

# Estudio de dificultades y errores en la resolución de triángulos utilizando teorema del seno y el coseno

**Yeison Andrés Guerrero Osorio**

yeisondigital@hotmail.com

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá D.C- Colombia)

**Nubia Paola Vega Vargas**

apples05.pv@gmail.com

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá D.C- Colombia)

## Resumen

El presente trabajo se desarrolló con el fin de identificar y clasificar los errores y dificultades al abordando situaciones problema de resolución de triángulos que involucren el uso de el teorema del seno y el coseno. Para el análisis de los resultados se utilizó uno de los organizadores curriculares que plantea Socas (1997) Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria, el cual nos permitió identificar el origen de dichos errores, plantear nuevas categorías y finalmente concluir cuales son los principales errores y dificultades que presentan los estudiantes al resolver problemas de este tipo.

**Palabras clave:** Dificultad, error, situación problema, resolución de problemas, resolución de triángulos.

## 1. Introducción

El problema a tratar en el presente reporte de investigación nació en una de las prácticas intermedias del proyecto curricular LEBEM, en esta se aplicó

una secuencia de actividades dirigida a la enseñanza de la trigonometría y al tratar de analizar los resultados obtenidos específicamente al buscar teoría que sustente los errores y las dificultades que presentan los estudiantes al abordar este tema, nos encontramos con un gran vacío; la poca y limitada información de la clasificación de los errores y dificultades cuando hablamos de trigonometría.

De esta manera en este trabajo diseñamos una situación problema que involucra la resolución de triángulos cualesquiera y el uso del teorema del seno y del coseno como tema fundamental, con esto se busca analizar las posibles dificultades y errores que presentan los estudiantes al abordar problemas de este tipo y al tratar de emplear estos teoremas.

Este trabajo puede contribuir a docentes en formación de matemáticas o en ejercicio al análisis de sus prácticas educativas ya que les brinda una categorización de los posibles errores y dificultades que pueden cometer los estudiantes a la hora de resolver situaciones problema asociadas a la resolución de triángulos, de esta manera se busca crear una base que muestre los diferentes orígenes de estos, además que aporte a los al diseño de actividades que ayuden a superar dichos errores y dificultades.

## 2. Marco de referencia

### Dificultades y errores

El aprendizaje de las matemáticas genera dificultades en los alumnos como refiere Socas (1997) estas dificultades pueden tener diversos orígenes los cuales están ligados con la complejidad de un objeto matemático, con los procesos de enseñanza o con procesos cognitivos o afectivos de los estudiantes; las dificultades a medida de la práctica se convierten en obstáculos y en los estudiantes se presentan en forma de errores.

Los estudios realizados sobre errores en matemáticas según Socas (1997) busca hacer un abordaje de los mismos considerando el papel de estos errores en el conocimiento matemático como algunos procedimientos erróneos, aprovechables didácticamente.

### 3. Aspectos metodológicos

#### Diseño de la prueba

Para abordar, identificar y clasificar los E-D se diseñó un instrumento teniendo en cuenta la categorización de estos mismos partiendo de su naturaleza, de tal manera se buscó identificar, analizar y categorizar los E-D que presentan los estudiantes al abordar la resolución de triángulos en la trigonometría, este instrumento se aplicó a estudiantes de grado décimo de manera grupal

#### Recolección de datos

Para la recolección de datos se utilizaron los apuntes y procesos realizados en lápiz y papel por los estudiantes, las grabaciones durante los procesos de resolución, posibles discusiones y finalmente las entrevistas y encuestas realizadas a estudiantes escogidos de manera aleatoria.

#### Análisis de datos obtenidos

En el proceso de análisis de los resultados obtenidos se relacionaron los errores y dificultades que los estudiantes tuvieron en los procesos de resolución de problemas con las categorías planteadas, además se analizó el surgimiento de categorías no contempladas por los autores utilizados como referentes.

### 4. Desarrollo de la investigación

Para poder analizar los resultados obtenidos se diseñaron las siguientes categorías de análisis:

#### **A. Dificultades asociadas a la complejidad (Comprensión y comunicación) de los objetos matemáticos, planteada por Socas (1997).**

- Interpretación de los signos matemáticos a partir del lenguaje común, asociación de conceptos matemáticos al lenguaje común.

- Palabras específicamente de las matemáticas mal entendidas por ser poco familiares.
- Duda de asociar palabras que tiene un mismo significado en lenguaje habitual como en el matemático.
- Dificultad en la interpretación de los problemas reflejados en una representación. (categoría emergente).
- Confusiones a partir de los símbolos matemáticos  $\cong$ ,  $\neq$ ,  $\parallel$ . (categoría emergente).

