Encuentro Colombiano de matemática educativa

Construcción y uso significativo del concepto de proporcionalidad Diseño e implementación de actividades desde la experiencia de investigación acción

Nidia Stella Martínez Melo
Jorge Gilberto González Camargo
Colegio CAFAM

Resumen

El presente taller tiene origen en el trabajo de investigación que desarrollamos con una metodología de investigación acción donde tuvimos en cuenta tres componentes que se dieron en forma paralela: referente teórico, reflexión sobre nuestro actuar y diseño de actividades de aprendizaje. Nuestro objetivo general se centró en el diseño de actividades de aprendizaje para propiciar la construcción y uso significativo del concepto de proporcionalidad y los objetivos específicos estuvieron encaminados, por una parte, hacia la cualificación de estrategias propias de los estudiantes para resolver situaciones de proporcionalidad y por otra al enriquecimiento de nuestra acción en el aula desde el autoreconocimiento de fortalezas y oportunidades de mejoramiento. Nuestro referente teórico tiene en cuenta básicamente tres aspectos: mirada epistemológica del concepto de proporcionalidad, estudios sobre las estrategias de los estudiantes para resolver situaciones de proporcionalidad y la resolución de problemas como metodología de clase. Este referente es llevado al diseño de actividades de aprendizaje que fueron y siguen siendo implementadas dejando ver el logro de nuestros objetivos.

Referente teórico

Mirada epistemológica del concepto de proporcionalidad

En los primeros cuatro libros de Los Elementos de Euclides, el autor da tratamiento a la relación de igualdad entre los objetos geométricos, al llegar al libro V, cambia esta mirada y centra su atención en las magnitudes que aunque no sean iguales, mantienen cierta relación. Miremos a continuación las primeras cinco definiciones:

Definición 1: Una magnitud es parte de una magnitud, la menor de la mayor, cuando mide a la mayor.

Definición 2: Y la mayor es múltiplo de la menor cuando es medida por la menor.

Definición 3: Una razón es determinada relación respecto a su tamaño entre dos magnitudes homogéneas.

Definición 4: Se dice que las magnitudes guardan razón entre sí cuando, al multiplicarse, puedan exceder la una a la otra.

Definición 5: Se dice que una primera magnitud guarda la misma razón con una segunda, que una tercera con una cuarta, cuando cualesquiera equimúltiplos de la primera y la tercera excedan a la par, sean iguales a la par o resulten inferiores a la par, que cualesquiera equimúltiplos de la segunda y la cuarta, respectivamente y tomados en el orden correspondiente.

En las definiciones 1 y 2, se establecen relaciones particulares entre tamaños de magnitudes, esto en un submundo del mundo de las magnitudes. En la definición 3 se establece cierta relación entre los tamaños de dos magnitudes homogéneas, a la que se le llamó razón, es decir, que esta relación se establece entre dos submundos del mundo de las magnitudes homogéneas, y en la definición 4 se establece una condición de necesidad para que la relación razón se pueda establecer entre dos magnitudes, con la cual se descarta el uso de magnitudes cero o infinitas.

Ahora, en la definición 5, surge una nueva relación, "guardar la misma razón", que puede expresarse como guardar la misma "cierta relación", es decir, esta nueva relación se establece en el mundo de las razones (mundo de relaciones) pero para poder evidenciar la relación "guardar la misma razón" hay que acudir a la relación "ser múltiplo de" entre los cuatro elementos que están relacionados dos a dos mediante razones. Hay que tener claro que la relación "ser múltiplo de" se establece en el mismo submundo, por lo tanto es coherente comparar los múltiplos de la primera y la tercera (que pertenecen al mismo submundo) y los múltiplos de la segunda y la cuarta (que pertenecen al otro submundo, con el que se estableció la relación "razón").

Antes de mirar cómo se acude a la relación "ser múltiplo de" para evidenciar la relación "guardar la misma razón", se hace pertinente aclarar: Los equimúltiplos de dos magnitudes son parejas de múltiplos, donde el primer elemento de la pareja corresponde al n-simo múltiplo de la primera magnitud y el segundo elemento corresponde igualmente al n-simo múltiplo de la segunda magnitud.

