

Aproximación a la comprensión de la Proporcionalidad Directa. Reporte de una experiencia

López Poveda, Armando Antonio

armando.andinohotmail.com

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

La siguiente propuesta corresponde a la experiencia de aula relacionada con los significados personales de los estudiantes al realizar una determinada tarea o lección matemática en un proceso de estudio dirigido sobre la proporcionalidad directa. Se enmarca en avances relacionados con la tesis de Maestría en Educación, énfasis Educación Matemática, en la cual se pretende evaluar las comprensiones que manifiestan los estudiantes de grado sexto del colegio Germán Arciniegas, Jornada Tarde, en sus significados personales con relación a unos significados institucionales desde el enfoque ontosemiotico del conocimiento y la instrucción en matemáticas.

Palabras clave: Significados personales, proporcionalidad directa, enfoque ontosemiotico, proceso de estudio.

1. Introducción

La presente propuesta se enmarca en el proyecto de Maestría en Educación-énfasis Educación matemática, en el cual se pretende evaluar los significados personales de los estudiantes a partir de unos significados institucionales, planteamientos dados desde el enfoque ontosemiotico del conocimiento y la instrucción matemática. En dicho objeto de profundización-investigación se han encontrado diferentes posturas que muestran como a pesar de la gran

cantidad de trabajos relacionados con el tema, son insuficientes al momento de evaluar dichos significados.

Uno de los planteamientos que sustenta el interés en la investigación-profundización es lo que menciona Prieto (2009) citando de los estándares del NCTM: “relativamente pocos alumnos de grados altos tienen la habilidad para usar el razonamiento proporcional de manera consistente”. De esta forma se tiene que la destreza del razonamiento proporcional solo se consigue a partir de la resolución de problemas y de tareas o situaciones propias de las matemáticas. Estas *insuficiencias* que tienen los estudiantes con relación a la Proporcionalidad Directa es objeto de estudio de la didáctica de las matemáticas en la medida en que se aborda la comunicación de los conocimientos matemáticos, en este caso, la de los conocimientos relacionados con la proporcionalidad directa. Con relación a esta insuficiencia, Rivas (2012), menciona que en las pruebas PISA el razonamiento proporcional de los estudiantes al resolver situaciones problemas es limitado.

2. Marco de referencia

Los elementos teóricos que fundamentan la intervención en aula pueden considerarse a partir de los siguientes aspectos:

- Al caracterizar los diferentes fenómenos, objetos, hechos, procesos y eventos Lurduy (2005), propone un constructo analítico o sistema didáctico denominado el Tetraedro Didáctico en el cual se caracterizan el polo estudiante, polo cognoscitivo, polo ecológico y polo profesor.
- En la resolución de diferentes situaciones problemas Godino y Batanero, citado por Ortiz de Haro & Font (2011), consideran la práctica matemática como cualquier acción o manifestación (lingüística o de otro tipo) llevada a cabo en la resolución de problemas matemáticos y en la comunicación de soluciones a otras personas, a fin de validarlas y generalizarlas a otros contextos y problemas.
- Godino describe el significado personal e institucional de un objeto matemático como “los sistemas de prácticas que realiza una persona

para resolver cierto tipo de problemas. Esas prácticas-acciones o manifestaciones operatorias y discursivas-pueden ser atribuidas a un sujeto individual, en cuyo caso hablamos de significado del objeto personal, o pueden ser compartidas en el seno de una institución y entonces decimos que se trata del significado del objeto institucional correspondiente” (Godino, 2002), (Lurduy, 2005, 2012).

