

Teoría y enseñanza de la matemática

## Creencias epistemológicas de docentes de matemáticas acerca de la matemática, su enseñanza y su relación con la práctica docente\*

### Epistemological Beliefs of Mathematics Teachers about Mathematics, its Teaching and its Relationship to Teaching Practice

Grace Judith Vesga Bravo y Mary Falk de Losada\*\*



#### Resumen

Se presenta el resultado de un proceso investigativo cuyo objetivo fue analizar y describir las creencias epistemológicas que tienen docentes de matemáticas sobre la matemática, su enseñanza y la relación de estas con su práctica docente. Se utilizó una metodología de estudio de casos con la participación de tres docentes, cada uno con

Citar este artículo como: Vesga, G. y Falk, M. (2016). Creencias epistemológicas de docentes de matemáticas acerca de la matemática, su enseñanza y su relación con la práctica docente. *Revista Papeles*, 8(16), 11-25.

Fecha de recibido: abril 15 de 2016.

Fecha de aceptación: junio 30 de 2016.

\* Este artículo hace parte del trabajo de tesis doctoral de Grace Vesga titulado "Creencias epistemológicas de docentes de matemáticas en formación y en servicio. Un estudio de casos para proponer cambios en los programas de formación", dirigido por la Dra. Mary Falk de Losada.

\*\* Grace Vesga: Candidata a Doctora en Educación Matemática, Universidad Antonio Nariño, correo: gvesga@uan.edu.co; Mary Falk de Losada: Docente del Doctorado en Educación Matemática de la Universidad Antonio Nariño, correo: mariadelosada@gmail.com

más de diez años de experiencia, quienes realizaron un curso de corta duración alrededor de un recorrido histórico de las ecuaciones cuadráticas, que estuvo orientado a desafiar las creencias epistemológicas de los participantes y a promover reflexión al respecto. Para recoger la información se aplicaron cuestionarios cerrados, se realizaron entrevistas semiestructuradas y los docentes presentaron una propuesta para la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas incorporando los aspectos estudiados en el curso. Los resultados permiten evidenciar que los docentes se han esforzado en construir una epistemología coherente entre la matemática y su enseñanza y aprendizaje, pero persisten dificultades para lograrlo.

**Palabras clave:** creencias epistemológicas, historia de las matemáticas, falibilismo, absolutismo, constructivismo, tradicionalismo.

### Abstract

This research paper presents the result of a research process whose objective was to analyze and describe the epistemological beliefs that mathematics teachers have about mathematics, its teaching and their relation with their actual teaching practice. The case study methodology was used involving three teachers, each one of them with over ten years of experience, who conducted a short course about a historical tour of quadratic equations, which was aimed to challenge the epistemological beliefs of the participants and to promote reflections on the matter. In order to collect the information closed questionnaires were applied, semi-structured interviews were conducted and teachers presented a proposal for teaching quadratic equations incorporating the aspects studied in the course. The results evidenced that teachers have endeavored to build a coherent epistemology between mathematics and its teaching and learning, but difficulties do persist.

**Key Words:** epistemological beliefs, history of mathematics, fallibilism, absolutism, constructivism, traditionalism.

## Introducción

Actualmente existe gran preocupación por los bajos resultados obtenidos por los estudiantes latinoamericanos en pruebas internacionales de matemáticas, como el Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA, por sus siglas en inglés), o el Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS, por sus siglas en inglés). Específicamente en el caso colombiano, en PISA 2012, el país quedó ubicado dentro de los tres países con más bajo desempeño (ICFES, 2013) y en TIMSS 2007, dentro de los diez países también con más bajo desempeño (ICFES, 2010).

Diferentes estudios han demostrado que la calidad de los docentes influye significativamente

en el rendimiento de sus estudiantes (Yang, 2014). Específicamente en el informe de resultados TIMSS 2007, se señala que a mayor y mejor formación de los docentes, más altos son los puntajes obtenidos por sus estudiantes (ICFES, 2010), y una de las recomendaciones para Colombia con base en los resultados de PISA 2012 está referida a mejorar la calidad de los docentes (ICFES, 2013).

Cabe preguntarse, para el caso particular de la formación de docentes de matemáticas, ¿qué significa formar docentes de calidad? ¿Qué es útil que los futuros docentes aprendan? ¿Qué debería enseñarse?, entre otras. Al respecto, Hersh (1997) plantea que la pregunta no es

sobre qué matemáticas se debe enseñar sino sobre ¿cuál es la postura epistemológica que se tiene sobre qué son las matemáticas?, ya que esta afecta profundamente la práctica.

Diferentes investigadores afirman que existe una estrecha relación entre las creencias que tienen los docentes acerca de naturaleza de las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje (Thompson, 1984, 1992; Steiner, 1987; Pajares, 1992; Artz y Armour-Thomas, 1999; Cross, 2009, 2015; Penn, 2012). Estas conexiones pueden tener efectos positivos, pero también negativos, específicamente en la capacidad y disposición de los docentes para probar y desarrollar nuevos enfoques, para incorporar transformaciones en sus prácticas y para lograr que reformas curriculares tengan éxito (Steiner 1987; Pepin, 1999; Handal y Herrington, 2003; Cross, 2009, 2015; Pantziara, Karamanou y Philippou 2013). De otra parte, la literatura muestra que las creencias epistemológicas de los docentes de matemáticas acerca de las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje están altamente influenciadas por los conocimientos filosóficos e históricos que tengan sobre la matemática (Chassapis, 2007; White-Fredette 2009; Charalambous, Panaoura y Philippou, 2009).

