



EL AJEDREZ COMO HERRAMIENTA PARA ABORDAR LOS PENSAMIENTOS
ALEATORIO Y VARIACIONAL: UNA PROPUESTA DE TAREAS.

RUBIELA SÁNCHEZ PENAGOS

Trabajo de grado para obtener el título de Licenciada en Matemáticas

Director:
Mg. Cesar Guillermo Rendón Mayorga

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
2022

A mi tío Humberto Penagos
por ser mi motor y ejemplo de vida
Y porque siempre lo recordaré con una sonrisa

Agradecimientos

A mi director de trabajo de grado, César Guillermo Rendón Mayorga por sus sugerencias para la realización y culminación de este trabajo, por su tiempo y dedicación durante las asesorías que contribuyeron a mi aprendizaje y mejora de este escrito, por su entrega y amor por su profesión, por mostrarme lo difícil, sencillo, por sus enseñanzas y pautas, por su paciencia y comprensión y por ser el mejor profesor de Universidad que tuve durante mi carrera universitaria.

Al profesor Leonard Díaz de la IEM Liceo Integrado de Zipaquirá por abrir un espacio en sus horas de clases de matemáticas con el curso 702 para la implementación de las tareas de este trabajo, así mismo, gratitud con la rectora Sandra Rocío Suavita del Liceo Integrado de Zipaquirá.

A mi trabajo en el Instituto de Cultura, Recreación y Deporte de Zipaquirá y jefes (coordinador de Escuelas deportivas Carlos Poveda y Gerente Freddy Espinosa) por permitirme rápido acceso al colegio para la primera puesta en escena de este trabajo.

Agradecimiento especial a mis padres por su amor bondadoso, a Juan Diego por enseñarme a jugar ajedrez y por confiar en mí, y en general a la familia por su paciencia y comprensión en mis ausencias.

A mis compañeros de la Licenciatura por sus voces de aliento y apoyo, en especial a Michael Martínez, Isabel Echeverry, Juan Carlos Ortega y Valentina Sánchez.

A mis amigos: José Sarmiento por sus múltiples recursos bibliográficos que me envió antes, durante y después de realizado este trabajo, a su hija Psico. Paola y nieto Alán por su disposición y cariño constante; Carlos Rangel que me acompañó desde el inicio hasta el fin en este trabajo y fue mi gran apoyo moral cuando me desanimaba o distraía, y en general a todos los que de un modo u otro fueron participes.

Por último, agradecer a la vida por darme valor y permitirme llegar hasta las últimas letras de este trabajo.

Tabla de contenido

Lista de Figuras.....	6
Resumen.....	8
1. PRELIMINARES	9
1.1. Introducción	9
1.2. Justificación.....	10
1.3. Objetivos	13
1.3.1. Objetivo general	13
1.3.2. Objetivos específicos.....	13
2. MARCO REFERENCIAL	14
2.1. Antecedentes	14
2.2. Marco teórico	20
2.2.1. El Juego, la enseñanza y el aprendizaje	20
2.2.2. Enseñanza de las Matemáticas por medio de juegos.....	23
2.2.3. El ajedrez.....	27
2.3. Aspectos curriculares	40
2.3.1. Pensamiento Variacional.....	41
2.3.2. Pensamiento Aleatorio	42
3. ASPECTOS METODOLÓGICOS	44
3.1. Revisión documental.....	44
3.2. Diseño de tareas	46
Tarea 1.....	46
Tarea 2.....	50
Tarea 3.....	55
Tarea 4.....	59
3.3. Población de estudio.....	63
3.4. Estrategia para el análisis de la información	64
4. ANÁLISIS DE RESULTADOS	65
4.1. Análisis de la Tarea 1	65
4.2. Análisis de la Tarea 2.....	72
4.3. Análisis de la Tarea 3.....	77
4.4. Análisis de la Tarea 4.....	83
5. CONCLUSIONES	87

6. REFERENCIAS	93
7. ANEXOS	96
Anexo 1	96
Anexo 2	100
Anexo 3	106
Anexo 4	111

Lista de Figuras

<i>Figura 1: 12 soluciones al problema de las 8 damas. Tomado de Fabretti (1995).</i>	16
<i>Figura 2: Contar y cortar</i>	16
<i>Figura 3: Cuadrados mágicos</i>	17
<i>Figura 4: Chaturanga</i>	27
<i>Figura 5: Tablero de Ajedrez</i>	29
<i>Figura 6: Casilla o escaque</i>	29
<i>Figura 7: Columna</i>	29
<i>Figura 8: Fila</i>	30
<i>Figura 9: Diagonal</i>	30
<i>Figura 10: El rey</i>	31
<i>Figura 11: La torre</i>	31
<i>Figura 12: Al alfil</i>	31
<i>Figura 13: La dama</i>	31
<i>Figura 14: El caballo</i>	32
<i>Figura 15: El peón</i>	32
<i>Figura 16: Las piezas en posición inicial</i>	33
<i>Figura 17: Secuencia de coronación de un peón</i>	33
<i>Figura 18: Secuencia de captura al paso</i>	34
<i>Figura 19. Enroque corto</i>	34
<i>Figura 20. Enroque largo</i>	34
<i>Figura 21: El jaque</i>	35
<i>Figura 22: El Jaque Mate</i>	35
<i>Figura 23: Abreviación del Sistema descriptivo</i>	37
<i>Figura 24: Sistema Descriptivo</i>	38
<i>Figura 25: Nombre de las casillas en el Sistema Descriptivo</i>	38
<i>Figura 26: Sistema Algebraico</i>	39
<i>Figura 27: Nombre de las casillas</i>	39
<i>Figura 28: ítem 1, Tarea 1</i>	47
<i>Figura 29: ítem 2, Tarea 1</i>	47
<i>Figura 30: ítem 3, Tarea 1</i>	48
<i>Figura 31: ítem 4, Tarea 1</i>	49
<i>Figura 32: ítem 5, Tarea 1</i>	49
<i>Figura 33: ítem 6, Tarea 1</i>	50
<i>Figura 34: ítem 7, Tarea 1</i>	50
<i>Figura 35: ítem 8, Tarea 1</i>	50
<i>Figura 36: ítem 1, Tarea 2</i>	52
<i>Figura 37: ítem 2, Tarea 2</i>	52
<i>Figura 38: ítem 3, Tarea 2</i>	53
<i>Figura 39: ítem 3, partes a) y b), Tarea 2</i>	53
<i>Figura 40: ítem 4, Tarea 2</i>	54
<i>Figura 41: ítem 5, Tarea 2</i>	54
<i>Figura 42: Posición de estudio 1, Tarea 3</i>	56
<i>Figura 43: ítems 1, 2 y 3, Tarea 3</i>	56
<i>Figura 44: ítem 4, Tarea 3</i>	57
<i>Figura 45: Posición de estudio 2, Tarea 3</i>	58
<i>Figura 46: preguntas a) y b) del ítem 5, Tarea 3</i>	58
<i>Figura 47: preguntas c), d) y e) del ítem 5, Tarea 3</i>	59

Figura 48: ítem 6, Tarea 3	59
Figura 49: Posición de estudio 1 y árbol de variantes, Tarea 4	61
Figura 50: Posición de Estudio 2 y árbol de variantes, Tarea 4	61
Figura 51: Cálculo de probabilidades dado en la Tarea 4.....	62
Figura 52: ítem 2, parte a), Tarea 4.....	62
Figura 53: ítem 2, parte b), Tarea 4.....	63
Figura 54: ítem 2, parte c), Tarea 4	63
Figura 55: Respuesta al primer ítem – Tarea 1.....	66
Figura 56: Evidencia del primer ítem – Tarea 1.....	67
Figura 57: Evidencia del ítem 2, Tarea 1.....	67
Figura 58: Respuestas al ítem 2 parte b	68
Figura 59: Respuesta a la pregunta del ítem 2. Parte c).....	69
Figura 60: Evidencias de las respuestas no acertadas de los estudiantes	69
Figura 61: Evidencia de las respuestas al ítem 2. Parte d)	70
Figura 62: Evidencia de las respuestas del ítem 3	71
Figura 63: Evidencia del patrón encontrado.....	71
Figura 64: Evidencia de intento de la realización del patrón.....	71
Figura 65: Respuestas al primer ítem – Tarea 2	73
Figura 66: Evidencia del ítem 1 de la Tarea 2.....	73
Figura 67: Acerca de la fotocopia del Ítem 1, Tarea 2.....	74
Figura 68: Reporte de observación, primer ítem – Tarea 2	74
Figura 69: respuestas al cuarto ítem – Tarea 2	75
Figura 70: Evidencia del quinto ítem, Tarea 2	76
Figura 71: respuesta al ítem 5 – Tarea 2	76
Figura 72: Comparación de dos recorridos de caballo, Tarea 2	77
Figura 73: respuesta a ítem 1 – Tarea 3.....	78
Figura 74: respuestas a ítems 2 y 3 – Tarea 3	79
Figura 75: Evidencia del ítem 4, Tarea 3.....	80
Figura 76: Comparación de respuestas del ítem 4. Parte b).....	80
Figura 77: Reporte de las respuestas del ítem 4. Parte c).	81
Figura 78: Evidencia de la tabla del ítem 5.....	81
Figura 79: Evidencia de la probabilidad calculada por los estudiantes	82
Figura 80: Evidencia ítem 5, parte b), Tarea 3.....	82
Figura 81: Evidencia del ítem 5 parte c), Tarea 3	83
Figura 82: Probabilidad certera.....	83
Figura 83: Evidencia del ítem 6, Tarea 3.....	83
Figura 84: Evidencia de las variantes de la posición de estudio 1 en la Tarea 4.	84
Figura 85: Evidencia del ítem 2, Tarea 4.....	85
Figura 86: Evidencia de cálculos de probabilidades simples	85
Figura 87: Evidencia del ítem 2, parte b), Tarea 4.....	86
Figura 88: Evidencia de respuestas erróneas al ítem2, parte b) Tarea 4.....	86
Figura 89: Evidencia del ítem c) de la Tarea 4	87

Resumen

Se presenta una secuencia de tareas para promover la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares utilizando el ajedrez en el aula. Se eligió el grado séptimo de la Educación Básica Secundaria para la implementación de la propuesta. A partir de una indagación de referentes que utilizan el ajedrez en la educación, se crearon cuatro tareas a implementar para desarrollar los pensamientos aleatorio y variacional teniendo en cuenta los Lineamientos Curriculares de Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1998) y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006). Posteriormente se analizaron y obtuvieron conclusiones de las tareas propuestas en su primera versión.

Palabras clave:

Ajedrez, Pensamiento aleatorio, Pensamiento variacional, Tareas

Abstract

A sequence of tasks is presented to foster math teaching and learning through chess in the classroom. A seventh grade of Secondary Scholar Education was chosen to implement the proposal and starting at a model inquiry that uses chess in education, four tasks were created to carry out and develop random thoughts and variation theory bearing in mind the math Curricular Guidelines of the National Ministry of Education (MEN, known by its Spanish acronym, 1998) and the Mathematics Basic Competency Standards (MEN, 2006) Subsequently they were analyzed and some conclusions from the first tasks were obtained in its first version.

Keywords:

Chess, Stochastic thinking, Variational thinking, Tasks

1. PRELIMINARES

Tener como norte que no hay aventura más apasionante que la del descubrimiento y que no hay mejor manera de disfrutarla que por medio de la tensión que produce la competencia lúdica. Que incluso lo más sesudo y abstruso puede presentarse como enigma a descubrir, como la satisfacción que produce.

Corbalán

1.1. Introducción

En este trabajo de grado se presenta el diseño de cuatro tareas dirigidas a la enseñanza de las matemáticas y que involucran el juego del ajedrez en el aula, específicamente estas tareas se elaboraron (al menos de forma inicial) para el grado séptimo de la educación básica secundaria del sistema educativo escolar colombiano.

En el primer capítulo del trabajo se encuentran las secciones preliminares que presentan las motivaciones tenidas en cuenta para la elaboración del trabajo, además de los objetivos general y específicos que se establecieron para la consecución de la propuesta.

A continuación, en el segundo capítulo, se encuentra el marco referencial, el cual recoge tres secciones fundamentales, a saber: antecedentes, marco teórico y aspectos curriculares. En relación con los antecedentes, se comenta allí una descripción de propuestas de trabajo que han implementado el ajedrez para la enseñanza de las matemáticas en entornos escolares, estos antecedentes configuraron un punto de partida para la elaboración de las propias tareas, pero además permitieron conocer las posibilidades y limitaciones que se tenían alrededor del tema. Enseguida, el marco teórico presenta tres enfoques que se consideraron, en primer lugar, el papel del juego en la enseñanza, el aprendizaje de las matemáticas por medio de juego y el ajedrez. Y, por último, los aspectos curriculares en los que especialmente se tratan los pensamientos variacional y aleatorio.

Por otra parte, en el tercer capítulo se abordan los aspectos metodológicos del trabajo, que dispone de cuatro subcapítulos, a saber: revisión documental, en la cual se exponen los principales documentos consultados en este trabajo, el diseño de tareas que permite conocer,

el porqué, para qué y cómo de cada una de las tareas; a continuación, se describe la población de estudio, y por último se plantea la estrategia para el análisis de los resultados después de la puesta en práctica de las tareas.

En el cuarto capítulo se realiza el pilotaje de tareas, los resultados de cada una de las tareas analizadas de acuerdo con la estrategia planteada en el capítulo anterior, sección 3.4.

El quinto capítulo aborda las conclusiones del trabajo en general, y de los objetivos cumplidos y el sexto capítulo de referencias.

1.2. Justificación

En este trabajo se presenta una secuencia didáctica¹ para promover la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas que está mediada por el uso del ajedrez y dirigida a estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Municipal Liceo Integrado de Zipaquirá. La secuencia de tareas se realizó teniendo en cuenta los aspectos curriculares, revisando los Lineamientos Curriculares de Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1998) y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006), se consideraron los cinco pensamientos que plantea el Ministerio de Educación (MEN, 1998), pero estas tareas se enfocan específicamente en el desarrollo de los pensamientos aleatorio y variacional.

El pensamiento aleatorio, se escogió porque usualmente son contenidos que se dejan en un segundo plano dentro de la educación matemática escolar (Batanero, 2019). Se busca entonces forma óptima para introducir los diferentes significados de la probabilidad, o clarificar en qué modo el razonamiento probabilístico podría contribuir a reforzar las competencias matemáticas de los estudiantes.

Por otra parte, el pensamiento variacional se eligió teniendo en cuenta que los estudiantes de grado séptimo que participaron en el pilotaje de las tareas se aproximan a iniciar su estudio del álgebra en su institución educativa, y se cree que estas tareas contribuyen a facilitar su comprensión, ya que según los reportes del Grupo Pretexto citados en el artículo de Rojas y Vergel (2013), está relacionado con la interpretación de las

¹ Entenderemos secuencia didáctica como un conjunto sistemático de tareas diseñadas para la enseñanza de un concepto en una población determinada

letras en contextos matemáticos, y la comprensión de la noción de variación y el concepto de variable.

Inicialmente es importante mencionar que se han encontrado investigaciones acerca de los usos del ajedrez como herramienta pedagógica, por ejemplo, de forma transversal (inteligencia emocional), de forma multidisciplinar (matemáticas, lenguaje, sociales, educación física), o en el área social (pensamiento flexible y crítico), como lo afirma el periodista español Leonxo García (2018) en su conferencia “El ajedrez es el mejor gimnasio para la mente”.

En particular, en Matemáticas se han desarrollado varios estudios acerca del tema, como lo afirma Garrido (2001), las aportaciones mutuas entre las matemáticas y el ajedrez son múltiples. El ajedrez forma algunos de los pocos ejemplos de suposición matemática de los cuales es casi cierto que poseen una demostración; en efecto, por ejemplo, es convicción común de los ajedrecistas que no exista una estrategia ganadora para las piezas negras, pero no existe una demostración significativamente más breve que aquella consistente en un examen combinatorio completo. Son bien conocidos 105 problemas combinatorios clásicos (de las ocho damas, de las cinco damas, del trayecto del caballo, etc) pero también se conocen otros problemas ajedrecísticos que son de indudable interés matemático.

Otros ejemplos, más en relación con la enseñanza y aportes en el aula, es el trabajo de Jaureguiberry, quien afirma en su libro, “Jaque a las fracciones” (2015) que “El uso del tablero de ajedrez en el proceso de enseñanza/aprendizaje de las matemáticas, en general, presenta múltiples ventajas, entre ellas sus características materiales (forma, cuadrícula, alternancia de colores, etc.) que actúan como facilitador de la construcción de relaciones lógico-matemáticas.” Autores como Gairín y Fernández (2010), proponen la construcción, validación y aplicación de material didáctico para la enseñanza de las matemáticas; y el trabajo realizado por Martínez (2017), en el cual propone actividades con los movimientos de las piezas para ilustrar diferentes usos del ajedrez en los procesos de enseñanza de las matemáticas.

Desde otra perspectiva, es importante reseñar que el 13 de marzo de 2021 el Parlamento Europeo adoptó el programa de la Unión Europea “Ajedrez en la Escuela”, mediante la Declaración escrita 50/2012, para que se incluyera el ajedrez dentro de sus

sistemas educativos. Esto fue un gran logro para la práctica del ajedrez y un gran beneficio para los niños. Fuentes (2013) indica que muchos países tienen en la actualidad el ajedrez como asignatura obligatoria en todos los colegios (v.g. Cuba, Venezuela, Islandia, Georgia) y en otros muchos como optativa (v.g. Alemania, Suecia, Argentina, Colombia).

En esa misma línea, en España, la Comunidad de Cantabria dispone del Proyecto Ajedrez Educativo y el Parlamento canario acordó por unanimidad incorporar el Ajedrez en la escuela² y Ajedrez a la Escuela³. México cuenta con la Fundación Kasparov⁴, y en más de 40 países alrededor del mundo incluyen programas de ajedrez en las escuelas dentro del currículo oficial (Kovacic, 2012).

En Bogotá, por ejemplo, se han creado programas como 40x40⁵ que llevaba, entre varias actividades, el ajedrez a los colegios distritales dentro de las horas escolares; mientras que algunos colegios privados del norte de Bogotá reciben clases de ajedrez y realizan el Torneo UNCOLI (Unión de Colegios Internacionales)⁶ de Ajedrez.

Gairín y Fernández (2010) destacan la influencia del ajedrez tanto a nivel cognitivo (atención, memoria, concentración, percepción, razonamiento lógico, orientación espacial, creatividad, imaginación) como a nivel personal (responsabilidad, control, tenacidad, análisis, planificación, autonomía, discusión, control, tenacidad). Mientras que Maz-Machado y Jiménez-Fanjul (2012) indican que algunos de los componentes de la práctica del ajedrez son la concentración y el desarrollo de estrategias para la resolución de problemas y del pensamiento lógico, todos ellos necesarios para las matemáticas, otro autor como Guik (2012) indica que el tablero de ajedrez, las piezas y el propio juego se utilizan frecuentemente para ilustrar conceptos, ideas y problemas matemáticos.

² <http://www.elajedrezenaescuela.com/>

³ <https://www.ajedrezalaescuela.eu/> es un portal de ajedrez educativo y transversalidades de los profesores del programa AJEDREZ A LA ESCUELA DE ARAGÓN

⁴ <https://www.fundacionkasparovajedrez.com/>

⁵ El programa “Jornada Escolar de 40 horas para la formación integral y la excelencia académica (JE40h)”¹ fue definido por la Secretaría de Educación Distrital como una de las estrategias de calidad educativa del Plan de Desarrollo “Bogotá Humana 2012-2016”, en el ámbito de la equidad, la no discriminación social y el ejercicio de los DDHH.

⁶ UNCOLI es una organización de 25 Colegios Internacionales de Bogotá, antes llamada Liga de Colegios del Norte que organiza actividades artísticas, culturales y deportivas entre ellos el ajedrez, para los estudiantes durante todo el año académico.

Finalmente, se encuentra pertinencia en la utilización de juegos en el contexto de la enseñanza escolar (en particular de las matemáticas), porque permiten un mejor aprendizaje, como lo afirma Martín Gardner (1991):

“Siempre he creído que el mejor camino para hacer las Matemáticas interesantes a los alumnos y profanos es acercarse a ellas en son de juego... El mejor método para mantener despierto a un estudiante es seguramente proponerle un juego matemático intrigante, un pasatiempo, un truco mágico, una chanza, una paradoja, un modelo, un trabalenguas o cualquiera de una de esas mil cosas que los profesores aburridos suelen huir porque piensan que son frivolidades”.

Como se evidencia en las ideas anteriores, el uso de juegos, y específicamente del ajedrez, enriquece los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, asunto que es relevante en la formación del profesor y motiva la realización de este trabajo.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

- Diseñar una secuencia didáctica mediada por el ajedrez para el desarrollo de los pensamientos aleatorio y variacional.

1.3.2. Objetivos específicos

- Estudiar documentación que permita la creación de las tareas de la secuencia didáctica para el desarrollo del pensamiento aleatorio y el pensamiento variacional a través del ajedrez.
- Proponer una secuencia didáctica mediada por el ajedrez para el desarrollo de los pensamientos aleatorio y variacional dirigidas a estudiantes de grado séptimo.
- Implementar una primera versión de la secuencia didáctica a estudiantes de grado séptimo.
- Sistematizar los resultados obtenidos después de la implementación de la secuencia didáctica.

2. MARCO REFERENCIAL

“El juego y la belleza están en el origen de una gran parte de la Matemática. Si los matemáticos de todos tiempos se lo han pasado tan bien jugando y contemplando su juego y su ciencia, ¿por qué no tratar de aprenderla y comunicarla a través del juego y de la belleza?”. De Guzmán

El marco referencial está dividido en tres apartados, a saber: los antecedentes, el marco teórico que a su vez contiene tres subcapítulos (el juego, la enseñanza y el aprendizaje, enseñanza de las matemáticas por medio de juegos, y el ajedrez) y, por último, los aspectos curriculares considerados para la elaboración de las tareas.

2.1. Antecedentes

En este apartado se presentará un resumen de algunos trabajos que se han puesto en práctica y en los que el ajedrez es el protagonista en relación con la enseñanza de las matemáticas, y que sirvieron como punto de partida para determinar la forma en que podría construirse la secuencia de tareas de este trabajo.

En el artículo de Gairín y Fernández (2010) se encuentran algunas actividades que se realizaron a un grupo de segundo de primaria en las que se construyó y validó material didáctico para la enseñanza de las matemáticas como: dados, en los que en lugar de usar números del 1 al 6, las caras de los dados tienen la imagen de una pieza de ajedrez, (en ajedrez cada pieza tiene un valor numérico, siendo el peón la unidad, el caballo como el alfil equivalen a tres peones, la torre a cinco y la dama a 10 peones), cartas de la baraja, dominó y hexágono. Aunque usan distintos materiales, todos aluden a las dinámicas del juego del ajedrez y ponen de manifiesto que mejoran metodológicamente la enseñanza de las matemáticas.

Por otra parte, en el trabajo de Sánchez (2013) se presenta una breve descripción de una secuencia de tareas dirigida a un grupo de estudiantes de grado 4° de educación secundaria en la semana de ciencia del Colegio San Fernando Avilés, tareas en las cuales se hizo una comparación entre tres grupos, en uno de ellos se utilizó el ajedrez como herramienta de aprendizaje de las matemáticas, específicamente para enseñar conteo y series.

Otros autores como Maz-Machado y Jiménez-Fanjul (2012) proponen para trabajar patrones, una actividad a realizar con estudiantes de primaria utilizando Alfil, Dama y Caballo, consistente en contar el número de casillas a las que se puede trasladar cada una de estas piezas siguiendo los movimientos propios y colorear después con distinto color sobre un tablero dibujado en una hoja de papel que no lleva diferenciadas las casillas blancas y negras. En el caso de Alfil y Dama utilizando en cada caso el mismo color para pintar el número de desplazamientos de menor a mayor, los alumnos observarán que el patrón geométrico es igual, pero el patrón numérico no lo es. Después, se propone la misma actividad con el Caballo y los estudiantes observarán que el patrón geométrico es diferente al de Alfil y Dama. La razón de esta propuesta es *“brindar a los maestros una forma de integrar los elementos del ajedrez en el aula para apoyar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas”* (Maz-Machado y Jiménez-Fanjul, 2012, p. 110).

Autores como Gairín y Fernández (2010) destacan la influencia del ajedrez tanto a nivel cognitivo (atención, memoria, concentración, percepción, razonamiento lógico, orientación espacial, creatividad, imaginación) como a nivel personal (responsabilidad, control, tenacidad, análisis, planificación, autonomía, discusión, control, tenacidad) y expresan su importancia en los sistemas educativos de muchos países del mundo. Mientras que Maz-Machado y Jiménez-Fanjul (2012) indican que algunos de los componentes de la práctica del ajedrez son la concentración y el desarrollo de estrategias para la resolución de problemas y del pensamiento lógico, todos ellos necesarios para las matemáticas. Por su parte, Guik (2012) indica que el tablero de ajedrez, las piezas y el propio juego se utilizan frecuentemente para ilustrar conceptos, ideas y problemas matemáticos.

Kraitchik (1946) en su libro *“Matemáticas recreativas”* dedica un capítulo al problema de las reinas que consiste en poner 8 damas en un tablero de ajedrez sin que se ataquen, este problema fue planteado por Max Bezzel en 1848, que bajo el pseudónimo de Schachfreund lo publicó en la revista especializada *Berliner Schachzeitung*. El problema fue propuesto por el Dr. Nauck al matemático Gauss en 1850 y Gauss obtuvo 72 soluciones al principio y algo más tarde 76, siendo el Dr. Nauck quien encontró las 92 soluciones posibles de las que 12 son esencialmente distintas y el resto se obtienen mediante simetrías y rotaciones. Frabetti (1995, p. 60) establece como las 12 soluciones básicas, las siguientes:

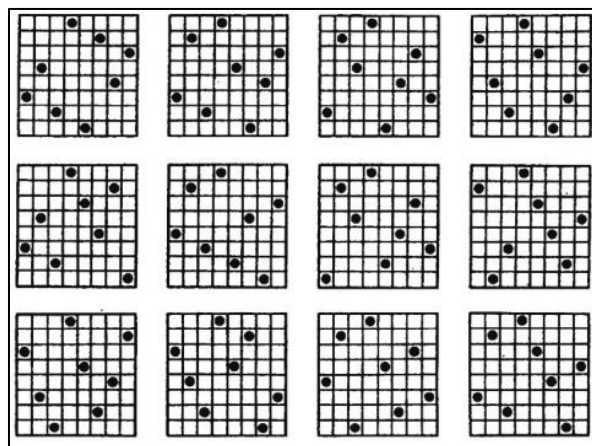


Figura 1: 12 soluciones al problema de las 8 damas. Tomado de Fabretti (1995).

Por otra parte, en el artículo de Nortes Martínez-Artero, R., y Nortes Checa, A. (2015) se presentan una serie de tareas enfocadas a la enseñanza de las matemáticas utilizando el tablero de ajedrez y las piezas como herramienta que los profesores pueden emplear en el aula escolar, aprovechando que el ajedrez se viene introduciendo en el sistema educativo en su país (España) debido a sus beneficios sociales y educativos. A continuación, se enuncian algunas actividades a realizar en el aula con el tablero de ajedrez reportadas en el trabajo en cuestión.

Contar y cortar: Contar el número de cuadrados que tiene un tablero de ajedrez. En el campo numérico, otro problema que se presenta en las casillas de un tablero de ajedrez colocar monedas de 1 euro. La diferencia de valor de las monedas que se encuentran en las casillas que tiene un lado en común es 1 euro. Si en la casilla a8 (primera de la primera fila) hay 1 euro y en la casilla h1 (última de la última fila) hay 15 euros, ¿cuál es el valor total de las monedas que se encuentran en el tablero? Siguiendo el enunciado, resulta:

1	2	3	4	5	6	7	8
2	3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9	10
4	5	6	7	8	9	10	11
5	6	7	8	9	10	11	12
6	7	8	9	10	11	12	13
7	8	9	10	11	12	13	14
8	9	10	11	12	13	14	15

Figura 2: Contar y cortar

La primera fila suma: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$. La segunda sumará 8 euros más y así sucesivamente, luego: $36 + (36 + 8 \times 1) + (36 + 8 \times 2) + 36 + 8 \times 3) + (36 + 8 \times 4) + (36 + 8 \times 5) + (36 + 8 \times 6) + (36 + 8 \times 7) = 36 \times 8 + 8 \times (: 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7) = 288 + 224 = 512$ euros.

Los Grandes Números: El problema de los granos de trigo. Esta actividad se puede proponer como una investigación ya que el bloque de procesos, métodos y actitudes en matemáticas se ha formulado con la intención de conseguir que todo el alumnado “*sea capaz de describir y analizar situaciones de cambio, encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas*” (MECD, 2014).

Polominós: El primer problema sobre pentominós conocido fue publicado en 1907, escrito por Henry E. Dudeney y recogido en el libro titulado *Canterbury Puzzles*, en el que el problema presentado consistía en encajar los 12 pentominós y un tetraminó 2×2 en un tablero de ajedrez de 8×8 . También recrear las piezas de ajedrez con doce pentominós.