- Para el análisis de la dualidad personalización-institucionalización el Enfoque Ontosemiótico propone como herramienta la noción de configuración de objetos y de procesos, representada de la siguiente manera:

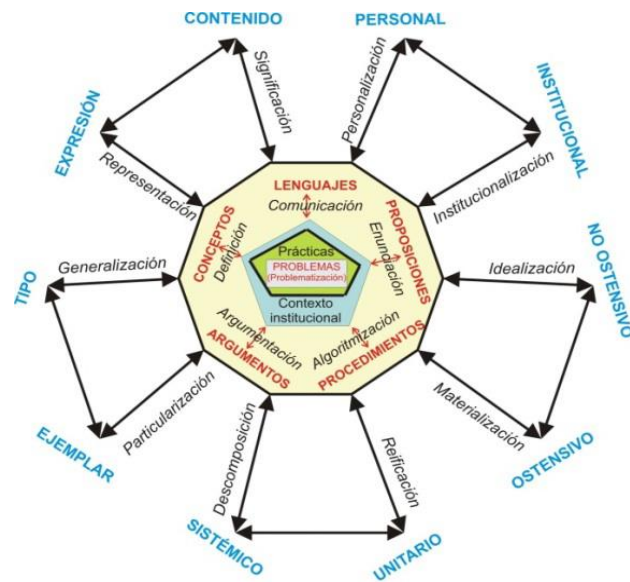


Figura 1. Configuración de Objetos y Procesos (Godino, 2013).

- Los sistemas de prácticas u objetos primarios se caracterizan desde elementos del significado tales como 1. Lenguaje (E1), 2. Situaciones (E2), 3. Acciones (E3), 4. Conceptos (E4), 5. Propiedades (E5), y 6. Argumentaciones (E6).
- Bosch (1994), describe que en un primer momento predomina una “enseñanza clásica de la proporcionalidad, en la que se reproduce en la escuela un legado matemático proveniente de la matemática griega. Desde este momento la proporción se interpreta desde una posición

formalista. La aritmética se fundamenta en seguir reglas como $a:b:c:d$. Se desvincula la proporcionalidad de las fracciones.

- En un segundo momento (a finales del siglo XVII) se evidencia un desarrollo de la teoría de funciones. En este momento se interpreta la proporcionalidad como función lineal. Con la llegada de nuevas técnicas de resolución de problemas de proporcionalidad, además de la pérdida generada sobre la identidad de la proporcionalidad, desde el punto de vista educativo se produce el fenómeno en el cual es posible realizar la resolución de problemas proporcionales, sin que ello amerite una comprensión en sí de lo que es la proporcionalidad.
- Un tercer momento se marca por los estudios de Piaget y Vygotsky (Inhelder y Piaget (1996), Vygotsky (2000)). En este momento histórico se promovió una revisión sobre lo que se estaba haciendo en las escuelas en dos direcciones: 1) Pertinencia de las exigencias cognitivas demandadas a los niños, 2) Reflexión sobre qué estaba haciendo la escuela para fomentar su desarrollo.
- En un cuarto momento se establece que para que las matemáticas sean comprendidas (en estas el objeto matemático proporcionalidad directa), deben ser enseñadas.

3. Aspectos metodológicos

Para evaluar de los Significados Personales de los estudiantes se utilizarán las siguientes herramientas, las cuales pretenden recoger datos que posibiliten identificar, caracterizar y tipificar (de esta manera se entiende la evaluación) los Significados Personales de los Estudiantes.

Herramientas, Medios	Significados Personales de los Estudiantes
Portafolio	➔ Significados Personales Logrados
Portafolio-Video	➔ Significados Personales Declarados
Entrevista	➔ Significados Personales Globales

Para la recopilación y análisis de la información una de las Redes Catorce que se utilizó fue la siguiente:

