CLASIFICACIÓN DE PROBLEMAS DE ORDEN MULTIPLICATIVO SOBRE FRACCIONES EN LIBROS DE TEXTO DE GRADOS SEXTO Y SÉPTIMO DE EDUCACIÓN BÁSICA

Trabajo De Grado Asociado Al Estudio De Un Tema Específico

Lopez Muñoz Ginna Andrea

C.C. 52467960 / Cód. 2009140032

Vega Abril Carlos Alonso

C.C. 1073167652 / Cód. 2012140067

Docente Asesor: Carlos Roberto Pérez Medina

Firma: ______________________

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

BOGOTÁ

2018

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
Educadora de educadores

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

ACTA DE EVALUACIÓN DE TRABAJO DE GRADO

Presentados y **aprobados** el documento escrito y la sustentación del Trabajo de Grado, en el tipo Monografía, titulado: **"Clasificación de problemas de orden multiplicativo sobre fracciones en libros de texto de grados sexto y séptimo de educación básica",** elaborado por los estudiantes:

Gina Andrea López Muñoz - código 2009140032 - cédula 52467960
Carlos Alfonso Vega Abril - código 2012140067 - cédula 1073167652

Como requisito parcial para optar al título de **Licenciado en Matemáticas**, el jurado evaluador asigna **41** puntos al mismo.

Sugerencia de Distinción: Ninguna X Meritoria ___ Laureada ___

En constancia se firma a los 01 días del mes de junio de 2018.

Director del Trabajo: Profesor CARLOS PEREZ
CARLOS ROBERTO PÉREZ

Jurado: Profesora
GLORIA GARCÍA DE GARCÍA

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de grado.
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca central.
Titulo del documento	Clasificación de problemas de orden multiplicativo sobre fracciones en libros de texto de grados sexto y séptimo de educación básica.
Autor(es)	López Muñoz, Gina Andrea; Vega Abril, Carlos Alonso
Director	Pérez Medina, Carlos Roberto
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2018. 98 p
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA; MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES; LIBROS DE TEXTO; CATEGORIZACIÓN; DIDACTICA DE LAS MATEMÁTICAS.

2. Descripción

Trabajo de grado se propone categorizar los enunciados de problemas para el estudiante sobre la multiplicación y división de fracciones en libros de texto de sexto y séptimo grado, según las categorías de situaciones multiplicativas propuestas por Vergnaud (1997) sobre isomorfismo de medida, producto de medida y la propuesta por Maza (1991) conocida como situaciones de comparación. Para esto se hace una selección de dos textos escolares representativos de la propuesta curricular vigente, uno por cada grado, teniendo como directriz principal los referentes curriculares de matemáticas Lineamientos Curriculares de Matemáticas (LCM) (MEN, 1998) y Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (EBCM) (MEN, 2006), en relación al proceso de Resolución de problemas y el Pensamiento Numérico.

3. Fuentes

- Alfaro, C., y Barrantes, H. (2008). ¿Qué es un problema matemático? percepciones en la enseñanza media costarricense. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, 4, pp. 83-98.
- Bonilla, M., Sánchez, N., y Vidal M. (1999). La enseñanza de la aritmética escolar y la formación del profesor. Santa Fe de Bogotá, D.C: Editorial Gaia.
- Cabrera, C., y Pérez, L. (2009). Didáctica y solución de problemas.