Cuadrados mágicos: los caminos del caballo, mensajes por silabas como se muestra en la figura, donde para encontrarla se necesita ir a salto de caballo, como lo indica Frabetti (1995) en su libro.

	DIOS		BE				AL
			QUE	SON	FA		
		ES		TO		EL	TI
		CON	BIO		CAS	LAS	
	CRI	MUN		LEO		MA	
			GA	EL	MA		
	DO				LI		TE

Figura 3: Cuadrados mágicos

La frase es: “*Las matemáticas son el alfabeto con qué Dios escribió el Mundo. Galileo*”

Los problemas planteados se citan en este apartado porque, como lo indica el autor, en algún momento se pueden relacionar con la unidad didáctica que se esté impartiendo y seguirán una evolución en cuanto a su nivel de dificultad, comenzando en las primeras

sesiones por casos de ingenio relativamente sencillos que despierten la curiosidad del alumno para resolverlos sin que les resulten demasiado complejos y conforme su capacidad reflexiva y analítica vaya progresando se irá profundizando en el nivel de dificultad de estos (Villar, 2011).

Finalmente, para esta sección de antecedentes, se muestra un resumen en la Tabla 1 los referentes bibliográficos tenidos en cuenta para la realización de este trabajo:

Tabla 1: Documentos e investigaciones de ajedrez, educación y matemáticas tenidos en cuenta para la realización de este trabajo.

Año	País	Autor	Tema de Investigación	Conclusiones/Aportaciones
2001	(Barcelona) España	Ferran García Garrido	Educando desde el ajedrez	El libro intenta aportar datos y referencias alusivas al binomio Ajedrez-Educación, tratando de sensibilizar a los educadores de este juego y de la necesidad de seguir acercando su actuación hacia el ámbito educativo y de seguir descubriendo y utilizando todo su potencial pedagógico sin dejar de lado sus aspectos culturales y su sentido humanístico.
2008	(Barcelona) España	Joaquín Fernández Amigo	Tesis Doctoral Utilización de material didáctico con recursos de ajedrez para la enseñanza de las matemáticas. Estudio sobre sus efectos sobre una muestra de alumnos de 2º de primaria.	Desarrollar y aplicar, mediante un estudio de casos, donde sea posible introducir el ajedrez o materiales didácticos con recursos de ajedrez para la mejora metodológica de las matemáticas.
2010	(Barcelona) España	Joaquín Gairín Sallán y Joaquín Fernández Amigo	Enseñar matemáticas con recursos de ajedrez	Artículo que sintetiza dos estudios realizados sobre la construcción, validación y aplicación de material didáctico para la enseñanza de las matemáticas. Realizados entre 2006 y 2008, se centraron en varias experiencias de utilización de material didáctico con recursos

				de ajedrez en la enseñanza de las matemáticas en la etapa de educación primaria.
2013	(Avilés) España	Daniel Sánchez Repullo	Posibilidades didácticas en matemáticas del ajedrez – TG Análisis de las posibilidades del ajedrez como recurso didáctico en la enseñanza de las matemáticas: Estudio de caso en 4º curso de Educación Secundaria Obligatoria del Colegio San Fernando de Avilés	Proyecto que analizó y concluyó los beneficios del ajedrez al trasladarse con éxito a la enseñanza de las matemáticas en un caso particular: las aulas de 4º E.S.O. del Colegio San Fernando de Avilés
2014	(Murcia) España	Rosa Nortes Martínez-Artero y Andrés Nortes Checa	El ajedrez como recurso didáctico en la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas	El juego del ajedrez ofrece un camino de amplios recursos en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, tanto en matemáticas escolares como en didáctica de las matemáticas en primaria y secundaria, aplicables a los cinco bloques de las matemáticas escolares se ha utilizado el ajedrez como recurso didáctico con buenos resultados para iniciarse en la resolución de problemas.
2020	España	Noelia López Sáez	Ajedrez y Matemáticas para socializar dentro y fuera del aula, en primer ciclo de ESO	Actividades creadas para ofrecer toda una serie de materiales utilizables durante la asignatura de matemáticas en secundaria que permitan trabajar las siete competencias claves de manera más amena a través del ajedrez.
2020	Cuba	Roelvis Sosa Benítez, Julia Fiol Machin Yarileidys y Leyva Frómata	Tareas docentes integradoras en la asignatura Ajedrez Básico	Estudio relacionado con el tratamiento de las tareas docentes integradoras en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Ajedrez Básico en la carrera de Cultura Física.
2021	Cuba	Joaquín Fernández Amigo	Material didáctico para la enseñanza de las	A lo largo de este trabajo de investigación se ha analizado la propuesta de material

Fuente: Elaboración propia con información obtenida de la tesis doctoral de Fernández, J (2008)

2.2. Marco teórico

2.2.1. El Juego, la enseñanza y el aprendizaje

En todas partes del mundo se juega, y durante todas las etapas de nuestra vida se juega. Los juegos han estado presentes a lo largo de la historia de la humanidad, autores como Andrés y García (2010) incluso confirman que el juego no es una característica única del ser humano como especie, sino que la comparte con muchos mamíferos creando a través de juegos, simulaciones sin ninguna peligrosidad que los prepara y les sirve de entrenamiento para su supervivencia, como individuos en la etapa adulta.

En Bishop (1998), Huizinga afirma que el espíritu de competición en el juego es, como impulso social, más antiguo que la cultura misma y se extiende por todas las etapas de la vida como un fenómeno cultural (Homo Ludens, p.173). Jugar es una forma particular de actividad social en la que se establecen reglas y los participantes se convierten en jugadores, quien decida jugar debe seguir las reglas, de no ser así, el juego no puede continuar. Los juegos según Walter Roth (1902) se clasifican de la siguiente manera:

- **Imaginativos:** implican fantasía, humor.
- **Realistas:** se disfruta usando objetos naturales, orgánicos e inorgánicos, por ejemplo, jugando con animales domésticos o resbalando sobre el barro.
- **Imitativos:** pueden ser de imitar aspectos de la naturaleza o de niños imitando el comportamiento de los adultos.
- **Discriminativos:** como el escondite y adivinanzas.
- **Competitivos:** luchas, combates, etc.,
- **Propulsivos:** con juguetes que incluyen movimiento, por ejemplo, la peonza, lanzamiento de objetos, etc.
- **De placer:** música, canciones, danzas, etc.

Así, el juego se sumerge en las culturas y la sociedad, por lo que algunos autores justifican su utilización como mecanismo de aprendizaje, por ejemplo, Gairín y Fernández (2008) afirman que el juego es un elemento imprescindible y reconocido para el desarrollo

de los niños. Sirve tanto para divertirse, como para identificar los estados anímicos (un niño que no juega no es feliz) y marca pautas relacionadas con el desarrollo de la personalidad. Conduce también al niño a la conquista de su autonomía, así como a la adquisición de esquemas de conducta. Como ya decía De Guzmán (1984) cuando menciona que *“los juegos ayudan a construir una amplia red de dispositivos que permiten al niño la asimilación de toda realidad, incorporándola para revivirla, dominarla o compensarla de tal modo que el juego es asimilación de la realidad al yo”* (p. 53).

Por su parte, Sánchez (2013) afirma que el juego convierte al niño en un actor capaz de representar todo tipo de papeles y vivencias, por extremas que estas sean, pero siempre con una subordinación total al marco que lo regula. Asimismo, Vigotsky (1966) considera el juego como una herramienta socializadora en la que el niño acepta de buen grado la norma.

En el apartado del juego como recurso didáctico en Sánchez (2013), Erikson (1972) concuerda con Vigotsky (1966), y además sitúa el juego en el tercer estadio del desarrollo infantil, afirmando que es en el juego donde el niño toma noción, a partir de situaciones ficticias, del papel que le tocará desempeñar en el futuro y donde se desarrollará su personalidad en un marco de seguridad emocional y afectiva. Esto convierte el juego infantil en una actividad de crecimiento esencial. Una de las características que Erikson (1972) resalta en el desarrollo es que el adulto, por más que lo intente, no puede establecer por completo las reglas del juego. Será el niño, junto con sus compañeros, convertidos en sus iguales, quién las termine aceptando o modificando.

Otros autores como Klein (1929) afirman que el juego es un mecanismo del que dispone el niño para expresarse. Gracias al juego, el niño es capaz de establecer asociaciones entre los elementos ajenos al propio juego de la misma forma que un adulto lo haría con los elementos apartados de sus sueños. Según Fernández (2008) los juegos ofrecen al profesor más posibilidades de conducir el grupo que la de una clase convencional y, sin duda, aportan integración e interacción dentro del grupo. Suponen un instrumento no solamente diferente de las actividades de la clase, sino también de las actividades del mundo real. Esto no

significa que los juegos no puedan tratar problemas y situaciones reales. Lo hacen, pero los estudiantes reconocen que eso es fantasía.

Para los adultos, las fantasías solamente existen en el cine y el teatro. Los niños, en cambio, están creando fantasías constantemente, y cuando más pequeño es, más fantasía crea, juega en casa, en la escuela, en la calle, a indios, soldados, a muñecas, imita cualquier cosa que ve en la vida real y lo hace voluntariamente y con entusiasmo. El juego está en todas las culturas y es difícil analizar su origen y significado. El juego es un instinto natural y un útil instrumento en manos de los educadores.

En la búsqueda de mejores resultados en la enseñanza a partir de los juegos Gaírín y Fernández (2010) se cuestionan sobre ¿cuáles son las ventajas y limitaciones que se pueden obtener utilizando los juegos?, ¿qué criterios son necesarios utilizar?, ¿por qué y cuándo es necesario utilizar el juego en la clase? El juego implementado en clase hace que el estudiante actúe, manipule, piense, reflexione y tome decisiones. Estas decisiones rápidamente lo llevan a ver las consecuencias, por ejemplo, en caso de dejar una pieza sin protección y perderla.

Con el juego, el estudiante no ha de esperar la respuesta del maestro. La retroalimentación supone un refuerzo inmediato del aprendizaje; en la dinámica habitual de las clases ordinarias la retroalimentación es más lenta y por lo tanto pierde efectividad.

En la Tabla 2 se presentan las ventajas y desventajas que presentan los autores en relación con el uso del juego en el aprendizaje de los(as) niños(as):

Tabla 2: Ventajas y desventajas del uso en del juego en el aprendizaje.

Ventajas	Desventajas
Mejorar la actitud de los alumnos ante las Matemáticas.	Problemas organizativos: espacios, ruido e indisciplina.
Desarrollar la creatividad de los alumnos.	Dificultades materiales: no existen suficientes juegos para todos los alumnos.
Facilitar la elección de estrategias para resolver problemas.	Falta de conocimiento de los profesores con respecto a los juegos, que les hace encontrarse incómodos e inseguros.
Aprovechar el error como fuente de diagnóstico y de aprendizaje para el alumno.	Presión de los programas curriculares, es obligatorio impartir determinados contenidos.

Adaptarse a las posibilidades individuales de cada alumno (tratamiento de la diversidad).	Incomprensión por parte de padres, autoridades educativas y compañeros.
---	---

Nota: Adaptado del artículo de Gairín y Fernández (2010).

Para cerrar esta sección se definirá juego como la define Huizinga (1949) en Corbalán (2002): “El juego es una acción u ocupación voluntaria que se desarrolla dentro de límites temporales y espaciales determinados, según reglas absolutamente obligatorias, aunque libremente aceptadas, acción que tiene un fin en sí misma, y está acompañada de un sentimiento de tensión y alegría”.

2.2.2. Enseñanza de las Matemáticas por medio de juegos

En esta sección se comentan algunos aspectos de la relación entre los juegos y las matemáticas con fines de aprendizaje en el aula. Se iniciará con Bishop (1998), quien alude a Huizinga (1949), para proporcionar un contexto emocional y afectivo en el que considera los juegos y el juego en la educación matemática como:

- Voluntario y libre
- No es un deber, ni habitual, ni real
- Esencialmente distendido en cuanto a los objetivos, aunque su práctica es seria.
- Ajeno a las satisfacciones inmediatas, pero parte integral de la vida y una necesidad.
- Repetitivo.
- Estrechamente relacionado con la belleza en muchos aspectos, pero no idéntico.
- Crea orden; tiene reglas, ritmo y armonía.
- A menudo está relacionado con el ingenio y el humor, pero no es sinónimo de ellos.
- Tiene elementos de tensión, incertidumbre, riesgo.
- Ajeno a la antítesis entre cordura y locura, verdad o falsedad, bueno o malo, vicio y virtud, no tiene función moral.

Ya se comentó en el apartado anterior que los juegos son más antiguos que la cultura y además están inmersos en ella, pero la cultura y las matemáticas tienen una relación muy estrecha, a esta se le denomina etnomatemática, demostrando en los últimos años que las ideas matemáticas, así como los juegos existen en todas partes o más bien lo universal está en las actividades en las que la gente las involucra (Bishop, 1998).

Bishop (1991) define seis actividades matemáticas importantes y son las que dan los cimientos del conocimiento matemático en las distintas culturas y se indica a continuación:

Contar: que se relaciona con el ¿cuántos?, en todas sus formas y variantes y por lo tanto involucra hacer cálculos numéricos.

Localizar: permite encontrar un camino en el mundo espacialmente estructurado de hoy en día, describir dónde está cada cosa en relación con otras y para esto se utilizan distintas formas de descripción y sistemas de coordenadas. Estas actividades involucran el aspecto "geográfico" de la geometría y los temas matemáticos que derivan son medidas, coordenadas cartesianas y polares, ejes, cuadrículas, etc.

Medir: el ¿cuánto? es una pregunta que se plantea en múltiples situaciones. Las técnicas para medir, con todos los tipos de unidades que implican, se hace más compleja cuanto es la sociedad de que se trata. Algunos temas matemáticos que derivan de ella son: orden, talla, unidades, sistemas de medición, conversión de unidades, precisión, cantidades continuas, etc.

Dibujar: las formas son muy importantes en el estudio de la geometría y aparecen de la ramificación de objetos para distintas finalidades. Algunos conceptos matemáticos que se derivan son formas, regularidades, congruencia, similitud, construcciones y propiedades geométricas, etc.

Explicar: comunicar a los demás por qué las cosas pasan del modo que pasan es otra actividad universal, en lo que a matemáticas se refiere. Es, por ejemplo, dar respuesta al porqué algunas formas geométricas no encajan entre sí, o por qué un resultado algebraico lleva a otro. Los temas matemáticos que tratan aquí son reglas lógicas, pruebas, gráficos, ecuaciones, etc.

Jugar: Y el juego encaja en la descripción matemática general desde el punto de vista cultural del conocimiento. Bishop (1998) señala que los juegos han sido la fuente de las principales ideas matemáticas que actualmente aceptamos como una parte central de las

matemáticas, particularmente en la Probabilidad, pero más generalmente en la Teoría de Números. También se puede afirmar que en la Geometría y el Álgebra. Naturalmente, la Teoría del Juego es la más obvia de las conexiones matemáticas, y añade que se debe apreciar los parecidos y comparables que resultan el área de las matemáticas al momento de modelar y simular con la de los juegos.

El mismo autor alude que no es casualidad que en las categorías establecidas por Roth (1902) la mayor parte de los juegos sean del tipo “imitativo”. Pensar que la actividad matemática consiste en el desarrollo de ciertos tipos de modelos de la realidad implica que los juegos imitativos pueden ser una base importante para una gran cantidad de nuestra actividad como educadores en matemáticas. La descontextualización de una idea o de un proceso desde la realidad hasta la abstracción de la realidad es una parte importante de la manera en que se han generado las ideas matemáticas, y por lo tanto los juegos de experimentación pueden ser una parte importante de la educación matemática de los estudiantes.

Para justificar este hecho, De Guzmán (2007) afirma que la matemática es un grande y sofisticado juego que, al mismo tiempo, resulta ser una obra de arte intelectual, que proporciona una intensa luz en la exploración del universo y tiene grandes repercusiones prácticas.

Por otra parte, en la tesis doctoral de Fernández (2008) el autor pone de manifiesto la importancia del juego en la enseñanza de las matemáticas, Huizinga (1946) citado en García (2001), afirma: “hemos de considerar el juego como una actividad diferente de la vida habitual”.

Según Huizinga (1946, p. 120 -121), citado en Corbalán (2002), “El mundo del juego es mágico, un círculo encantador con sus propias fronteras de espacio y tiempo. Sus reglas de comportamiento y su conciencia de vivir en un mundo irreal”. Es difícil encontrar en una clase tradicional este encanto, lo que da un plus a usar los juego en el aula, que permiten a los estudiantes la capacidad de sorprenderse y perder la noción del tiempo por lo entretenido de los juegos.

Así mismo, Corbalán (2002), afirma que, en el desarrollo de los juegos educativos, los maestros pueden aprovechar la estimulación del juego en la enseñanza. Los juegos crean motivación en el estudiante, clarifican conceptos y procesos difíciles, ayudan al aprendizaje social y a integrar diferentes procesos de capacidad. Kaplan (1995) por ejemplo, dice que los juegos son lo suficientemente flexibles para satisfacer diferentes objetivos educacionales a la vez, y afirma que “si se utiliza adecuadamente la técnica del juego se pueden obtener resultados mejores que con las técnicas tradicionales de enseñanza”.

En general las virtudes que podemos asignar al juego educativo son múltiples, aplicado como un método de enseñanza serían: comprensión, análisis, síntesis, capacidad de juicio, capacidad verbal, flexibilidad, transparencia, aplicación, capacidad para resolver problemas y como entorno de socialización. Tanto que Bishop (1998) señala que es lógico que los educadores en matemáticas hayan tratado de contrastar los resultados que su experiencia en el aula les proporcionaba: el juego se puede utilizar como parte integral en el aprendizaje de las matemáticas.

Teniendo en cuenta que el juego favorece el razonamiento lógico, y para aprender matemáticas se requiere de este razonamiento, dado que para muchos estudiantes es la materia menos favorita por su “complejidad”, o porque exige una mayor concentración, o los contenidos en muchas ocasiones son de memorización y ante la resolución de problemas aparecen las dificultades, varios autores como Gairín y Fernández (2010), han analizado la utilización de recursos como el ajedrez para promover la enseñanza de las matemáticas y llevar propuestas motivadoras a los estudiantes en el aula.

El ajedrez se encuentra entre uno de los juegos universales, antiguos y bellos, que será usado en este trabajo como recurso didáctico para elaborar tareas que promuevan el aprendizaje de las matemáticas escolares. A continuación, se precisan elementos sobre la historia y las reglas del ajedrez.

2.2.3. El ajedrez

Sobre la invención del juego

Hay varias historias sobre el origen del ajedrez, las antiguas civilizaciones del lejano oriente crearon juegos de tablero que simulaban combates, entre guerreros, caballos, elefantes, etc. Dada su antigüedad, varios investigadores concluyen que el ajedrez derivó de un juego llamado *Chaturanga* o *Juego de los cuatro reyes*, que se jugaba en la India, en el siglo V a.C. era un juego para cuatro personas, cada jugador tenía al iniciar el juego: un rey, un elefante, un caballo, un navío y cuatro peones. Los jugadores debían esforzarse por capturar el rey de los oponentes sin descuidar el propio y las jugadas eran determinadas al azar por un dado, el tablero era de un solo color y tenía 64 casillas. Tiempo después, el dado dejó de existir en el juego por las prohibiciones de la religión hacia los juegos de azar, al dado lo reemplazó el razonamiento de cada jugador, y el juego pasó de cuatro a tan solo dos jugadores.

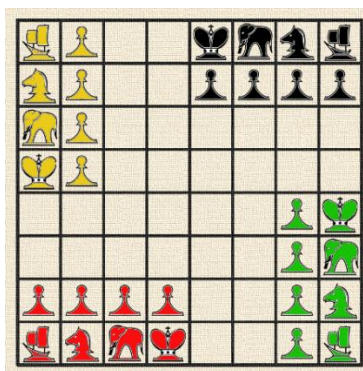


Figura 4: Chaturanga

Tomado de <https://historiadelaajedrez.com/>

El Chaturanga tuvo dos descendientes: el Shatrang persa y el Petteia griego. Esos juegos se fusionaron después de la Guerra Grecia – Persia apareciendo el ajedrez árabe en el año 650, parecido al ajedrez actual. Se empezó a difundir por el mundo, gracias al comercio, las conquistas y las expediciones. Los árabes lo llevaron a España entre los siglos VII y VIII. Para esa época ya se habían ideado formas de representar gráficamente las piezas y anotar las jugadas. El tablero ya era a dos colores, las torres se llamaban *Roques*, que en árabe significa carro de guerra, la dama era el Alferza, una especie de capitán, el caballo representaba al caballero andante, por eso los ingleses usan *knight* y no *horse*, el alfil, tuvo varias representaciones según la cultura, por ejemplo, en árabe significaba elefante (Alfil);

un obispo, en inglés *bishop*; en portugués, *Bispo*; en Francia, *Bufón* y *Läufer* en alemán (que significa corredor), solamente el Rey, el Caballo y la Torre se movían como hoy en día. El Alfil se desplazaba máximo tres casillas y podía saltar por encima de otras piezas, el Peón sólo podía avanzar una casilla y el Alferza era una pieza muy débil que sólo se movía en diagonal y una casilla por vez.

Decir: "dar *shaque*", significa amenazar al rey, deriva de *Sha*, que hace referencia al rey de los persas y *Sha mat* significa "el rey ha muerto".

En el Renacimiento, el ajedrez tuvo una evolución, el Alferza se sustituyó por la Reina (más adelante en algunos países se denominó Dama) y, junto al Alfil, se les otorgó absoluta movilidad, reforzando el poder del ataque; también se inventó el enroque para compensar las posibilidades de defensa. Al peón se le permitió mover dos casillas en la salida, capturar al paso y, al coronar, podía transformarse en cualquier pieza, no solo en dama como anteriormente. Estas reglas aparecieron en el siglo XV, en el "Manuscrito de *Gottigen*", el primer registro histórico del ajedrez, un texto escrito en latín de 33 páginas de pergamino, la autoría y fecha exacta del escrito se desconocen, pero se le atribuyen a Lucena, por el parecido con su obra "Repetición de amores y arte del juego de ajedrez".

El ajedrez formó parte de la educación de los caballeros, y a partir de este siglo aparecen miles de escritos y libros de aperturas, estrategia, táctica y finales, bibliografía de estudiosos del ajedrez y partidas analizadas de esta época hasta nuestros días.

En el siglo XX, aparecen las computadoras y el auge de las nuevas tecnologías contra la mente humana, los primeros encuentros fueron con *Deep Blue*; una máquina, contra el entonces campeón del mundo Garry Kasparov en 1996, y aquí surge una revolución y adaptación del juego. Actualmente se le atribuye a las máquinas y analizadores gran parte del entrenamiento de los grandes ajedrecistas.

Reglas del juego y nociones básicas.

El ajedrez es considerado un deporte intelectual, una lucha entre dos cerebros que se enfrentan con el propósito de atrapar al rey del rival. La batalla se pone de manifiesto en un tablero de 64 cuadrados, llamados casillas o escaques, 32 blancas y 32 negras alternadas. Cada jugador dispone de 16 piezas, el primer jugador llevará las piezas blancas y el segundo

jugador las piezas negras; el tablero se ubica de tal manera, que un cuadro blanco siempre esté en la esquina derecha de cada jugador, como se muestra en la Figura 5. Después, en las Figuras de la 6 a la 9 se observan los elementos más usuales del tablero.

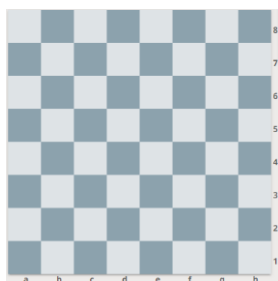


Figura 5: Tablero de Ajedrez

Casilla o escaque

Cada uno de los 64 cuadrados de un solo color que conforman el tablero de ajedrez, blancos o negros

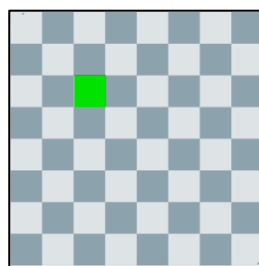


Figura 6: Casilla o escaque

Columna

Hilera vertical compuesta de 8 casillas, en el tablero de ajedrez se encuentran 8 columnas, nombradas por letras desde la a hasta la h, en la imagen se resalta la columna c.

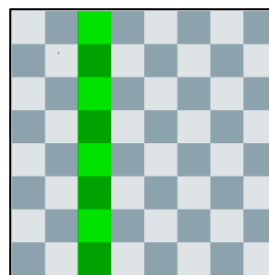


Figura 7: Columna

Fila

Unión de 8 casillas horizontales, que forman una hilera, el tablero, tiene 8 filas, nombradas por números, desde la 1 hasta la 8, en el tablero está sombreada la fila 3 o tercera fila para las blancas.

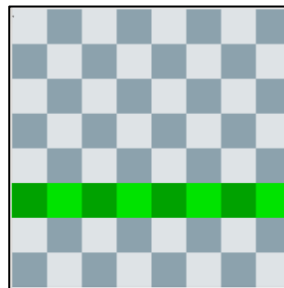


Figura 8: Fila

Diagonal⁷

En el tablero, la unión de casillas del mismo color unidas por los vértices y formando una línea define a las diagonales, hay en total 26 diagonales, de distintos tamaños, las más largas son las diagonales del cuadrado 8x8).

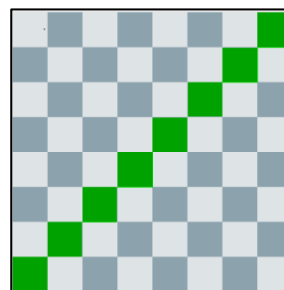


Figura 9: Diagonal

Movimiento de las piezas

Cada bando puede mover sus piezas, pero solo a casillas libres de sus propias figuras, es decir, que ninguna pieza podrá ocupar casillas donde previamente están ubicadas otras piezas de su mismo color, en otras palabras, dos piezas no pueden ocupar una sola casilla (entiéndase pieza, por las piezas del juego que no sean un peón).

Los caballos son las únicas piezas que pueden saltar sobre las demás piezas amigas y rivales, las piezas pueden retroceder en sus movimientos y capturar a las piezas del rival de la misma forma como mueven, exceptuando el peón que se mueve de frente y captura en diagonal una sola casilla. A continuación, se ilustran los movimientos de cada una de ellas.

⁷ La definición de diagonal en el Tomo I de Grau. Llámese diagonales a cualquiera de los conjuntos de casillas de un mismo color que cruzan en línea recta el tablero, formando con las columnas y líneas un ángulo de 45°. Entre las diagonales, llámense grandes diagonales las que comprenden ocho casillas, que son dos, a saber, las que cruzan el tablero partiendo de sus vértices”.

El Rey

Se mueve una casilla en cualquier dirección, siempre y cuando esta no esté amenazada por una pieza del rival.

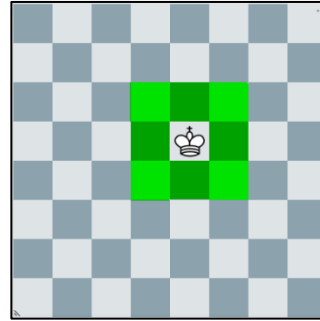


Figura 10: El rey

La Torre

Hace su movimiento en forma horizontal y vertical, por las filas y columnas tantas casillas como desee, siempre y cuando esté libre su paso.

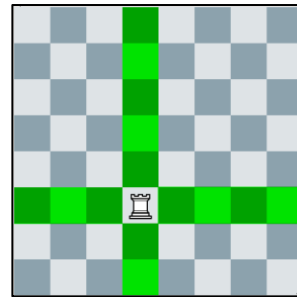


Figura 11: La torre

El Alfil

Se desplaza por las diagonales, en una sola dirección en cada turno. Cada jugador cuenta con una pareja de alfiles, uno que únicamente irá por las casillas blancas y el otro por las casillas negras en forma diagonal tanto como desee siempre y cuando esté libre su paso.

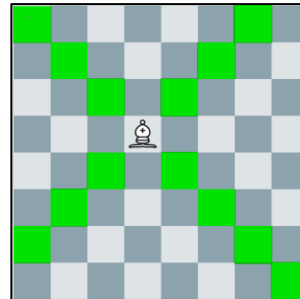


Figura 12: Al alfil

La Dama

Se mueve como torre y como alfil, es decir, se mueve por las filas, columnas y diagonales, en una sola dirección cada vez. Se considera la pieza más poderosa del tablero por ser la pieza con mayor alcance de casillas sobre el tablero.

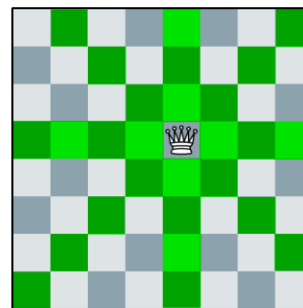


Figura 13: La dama

El Caballo

Realiza un salto en forma de “L”, mueve una casilla como torre seguida de una casilla como alfil, llegando siempre a una casilla de color contrario a la que se encontraba. A diferencia de las otras piezas, tiene el poder de saltar por encima de sus compañeras y sus rivales. Su mejor posición está en el centro⁸, donde tiene 8 casillas a su disposición, por el contrario, en una esquina del tablero el número de saltos se reduce a 2.