En otros términos tenemos:

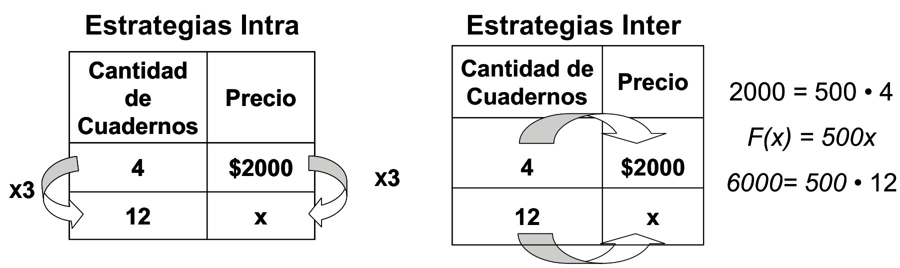
$$M_A = \{x / x = nA, n \in N\}$$
$$M_C = \{y / y = mC, m \in N\}$$
$$Equimúltiplos_{A\,y\,C} = \{z / z = (nA, mC)\; con\; n = m;\; n, m \in N\}$$

Ahora bien, sean A, B, C y D magnitudes, entonces, A guarda con B la misma razón que C con D, si y solo si, los equimúltiplos de A y C resultan mayores, inferiores o iguales que los equimúltiplos de B y D, respectivamente. En esta definición se establece una nueva relación entre cuatro magnitudes, relación que se da cuando se cumple cierta condición entre los equimúltiplos de las magnitudes. La relación "guardar la misma razón" lo que busca es resaltar el hecho que a pesar del cambio en los tamaños de las magnitudes, la relación que se establece entre ellas se conserva, es decir, la razón se mantiene invariante a pesar del cambio en los tamaños de las magnitudes.

Sobre las estrategias de los estudiantes

Desde el estudio realizado por Lamon (1994), se evidencia la tendencia de los estudiantes por establecer unidades y reinterpretar las situaciones en términos de éstas, configurando así estrategias propias, encontrando además que la habilidad para conceptualizar una situación en términos de grupos, conjuntos, paquetes capacitó a los estudiantes para resolver algunos problemas y que los estudiantes toman decisiones para escoger la unidad más apropiada con la cual reinterpretar una situación basados en las condiciones específicas del problema.

Las estrategias del proceso de normación por las que indagó Lamon, son la intra y la inter que son utilizadas por los estudiantes para hallar el término desconocido de una proporción. La estrategia intra consiste en encontrar el factor escalar que permite relacionar dos valores dentro de un mismo espacio de medida. La estrategia "inter", por lo contrario, consiste en equiparar dos razones entre espacios de medida distintos estableciendo una relación funcional.



Lamon(1994) encontró también que la preferencia de los estudiantes por estrategias inter e intra es dependiente de las variables de la tarea y que los estudiantes no solamente piensan en términos de unidades sino que también eligen la unidad más apropiada para trabajar la situación.

El aprendizaje de las matemáticas y la resolución de problemas

Asumimos las matemáticas, desde Schoenfeld (1992), como una actividad social propia de las personas en una determinada comunidad, quienes se apropian de unos principios y reglas para observar, recoger y analizar información en búsqueda de patrones poniendo en uso un punto de vista matemático. Aprender matemáticas implica desarrollar ese punto de vista matemático y enseñarlas debe brindarle al estudiante un ambiente propicio donde tenga la oportunidad de manipular objetos, activar su capacidad mental propia, ejercitar su creatividad, divertirse con su propia actividad mental, reflexionar sobre sus propios procesos de pensamiento, hacer trasferencias, adquirir confianza en sí mismo al verse capaz de resolver problemas, (Guzmán, 1992) y comunicar de manera verbal y escrita los resultados encontrados, en un lenguaje común que se convierte progresivamente en lenguaje matemático.