- Chevallard, Y. (1991). la transposition didactique. Grenoble: La Pensée Sauvege, 1985.
- Duque, C. (2005). Matemática para el desarrollo de procesos lógicos, clasificar, medir, invertir. Bogotá, Colombia: Nomos S. A.
- Fraudenthal, H. (1983). Didactical phenomenology of Mathematical Structures. Hollan: D. Reidel Publishing Company. 28-33, 133-177.
- Godino, G., y Batanero, C. (1994), Significado institucional y personal de los objetos matemáticos, En: Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 14, no 3: 325-355.
- Maza, C. (1991). Enseñanza de la multiplicación y división. Matemáticas: cultura y aprendizaje. España: Editorial Síntesis.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares en Matemáticas. Bogotá, D.C., Cooperativa Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas. Bogotá, Colombia.
- Obando, G. (2003). *La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo.* Revista EMA, 8(2), pp. 157-182.
- Santos, L. (1997). Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. Capítulo 6. Centro de investigación y de estudios avanzados del IPN. Grupo editorial Iberoamérica. Segunda edición México.
- Vergel, R (2004). Perspectiva sociocultural del aprendizaje de la multiplicación. Corporación Universitaria Republicana. Pp. 494-505.
- Vergnaud, G (1990). La teoría de los campos conceptuales CNRS y Université René Descartes. Recherches en Didáctique des Mathématiques, Vol. 10,nº 2, 3, pp. 133-170, 1990. Traducción de Juan D Godino.
- Vergnaud, G. (1991). El niño, las matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Trillas.

4. Contenidos

El trabajo busca responder a la pregunta ¿Qué tipo de problemas sobre la multiplicación de fracciones aparecen en libros de texto de sexto y séptimo de la educación básica? Así pues, el principal objetivo que se busca es: Analizar y clasificar algunos problemas de multiplicación y división de fracciones en textos escolares de grado sexto y séptimo de la educación básica.

Este trabajo está organizado por capítulos: el primero aborda los referentes teóricos fundamentales que son estructura multiplicativa, categorías sobre problemas multiplicativos, definición de problema, fracción y referentes curriculares en relación a la multiplicación y división de fracciones; El segundo capítulo desarrolla el análisis de los problemas de los libros de texto a través de la selección de los libros de texto representativos, la selección de actividades y su clasificación en las categorías de problemas multiplicativos; El capítulo final muestra las conclusiones del trabajo.

5. Metodología

Consiste de 4 pasos principales: 1) la selección y descripción inicial del texto que consiste en una aproximación inicial al mismo a través de la elaboración de una ficha bibliográfica y la identificación de la estructura del texto; 2) la determinación de a qué se le denomina problema con base en las orientaciones de los autores encontrados para la construcción del marco teórico; 3) el análisis de los problemas que se inició con la determinación de los objetivos del análisis, de las unidades de análisis en tres niveles capítulos, secciones y actividades para el estudiante; y 4) la elaboración de las conclusiones sobre el análisis y los tipos de problema multiplicativos encontrados en los libros de texto.

6. Conclusiones

El 68% de los problemas presentados por ambos libros, se encuentran en la categoría de isomorfismo de medida, el 29% en la categoría de comparación, especialmente en la subcategoría de Partición Cuantificador. Con esto se muestra que ambos libros respecto a los problemas de multiplicación y división de fracciones buscan presentar contextos reales donde se pueda establecer una relación lineal para dos espacios de medida, o una relación de razón entre dos medidas. Con lo anterior puede inferirse que el concepto de multiplicación y división para las fracciones está ligado con el de función o el de razón. Adicionalmente la categoría de Producto de Medida a pesar de ser un referente importante para la enseñanza de la multiplicación, según lo expuesto por Verdgnaud (1997), no se encontró en los libros, pues ningún problema fue clasificado en esta categoría, posibilitando que el concepto de multiplicación o división no adquieran sentidos en lo posible más amplios.

De los 34 enunciados estudiados sobre multiplicación y división, dos de ellos no fueron considerados como problemas, uno porque no presentaba un contexto real y el otro por no tener característica multiplicativa. Así pues la concepción de problema para los libros y este trabajo tienen bastante similitud de acuerdo a las características de: Presentar un contexto real, ser enunciados verbales, existir relación con referentes curriculares, mostrar cantidades y relaciones entre ellas, plantear una pregunta buscando una cantidad desconocida, y promover el uso de contenidos matemáticos estudiados.

Los libros muestran que estructuralmente los problemas de multiplicación y división de fracciones, en su mayoría, son aritméticos sencillos, debido a que estos aluden a un contexto real, presentan cuatro o tres cantidades que se relacionan entre sí, y asociando una pregunta con una de las cantidades como interrogante.