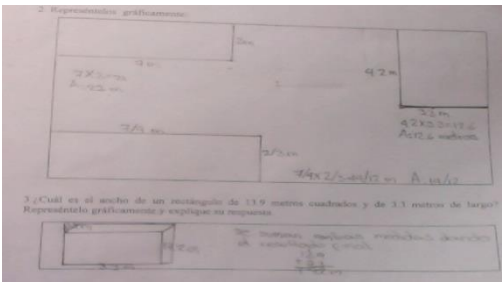
SISTEMAS DE PRÁCTICAS (S)	SIGNIFICADOS INSTITUCIONALES (S.I)																	
	REFERENCIAL (I.R) →	PRETENDIDO (I.P) →	IMPLEMENTADO (I.I)															
DISCURSIVAS (S.D)	1) En Egipto hacia el siglo III a.c. una evidente utilización de la proporcionalidad en los problemas algebraicos que eran equivalentes a resolver ecuaciones de la forma $x+ax=b$ se resolverían mediante el uso de proporciones.	1) Entre del campo conceptual Vergnaud (1991) define Tres categorías que son: Isomorfismo de medidas, Producto de medidas, Proporcionalidad múltiple diversa del producto.	1) La razón es una comparación por división de dos cantidades. 2) El Coeficiente de proporcionalidad o constante de proporcionalidad de dos magnitudes directamente proporcionales, es el número que transforma por multiplicación las cantidades de una magnitud, en cantidades correspondientes de la otra.															
OPERATIVAS (S.O)	1.2) Si ellos son desiguales, tome del mayor la diferencia entre los dos. Los restos estarán entonces no balanceados, lo cual es absurdo. Por consiguiente los pesos no pueden ser iguales 1.3) Si toma del mayor la diferencia entre los dos .los restos iguales estarán por consiguiente balanceados. Por tanto, si agregamos la diferencia de nuevo, los pesos no estarán balanceados pero se inclinarán hacia el mayor. 1	1) Dos magnitudes son proporcionales o directamente proporcionales si sus cantidades se corresponden biunivocamente, ordenadamente, en la igualdad y en la suma.	<table border="1"> <tr> <td>1</td> <td>f(1)</td> <td>1)Multiplicación: encontrar f(x)</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>f(x)</td> <td>2)Tipo de división (partición) : encontrar f(1)</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>3)Tipo de división II (cuotitiva). Encontrar x</td> </tr> <tr> <td>X1</td> <td>f(X1)</td> <td>4)Problema de regla de tres encontrar cualquiera de estos cuatro conociendo los otros tres.</td> </tr> <tr> <td>X2</td> <td>f(X2)</td> <td></td> </tr> </table>	1	f(1)	1)Multiplicación: encontrar f(x)	x	f(x)	2)Tipo de división (partición) : encontrar f(1)			3)Tipo de división II (cuotitiva). Encontrar x	X1	f(X1)	4)Problema de regla de tres encontrar cualquiera de estos cuatro conociendo los otros tres.	X2	f(X2)	
1	f(1)	1)Multiplicación: encontrar f(x)																
x	f(x)	2)Tipo de división (partición) : encontrar f(1)																
		3)Tipo de división II (cuotitiva). Encontrar x																
X1	f(X1)	4)Problema de regla de tres encontrar cualquiera de estos cuatro conociendo los otros tres.																
X2	f(X2)																	
NORMATIVAS (S.N)	1) Libro I y V de Euclides _acerca del equilibrio y el centro de gravedad de los planos; en cuanto a este se plantean las siguientes proposiciones que posteriormente se tomaran como los conceptos y teoremas que utilizan los estudiantes cuando abordan las situaciones de tipo multiplicativo: 1.1) POSTULADO: Pesos iguales a distancias iguales (del punto de apoyo de una balanza de brazos iguales) se equilibran, y a distancias desiguales se rompe el equilibrio y hay una inclinación hacia el lado del peso que está a mayor distancia. 1.2) PROPOSICIÓN 1: Pesos balanceados a igual distancia son iguales. 1.3) PROPOSICIÓN 2: Pesos desiguales a iguales distancias no estarán balanceados pero se inclinarán hacia el mayor peso. 1.4) PROPOSICIÓN 3: Pesos desiguales estarán balanceados a distancias desiguales, si el peso mayor está a menor distancia.	1) Propiedades de la Proporcionalidad. "...si se supone A,B son magnitudes directamente proporcionales, y si $a \in A$, $b \in B$ de tal manera que a y b son correspondientes, entonces para el número racional, sucede que: axc y bxc son cantidades correspondientes; es decir $axc \in A$ y $bxc \in B$, y $\frac{axc}{bxc}$ es la constante de proporcionalidad.	1)Propiedades de las proporciones: $ad = bc$ $a/b = c/d$, entonces $a+c/d+b = a/b$ si $a/b = c/d$, se cumple $a+c/b = c+d/d$ si $a/b = c/d$, entonces $a+b/a-b = c+d/c-d$ si $a/b = c/d$, entonces $a+b/a = c+d/c$ 2) Las propiedades de isomorfismo de la función lineal. - $f(n x) = n f(x)$ para cualquier número real n - $f(n1 x1 + n2x2) = n1 f(x1) + n2 f(x2)$. 3)Propiedades referidas al coeficiente constante entre dos variables linealmente ligadas: - $f(x) = a x$, $x = 1/a f(x)$. 4)Propiedades de la bilinealidad: - $f(n1 x1, n2x2) = n1 * n2 f(x1, x2)$. 5) Ley de la proporcionalidad directa: $y=k.x$, siendo k la constante de proporcionalidad.															