Cross (2009) señala que muchas veces las creencias epistemológicas han sido formadas a través de modelos de enseñanza que han recibido incluso antes de realizar estudios formales en educación matemática y el cambio o su formación debe ser un proceso continuo de conciencia, confrontación y reflexión. Factores como el entorno escolar y las comunidades a las que pertenecen los docentes son importantes en la construcción y consolidación de sus creencias, por tanto, es importante que los docentes participen de experiencias que desafíen sus creencias epistemológicas sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje, y que esto redunde en que puedan ayudar a sus estudiantes a desarrollar significado y comprensión (MEN, 2006; Charalambous, Panaoura y Philippou, 2009; Cross, 2009).

En el caso colombiano, en los estándares básicos de competencias, se afirma que las matemáticas son consideradas “como un cuerpo de prácticas y de realizaciones conceptuales y lingüísticas que surgen ligadas a un contexto cultural e histórico concreto y que están en continua transformación y reconstrucción como otros cuerpos de prácticas y saberes” (MEN, 2006, p. 47). Y se declara que para lograr que los estudiantes sean matemáticamente competentes es necesaria la adopción de un modelo epistemológicamente coherente por parte de los docentes, para lo cual se requiere que, con base en las nuevas tendencias de la filosofía de las matemáticas, los docentes reflexionen, exploren y se apropien de supuestos sobre las matemáticas, como:

Las matemáticas son una actividad humana inserta en y condicionada por la cultura y por su historia en la cual se utilizan distintos recursos lingüísticos y expresivos para plantear y solucionar problemas (...). En la búsqueda de soluciones y respuestas a estos problemas surgen progresivamente técnicas, reglas y sus respectivas justificaciones, las cuales son socialmente decantadas y compartidas.

- Las matemáticas son también el resultado acumulado y sucesivamente reorganizado de la actividad de comunidades profesionales (p. 49).
- Sin embargo, para el caso colombiano, existe muy poca investigación acerca de las creencias epistemológicas de los docentes de matemáticas, y los resultados de los estudiantes parecen no estar en correspondencia con las posturas descritas y esperadas.

**Factores como el entorno escolar y las comunidades a las que pertenecen los docentes son importantes en la construcción y consolidación de sus creencias.**

## Preguntas de investigación

El recorrido anterior muestra que es necesario tener información sobre las creencias epistemológicas que tienen docentes de matemática acerca de la matemática y su enseñanza, la manera como se transforman y su influencia en la práctica docente.

En este estudio se busca dar respuesta a las siguientes preguntas de investigación:

¿Cuáles son las creencias epistemológicas que tienen docentes de matemáticas acerca de la matemática y su enseñanza, cómo se estructuraron y cómo se transforman al incorporar experiencias de aprendizaje basadas en la filosofía, la epistemología y la historia de la matemática?

¿Cuál es la influencia que tiene en la práctica de docentes de matemáticas sus creencias epistemológicas acerca de la matemática y su enseñanza?



## Marco referencial

La epistemología es una rama de la filosofía que se ocupa de la teoría del conocimiento. En el diccionario de filosofía de la Universidad de Stanford se señala que:

La epistemología es el estudio del conocimiento y de la creencia justificada. Como el estudio del conocimiento, la epistemología se ocupa de las siguientes cuestiones: ¿Cuáles son las condiciones suficientes y necesarias para el conocimiento? ¿Cuáles son sus fuentes? ¿Cuál es su estructura, y cuáles son sus límites? Como estudio de la creencia justificada, la epistemología tiene por objetivo responder preguntas tales como: ¿Cómo debemos entender el concepto de justificación? ¿Qué justifica las creencias justificadas? ¿Es la justificación interior o exterior a la mente del sujeto? (Steup, 2014).

El conocimiento como creencia justificada está referido a determinar las condiciones

necesarias y suficientes para que la creencia exista; la justificación tiene como papel central garantizar que la creencia no se deba al azar.

A partir del trabajo de Thompson (1992), Phillip (2007) define y distingue entre actitudes, creencias, sistemas de creencias y concepciones, entre otras. Se refiere a una actitud como una manera de actuar, sentir o pensar que muestra la disposición u opinión de la persona; pueden mostrar sentimientos positivos o negativos. Las creencias son premisas o proposiciones sobre el mundo que se piensa son verdaderas, son como lentes que afectan la forma de ver el mundo. El autor señala que son más cognitivas y difíciles de cambiar que las actitudes, y que, a diferencia de los conocimientos, no son consensuadas. Un sistema de creencias hace referencia a una manera de describir las creencias de una persona de manera organizada, generalmente alrededor de una idea o un objeto particular.

En investigaciones más recientes, las creencias epistemológicas han sido conceptualizadas de manera multidisciplinaria, ya que las personas tienen creencias diferentes sobre los distintos aspectos del conocimiento: de dónde proviene (fuente u origen); si es certero e inmutable o evoluciona (estabilidad); y, si es simple y aislado o complejo e integrado (estructura) (Buehl y Fives, 2009). Desde esta perspectiva se realizó el estudio.