Este trabajo permitió ver que los problemas de multiplicación y división de fracciones están íntimamente relacionados con el estándar E2. Debido a que en particular estos problemas tienen un carácter multiplicativo y se relacionan a un sistema numérico (las fracciones). Así pues se puede inferir que los problemas son un referente para la enseñanza sobre el Pensamiento Numérico.

Elaborado por:	López Muñoz, Gina Andrea; Vega Abril, Carlos Alonso.
Revisado por:	Pérez Medina, Carlos Roberto.

Fecha de elaboración del Resumen:	01	06	2018

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

En civilizaciones como la egipcia, babilónica, griega, entre otras, se encuentran registros históricos de que las fracciones surgen a partir de los procesos de medir y comparar, en la perspectiva del pensamiento matemático humano (Obando, 2003). La fracción se sustenta en ideas como elemento comparativo entre cantidades discretas, una cantidad en referencia a una unidad de medida, un operador que transforma una medida o cantidad en otra, lo cual señala algunas concepciones de este objeto matemático. De ello surge la posibilidad de establecer la fracción en un contexto numérico en el que existe la posibilidad de operatividad. Particularmente para el interés de este trabajo se pretende abordar las fracciones en relación a la multiplicación y división.

Estas ideas en conjunto sustentan la importancia de la fracción para la matemática escolar, además de las operaciones de multiplicación y división y su lugar en el currículo de matemáticas para la enseñanza escolar (MEN, 2006). Es por ello que el eje principal de este trabajo se desarrolla en torno a la multiplicación y división de fracciones y su tratamiento en los libros de texto de sexto y séptimo de educación básica mediante las actividades para el estudiante.

Según Vergel (2004) la multiplicación y división no pueden plantearse solamente como una definición matemática, sino que sus conceptos se relacionan y construyen a partir de situaciones que plantean las bases de éstas. Así pues, este concepto da evidencia de una rica experiencia y trabajo en solución de situaciones problema que son representados en distintas formas, permitiendo generalizar y llegar a constructos significativos. Dichas situaciones problemas conforman y hace parte de lo que se conoce como *estructura multiplicativa* (Vergnaud, 1997).

En los referentes curriculares Lineamientos Curriculares de Matemáticas (LCM) (MEN, 1998) y Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (EBCM) (MEN, 2006) se establece en relación con la enseñanza y aprendizaje de la fracción en el Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos , que es el que trata la idea de número y operaciones sobre la fracción como contenido matemático del currículo, los siguientes estándares[1] para los grados sexto y séptimo de educación básica:

- E1: Resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones en las medidas.
- E2: Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.
- E3: Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.
- E4: Justificó el uso de representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa.

En este trabajo nos interesamos en las actividades para el estudiante que proponen libros de texto de sexto y séptimo sobre la multiplicación y división de fracciones, para determinar si son problemas y de qué tipo son. Por ello este trabajo busca responder a la pregunta: ¿Qué tipo de problemas sobre la multiplicación de fracciones aparecen en libros de texto de sexto y séptimo de la educación básica?

Este trabajo está organizado por capítulos, en el primero se exponen los referentes teóricos fundamentales sobre estructura multiplicativa, categorías sobre problemas multiplicativos, concepto de problema, concepto de fracción y los referentes curriculares en relación a la multiplicación y división de fracciones. El segundo capítulo desarrolla el análisis de los problemas a través de la selección de los libros de texto y de las actividades en ellos. Finalmente se presentan las conclusiones del trabajo.

[1] La codificación que se muestra se usará a lo largo del documento para referenciar cada uno.

OBJETIVOS

Objetivo general:

- Analizar y clasificar algunos problemas de multiplicación y división de fracciones en textos escolares de grado sexto y séptimo de la educación básica.

