron que no era matemático. Quizás este comentario se debió a que el contenido geométrico que incluye el problema (líneas paralelas, concepto de círculo, de radio) se evidencia hasta que se resuelve el problema. Además, la forma en que aparece tal contenido es poco usual para los maestros.

Con respecto al problema "¿Cuántos frijoles caben en un kilo?", los maestros argumentaron que no tenía utilidad práctica. El problema es interesante por la gama de procedimientos de resolución a que da lugar, la mayor de las cuales implica recurrir a la proporcionalidad. Sin embargo, para algunos maestros, la inutilidad práctica de la búsqueda resta todo interés al problema.

Creemos que los maestros descartaron algunos problemas también debido a que los consideraron demasiado difíciles para sus alumnos, o demasiado difíciles de organizar, o simplemente porque no decidieron dedicar más clases a la aplicación de problemas.

Apreciación *a posteriori* de algunas estrategias del curso

Para terminar este artículo, retomaremos algunas de las conclusiones reportadas en el informe del proyecto, acerca del grado de pertinencia de las estrategias de actualización que se pusieron en marcha. Al final hacemos un comentario sobre las respuestas de los maestros.


N
E
O
S
Zona 'El carrizal'
Escala : 1km equivale a 1cm

Carácter de la participación. La participación de los maestros en el curso fue voluntaria y esto favoreció un mayor grado de compromiso de su parte. Algunos de los maestros que al inicio decidieron **no** participar, motivados por las pláticas de sus compañeros, solicitaron posteriormente su ingreso.

El tema. El tema "La resolución de problemas" resultó, en efecto, adecuado para abordar aspectos relevantes de la enseñanza de las matemáticas en los seis grados de la primaria. No obstante, el tiempo del que se dispuso (sesiones de tres horas, cada quince días, durante un año escolar) fue probablemente insuficiente para consolidar aspectos importantes en cada uno de los tres ejes de trabajo.

Por otro lado, fue matizado nuestro punto de vista inicial de priorizar los aspectos acerca de la metodología de enseñanza sobre los aspectos relativos a contenidos matemáticos específicos. El conocimiento promedio de los maestros acerca de los contenidos del programa de primaria es con frecuencia insuficiente, y esto constituye un obstáculo para mejorar su práctica. Creemos que es recomendable que el trabajo se centre simultáneamente, y de manera integrada, en ambos aspectos.

La resolución de problemas por los maestros. Resolver problemas en pequeños grupos fue una de las actividades más provechosas del curso-taller al permitir a los maestros experimentar "en vivo" algunas de las características de los procesos de resolución de problemas, y al confrontarlos con lo que suele pedirse a los alumnos de primaria. No obstante, debe aclararse que en ningún caso se trataron de realizar réplicas del aula, en donde los maestros asumieran el papel de niños.

Las actividades *entre* talleres. Las actividades derivadas del taller que los maestros realizaron con sus alumnos durante los quince días entre cada sesión, constituyeron una valiosa forma de integración entre la práctica de los maestros y la reflexión dentro del taller.

Proporcionó a los maestros la ocasión de probar y adaptar ciertas innovaciones pedagógicas, y nos permitió a nosotros conocer las posibilidades y límites de las mismas, así como comprender un poco mejor las dificultades, no previstas, a las que se enfrenta un maestro en la dinámica de una clase. La realización de estas actividades proporcionó además numerosos elementos de reflexión para el taller.

Observaciones e interobservaciones. Las observaciones realizadas tanto de sesiones de talleres como de las clases de los maestros constituyeron el principal recurso para analizar el proceso durante su realización y posteriormente a éste. También fueron un material valioso para el análisis, con los maestros, de la conducción de clases.

Sin embargo, no fue acertado haber planteado desde el inicio la exigencia de hacer observaciones de clase por los investigadores, y sobre todo, la exigencia de las interobservaciones. Si bien ambos recursos son buenos, hay que tener en cuenta que la presencia de un observador tiene siempre, al inicio, una connotación de supervisión o evaluación. Además, las dinámicas entre los grupos de maestros, como en cualquier gremio profesional, son complejas e incluyen con frecuencia tendencias a la competencia y a la desvalorización del trabajo del otro. En estas condiciones, las observaciones y las interobservaciones pueden generar justificadamente un fuerte rechazo por los maestros. Para llevarlas a cabo, es necesario que los participantes sientan confianza y comprendan su sentido.

Asesorías individuales. La organización de momentos de asesoría a los maestros (por parte de los capacitadores) puede constituir una manera de enriquecer y ampliar la formación docente. Sin embargo, es conveniente que el énfasis esté puesto en el aporte de soluciones y respuestas concretas a las necesidades y demandas de los maestros y no, como se intentó en este proyecto, utilizarlas como espacios para brindar puntos de reflexión, apoyos bibliográficos, etc. que abran nuevas problemáticas. Aunque dicha función, en principio, es teóricamente correcta, no responde a las expectativas de los maestros, lo cual lleva a una disminución progresiva de las consultas.