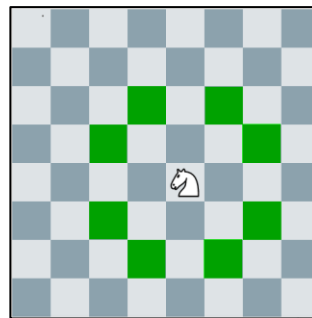


Figura 14: El caballo

El Peón

El peón mueve hacia adelante, sobre las columnas, desde su posición inicial, el peón puede avanzar dos casillas o solamente una, después de moverse la primera vez, solo podrá adelantar una casilla. Es la única pieza del tablero que no retrocede y que captura distinto a como mueve, realizando capturas en diagonal una casilla sin dejar de avanzar, como se muestra en la imagen.

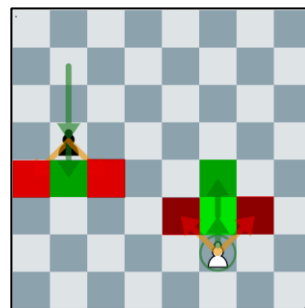


Figura 15: El peón

Posición inicial de las piezas

Las piezas se ubican como se ve en la Figura 16 al iniciar una partida: las torres en las esquinas, seguido de los caballos y alfiles, la dama y el rey, como se muestra en la figura, nótese que la dama siempre va en su color, es decir, la dama blanca se ubica en la casilla blanca, y la dama negra en la casilla negra. Los ocho peones sobre la segunda fila del primer jugador y la séptima fila para las piezas negras.

⁸ El centro en ajedrez se divide en dos, centro pequeño, las cuatro casillas, d4, d5, e4, e5, y el centro grande, el cuadrado c3-f3-f6-c6, según Nimzowitch en su libro Mi sistema. El caballo tiene ocho posibles movimientos en cualquiera de las casillas que conforman el centro grande.

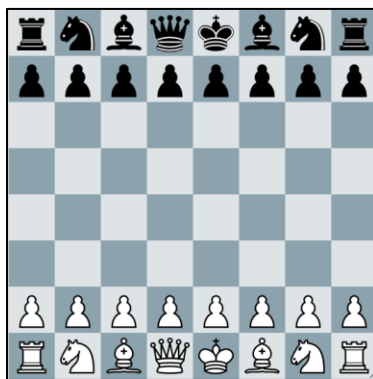


Figura 16: Las piezas en posición inicial

Movimientos especiales del ajedrez

La coronación

El peón tiene el poder de convertirse en una dama, una torre, un caballo o un alfil cuando llega a la octava fila. A esta transformación se le llama coronación, en la Figura 17 se muestra el paso a paso, la pieza coronada ocupa el lugar del peón en su casilla de coronación.

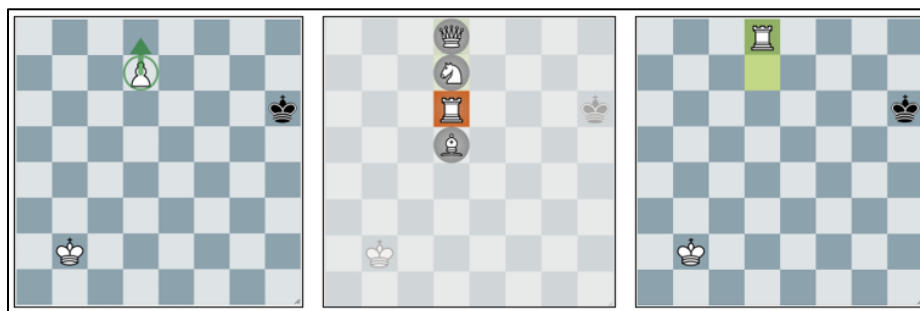


Figura 17: Secuencia de coronación de un peón

Captura al paso

Se presenta cuando un peón avanza dos casillas y queda en la casilla inmediatamente al lado de un peón rival, dicho peón puede ser capturado como si hubiese salido solo una casilla y posteriormente es retirado del tablero (Loteró, 2017). La captura al paso no es obligatoria y es válida si, y solamente si se realiza en la jugada inmediatamente al avance del peón rival.

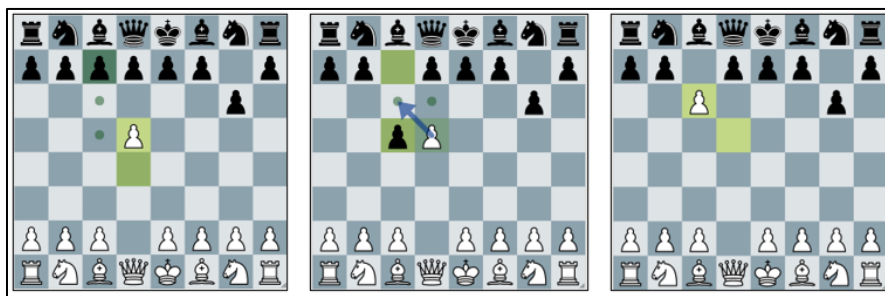


Figura 18: Secuencia de captura al paso

El enroque

Es una jugada de defensa que permite proteger al rey y poner en juego una torre. El enroque es la única jugada que permite mover dos piezas en un solo movimiento. Se realiza trasladando el rey por la línea horizontal dos pasos hacia la torre y a su vez la torre “salta” a la casilla que acaba de pasar el rey, las casillas deben estar libres.

Enroque Corto

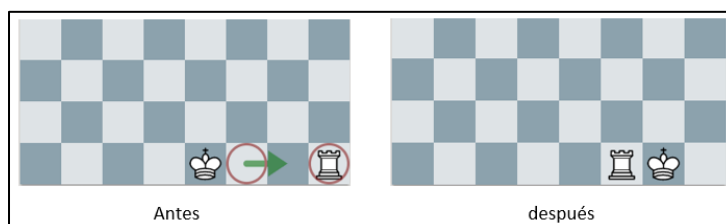


Figura 19. Enroque corto

Enroque Largo

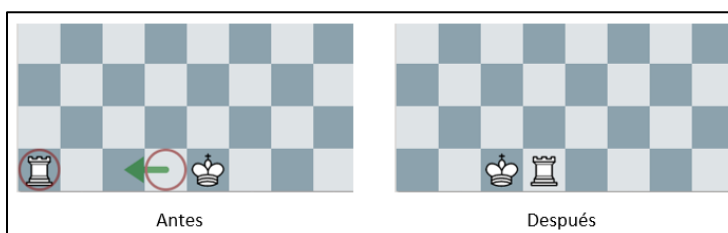


Figura 20. Enroque largo

El rey en su posición inicial, se desplaza dos casillas sobre la misma fila y la torre se pone al lado del rey, observe el antes y el después de las Figuras 19 y 20. El enroque solo se puede realizar una vez durante la partida y puede ser enroque corto en el flanco de rey, como en la Figura 19 o enroque largo en el flanco de dama, como se aprecia en la Figura 20.

Reglas para poder enrocar.

1. El rey y la torre con la que se va a enrocar deben estar en posición inicial y no haberse movido antes.
2. El rey no puede estar en jaque.
3. Las casillas por donde pasa el rey no pueden estar atacadas por piezas enemigas.
4. Las casillas entre el rey y la torre a enrocar deben estar sin piezas.

El ritmo de juego

Los movimientos, las jugadas, se efectúan en forma alternativa. Es decir, uno de los jugadores realiza un movimiento con sus piezas en el tablero y luego lo hace su adversario. La primera jugada siempre corresponde al jugador que lleva las piezas blancas.

¿Quién gana el juego?

El juego termina cuando alguno de los dos jugadores realiza el jaque mate y gana el juego o cuando también puede terminar en empate, que en ajedrez se denomina tablas y puede ocurrir algunas veces por situación de ahogo.

El Jaque y Jaque Mate

 <p><i>Figura 21: El jaque</i></p>	<p>El jaque</p> <p>Ataque que realiza una pieza enemiga al al rey. Se escribe +. En la situación de la ilustración x se puede observar al rey blanco amenazado por la torre negra. Ante el jaque se pueden realizar las siguientes acciones:</p> <ol style="list-style-type: none">1. Capturar la pieza que está haciendo el jaque.2. Cubrir al rey del ataque con una pieza.3. Mover el rey a una casilla que no esté atacada.
 <p><i>Figura 22: El Jaque Mate</i></p>	<p>Jaque Mate</p> <p>Cuando se está en jaque y no se puede realizar ninguna de las anteriores defensas ante el jaque. Entonces se dice que el rey está en jaque mate y ahí se termina la partida. El # o ++ representa jaque mate.</p>

El Empate

Existe la posibilidad de que ninguno de los dos jugadores logre dar jaque mate; esta situación de empate es denominado “tablas” y puede ocurrir por las siguientes razones:

1. Insuficiencia de material para dar jaque mate.
2. Cuando se presentan tres posiciones iguales, las cuales pueden, o no, ser consecutivas.
3. Acumulación de 50 movimientos por parte de cada jugador, sin capturar piezas o mover peones.
4. Por ahogo, es decir, cuando uno de los dos jugadores no puede mover su rey, sin estar en jaque en ese momento y además de esto no puede mover otra pieza, si es que la tiene.
5. Por mutuo acuerdo, si así lo deciden los adversarios en cualquier momento de la partida.
6. Por jaque continuo, si se tiene la posibilidad de dar jaque continuamente al rey rival.

La notación

Se han inventado varios sistemas para anotar las partidas de ajedrez a lo largo de los años, las más conocidas son el sistema descriptivo y el sistema algebraico. Ambos se describen enseguida.

El sistema descriptivo

Fue antes del sistema algebraico y, como su nombre lo indica, describía la ubicación de las piezas, nombrando las columnas con los nombres de las piezas en su posición inicial, es decir, la columna Torre rey, llamada así porque en la posición inicial se ubicaba en esta columna tanto la torre negra como la blanca, y estaban en el flanco de rey, por lo que, se llamaba la columna Torre Rey.

Al escribir la jugada, se escribía en mayúscula la inicial de la pieza a mover, seguido del número de la fila y el nombre de la columna. Así, por ejemplo, P4AD, se lee, “peón cuatro alfil dama”. La Figura 24 presenta una síntesis de este sistema.

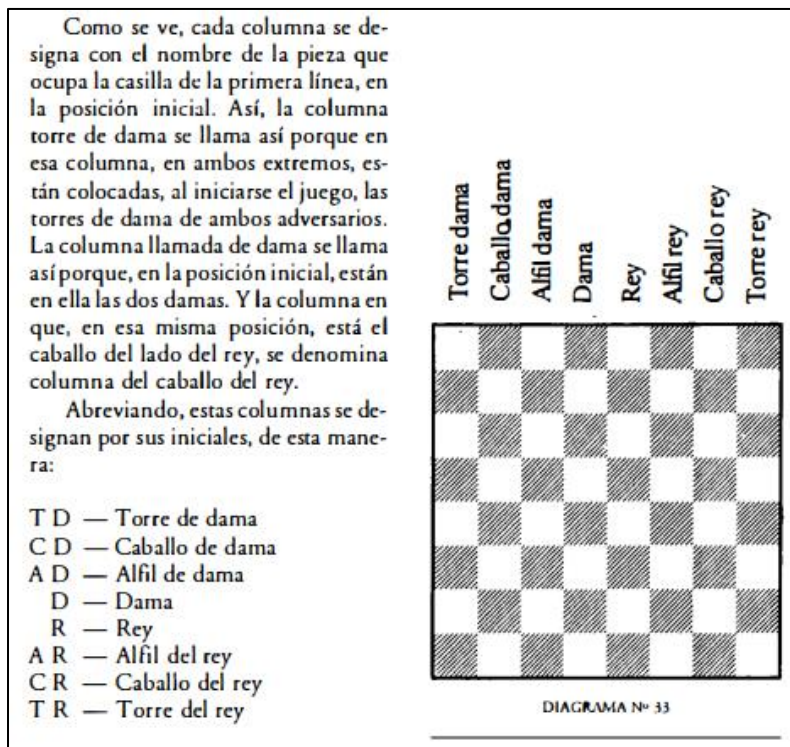


Figura 23: Abreviación del Sistema descriptivo.

Tomado del libro *Tratado General de Ajedrez de Grau (Tomo I - Rudimentos del Ajedrez)*.

Las filas se distinguen numerándolas de 1 a 8; pero se les otorgan dos numeraciones: una, a contar desde el bando del primer jugador (el que va con las piezas blancas), que llama primera fila donde se ubican las piezas blancas en su posición inicial, segunda fila donde están los peones blancos, y así hasta llamar 8 a la línea en que están las piezas negras. La otra numeración, que corresponde a las negras, es al revés. Llama primera fila donde están ubicadas las piezas del segundo jugador (el que lleva las piezas negras) y sigue llamando segunda fila a la de sus peones, y así hasta octava fila, la primera fila de las piezas blancas. Al describir jugadas blancas se adopta la primera numeración y la segunda, al describir jugadas negras. Las Figuras 25 y 26 ilustran estas ideas.

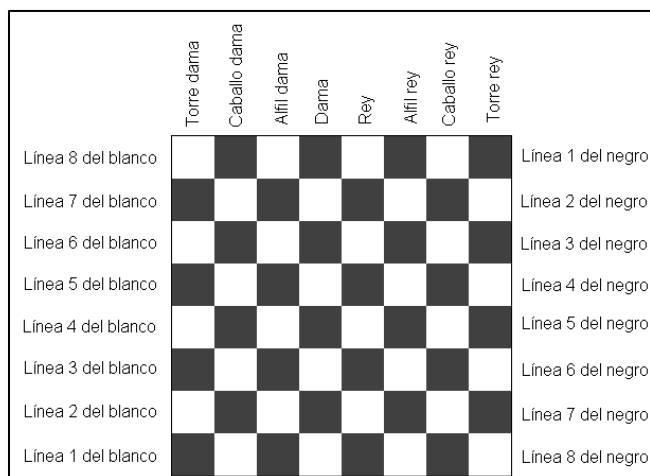


Figura 24: Sistema Descriptivo

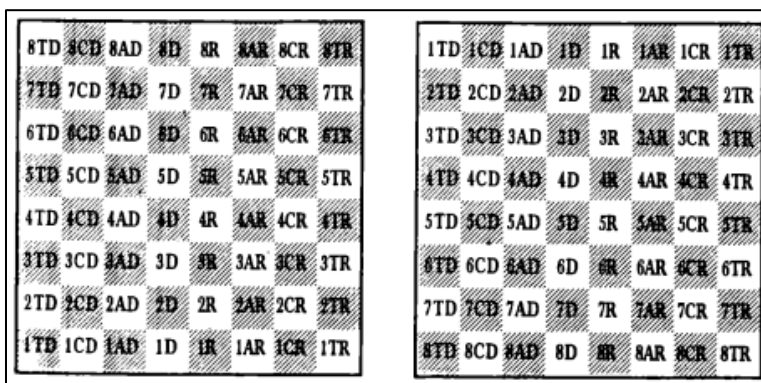


Figura 25: Nombre de las casillas en el Sistema Descriptivo.

Tomado del libro *Tratado General de Ajedrez de Grau (Tomo I - Rudimentos del Ajedrez)*.

Es decir, había que establecer si la jugada P4AD era del primer o segundo jugador, puesto que hay dos casillas llamadas de la misma forma dependiendo desde donde se ubique el jugador para mirar el tablero.

El sistema algebraico

Se estableció hace siglos, y es la notación estándar establecida por la FIDE⁹. Las piezas se notan con su letra inicial en mayúscula. *R = Rey, D = Dama, A = Alfil, C =*

⁹ FIDE: La *Fédération Internationale des Échecs* es la organización que gobierna todas las federaciones de ajedrez a nivel mundial. Se fundó en 1924 en Francia y cuenta con 158 federaciones afiliadas. <https://web.archive.org/web/20131003050537/http://www.fide.com/component/handbook/?id=125&view=article>

Caballo y *T = Torre*, seguido de la ubicación (intersección columna y fila). Por ejemplo, Tc8; se lee: Torre ce ocho, y en el tablero indica que la torre se movió a c8. Las jugadas de los peones se reconocen por la ausencia de dicha letra. Ejemplo: e4, d4, a5.

Por lo que, cada una de las 64 casillas recibe un nombre (una letra minúscula desde la a hasta la h) y un apellido (un número de 1 a 8).

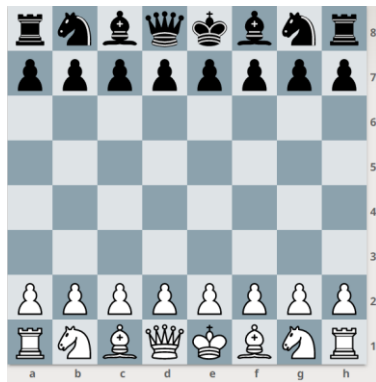


Figura 26: Sistema Algebraico

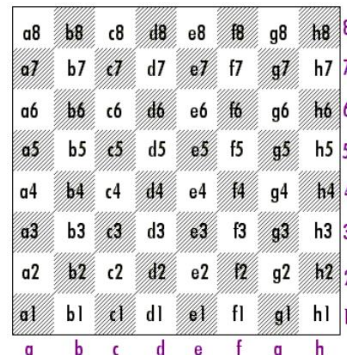


Figura 27: Nombre de las casillas en sistema algebraico

La notación algebraica facilita reproducir las partidas de los libros, revistas y computadoras, también facilitará el análisis de las actividades planteadas en este trabajo. En la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** se ilustran las piezas existentes en el ajedrez, su símbolo y el valor que cada una de ellas tiene.

Tabla 3: Valor y símbolos de las piezas de ajedrez.

<i>Las piezas de Ajedrez</i>			
<i>Representación</i>	Nombre	Símbolo	Valor
	Rey	R	∞
	Dama	D	9 peones
	Caballo	C	3 peones
	Alfil	A	3 peones
	Torre	T	5 peones
	Peón		1 peón

Fuente: Elaboración propia

2.3. Aspectos curriculares

El conocimiento de las Matemáticas se ha considerado esencial desde ya varios siglos, su papel es fundamental en la cultura y la sociedad, en aspectos como las artes plásticas, la arquitectura, la ingeniería, la economía y el comercio. Además, desde comienzos de la Edad Moderna ha jugado un papel importante en el desarrollo de la ciencia y la tecnología por su relación estrecha con el razonamiento y el pensamiento lógico. MEN (2006).

En Colombia, la formación en Matemáticas se viene desarrollando desde inicios de la República (1762 aprox.) hasta la década de los setenta, con fines específicos de desarrollar capacidades de razonamiento lógico, para la futura aportación de talento humano en la ciencia y tecnología del país. Para esa época, las Matemáticas eran vistas como verdades absolutas, lo que condujo a pensar que solo se requería estudiar, ejercitar y memorizar un listado de contenidos matemáticos como definiciones, propiedades de objetos matemáticos, axiomas, teoremas y procedimientos algorítmicos y de esta manera se formaban todos los estudiantes en Matemáticas para el desarrollo del razonamiento lógico MEN (2006).

Pronto esta forma de educación en matemáticas se cuestionó, puesto que el desarrollo del pensamiento lógico y la preparación para la ciencia y la tecnología no son tareas exclusivas de las matemáticas, sino que la educación debe integrar todas las áreas del conocimiento del ciudadano, dando prioridad a la formación matemática en favor del valor social y la consolidación de ciudadanos críticos y con valores democráticos.

Específicamente, para 1998 el MEN propone a través de los Lineamiento Curriculares de Matemáticas derroteros para el desarrollo de la educación matemática en el contexto escolar. En tal documento se describen asuntos relacionados con la epistemología del saber matemático y se trazan sendas líneas para el trabajo de las matemáticas en la escuela, concretamente se propone un sistema de cinco "componentes", a saber: variacional, numérico, geométrico (métrico), aleatorio, espacial. Además, se propone un sistema de competencias las cuales son: formulación y resolución de problemas, modelación, comunicación, ejercitación de procedimientos e interpretación. Finalmente, en los

Lineamientos Curriculares se establece también un sistema de contextos: matemáticos, de otras ciencias y cotidianos que permiten el desarrollo de este.

Se considera que la unión de componentes, competencias y contextos debe dar claridad a los docentes sobre la forma en que se enseñan las matemáticas en la escuela. Sin embargo, en el 2006 el MEN publica los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, los cuales tienen como función ayudar en la organización curricular de cada institución y en coherencia con su PEI, buscar el desarrollo de un trabajo integrado en los distintos pensamientos. Además, están organizados por ciclos (los ciclos en la educación colombiana son: primer ciclo: grados primero, segundo y tercero de primaria; segundo ciclo: cuarto y quinto de primaria; tercer ciclo: sexto y séptimo de bachillerato; cuarto ciclo: octavo y noveno de bachillerato y el último ciclo: décimo y once de educación media) y por pensamientos.

A continuación, se describen en particular los pensamientos variacional y aleatorio, los cuales son el principal marco curricular del que se sirve este trabajo de grado para el diseño de las tareas mediadas por el ajedrez para la enseñanza de Matemáticas.

2.3.1. Pensamiento Variacional

Está relacionado con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización, la razón de cambio en diferentes contextos, también como en su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos, entre otros. Se desarrolla en estrecha relación con los otros tipos de pensamiento y otras ciencias, y da paso al estudio de regularidades y la detección de los criterios que rigen esas regularidades o las reglas de formación para identificar el patrón que se repite periódicamente. (MEN, 2006)

Para desarrollar este pensamiento es necesario incluirlo en los primeros niveles de educación básica primaria, creando actividades en las cuales se pueda analizar de qué forma cambia, aumenta o disminuye determinado objeto que se presente (valor, secuencia,

sucesión, etc.) y posterior a ello realizar conjeturas, confirmarlas o refutarlas. En la educación básica secundaria este pensamiento está más ligado al sistema algebraico, pero también a otros tipos de representaciones como las gestuales, las del lenguaje ordinario o técnico, las numéricas (tablas), las gráficas (diagramas) y las icónicas, que actúan como intermediarias en la construcción general de los procedimientos, algoritmos o fórmulas que permiten reconocer patrones, así como las respectivas reglas que permiten reproducirlo.

El estudio de los patrones está relacionado con nociones y conceptos propios del pensamiento variacional, como constante, variable, pendiente, función, razón o tasa de cambio, dependencia e independencia de una variable con respecto a otra, y con los distintos tipos de funciones, como las lineales y las no lineales.

El desarrollo del pensamiento variacional, dadas sus características, es lento y complejo (MEN, 2006); el estudio de conceptos como razón de cambio y pendiente han evolucionado a lo largo de la historia identificando cuatro momentos, a saber: la búsqueda de regularidades y medición, el establecimiento de razones y proporciones, el estudio de movimientos a través de gráficos y procedimientos heurísticos para estudios variacionales. Así, se hace necesario introducir las situaciones problema a partir de representaciones gráficas que permitan un acercamiento intuitivo a los contextos variacionales a partir de discursos naturales para, desde allí, introducir los demás tipos de representaciones. Atendiendo al análisis histórico epistemológico, las situaciones problema deben permitir un recorrido que parta de la identificación de situaciones de cambio y la matematización de dichos cambios en registros numéricos, gráficos, geométricos y analíticos. (Camargo y Guzmán, 2005).

2.3.2. Pensamiento Aleatorio

Llamado también probabilístico o estocástico, este pensamiento ayuda a la toma de decisiones de modo acertado en situaciones de incertidumbre, de azar, de riesgo o de ambigüedad por falta de información confiable en las que no se puede decir con seguridad lo que va a pasar.

Se apoya en la Teoría de Probabilidad y la Estadística (tanto Descriptiva como Inferencial). Busca soluciones razonables por medio de la exploración e investigación mediante la construcción de modelos y la utilización de estrategias como sistemas de datos, simulación de experimentos y realización de conteos. (MEN, 2006)

En el momento de desarrollar el pensamiento aleatorio, lo primero que empieza a aparecer es una intuición del azar y la noción de aleatoriedad, que permite identificar la existencia de eventos sobre los cuales no es posible conocer su resultado de antemano, lo que posteriormente permite calcular probabilidades de eventos o sucesos que, en principio, pueden ser un poco arbitrarias, por ejemplo, asignar probabilidad 0 a la imposibilidad, asignar $\frac{1}{2}$ a cualquiera de dos alternativas o 1 a aquellos eventos de los cuales se tiene total certeza. Estas situaciones y procesos pueden modelarse más adelante por medio de sistemas matemáticos relacionados con la Probabilidad y la Estadística.

El carácter no determinista de la probabilidad hace necesario que su enseñanza se aborde en contextos significativos, en los que la presencia de problemas abiertos, es decir, sin una respuesta exacta, permita exponer argumentos estadísticos, encontrar diferentes interpretaciones y tomar decisiones. (MEN, 2006)

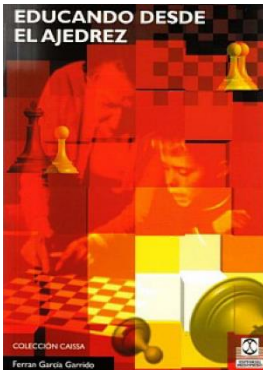
En cuanto a la Estadística, es la encargada de “explorar e interpretar los datos, relacionarlos con otros, conjeturar, buscar configuraciones cualitativas, tendencias, oscilaciones, tipos de crecimiento, buscar correlaciones, distinguir correlación de causalidad, calcular correlaciones y su significación, hacer inferencias cualitativas, diseños, pruebas de hipótesis, reinterpretar los datos, criticarlos, leer entre líneas, hacer simulaciones, saber que hay riesgos en las decisiones basadas en inferencias” (MEN, 1998).

3. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Esta sección del trabajo se dedicará a la descripción de la revisión documental realizada, del diseño de las tareas, el enfoque investigativo, la descripción de la población, los recursos utilizados y del pilotaje de las tareas.

3.1. Revisión documental

Para la creación de las tareas se consultaron distintos libros y documentos en búsqueda de propuestas previas para tomarlas como base en la elaboración de las tareas propias del trabajo de grado. A continuación, se describen algunos de los textos revisados y que ayudaron a elaborar las tareas. Se considera importante reseñarlos, no solo para mencionar que sirvieron de inspiración en el diseño del trabajo, sino también a modo de presentación de antecedentes bibliográficos en los que se reporta el uso del ajedrez en la enseñanza de las matemáticas, como complemento de lo desarrollado en la sección 2.2.2.

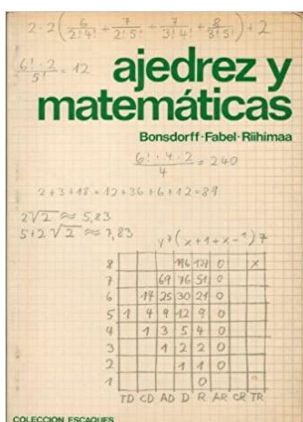


Educando desde el ajedrez de Garrido (2001) es un libro que trata algunas investigaciones y experimentos sobre los beneficios de la práctica del ajedrez y el aprendizaje relacionándolo con aspectos cognitivos y psicológicos. Además, tiene una estructura de 5 bloques (capítulos) destinados a el juego, los elementos de la psicología, la investigación, la transferencia y la educación, además de sus cautivadoras citas. Fue el principal inspirador de la Tarea 1 (Ver Anexo 1), específicamente por el apartado de la Teoría de agrupaciones de piezas.

El tablero mágico juegos y pasatiempos alrededor del ajedrez de Carlo Fabretti (1995), es una recopilación de diversos tipos de juegos, pasatiempos y rompecabezas creados sobre un tablero de ajedrez “cuadrado mágico” como en el libro le llaman. De este libro nace la idea de la Tarea 2 acerca del recorrido del caballo (Ver Anexo 2). Cuenta con 14 capítulos con secciones que relatan e ilustran problemas

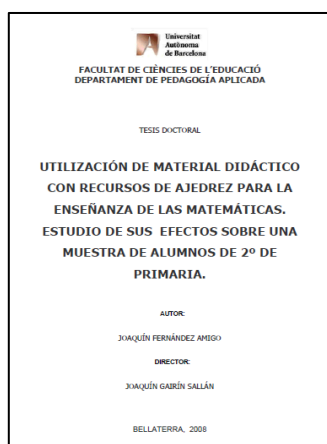
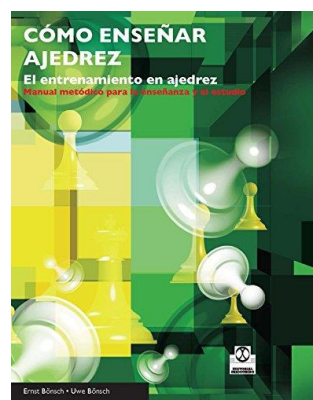


como “el ajedrez y los números”, “el salto del caballo”, “Alicia en el tablero de las maravillas”, Metaproblemas, entre otros.



