

# Aproximación a la simetría Axial mediante el programa GeoGebra

**Angélica Buitrago**

dma\_abuitrago591@pedagogica.edu.co

Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)

**Gina Ortegón**

dma\_gortegon579@pedagogica.edu.co

Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)

**Edwar Panqueba**

dma\_epanqueba127@pedagogica.edu.co

Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)

## Resumen

Esta experiencia de aula se llevó a cabo con ayuda de las TIC y analizada bajo la mirada de algunos elementos de la teoría de situaciones didácticas definidas por Guy Brousseau. El medio utilizado fue un applet en Geogebra y una guía de siete tareas, con las que se pretendía que estudiantes de grado sexto, de un colegio distrital de Bogotá, pudiesen construir por medio de la exploración y las tareas propuestas algunas características propias de la simetría axial.

**Palabras clave:** Situación Didáctica, Situación a- didáctica, Simetría, Medio.

## 1. Introducción

Proponer actividades al interior de la clase de matemáticas, en donde los protagonistas de su propio aprendizaje son los estudiantes, ha sido un tema de gran interés investigativo en el campo de la educación matemática. Un

estudio general sobre la teoría de situaciones didácticas (TSD) propuesta por Guy Brousseau, se realizó durante el seminario denominado Didáctica de las Matemáticas, orientado a estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional durante el primer semestre del año 2016.

En la pequeña revisión que se llevó a cabo de esta teoría, además de la revisión al trabajo de grado realizado por Monroy & Rueda (2009), se encontró una apuesta teórica que, al criterio de los autores de la presente experiencia, permitiría eventualmente diseñar e implementar actividades buscando que los estudiantes construyan su propio conocimiento (Monroy & Rueda, 2009, p. 177). Basados en este marco teórico y junto con una de las tareas allí propuestas, se implementó al interior del aula con estudiantes de grado sexto, una situación a-didáctica para la enseñanza de la simetría axial, en la que se utiliza el software GeoGebra como el medio en el que los estudiantes interactúan para elaborar sus conocimientos emergentes, a partir de estas interacciones.

En este artículo se presentan algunos detalles de la aplicación de esta actividad, además de los elementos teóricos y la metodología empleada para la puesta en práctica. Finalmente se presentan algunas de las evidencias encontradas luego de la aplicación, y unas conclusiones, sujetas al alcance de los objetivos propuestos sobre la implementación de la actividad.

## 2. Referente conceptual

A continuación, se presentan aspectos conceptuales que se involucraron en la experiencia:

Simetría Axial: Dada una recta  $m$ , se llama simetría axial de eje  $m$  al movimiento que transforma un punto  $P$  en otro  $P'$  verificando que: el segmento  $PP'$  es perpendicular a  $m$  y los puntos  $P$  y  $P'$  equidistan de  $m$ ; es decir el eje  $m$  es la mediatriz del segmento  $PP'$ .

Como la actividad está diseñada bajo la TSD, intervienen tres elementos fundamentales: **alumno** (sujeto que tiene la responsabilidad de aprender), **profesor** (encargado de planificar la situación y construir el medio en el que se desarrollara la actividad) y **medio** (conjunto de condiciones externas en las que se desarrolla el individuo).

Situación Didáctica: Es una situación construida por el docente intencionalmente con el fin de hacer adquirir a los alumnos un saber determinado; esta se planifica con base en actividades problematizadoras, cuya necesidad de ser resueltas o abordadas implica la emergencia del conocimiento matemático.

Situación A-didáctica: Se caracteriza por el trabajo que realiza el alumno, interactuando con el problema propuesto, o bien discutiendo con sus compañeros acerca de este, es decir, interactúa con el medio preparado por su mentor. En este tipo de situaciones a-didácticas interesa observar “cómo se las arregla” el estudiante ante el problema que le demanda el maestro.

La TSD clasifica las situaciones didácticas, en distintos "momentos" para la aprehensión de un conocimiento: una situación es de **Acción** cuando lo que requiere de los estudiantes, es que actúe sobre el medio solamente con sus conocimientos implícitos. Lo propio de las situaciones de **Formulación**, el estudiante formula un mensaje que debe ser comprendido por otro estudiante para actuar sobre el medio. Las situaciones de **Validación** requieren necesariamente no solo la formulación sino también la validación de juicios que hacen los estudiantes.