4. Desarrollo de la propuesta

Para el desarrollo de la propuesta (experiencia en el aula de clase) se propusieron un conjunto de actividades relacionadas con la interpretación que realiza el grupo Crisálida de la siguiente manera:

ACTIVIDADES		
Actividades de Acción	Situación Problema 1	Identificar como los estudiantes se enfrentan a situaciones que involucran razón y proporción.
	Situación Problema 2	Reconocer las estrategias que siguen los estudiantes de grado séptimo en la resolución de problemas de la categoría de producto de medidas
Actividades de Formulación	Situación Problema 3	Reconocer las estrategias que siguen los estudiantes en la resolución de problemas de la categoría de isomorfismo de medida.
	Situación Problema 4	Reconocer las estrategias que siguen los estudiantes en la resolución de problemas de la categoría de isomorfismo de medida.
Actividades de Validación	Situación Problema 5	Posibilitar que los estudiantes validen las nociones de magnitud, cantidad de magnitud, relación entre magnitudes.
	Situación Problema 6	Posibilitar que los estudiantes apliquen las nociones tratadas en las anteriores actividades para dar solución a un problema de razonamiento proporcional
Actividades de Institucionalización	Situación Problema 7	Posibilitar que los estudiantes apliquen las <i>nociones</i> tratadas en las anteriores actividades para dar solución a un problema de razonamiento proporcional.
	Situación Problema 8	Posibilitar que los estudiantes apliquen las <i>nociones</i> tratadas en las anteriores actividades para dar solución a un problema de razonamiento proporcional.

Con relación a la solución de situaciones-problema algunos de los resultados obtenidos son los siguientes:

EVIDENCIA	REFLEXIÓN
<p style="text-align: center;"><i>Situación Problema</i></p>  <p>Figura 2. Solución del estudiante 1</p>	<p>En dicha situación problema se puede evidenciar como los estudiantes resuelven situaciones de área en las cuales multiplicaron el largo y el ancho en cada uno de estos.</p> <p>Dicha situación y utilizando elementos teóricos propios del enfoque ontosemiótico, puede evidenciarse que el <i>estudiante 1</i> y <i>estudiante 2</i> pertenecen al Nivel <i>P1.PO.E4.8</i> (<i>total = 13 estudiantes</i>), <i>por</i> cuanto se evidencian unos Significados Globales, unas prácticas Operativas y las acciones que realiza- representadas por E4, se definen como establecer relaciones de tipo Multiplicativo entre dos variables: Largo y Ancho. En las soluciones presentadas también se muestra como</p>