De otra parte, las creencias epistemológicas que se tienen sobre la matemática están estrechamente relacionadas con la filosofía de la matemática que se considere. Existe una tendencia filosófica que tiene dos miradas epistemológicas sobre las matemáticas: el absolutismo o formalismo y el falibilismo (Lerman, 1990). En el primero, se considera que las matemáticas son absolutas, infalibles, incuestionables; se utiliza un lenguaje formal, no hay lugar al error; y o bien existen aparte en un mundo de ideas puras (platonismo) o en la mente del creador (neoplatonismo) y se descubren, o se crean a partir de sistemas lógico-deductivos (instrumentalistas o formalistas) (Ernest, 1991, 1998). Esta visión de la

matemática tiende a estar relacionada con un enfoque para la enseñanza que puede llamarse conductista o tradicional, centrado en el profesor que posee e imparte conocimiento que debe ser asimilado y en algoritmos que deben ser mecanizados, lo que, en muchos casos, dificulta orientar la enseñanza hacia la resolución de problemas, pues para ello se requiere un punto de vista de las matemáticas flexible y abierto (Steiner, 1987).

En el segundo, se considera que la matemática es un producto de la invención humana, falible, corregible, que comparte significados dentro de una comunidad (Davis, Hersh y Marchisotto, 2012; Hersh, 1997), y que los conceptos matemáticos no están fijados de manera permanente y pueden tener una historia de modificación a lo largo del tiempo (Lakatos, 1976). Esta postura está relacionada con un enfoque de la enseñanza que puede llamarse constructivista, que se centra en el estudiante, se basa en el uso de solución de problemas, se hace énfasis en el proceso y se incluyen aplicaciones del mundo real (White-Fredette, 2009/2010). El docente es un mediador para fomentar el aprendizaje del estudiante.

## Metodología

Se utilizó un enfoque cualitativo y una metodología de estudio de casos. Como señalan Sampieri, Fernández y Baptista (2014), este enfoque busca “comprender los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con su contexto” (p. 358).

## Participantes

Hicieron parte del estudio tres docentes en ejercicio con más de diez años de experiencia docente y vinculados a instituciones de educación básica y media del sector privado. Participaron de manera voluntaria y todos firmaron un consentimiento informado. Los

docentes se identifican para este estudio como John, Myriam y Francisco.

## Curso

Los docentes que participaron en este estudio tomaron un curso de corta duración denominado *Un recorrido histórico a través del estudio de la solución de ecuaciones cuadráticas en una variable*, el cual se desarrolló entre los meses de septiembre y noviembre de 2015, con cinco encuentros presenciales en total, cada uno de tres horas. Se buscaba, a través del recorrido histórico alrededor de las ecuaciones cuadráticas, analizar con los docentes los problemas epistemológicos y científicos

que tuvieron que enfrentar los matemáticos en las diferentes épocas en la búsqueda de soluciones de ecuaciones cuadráticas, y la importancia de la historia de las matemáticas para el desarrollo de la matemática y para el proceso de su enseñanza. Además, mediante este recorrido, se buscaba que los docentes reflexionaran acerca de las creencias que tienen sobre las matemáticas y su enseñanza.

En la primera sesión, se hizo un recorrido sobre la aparición de ecuaciones cuadráticas y soluciones propuestas en diferentes épocas por los babilonios, griegos y árabes. En la segunda, se analizó el trabajo de Leonardo de Pisa y otros matemáticos, y la dificultad que tenían para aceptar números que no cumplieran con la tradición griega<sup>1</sup>. Durante la tercera, se estudió la manera como avanzó el álgebra mediante la institucionalización de su simbolización y cómo eso permitió romper con la tradición griega. Se presentaron además los importantes y significativos avances de la matemática que siguieron y fueron posibles por la simbolización. Al finalizar la tercera sesión, se propuso a los participantes un taller para trabajar alrededor de una conjetura relacionada con la matemática elemental. En la cuarta sesión se estudió el surgimiento y crecimiento de la geometría analítica, gracias al desarrollo del álgebra, y cómo estos avances y otros, como el descubrimiento de las geometrías no euclidianas, llevaron a la necesidad de fundamentar la matemática. Se presentaron aspectos relevantes de las escuelas formalista, logicista e intuicionista. Al finalizar esta sesión los participantes socializaron su trabajo alrededor de la conjetura

propuesta y lo que algunos habían realizado con sus propios alumnos. Se hizo un debate sobre una lectura de Hersh acerca del anverso y el reverso de las matemáticas, la cual debían leer previamente los docentes, y se hizo una descripción de la propuesta de Lakatos en su libro *Pruebas y refutaciones*.

En la última sesión, los docentes debían socializar una propuesta, elaborada por ellos, sobre la manera de incorporar aspectos históricos en la enseñanza de la ecuación cuadrática en la educación media con énfasis en proponer a los estudiantes trabajar alrededor de conjeturas y/o solución de problemas. El trabajo independiente de los docentes estuvo orientado a la lectura del material preparado para el curso y su análisis para discusión luego en las sesiones presenciales.

### Instrumentos

Para la recolección de información se utilizaron cuestionarios cerrados, entrevistas semiestructuradas y la propuesta de aula.

Acorde con el marco referencial establecido, se diseñaron dos instrumentos cerrados para identificar posturas de tipo absolutista o falibilista sobre las creencias epistemológicas acerca de las matemáticas; y por otra parte, posturas tradicionales o constructivistas sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Para el diseño se tomaron como referentes instrumentos utilizados en diferentes investigaciones afines a esta (Walker, 2007; Penn, 2012) y se hizo un proceso de validación mediante juicio de expertos. Uno de los cuestionarios fue denominado “Creencias epistemológicas acerca de la matemática”, con un total de 29 afirmaciones de las cuales 10 están relacionadas con la fuente del conocimiento matemático, 13 con la estabilidad o certeza y 6 con la estructura (ver anexo 1). El otro cuestionario, que se denominó “Creencias acerca de la enseñanza de las matemáticas”, tiene un total de 20 afirmaciones (ver anexo 2).

