TALLER
EL IMPACTO DE LA GEOMETRIA DINÁMICA EN LA CONSTRUCCIÒN DEL PENSAMIENTO

José Danilo Agudelo Pinzón
Especialización Computación para la docencia
Escuela Normal Superior María Auxiliadora Granada, Meta
Jdagudelo801@gmail.com

Resumen

Se ha vuelto frecuente observar cómo los continuos avances tecnológicos tienen una incidencia muy significativa en todos los planos de la sociedad. El hecho de que las matemáticas sea una disciplina fundamental para estos avances, hace que sea especialmente interesante reflexionar acerca de cómo esas tecnologías pueden modificar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En este taller presentamos algunas reflexiones de cómo la tecnología, y en particular el uso del software de geometría dinámica, permite abordar la resolución de problemas de forma más significativa para estudiantes en formación docente, docentes y estudiantes de bachillerato, mejorando sus desempeños en las diversas técnicas de resolución de problemas.

Palabras claves: Investigación, tecnologías, competencias, solución de problemas, software libre

Abstract

It has become common to see how continuing advances in technology have a significant impact at all levels of society. The factthat mathematics is a fundamental discipline for these advances,makes it especially interesting to reflect on how these technologiescan change the teaching and learning of mathematics. In this workshop we present some reflections on how technology, particularly the use of dynamic geometry software allows problem-solving approach in a more meaningful for students in teacher education, teachers and high school students improve their performance in various problem-solving techniques.

Key words: Investigación, tecnologías, competencias, solución de problemas, software libre

INTRODUCCIÓN

La geometría ha sido durante siglos uno de los pilares de la formación académica de los jóvenes desde edades muy tempranas. Relacionarse con el espacio físico que nos rodea es una necesidad imperiosa del ser humano desde su nacimiento. Por otra parte, nadie cuestiona la importancia de la geometría como formadora del razonamiento lógico. Pocos son quienes discuten su trascendencia tanto en estudios posteriores de cualquier ciencia como en el desarrollo de habilidades cotidianas.
durante la segunda mitad del siglo pasado, la geometría perdió paulatinamente presencia en los planes de estudio. afortunadamente, los actuales currículos de matemáticas de todos los niveles educativos confieren a esta rama de las matemáticas la importancia que nunca debió perder.
pero a pesar de esta “recuperación” curricular de la geometría, una serie de interrogantes cuestionan al profesorado de secundaria: ¿estamos enseñando a nuestros alumnos una geometría adecuada? ¿es suficiente que nuestros alumnos calculen longitudes, áreas y volúmenes de figuras geométricas a partir de unos datos, despejando la magnitud desconocida de una expresión algebraica que relaciona objetos geométricos?
¿es más importante calcular el área de un triángulo rectángulo o construir el triángulo rectángulo a partir de una circunferencia?
¿pueden nuestros alumnos estudiar geometría analítica en segundo ciclo de educación secundaria sin conocimientos sólidos de geometría sintética? en definitiva:¿qué geometría debemos enseñar?, ¿con qué herramientas metodológicas y tecnológicas?, ¿podemos seguir enseñando geometría como hace cincuenta años?
Actualmente disponemos de las herramientas necesarias para que la formación del alumno sea más completa. Los programas de geometría dinámica han demostrado en las dos últimas décadas su capacidad de ayuda al usuario

para adquirir destrezas en uno de los campos más creativos de las matemáticas.
Los ejemplos más importantes para la ayuda de la enseñanza de la geometría mediante medios informáticos son los llamados programas de Geometría Dinámica. Proporcionan, sin duda una ayuda extraordinaria para la experimentación, es decir, para la construcción de conceptos y la visualización de resultados y propiedades geométricas a través de la práctica experimental. Un programa de la categoría de Sistemas de Geometría Dinámica (DGS) permite construcciones de geometría elemental, donde los elementos que se construyen se definen fundamentalmente por propiedades cualitativas no mediante ecuaciones y geometría analítica, aunque ésta esté detrás, en el funcionamiento interno del programa y en algunos casos como Geogebra también delante y en pantalla (*RAFAEL LOSADA, LA GACETA 10, Nº 1, PP. 223)*

Marco Teórico

La resolución de problemas como objeto de investigación en Didáctica de la Matemática es un campo que ha evolucionado bastante en los últimos 20 años y en la actualidad, la mayoría de los diseños curriculares establecen la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas basada en una instrucción vía resolución de problemas (MEC, 1991, NCTM, 2000; Rivera & Santos, 2000).