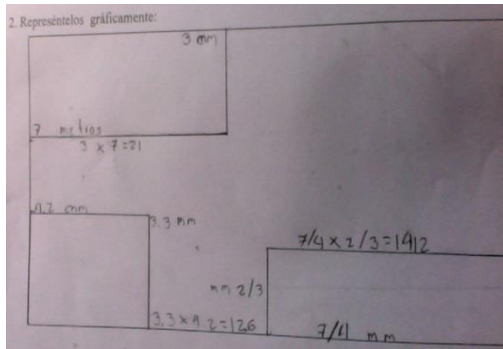


Figura 3. Solución del estudiante 2

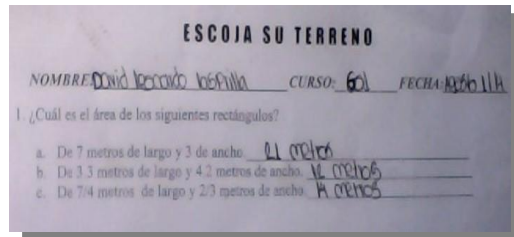


Figura 4. Solución del estudiante 3

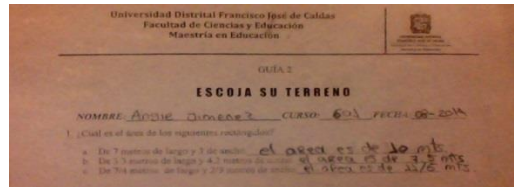


Figura 5. Solución del estudiante 4

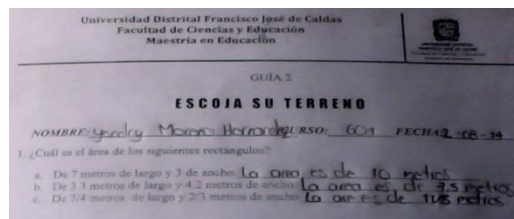


Figura 6. Solución del estudiante 5

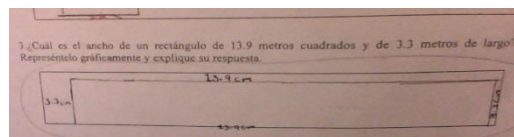


Figura 7. Solución del estudiante 6

los estudiantes 1 y 2 se le dificulta el manejo de números decimales al momento de realizar la respectiva operación. *Estos estudiantes hacen uso de representaciones pictóricas que facilitan la coordinación de todas las cantidades involucradas (P1.PD.E12).*

El estudiante 3 realiza las respectivas multiplicaciones, no obstante con relación al área de los rectángulos en cuyos largos y anchos se utilizan números decimales y fraccionarios solo tiene en cuenta la parte entera evidenciando el no reconocimiento de dichos conjuntos numéricos (8 estudiantes).

Con relación a la solución presentada por el estudiante 4, este realiza sumas sin tener en cuenta como determinar el área y sin establecer relaciones multiplicativas entre el largo y el ancho. (en total 7 estudiantes).

En la solución presentada por el estudiante 5, este realiza operaciones arbitrarias (sumas) sin tener en cuenta la estructura numérica de cada uno ni el conjunto al cual pertenecen.(en total dos estudiantes en 601 y un total de 18 estudiante en 602).

Con relación al estudiante 6, se puede evidenciar que asume el área como el largo del rectángulo. Lo representa de forma arbitraria al establecer dichas medidas (Nivel P1.PO.E43).

En la solución presentada por el estudiante 7 se puede evidenciar como dicho estudiante configura un Sistema de Prácticas Operativas en las cuales predomina el Objeto primario *Lenguaje* en la medida en que utiliza representaciones para notar el área, siendo estas Icónicas, Algebraicas, entre otras. (P1.PD.E1.1) (12 estudiantes de 602).

Con relación al estudiante No 8, se puede evidenciar que realiza aproximaciones multiplicando el ancho por diferentes valores (entre ellos "4" hasta hallar el valor o cantidad de área).

Realiza comparaciones de tipo cuantitativo entre medidas de diferentes figuras e igual dimensión (largo-ancho-superficie).