El libro *Ajedrez y Matemáticas* de E. Bonsdorff, K. Fabel y O. Riihimaa (1974), orientó la selección de la temática relacionada a las tareas asociadas al pensamiento aleatorio (Ver Anexo 3 y Anexo 4), puesto que es un libro de múltiples ejemplos y ejercicios relacionados con el ajedrez y las matemáticas, que inicia con el problema de las ocho damas, el cálculo de probabilidades sobre los resultados de los torneos, conteos, permutaciones y combinaciones sobre algunas posiciones del tablero de ajedrez.

Cómo enseñar ajedrez, el entrenamiento en ajedrez de Bönsch y Bönsch, E. U. (2013). Como su nombre lo indica, es un libro para el entrenamiento de ajedrez inicial que indica al instructor cómo enseñar, contiene una base de ejercicios amplia con objetivos claros de aprendizaje y unas guías de trabajo que dieron idea de cómo crear las guías de trabajo de este proyecto.



La tesis doctoral de Fernández (2008) titulada *Utilización de material didáctico con recursos de ajedrez para la enseñanza de las matemáticas. Estudio de sus efectos sobre una muestra de alumnos de 2º de primaria*, documento que permitió sustentar este trabajo por su amplia temática de actividades de ajedrez en el aula, su ardua experiencia educando en la escuela con el ajedrez y su sustento teórico que motivaron de una u otra forma este trabajo de grado.

3.2. Diseño de tareas

A continuación, se presenta el conjunto de tareas que fue diseñado para este trabajo, para cada una de ellas se presentará: 1. Objetivo de la tarea, 2. Estándar Básico de Competencias de Matemáticas [ECBM] y Derecho Básico de Aprendizaje [DBA] asociados a la tarea respectiva y, finalmente, 3. Descripción de la tarea.

Tarea 1

Objetivo: Encontrar un patrón a partir de la resolución de problemas de ajedrez y la comparación de estos por medio de preguntas asociadas a las situaciones planteadas.

Estándares de grados 6° y 7°

- Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).
- Reconozco el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí en situaciones concretas de cambio (variación).

DBA - Grado 7°

- Representa situaciones de variación de manera numérica, simbólica o gráfica.

Descripción de la tarea

Primer ítem:

Los estudiantes deberán encontrar en cada una de las posiciones el jaque mate y escribir la solución en sistema algebraico, por ejemplo, para el ejercicio a) la respuesta será 1. Ta7# y en el b) Tg8#, que se muestran en la Figura 28:



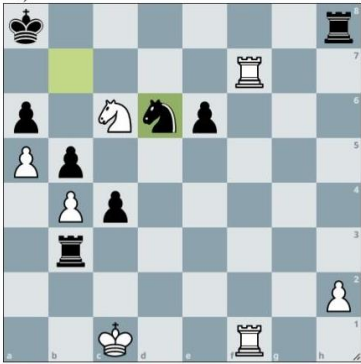

	IEM Liceo Integrado de Zipaquirá	Fecha:	 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
ACTIVIDAD 1			
Nombres:			
Docente: Rubiela Sánchez Penagos			
1. En cada una de las siguientes posiciones encuentren el jaque mate y escriban la solución en sistema algebraico.			
<p>a)</p>  <p>Juegan las blancas y dan mate en 1</p> <p>1. _____#</p>	<p>b)</p>  <p>Juegan las blancas y dan mate en 1</p> <p>1. _____#</p>		

Figura 28: ítem 1, Tarea 1

Segundo ítem:

Luego de resolver las posiciones, en el segundo ítem contestarán las preguntas de la Figura 29:

<p>2. Para los seis diagramas anteriores:</p> <p>a. Indiquen las piezas que intervienen en el mate.</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>b. ¿Qué condiciones debe tener la posición de las piezas identificadas en la anterior pregunta?</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>c. ¿Qué tienen en común las posiciones del rey?</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>d. ¿Qué tienen en común las piezas que intervienen en el mate?</p> <p>_____</p> <p>_____</p>
--

Figura 29: ítem 2, Tarea 1

Se busca que el estudiante a través de la comparación de las seis posiciones finales, (en posición de jaque mate), y respondiendo a las preguntas que aparecen en la Figura 29, halle una secuencia o patrón, para lograrlo deberá encontrar regularidades como:

- El caballo está en diagonal al rey y los separa 1 casilla en todas las posiciones.
- El rey siempre se encuentra en una esquina del tablero
- En todas las posiciones la torre es la que hace el mate
- La torre es apoyada por el caballo, por eso es importante la posición de este.
- La única casilla que no amenaza la torre, esta atacada por el caballo y por eso se da el jaque mate
- La torre siempre queda al lado, o al frente del rey en la posición del jaque mate, casillas contiguas
- El rey no tiene sino tres casillas de escape a causa de estar en la esquina del tablero.
- El caballo verdugo en su posición ideal siempre está amenazando dos de esas casillas.

Tercer ítem:

Busca que el estudiante observe todo el tablero y note que la atención está puesta sobre una parte del tablero (un cuadrado de 3x3) y solo intervienen caballo, torre y rey, las demás piezas no están involucradas, de ser así no se tendría el jaque mate, por ejemplo, si se pensara en modificar la posición del caballo respecto al rey, o interponer una pieza en el camino de la torre. El ítem se muestra en la Figura 30:

<p>3. Con base en lo que encontraron en las preguntas anteriores, ¿hay algún otro elemento (pieza o posición) que sea relevante para poder obtener el mate? Justifiquen su respuesta.</p> <hr/> <hr/>

Figura 30: ítem 3, Tarea 1

Cuarto ítem:

“Construcción y descripción del patrón”, se espera que los estudiantes comprendan la situación de cambio que se realizó en cada uno de los ejercicios propuestos y puedan ubicar el conjunto de piezas en un tablero de 3x3 describiendo la función que cada pieza realiza de acuerdo con el análisis previo que realizaron en el ítem anterior. El ítem se ilustra en la Figura 31:

4. En el siguiente tablero de 3x3, y utilizando lo que encontraron en las preguntas 2 y 3, recreen una posición de un mate similar a los del primer numeral y describan con detalle la función de cada pieza en la situación planteada.

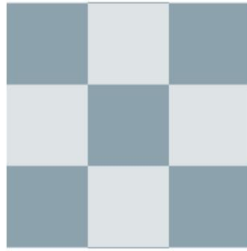


Figura 31: ítem 4, Tarea 1

Quinto ítem:

Por último, se muestran dos posiciones similares para que los estudiantes identifiquen el cambio y cómo este afecta toda la posición. En la posición g), por ejemplo, la respuesta es 1. Dd8 # y en la h) 1. Td7#. Dos respuestas distintas a causa de que solo una pieza se cambió en la posición, se puede observar que la respuesta del ejercicio h) es el mismo jaque mate de las posiciones del primer ítem de esta tarea. En la primera posición no se puede realizar ya que el alfil capturaría a la torre, y este es el cambio que se quiere que el estudiante observe. El alfil en la posición g) y el caballo en la posición h) situados en la casilla e6 de la Figura 32 cambian por completo toda la posición del tablero.

5. Observen las siguientes posiciones y encuentren el mate en un solo movimiento.

g)

Juegan las blancas y dan mate en 1

1. _____#

h)

Juegan las blancas y dan mate en 1

1. _____#

Figura 32: ítem 5, Tarea 1

Sexto, séptimo y octavo ítem:

Las preguntas 6, 7 y 8 van enfocadas a que el estudiante, por medio de su observación, reconozca el conjunto de piezas que actúan en cada posición, pretendiendo conectar las dos situaciones concretas de cambio. Esto es, encontrando los correctos movimientos de las dos posiciones del ítem 5 y la variación que cada una representa. Ver Figuras 33, 34 y 35.

6. ¿Qué cambió en la posición h) respecto a la posición g)?

Figura 33: ítem 6, Tarea 1

7. ¿Por qué no puede ser la misma solución para ambas posiciones? ¿La pieza ubicada en e6 puede ser alguna otra de tal forma que jueguen las blancas y den mate? Si es así, indiquen cuál pieza y cómo sería la jugada; en caso contrario, expliquen por qué no es posible.

Figura 34: ítem 7, Tarea 1

8. Con base en las preguntas del numeral anterior, indiquen por qué la variación de una sola pieza puede modificar las jugadas posteriores en una partida.

Figura 35: ítem 8, Tarea 1

Tarea 2

Objetivo: Identificar situaciones de variación en sus diferentes representaciones (gráficas, tablas y expresiones verbales) para comprender la simulación del recorrido de un caballo de ajedrez en el plano cartesiano por medio de una situación inicial.

Estándares de grados 6° y 7°

- Identifico las características de las diversas gráficas cartesianas (de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.) en relación con la situación que representan.
- Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).

DBA

Grado 6°

- Identifica y analiza propiedades de covariación directa e inversa entre variables, en contextos numéricos, geométricos y cotidianos y las representa mediante gráficas (cartesianas de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.).
- Reconoce el plano cartesiano como un sistema bidimensional que permite ubicar puntos como sistema de referencia gráfico o geográfico.

Grado 8°

- Propone relaciones o modelos funcionales entre variables e identifica y analiza propiedades de covariación entre variables, en contextos numéricos, geométricos y cotidianos y las representa mediante gráficas (cartesianas de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.).

Descripción de la tarea

Primer ítem:

En el primer ítem, ver Figura 36, se muestra a los estudiantes un tablero de ajedrez y un plano cartesiano, en el que se representan los movimientos que un caballo realiza para la captura de los peones que hay en el tablero, recorriendo un camino hasta llegar a capturar a la dama. Tal y como se observa en la Figura 36, el estudiante deberá describir esta representación en el plano cartesiano, en el que deberá identificar los ejes X y Y , además, describir cómo funciona la representación del plano cartesiano en comparación con la situación del tablero.



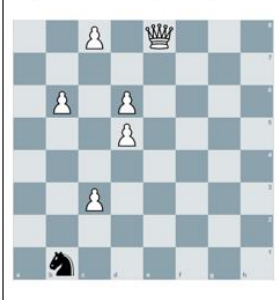
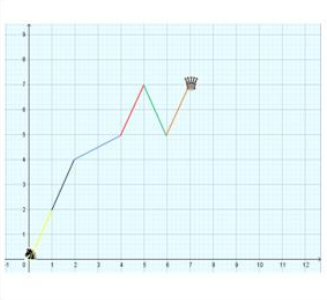
	IEM Liceo Integrado de Zipaquirá	Fecha:	
		Grado:	
ACTIVIDAD 2			
Nombres:			
Docente: Rubiela Sánchez Penagos			
1. Observen la siguiente posición y el plano cartesiano. En el plano se grafica el recorrido que hace el caballo al ir capturando los peones. ¿Qué cantidad o magnitud se representa en los ejes del plano?			
			

Figura 36: ítem 1, Tarea 2

Segundo ítem:

A partir de la observación y descripción hechas en el primer ítem, en el segundo ítem, como se observa en la Figura 37, los estudiantes realizarán la gráfica en el plano cartesiano que indicará el recorrido que realiza el caballo cada vez que captura un peón hasta llegar a la dama.

2. Con base en el numeral anterior, tracen en los siguientes planos cartesianos de la columna derecha el recorrido del caballo respectivo.


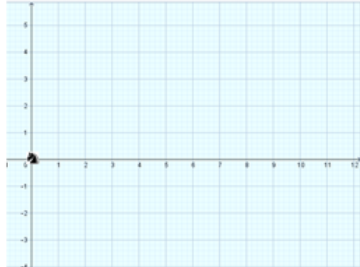
	
---	--

Figura 37: ítem 2, Tarea 2

Tercer ítem:

En este ítem los estudiantes harán una comparación entre las casillas del tablero y los puntos en el plano cartesiano, como indica lo que se muestra en la Figura 38:

3. Observen que cada casilla del tablero se puede hacer corresponder con las coordenadas un punto del plano cartesiano de la siguiente manera:

El peón está en la casilla (e4)

Columna	Fila
e	4

El peón está en el punto (5,4)

Eje x	Eje y
5	4

Figura 38: ítem 3, Tarea 2

Para posteriormente completar las tablas que se muestran en la Figura 39 y definir con la ayuda del tablero físico la pieza que se mueve según los datos de la tabla sobre el tablero de ajedrez.

Con base en el anterior ejemplo y con ayuda del tablero de ajedrez completen las siguientes tablas.

a)

Columna	Fila
g	4
h	6
f	5
d	6
b	7
a	5

Eje x	Eje y

b)

Columna	Fila

Eje x	Eje y
6	8
2	4
5	1
7	3
4	6
3	7

Figura 39: ítem 3, partes a) y b), Tarea 2

Cuarto ítem

Este ítem pretende que los estudiantes encuentren primero el recorrido que realizaría el caballo en el tablero para capturar la dama y luego realicen la representación del recorrido en el plano cartesiano, como se puede ver en la Figura 40.

4. Utilizando el tablero de ajedrez representen las siguientes posiciones y encuentren un camino del caballo que conduzca a la captura de la dama. En el plano cartesiano grafiquen el recorrido que se realizó.

Figura 40: ítem 4, Tarea 2

Quinto ítem

Por último, se espera que los estudiantes interpreten la gráfica y encuentren el camino en el tablero tal como se indica en la Figura 41.

5. Observen cada plano cartesiano y utilicen el tablero de ajedrez para proponer un recorrido que corresponda con la gráfica del plano. Enseguida, en el tablero que hay frente a cada gráfica, enumeren las casillas por las que pasa el caballo en su recorrido.

Figura 41: ítem 5, Tarea 2

Con esto se termina la presentación de las Tareas 1 y 2, las cuales fueron elaboradas bajo la idea de que aportaran al desarrollo del pensamiento variacional de los estudiantes de grado séptimo, con base en lo declarado en los documentos curriculares oficiales.

Por otra parte, para la realización de las Tareas 3 y 4, relacionadas con el pensamiento aleatorio, es importante mencionar que se realizó una clase previa en la que se introdujeron los conceptos de evento, probabilidad, casos posibles y casos favorables.

Tarea 3

Objetivos: Realizar cálculos de probabilidades simples e identificar datos a partir de la resolución de dos situaciones problema en el tablero de ajedrez.

Estándares de grados 6° y 7°

- Reconozco la relación entre un conjunto de datos y su representación.

Estándares de grados 8° y 9°¹⁰

- Calculo probabilidad de eventos simples usando métodos diversos (listados, diagramas de árbol, técnicas de conteo).

DBA 7°

- Usa el principio multiplicativo en situaciones aleatorias sencillas y lo representa con tablas o diagramas de árbol. Asigna probabilidades a eventos compuestos y los interpreta a partir de propiedades básicas de la probabilidad.

Descripción de la tarea

En esta Tarea 3 se realiza primero una introducción antes de proponer las actividades a los estudiantes. Específicamente, se proponen dos posiciones sobre el tablero de ajedrez para ser estudiadas (Posición de estudio 1 y Posición de estudio 2) con el fin de que logren calcular probabilidades sencillas asociadas al contexto de los problemas que se evidencian en cada situación. (Ver Figuras 42 y 45)

A continuación, se inicia comentando las posiciones de ejemplo y luego cada ítem de la Tarea 3.

¹⁰ Se tomaron estándares de un ciclo más adelante, ya que esta actividad es bastante amplia y los estándares están conectados al tratarse de procesos.

Posición de estudio 1:

La posición de estudio 1, es la que se presenta en el tablero de ajedrez que aparece en la Figura 42, en la cual se presenta la situación del rey blanco en jaque por la Torre ubicada en la casilla a3. Los estudiantes colocarán la siguiente posición (Figura 42) en el tablero físico, cerciorándose de las posibles jugadas que se tienen a disposición en la guía al momento de defender al rey del jaque, que será el evento que permitirá posteriormente calcular las probabilidades que se indican en los tres primeros ítems.



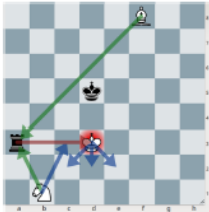
	IEM Liceo Integrado de Zipaquirá	Fecha:	
		Grado:	
ACTIVIDAD 3			
Nombre:			
Docente: Rubiela Sánchez Penagos			
En la posición del tablero se puede observar al rey blanco amenazado por la torre. Ante el jaque se pueden realizar las siguientes acciones.			
a) Capturar la pieza que está haciendo el jaque: Axa3 o Cxa3. b) Cubrir al rey del ataque con una pieza: Cc3 c) Mover el rey a una casilla que no esté atacada: Rc2, Rd2 o Re2.			
		Siendo 6 las posibilidades de defenderse del jaque, a saber: Cxa3, Cc3, Axa3, Rc2, Rd2, Re2. Y 15 todos los movimientos del blanco en esta posición, sin importar si el rey sigue en jaque o no: Cxa3, Cc3, Cd2, Rc3, Rc2, Rd2, Re2, Re3, Ag7, Ah6, Ae7, Ad6, Ac5, Ab4, Axa3.	
Ante el jaque del ejemplo, ¿cuál es la probabilidad de defender al rey del jaque?			
El evento será:		$J = \text{Defender al rey del jaque}$	
Y la probabilidad de J será:			
$P(J) = \frac{\text{Movimientos en defensa del rey}}{\text{Movimientos posibles del blanco}} = \frac{6}{15} = 0.4$			
Solución: La probabilidad de que el blanco se defienda del jaque es de 0.4.			

Figura 42: Posición de estudio 1, Tarea 3

Primer, segundo y tercer ítem:

Hecha la observación sobre el tablero de ajedrez, y realizados los movimientos de defensa del blanco, los estudiantes realizarán los cálculos de las probabilidades y escribirán las operaciones matemáticas, dando solución a los ítems 1, 2 y 3 que se presentan enseguida (Figura 43).

1. Calculen la probabilidad de capturar la pieza que esta haciendo el jaque <div style="border: 1px solid black; height: 40px; width: 100%;"></div>
2. Calculen la probabilidad de mover el rey ante el jaque <div style="border: 1px solid black; height: 40px; width: 100%;"></div>
3. Calculen la probabilidad de cubrir al rey del jaque. <div style="border: 1px solid black; height: 40px; width: 100%;"></div>

Figura 43: ítems 1, 2 y 3, Tarea 3

Cuarto ítem:

Realizados los respectivos cálculos de las probabilidades de los ítems anteriores, en sus parejas de trabajo los estudiantes discutirán y responderán las siguientes preguntas del ítem 4 (Figura 44). Con el objetivo de identificar, de acuerdo con los cálculos hechos, cuáles movimientos son más o menos probables dentro de la situación problema planteada.

<p>4. Según los resultados de los calculos anteriores:</p> <p>a) ¿Qué es más probable que suceda?¿Por qué?</p> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>b) Entre mover el rey y cubrirse del jaque, ¿Qué es lo más probable según los calculos hechos?</p> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>c) Entre las tres opciones de acción ante un jaque (capturar la pieza, mover al rey o cubrir al rey), ¿cuál sería la mejor y por qué? ¿Por qué lo más probable no resulta ser lo más adecuado dentro del juego?</p> <hr/> <hr/> <hr/>

Figura 44: ítem 4, Tarea 3

Estas preguntas permiten al estudiante cuestionarse sobre su propio entorno (en este caso, el material que tienen a disposición) para lograr responderlas y sobre los cálculos que ellos mismos realizaron.

Quinto ítem:

Posición de estudio 2: En esta posición (Figura 45) el rey negro situado en la casilla c6 se encuentra en jaque por el ataque que genera el alfil de g2. A continuación, los estudiantes en sus grupos de trabajo deberán completar la tabla encontrando las jugadas faltantes para defender al jugador de negras del jaque.

5. Observen la siguiente posición:



Se puede ver a simple vista que el rey negro ubicado en la casilla c6, está demasiado expuesto a cualquier ataque del blanco, tanto que se encuentra en jaque pues el alfil situado en g2 lo está amenazando.

Escriban (utilizando el sistema algebraico) todas las posibilidades que tiene el jugador de las piezas negras para defenderse del jaque:

Capturar a la pieza atacante	Interponer una pieza (cubrir)	Mover al rey a una casilla segura
-	- Dd5	-
-	- Te4	-
-	- Ce4	-
-	- Cf3	-
-	- Ad5	-
-	- f3	-

A continuación, algunos ejemplos de probabilidades calculadas utilizando la anterior tabla:

- Probabilidad de que el jugador de las piezas negras capture la pieza atacante.

$$P(\text{capturar pieza atacante}) = \frac{2}{13} = 0.15$$

Solución: La probabilidad de capturar la pieza atacante es de 0.15

Figura 45: Posición de estudio 2, Tarea 3

Y luego deberán calcular algunas probabilidades y resolver las preguntas.

- Probabilidad de interponer una pieza en el camino del alfil.

$$P(\text{interponer una pieza}) = \frac{6}{13} = 0.46$$

Solución: La probabilidad de interponer una pieza en el camino del alfil es de 0.46

Con la información anterior respondan las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de mover el rey a una casilla segura?

- b) Con base en los cálculos anteriores, ¿qué es lo más probable que ocurra? ¿Qué es lo menos probable? ¿Por qué?

Figura 46: preguntas a) y b) del ítem 5, Tarea 3

Las preguntas c, d y e que se muestran en la Figura 47, se hicieron específicamente para que el estudiante intuya el significado de las probabilidades sobre eventos imposibles y seguros y pueda a través del juego evidenciar porqué es 0 o 1 la probabilidad según cada caso.

c) ¿Cuál es la probabilidad de cubrir al rey del jaque con la torre ubicada en la casilla a8? ¿Por qué?

d) ¿Cuál es la probabilidad de que el caballo negro ubicado en la casilla g5, salte a una casilla blanca en su siguiente movimiento? ¿Por qué?

e) Reúnanse con la pareja de al lado y discutan, según los resultados de las preguntas c) y d), por qué una probabilidad puede ser 0 o puede ser 1. Escriban las conclusiones.

Figura 47: preguntas c), d) y e) del ítem 5, Tarea 3

Sexto ítem:

Con este ítem se pretende evidenciar si los estudiantes comprenden que si una probabilidad es mayor que 0,5 entonces teóricamente es más probable que ocurra el suceso estudiado; en cambio, si una probabilidad es menor a 0,5 es menos probable que el evento suceda. Ver Figura 48.

6. En sus grupos de discusión, concluyan qué significa que un evento sea mayor a 0.5 o menor del 0.5. Justifiquen sus respuestas.

Figura 48: ítem 6, Tarea 3

Tarea 4

Objetivo: Usar diagramas de árbol y posteriormente realizar cálculos de probabilidades simples para dar respuesta a los interrogantes respecto a los más o menos probable en las dos situaciones problema planteadas en el tablero de ajedrez.

Estándares de grado 6° y 7°

- Uso modelos (diagramas de árbol, por ejemplo) para discutir y predecir posibilidad de ocurrencia de un evento.

Estándares de grado 8° y 9°

- Cálculo probabilidad de eventos simples usando métodos diversos (listados, diagramas de árbol, técnicas de conteo).

DBA 7°




- Usa el principio multiplicativo en situaciones aleatorias sencillas y lo representa con tablas o diagramas de árbol. Asigna probabilidades a eventos compuestos y los interpreta a partir de propiedades básicas de la probabilidad.

Descripción de la Tarea

Para esta tarea se plantean dos posiciones de estudio, que serán guiadas por la docente desde un tablero de ajedrez de pared (tablero mural) para dar respuesta a los diagramas de árbol que se introducen complementando la actividad de la Tarea 3 para afianzar y facilitar la comprensión de los estudiantes en relación con el cálculo de las probabilidades.

Posición de estudio 1

En esta posición los estudiantes deben encontrar las jugadas respectivas para completar el diagrama de árbol, analizando previamente la posición en el tablero de ajedrez, en la cual se presenta una torre amenazando la dama negra, los estudiantes deberán pensar y encontrar la jugada ganadora del blanco después de que la dama se mueva a cualquier casilla de la diagonal para poder capturarla, en el ejemplo, se puede ver que si el jugador de negras captura la torre en $a8$, la jugada del jugador de piezas blancas será $Af3+$ y enseguida que el rey se mueva del jaque, las blancas capturarán la dama. En la intervención se lleva un tablero mural para ir guiando las respuestas de los estudiantes, dada la complejidad de las posiciones. Ver Figura 49.

	Elm Lases Integración de Ejercicios	Fecha: _____ Grado: _____	
ACTIVIDAD 4			
Nombre: _____ Dirección: Urb. Santa Cecilia, San Pedro de Macoris			
1. En la siguiente posición los blancos sacan de torre Ta8. Los negros no tienen muchas opciones para defender la dama, pero todos los movimientos de la dama negra hacia el blanco la capturan. Si, por supuesto, capturas la torre (Dxa8 o Af3) y luego de que al rey se mueva la dama está perdida.			
			

Completa el siguiente diagrama de árbol con los movimientos de la dama negra, seguido de la respuesta del blanco para cazar la dama. No tengas en cuenta las casillas de la octava fila porque en cualquiera de estas casillas la dama será capturada por la torre.

1. ...Dxa8	2. Af3+
1. ...	2. ...
1. ...	2. ...
1. ...	2. ...
1. ...	2. ...
1. ...	2. ...
1. ...Dh7	2. ...

Figura 49: Posición de estudio 1 y árbol de variantes, Tarea 4

Posición de estudio 2

Aquí se presenta un árbol de variantes que representan las distintas formas que tiene un bando para defender una pieza atacada por el bando contrario. Los estudiantes deben encontrar todas las posibles defensas para el bando negro que tiene en peligro al alfil situado en la casilla e5 y luego clasificarlas según el tipo de defensa que haya utilizado, para finalmente, ubicar las jugadas de forma correcta en la clasificación de las ramas del árbol.


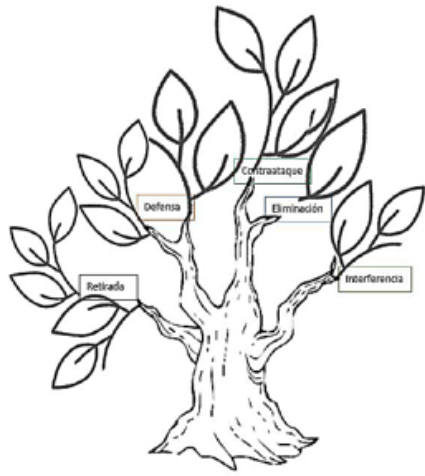
<p>2. Analiza la siguiente posición y encuentra las distintas formas de actuar ante la amenaza Ta8. A continuación, escríbelas usando el sistema alfabético en el árbol de variantes según corresponda en cada rama (Retirada, Defensa, Interferencia, Eliminación, Contraataque).</p> <div style="text-align: center;">  </div>	<div style="text-align: center;">  </div>
---	---

Figura 50: Posición de Estudio 2 y árbol de variantes, Tarea 4

Se presentan algunos cálculos de probabilidades a los estudiantes para de algún modo ahorrar tiempo, ya que en la Tarea 3, los estudiantes realizaron el ejercicio de calcular las probabilidades, en cambio, en esta Tarea se quiere dar más significado a las respuestas de las preguntas que siguen posterior a los cálculos de las probabilidades. Además, porque en principio se realizó esta tarea incluyendo que los estudiantes calcularan la probabilidad, pero,

al implementar la Tarea 3, se observó que se tardaron más del tiempo esperado. En la Figura 51 se muestran los cálculos de las probabilidades dados a los estudiantes.

Si consideramos la totalidad de movimientos posibles igual a la cantidad de hojas que tiene el árbol entonces:

✓ La probabilidad de que las negras realicen una retirada

Los movimientos totales para defender el alfil son 16 y los movimientos para realizar una retirada de alfil sin que sea capturado son 5. Por lo que la probabilidad es:

$$P(\text{retirada de alfil}) = \frac{\text{Movimientos de retirada de alfil}}{\text{Movimientos totales de defensa}} = \frac{5}{16} = 0.31$$

La probabilidad de que las negras realicen una retirada de alfil es de 0.31

✓ La probabilidad de que las negras realicen una interferencia

Los movimientos totales para defender el alfil son 16 y los movimientos para interponer una pieza entre el alfil y la torre son 2. Por lo que la probabilidad es:

$$P(\text{interferencia}) = \frac{\text{Movimientos de interferencia}}{\text{Movimientos totales de defensa}} = \frac{2}{16} = 0.125$$

La probabilidad de que las negras realicen una interferencia es de 0.125

Figura 51: Cálculo de probabilidades dado en la Tarea 4

En el ítem 2, parte a), que se muestra en la Figura 52, se pide a los estudiantes calcular las probabilidades de algunas clasificaciones del árbol de variantes:

a) A continuación, calcula las probabilidades de que las negras realicen:

- Contraataque
- Eliminación
- Defensa

Figura 52: ítem 2, parte a), Tarea 4

Luego, en el ítem 2, parte b) se da paso a las preguntas con el fin de cuestionar al estudiante acerca de los cálculos realizados, comparar y razonar si es igual la probabilidad de realizar un contraataque y una eliminación o interferencia. Ver Figura 53.

b) ¿La probabilidad de que las negras realicen un contraataque es igual a la probabilidad de que las negras realicen una jugada de eliminación o interferencia? ¿por qué? Justifica tu respuesta.