1 En la tradición griega todo número real se tenía que poder representar como la magnitud de un segmento que además podía construirse con regla y compás. En este sentido, en esa época, no se aceptaban números negativos, ni números irracionales positivos que no se pudieran construir con regla y compás. Leonardo había encontrado este tipo de números como solución de ecuaciones.

Para cada una de las afirmaciones los participantes debían marcar en una escala Likert de 1 a 5 qué tanto se identificaban o estaban de acuerdo.

Con base en la información de los cuestionarios se realizaron entrevistas semiestructuradas a cada participante con el fin de indagar sobre la justificación y origen de las creencias señaladas. Los participantes respondieron los instrumentos al comienzo y al final del curso y presentaron igual número de entrevistas. También se hicieron preguntas relacionadas con el impacto de su formación de pregrado en la formación de sus creencias, la manera en que desarrollan una clase y, al finalizar, sobre la percepción del curso realizado.

Finalmente, las propuestas de aula presentadas por los docentes, al finalizar el curso, también hicieron parte de los instrumentos considerados para la recolección y análisis de información.

### **Análisis de la información**

Con los instrumentos cerrados se determinó en cada aplicación la postura epistemológica reportada por cada participante, si estaba claramente definida o la tendencia que pudo observarse. Para ello se hizo un análisis del número de afirmaciones de cada postura,



falibilista/absolutista o constructivista/tradicional, con las que cada participante se identificó. Para determinar los cambios de postura entre la primera y la segunda aplicación, teniendo en cuenta que los instrumentos cerrados tenían una escala de graduación de 1 a 5, se consideró que hubo un cambio significativo de creencia si el valor absoluto de la diferencia entre los valores marcados era igual o mayor a dos.

Las entrevistas fueron transcritas y se utilizaron en la descripción del perfil de cada participante para señalar los argumentos dados acerca de sus creencias epistemológicas o de los cambios señalados entre una y otra aplicación, y para contrastar la influencia de las creencias reportadas con la propuesta de aula presentada, la cual se analiza y se describe para cada docente.

## **Resultados**

### **Posturas epistemológicas sobre la matemática y su enseñanza**

A partir de los instrumentos cerrados se identificó que John, Myriam y Francisco tenían posturas de tipo falibilista frente a las matemáticas, y de tipo constructivista frente a su enseñanza. Al finalizar el curso, las posturas se mantuvieron, con algunos cambios importantes, especialmente en John, que permiten ver que avanzó en la consolidación de sus creencias.

### **Estructuración de las creencias**

John, Myriam y Francisco expresaron que su formación en el pregrado y su experiencia docente han sido los aspectos que les han aportado para la formación de sus creencias actuales. Para los tres fue positivo e importante el haber recibido en el pregrado una formación matemática rigurosa, de corte formalista. Pero, al mismo tiempo, señalaron las dificultades que han tenido que superar para su ejercicio docente, pues al comienzo

esas creencias fueron un obstáculo, en lugar de un apoyo, para su trabajo de aula. Esto lo señaló especialmente John, quien afirmó que al iniciar su proceso de práctica, quiso hacerlo al estilo formalista y se dio cuenta que no era pertinente, y fueron los docentes de corte pedagógico y didáctico quienes lo orientaron.

### Propuesta de aula

Las propuestas presentadas por los docentes para la enseñanza de la ecuación cuadrática incorporando aspectos vistos en el curso fueron variadas. A continuación se hace una descripción general y se contrasta con algunos elementos señalados por los docentes que consideran importantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

John señaló que siempre ese tema lo empujaba dando la forma general que tiene ese tipo de ecuaciones, con énfasis en procesos algorítmicos, y que solo hacía algunas aplicaciones al finalizar el tema. En contraste, presentó una situación problema abierta para que, con uso de material didáctico, los estudiantes pudieran trabajar y proponer alternativas. John propone trabajar alrededor de un problema como “un albañil tiene este tipo de baldosas y va a enchapar una pared y la pared es cuadrada”; el tipo de baldosas se asocia con el material didáctico, piezas de forma rectangular y cuadrada de dimensiones desconocidas. A través de diferentes preguntas se espera que los estudiantes encuentren expresiones algebraicas

equivalentes al tiempo que ven aplicaciones a la vida cotidiana. Adicionalmente, John manifestó presión por cumplir con lo establecido en el currículo y con lo propuesto en el libro de texto que está obligado a llevar, en el cual se presentan los conceptos de manera teórica, luego se plantean ejercicios de rutina y finalmente aplicaciones, señalando que esto dificulta el trabajo en el aula con énfasis en la solución de problemas.

Por su parte, Myriam, aunque afirmó que espera que los estudiantes aprendan a razonar, considera importante que sepan conceptos para que los usen como herramientas al resolver diferentes situaciones, y argumentó de manera sólida y con claridad su postura constructivista frente a la enseñanza y aprendizaje de la matemática, presentó una clase esencialmente tradicional para la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas. En su propuesta, el docente tiene el papel de ser el dueño del conocimiento y el estudiante el receptor del mismo. Intentó realizar un diálogo al estilo de Lakatos, pero lo que se muestra a través del mismo es un estudiante siguiendo instrucciones de tipo algorítmico para resolver una ecuación, muy diferente a lo propuesto por Lakatos. El docente propone usar el método babilónico para resolver el problema “Sumé la longitud y el ancho (de un rectángulo) y obtuve  $6\frac{1}{2}$ . Multipliqué la longitud por el ancho y obtuve el área  $7\frac{1}{2}$ . ¿Cuál es la longitud y cuál es el ancho?”. En la Figura 1 se muestra una parte del diálogo propuesto tal cual como lo presentó el docente.