Con relación a este aspecto se puede evidenciar que se encuentra en un Nivel P1.PO.E4.6, en el cual realiza diferentes comparaciones en las cantidades de medida del Largo, Ancho y el área.

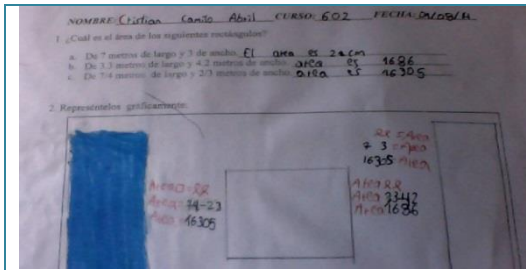


Figura 8. Solución del estudiante 7

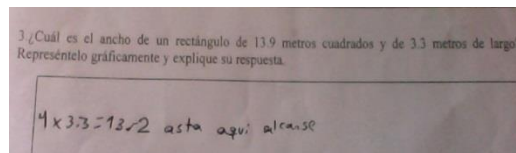


Figura 9. Solución del estudiante 8

5. Conclusiones

La actividad desarrollada con los estudiantes corresponde a las Actividades de Acción, en las cuales lo que mayormente de evidencia son tipos de prácticas Operativas y Discursivas. Este tipo de prácticas puede mencionarse por dos hechos importantes:

- Metodológicamente al ser Actividades de Acción requiere que los estudiantes realicen un conjunto de acciones sobre la actividad presentada que previamente han sido consideradas en las Redes Catorce propuestas en el diseño previo.
- Las respuestas de los estudiantes permiten ser categorizadas en niveles. Un ejemplo de lo realizado es el siguiente:

P1.PO.E4.6: Predomina en este nivel los Sistemas de *Prácticas Operativas* por cuanto el estudiante opera utilizando números enteros y reconociendo al mismo tiempo la importancia que en los procesos numérico tiene la aproximación. Se presentan *Significados Personales Globales*, en los cuales el Elemento de Significado que se percibe corresponde a *E4* (Acciones).

Respecto a mi labor como docente, considero importante y necesario que se asuman posturas investigativas en el aula en las cuales se tengan “razones” para mejorar las prácticas de enseñanza y por ende de aprendizaje.

Referencias bibliográficas

- Una propuesta desde la Teoría Antropológica de lo didáctico (2006). La Modelización y el problema de la Articulación de la Matemática Escolar. *Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal*, 37-74.
- Godino, J. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. En *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 237-284.
- Lurduy, J. (2005). Algunos Elementos Conceptuales para la Comprensión de la cultura del Aula. En MESCUD, *Cuadernos de Investigación. Rutas de estudio y aprendizaje en el aula el caso de las matemáticas* (págs. 58-83). Bogotá.
- Lurduy, J. (2012). Conceptualización y evaluación para el análisis, reflexión y semiosis didáctica. El caso de los estudiantes para profesor de matemáticas. En *Revista Científica*, 87-108. Bogotá
- Lurduy, J. (2012). El Sistema Didáctico y el tetraedro Didáctico:elemento para un análisis didáctico de los procesos de estudio de las Matemáticas. En R. P. Neira Gloria, *Pensamiento, epistemología y Lenguaje Matemático*, p. 75-98. Bogotá: Comité editorial CADE.
- Ortiz de Haro, J. J., & Font, V. (2011). Significados personales de los futuros profesores de Educación Primaria sobre la media Aritmética. En: *EDUCACIÓN MATEMÁTICA Vol. 23 No. 2*, p. 91-109.
- Prieto, L. (2009). *Proporcionalidad simple: estrategias utilizadas por los estudiantes*. Bucaramanga.
- Rivas, M. (2012). Análisis epistémico y cognitivo de tareas de proporcionalidad en la formación de profesores de educación primaria. *Tesis Doctoral*. Editorial de la Universidad de Granada. España.