Figura 53: ítem 2, parte b), Tarea 4

Por último, en el ítem c) que se muestra en la Figura 54, se pregunta al estudiante por lo más probable y menos probable según el árbol y los cálculos hechos.

c) Según la cantidad de hojas del árbol, ¿Qué es lo menos probable que suceda: una jugada de eliminación, retirada, interferencia, defensa o contraataque? ¿Por qué? Justifica tu respuesta.

Figura 54: ítem 2, parte c), Tarea 4

3.3. Población de estudio

La Institución Educativa Municipal Liceo Integrado de Zipaquirá se encuentra ubicada en el Municipio de Zipaquirá. La Sede Principal está ubicada en la Calle 8 N° 12–37 y corresponde a los estudiantes de básica secundaria y media en la jornada de la mañana.

La Misión como institución educativa de carácter oficial es académica, contribuyendo a formar estudiantes con pensamiento crítico y creativo en los niveles de preescolar, básica y media; a través del desarrollo de habilidades y competencias que aportan a la construcción y desarrollo de su proyecto de vida, fundamentado en valores y filosofía institucional, para trascender en la sociedad.¹¹

Contexto del curso

El curso 702 de la I.E.M Liceo Integrado de Zipaquirá está conformado por 37 estudiantes, que se encuentran entre los 11 y 14 años. Se caracterizan por ser un grupo

¹¹ Manual de Convivencia del Liceo Integrado de Zipaquirá: <https://liceointegrado.edu.co/comite-de-convivencia/> [consultado en octubre de 2022]

responsable, participativo y con disponibilidad de trabajar en equipo y en dinámicas distintas a las habituales clases tradicionales. Es preciso aclarar que, para las intervenciones de las Tareas con el grupo, se realizó con antelación un curso de ocho clases básico de ajedrez, puesto que en su mayoría los estudiantes no tenían conocimiento del juego.

3.4. Estrategia para el análisis de la información

Para la realización del análisis del pilotaje de las tareas se usaron viñetas, un procedimiento que permite vincular de manera cercana los datos de la investigación con el ejercicio analítico. Camargo (2021) define una viñeta como una descripción no neutral, influenciada por los hallazgos, de una serie de eventos que suceden en un lapso y que son representativos o emblemáticos del fenómeno que se estudia. Las viñetas tienen unos elementos dentro de su contenido como: el contexto, las expectativas, los participantes involucrados, las acciones, interacciones o prácticas que se llevan a cabo describiendo simultáneamente los resultados del análisis.

Camargo (2021) caracteriza una viñeta como una narración en la cual los investigadores exhiben explícitamente los hallazgos, usándolos como hilo conductor, reviviendo el escenario, pero sin ser una descripción de este sino enfocando la atención en lo significativo, en el fenómeno producto del análisis.

Terminada la presentación del diseño de las tareas, la población a la que va dirigida y la estrategia que se usará para su posterior análisis, se inicia el siguiente capítulo que corresponde precisamente al pilotaje de las tareas y a la exploración de los resultados.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Ahora se da paso al análisis de los resultados tras haber hecho una primera implementación de las tareas, teniendo en cuenta la población a la que está dirigida (estudiantes de grado séptimo) y reconociendo además que este trabajo de grado no tiene la extensión ni profundidad de una investigación académica, es apenas un esbozo de ella para el cual se utilizaron algunas estrategias de investigación de la Educación Matemática que serán descritas en este apartado.

A continuación, se exponen los hechos más relevantes, los resultados y evidencias de las Tareas puestas en acción en su primera versión con los estudiantes de grado 702 de la Institución Educativa Municipal Liceo Integrado de Zipaquirá.

4.1. Análisis de la Tarea 1


Fecha de implementación	Jueves 05 de mayo de 2022
Lugar	IEM Liceo Integrado de Zipaquirá
Curso	702
Horario de intervención	10:15 am a 12:05 pm


Al inicio de la clase se dan las respectivas indicaciones para realizar la guía (Ver Anexo 1), se llevaron tableros de ajedrez para la realización de los ejercicios por parejas. A continuación, se muestran algunos de los resultados obtenidos de la Tarea 1:

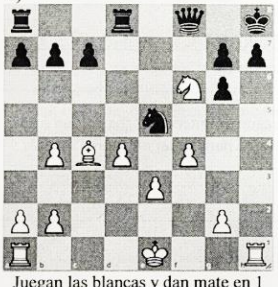
El primer ítem de esta tarea era primordial, puesto que de allí se derivaban las demás preguntas, en la Figura 55, se puede apreciar una respuesta correcta a los ejercicios por parte de algunos estudiantes, quienes además utilizaron el sistema algebraico para dar respuesta a los mates en una jugada. Al respecto, 11 de las 16 parejas resolvieron satisfactoriamente este ítem. Cabe resaltar también que la utilización del tablero físico fue de importancia durante esta sección de clase, puesto que el hecho de usar el material tangible proporciona un mayor aprendizaje.


Docente: Rubiel Sánchez Penagos

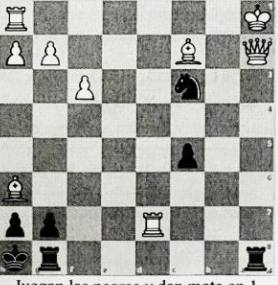
1. En cada una de las siguientes posiciones encuentren el jaque mate y escriban la solución en sistema algebraico.

a)  Juegan las blancas y dan mate en 1
1. Ta7 #

b)  Juegan las blancas y dan mate en 1
1. TG8 #

c)  Juegan las blancas y dan mate en 1
1. TxH7 #

d)  Juegan las blancas y dan mate en 1
1. TG8 #

e)  Juegan las negras y dan mate en 1
1. ... Txa2 #

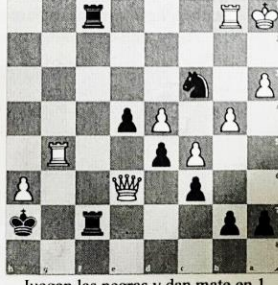
f)  Juegan las negras y dan mate en 1
1. ... Txb1 #

Figura 55: Respuesta al primer ítem – Tarea 1.

Se resalta el hecho que los dos últimos ejercicios fueron los de mayor dificultad puesto que fue donde más se equivocaron. Se hace el supuesto de que se debe a que en las dos últimas posiciones había que capturar una pieza (dama y torre) y que seguramente dentro de su corta experiencia con el juego no contemplaban esta posibilidad. Observe en la Figura 56 que compara las dos posiciones en mención.

En la posición e), la jugada $Txa2\#$ (torre por a2, mate) era la jugada correcta, sin embargo y aunque estuvieron cerca escribieron $Ca2$ (caballo a2), lo mismo ocurrió en la

posición f), entre las respuestas equivocadas que pusieron fue acercar la torre a la casilla f1 pero en este caso no capturaron la pieza.

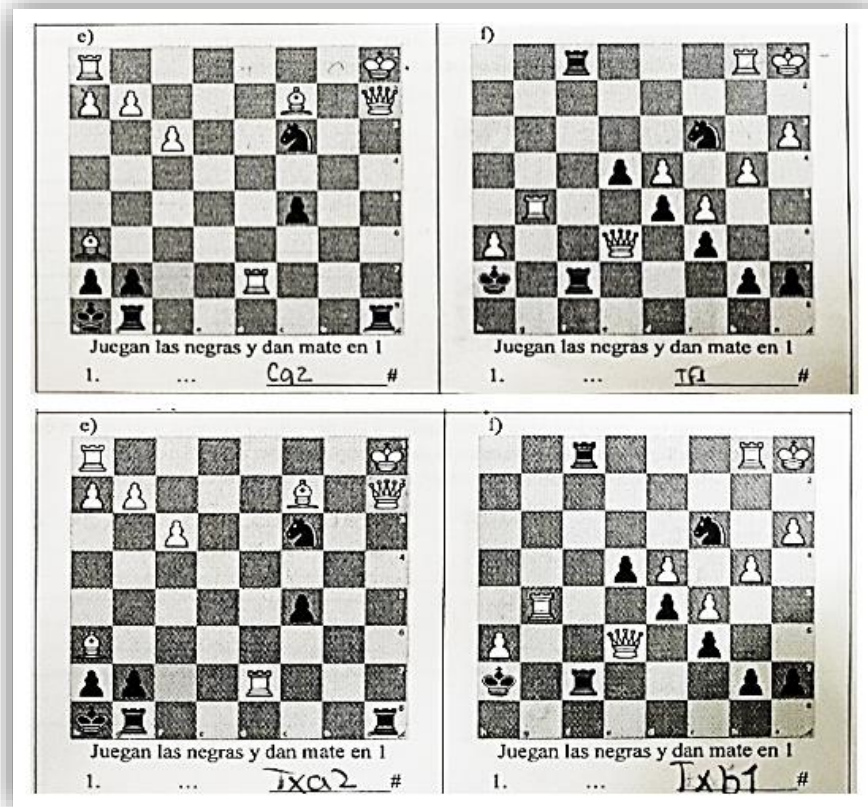


Figura 56: Evidencia del primer ítem – Tarea 1

El numeral 2 tiene ítem (a, b, c y d), aquí se hicieron preguntas encaminadas a encontrar la relación que existía en las seis posiciones del primer numeral con el fin de que los estudiantes encontrarán el patrón deseado.

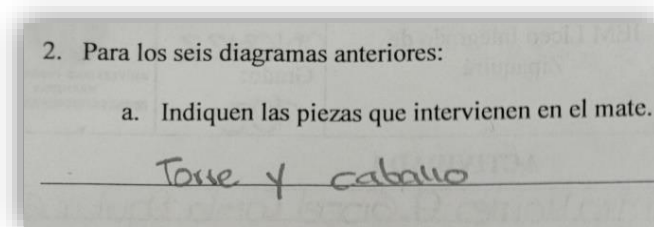


Figura 57: Evidencia del ítem 2, Tarea 1

En el ítem a) 12 de 16 parejas respondieron acertadamente que las piezas involucradas en el mate eran el caballo y la torre como se muestra en la Figura 57, se puede notar que era necesario que los estudiantes respondieran bien al primer ítem para lograr encontrar el patrón.

En el ítem b) ninguna pareja respondió lo esperado, aunque en la Figura 58 se presentan 3 respuestas, que, aunque no son las esperadas, de algún modo son ciertas, porque quizás no se formuló bien esta pregunta o los estudiantes la interpretaron de otra forma, y sus respuestas por ello son acertadas.

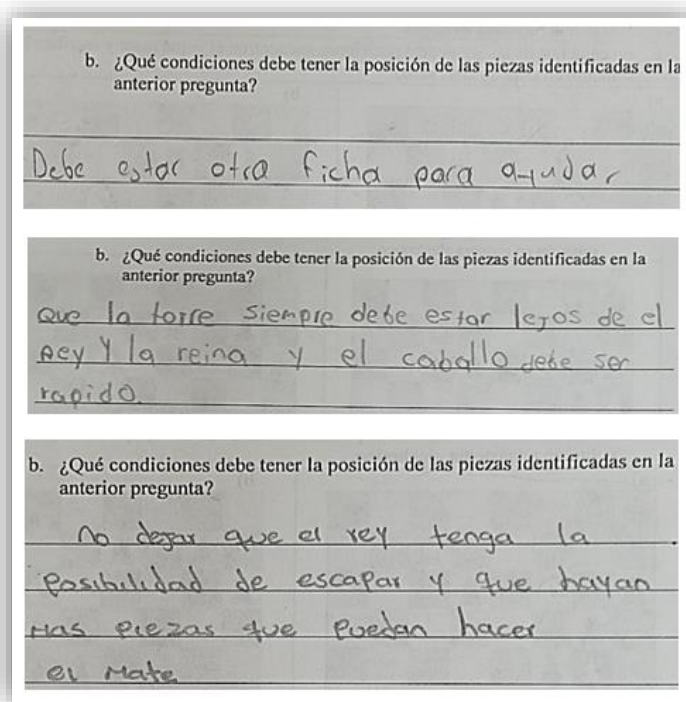


Figura 58: Respuestas al ítem 2 parte b

El ítem c) solamente 6 de 16 parejas acertaron en su respuesta al afirmar que los reyes siempre estaban en las esquinas del tablero, en la Figura 59 se puede observar una de las respuestas de los estudiantes.

c. ¿Qué tienen en común las posiciones del rey?
que siempre están en
las esquinas

Figura 59: Respuesta a la pregunta del ítem 2. Parte c)

Por otra parte, 4 de las 16 parejas lo intentaron asumiendo quizás que significa lo mismo esquina a extremo u orilla.

En la Figura 60 se observan los cuatro intentos de los estudiantes que no respondieron lo esperado, pero son cercanos. Los demás, es decir, 6 de 16 no encontraron la recurrencia en la comparación de las posiciones del rey en las 6 posiciones del ítem 1.

c. ¿Qué tienen en común las posiciones del rey?
que el rey esto rodeando del caballo
y la torre

c. ¿Qué tienen en común las posiciones del rey?
todos están en las orillas

c. ¿Qué tienen en común las posiciones del rey?
que están en los extremos

c. ¿Qué tienen en común las posiciones del rey?
que se mantienen en las bordes

Figura 60: Evidencias de las respuestas no acertadas de los estudiantes

En el ítem d) (Ver Figura 61) los estudiantes hicieron afirmaciones diversas acerca del común de las piezas (torre y caballo) siendo 5 de 16 las afirmaciones más cercanas a lo que sería la respuesta correcta a esta pregunta, ya que respondieron “orillas”, “extremos”, “bordes” que es diferente a esquina del tablero.

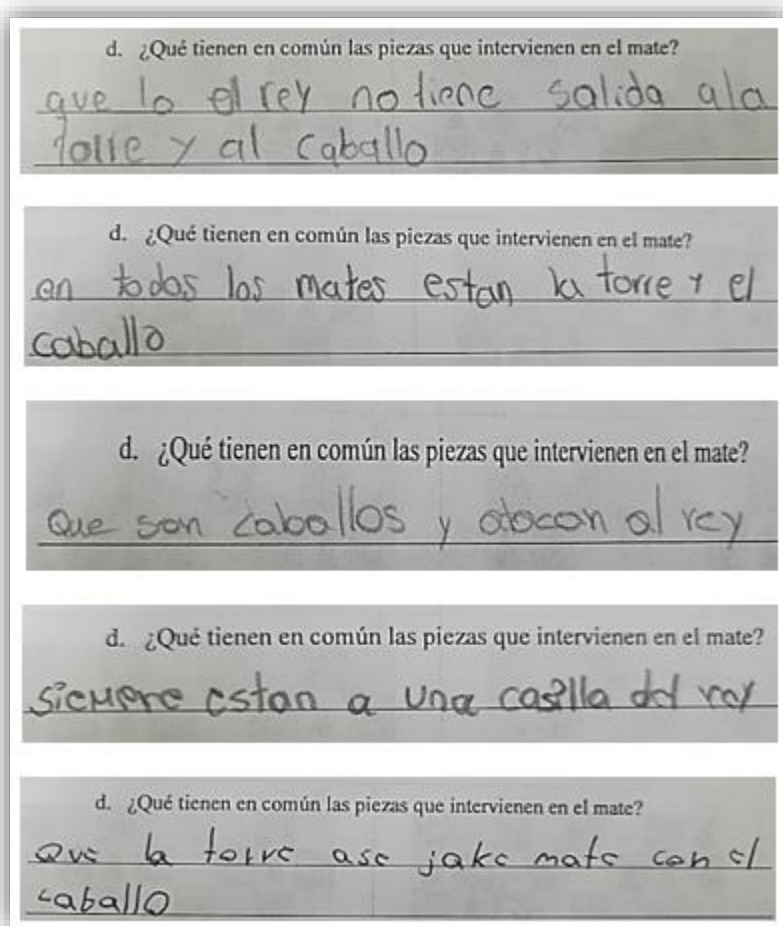


Figura 61: Evidencia de las respuestas al ítem 2. Parte d)

En las respuestas al numeral 3, sucedió algo similar al ítem b de la anterior pregunta, los estudiantes manifestaron durante la intervención que la pregunta no la entendían, quizás pudo ser por la extensión de estas, o la poca comprensión de lectura de los estudiantes. En este caso solo 3 de 16 parejas respondieron correctamente (Figura 62).

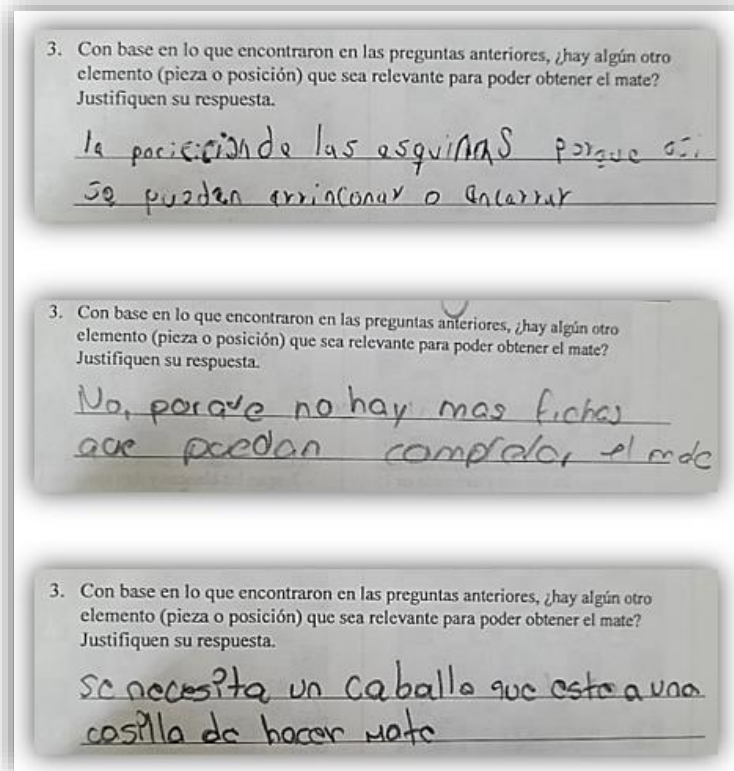


Figura 62: Evidencia de las respuestas del ítem 3

Finalmente, el numeral 4 pedía a los estudiantes recrear el patrón con las observaciones obtenidas dadas las preguntas anteriores 6 de 16 parejas lo consiguieron, véase la Figura 63. 7 de 16 lo intentaron, pero la ubicación del rey y la torre no fue la correcta, como se muestra en la Figura 63, y solo 3 de 16 no lo realizaron.

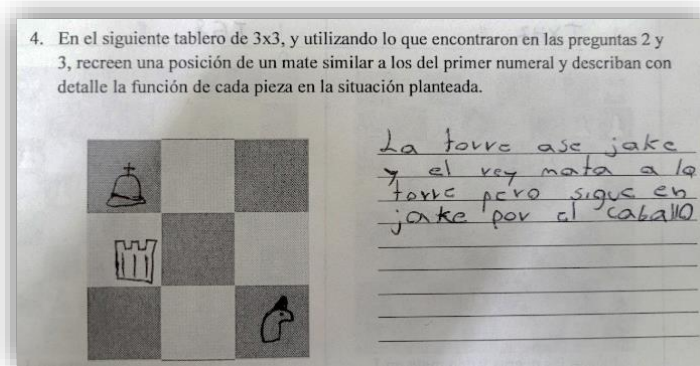


Figura 63: Evidencia del patrón encontrado

También se observó en la explicación al lado de la Figura 63 que, por ejemplo, la torre podía ir de frente o podía estar al lado del rey. Un ejercicio interesante se logró durante

esta primera puesta en escena con los estudiantes de grado séptimo. En el diseño de las tareas se puede identificar que esta tarea tenía ítems 5, 6 y 7; sin embargo, se estimó que los estudiantes tardarían menos tiempo en resolver los mates en 1, por lo que en su mayoría no respondieron toda la guía y no se evidencia en este análisis. No obstante, sí se mencionan algunas observaciones hechas durante la intervención.

Observaciones:

Los estudiantes resolvieron los ejercicios de mates en 1 jugada en la primera hora de la clase con algo de dificultad para algunos, otros lo vieron muy sencillo y una pareja no comprendió el ejercicio, dentro de las afirmaciones verbales de los estudiantes se obtuvo lo siguiente:

Andrés: El mate es con la torre en g8 puesto que el rey no se la puede comer porque el caballo defiende, no puede a g7 porque la torre ataca y tampoco en h7 porque el caballo ataca.

Lina: Ah, todos los mates son de torre cuando encontró la solución a la posición c) del ítem 1.

Estas afirmaciones permiten evidenciar como los estudiantes involucran el lenguaje nuevo en su léxico y, además, ya razonan un poco más acerca del juego,

4.2. Análisis de la Tarea 2

Fecha de implementación	Jueves 13 de mayo de 2022
Lugar	IEM Liceo Integrado
Curso	702
Horario de intervención	10:15 am a 12:05 pm

Dadas las guías a las parejas y luego de una revisión a las mismas, se obtuvo lo siguiente: En el ítem 1 solo 2 de 16 parejas (ver Figura 65) escribieron respecto a lo que representaba la gráfica y las magnitudes que estaban cambiando, indicando al mismo tiempo el movimiento del caballo en el tablero y las coordenadas en el plano cartesiano; 5 parejas de 16 solo escribieron las coordenadas cuando el segmento cambiaba; y 9 parejas de 16 no llegaron a una respuesta acertada. En la Figura 65 se muestra el registro de las dos parejas de estudiantes que anotaron sus observaciones de la manera más adecuada.

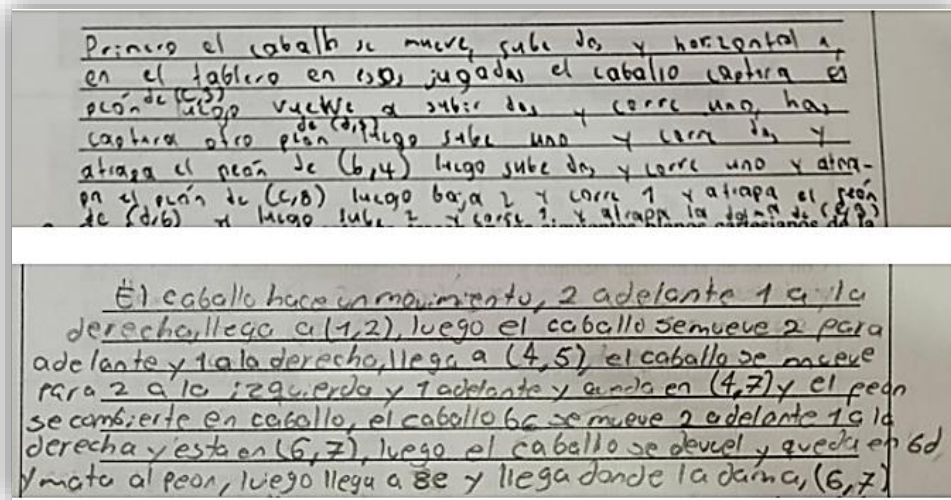


Figura 65: Respuestas al primer ítem – Tarea 2

A partir de la observación del numeral 1, los estudiantes debían representar en el plano cartesiano la gráfica del recorrido del caballo dado en el tablero de ajedrez. Se propusieron dos situaciones (ver Figuras 66 y 68). En la primera situación, solo 7 de 16 parejas lo graficaron correctamente, en la Figura 66 se puede evidenciar la gráfica que realizaron los dos estudiantes.

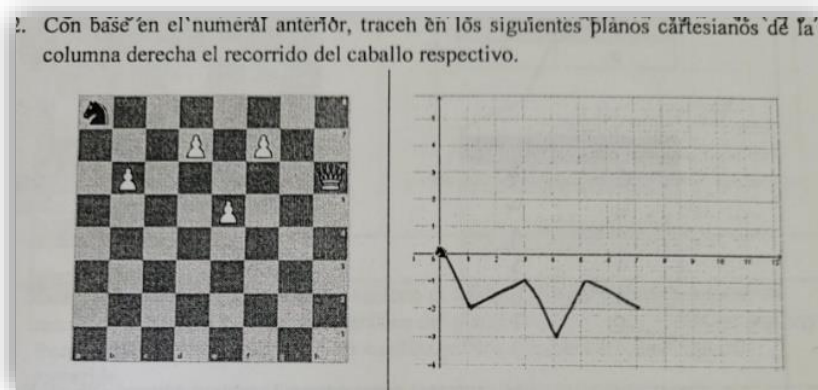


Figura 66: Evidencia del ítem 1 de la Tarea 2

En ambas situaciones las demás parejas tuvieron varios errores que se listan a continuación:

- Los segmentos no tenían la pendiente deseada.
- Los segmentos no reportaban el movimiento 2 en horizontal y 1 en vertical o viceversa (1 horizontal y 2 en vertical).

- Se realizaron segmentos en forma de L como si el caballo no saltará sino hiciera un recorrido en L .
- Iniciaron la gráfica desde $(1, -2)$. Y no desde $(0,0)$; esto sucedió por culpa de las copias y por ponerle color amarillo al primer segmento e imprimir a blanco y negro (ver Figura 67).

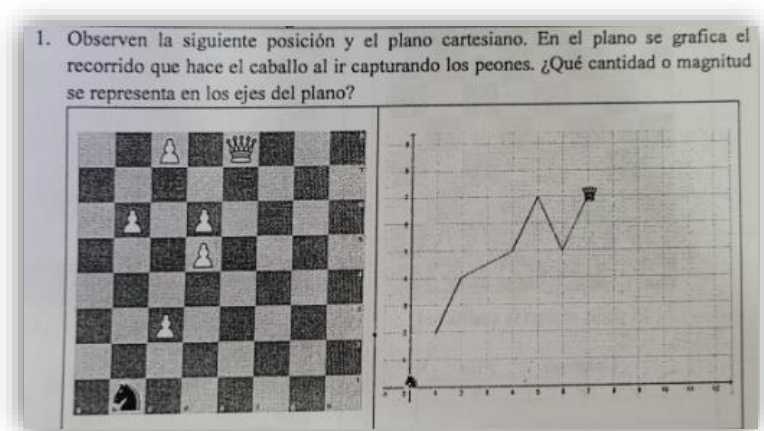


Figura 67: Acerca de la fotocopia del ítem 1, Tarea 2

En la Figura 68 los resultados fueron diferentes a los del ejercicio anterior, pues solo una pareja logró graficar correctamente el recorrido. Se observa con detalle el recorrido del caballo, que va capturando los peones por las casillas d7-b6-d5, el caballo (hace un movimiento a izquierda) continúa c3 y a2 a la captura de la dama. En el ejemplo dado para la observación y reporte de lo observado (ver Figura 67) se puede evidenciar que aquí también se hacía un movimiento hacía la izquierda y en parte eso también se deseaba que los estudiantes reportaran; que, aunque en el tablero iba a izquierda, la gráfica seguía su recorrido hacía la derecha. Sin embargo, los estudiantes no alcanzaron

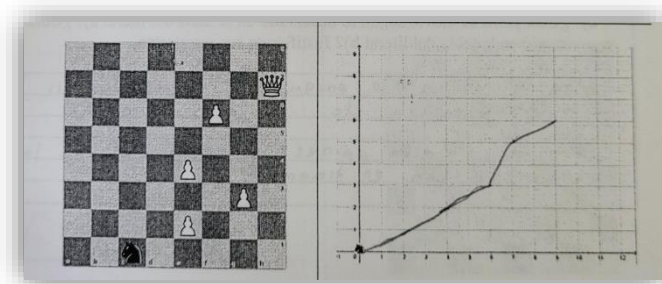


Figura 68: Reporte de observación, primer ítem – Tarea 2

a identificarlo, ni reportarlo. Por lo mismo, se reporta solo la evidencia de una pareja que sí lo realizó.

En el siguiente numeral se pedía a los estudiantes pasar de una tabla a la otra (ver Figura 69) que estaban representando movimientos en el tablero de ajedrez y representando puntos en el plano. Este ejercicio fue más sencillo que los anteriores y 13 de 16 parejas lograron realizarlo, estos datos tienen algo particular y es que al realizarlo en el tablero de ajedrez se encuentra el movimiento de una pieza, el ítem a) corresponde al movimiento del caballo y el ítem b) el alfil, que debían responder en el ítem c) (ver Anexo 2).

En el numeral 4, los estudiantes debían encontrar un camino para que el caballo capturara a la dama, y luego debía graficarlo como en el numeral 2, este ejercicio lo realizaron 3 de 16 parejas.