Para lograr lo anterior, Schoenfeld (1992) afirma que la formulación de conjeturas deberá ser una acción fundamental en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas y no únicamente limitar la acción matemática a hacer ejercicios. En este sentido, enseñar matemáticas es brindarle al estudiante la oportunidad de hacer matemáticas desde él, en su contexto real, y desde las situaciones que para él sean problemas.

Los problemas existen en el mundo de cada persona, entendiendo por mundo la concepción que dicha persona tiene de éste. De este modo, un problema nace en una situación que se presenta en el mundo de la persona para la cual aparece un reto intelectual, entendido éste como una acción que pone a prueba, mediante una pregunta específica, la capacidad de la persona para leer y comprender la situación (escrita o vivida), para determinar los factores influyentes en dichas situaciones, para representar y modelar las relaciones entre las variables de la situación y, finalmente, pone a prueba la capacidad critica, reflexiva y argumentativa. Sin embargo, para que exista el problema es indispensable que la persona asuma un posicionamiento de la situación, es decir, acepte el reto y se de a la tarea de buscar posibles soluciones.

En concordancia con lo anterior y teniendo en cuenta que el pensamiento matemático se caracteriza por la actividad de resolución de problemas, resulta coherente enseñar matemáticas apoyándonos en el conocimiento informal de los estudiantes y sus estrategias heurísticas para verificar la validez o no de sus conjeturas en situaciones reales y construir así desde situaciones reales concretas los conceptos matemáticos.

Metodología del trabajo

El trabajo se desarrolló con una metodología de investigación acción bajo tres componentes que se dieron y se siguen dando en forma paralela: referente teórico, reflexión sobre nuestro actuar y diseño de actividades de aprendizaje. Algunas de las unidades de aprendizaje diseñadas son las siguientes: "Explorando relaciones Aditivas y Multiplicativas" que para los estudiantes lleva el título de "Saltos aplausos y algo más para pensar matemáticamente", "Nociones de covarianza" que para los estudiantes lleva el título de "Dónde se mantiene la relación", "Razones y Proporciones" para los estudiantes "Cuándo dos cantidades están en la misma relación que otras dos cantidades". En la implementación de estas actividades utilizamos un instrumento de observación para el desarrollo de la clase, filmación y análisis de las respuestas dadas por los estudiantes. Encontramos resultados sobre las estrategias de los estudiantes para resolver situaciones de proporcionalidad además de aspectos relacionados con la mejora de nuestras prácticas en la mediación de la construcción del conocimiento.

Actividades del taller

Dentro del taller los participantes vivirán la experiencia de exploración sobre sus estrategias para resolver situaciones de proporcionalidad, a la vez que tendrán la posibilidad de predecir sobre las estrategias que utilizarían los estudiantes para resolver este tipo de situaciones y después de conocer parte de la teoría que corresponde al recorrido epistemológico confrontar tales estrategias para así ampliar el referente sobre el aprendizaje de la proporcionalidad. Además vivirán parte de las actividades que diseñamos para los estudiantes. Durante el desarrollo del taller realizarán ejercicios en forma individual y luego en grupo, dando especial importancia a la actividad de socialización para el aprendizaje. Las actividades son las siguientes:

1. Diagnóstico sobre estrategias para resolver situaciones de proporcionalidad. Realización de algunos ejercicios y puesta en común sobre las estrategias utilizadas para resolver las situaciones.

2. Interpretación de las cinco primeras definiciones del libro V de Euclides y relación con las estrategias.

3. Vivencia de las actividades: Los participantes conocerán la secuencia de actividades diseñadas desde la vivencia de algunas de ellas, de manera que desde la praxis verán la teoría de la didáctica de la matemática puesta en la ruta de aprendizaje, al mismo tiempo que verán la mirada epistemología del concepto de proporcionalidad en relación con las estrategias propias de los estudiantes, las cuales se cualifican desde los retos propuestos a la par que se estructura en ellos un razonamiento proporcional.