Por otro lado, nadie duda que las *Nuevas Tecnologías1* están permeando la escuela y el aula, siendo cada vez incorporadas con mayor frecuencia al trabajo diario de docentes y alumnos, proporcionando a los investigadores en Educación Matemática nuevos campos de exploración e investigación, así como nuevos recursos y herramientas de trabajo a los profesores. Así por ejemplo, el currículo español es sensible a este hecho:

"(...) *La misma introducción y aplicación de nuevos medios tecnológicos en matemáticas obliga a un planteamiento diferente tanto en los contenidos como en la forma de enseñanza"* (MEC, 1991, p.74).

La unión de éstas dos componentes de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas genera un nuevo reto para los educadores de nuestro país, conseguir que los alumnos *problematicen su aprendizaje*, es decir, "(...) *se deben enfocar las actividades alrededor de preguntas en donde se cuestione por qué las cosas se presentan de tal forma, investigar y analizar soluciones y, resolver incongruencias o rediseñar o formular nuevos problemas"* (Santos, 1998, p.433). Las nuevas tecnologías ofrecen un marco para llevar a cabo dicha problematización de la enseñanza de los estudiantes y, en gran medida, a sido gracias a que las representaciones que nos ofrecen los medios tecnológicos, llamadas *"representaciones ejecutables"2* y, a la posibilidad de transitar entre distintos sistemas de representación de un mismo objeto matemático. Como afirma Rojano & Moreno: "(...) *El papel de tales instrumentos va más allá de servir de prótesis para la acción. La presencia de tales instrumentos puede re-organizar todo el funcionamiento cognitivo* (...)" (Rojano & Moreno, 1999, p.331).

1. Cuando hablemos de *Nuevas Tecnologías*, nos referimos a las calculadoras gráficas, los programas de ordenador de matemáticas y cualquier software diseñado para la enseñanza de las matemáticas como pueden ser tutoriales, cd-rom interactivos, etcétera.
2. Debido a la naturaleza de las representaciones que nos ofrecen los ordenadores, estas representaciones se denominan ejecutables por que se pueden modificar interactivamente, por ejemplo, se puede rotar una figura, alargar, modificar valores de una función y observar la variación en el resultado

Metodología de Investigación

La naturaleza de la investigación realizada es de corte cualitativo y se encuadra dentro de las denominadas *Investigaciones Descriptivas* en el sentido expresado por Best (1970, extraído de Cohen & Manion). Nuestro interés es describir la relación entre la incursión de un elemento desconocido por los sujetos del estudio (el trabajo con *Geometría Dinámica*) y observar su trabajo durante la realización de diversas tareas y problemas matemáticos. Los investigadores llevaron a cabo una *Observación Participante* (Buendía et.al., 1997, Cohen & Manión, 1990), en el sentido de que se comprometen en las actividades que observan, además de conducir la dirección de dichas actividades.

Qué es una demostración? y más aún, ¿qué es una demostración usando el Geometría Dinámica? En este taller intentaremos responder a estas dos preguntas pues son fundamentales, nos sólo para las competencias, sino también para poder sacarle el mayor interés posible a los problemas.