<p><b>Los Babilonios</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Profesor. Les voy a dar las instrucciones al estilo de como lo hacía un escriba de la época para resolver la situación:</li> <li>• Alumno: Listo profesor estoy dispuesto a seguir sus instrucciones.</li> <li>• Profesor: Tome la mitad de <math>6\frac{1}{2}</math>, qué obtienes?</li> <li>• Alumno: profe, no recuerdo exactamente cómo hacerlo.</li> </ul>	<p><b>Los Babilonios</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Profesor. Listo entonces, toma el número mixto y conviértelo a una fracción impropia.</li> <li>• Alumno: ahhh, de eso si me acuerdo. Tomo el número entero y lo multiplico por el denominador de la fracción, luego sumo el numerador y el resultado es <math>6 \times 2 + 1 = 13</math>. Luego la fracción está compuesta por este resultado que será el numerador de la fracción impropia y el denominador será 2, así me queda <math>13/2</math>.</li> </ul>	<p><b>Proceso Babilonio</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Profesor. Muy bien!!!!, veo que has aprendido a manejar fracciones. Ahora divide esa fracción en dos</li> <li>• Alumno: Como así profe, dividir una fracción en la mitad?</li> <li>• Profesor: Acuérdate de la operación división de números fraccionarios y no es en la mitad, es en dos.</li> </ul>
---	---	--

Figura 1. Ejemplo diálogo presentado por Myriam



Francisco propuso cuatro actividades, cada una diseñada para un grado diferente, centradas en buscar que el estudiante pudiera descubrir y el docente fuera un mediador que a través de preguntas va orientando la actividad.

Una de las actividades tenía como objetivo que los estudiantes comprendieran, a través del uso de la geometría, que las expresiones  $(x + a)(x - a)$  y  $x^2 - a^2$  son equivalentes y para ello Francisco propuso el problema siguiente. “Supongamos que Juan ofrece a Martín cambiarle un lote cuadrado por un lote rectangular. El largo del lote cuadrado es  $a$  metros mayor que la longitud del lado del lote del cuadrado, y el ancho es  $a$  metros menor. ¿Es justo este cambio? Si no lo es, ¿quién perdería y cuánto?”

Para Francisco, el éxito para lograr que los estudiantes trabajen y puedan descubrir matemática por cuenta propia está en “el arte de hacer preguntas”.

## Discusión y análisis de los resultados

En este estudio se plantearon dos preguntas de investigación, la primera de las cuales es: ¿cuáles son las creencias epistemológicas que tienen docentes de matemáticas acerca de la matemática y su enseñanza, cómo se estructuraron y cómo se transforman al incorporar experiencias de aprendizaje basadas en la filosofía, la epistemología y la historia de las matemáticas? Para dar respuesta se utilizaron los instrumentos cerrados y las entrevistas.

Se pudo determinar que los docentes participantes reportan posturas definidas y coherentes entre sí. John, Myriam y Francisco se identificaron, desde el comienzo, con una postura falibilista acerca de las matemáticas y constructivista frente a su enseñanza, la cual mantuvieron hasta el final del curso, con algunos cambios que las ratifican, especialmente en el caso de John.

Se infiere que, por su fuerte formación formalista en el pregrado, John, Myriam y Francisco

## Impacto del curso

Los docentes que participaron en el estudio destacaron la importancia de trabajar de manera profunda un tema de la matemática escolar desde la historia de las matemáticas. También hicieron referencia al impacto generado por el estudio de la obra de Lakatos y los aportes de Davis y Hersh, especialmente con su reflexión acerca del anverso y el reverso de las matemáticas. John argumentó que el curso le permitió reflexionar sobre la importancia de dejar a los estudiantes llegar al conocimiento matemático por su propia cuenta en lugar de presentarlo ya terminado, para que simplemente sea memorizado y usado de manera mecánica sin desarrollar su pensamiento matemático.

inicialmente tenían creencias orientadas a esa postura, pero que, especialmente su experiencia docente, y de alguna manera, por participar continuamente en diferentes eventos de matemática y educación matemática, han ido transformándola, pero todavía no se articula de manera coherente con el trabajo de aula. Este hallazgo ratifica lo señalado por Sfard, citada por White-Fredette (2009/2010), acerca de que los matemáticos puros hacen parte del paradigma absolutista, los investigadores en educación matemática del falibilista, y los docentes de matemáticas de educación básica y media están atrapados en el medio, con una mayor tendencia al formalismo.

De otra parte, aunque a lo largo del curso no hubo cambios de postura, sí se presentaron cambios en algunas de las afirmaciones que ratifican las posturas de tipo falibilista/constructivista de los participantes, especialmente en el caso de John. Al finalizar el curso, John

hizo énfasis en la importancia de permitir a los estudiantes llegar al conocimiento matemático por su propia cuenta en lugar de presentarlo ya terminado, para que simplemente sea memorizado y usado de manera mecánica.

Se pudo evidenciar que el incorporar experiencias de aprendizaje basadas en la filosofía, la epistemología y la historia de las matemáticas, en las cuales se generan espacios implícitos, pero especialmente explícitos para que los docentes reflexionen sobre sus creencias epistemológicas acerca de la matemática, su enseñanza y aprendizaje, ayuda a la consolidación de las mismas (Flores, 1995; Cooney, Shealy y Arvold, 1998; Charalambous, Panaoura y Philippou, 2009; White-Fredette, 2009).

