CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTOS MATEMÁTICOS: CASO DE LA SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN POLÍGONO

John Jairo Múnera Córdoba
I.E. Pedro Luís Álvarez Correa
Caldas, Antioquia
jjmunera@gmail.com

Resumen: En esta una experiencia de aula se documentaron las acciones y voces de tres estudiantes respecto a una situación planteada y se sistematizaron en relación a los aportes teóricos construidos para tal fin. En la misma se evidencia que ellos, a partir de situaciones problema, pueden producir ideas matemáticas, desde sus interacciones con compañeros de clase, profesor y conocimiento matemático. Aspectos, que dan cuenta que el conocimiento matemático escolar, es una construcción social de manera situada, en la medida que depende del contexto detonante de sus acciones.

Introducción.

En los lineamientos curriculares del área de las matemáticas, en 1998, se plantean para la estructura curricular: contenidos básicos, procesos de la actividad matemática y contextos. El primer componente se consideró como el referente para seleccionar los conceptos, el segundo como la alternativa para movilizar procesos de pensamiento, y el tercero como los espacios para dinamizar la actividad matemática al interior del aula. Este trabajo se enmarca en el tercer componente, los contextos, propuestos allí desde situaciones problema. El recorrido en él fue orientado por el objetivo: Analizar los aportes que ofrece, una estrategia didáctica desde el enfoque de situaciones problema, a los aprendizajes matemáticos de los estudiantes, de grado sexto, de la institución educativa Pedro Luís Álvarez Correa.

Una situación problema planteada para descubrir el modelo matemático que calcula la suma de los ángulos interiores de un polígono, fue el motivo, para observar, describir y documentar las acciones de los estudiantes respecto a las mismas. Además, de permitir la interpretación de significados que se tejían en sus elaboraciones por escrito, como desde sus voces al hacer públicas sus construcciones. Así que, en adelante damos cuenta brevemente del diseño metodológico, seguido de la discusión de resultados y las reflexiones finales a manera de conclusiones del estudio.

Diseño metodológico.

El método fue orientado por el paradigma de investigación cualitativa, con un enfoque interpretativo y, para efectos de los análisis, se consideró un estudio de casos donde se analizaron los trabajos y voces de tres estudiantes.

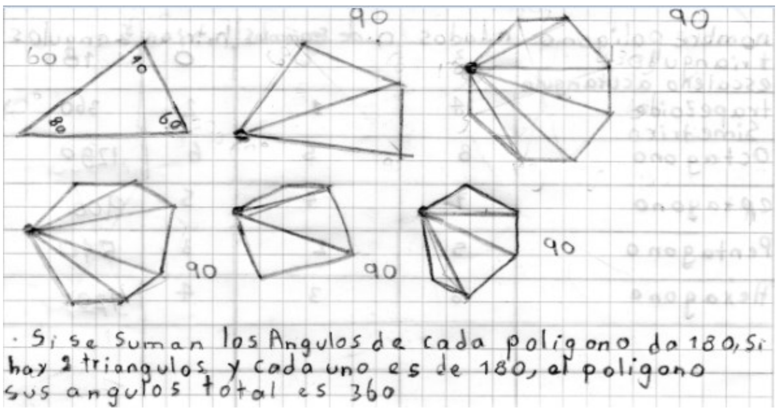
Los resultados se obtuvieron desde una triangulación, en la que se puso en diálogo los sentidos y significados interpretados por el investigador, las acciones y exploraciones de los sujetos participantes y las distintas fuentes teóricas consultadas.

“La frase metodología cualitativa se refiere en su más amplio sentido a la investigación que produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, habladas o escritas, y la conducta observable”. Taylor y Bodgan (1992, p. 19). Se asumió el enfoque interpretativo porque posibilita, parafraseando a Sánchez (1998), de un lado, la comprensión de fenómenos a través de sus diferentes manifestaciones, de otro, porque permite desentrañar una realidad desde sus diferentes expresiones y significados presentes en los procesos.