Con base en el anterior ejemplo y con ayuda del tablero de ajedrez completan las siguientes tablas.

a)

Columna	Fila
g	4
h	6
f	5
d	6
b	7
a	5

Eje x	Eje y
7	4
8	6
6	5
4	6
2	7
1	5

b)

Columna	Fila
C	8
B	4
E	1
G	3
D	6
C	7

Eje x	Eje y
3	8
2	4
5	1
7	3
4	6
3	7

Figura 69: respuestas al cuarto ítem – Tarea 2

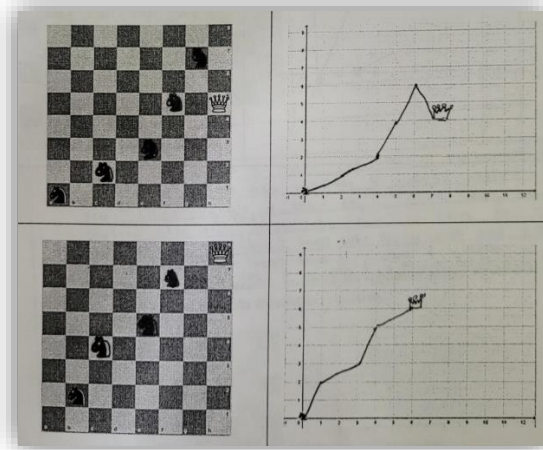


Figura 70: Evidencia del quinto ítem, Tarea 2

Por último, el numeral 5 (ver Figura 71) consistía en que, dada la representación del plano cartesiano, los estudiantes debían interpretar la gráfica y ubicar el caballo, los peones y dama en el tablero; tarea que realizaron 3 de 16 parejas, esto fue en parte por falta de tiempo. A continuación, se muestran algunos resultados de este numeral, que fue sorpresa, uno de los más bonitos ya que, en el plano se iniciaba desde (0,0) pero al no estar esa ubicación en el tablero, ubicaron el caballo en cualquiera de las casillas desde donde quisieron empezar a realizar el recorrido.

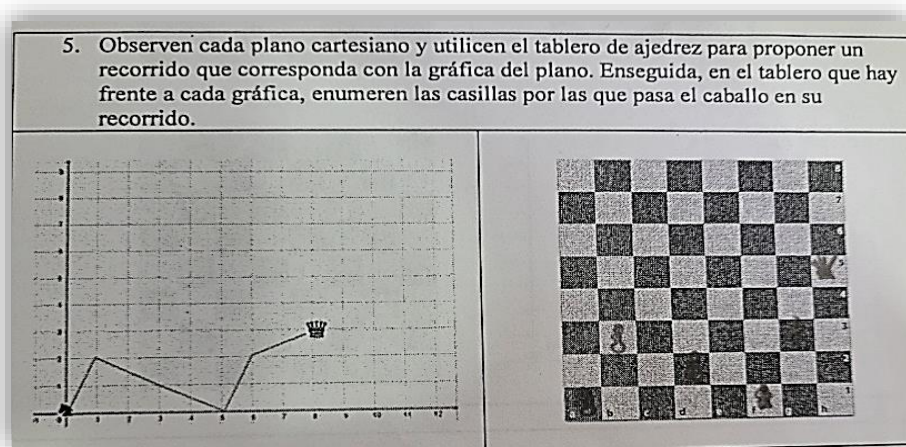


Figura 71: respuesta al ítem 5 – Tarea 2

En la Figura 71 se puede observar que tomaron la casilla a1 como casilla de inicio, pero en la Figura 72 y a modo de comparación de dos de las evidencias, se puede ver que,

aunque es la misma gráfica en el plano cartesiano, se puede realizar un distinto recorrido en el tablero de ajedrez.

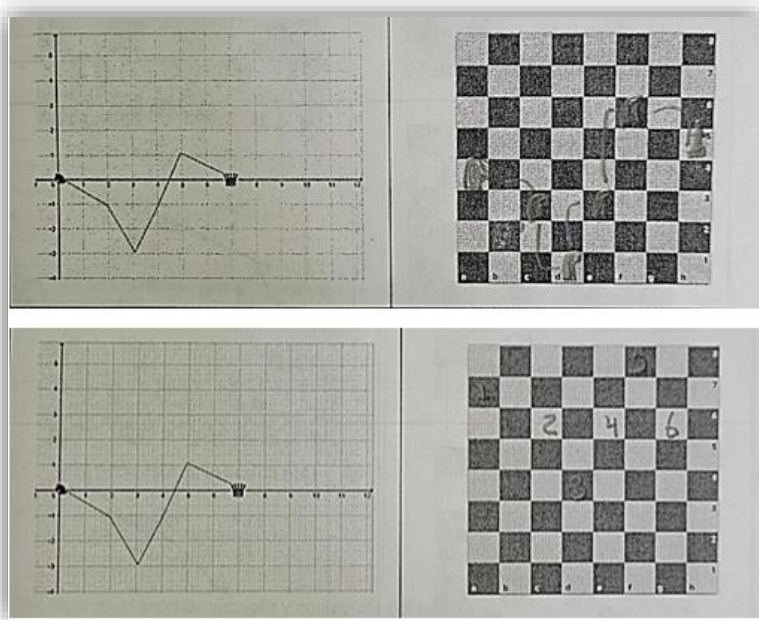


Figura 72: Comparación de dos recorridos de caballo, Tarea 2

Observaciones:

Durante esta sesión de clase los estudiantes manifestaron no entender al inicio, también se considera que es por el hecho de que les costaba explicar y escribir lo que estaban observando, además algunos manifestaron no haber estudiado el tema del plano cartesiano, o no recordarlo y eso hizo que se tuviera que explicar con ayuda del docente que las coordenadas de los puntos en el plano eran (eje x, eje y) igual que en el tablero de ajedrez, se escribe primero la columna (eje x) y después la fila (eje y). Manifestaron también que el caballo movía en forma de L y eso les generó confusión porque los segmentos no eran en forma de L.

4.3. Análisis de la Tarea 3

Fecha de implementación	24 de mayo de 2022
Lugar	IEM Liceo Integrado
Curso	702
Horario de intervención	8:05 am a 10:00 am

Esta tarea de pensamiento aleatorio se realizó con 14 parejas (Ver Anexo 3), donde se puede identificar que se propuso una situación en el tablero de ajedrez en el cual los estudiantes con ayuda del tablero físico realizaban las jugadas que las blancas podían efectuar para cubrirse del mate, luego se proponían algunos cálculos de probabilidades sobre la situación planteada. En el primer ítem se pedía calcular la probabilidad de capturar la pieza enemiga, como se muestra en la Figura 73. 13 de 14 parejas lograron llegar a la razón de $2/15$ escribiendo además “la probabilidad es:” siendo este el objetivo en parte de la actividad, hacer que los estudiantes por medio de la interacción con el juego empezarán a incluir dentro de su vocabulario, palabras como más probable o más posibilidades.

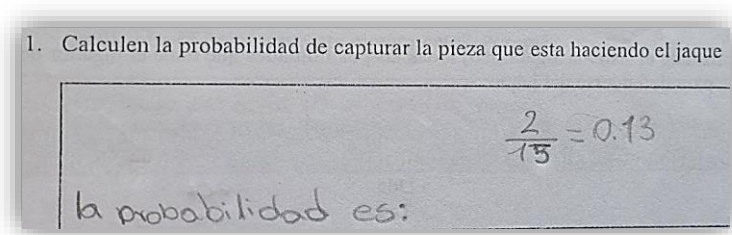


Figura 73: respuesta a ítem 1 – Tarea 3

En la Figura 74, se muestra el cálculo de probabilidades, 9 de 14 parejas calcularon la probabilidad en el ítem 2 y se puede ver cómo el juego involucrado permitió a los estudiantes definir con detalle su respuesta, dado que, en su reporte escrito, describen que son tres (c2, d2 y e2) los movimientos posibles del rey, dando una justificación al porqué el cociente de $3/15$. En el tercer ítem, se muestra de nuevo el cálculo y la razón del porqué 1, aquí se reporta que 11 de 14 parejas lo realizaron correctamente.

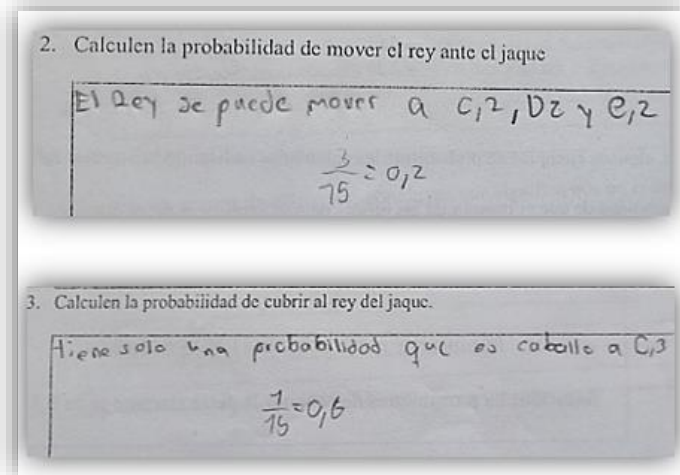


Figura 74: respuestas a ítems 2 y 3 – Tarea 3

Terminados los cálculos de las probabilidades simples, se hace necesario dar respuesta a las preguntas planeadas en el ítem 4) que tienen interés en identificar si los estudiantes a partir de los cálculos razonan acerca de los eventos más o menos probables. Registradas las respuestas de algunos de los estudiantes en la Figura 75, se puede afirmar que el ejercicio ha resultado un éxito, para la respuesta a la pregunta del literal a), 6 parejas de 14 respondieron acertadamente, 2 no respondieron y las otras 6 parejas lo hicieron de forma errónea, pero no por no poder calcular la probabilidad, sino por la dificultad que tienen para reconocer cuándo un número decimal es mayor que otro.

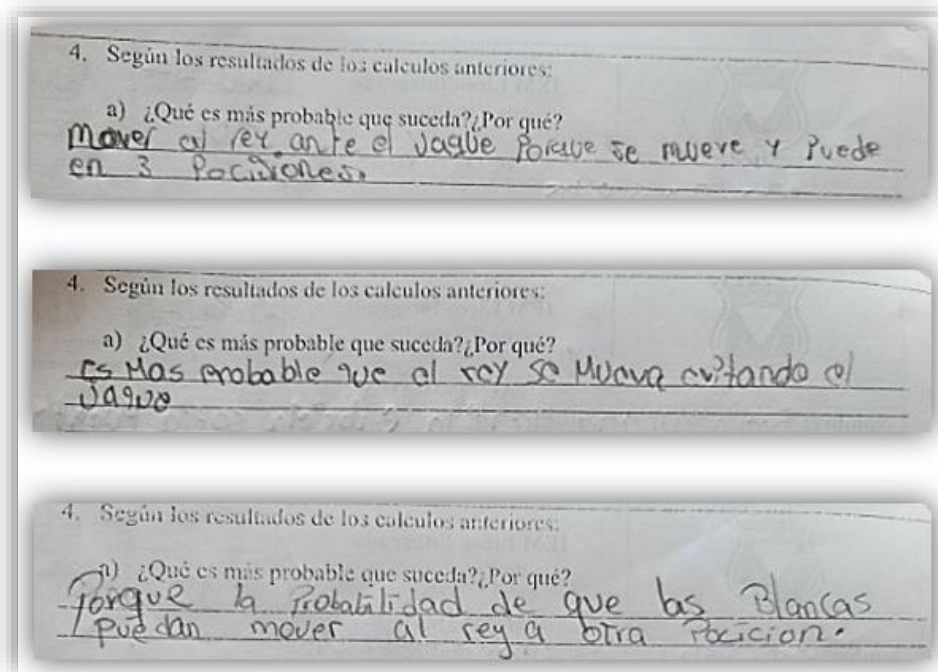


Figura 75: Evidencia del ítem 4, Tarea 3

Para la respuesta del ítem 4, parte b), se observa en la Figura 76 que los estudiantes dieron dos respuestas diferentes pero acertadas a la pregunta entre mover el rey y cubrirse del jaque.

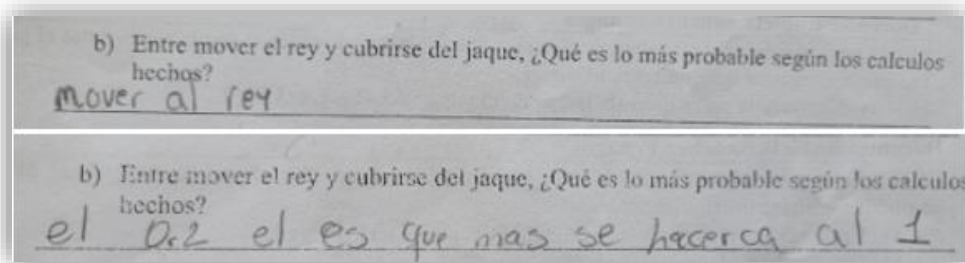


Figura 76: Comparación de respuestas del ítem 4. Parte b)

Así mismo, se reportan en la Figura 77 las evidencias de algunas de las respuestas al ítem c), de los estudiantes, en el cual 7 parejas de 14 acertaron, 2 no dieron respuesta y las 5 parejas restantes no llegaron a la respuesta esperada.

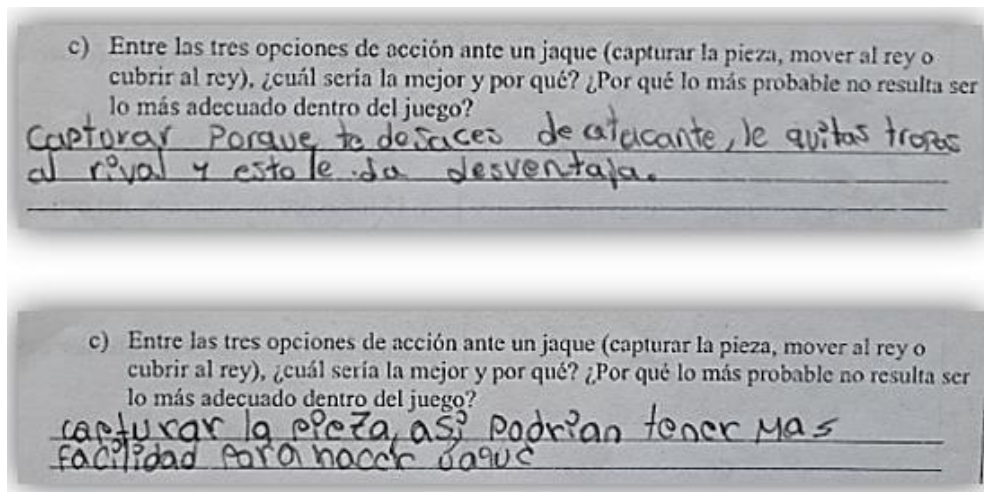


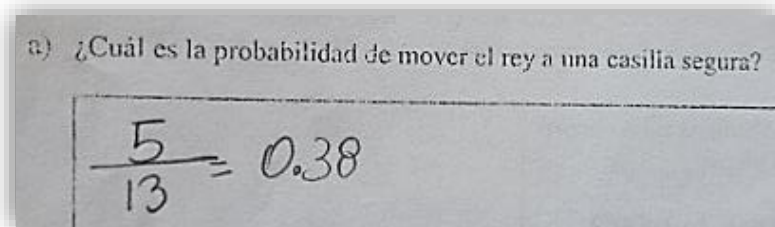
Figura 77: Reporte de las respuestas del ítem 4. Parte c).

Para el ítem 5 de esta Tarea, se propuso una posición de estudio 2 (ver Anexo 3), en la que, los estudiantes debían analizar las posibles defensas ante el jaque del rey del jugador de piezas negras; para la comodidad de los estudiantes al recoger los datos (jugadas posibles), se utilizó una tabla (ver Figura 78), en la segunda columna los datos están dados, los estudiantes debían razonar acerca de la posición en el tablero de ajedrez y encontrar las jugadas para completar la tabla. En la Figura 78, se muestra una de las respuestas dadas por los estudiantes. Este ítem fue resuelto satisfactoriamente por 8 de 14 parejas, 2 parejas presentan la tabla incompleta y los 4 restantes no llenaron la tabla. Cabe mencionar que el tablero físico fue de mucha ayuda en esta Tarea, puesto que permitió que ellos encontraran más rápido las jugadas. Una dificultad que se tuvo es que las copias no salieron tan claras, y esto hizo, como se muestra en la Figura 78, que se vieran borrosos los títulos de la tabla (Capturar la pieza, interponer una pieza y mover el rey a una casilla segura).

Capturar la pieza (casilla)	Interponer una pieza (casilla)	Mover al rey, a una casilla segura
- TxG2	- Dd5	- Rd6
- HxG2	- Te4	- Rb5
	- Ce4	- Rc5
	- Cf3	- Rf7
	- Ad5	- Rd7
	- f3	

Figura 78: Evidencia de la tabla del ítem 5

A partir de los datos de la tabla, los estudiantes debían calcular una probabilidad porque las demás ya estaban dadas en la guía (ver Anexo 3). En la Figura 79, se muestra la evidencia del cálculo hecho de forma acertada, en el cual, 6 de 14 parejas respondieron, 6 de 14 parejas no realizaron el cálculo correcto y dos no tiene registrado nada en este ítem.

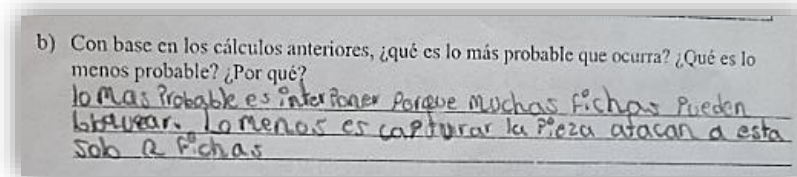


a) ¿Cuál es la probabilidad de mover el rey a una casilla segura?

$$\frac{5}{13} = 0.38$$

Figura 79: Evidencia de la probabilidad calculada por los estudiantes

Después vienen las preguntas acerca de las probabilidades y datos hallados de la posición de estudio 2, en la Figura 80 se presenta la respuesta reportada por dos estudiantes identificando que lo más probable que ocurra es que una pieza se interponga en el jaque, ya que escriben: “muchas fichas pueden bloquear”. Además, los mismos estudiantes escriben que lo menos probable es capturar la pieza porque solo dos la atacan. Esta respuesta nos permite evidenciar que se logró el objetivo de involucrar al estudiante en una situación problema en la cual utiliza el lenguaje matemático y del ajedrez. Esta pregunta tuvo 4 respuestas correctas, 8 erróneas y 2 sin respuesta.



b) Con base en los cálculos anteriores, ¿qué es lo más probable que ocurra? ¿Qué es lo menos probable? ¿Por qué?

Lo más probable es interponer porque muchas fichas pueden bloquear. Lo menos es capturar la pieza atacan a esta solo 2 fichas

Figura 80: Evidencia ítem 5, parte b), Tarea 3

Las siguientes preguntas son las de mayor dificultad, porque las respuestas que se esperaban eran intuitivas puesto que ellos no habían tenido un acercamiento a la probabilidad, además de la clase de introducción a la probabilidad previa a estas dos tareas. En el ítem c) se propone al estudiante una pregunta cuya respuesta es cero. Solamente 2 parejas respondieron de forma correcta y se muestra en la Figura 81 haciendo mención de que al menos dos parejas lo hicieron y comprendieron que la probabilidad puede ser cero.

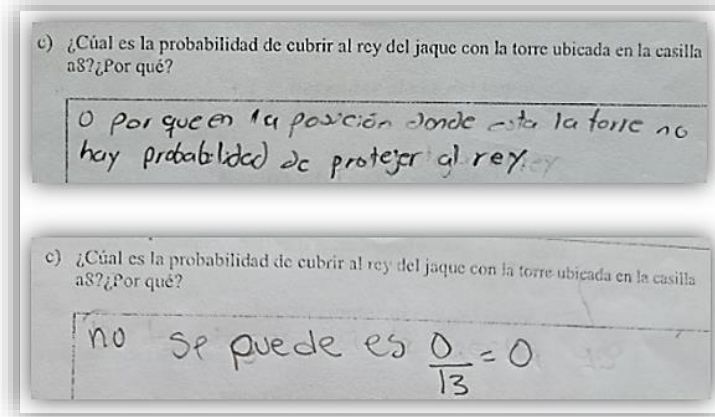


Figura 81: Evidencia del ítem 5 parte c), Tarea 3

La pregunta del ítem d) era como la anterior, dado que estaba involucrada con una pieza de la posición de estudio con el propósito de que los estudiantes identificaran una probabilidad de un evento seguro, es decir, igual a 1 y aquí los resultados fueron acertados por una sola pareja (ver Figura 82).

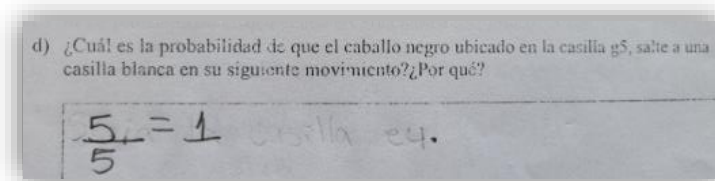


Figura 82: Probabilidad certera

Por último, se planteó una pregunta (Figura 83) para discutir entre grupos, aunque fueron muy pocos los que dieron una respuesta y además ninguna acertada, por cuestión de tiempo y porque no era tan fácil de responder, en principio porque los estudiantes no están acostumbrados a este tipo de preguntas y segundo porque su conocimiento en probabilidad es casi nulo, de allí la justificación del porque realizar estas tareas para ayudar a desarrollar el pensamiento aleatorio.

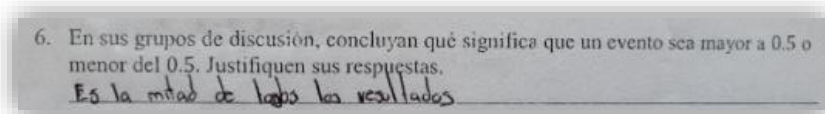


Figura 83: Evidencia del ítem 6, Tarea 3

4.4. Análisis de la Tarea 4

Fecha	31 de mayo de 2022
Lugar	IEM Liceo Integrado
Curso	702
Horario de intervención	8:05 am a 10:00 am

Fue la última intervención, se realizó de forma individual, se necesitaba la ayuda del tablero mural para que ellos pudieran dar solución a las jugadas de la posición de estudio 1 planteada en esta tarea (ver Anexo 4), que permitiría introducir a la clase el diagrama de árbol en este primer ejercicio de variantes que se presenta resuelto en la Figura 84

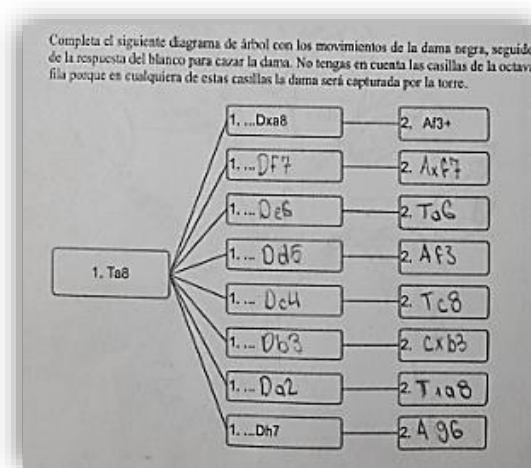


Figura 84: Evidencia de las variantes de la posición de estudio 1 en la Tarea 4.

Aquí sin ningún inconveniente y guiados por la docente los estudiantes escribieron las variantes. Luego se pasó a la revisión del estudio de la posición 2 (Ver Anexo 4) la cual pretendía que los estudiantes pudieran identificar cuál era la pieza amenazada, y a partir de la explicación de las diferentes formas que tendría el jugador de piezas negras para defenderse, esto es: (retirada, defensa, eliminación de la pieza agresora, contraataque e interferencia) los estudiantes debían seleccionar las jugadas y escribirlas en el árbol según correspondiera a cada rama, dando por resultado 31 respuestas correctas de los 32 estudiantes en la clase (Ver Figura 85).

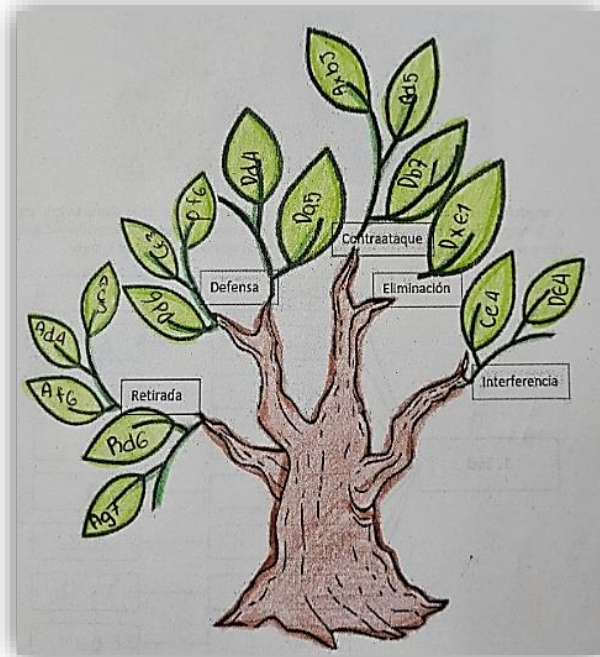


Figura 85: Evidencia del ítem 2, Tarea 4

Luego, se pedía realizar los cálculos de algunas probabilidades simples según los datos encontrados en el árbol, se puede ver en la Figura 86 que los estudiantes ya realizan sin dificultad los cálculos, entendiendo que es la razón entre los casos favorables y los casos posibles. Esta respuesta fue realizada correctamente por 31 estudiantes de 32. Se pudo evidenciar que el uso del diagrama de árbol fue de mayor gusto por los estudiantes que la tabla presentada en la Tarea 3, además les facilitó evidenciar el número de jugadas por cada clasificación y así mismo dar respuesta a las preguntas que se hicieron posteriormente.

a) A continuación, calcula las probabilidades de que las negras realicen:

- Contraataque
- Eliminación
- Defensa

$P(\text{contraataque})$	$\frac{\text{movimiento de contraataque}}{\text{movimientos totales de defensa}} = \frac{3}{16} = 0.1875$
$P(\text{eliminación})$	$\frac{\text{movimiento de eliminación}}{\text{movimiento totales de defen.}} = \frac{1}{16} = 0.0625$
$P(\text{defensa})$	$\frac{\text{movimiento de defensa}}{\text{movimientos totales de}} = \frac{12}{16} = 0.75$

Figura 86: Evidencia de cálculos de probabilidades simples

A continuación, se enuncia una pregunta acerca de igualar la suma de dos probabilidades respecto a una tercera probabilidad de los datos ya obtenidos, solo un estudiante de 32 posibles respondió correctamente (ver Figura 87), 23 de 32 respondieron que no eran iguales y 8 de 32 no respondieron a esta pregunta.

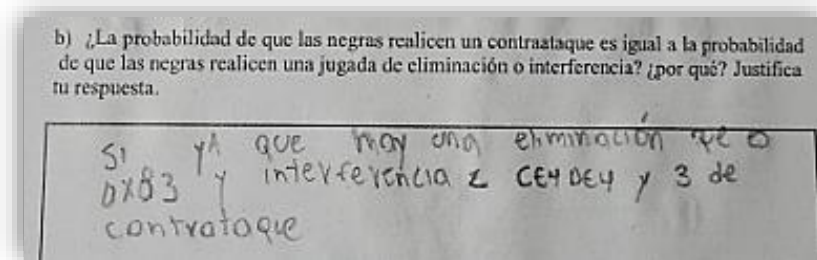


Figura 87: Evidencia del ítem 2, parte b), Tarea 4

Algunas respuestas interesantes a esta pregunta, en general y sin tener conocimiento previo sobre probabilidad, se esperaban respuestas como las que aparecen en la figura 88, ya que no reconocen la o en el lenguaje como la suma en este caso de dos probabilidades respecto a la que se estaba igualando. Por lo tanto, se hace difícil pensar que llegaron a la respuesta.

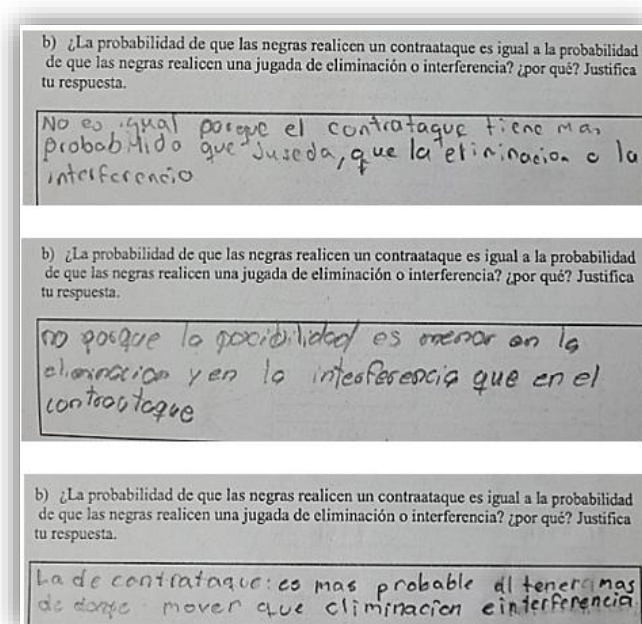


Figura 88: Evidencia de respuestas erróneas al ítem 2, parte b) Tarea 4

Por último, respecto al ítem c), 23 de 32 estudiantes reportaron que lo menos probable era realizar una jugada de “eliminación” dando la justificación que se muestra en la Figura 89.