Objetivos específicos:

- Buscar referentes teóricos respecto a la multiplicación y división de fracciones, la clasificación de situaciones de tipo multiplicativo para fracciones, el concepto de fracción y la definición de problema en matemáticas.
- Buscar y seleccionar para el análisis libros de texto de sexto y séptimo de la educación básica, que son representativos de la propuesta de los referentes curriculares LCM y EBCM.
- Realizar la selección de actividades para el estudiante sobre multiplicación y división de fracciones en los libros de texto seleccionados, para establecer si son o no problemas.
- Realizar la clasificación de los problemas seleccionados bajo categorías de situaciones multiplicativas.

1) MARCO TEÓRICO

1.1) La teoría de los campos conceptuales

Consideramos como referente teórico principal la Teoría de los Campos Conceptuales (TCC) de Vergnaud (1990), teoría cognitiva que ofrece un marco para el aprendizaje y nos permitirá enmarcar la multiplicación bajo el concepto de *estructura multiplicativa*, al que nos referiremos más adelante.

1.1.1) Conceptos y esquemas

Para la TCC el *concepto* toma sentido en la enseñanza y el aprendizaje cuando se relaciona de forma directa con una situación problema que se quiere solucionar. Dicha situación daría evidencia de la relación entre el *concepto y el sujeto*. De acuerdo a la capacidad del *sujeto* para solucionar una situación problema se destacan dos clases de situación:

1. situaciones para las cuales el sujeto dispone en su repertorio, en un momento dado de su desarrollo y bajo ciertas circunstancias, de competencias necesarias para el tratamiento relativamente inmediato de la situación (Vergnaud, 1990, p.2).
2. situaciones para las cuales el sujeto no dispone de todas las competencias necesarias, lo que le obliga a un tiempo de reflexión y de exploración, de dudas, tentativas abortadas, y le conduce eventualmente al éxito, o al fracaso (Vergnaud, 1990, p.2).

Para la implementación de *conceptos* Vergnaud (1997) propone la idea de esquema, tomando como referencia las dos clases de situaciones anteriores, en el caso de situaciones de primer tipo el esquema es semejante a la estructura algorítmica, en idea general, y para las situaciones de segunda clase se encuentra la necesidad de múltiples esquemas. En este sentido llamamos esquema a la organización invariante de la conducta para una clase de situaciones dada (Vergnaud, 1990, p.3).

Una de las características más importantes en la TCC que permite centrar la atención en el aprendizaje de las matemáticas, es que el estudiante automatiza procesos que se traducen en una construcción de decisiones conscientes que permiten tener en cuenta valores particulares de las variables de la situación problema (Vergnaud, 1990). Esto trae como consecuencia la creación de esquemas utilizando como una herramienta la automatización.

1.1.2) Campos conceptuales

De acuerdo con Vergnaud (1990) los campos conceptuales son entendidos como los conjuntos de situaciones particulares donde se relaciona un objeto matemático: un campo conceptual está constituido, desde un punto de vista práctico, por el conjunto de situaciones cuyo dominio progresivo llama a una gran variedad de procedimientos y de conceptos en estrecha conexión (Vergnaud, 1990, p.8).

Las situaciones tomarán el sentido de tarea y problema, este último hace referencia a una tarea con bastante complejidad para la capacidad del estudiante. El problema puede ser reconfigurado en tareas más pequeñas. La teoría de los campos conceptuales privilegia los modelos que atribuyen un papel esencial a los propios conceptos matemáticos.

1.1.3) Estructura multiplicativa

El campo conceptual en el cual centramos la atención es la estructura multiplicativa que es definida como "el conjunto de situaciones que requieren una multiplicación, una división o una combinación de tales operaciones" (Vergnaud, 1997, p.8). La primera ventaja de esta aproximación mediante las situaciones es la de permitir generar una clasificación que reposa sobre el análisis de las tareas cognitivas y en los procedimientos que pueden ser puestos en juego en cada una de ellas.

De acuerdo con Vergel (2004) es evidente que la multiplicación no puede plantearse solamente como una definición matemática, sino que su concepto se relaciona y construye a partir de situaciones que plantean las bases de ésta. Así pues, este concepto adquirido da evidencia de una rica experiencia y trabajo en solución de situaciones problema, que son representados en distintas formas, lo que permitirá generalizar y llegar a constructos significativos.