### **B. Dificultades asociados a los procesos de pensamiento matemático: relacionadas con la lógica matemática, planteada por Socas (1997).**

- Dificultad de establecer una deducción lógica (conjeturas, ejemplos contra ejemplos, etc.) provenientes asociada a lógica Social (asociar situaciones habituales con conceptos matemáticos).
- Rupturas que provocan dificultades por medio de los modos de pensamiento matemático (linealidad).
- Expresar y aplicar un teorema o ecuación incorrecta por los elementos que toma de la representación o simplemente el teorema no es el indicado para resolver el ejercicio. (categoría emergente).

### **C. Dificultades asociadas a las actitudes afectivas y emocionales, planteada por Gómez-Chacón, (2002).**

- Las emociones que se desarrollan al enfrentarse a un problema matemático que producen rechazo a la situación problema.
- Las emociones que se desarrollan en los procesos de resolución de un problema matemático que impiden el buen desarrollo o la finalización de la situación problema.
- Las emociones que se desarrollan al tratar de solucionar un problema en grupo que impiden los acuerdos de solución y producen rechazo a desarrollar el problema.

- La relación con experiencias pasadas en las matemáticas que producen rechazo a los problemas matemáticos.

Correspondiente (S3, G2)		A4
	<p>Como se ve en la imagen los estudiantes asumen que el ángulo GNI es &lt;igual a <math>90^\circ</math> "por visualización"</p> <p>De igual manera en la conversación del profesor y los estudiantes y estos afirman que el ángulo es recto solamente por visualización.</p>	

Figura 1. Evidencia.

Algunos errores y dificultades que encontramos con la implementación de esta prueba fueron:

- No tienen en cuenta las características de los triángulos, es decir aplican teoremas sin verificar sobre qué clase de triángulo están trabajando.
- Asocian el teorema de Pitágoras para cualquier triángulo.
- Asocian criterios de semejanza con un solo ángulo.
- No utilizan la notación correcta en el teorema del seno y coseno.
- Confunden en qué casos puede utilizar el teorema del seno o del coseno
- Se les dificulta despejar y operar términos al remplazar datos en el teorema del seno y del coseno ya que no utilizan propiedades como la jerarquía de operaciones

## 5. Conclusiones

Los errores encontrados en las pruebas enfocadas en la resolución de triángulos, permitieron identificar los posibles orígenes, encontrando errores de tipo aritmético, algebraico y geométrico, con lo cual concluimos, que los errores presentados en problemas con resolución de triángulos, tienen una estrecha relación con la aritmética, la geometría y el álgebra, ya que los conocimientos y destrezas que tengan los estudiantes en éstas, facilita/obstaculiza un mejor entendimiento en conceptos relacionados con la trigonometría.

Gracias a este trabajo afinamos las categorías planteadas con ayuda de los referentes teóricos y las categorías emergentes surgidas en el proceso de análisis, se puede realizar una clasificación de tres tipos; las tipo A: correspondiente a los errores relacionados con la complejidad del objeto matemático, de tipo B: los errores relacionados con procesos de pensamiento matemático y por ultimo las de tipo C: relacionadas con las actitudes y emociones que se generan durante las fases del proceso de resolución de problemas. Con estas categorías pudimos identificar diferencias radicales en los tipos de errores que pueden cometer los estudiantes, es decir muchas veces como docentes suponemos que los estudiantes tienen una dificultad o cometen un error simplemente por falta de conocimiento, no nos detenemos a mirar por ejemplo: ¿Cuál es la dificultad de los objetos matemáticos que tratamos para los estudiantes? ¿Qué procesos de pensamiento matemático se pueden generar en los estudiantes? o simplemente fijarnos en las actitudes o emociones que pueden estar sintiendo nuestros estudiantes al enfrentarse a una situación problema o en general hacia las matemáticas.

## Referencias bibliográficas

- D'Amore, B., (2010). Problemas Pedagogía y psicología de la matemática en actividad de resolución de problemas. Madrid: Síntesis.
- Escudero, A., Domínguez, J (julio, 2014). De los errores identificados en la investigación a los errores encontrados en un aula de primero de bachillerato. *Números Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 86, 111-130.
- Gómez, G., Flores, G., & Jiménez, E. (1996). Metodología de la investigación cualitativa. Granada: Aljibe.

- Gómez Chacón (2002). Afecto y aprendizaje matemático: Causas y consecuencias de la interacción emocional. En J. Carrillo Reflexiones sobre el pasado, presente y futuro de las Matemáticas. (pp. 197-227). Huelva: Universidad de Huelva.
- Junta de Andalucía (2010). La competencia matemática y la resolución de problemas Sevilla
- Guerrero Sosa, L. (2010). Conocimientos Matemáticos para la enseñanza en bachillerato. Universidad de Huelva. Huelva.
- Piñeiro, M. E., del Rincón, T. O., & Jalón, M. J. I. (1998). Trigonometría. Madrid: Síntesis.
- Tomás Folch, M. (1990). Los problemas aritméticos de la enseñanza primaria. Estudio de dificultades y propuesta didáctica. En Educar (pp. 119-140).