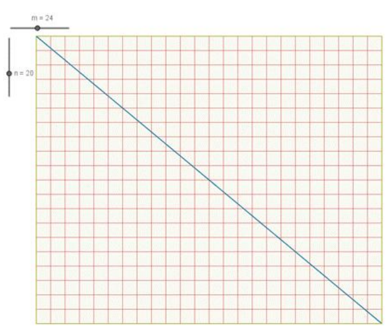
La demostración de un problema no es solamente la exposición de los pasos que uno realizó para llegar al resultado. Es más que nada, la explicación de por qué uno utilizó esos pasos, de los teoremas e ideas que avalan el procedimiento utilizado para resolverlo.
Cuando uno demuestra algo debe imaginar que le está explicando la justificación a otra persona que no entiende nada, o muy poco; y debe imaginar las preguntas que le haría, a uno, esa persona.
¿Qué teorema utilizaste? ¿Usaste alguna otra idea? ¿Cuál? ¿Por qué? ¿Esa idea sirve para un caso particular o Cuando uno quiere hacer una construcción con el Geometría Dinámica, no basta con hacerla a ojo. Para que la construcción esté bien hecha no se debe desarmar al mover la figura y debe seguir cumpliendo las condiciones que pedía el problema.

Otro error muy común es utilizar el comando MEASURE para medir segmentos y ángulos y justificar el problema basándose en los datos así obtenidos. La idea de medir sirve solamente para notar regularidades, pero de ningún modo sirve para demostrar un problema.

También para el caso general que pide el problema? Si es un problema de geometría, ¿que pasa si se cambia la figura? ¿Hay otra forma mejor de resolver el problema?
En fin, cualquier pregunta que haría alguien que quisiera saber con certeza la solución del problema. Ahora, ¿cómo es una demostración utilizando el Geometría Dinámica?

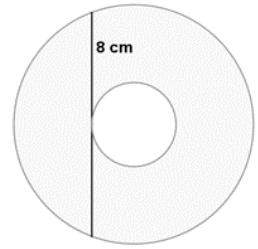
ACTIVIDADES DEL TALLER

Actividad 1 La plaza (problemas dirigidos)



Objetivo
Queremos aprovechar la facilidad que ofrece la Geometría Dinámica para cambiar las condiciones iníciales de muchos problemas, permitiendo de esta forma una rápida aproximación a distintos casos de los que podamos inferir una pauta o una ley.
El problema que proponemos tiene el siguiente enunciado. El suelo de una pequeña plaza rectangular está formado por filas de grandes losas cuadradas de idénticas dimensiones. Hay n filas, y en cada fila hay m losas. Un día, una hormiga atraviesa en línea recta la plaza, siguiendo exactamente una diagonal. ¿Cuántas losas distintas pisa la hormiga?

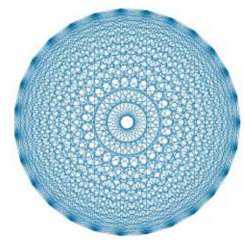
Actividad 2 La Corona (percepción y medición)



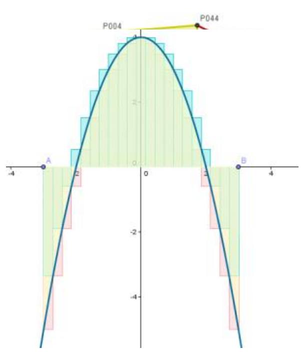
Objetivo

Nos valdremos de GeoGebra para plantear un problema de forma muy rápida. La visualización dinámica junto con las herramientas de GeoGebra podrá ayudar a los alumnos a resolverlo.
El enunciado es: "Averiguar el área de la corona circular de la siguiente figura."

Actividad 3 Diagonales (¿Y si...? Curiosidad, intuición y conjeturas)



Mostraremos un ejemplo de razonamiento inductivo, a partir de una actividad muy sencilla de construir con GeoGebra. Creamos un polígono regular de n vértices y nos preguntamos cuántas diagonales tiene.
Aprovecharemos esta construcción para usar un método de posicionar cualquier objeto en la Vista Gráfica **independientemente de la escala**, así como establecer medidas que se ajusten automáticamente a las dimensiones de la Vista Gráfica.



Actividad 4 (Proyecciones 3D, Proyección)

Objetivo: Un punto tridimensional $\{p_x, p_y, p_z\}$ se puede proyectar en la Vista Gráfica como:
$(p_x \sin(\beta) + p_y \cos(\beta), -p_x \cos(\beta) \sin(\alpha) + p_y \sin(\beta) \sin(\alpha) + p_z \cos(\alpha))$

Donde α y β son los ángulos de inclinación y rotación del objeto. Veremos cómo podemos usar esta proyección para crear modelos tridimensionales.

Actividad 5 (Conexiones matemáticas Integrales definidas)

Objetivo

Usaremos Geometría Dinámica para visualizar la serie de finos rectángulos con base en el eje de abscisas y un extremo del lado opuesto en la gráfica de una función, quedando ese lado entre la gráfica de la función y el eje de abscisas. La suma de las áreas de esta serie de rectángulos converge, al tender la base de cada rectángulo a cero, al área de la superficie entre la función y el eje X.

Esta convergencia puede observarse dinámicamente, lo que facilita en gran medida la comprensión del proceso de paso al límite. También veremos otras figuras relacionadas, como la serie superior de rectángulos, la serie de trapecios y la integral definida.
GeoGebra incorpora varios comandos que facilitan la visualización de los conceptos correspondientes a los elementos básicos del cálculo infinitesimal. Podemos alterar tanto el intervalo en el que actuamos como la propia definición de la función, manteniendo intacta el resto de la construcción.
También intentaremos cuidar la estética de la figura resultante y posibilitar el control de visualización de los elementos que se superpongan.

CONCLUSIONES

Geogebra es uno de los software de mayor importancia ya que facilita y ayuda al docente a interactuar dinámicamente con contenidos temáticos en el área de matemáticas; este programa es una de las opciones tecnológicas que enriquece la calidad de las investigaciones y visualiza Las matemáticas desde diferentes

perspectivas, apoyando a la retroalimentación; además de ofrecer a los docentes estrategias para la instrucción de acuerdo a las necesidades de los alumnos.
Así mismo facilita el aprendizaje mediante representaciones virtuales que son representaciones de la realidad y concentra beneficios pedagógicos.
El uso del software GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas tiene un enorme potencial motivador para el estudiante y el profesor, lo cual se traducirá en mejores resultados en un corto plazo.

BIBLIOGRAFÍA

Buendía, L., et. Al. (1998). Métodos de investigación en psicopedagogía. McGraw-Hill: Madrid

Codina, A. (2000). Elementos para una reflexión acerca del uso de la computadora en el aprendizaje de estudiantes de bachillerato vía resolución de problemas. Tesis de Maestría, CINVESTAV-IPN: México.

Cohen & Manion, L. (1990). Métodos de Investigación Educativa. La Muralla: Madrid.

M.E.C. (Ministerio de Educación y Ciencia), (1991). Real Decreto 1345/1991 por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria.Suplemento del B.O.E. número 220 de 13 de septiembre, pp. 72-82.

Moreno, L. (1999). 'On representations and situated tools'. En Proceedings of the Twenty Firs Annual Meeting P.M.E.-N.A. vol 1. (Ed. Hitt, F, & Santos, M.) ERIC: Columbus, pp.97-104.

N.C.T.M. (National Council of Teachers of Mathematics), (2000). Principles and Standards for School Mathematics. NCTM: Reston, Virginia.

Rivera, A. & Santos, M. (2000). 'El curriculum de matemáticas en el nivel medio superior en México'. En Actas del Foro Las matemáticas en México: Educación y Desarrollo. En Prensa, Cocoyoc, Morelos, México.

Rojano, T. & Moreno, L. (1999). 'Educación Matemática: investigación y tecnología en el nuevo siglo'. En Avance y Perspectiva vol.18, CINVESTAV-IPN. Pp.325- 334.