Comentario final

Los comentarios de los maestros en los últimos talleres permiten afirmar que, por lo menos en el corto plazo, la mayoría empezó a cuestionar lo que esperaban que hicieran sus alumnos. Se puso en duda la compatibilidad del objetivo 'que los alumnos razonen' con la exigencia de que aplicaran de entrada un procedimiento prescrito. Se empezó a valorar el razonamiento subyacente a los procedimientos no esperados, es decir, se empezó a comprender y a valorar el trabajo de búsqueda.

No obstante, la principal característica, en el corto plazo, de los resultados en la práctica dentro del salón de clases, fue la heterogeneidad. No hemos analizado aún la información que se obtuvo en un seguimiento de algunos de los maestros participantes, durante el año escolar siguiente, aunque una primera revisión permite suponer que los cambios fueron modestos. Se manifiestan nuevamente las numerosas dificultades que los maestros enfrentan en su quehacer diario, presión de los exámenes de ingreso a la secundaria, presión de los padres de familia, desintegración progresiva del grupo de maestros que participó, pero tambien se evidencia la complejidad de la tarea asumida, que más que implicar la utilización de técnicas innovadoras, conlleva cambios en la concepción misma de lo que puede ser *aprender matemáticas* en el salón de clases.

Quizá lo más interesante de esta experiencia haya sido el poner de manifiesto la tensión y las dificultades a las que se enfrentan los maestros cuando intentan abrir un espacio mayor a la expresión de sus alumnos. Aceptar la existencia de procedimientos distintos y la importancia de conocer el origen de los errores es un paso difícil, pero comprender dichos procedimientos y errores lo es aún más, sobre todo cuando el maestro debe lograrlo casi al mismo tiempo que los conoce. Aunado a esto, la coordinación de una discusión es en sí misma una tarea difícil que sólo con la práctica se domina.

Por otro lado, en la confrontación colectiva el maestro tiende a perder el papel central que le otorga ser quien evalúa las producciones de los niños en función de un parámetro que le es conocido. En su lugar, debe intentar comprender los distintos puntos de vista y coordinar la discusión. Muy probablemente, en este cambio de función o papel, el maestro vive una sensación de pérdida de control sobre el quehacer de sus alumnos. El mismo plan de la clase deja de ser tan previsible. Por lo menos durante la confrontación, el maestro debe ir armando la clase a partir de lo que hacen sus alumnos.

Señalemos, por último, que el hecho de que algunos maestros que participaron en el proyecto durante menos tiempo que otros, mostraron más claramente ciertos cambios al trabajar con sus alumnos, confirma que la forma como cada maestro incorpora en su práctica innovaciones didácticas, depende en gran medida de su experiencia profesional y de su trayectoria personal.

Bibliografía

BLOCK, D. (1989) "La enseñanza de las matemáticas: una corriente de investigación didáctica de las matemáticas en el nivel básico" En: *Primera conferencia anual sobre educación y desarrollo.* México, CONACYT-CISE-UNAM-UPN.

BOGOLYUBOV, A.N. (1972) "Trabajo con palabra en la solución de problemas aritméticos en la escuela elemental". En *Soviet studies in the psychology of learning and teaching mathematics.* Vol. VI.

BROUSSEAU, G. (1981) *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques.* Thèse d'Etat. Université de Bordeaux, France.

BROUSSEAU, G. (1984) "Quelques conduites determinantes en didactique des mathématiques" (documento fotocopiado).

BROUSSEAU, G. (1994) "Los diferentes roles del maestro" En: C. PARRA e I. SAIZ (compiladoras) *Didáctica de las matemáticas. Aportes y Reflexiones.* Buenos Aires, Paidós Educador.

ERMEL (1978) *Apprentissages mathématiques à l'école élèmentaire. Cycle élèmentaire.* Tome I, France.

LEMOYNE, G., F. CONNE (1989) "La resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas: informe de una experiencia con maestros de primaria". En *Memorias de la XIII Conferencia Internacional del PME.* Francia.

LEON, A.I. y N. VENEGAS (1991) "El maestro, la reflexión sobre su práctica y la construcción de estrategias didácticas". En: *Primer encuentro de innovaciones en educación básica.* México, Esfinge.

NEMIROVSKY, M. e I. FUENLABRADA (coordinadoras) (1989) *Formación de maestros e innovación didáctica.* México DIE-CINVESTAV (DIE-Memorias).

VERGNAUD, F.(1991) *El niño, las matemáticas y la realidad.* México, Trillas.