La segunda pregunta de investigación planteada fue: ¿cuál es la influencia que tiene en la práctica de docentes de matemáticas sus creencias epistemológicas acerca de la matemática y su enseñanza? Los resultados observados con los tres docentes muestran que, a pesar de haber señalado a través de los instrumentos cerrados posturas aparentemente claras y alineadas frente a la matemática y su enseñanza, persisten algunas contradicciones y dificultades para romper con posturas formadas durante los estudios universitarios, y probablemente desde antes, y avanzar en una verdadera articulación de sus creencias, que

se refleje de manera efectiva en su ejercicio docente.

Por ejemplo, John, en su propuesta para la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas, señaló que antes de tomar el curso siempre empezaba presentando la forma general que tiene ese tipo de ecuaciones, con énfasis en procesos algorítmicos, y que solo hacía algunas aplicaciones al finalizar el tema. En contraste, presentó una situación problema abierta para que, con uso de material didáctico, los estudiantes pudieran trabajar y proponer alternativas. Hizo hincapié, al finalizar el curso, que estaba convencido de que puede trabajar la matemática a partir de la solución de problemas. Sin embargo, John manifestó presión por parte de la institución educativa por cumplir con lo establecido en el currículo y con lo propuesto en el libro de texto que está obligado a llevar.

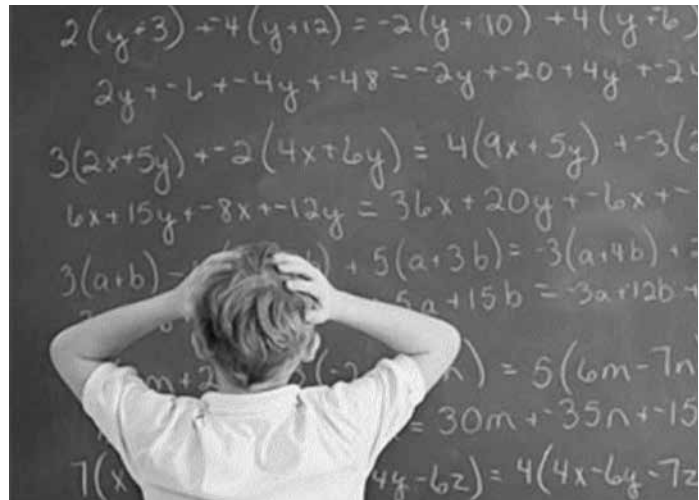
Por su parte, Myriam, aunque argumentó de manera sólida y con claridad su postura constructivista frente a la enseñanza y aprendizaje de la matemática, hizo una propuesta esencialmente tradicional para la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas. A pesar de intentar realizar un diálogo al estilo de Lakatos, lo que se muestra a través del mismo es un estudiante siguiendo instrucciones de tipo algorítmico para resolver una ecuación dada por su docente, quien tiene el conocimiento; esto es muy diferente a lo propuesto por Lakatos. Solamente Francisco evidencia una articulación entre las creencias señaladas en los instrumentos y su práctica docente, tal como él la describe, y es reflejada en su propuesta para la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas.

Estas situaciones evidencian que a pesar del esfuerzo que han realizado los docentes en servicio por construir una epistemología coherente entre la matemática y su enseñanza, persisten serias dificultades para lograrlo, y se infiere que en gran parte se debe a la manera en que en los programas de formación fueron presentadas. También es probable que en

**Se evidencia que a pesar del esfuerzo que han realizado los docentes en servicio por construir una epistemología coherente entre la matemática y su enseñanza, persisten serias dificultades para lograrlo, y se infiere que en gran parte se debe a la manera en que en los programas de formación fueron presentados.**

algunos casos esto se presente por la preocupación que señalaron los docentes sobre cumplir con el currículo establecido, como el caso de John, y por la necesidad de responder a diferentes estándares y pruebas nacionales e internacionales, como el caso de Myriam. Esto se correlaciona con hallazgos similares en otras investigaciones, en las que además se hace énfasis en el impacto que tiene el contexto en la formación de creencias (Raymond, 1997; Stipek, Givvin, Salmon y MacGyvers, 2001; Skott, 2009; Sztajn, 2003).

También es probable, como lo muestran varias investigaciones, que las reformas curriculares, orientadas actualmente en la educación matemática hacia el aprendizaje constructivista, no tendrán éxito si no se consideran las creencias de los docentes, entre otros aspectos (Handal y Herrington, 2003; Pantziara, Karamanou y Philippou, 2013). En el caso de Colombia, la reforma más reciente fue presentada por el



Ministerio de Educación Nacional a través de la formulación de estándares de competencias a comienzos del siglo XXI. Sin embargo, los resultados de diferentes pruebas muestran que se ha logrado muy poco en relación con lo propuesto.

## Conclusiones

Este estudio, desde la perspectiva de los tres participantes, permitió conocer las creencias epistemológicas acerca de la matemática, su enseñanza y aprendizaje que tienen docentes de matemáticas, así como su influencia en la práctica. Se pudieron identificar aspectos sobre la manera en que se han ido estructurando las creencias señaladas. Los docentes señalaron especialmente su formación de corte formalista en su pregrado y su amplia experiencia docente. Al respecto, se identificó una dualidad en los docentes, a saber, la diferencia que establecen entre la matemática como disciplina científica y la matemática escolar: indicaron que sus creencias epistemológicas sobre la matemática, formadas durante sus estudios de pregrado y de corte formalista, no tienen relación con su trabajo de aula, ni con sus creencias sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática, pero se pudo evidenciar que sí existe un vínculo importante. El curso diseñado para la investigación con énfasis en

aspectos históricos, filosóficos y epistemológicos permitió a los docentes reflexionar de manera explícita sobre sus creencias y su impacto en su ejercicio docente.