1.2) Categorías de situaciones multiplicativas.

De acuerdo con el objetivo del trabajo, analizar y clasificar problemas de multiplicación y división de fracciones en textos escolares, hemos indagado sobre categorías de clasificación de situaciones multiplicativas. Las tres seleccionadas se exponen a continuación. La categoría de isomorfismo de medida tiene una relación directa con la concepción unitaria de la multiplicación y la categoría de producto de medida con la concepción formal.

1.2.1) Isomorfismo de medida

Explicaremos esta categoría a través de la siguiente situación:

> Un supermercado da la posibilidad de vender al consumidor (en pesos $) la cantidad de arroz (en kilogramos) según necesite.

Este contexto expone dos unidades de medida, pesos y kilogramos, que hacen referencia a dos espacios de medida, algo característico de las situaciones de categoría de isomorfismo de medida. A continuación se muestra una situación específica.

> Si el kilogramo de arroz cuesta $3400 ¿Cuánto cuesta 4 kilogramos de arroz?

Donde se observa que hay cuatro cantidades involucras, dos de ellas pertenecen a un espacio de medida, 1 kilogramo y 4 kilogramos, y las otras dos cantidades al otro espacio de medida, $3.400 y el precio de los cuatro kilogramos de arroz. Una de las cuatro cantidades es desconocida y se puede señalar que está expresada por medio de la pregunta.

En las situaciones de isomorfismo de medida se puede vincular un esquema característico para la situación presentada anteriormente:

Kilos		***Precio***
1	------------------	3400
4	------------------	x

Este esquema manifiesta una relación funcional entre la cantidad de kilogramos de arroz y el precio que se paga por ellos, la medida x es la incógnita del precio a pagar por cuatro kilogramos de arroz. Este esquema es la reducción de un esquema más general que muestra de forma más completa la función característica.

Kilos		***Precio***
1	---------	3400

2	---------	6800
3	---------	10200
4	---------	13600

Este último permite ver que la relación funcional entre los dos espacios de medida es lineal. En la situación problema la respuesta es encontrada por medio de una multiplicación. Una forma de denotarlo es: *3400 pesos x 4* donde *x 4* representa un operador escalar. Esta clase de operador es un escalar sin dimensión que reproduce en la segunda columna del esquema lo que ocurre en la primera, de acuerdo a las relaciones funcionales establecidas entre parejas de cantidades.

Interpretando la multiplicación desde un enfoque de análisis dimensional caracteriza a esta como: *4 kg x 3400 pesos/kg* donde *3400 pesos/kg* es una medida que no se encontraba en el enunciado del problema, es un operador funcional: Es un operador con dimensión definida que establece la relación funcional directa entre dos cantidades de distinta unidad de medida.

Estos dos operadores son distintos en naturaleza, el escalar representa una transformación de cantidades pertenecientes a un mismo espacio de medida, mientras el funcional transforma cantidades de un espacio de medida en el otro según la situación lo sugiera.

Si planteamos la pregunta así: Si por 4 Kilogramos de arroz un cliente paga 13600$ ¿Cuánto cuesta el kilogramo de arroz?

Con su esquema relacionado:

Kilos		***Precio***
1	------------------	3400
4	------------------	13600

Las operaciones para dar solución a la siguiente cuestión:

13600$: 4 y *1 Kg x 13600/4 $/kg*”

Utilizan un operador escalar y funcional respectivamente, pero en el primer caso el operador escalar se comporta como una división.

En otro caso si la pregunta se plantea:

> Si por 4 Kilogramos de arroz un cliente paga 13600$ ¿Cuánto cuesta cinco kilogramos de arroz?

La solución puede ser dada por la operación *13600 x 5/4* donde el operador escalar es ahora una fracción.

1.2.1.1) sub-clasificación de isomorfismo de medida

Las situaciones anteriores centran la atención en cuatro cantidades que son las que conforman los datos y la respuesta a una pregunta. En este sentido se puede permitir hablar de un esquema general:

a ----------> *c*

b ----------> *d*

Donde *a* y *b* pertenecen a un mismo espacio de medida al igual que sucede con *c* y *d*.