Los sujetos participantes en esta indagación son tres estudiantes del grupo 6.5, de la Institución Educativa Pedro Luis Álvarez Correa del municipio de Caldas- Antioquia. Si bien es cierto, que el trabajo de campo se realizó con los 38 estudiantes; también lo es, que para efectos de los análisis solo se analizaron las producciones de Del trabajo realizado por Stefanny, Yéssica y Valentina, dado que la ruta para el análisis de los mismos fue la de estudio de casos.

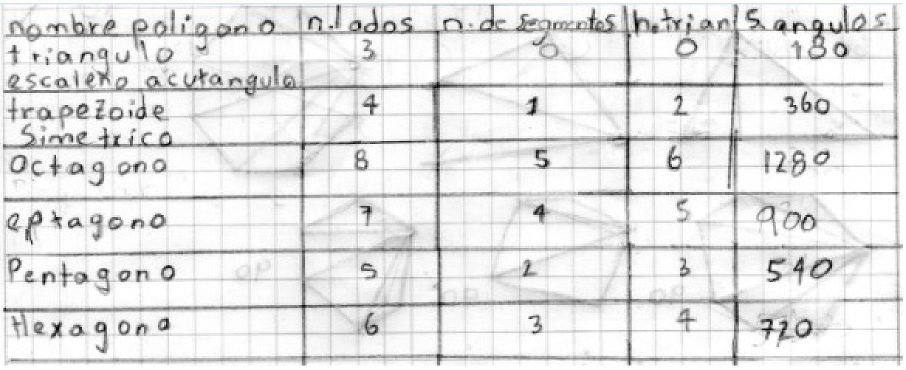
Discusión de resultados.

La situación planteada tenía como intencionalidad que los estudiantes encontraran un procedimiento matemático para calcular la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono. Esta fue desarrollada en tres momentos: en el primero, los estudiantes dibujaron 6 polígonos para luego trazarles todas sus diagonales desde un solo vértice, en el segundo, realizaron una tabla de datos donde los registros dependían de esas diagonales trazadas y finalmente, en el tercero, deducían conclusiones a partir de los dos primeros momentos.



Del trabajo realizado por Stefanny se observa que, trazó las diagonales, y procedió a medir los ángulos del primer polígono, el triángulo, y los suma de ellos (40°+60°+80°), obteniendo 180°. Cuando escribe “si se suman los ángulos de cada polígono da 180°”, con esta idea, se está refiriendo, no a cada polígono, sino a cada uno de los triángulos que queda al interior de cada polígono. Así lo corrobora las palabras que siguen en sus elaboraciones, en la parte inferior. Para referirse al cuadrilátero expresa: “si hay dos triángulos y cada uno es de 180°, al polígono sus ángulos totales son de 360°" y, en efecto, la suma de los ángulos interiores de todo cuadrilátero es de 360°.

Desde esta forma de proceder se hace latente que el punto de partida de sus soluciones fue el hecho que, la suma de los ángulos interiores de todo triángulo sea 180°. Lo curioso fue que midió de manera física los tres ángulos, a pesar de haber participado en otra situación problema, donde el propósito era deducir dicha proposición.

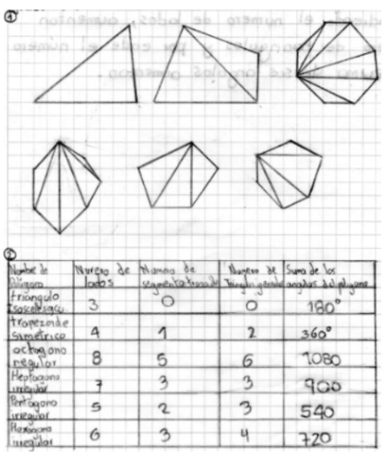


nombre poligono	n. lados	n. de segmentos	n. trian	S. angulos
triangulo escaleño acutangulo	3	0	0	180
trapezoide Simetrico	4	1	2	360
Octagono	8	5	6	1280
eptagono	7	4	5	900
Pentagono	5	2	3	540
Hexagona	6	3	4	720