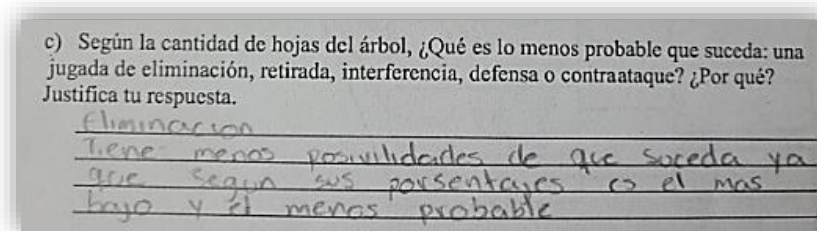


Figura 89: Evidencia del ítem c) de la Tarea 4

Con esto, se da por concluido el análisis de los resultados obtenidos a través de la implementación de las tareas a modo de pilotaje. Como se logró observar, se obtuvieron resultados muy diversos y que permitieron concluir sobre la pertinencia de las tareas en la medida en que muchos de los aprendizajes esperados fueron desarrollados, así como también se logró percibir el carácter perfectible de las tareas, pues se reconoce fácilmente que algunos de los ítems planteados podrían ser mejorados de cara a futuras implementaciones.

A continuación, se presenta un capítulo con las conclusiones generales del trabajo y, finalmente, las referencias bibliográficas y los anexos derivados.

5. CONCLUSIONES

En este último capítulo se abordan las conclusiones respecto al cumplimiento de los objetivos planteados al inicio de este trabajo, por otra parte, una discusión de los resultados presentados en el capítulo del análisis, y finalmente las limitaciones de esta investigación y las perspectivas de nuevos trabajos que se pueden desarrollar a partir de la conclusión de este.

Con respecto al primer objetivo específico, para la realización de este trabajo se estudiaron y analizaron algunos documentos referentes al estudio y práctica del ajedrez en las clases de matemáticas, se encontraron reportes en su mayoría de actividades escolares entorno a la primaria, su validez y beneficios en cuanto a los aprendizajes obtenidos, como se pudo mostrar en el capítulo 2, sección 2.1 sobre los antecedentes.

Aunque un tema específico hacia el desarrollo de los pensamientos aleatorio y variacional por medio del ajedrez no se encontró, además de la poca información que hay de las investigaciones realizadas en clases de bachillerato. Entonces, se hizo un estudio de los juegos y sus características y beneficios en las clases de matemáticas, se enriqueció de conocimientos y bases además de los requerimientos que los juegos implican para llevarlos al aula de clase y que contribuyan al aprendizaje que los docentes queremos desarrollar, también se encontró bastante información de cómo el juego contribuye a potenciar el razonamiento lógico y matemático de forma casi natural y divertida, por lo cual, se establecieron, a partir del marco teórico, las herramientas necesarias para iniciar la propuesta de tareas.

El segundo objetivo específico se cumplió realizando la secuencia didáctica como se puede ver en la sección 3.2, en la cual se describen cada una de las tareas, teniendo en cuenta los aspectos curriculares para el apropiado uso de los Estándares y Derechos Básicos de Aprendizaje, además de los conceptos y procedimientos de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas propuestos por el Ministerio de Educación Nacional.

Así, las primeras dos tareas se realizaron con el propósito de desarrollar el pensamiento variacional. En la primera se desarrolló el concepto de patrón o secuencia a partir de los procesos de resolución de problemas, razonamiento y comunicación; mientras que en la segunda se potenció el uso del plano cartesiano para graficar el recorrido de un caballo de ajedrez, siendo este un sistema bidimensional que permite ubicar puntos como sistema de referencia gráfico, permitiendo al estudiante relacionar un modelo funcional entre variables e identificar y analizar propiedades de covariación entre el tablero de ajedrez, ubicando piezas en las casillas que se determinan por un sistema alfanumérico para posteriormente representarlas mediante gráficas (cartesianas de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.). (Ver Anexo 2).

En las dos siguientes tareas se buscó el desarrollo del pensamiento aleatorio. Estas dos tareas se hicieron encaminadas a calcular probabilidades sencillas y representarlas con tablas (ver Anexo 3) o diagramas de árbol (ver Anexo 4), asignando probabilidades a eventos compuestos e interpretándolos a partir de propiedades básicas de la probabilidad por medio de la comprensión y resolución de situaciones problema en el tablero de ajedrez, tal como lo indican los estándares asociados al pensamiento aleatorio para el ciclo de sexto y séptimo

Aunque también se proyectaron unos estándares y derechos básicos de aprendizaje del ciclo de grado octavo y noveno, como lo fue en las tareas 2, 3 y 4 que fue un *plus* para los estudiantes. Por eso, en conclusión, durante la creación de la secuencia didáctica, bastó realizar una fusión entre los aspectos curriculares que se querían trabajar con los estudiantes, la revisión y estudios previos de los documentos referenciados, las características de involucrar un juego en el aula de clase, un poco de imaginación e ingenio, y el propósito de potenciar las matemáticas en el aula a través del juego del ajedrez.

Al implementar la propuesta didáctica, se sabía que la población debía ser especial, refiriéndose a que no podía ser cualquier curso, iba a implementarse en un grado séptimo que conociera del juego, así que se decidió enseñarle al grupo las reglas básicas y una visión mediata del juego antes de la implementación de las tareas.

Esto no quiere decir, que se esté condicionando esta secuencia de tareas, pero si, se refiere a que, en realidad, cualquier grupo escolar puede aprender a jugar, mantener las reglas, así su nivel como ajedrecista sea básico. No es una tarea tediosa, ni un juego abstracto en sus primeros pasos como muchos piensan, el ajedrez al final es un juego y tiene reglas como todos los juegos. Una parte del marco teórico lleva consigo un resumen de su historia y sus reglas básicas.

Algo interesante que ocurrió durante la implementación es que no a todos los estudiantes les interesa aprender a jugar en principio, ¿qué hacer? La respuesta es seguir jugando, porque los estudiantes viven en comunidad y al final terminarán hablando el mismo idioma, es decir, los chicos a los que no les interesaba al inicio mucho el juego, en conclusión, tuvieron que comprender al menos sus movimientos básicos puesto que se vieron inmersos en la situación al momento de implementar las tareas, dar respuestas a las mismas. Y aquí se pudo confirmar la hipótesis de que no es el docente quien dará las respuestas, sino que son ellos mismos, entre sus iguales, los que sumergidos en el juego encontraran las respuestas, ya sea por las situaciones a los que los enfrenta el mismo juego o pidiendo ayuda de sus compañeros.

Para culminar los objetivos específicos, se dio paso a la revisión, recopilación y análisis de los resultados obtenidos, que se reportan en el Capítulo 4 de este trabajo, este análisis permitió identificar que la secuencia didáctica implementada en el aula sí fue suficiente para contribuir al desarrollo (al menos inicial) de los pensamientos aleatorio y

variacional. A continuación, un breve resumen de los logros que se pudieron recoger a partir de los resultados de la primera implementación en el aula de clase.

Acerca del pensamiento variacional concluimos que las dos tareas propuestas dejaron ver que los estudiantes lograron identificar la variación y el cambio, por ejemplo, para la Tarea 1, cada posición representaba una situación problema para los estudiantes, y a partir de encontrar las variables comunes de las 6 posiciones (resolución de problemas), 11 de las 16 parejas lo resolvió satisfactoriamente y responder a las preguntas encaminadas a guiar a los estudiantes para hallar el patrón deseado, se logró la identificación del patrón en 6 de las 16 parejas posibles, 7 hicieron un intento pero confundieron la ubicación del rey, a pesar de que en su reporte a la pregunta de la ubicación del rey escribieron: el rey está en las esquinas. Queda la pregunta abierta de qué pasó con las 5 parejas de las 16 que no lograron llegar al patrón.

En la segunda tarea según los análisis hechos se pudo comprobar que los estudiantes pasaron de una representación a otra sin problema, y además potenciar destrezas con el plano cartesiano a los estudiantes les permitirá un mejor desempeño en años posteriores. Por supuesto, el hecho de representar gráficamente el recorrido del caballo en el plano no era tarea fácil, pero no les resultó complicado, lo que sí se pudo notar durante esta implementación es que les costaba escribir lo que veían que estaba ocurriendo en la gráfica en el ítem 1.

En conclusión, a estas dos tareas de pensamiento variacional, se puede afirmar que los estudiantes lograron en su gran mayoría:

- Describir y representar situaciones de variación en el contexto dado (el ajedrez).
- Identificar las características de las diversas gráficas cartesianas (de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.) en relación con la situación del recorrido del caballo.

En cuanto al pensamiento aleatorio, se desarrolló en las Tareas 3 y 4 que tuvieron como propósito calcular probabilidades simples a partir de situaciones problema de ajedrez, en el cual los estudiantes debían razonar y encontrar las posibles jugadas, clasificarlas mediante tablas (en la tarea 3) o diagramas de árbol (en la tarea 4) y responder a las preguntas planteadas con la intención de que reportaran sus razonamientos acerca de los cálculos, se puede decir, que estas dos tareas permitieron a los estudiantes incorporar en su lenguaje

conceptos como: evento, probabilidad, posibilidad, más o menos probable, entre otras; también conceptos del juego, como clasificación de jugadas de defensa, o posibilidades para proteger al rey del jaque, que sirvieron quizás para la mayoría como introducción a la probabilidad. Como se afirmó en la justificación de este trabajo, se eligió este pensamiento porque no es común que en los colegios se alcancen a tratar estudios de probabilidad y estadística o muchas veces se limitan a dejar la definición plasmada en los cuadernos y no a darle un sentido al cociente de probabilidad como se buscó con en estas dos tareas.

Reconociendo que se cumplieron los objetivos específicos, se puede afirmar que el también se cumplió el objetivo general del trabajo, que consistía en diseñar una secuencia de tareas mediada por el ajedrez que permitiera desarrollar a los estudiantes los pensamientos aleatorio y variacional. Si bien no todos los estudiantes lograron completar las tareas, como pasa en general en el aula, se propició un espacio a los estudiantes diferente para el razonamiento, para potenciar el pensamiento lógico y por ende el pensamiento matemático, específicamente los pensamientos aleatorio y variacional. Escuchar que se pregunten por el por qué, para qué y el cómo al momento de solucionar las tareas a partir del uso del ajedrez, sumado al hecho del nuevo conocimiento de conceptos matemáticos que construyeron, permite preguntarse si vale la pena diseñar más tareas como éstas para el aula en bachillerato, donde se encuentra muchas veces el descontento por la clase tradicional, o la falta de interés por aprender, sobre todo en estas etapas de preadolescencia.

Además de las conclusiones ya expuestas, se puede concluir que este trabajo permitió poner en práctica algunos de los conocimientos obtenidos durante la carrera universitaria y que deja una puerta abierta hacia el enfoque de la investigación en este campo, puesto que como se dijo anteriormente, hay muy pocos registros.

Particular énfasis para mencionar que dentro de los aprendizajes y frutos del trabajo se tuvo la oportunidad de participar con una ponencia académica en la categoría de “Experiencias en el Aula” en el Encuentro de Educación Matemática (EduMath 25 años) realizado por la Universidad de Antioquia. Este es un evento académico de carácter internacional que se llevó a cabo en el mes de agosto de 2022 en el cual se presentaron esta propuesta de tareas y unos resultados parciales del análisis. Sea el momento para agradecer el apoyo económico de la Universidad Pedagógica Nacional para la inscripción a este evento. El hecho de compartir con otros profesores y escuchar sus preguntas o comentarios,

complementa el aprendizaje construido y proyecta la posibilidad de participar en nuevos encuentros académicos.

Por otra parte, en cuanto a los cambios por mejorar que se efectuarían de las Tareas en su primera versión:

Tarea 1: Modificar las preguntas 2, parte b) y 3, porque al parecer no fueron fáciles de comprender para los estudiantes y dejarla hasta el punto 4, ya que se hizo demasiado extensa.

Tarea 2: Modificar algunas posiciones en los tableros que hace que los estudiantes cometan errores acerca de la curva que están graficando respecto a los movimientos de derecha a izquierda, que aún no tienen una razón de por qué no se puede graficar en esa misma dirección.

Tarea 3: Modificar los textos en la guía que son demasiado largos, desarrollar todo a partir de una sola situación y no en dos como aparece en la primera versión.

Tarea 4: Esta tarea en realidad era más extensa, pero viendo los anteriores resultados, se modificó antes de llevar a su primera intervención. Se realizaría en parejas como las demás, puesto que eso permitió una comunicación entre ellos, y hasta el más apático se reunió y hablo con sus demás compañeros.

Finalmente, en relación con la proyección de este trabajo y en cuanto al querer complementarlo más adelante. El primero, y quizás más evidente, es que resulta natural pensar en crear secuencias de tareas de los otros tres pensamientos contemplados por el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1998) y complementar este trabajo. Asimismo, se reconoce como otra posibilidad de proyección el poder implementar las tareas de una forma más sistemática, es decir, atendiendo a una metodología de investigación propiamente dicha, con el fin de evaluar la eficacia de las tareas con un nivel de rigurosidad investigativa mucho más profundo que el realizado en este trabajo.

6. REFERENCIAS

- Andreu Andrés, M. Á., y García Casas, M. (2010). *Actividades lúdicas en la enseñanza de LFE: el juego didáctico*. I Congreso Internacional de español para Fines Específicos. Valencia.
- Aprendamos juntos (03 de septiembre de 2018). *V. Completa. "El ajedrez es el mejor gimnasio para la mente"*. Leontxo García [Archivo de Vídeo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=jIYF9wglfZU>
- Aramburu, F. (2014). *Historia del ajedrez*. Uruguay: El autor.
- Bishop, A. (1998). *El papel de los juegos en educación matemática*. Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 18, 9-19.
- Bönsch y Bönsch, E. U. (2013). *Cómo enseñar ajedrez, el entrenamiento en ajedrez* (Primera edición). Editorial Paidotribo.
- Camargo, L. (2021). *Estrategias cualitativas de investigación en educación matemática. Recursos para la captura de información y el análisis*. Medellín – Bogotá D.C.: Universidad de Antioquia – Universidad Pedagógica Nacional.
- Camargo, L., y Guzmán, A. (2005). *Elementos para una didáctica del pensamiento variacional*. Cooperativa Editorial Magisterio. Bogotá DC Colombia.
- Cascallana, A. (1993). *Iniciación a la matemática. Materiales y recursos didácticos*. Madrid: Santillana.
- Corbalán, F. (2002). *Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato*. Editorial Síntesis.
- De Guzmán, M. (1984). *Cuentos con cuentas*. Barcelona: Labor.
- De Guzmán, M. (2007). *Enseñanza de las ciencias y la matemática*. Revista iberoamericana de educación, 43, 19-58.
- E. Bonsdorff, K. Fabel y O. Riihimaa. (1974). *Ajedrez y Matemáticas*. Ediciones Martínez Roca, S. A.
- Erikson, E. (1972). "Juego y actualidad." En Piaget, J., Lorenz, K. Juego y desarrollo. Barcelona: Grijalbo.
- Frabetti, C. (2017). *El tablero mágico juegos y pasatiempos alrededor del ajedrez* (1ra edición). (1995). Editorial Gedisa, S.A.



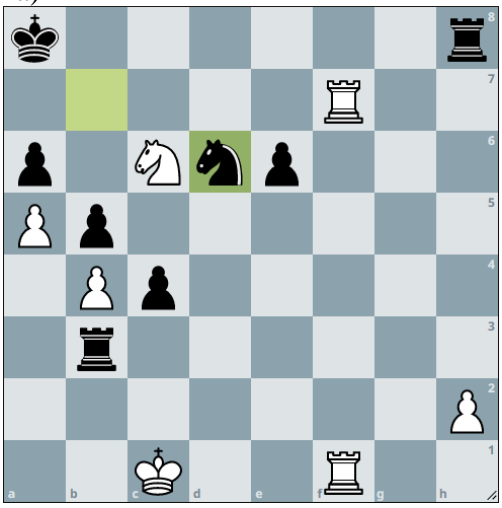
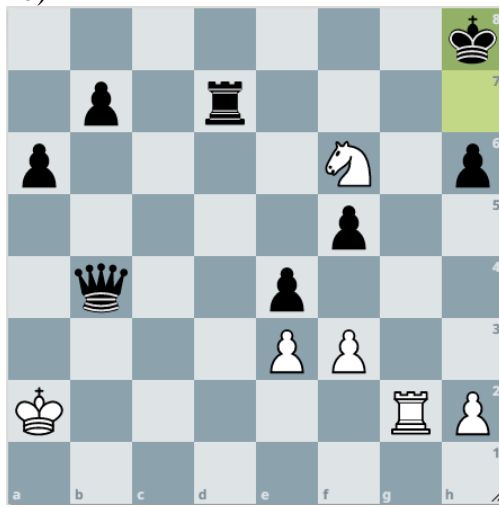
- Fuentes, M. J. (2013). Una pareja indisoluble: Ajedrez y Matemáticas.
- Fernández, J. (2008). *Utilización de material didáctico con recursos de ajedrez para la enseñanza de las matemáticas. Estudio de sus efectos sobre una muestra de alumnos de 2° de primaria*. Barcelona. Universidad Autónoma de Barcelona. (Tesis Doctoral).
- Gairín, J., & Fernández, J. (2010). Enseñar Matemáticas con recursos de Ajedrez. *Tendencias pedagógicas, Vol. 1*(N° 15), 58–90.
- Gardner, M. (1991). ¡Ajá! Barcelona: Labor
- Garrido, F. G. (2001). Educando desde el ajedrez [archivo de computador]. Paidotribo.
- Grau, R. (1942). Tratado General de Ajedrez - Rudimentos: Vol. Tomo I (1ra edición). Ediciones Colihue.
- Guik, Y. Y. (2012). Matemática en el tablero de ajedrez. Moscú: URSS.
- Huizinga, J. (1949). *Homo Ludens*. Londres. Routledge and Kegan Paul.
- Jaureguiberry, J. (2015). *Ajedrez en la escuela, un recurso pedagógico para desarrollar el pensamiento creador, Jaque a las fracciones*. Argentina.
- Klein, M. (1929). *La personificación en el juego de los niños*. Buenos Aires: Hormé S.A.
- Kovacic, D. (2012). *Ajedrez en las escuelas. Una buena movida. Psiencia*. Revista Latinoamericana de Ciencia Psicológica. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=333127355004>
- Kraitchik, M., y Messens, G. (1946). *Matemáticas recreativas*. El Ateneo.
- Maz-Machado, A., Jiménez-Fanjul, N., Gutiérrez-Arenas, P., Adrián, C., Vallejo, M., y Adamuz-Povedano, N. (2012). Estudio bibliométrico de la investigación educativa en las universidades de Andalucía en el SSCI (2002-2010). *Revista Iberoamericana de Psicología y Salud*, 3(2), 125-136.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Bogotá D.C.: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Bogotá D.C.: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). Derechos Básicos de Aprendizaje. Bogotá D.C.





- Nortes Martínez-Artero, R., y Nortes Checa, A. (2015). *El ajedrez como recurso didáctico en la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas*. NÚMEROS, Revista de Didáctica de Las Matemáticas, Vol. 89, 9–31.
- Vergel, R., y Rojas, P. (2013). *Procesos de generalización y pensamiento algebraico*. Educación científica y tecnológica.
- Sánchez, D., (2013). *Análisis de las posibilidades del ajedrez como recurso didáctico en la enseñanza de las matemáticas: “Estudio de caso en 4º curso de Educación Secundaria Obligatoria del Colegio San Fernando de Avilés”*. [Trabajo fin de máster]. Universidad Internacional de la Rioja, Facultad de Educación.
- Secretaría de Educación de Zipaquirá. I.E.M. Liceo Integrado de Zipaquirá. (2022). *Manual de Convivencia Escolar*. Recuperado de: <https://liceointegrado.edu.co/comite-de-convivencia/>
- Villar, R. (2011). *Matemáticas y ajedrez*. Trabajo Fin de Estudios de Máster universitario en Profesorado de ESO, Bachillerato, FP y Enseñanza de Idiomas (Matemáticas). Universidad de la Rioja. Recuperado de <http://biblioteca.unirioja.es>.
- Vigotsky, L. (1966). *“El papel del juego en el desarrollo del niño”*. En *el desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Grijalbo.
- Yepes, J., y Yepes, L. (2000). *La Magia del Ajedrez* (Primera Edición). Panamericana Editorial Ltda.

7. ANEXOS

Los anexos que se encuentran enseguida se corresponden con las cuatro tareas que fueron diseñadas para este trabajo de grado.

Anexo 1

	IEM Liceo Integrado de Zipaquirá	Fecha:	
		Grado:	
ACTIVIDAD 1			
Nombres:			
Docente: Rubiela Sánchez Penagos			
1. En cada una de las siguientes posiciones encuentren el jaque mate y escriban la solución en sistema algebraico.			
<p>a)</p>  <p style="text-align: center;">Juegan las blancas y dan mate en 1</p> <p>1. _____#</p>	<p>b)</p>  <p style="text-align: center;">Juegan las blancas y dan mate en 1</p> <p>1. _____#</p>		
<p>c)</p>	<p>d)</p>		

 <p style="text-align: center;">Juegan las blancas y dan mate en 1</p> <p>1. _____#</p>	 <p style="text-align: center;">Juegan las blancas y dan mate en 1</p> <p>1. _____#</p>
<p>e)</p>  <p style="text-align: center;">Juegan las negras y dan mate en 1</p> <p>1. ... _____#</p>	<p>f)</p>  <p style="text-align: center;">Juegan las negras y dan mate en 1</p> <p>1. ... _____#</p>

2. Para los seis diagramas anteriores:

a. Indiquen las piezas que intervienen en el mate.

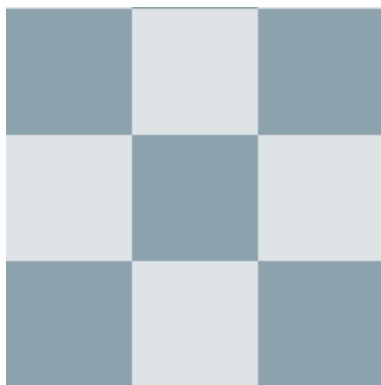
b. ¿Qué condiciones debe tener la posición de las piezas identificadas en la anterior pregunta?

c. ¿Qué tienen en común las posiciones del rey?



d. ¿Qué tienen en común las piezas que intervienen en el mate?

3. Con base en lo que encontraste en las preguntas anteriores, ¿hay algún otro elemento (pieza o posición) que sea relevante para poder obtener el mate? Justifica tu respuesta.

4. En el siguiente tablero de 3x3, y utilizando lo que encontraron en las preguntas 2 y 3, recreen una posición de un mate similar a los del primer numeral y describan con detalle la función de cada pieza en la situación planteada.



5. Observen las siguientes posiciones y encuentren el mate en un solo movimiento.



<p style="text-align: center;">g)</p>  <p style="text-align: center;">Juegan las blancas y dan mate en 1</p> <p>1. _____#</p>	<p style="text-align: center;">h)</p>  <p style="text-align: center;">Juegan las blancas y dan mate en 1</p> <p>1. _____#</p>
---	--

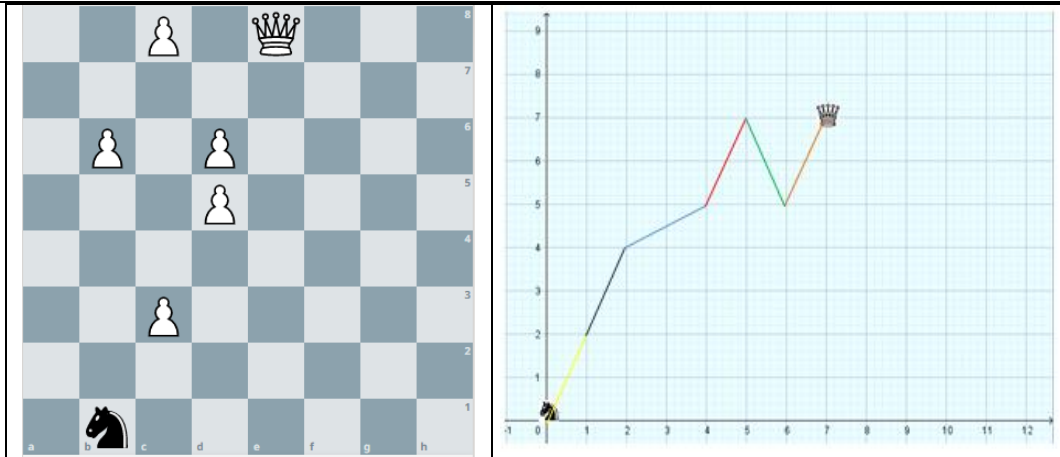
6. ¿Qué cambió en la posición h) respecto a la posición g)?

7. ¿Por qué no puede ser la misma solución para ambas posiciones? ¿La pieza ubicada en e6 puede ser alguna otra de tal forma que jueguen las blancas y den mate? Si es así, indica cuál pieza y cómo sería la jugada; en caso contrario, explica por qué no es posible.

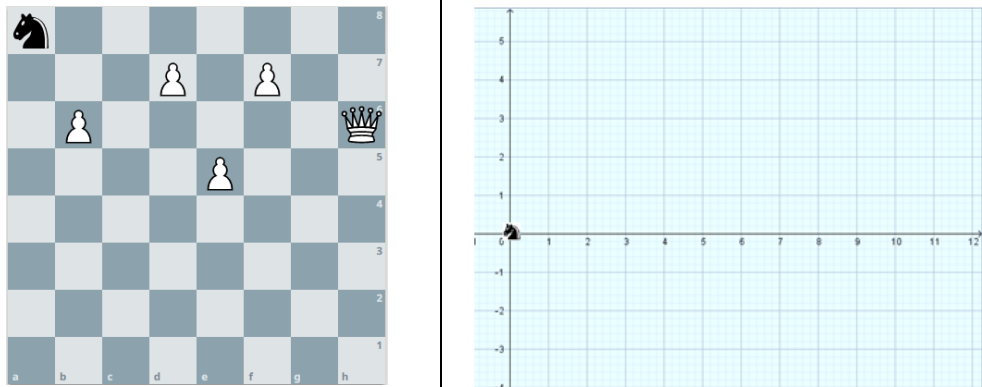
8. Con base en las preguntas del numeral anterior, indiquen por qué la variación de una sola pieza puede modificar las jugadas posteriores en una partida.

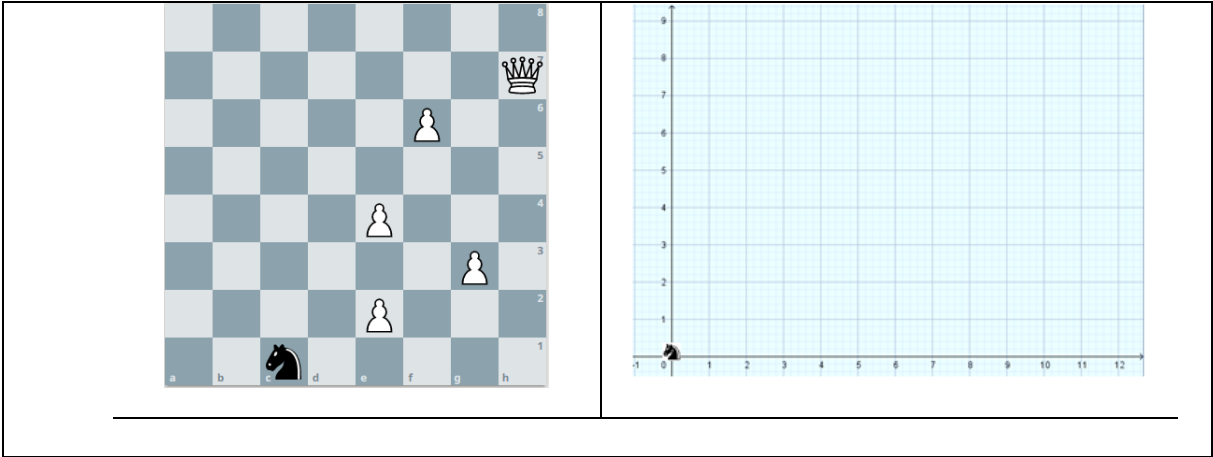
Anexo 2

	<p>IEM Liceo Integrado de Zipaquirá</p>	<p>Fecha:</p>	 <p>UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL</p>
		<p>Grado:</p>	
<p>ACTIVIDAD 2</p>			
<p>Nombres:</p>			
<p>Docente: Rubiela Sánchez Penagos</p>			
<p>2. Observen la siguiente posición y el plano cartesiano. En el plano se grafica el recorrido que hace el caballo al ir capturando los peones. ¿Qué cantidad o magnitud se representa en los ejes del plano?</p>			
<input type="text"/>		<input type="text"/>	



3. Con base en el numeral anterior, tracen en los siguientes planos cartesianos de la columna derecha el recorrido del caballo respectivo.