De acuerdo a la naturaleza de las cantidades que se presenten, discreta o continua, y la indeterminación, se puede establecer una jerarquía de dificultad entre los problemas de tipo multiplicativo.

Enfatizando sobre este esquema Vergnaud (1997) habla sobre el tipo de operación que se utiliza para dar solución:

- Si el problema plantea la cantidad *a* como unidad de medida y se desconoce *d*, el problema se soluciona con una multiplicación.
- Si el problema plantea la cantidad *a* como unidad de medida y se desconoce *c* o *b*, el problema se soluciona con una división.
- En caso de que no se cumpla las condiciones anteriores el problema se soluciona con una regla de tres.

Estas tres clasificaciones posibilitan una sub-clasificación de la categoría de isomorfismo de medida.

1.2.2) Producto de medida

Esta categoría está asociada a situaciones que involucran la relación entre tres cantidades, en la que por lo general ninguna de las cantidades tiene la misma unidad de medida, dos medidas se relacionan a una tercera medida. Un caso particular está relacionado con el producto cartesiano de dos conjuntos, pues algunas situaciones representan la siguiente estructura general: Se tiene un conjunto A con cardinal *a* y un conjunto B de cardinal *b*, y se interesa en conocer la cantidad de combinaciones entre elementos del conjunto A con elementos del conjunto B, este conjunto de combinaciones tendrá un cardinal relacionado a la multiplicación entre las cantidades *a* y *b* (*a***b*)".

Mostramos dos ejemplos relacionados a esta categoría:

1. Un vehículo viaja a una velocidad constante de 50 km/h, si el automóvil se ha desplazado durante 3,5 h ¿Cuánta distancia ha recorrido?

Este problema será solucionado por medio de la multiplicación 50 km/h x 3,5 h, pero la medida que da respuesta a la interrogante, 175 km, es de naturaleza distinta a las medidas que se ofrecen como datos.

2. Juan tiene tres pantalonetas de distinto color, rojo, verde y amarillo, y dos camisetas de distinto color, negro y blanco. ¿Cuántos posibles trajes tiene Juan?

El siguiente diagrama muestra la solución de esta situación:

Rojo	(R, B)	(R, N)
Verde	(V, B)	(V, N)
Amarillo	(A, B)	(A, N)

En la primera columna se relaciona a las pantalonetas representadas por sus colores, de la misma forma se corresponde la primera fila con las camisetas. Las demás casillas representan las combinaciones entre los dos primeros conjuntos, así existirían 3 pantalonetas x 2 camisetas = 6 trajes. Obsérvese que pantalonetas x camisetas = trajes.

1.2.3) Situaciones de comparación

Los siguientes son dos enunciados sobre situaciones de tipo multiplicativo

- 1) Si se tienen 4 bolsas de canicas y hay 5 canicas por bolsa ¿cuántas canicas hay en total?
- 2) Juan tiene 12 años, si su padre tiene el triple ¿qué edad tiene el padre de Juan?

En el primer enunciado es clara la clasificación como isomorfismo de medida, debido a que se puede establecer una relación funcional lineal entre los dos espacios de medida, bolsas y canicas, que se hace evidente aún más con el siguiente esquema

Bolsas		Canicas
1	------------->	5
4	------------->	?

El operador funcional que permite pasar de una bolsa a 5 canicas es $*\,5\frac{canica}{bolsa}$, que está presente en el enunciado *5 canicas por bolsa*.