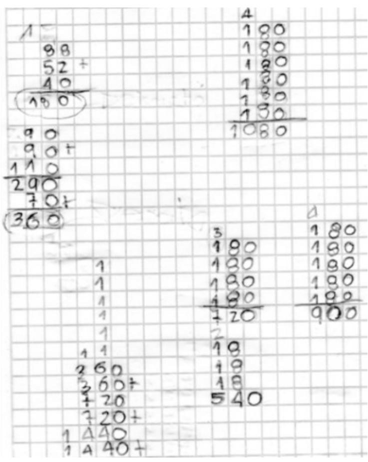
A pesar que sus soluciones presentan debilidades escriturales, se interpreta que Stefanny ha reconocido, de manera significativa que, en el cuadrilátero hay dos triángulos, que la suma de sus ángulos es 360° y que esta cantidad viene de la adicción 180°+180°, dado que cada triángulo al interior del cuadrilátero aporta al total 180°.

Estas primeras exploraciones apoyadas en la acción concreta de medir ángulos, le posibilitó la construcción de esta primera relación, la cual la utilizó para los siguientes casos. Por ejemplo, para el hexágono, razonó de la misma manera, en la figura han quedado en su interior 4 triángulos y, como en cada uno la suma es 180°, entonces se observa que calcula la cuatro veces 180°, obteniendo 720°. Esta forma de proceder se mantuvo para el resto de los polígonos, lo que condujo a que los datos de la de tabla hubiesen quedado acorde a lo esperado, aunque comete un error en el caso del octágono, pero este no invalida sus construcciones.

Del trabajo de Yesica y Valentina es visible que razonaron de una manera muy similar, midieron los ángulos de los dos primeros polígonos, el triángulo y el cuadrilátero. Aunque no escribieron el valor de la medida en la abertura cada ángulo de los polígonos, se deduce que fue así, desde las sumas que registraron.

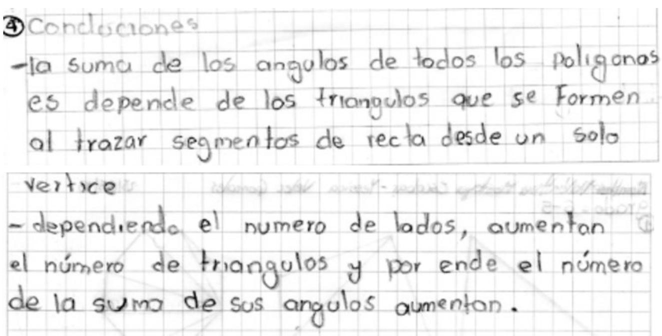


Nombre de Polígono	Numero de lados	Numero de segmentos trazados	Numero de triangulos generados	Suma de los angulos del poligono
triangulo Isosceles acu.	3	0	0	180°
trapezoide simetrico	4	1	2	360°
octagono regular	8	5	6	1080
Heptagono irregular	7	3	3	900
Pentagono irregular	5	2	3	540
Hexagono irregular	6	3	4	720



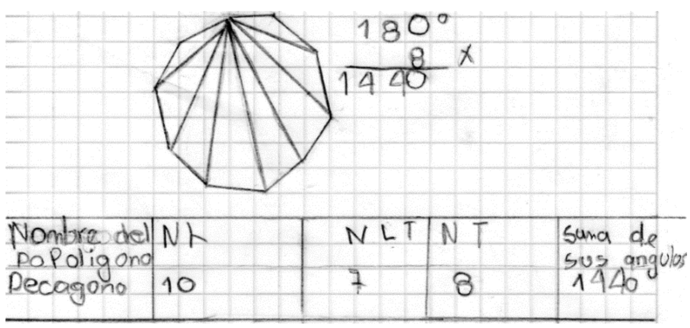
En la primera suma aparecen tres ángulos agudos, 88°, 52° y 40°, y al observar el triángulo más o menos coinciden. Igual sucede para el cuadrilátero, aparece, en la suma primero dos ángulos de 90° y uno de 110° y finalmente, al resultado suman 70° obteniendo un total de 360°. Mirando detenidamente el cuadrilátero, allí se perciben dos ángulos rectos (90°) uno obtuso (110°) y otro agudo (70°).