Este estudio deja abiertas las puertas a más y nuevas investigaciones sobre las creencias epistemológicas de los docentes, la manera cómo los programas de formación ayudan en su formación y consolidación, así como maneras de articular la matemática como disciplina científica con la matemática escolar.

## Limitaciones

Como se describió, este estudio es de carácter cualitativo y se realizó mediante un estudio de caso, en el cual participaron tres docentes pertenecientes a instituciones privadas, por lo tanto se requiere mayor investigación; las afirmaciones aquí expresadas no pretenden establecer generalizaciones.

## Referencias

- Artz, A., & Armour-Thomas, E. (1999). "A cognitive model for examining teachers' instructional practice in mathematics: A guide for facilitating teacher reflection". *Educational Studies in Mathematics*, 40, 211–235.
- Buehl, M. & Fives, H. (2009). "Exploring Teachers' Beliefs About Teaching Knowledge: Where Does It Come From? Does It Change?". *The Journal of Experimental Education*, 77(4), 367-408, DOI: 10.3200/JEXE.77.4.367-408.
- Charalambous, C., Panaoura, A., & Philippou, G. (2009). "Using the history of mathematics to induce changes in preservice teachers' beliefs and attitudes: insights from evaluating a teacher education program". *Educational Studies in Mathematics*, 71, 161–180. DOI: 10.1007/s10649-008-9170-0.
- Chassapis, D. (2007). "Integrating the philosophy of mathematics in teacher training courses". *Philosophical Dimensions in Mathematics Education*, 61-79. Springer US.
- Cooney, T., Shealy, B. & Arvola, B. (1998). "Conceptualizing belief structures of preservice secondary mathematics teachers". *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(3), 306-333.
- Cross, D. (2009). "Alignment, cohesion, and change: Examining mathematics teachers' belief structures and their influence on instructional practices". *Journal of Mathematics Teacher Education*, 12, 325–346. DOI 10.1007/s10857-009-9120-5.
- Cross, D. (2015). "Dispelling the notion of inconsistencies in teachers' mathematics beliefs and practices: A 3-year case study". *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18, 173–201. DOI 10.1007/s10857-014-9276-5.
- Davis, P., Hersh, R. & Marchisotto, E. (2012). *The Mathematical Experience*. Boston: Birkhäuser.
- Ernest, P. (1991). *Philosophy of mathematics education*. New York: Falmer.
- Ernest, P. (1998). *Social constructivism as a philosophy of mathematics*. Albany, NY: State University of New York Press.
- Flores, P. (1995). *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Evolución durante las prácticas de enseñanza* (tesis doctoral). Universidad de Granada, Granada.
- Handal, B. & Herrington, A. (2003). "Mathematics teachers' beliefs and curriculum reform". *Mathematics Education Research Journal*, 15(1), 59-69.
- Hersh, R. (1997). *What is mathematics really?* New York: Oxford University Press.
- ICFES (2010). *Resultados de Colombia en TIMSS 2007. Resumen ejecutivo*. Bogotá: ICFES.
- ICFES (2013). *Colombia en pisa 2012. Informe nacional de resultados. Resumen ejecutivo*. ICFES. Bogotá: ICFES.
- Lakatos, I. (1976). *Proofs and refutations: The logic of mathematical discovery*. New York: Cambridge University Press.
- Lerman, S. (1990). "Alternative perspective of the nature of mathematics". *British Educational Research Journal*, 16, 53–61.
- Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares básicos de competencias*. Bogotá: Magisterio.
- Pajares, M. F. (1992). "Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct". *Review of Educational Research*, 62(3), 307-333.
- Pantziara, M., Karamanou, M., & Philippou, G. (2013). Teachers' beliefs and knowledge related to the cyprus mathematics curriculum reform. En F. Arzarello (Presidencia), Eighth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8). En Manavgat-Side, Antalya – Turkey.

- Penn, A. (2012). *The Alignment of Preservice Elementary School Teachers' Beliefs concerning Mathematics and Mathematics Teaching* (Tesis de maestría). Queen's University, Kingston, Ontario, Canada.
- Pepin, B. (1999). *Epistemologies, beliefs and conceptions of mathematics teaching and learning: The theory, and what is manifested in mathematics teachers' work in England, France and Germany*. TNTEE Publications, 2(1), 127-146.
- Phillipp, R. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affects. En F. Lester (Ed.). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 257-315). Charlotte, NC: Information Age Publishing y NCTM.
- Raymond, A. (1997). "Inconsistencies between a beginning elementary teacher's mathematics beliefs and teaching practice". *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 550-576.
- Sampieri, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. Sexta edición. México: Mac Graw Hill.
- Skott, J. (2009). "Contextualising the notion of 'belief enactment'". *Journal of Mathematics Teacher Education*, 12(1), 27-46.
- Steiner, H. (1987). "Philosophical and epistemological aspects of mathematics and their interaction with theory and practice in mathematics education". *Learning of Mathematics* 7(1), 7-13.
- Steup, M. (2014). "Epistemology, The Stanford Encyclopedia of Philosophy" [En línea], disponible en <http://plato.stanford.edu/archives/spr2014/entries/epistemology/>, Recuperado el 4 de noviembre de 2014.
- Stipek, D., Givvin, K., Salmon, J. & MacGyvers, V. (2001). "Teachers' beliefs and practices related to mathematics instruction". *Teaching and Teacher Education*, 17 (2), 213 - 226.
- Sztajn, P. (2003). "Adapting reform ideas in different mathematics classrooms: Beliefs beyond mathematics". *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6, 53-75.
- Thompson, A. (1984). "The relationship of teachers' conceptions of mathematics teaching to instructional practice". *Educational Studies in Mathematics*, 15, 105-127.
- Thompson, A. (1992). "Teacher's beliefs and conceptions: a synthesis of the research". Grouws, D.A., (Ed.), *Handbook on mathematics teaching and learning*, 127-146. New York: Macmillan.
- Walker, D. (2007). *The development and construct validation of epistemological beliefs survey for mathematics*, (Tesis doctoral). Oklahoma State University, E.U.A.
- White-Fredette, K. (2009). What is Mathematics? An Exploration of Teachers' Philosophies of Mathematics during a Time of Curriculum Reform.
- White-Fredette, K. (2009/2010). "Why Not Philosophy? Problematizing the Philosophy of Mathematics in a Time of Curriculum Reform". *The Mathematics Educator*, 19(2), pp. 21-31.
- Yang, X. (2014). *Conception and Characteristics of Expert Mathematics Teachers in China*. Berlin: Springer.