### 3. Descripción de la experiencia

Esta experiencia de aula se realizó el día 19 de mayo de 2016 de 10:30 am a 12:10 am en el Colegio Manuela Beltrán de Bogotá a estudiantes de sexto grado, para lo cual se utilizó y formuló un *medio* como lo define Brousseau, el cual consistía en:

El applet de GeoGebra en el que aparecían 6 huevitos (3 azules y 3 naranjas) y un canasto. Los huevos azules son simétricos a las naranjas mediante un eje horizontal que se encuentra oculto. Los estudiantes pueden mover los huevos naranjas pero los azules no.

Un cuestionario en el que se especificaba siete tareas y las instrucciones a desarrollar en el applet, estas instrucciones fueron:

## Descripción de la situación problema:

Don Luis llevaba para su negocio 6 huevos al interior de un canasto. Sin embargo, tropezó con una piedra en el camino y la canasta cayó al suelo, junto con los huevos que se salieron de su interior. Por fortuna, ninguno de los huevos resultó roto.

**¡Ayuda a don Luis a recoger los huevos que están regados en el suelo!**

### Instrucciones:

Con ayuda de la herramienta *Elige y mueve*:

1. Selecciona cada uno de los huevos de color naranja y llévalos hasta el canasto. ¿Fue posible realizar esta tarea?, ¿qué acontecimiento extraño sucedió al tratar de recoger los huevos?
2. Selecciona cada uno de los huevos de color azul e introdúcelos en el canasto. ¿Fue posible realizar esta tarea?, de no ser posible, ¿qué estrategia utilizarías para lograrlo? ¿Cuáles son las posiciones de los huevos de color naranja, después de introducir los azules en el canasto?
3. Lleva todos los huevos al interior del canasto. ¿Es posible realizar esta tarea? ¿Por qué?
4. Arrastra el canasto a cualquiera posición de la pantalla donde sea posible que todos los huevos queden en su interior. Describe brevemente los pasos que realizaron para lograrlo.
5. Mueve la canasta a otro lugar de la pantalla diferente al lugar del ítem anterior, de tal manera que los huevos sigan quedando en su interior. Describe brevemente los pasos que realizaron para lograrlo.
6. Toma los dos canastos que están a la derecha y encuentra donde debes ponerlos para que todos los huevitos puedan estar dentro de cualquiera de ellos. Explica brevemente tu respuesta.
7. Si hubiese más canastos, ¿en qué lugar los pondrías para que los huevitos puedan estar dentro de cualquiera de ellos? Explica brevemente tu respuesta.

Durante el desarrollo de esta actividad el docente intervino, de ser necesario, únicamente para explicar las tareas y para incentivar la formulación de conjeturas. Con esta actividad se pretendió evidenciar los tres momentos de las *situaciones a-didácticas*.

Acción: Tareas 1, 2, 4 y 5, los estudiantes manipularon y exploraron el applet y el conocimiento surgió de su exploración. En las tareas 4 y 5 se pretendía que notaran la siguiente propiedad: “Dos figuras simétricas se intersecan en el eje de simetría”.

**Tarea 1:** Se esperaba que los estudiantes puedan arrastrar los huevos naranjas y seguramente notarán que los azules también se movían.

**Tarea 2:** Los estudiantes intentarán arrastrar los huevos azules, pero cuando notan que no es posible, recurrirán a mover los huevos naranjas, entonces podrán llevarlos al canasto. También puede verse como una situación de formulación, porque se pedía a los estudiantes que escribieran como lograron conseguir que los huevitos azules entraran al canasto

**Tarea 4:** Se esperaba que los estudiantes notaran que los huevitos se acercan mucho en un punto en particular (Eje de simetría) y así podían asegurar que el canasto debe estar en ese punto.

**Tarea 5.** El objetivo fue que los estudiantes notaran que este punto no era único, que los huevitos se acercan o se superponían en varios lugares (sobre el eje de simetría).

Formulación: en las tareas 3 y 6, los estudiantes empezaron a tener ciertas ideas y formularon algunas conjeturas referentes a la ubicación del eje de simetría.

**Tarea 3:** Al emplear el arrastre se esperaba que los estudiantes notaran que esta tarea no era posible, porque si se colocan los naranjas en el canasto los azules se salen y viceversa.