Se alcanza a percibir en el registro de las sumas, un total de 1080° como consecuencia de sumar seis veces 180, lo que permite inferir que reconoció que al interior del octágono hay 6 triángulos y que cada uno está aportando a la suma de los ángulos interiores una cantidad de 180°, información que se ratifica en los datos de la tabla. De igual manera, procedió para los demás polígonos. Otro asunto importante, es que teje relaciones, desde la tabla: dejando entrever, que la suma de los ángulos interiores de un polígono depende del total de triángulos que se generan, así lo ratifican sus propias palabras:


③ Conclusiones
-la suma de los angulos de todos los poligonos es depende de los triangulos que se Formen al trazar segmentos de recta desde un solo vertice
- dependiendo el numero de lados, aumentan el número de triangulos y por ende el número de la suma de sus angulos aumentan.

También puede decirse, que reconoció que la suma de los ángulos interiores del polígono es dependiente del número de lados, ya que, a mayor número de éstos, se va a generar mayor número de triángulos, una vez se han trazado desde un mismo vértice todas las diagonales.

Es importante ver como desde las exploraciones de Stefanny, Yéssica y Valentina, surge una alternativa para calcular la suma de los ángulos interiores del cualquier polígono. La cual tiene que ver la cantidad de triángulos que se generan al interior del polígono una vez se han trazado todas sus diagonales desde un mismo vértice. Dado que en sus elaboraciones no aparece como saber cuántos triángulos son los que se generan, fue importante hacer grabaciones de las voces de ellas, en las distintas participaciones, durante la plenaria de socialización del trabajo realizado a partir de la situación.



Aquí los estudiantes emprenden procesos para dar cuenta de la suma de los ángulos del decágono. Por ejemplo, se hace evidente que Yéssica hace uso de sus herramientas conceptuales y procedimentales ya construidas, y es notorio su cambio de las exploraciones iniciales en sus elaboraciones a las logradas después de la plenaria de socialización. Se interpreta que la estudiante, así no lo haya expresado, ya tiene una manera de saber cuántos son los triángulos que se generan. Así que, reconoce que el decágono tiene 10 lados (NL), que el número de líneas trazadas desde un vértice es el número de lados menos 3, es decir 7 (NLT) y se da cuenta que el número de triángulos (NT) generados son 8. Finalmente, utiliza la información que ha manifestado en la conversación; dado que multiplica el número de triángulos generados (8) por 180, obteniendo, en efecto, que la suma es 1440.

Se interpreta que en Yéssica ya hay un método claro para calcular la suma de los ángulos de un polígono cualquiera. Es claro ver, que la alumna ha avanzado en sus aprendizajes, ganando cada vez más en ideas, razonamientos, formas de expresión y formas de sistematización de resultados. Además, sus argumentos son cada vez más firmes para dar cuenta de su fluidez lograda respecto a conocimientos implícitos en la actividad. Esta evolución no solo se observa en Yéssica, sino también, en sus demás compañeros, aunque a ritmos diferentes, tal como surgió en el resto del debate en clase.

Fue bien interesante, ver como en la de socialización de las producciones de los estudiantes respecto a la situación emergen las teorías que eran objeto de aprendizaje. También, surgieron regularidades a partir de la tabla, estrechamente relacionados con el método clásico para calcular la suma de los ángulos (SA) de un polígono cualquiera. [$SA = (n - 2).(180)$] Donde la variable es el número de lados del polígono.

De las discusiones se puede ver que Stefanny se dio cuenta que el total de diagonales trazadas desde un vértice se obtiene restándole 3 al número de lados. Valentina, a través de un ejemplo, el caso del polígono de 20 lados, expresa que el total de triángulos generados es el número de segmentos trazados desde un vértice más uno y otra estudiante, finalmente dice que, que al número de lados se le resta 2 y así obtenemos la cantidad de triángulos generados. Y desde las actividades previas a la socialización ya todos los estudiantes tenían claro que la suma de los ángulos de cada polígono se obtiene multiplicando 180° por el número de triángulos.