## Anexo 1. Cuestionario Creencias epistemológicas acerca de la matemática

### Fuente

- F1. La matemática es una creación de la mente humana
- F2. La matemática está por ahí, en el universo, esperando a ser descubierta
- F3. La matemática se construye a partir de la experiencia humana
- F4. La matemática consiste, en su mayoría, de hechos y procedimientos que se tienen que aprender y/o ser aceptados como verdaderos
- F5. Cualquier persona puede crear o descubrir hechos matemáticos por su propia cuenta
- F6. Sólo los matemáticos pueden hacer nueva matemática
- F7. En matemática algo es verdadero solamente si se demuestra rigurosamente por medio del uso de la lógica y el razonamiento
- F8. Las teorías matemáticas son en gran parte producto de la creatividad
- F9. Los problemas son menos importantes que los teoremas
- F10. La matemática es una ciencia formal y exacta, no hay lugar para la conjetura

### Estabilidad (certeza)

- C1. Cada día se inventa nueva y mucha matemática
- C2. El conocimiento matemático es falible y corregible, como cualquier ciencia humana
- C3. El conocimiento matemático es cierto, objetivo e incuestionable

- C4. En matemáticas, las respuestas son correctas o incorrectas
- C5. Los procedimientos y reglas matemáticas no cambian
- C6. Los resultados de los problemas de matemáticas son siempre predecibles
- C7. Es posible inventar problemas matemáticos que no tienen solución
- C8. La matemática está en continua evolución
- C9. La matemática ha evolucionado a través de la historia
- C10. La mayor parte de lo que es verdad en las matemáticas ya se conoce
- C11. Acerca de toda la matemática actual no se puede tener total certeza
- C12. En matemáticas las respuestas a las preguntas pueden cambiar a medida que se tiene más información
- C13. Puede haber muchas formas diferentes de resolver un problema matemático

### Estructura

- E1. Hacer matemáticas es una actividad solitaria
- E2. La matemática es una ciencia formal y exacta, no hay lugar para la contradicción
- E3. Las matemáticas son un conjunto de reglas, fórmulas, hechos y procedimientos
- E4. El conocimiento matemático es absolutamente cierto, incuestionable y objetivo
- E5. Hacer matemáticas es una actividad que genera nuevo conocimiento
- E6. Para entender las matemáticas es importante relacionarlas con la vida real

## Anexo 2. Cuestionario Creencias acerca de la enseñanza de las matemáticas

---

1. Cualquier persona puede aprender matemáticas
2. Para aprender matemáticas se requiere de habilidades especiales hacia la matemática
3. Los estudiantes pueden ser creativos y descubrir hechos matemáticos por su propia cuenta
4. El docente de matemáticas es el responsable de transmitir el conocimiento matemático a sus estudiantes
5. Los estudiantes pueden resolver problemas de manera creativa aun cuando no tengan muchos conocimientos matemáticos
6. El éxito del aprendizaje de las matemáticas está en la repetición de procedimientos
7. En el aprendizaje de las matemáticas es fundamental la memorización de conceptos
8. Los errores en la clase de matemáticas son importantes y una fuente de nuevo aprendizaje, por lo cual se deben discutir en clase
9. Los errores de los estudiantes se deben discutir en la clase como ejemplo de lo que no se debe hacer
10. Los temas de la matemática escolar están claramente establecidos y son estables en el tiempo
11. Lo que es más importante en la solución de un problema es la respuesta no las ideas que pueda tener el estudiante sobre cómo encontrarla
12. En la clase de matemáticas es importante que se muestre a los estudiantes problemas sin solución así como diferentes formas de ver y resolver un mismo problema
13. Los problemas matemáticos deben tener una respuesta exacta para que el estudiante pueda saber si está trabajando correctamente
14. La clase es una comunidad de aprendizaje donde docentes y estudiantes interactúan para construir y validar conocimiento matemático
15. Los estudiantes deben aprender y reconocer que la matemática es una ciencia formal y exacta
16. Es importante proponer a los estudiantes situaciones o problemas que les permita generar y probar nuevas teorías
17. El trabajo en solución de problemas retadores es una buena fuente para mostrar que cualquier persona puede hacer matemáticas
18. Cuando un estudiante resuelve problemas lo importante es que sepa qué conceptos y procedimientos debe utilizar
19. Los estudiantes se confunden si se les muestra más de una forma de resolver un mismo problema
20. En la clase de matemáticas, el profesor debe saber la respuesta a cualquier pregunta de los estudiantes