**Tarea 6:** Se esperaba que los estudiantes notaran que los tres canastos deben estar sobre una misma recta para que los huevitos naranjas y su simétrico están dentro de cada uno de ellos.

Validación: En la tarea 7, se esperaba que los estudiantes comprobaran su conjetura, por medio de arrastre.

## 4. Reflexiones y conclusiones

Puesto que es una teoría tan compleja, está más que claro que en una sola clase de aplicación no se podrán evidenciar muchas cosas, pero, aun así, con base en algunas de las respuestas de los estudiantes en las diferentes tareas se pudo evidenciar que ellos notaron varias de las características de la simetría axial. Dado que algunas de sus respuestas en las diferentes tareas así lo demuestran:



Figura 1. Estudiantes en la fase de acción con el software Geogebra (Tareas 1 y 2).



Figura 2. Estudiantes en la fase de acción con el software Geogebra (Tareas 4 y 5).

Como se puede apreciar en las imágenes, los estudiantes interactúan con el software Geogebra y el applet que recrea la situación planteada, utilizando la herramienta arrastre para seguir la instrucción dada en la guía de trabajo.

 A photograph of a student's handwritten response on lined paper. The text is written in Spanish and describes an observation about moving colored eggs in a simulation.
 

Quando intentas de mover un huevo de color naranja  
un huevo azul se mueve con el como un espejo.  
SI Fue posible realizar esta tarea.

Figura 3. Respuesta de estudiantes en la tarea 1

Los estudiantes lograron notar que, al mover el huevo de color naranja, se mueve su correspondiente huevo azul, y trataron de caracterizar este movimiento a partir de un efecto espejo entre las dos figuras. Según sus declaraciones escritas, logran llevar los huevos de color naranja hasta el lugar indicado, tal como se esperaba.

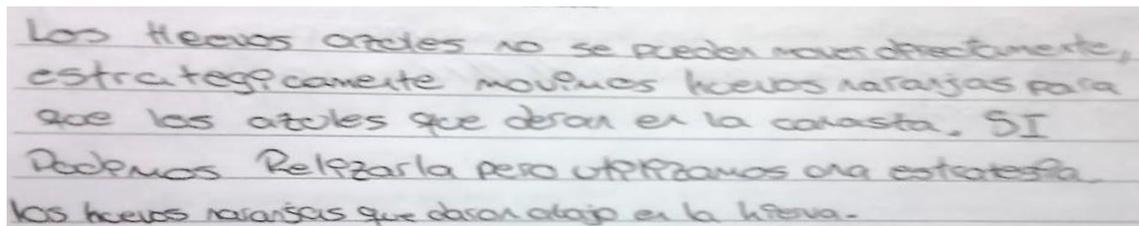


Figura 4. Respuesta de estudiantes en la tarea 2

Los estudiantes fueron conscientes de que los huevos azules no se podían mover directamente, pero recuerdan que estos ya se habían movido cuando arrastraron los naranjas. Así es como desarrollan estratégicamente, según sus declaraciones, la tarea de llevar los huevos azules al canasto a partir del arrastre de los huevos naranja.

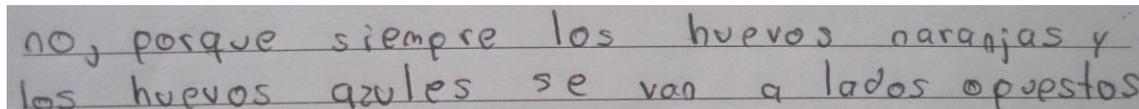


Figura 5. Respuesta de estudiantes en la tarea 3

Los estudiantes no lograron realizar la tarea de llevar los huevos al canasto, justificando su respuesta en el movimiento contrario que presentan los huevos naranjas y sus correspondientes azules.

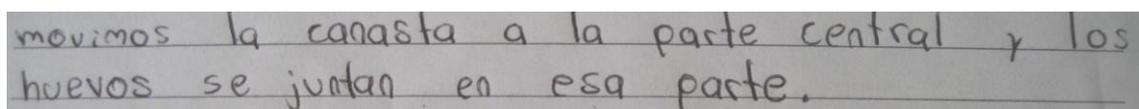


Figura 6. Respuesta de estudiantes en la tarea 4

Aquí, los estudiantes comunicaron, que existe un lugar “central” en la pantalla, donde todos los huevos se juntan. Para realizar la tarea, basta con llevar los huevos hasta ese lugar, y posteriormente arrastrar allí la canasta, para que todos queden en su interior.