De todo este proceso, tanto del trabajo realizado por los estudiantes en parejas como de la etapa de socialización de sus elaboraciones, interpretamos que hubo una interesante evolución en ellos. Si bien es cierto, que durante todo momento se apoyan fuertemente en esas primeras ideas y procedimientos iniciales, también, lo es que, paulatinamente se nutren de las discusiones y aportes nuevos del docente y compañeros, para mejorar sus capacidades expresivas, reescribir sus ideas y sistematizarlas de manera más coherente. Todos estos aspectos se aglutinan, entonces en una categoría emergente que denominaremos, *Situaciones problema un contexto para la producción de conocimiento matemático escolar*. La cual es sustentada en los siguientes elementos.

Stefanny, Yéssica y Valentina, dieron cuenta desde sus propios recursos exploratorios, que es posible participar de la producción de conocimientos. Siempre manifestaron coherencia entre sus observaciones, acciones e ideas tejidas; así lo revelaron, ejemplos dados y medios utilizados; entre ellos, las formas lingüísticas propias para expresarse y sus formas particulares de simbolización.

En sus elaboraciones saltó a la vista los recursos que tenían a su alcance para dar cuenta de las relaciones que construían, evidenciado en los ejemplos que daban y en sus expresiones orales, a pesar de errores asociados a procedimientos de cálculo.

La voz del docente, facilitó orientar en los estudiantes toda una serie de exploraciones visuales, semánticas, sintácticas, de modo que evolucionaran en niveles cada vez más elaborados de razonamiento y comunicación de relaciones matemáticas. Las cuales fueron las encargadas de validar todas las predicciones que inicialmente tejieron sobre la búsqueda del procedimiento que calcula la suma de los ángulos interiores de un polígono.

Todas esas acciones llevadas a cabo, de forma natural, por los estudiantes, tanto de tipo visual como numérico, hizo posible obtener el resultado esperado, así haya sido de forma verbal, las cuales se fueron potenciando poco a poco a través de representaciones simbólicas y numéricas. Las interacciones en el aula permitieron ver como todos los estudiantes, tuvieron una fuerte influencia de quienes asumieron vocería en el debate, dando lugar a la comprensión del comportamiento de los datos de la tabla y la comprensión de la relación matemática en cuestión. Asunto que entra en consonancia con Orlando Mesa cuando afirma que, "sería ingenuo pensar que todo estudiante descubre, por él mismo, todas las fórmulas; sin embargo, si puede aceptarlas con sentido cuando ha participado en su búsqueda" (Mesa 2007, p. 16)

. Además, ese proceso de construcción de generalizaciones desde sus diferentes recursos, fue ganando en argumentos, y representaciones propias para confirmar sus predicciones, dado que las formas comunicacionales les eran consustanciales a su proceso natural de comprensión. Por lo tanto, en la matemática escolar, “el trabajo de los alumnos y las alumnas debería constituir una verdadera y significativa experiencia matemática” (Abrantes 2002, p. 95)

En las acciones de los estudiantes confluyen procesos de sistematización, verificación y estructuración procesos propios del pensamiento matemático, los cuales se fortalecen en las diferentes conexiones entre las ideas previas de los estudiantes y las nuevas. En otras palabras, “las conexiones controlan el significado. Así que, si queremos darles significado apropiado a las nuevas ideas, debemos establecer conexiones entre nuevas ideas y la experiencia previa de los estudiantes” (Gardiner, 1994 citado por Moreno 2003, p. 286).

Las acciones y voces de los participantes en este estudio hace permite ver a las situaciones problema como un contexto para la actividad matemática de los estudiantes, manifestada socialmente en sus distintas representaciones, fruto de sus acciones en asocio con otros, sus pares de clase. Así los “contenidos” matemáticos superan la visión estática del modelo expositivo. De modo que comprendamos a Sadovsky (2005) cuando afirma que “las ideas matemáticas-los conceptos, las estrategias, las herramientas, los modos de representar, las normas-no existen independientes de las prácticas asociadas a ellas, un concepto no puede ser caracterizado a través de su definición”, p. 116).