4. Observen que cada casilla del tablero se puede hacer corresponder con las coordenadas un punto del plano cartesiano de la siguiente manera:



El peón está en la casilla (e4)

Columna	Fila
e	4



El peón está en el punto (5,4)

Eje x	Eje y
5	4

Con base en el anterior ejemplo y con ayuda del tablero de ajedrez completen las siguientes tablas.

a)

Columna	Fila
g	4
h	6
f	5
d	6
b	7
a	5

Eje x	Eje y

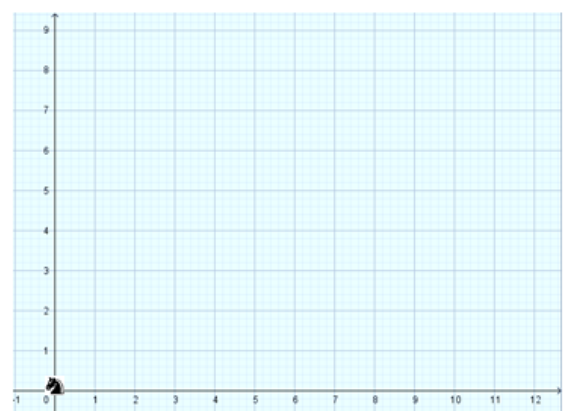
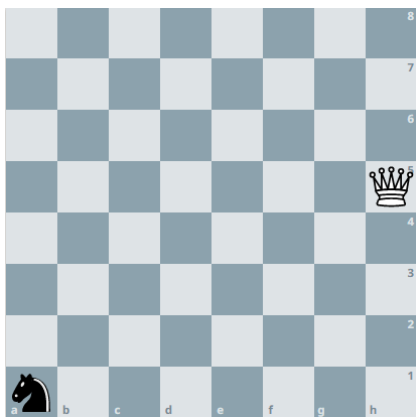
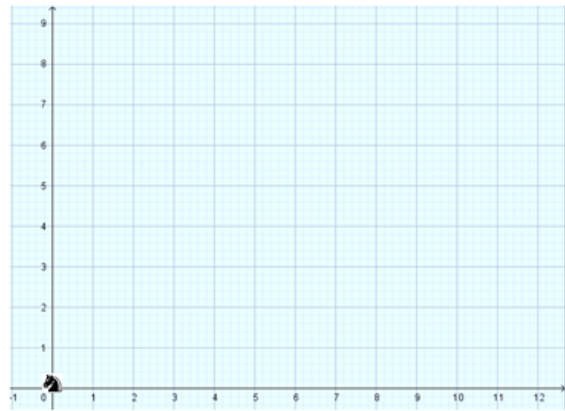
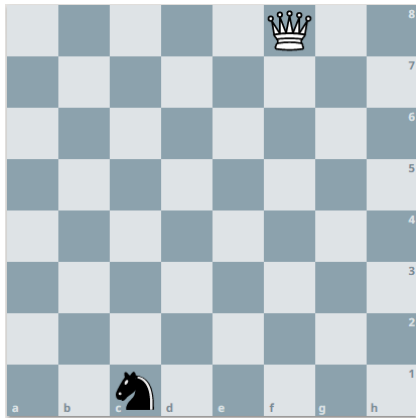
b)

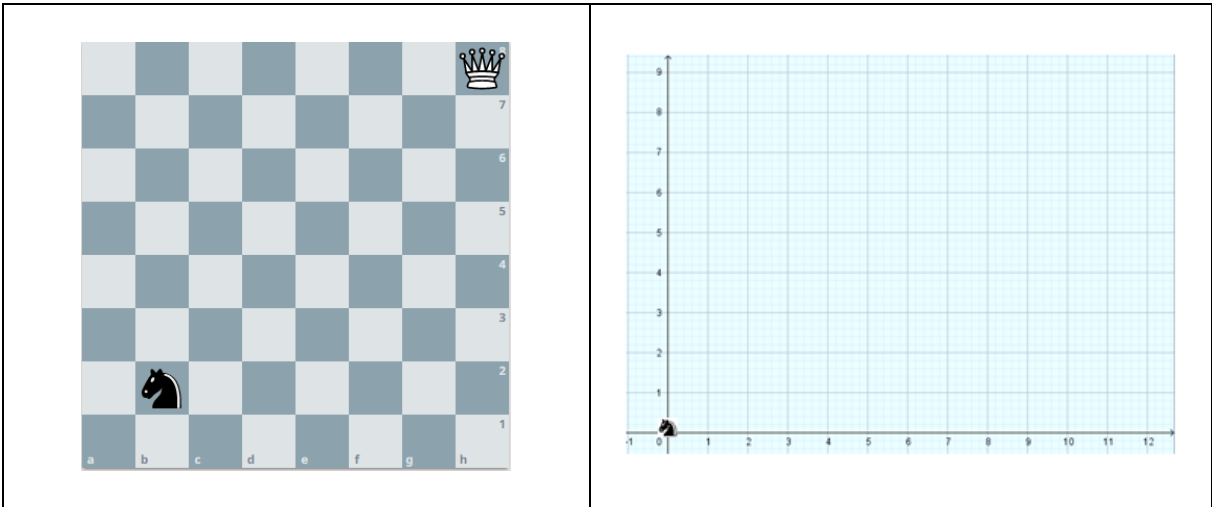
Columna	Fila

Eje x	Eje y
6	8
2	4
5	1
7	3
4	6
3	7

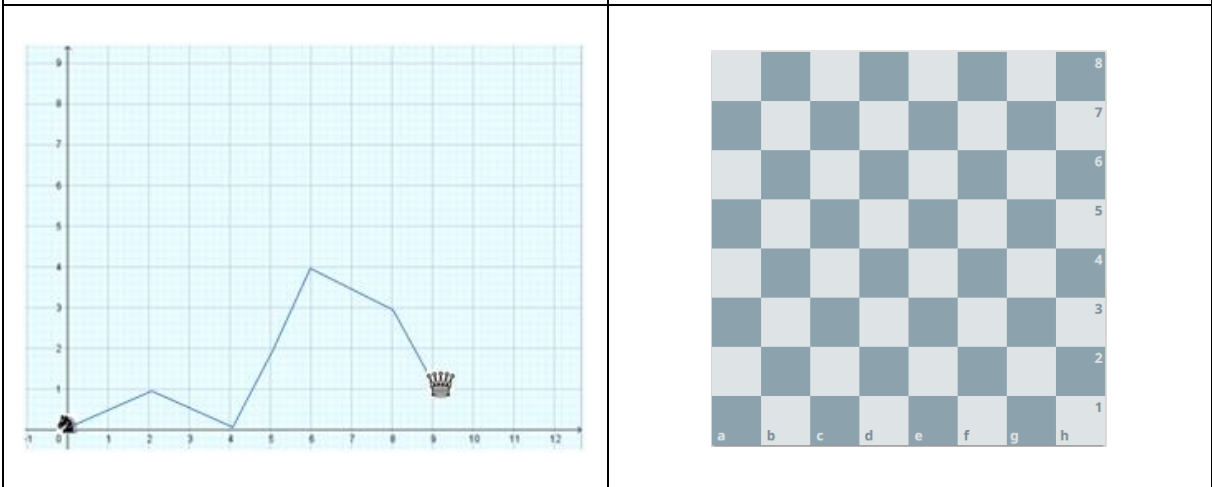
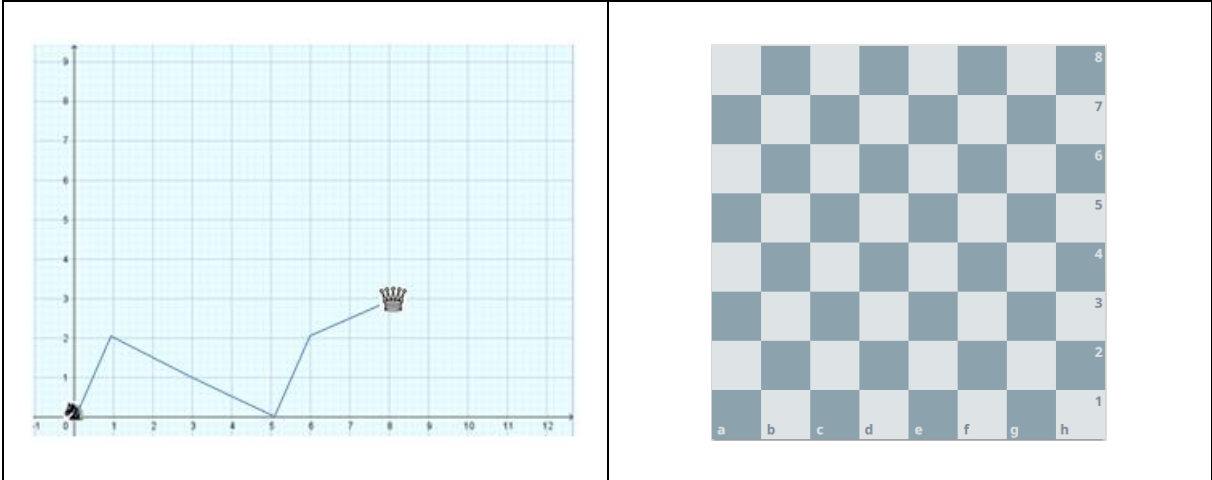
c) ¿Cuál pieza se movió según lo observado en la tabla del literal a)? ¿Cuál pieza se movió en la tabla del literal b)? Justifiquen sus respuestas.

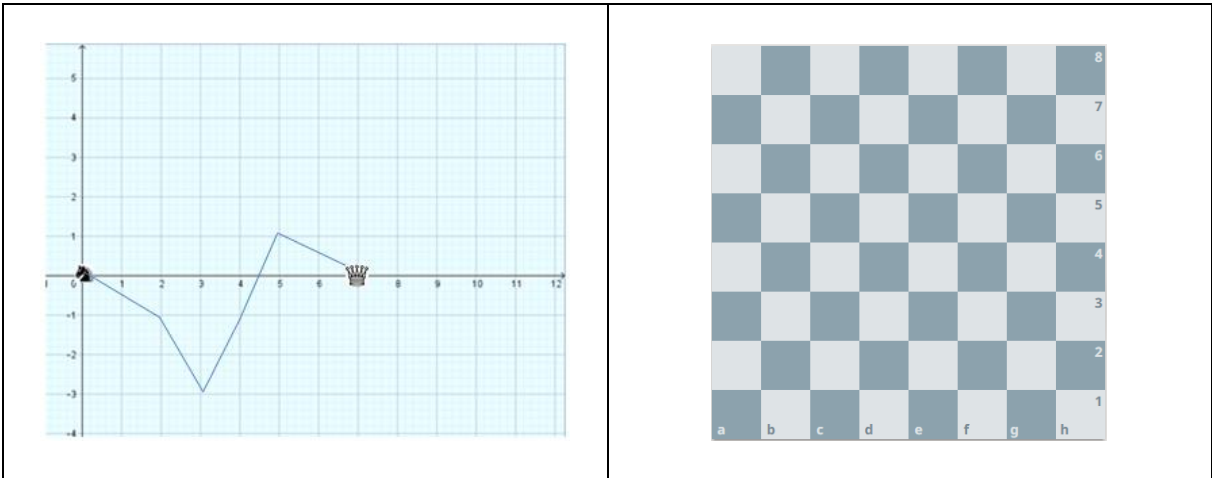
5. Utilizando el tablero de ajedrez representen las siguientes posiciones y encuentren un camino del caballo que conduzca a la captura de la dama. En el plano cartesiano grafiquen el recorrido que se realizó.





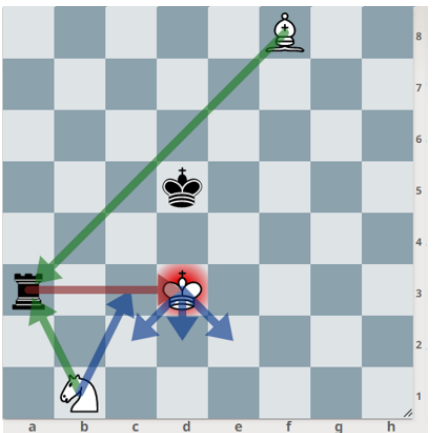


6. Observen cada plano cartesiano y utilicen el tablero de ajedrez para proponer un recorrido que corresponda con la gráfica del plano. Enseguida, en el tablero que hay frente a cada gráfica, enumeren las casillas por las que pasa el caballo en su recorrido.





Anexo 3

	IEM Liceo Integrado de Zipaquirá	Fecha:	 <small>UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL</small> <small>Escuela de Educadores</small>
ACTIVIDAD 3			
Nombre:			
Docente: Rubiela Sánchez Penagos			
<p>En la posición del tablero se puede observar al rey blanco amenazado por la torre. Ante el jaque se pueden realizar las siguientes acciones.</p> <ol style="list-style-type: none"> Capturar la pieza que está haciendo el jaque: Axa3 o Cxa3. Cubrir al rey del ataque con una pieza: Cc3 Mover el rey a una casilla que no esté atacada: Rc2, Rd2 o Re2. 			
	<p>Siendo 6 las posibilidades de defenderse del jaque, a saber:</p> <p style="text-align: center;">Cxa3, Cc3, Axa3, Rc2, Rd2, Re2.</p> <p>Y 15 todos los movimientos del blanco en esta posición, sin importar si el rey sigue en jaque o no:</p> <p style="text-align: center;">Cxa3, Cc3, Cd2, Rc3, Rc2, Rd2, Re2, Re3, Ag7, Ah6, Ae7, Ad6, Ac5, Ab4, Axa3.</p>		
<p>Ante el jaque del ejemplo, ¿cuál es la probabilidad de defender al rey del jaque?</p> <p>El evento será:</p>			

J = Defender al rey del jaque

Y la probabilidad de **J** será:

$$P(J) = \frac{\text{Movimientos en defensa del rey}}{\text{Movimientos posibles del blanco}} = \frac{6}{15} = 0.4$$

Solución: La probabilidad de que el blanco se defienda del jaque es de 0.4.

1. Calculen la probabilidad de capturar la pieza que esta haciendo el jaque

2. Calculen la probabilidad de mover el rey ante el jaque

3. Calculen la probabilidad de cubrir al rey del jaque.

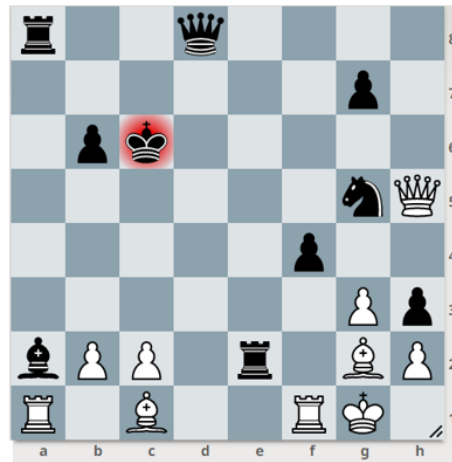
4. Según los resultados de los calculos anteriores:

a) ¿Qué es más probable que suceda?¿Por qué?

b) Entre mover el rey y cubrirse del jaque, ¿Qué es lo más probable según los calculos hechos?

c) Entre las tres opciones de acción ante un jaque (capturar la pieza, mover al rey o cubrir al rey), ¿cuál sería la mejor y por qué? ¿Por qué lo más probable no resulta ser lo más adecuado dentro del juego?

5. Observen la siguiente posición:



Se puede ver a simple vista que el rey negro ubicado en la casilla c6, esta demasiado expuesto a cualquier ataque del blanco, tanto que se encuentra en jaque pues el alfil situado en g2 lo está amenazando.

Escriban (utilizando el sistema algebraico) todas las posibilidades que tiene el jugador de las piezas negras para defenderse del jaque:

Capturar a la pieza atacante	Interponer una pieza (cubrir)	Mover al rey a una casilla segura
-	- Dd5	-
-	- Te4	-
	- Ce4	-
	- Cf3	-
	- Ad5	-
	- f3	-

A continuación, algunos ejemplos de probabilidades calculadas utilizando la anterior tabla:

- Probabilidad de que el jugador de las piezas negras capture la pieza atacante.

$$P(\text{capturar pieza atacante}) = \frac{2}{13} = 0.15$$

Solución: La probabilidad de capturar la pieza atacante es de 0.15

- Probabilidad de interponer una pieza en el camino del alfil.

$$P(\text{interponer una pieza}) = \frac{6}{13} = 0.46$$

Solución: La probabilidad de interponer una pieza en el camino del alfil es de 0.46

Con la información anterior respondan las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de mover el rey a una casilla segura?

- b) Con base en los cálculos anteriores, ¿qué es lo más probable que ocurra? ¿Qué es lo menos probable? ¿Por qué?

- c) ¿Cuál es la probabilidad de cubrir al rey del jaque con la torre ubicada en la casilla a8? ¿Por qué?



- d) ¿Cuál es la probabilidad de que el caballo negro ubicado en la casilla g5, salte a una casilla blanca en su siguiente movimiento? ¿Por qué?



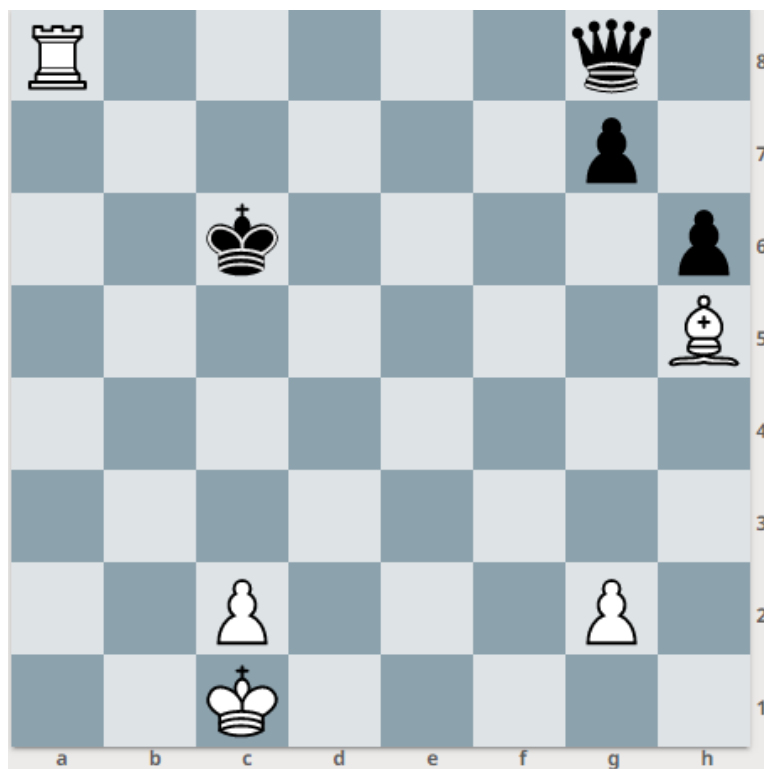
- e) Reúnanse con la pareja de al lado y discutan, según los resultados de las preguntas c) y d), por qué una probabilidad puede ser 0 o puede ser 1. Escriban las conclusiones.

6. En sus grupos de discusión, concluyan qué significa que un evento sea mayor a 0.5 o menor del 0.5. Justifiquen sus respuestas.

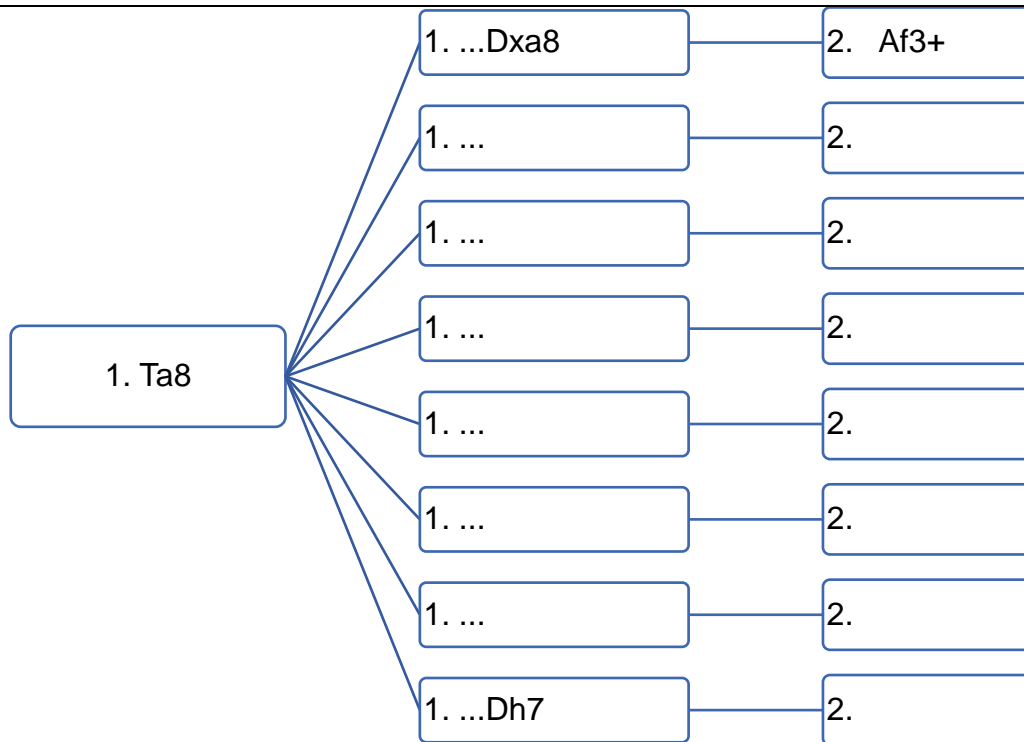
Anexo 4

	IEM Liceo Integrado de Zipaquirá	Fecha:	
		Grado:	
ACTIVIDAD 4			
Nombres:			
Docente: Rubiela Sánchez Penagos			

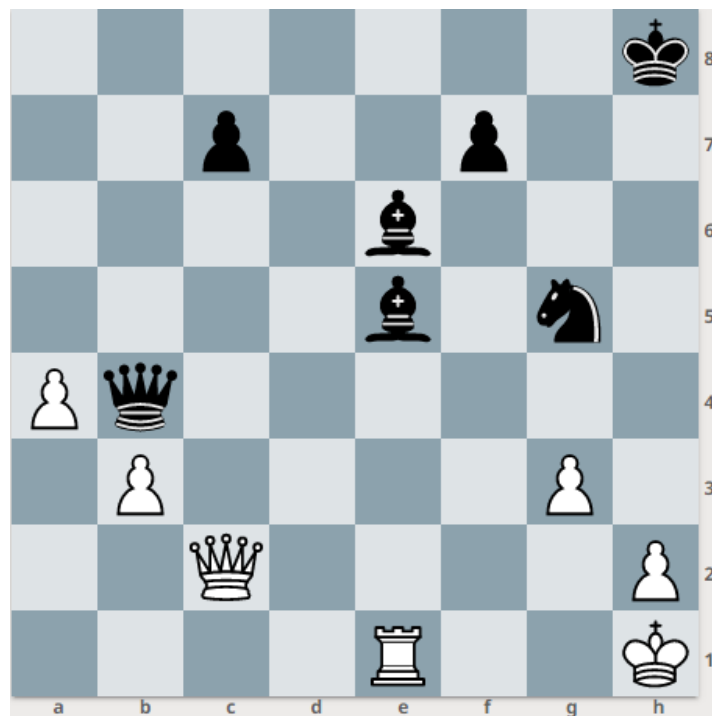
- En la siguiente posición las blancas acaban de jugar Ta8. Las negras no tienen muchas opciones para defender la dama, pues todas las respuestas de la dama negra hacen que el blanco la capture. Si, por ejemplo, capturan la torre: Dxa8 sigue Af3+ y luego de que el rey se mueva la dama está perdida.

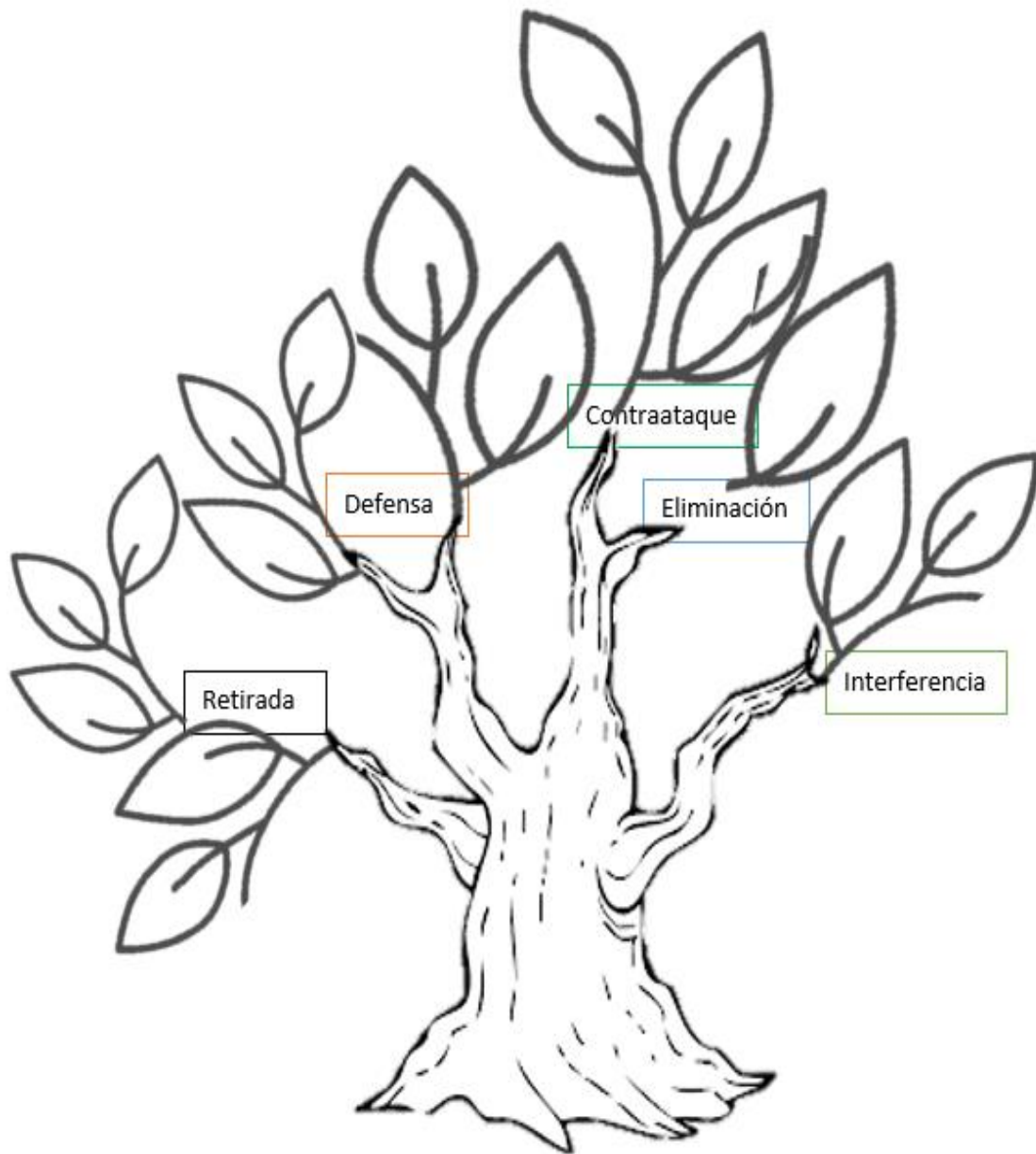


Completa el siguiente diagrama de árbol con los movimientos de la dama negra, seguido de la respuesta del blanco para cazar la dama. No tengas en cuenta las casillas de la octava fila porque en cualquiera de estas casillas la dama será capturada por la torre.



2. Analiza la siguiente posición y encuentra las distintas formas de actuar ante la amenaza Txe5. A continuación, escríbelas usando el sistema algebraico en el árbol de variantes según corresponda en cada rama (Retirada, Defensa, Interferencia, Eliminación, Contraataque).





Si consideramos la totalidad de movimientos posibles igual a la cantidad de hojas que tiene el árbol entonces:

- ✓ La probabilidad de que las negras realicen una retirada

Los movimientos totales para defender el alfil son 16 y los movimientos para realizar una retirada de alfil sin que sea capturado son 5. Por lo que la probabilidad es:

$$P(\text{retirada de alfil}) = \frac{\text{Movimientos de retirada de alfil}}{\text{Movimientos totales de defensa}} = \frac{5}{16} = 0.31$$

La probabilidad de que las negras realicen una retirada de alfil es de 0.31

✓ La probabilidad de que las negras realicen una interferencia

Los movimientos totales para defender el alfil son 16 y los movimientos para interponer una pieza entre el alfil y la torre son 2. Por lo que la probabilidad es:

$$P(\text{interferencia}) = \frac{\text{Movimientos de interferencia}}{\text{Movimientos totales de defensa}} = \frac{2}{16} = 0.125$$

La probabilidad de que las negras realicen una interferencia es de 0.125

a) A continuación, calcula las probabilidades de que las negras realicen:

- Contraataque
- Eliminación
- Defensa

b) ¿La probabilidad de que las negras realicen un contraataque es igual a la probabilidad de que las negras realicen una jugada de eliminación o interferencia? ¿por qué? Justifica tu respuesta.

c) Según la cantidad de hojas del árbol, ¿Qué es lo menos probable que suceda: una jugada de eliminación, retirada, interferencia, defensa o contraataque? ¿Por qué? Justifica tu respuesta.