Conclusiones

Algunas de las conclusiones obtenidas son las siguientes:

- Se evidenció el uso de estrategias tanto inter como intra para hallar el término desconocido de una proporción, siendo la intra la más utilizada (65.71%) mientras que el 11.42% utilizó estrategias inter.

- Se evidenció de manera natural o empírica el concepto de equimúltiplos, pues utilizan expresiones como "hay que dar el mismo múltiplo", "cada uno lleva su cuenta personal, el va con la tabla del tres y yo con la tabla del cuatro".
- La socialización del trabajo desarrollado en parejas fue determinante para iniciar la validación de estrategias para analizar las relaciones establecidas y filtrar posibles errores cometidos.
- Los estudiaron actuaron por exigencias de la situación puesto que de una forma natural surgió la necesidad de participar "correctamente" de un juego que los llevó a poner en uso el punto de vista matemático para identificar las relaciones dadas entre las cantidades utilizadas dentro del juego, surgiendo la necesidad de expresar de forma verbal para luego colocarlo por escrito.
- Con la implementación de nuestra propuesta se dio una dinámica de construcción de saberes que tuvo en cuenta la metodología de la resolución de problemas iniciándose con una situación de aprendizaje que permitió poner en uso los conocimientos previos de los estudiantes y generó una responsabilidad compartida en el grupo.

Bibliografía

EUCLIDES. Elementos Libro V.

FIOL, L. y FORTUNY, J. (1990). Proporcionalidad Directa. La Forma y el Número. Madrid: Síntesis.

GARCIA, G. y SERRANO, C.(1999). La Comprensión de la Proporcionalidad, una Perspectiva social y Cultural. Bogotá: Gaia. Colección: Cuadernos de Matemática Educativa. No. 3

GODINO, J. y BATANERO, C. (2002). Proporcionalidad para maestros. Proyecto Edumat Maestros. España

LAMON, S. (1994). Razón y proporción: fundamentos cognoscitivos en unitización y normación. En: The Developmen Multiplicative Reasoning in Learning of Mathematics Cap. 4 Ny State University Or New York Pág. 89 – 120 (Traducción: Pedro J. Rojas G. y Cecilia Barón P. UDFJC Bogotá)

LESH,R., POST , y BEHR, M. (1988). Proportional Resoning. In J. Hiebert y M. Behr (Eds) Number Concepts and Operations in the Middle Grades (pp. 93 – 118) Reston, VA: Lawrence Eribaum y NCTM.

LUENGO, R. et al. (1997). Proporcionalidad Geométrica y semejanza. Madrid: Síntesis.

Ley 115 de 1994, Ley general de la educación.

MEN (1998). *DOCUMENTOS: Matemáticas: Lineamientos curriculares*. Bogotá: Magisterio. MEN (1997). Análisis y Resultados de las pruebas de matemáticas. TIMSS Colombia, MEN (1999). Estándares para la Excelencia en La Educación.

PEREZ, G (1998). Investigación Cualitativa. Retos e Interrogantes.

SECRETARIA DE EDUCACIÓN DISTRITAL – UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA (2000). Evaluación de Competencias Básicas, Resultados de la Cuarta Aplicación. Bogotá.

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DE BOGOTÁ. (2000). Resultados Evaluación de Competencias Básicas En Lenguaje, Matemática y Ciencias. Tercera Aplicación. Calendario A. Octubre de 1999 Grado Séptimo y Noveno. Unibiblos. U. NAL.

SANTOS, L. (1996). Principios y Métodos de la Resolución de Problemas en el Aprendizaje de las Matemáticas. México: Iberoamericana.

SCHOENFELD, A. (1992). Aprender a Pensar Matemáticamente: Solución de Problemas, Metacognición y Sentido de Hacer en Matemáticas.

VEGA, L. (1991). Introducción a los Elementos. Madrid: Gredos

VERGNAUD, G. (1997). El Niño, las Matemáticas y la Realidad. México: Trillas.