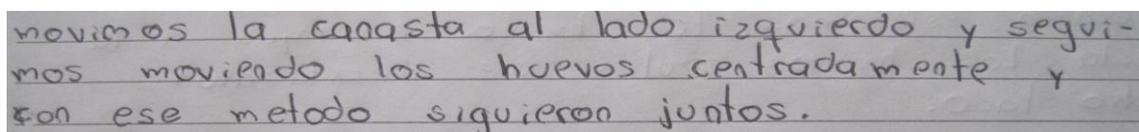


Figura 7. Respuesta de estudiantes en la tarea 5

Los estudiantes siguieron comunicando la idea de un lugar “centrado” donde pueden mover los huevos a izquierda y derecha, cumpliéndose la característica de que siguen estando juntos, lo que les sugiere que este lugar centrado está sobre una recta.

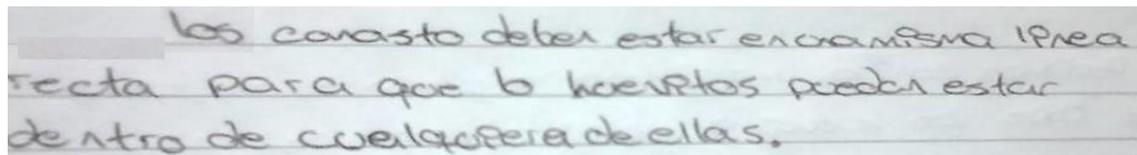


Figura 8. Respuesta de estudiantes en la tarea 7

Luego de la realización de la tarea 6, los estudiantes se convencen de que para cualquier cantidad de canastos, estos deben estar sobre una recta, y de esta forma los huevos puedan estar al interior de cualquiera de ellas.

## 5. Conclusiones

La aplicación de la actividad fue exitosa, se contó con el espacio y los recursos tecnológicos requeridos para la aplicación. Además, el comportamiento de los estudiantes fue óptimo, lo que permitió realizar toda la aplicación sin interrupciones.

Como se pudo apreciar en las evidencias mostradas anteriormente, los estudiantes lograron identificar las distintas características visuales asociadas a la simetría axial, tal como se había supuesto inicialmente antes de la aplicación, y tal como ocurrió en la aplicación realizada por Monroy & Rueda (2009) años anteriores. De hecho, se puede observar que las respuestas dadas por los estudiantes participantes de esta actividad son muy similares a las respuestas dadas por los estudiantes que participaron con ellas en aquella época.

Se puede concluir entonces que esta actividad logró la construcción de un conocimiento, a través de la adaptación de los estudiantes a un medio, el cual es determinado a partir del uso de herramientas tecnológicas y las posibilidades que este recurso puede ofrecer. Además, se valida el hecho de considerar la actividad como una situación a-didáctica (Monroy & Rueda, 2009, p. 188), en la que de ninguna manera intervino el profesor como

transmisor de conocimientos, y en la que el proceso de aprendizaje recayó por completo en las acciones de los estudiantes. La actividad permitió también hacer evidentes varias de las fases de una situación didáctica, lo que proporciona herramientas para el diseño de actividades futuras, enmarcadas en la TSD.

## Referencias bibliográficas

Brousseau, G. (1993). *Fundamentos y métodos de la didáctica de la matemática*. Facultad de Matemática, Astronomía y Física. Universidad Nacional de Córdoba.

Monroy, A. & Rueda, K (2009). *Las situaciones de Validación requieren necesariamente no solo la formulación sino también la validación de juicios por parte de los alumnos*. Trabajo de grado de la licenciatura en matemáticas, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga Colombia.

Radford-Hernández, L. (2011). *La evolución de los paradigmas y perspectivas en investigación. El caso de la didáctica de las matemáticas*. Cataluña: Documenta universitaria.

Sadovsky, P. (2005). La teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. En Humberto Alagia, Ana Bressan y Patricia Sadovsky (2005), *Reflexiones teóricas para la educación matemática*. Buenos Aires: Libros del Zoral.