En este orden de ideas, la situación problema actuó como detonador del repertorio de los estudiantes para construir de manera particular un conocimiento nuevo, expresado a través de diferentes representaciones, dependientes del contexto que las generaba. Así lo corrobora Luis Rico, cuando dice, “Las representaciones matemáticas son construcciones sociales…La construcción social ubica al conocimiento, la cognición y las representaciones en los campos sociales de su producción, distribución y utilización…El conocimiento matemático como todas las formas de conocimiento, representa las experiencias materiales de personas que interactúan en entornos particulares, culturas y periodos históricos. (1995, p. 4)

Consideraciones finales.

Si bien es cierto que los estudiantes no producen todas las teorías esperadas, objeto de aprendizaje, desde una situación problema, también lo es, que se apropian de ideas y representación de las mismas de manera situada, desde las cuales interactúan con sus pares, profesor y compañeros de clase. En ese espacio de dialogo sus construcciones matemáticas se amplían y se reorganizan hasta obtener una suficiente fluidez conceptual y procedimental para ser utilizadas en la solución de otras actividades.

El hecho que los estudiantes puedan producir ideas matemáticas desde sus propias experiencias, hace ver que el aprendizaje de conceptos y relaciones matemáticas desde la interacción que genera las situaciones problema, es un asunto tocado por lo humano, que va más allá de la mecanización de informaciones. Así, el conocimiento matemático escolar deja de ser una reproducción de definiciones y algoritmos, para resignificarse a través de diferentes representaciones producidas y compartidas en la interacción entre pares, dándole esa dimensión de construcción social. En otras palabras, desde esta perspectiva, el conocimiento matemático es una construcción humana. Ese es otro aporte, de las situaciones problema cuando del aprendizaje del estudiante se trata, permite que él con toda su subjetividad participe en esa construcción, haciendo de las matemáticas escolares una realidad consustancial a su condición humana.

Las situaciones problema contribuyen al aprendizaje de los estudiantes, en la medida que se constituyen en un contexto de mediación, facilitando la producción de conocimientos de manera situada, haciendo que las explicaciones y procesos de validación sean dependientes de esos asuntos específicos que las genera. De esta manera, las situaciones problema se tornan en ese espacio que permiten ver el aprendizaje de los estudiantes dentro de una práctica social, que posibilita la movilización de su actividad matemática desde sus formas particulares de hacer y de reflexionar. En este orden de ideas, las situaciones problema son un contexto para la actividad matemática, donde interactúan estudiantes, profesor y conocimientos matemáticos. A los estudiantes, les posibilita la exploración de conceptos, desde sus saberes previos, para construir relaciones matemáticas, que se reorganizan como nuevas maneras de expresión frente a los conocimientos implícitos en la situación; los conocimientos matemáticos emergen como construcciones situadas a través de distintas formas de representación y el profesor actúa como mediador para la sistematización compartida de las soluciones, dando lugar a procesos de objetivación.

Referencias bibliográficas.

Abrantes, P. (2002). El papel de la resolución de problemas en un contexto de innovación curricular. En Editorial Laboratorio Educativo (Ed.), La Resolución de problemas en matemáticas. Teoría y experiencias (pp. 95 – 110). España: Graó.

Mesa, O. (2007). Triángulo de Pascal en el planteamiento de una situación problema. Universidad de Medellín. Colombia.

Moreno, L. (2003). Demostraciones contextualizadas: utilización de herramientas del micromundo para descubrir y demostrar resultados matemáticos. En: Matemática Educativa. Aspectos de la educación actual. Progreso S.A. México.

RICO, Luis (1995). Concepto de currículo desde la educación matemática. Revista de estudios del currículum, 1(4), pp. 4 – 24

Sadovsky, P. (2005). Enseñar Matemáticas hoy. Miradas, Sentidos y Desafíos. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.

Sánchez, S. (1998). Fundamentos para la investigación educativa. Presupuestos epistemológicos que orientan al investigador. Santa fe de Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

Taylor, S.J., & Bodgan, R. (1992) Introducción a los métodos cualitativos de investigación. Barcelona, España: Paidos.

Referencia del Artículo:

Múnera, John Jairo (2022). Construcción de conocimientos matemáticos: caso de la suma de los ángulos internos de un polígono. En: Redes Pedagógicas de Antioquia. Escrituras de maestros y maestras (pp. 208-217). Medellín, Colombia: Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquia.