

# Errores en la visualización de figuras en el área de la geometría plana.

## Estudio de caso

Guzmán Ruiz, Cristian Alejandro- Bohórquez Vargas, Johan Manuel

crisalegu@hotmail.com – jm\_bv@hotmail.com  
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

### Resumen

La siguiente investigación (cualitativa), presenta un estudio de caso cuyo objetivo es identificar los errores que presenta un estudiante al visualizar una figura plana contrastada con una transformación (posición); para ello, fue necesario tener en cuenta los niveles de desarrollo del pensamiento geométrico que plantea Van Hiele para ubicar el nivel en el cual se iba a trabajar con dicho estudiante y su respectivo nivel de dificultad (prueba). Por otro lado, para tipificar los errores se muestra una clasificación dada por Radatz los cuales permiten una amplia concepción de lo que podría resultar del estudio; sin embargo, luego de aplicar una prueba sistematizada, se vio la necesidad de crear unas categorías emergentes que permitieron complementar la investigación.

**Palabras clave:** Geometría, errores, visualización, pensamiento espacial. estudio de caso.

## 1. Introducción

Dado que el énfasis de la investigación se centra en el área de la geometría, es necesario saber que el pensamiento espacial dentro del conocimiento matemático es eje fundamental para el desarrollo de habilidades en el espacio y como el trabajo está enfocado hacia el encontrar posibles errores

presentes en el área de la geometría, fue necesario guiar el estudio bajo un artículo llamado “Tipología de errores en la geometría plana” (Franchi L. & Hernández A., 2004); por otro lado, unas clasificaciones que las dan Brousseau y Movshovitz hacia los errores en la geometría muestran una brecha no muy corta entre lo que se plantea en la investigación (estudio específico) y los aspectos generales (en este caso errores) dados en la geometría.

## 2. Marco de referencia

Según nuestra experiencia como docentes en formación, es notable que el proceso de construcción del pensamiento espacial es lento, desde que se inicia con los elementos geométricos básicos hasta las formas deductivas formales; ahora bien, Piaget (1952) menciona en su teoría de aprendizaje, que el proceso de construcción del espacio y los sistemas geométricos está estrechamente influenciado por las características que tiene cada persona a nivel cognitivo; por ejemplo las influencias que ejercen el entorno social, cultural, físico e histórico y es por ello, que el MEN (1998), sugiere que el estudio de la geometría debería favorecer dichas interacciones (estudiante-entorno).

Para centrar el tema, en los Estándares Básicos para las competencias matemáticas (MEN, 2006), se consideran algunos de los componentes del campo geométrico: los elementos de que constan, las operaciones y las transformaciones con las que se combinan y las relaciones entre ellos. Dado al quehacer educativo, se estaba evidenciando en los estudiantes dificultades a la hora de reconocer e identificar transformaciones en un mismo elemento geométrico y para hacer un estudio más profundo (observando la población a la cual se le va a aplicar el análisis) se toman como referencia dos estándares básicos para las competencias matemáticas en los cuales se ponen en discusión las conjeturas y las verificaciones que hace el estudiante aplicando una transformación de figuras en un plano:

*“Conjeturo y verifico los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños”*

*“Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características” (MEN, 2006).*

A partir de los estándares planteados para este caso es evidente que se debe pensar en los procesos a realizar para cumplir con cada estándar, por lo tanto Duval (1999), hace un énfasis en que el aprendizaje de la geometría es un proceso complejo en donde se ponen en discusión diversos factores, como por ejemplo el que trabaja con los procesos cognitivos de visualización y los procesos de justificación. Ahora bien, dentro de la enseñanza y aprendizaje de la geometría en la educación Básica, los estudiantes no logran mirar más allá de las características en las partes constitutivas de un elemento geométrico, esto sucede según el MEN (1998) en el nivel dos del proceso de visualización, pero además se decide hacer una mirada más profunda a los niveles para el desarrollo del pensamiento espacial:

- Nivel 1. Reconocimiento.
- Nivel 2. Análisis.
- Nivel 3. Ordenamiento.
- Nivel 4. Deducción.
- Nivel 5. Rigor.

Es importante resaltar que para poder encontrar elementos prácticos de la geometría en el mundo tridimensional es de vital importancia que la persona tenga una representación del objeto en su imaginación y viceversa; al respecto con esto, Winter (mencionado por Dickson, 1991), confirma la idea afirmando que:

...A pesar de que vivimos en un mundo tradicional, la mayor parte de las experiencias matemáticas que proporcionamos a los niños son bidimensional [...] Es por ello que el estudiante debe desligarse de este mundo, para que luego pueda tener un nivel de visualización aún más profundo del mundo concreto (p. 48).

Otra finalidad de este trabajo es dar a conocer la importancia de trabajar los sistemas geométricos y el pensamiento espacial por medio de transformaciones, ya que el MEN (1998) reitera en que se deben desarrollar todas las representaciones posibles en la imaginación y en el plano incluyendo el dibujo en lo bidimensional.

Ahora bien, es necesario abordar los tipos de errores que se presentan al momento de arribar a un concepto geométrico y Brousseau, Davis y Werner (1986) (citados por Rico, 1995), señalan en el mismo sentido, que los errores son el resultado de un procedimiento sistemático imperfecto que el alumno utiliza de modo consistente y con confianza. Dado lo anterior, se toma como marco de referencia los errores presentados en el nivel de percepción de elementos constitutivos y nivel 3 de Van Hiele, tal y como lo muestra Radatz (1979) en su clasificación de errores:

- Errores debidos a la dificultad del lenguaje.
- Errores debidos a dificultades para obtener información espacial.
- Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos.
- Errores debido a rigidez del pensamiento.
- Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes.

### 3. Aspectos metodológicos

El tipo de investigación utilizado es la investigación cualitativa, la cual pretende describir sucesos en su medio natural buscando de esta manera realizar un estudio de caso. Para ello se requiere implementar una prueba escrita que permitirá a la estudiante la solución de los problemas propuestos.

Como instrumento adicional, al momento de la recolección de datos se hace necesario utilizar la entrevista no estructurada, que consiste en realizar preguntas de acuerdo a las respuestas que vayan surgiendo durante la entrevista, de esta manera resulta más factible identificar los errores si se conserva una constante charla, cuestionándola por las estrategias y procedimientos que realizó para llegar a la solución e identificando cada uno de los errores presentes en el desarrollo de la misma.

La prueba fue aplicada el día 27 de marzo de 2012 a una estudiante que cursaba grado tercero, su edad era de 8 años, de la Institución Educativa Distrital José Feliz Restrepo; esta prueba quedó registrada en una grabación

de audio y video que puede ser encontrada en el sitio web <http://www.youtube.com/watch?v=c7PZGdrwtR4>

Los criterios utilizados para la selección de la muestra fueron básicamente las indicaciones políticas en el área de matemáticas, debido a que el estudio estaba pensado para aplicarse con las transformaciones en el plano de figuras planas, por ello se consignaron autores que remitieran al foco de la investigación; sin embargo, se hicieron algunas asesorías con cuerpos de profesores que hubiesen estudiado dicho tema para especificar la población a la cual se le iba a aplicar la prueba.

## Categorías de análisis

Para el análisis de los resultados se requieren de unas categorías, las cuales fueron las siguientes:

- Da una respuesta distinta o adicional a un problema o situación dada.
- Utiliza terminología geométrica inadecuadamente para expresar sus ideas.
- Usa e interpreta definiciones geométricas de forma errónea.
- Enuncia propiedades ciertas sin justificación para mostrar conjeturas.
- No reconoce la congruencia de dos figuras geométricas en una posición no convencional.

Las anteriores categorías fueron diseñadas a partir de la tipología que presenta Radatz mencionada anteriormente.

## 4. Desarrollo de la propuesta

Al momento de analizar los errores presentados en la solución de los problemas propuestos y las respuestas dadas, se logran identificar en la estudiante los siguientes errores en el área de la geometría plana.

Error	Categoría
Error debido al lenguaje (Radatz)	1
Error debido al nivel teórico (Brousseau)	2
Error debido al uso deformado de definiciones o teoremas geométricos (Movshovitz)	3
Error debido al mal y deficiente nivel de aprendizaje (Radatz)	4
Error debido al mal uso de las figuras en el plano	5

## Elementos clave para la elaboración del ejercicio 1

Al momento de comparar las figuras presentadas en la gráfica del ejercicio 1, la estudiante afirma que para ella el paralelogramo es un tapete, además se observa que la estudiante relaciona los elementos geométricos presentados con elementos prototípicos (en este caso, objetos de su vida cotidiana). El instrumento aplicado se puede encontrar en: <https://www.dropbox.com/s/so11oid8e27r7xd/Prueba%20de%20Visualizaci%C3%B3n.pdf?dl=0>

En el instante en el que la estudiante empieza a observar las diferentes características de cada elemento geométrico, confunde términos geométricos, los cuales utiliza para sustentar su idea: “Dentro del cuadrado hay rectángulos”, afirma.

En torno a la caracterización e identificación de propiedades de los elementos que componen la gráfica presentada, la estudiante utiliza términos geométricos para identificar las características correspondientes: “Veo un cuadrado y un rombo”, al momento de comparar los dos cuadriláteros que se presentan solapados al paralelogramo.

## Elementos clave para la elaboración del ejercicio 2

La estudiante reconoce los términos de las figuras geométricas involucradas afirmando que “Ahí hay un triángulo”, al momento de ver las figuras formadas dentro de las que se le presentan.

Relaciona las partes que componen la figura presentada y no encuentra relaciones entre las partes constitutivas de la misma figura cuando éstas están en diferente posición, ella afirma: “En esta figura hay un equis, pero en la otra no” refiriéndose a las líneas internas que dividen al triángulo grande

en triángulos pequeños. Para justificar un poco más los argumentos que utiliza la estudiante se puede decir que el error que presenta es de tipo teórico, debido a que enuncia terminología geométrica inadecuada para expresar sus ideas.

### Elementos clave para la elaboración del ejercicio 3

Al momento de abordar el tercer problema, la estudiante dibuja únicamente los elementos iguales e ignora los demás: “Dibujó solo el tapete porque no tengo la necesidad de hacer las otras figuras”, es lo que afirma. Es evidente que utiliza proposiciones para darle validez a su argumento, sin embargo son carentes de justificación alguna es por ello que se observa un error debido a la dificultad del lenguaje.

Luego de reconocer las similitudes entre las figuras, la estudiante grafica cada detalle de las que son “iguales”, dejando por fuera las diferencias entre las figuras ya que según ella “¿para qué dibujar lo que no está en ambas?”.

## 5. Conclusiones

Luego de realizar el proceso de investigación y clasificar los diferentes errores presentados en la estudiante, se llega a las siguientes conclusiones:

- Los errores que presenta la estudiante son: debidos a la mala interpretación del lenguaje, al nivel teórico, al uso de definiciones y teoremas deformados y al mal uso de las figuras en el plano.
- La asociación de las figuras geométricas con elementos de la vida cotidiana de los estudiantes se presenta como medio de contextualización de la situación, facilitando la comprensión y la visualización de los elementos que se presentan.

## Referencias bibliográficas

- Dickson, L. & otros (1991). El aprendizaje de las matemáticas, Madrid: Edit. Labor S.A. p. 48.
- Duval, R. (1999). Visualización, semiosis e intuición en la enseñanza de las funciones matemáticas.
- Hiele, V. En E. Castro (2001), Didáctica de la matemática de la educación primaria. Madrid: Edit. Síntesis. Pág. 376
- MEN. (1998). Lineamientos curriculares para el área de matemáticas. En: Conocimientos básicos. Bogotá: Edit. Magisterio.
- MEN. (2006). Estándares básicos para las competencias matemáticas. Bogotá: Edit. Magisterio.
- Piaget, J. (1952). La construcción de la realidad en el niño. Madrid. p. 23.
- Radatz, H. (1979). Análisis de errores en la educación matemática. Diario de la investigación en educación matemática. Vol. 10. Págs. 163-172
- Rico, L. (1995). Errores y dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas. México: Grupo Editorial Iberoamérica.