En el segundo enunciado no es posible establecer una estructura como la del primer problema, en consecuencia, el primer enunciado no es de categoría isomorfismo de medida. Para poder establecer una categoría que contenga el segundo enunciado se hace un énfasis en el tipo de cantidades que se involucran en él. Hay cantidades extensivas (E), caracterizadas por ser unidades simples (5 canicas, 4 bolsas, 12 años, etc.) y cantidades intensivas que se caracterizan por ser cantidades que plantean la presencia de una cantidad en otra (5 canicas por bolsa, 3 metros por segundo, 2 panes por paquete, etc.). Maza (1991) establece que cantidades como el triple, el doble, la mitad, la tercera parte de cuatro, etc. deben ser incluidas como cantidades intensivas bajo el razonamiento de que pueden entenderse como una relación entre cantidades. Este tipo de cantidades son particulares para los problemas de comparación, según Maza (1991). Así pues, en el segundo problema la cantidad doble es intensiva, particular en problemas de comparación como lo es el caso de éste, y 12 años es extensiva. En la solución aritmética de la situación se permite distinguir una estructura de acuerdo al tipo de cantidades

12 (años)	*	3 (triple)	=	36 (años)
Extensiva	*	Intensiva	=	Extensiva

En este sentido Maza (1991) muestra dos subclasificaciónes sobre los problemas de comparación relacionados a la división:

- **Partición-cuantificador**: Repartir los elementos dados observando lo que corresponde al final. Para esto se puede mostrar el siguiente ejemplo: *El padre de Juan tiene 36 años, el triple de los años que tiene Juan ¿Qué edad tiene Juan?* La estructura aritmética respecto a las cantidades para esta clase de problemas se denota así

36 (años)	/	3 (triple)	=	12 (años)
Extensiva	/	Intensiva	=	Extensiva

- **Agrupamiento-cuantificador:** Caracterizados por formar grupos de los mismos elementos alcanzando un número de grupos determinados. Para esto se puede mostrar el siguiente ejemplo: *Si el papá de Juan tiene 36 años y Juan tiene 12 años ¿Cuántas veces es la edad del papá respecto a la de Juan?* La estructura aritmética respecto a las cantidades para esta clase de problemas se denota así

36 (años)	/	12 (años)	=	3 (triple)
Extensiva	/	Extensiva	=	Intensiva

1.3) Fracción y número racional

Queremos distinguir la naturaleza de las fracciones en el ámbito didáctico e histórico, buscando una diferenciación o relación con el número racional. Esto servirá en el momento de nombrar y buscar su ubicación en los textos escolares.

En Obando (2003) hemos encontrado los siguientes referentes conceptuales para la fracción y el número racional:

- Referente (A): Se ha encontrado desde un enfoque histórico-epistemológico el número racional como un objeto matemático abstracto, producto de la humanidad, que tiene sus bases en la práctica social de medir y el cambio del significado de unidad a través de la historia.
- Referente (B): El número racional puede ser estudiado a través de su enfoque didáctico, relativo a la categorización para conjuntos de conceptos y situaciones en los cuales tiene sentido este conjunto numérico.

En relación al referente (A):

- Para la cultura griega la fracción se relacionaba a la comparación entre magnitudes encontradas en el ámbito geométrico, donde se reconocía la *unidad geométrica* (múltiple y particular) que se relacionaba a lo continuo o medible. Así pues, se consideraban algunas fracciones (3/4, 5/4, etc.) como una razón (relación) de dos números que representaban la comensurabilidad especificada entre dos magnitudes homogéneas. Cabe aclarar que para los griegos las fracciones no eran consideradas números pues la *unidad aritmética* no podía ser divisible debido a la relación que tenía con lo contable (discreto).
- Un hecho importante que da a la fracción un sentido numérico, quizá sea la aparición del sistema numérico decimal conjunto a los sistemas de medida, en respuesta a matematizar la práctica social ligada al comercio del siglo XVI. En estos hechos se considera la unión entre la unidad geométrica y la unidad aritmética (el ***uno*** no era un número para los griegos) y ahora se permite la división de la unidad como una nueva unidad, conjunto a la consideración de la fracción como un número.
- Finalmente bajo el interés de los matemáticos del siglo XIX por la formalización, se llega a plantear el sentido de fracción como una pareja de números naturales. Mientras el racional es una clase de equivalencia entre familias de fracciones, conformando lo que se conocería como el campo de los números racionales asociando operaciones definidas para los racionales, Duque (2005).

En relación al referente (B):

- Una idea principal de la cual surge el análisis didáctico para el conjunto de los racionales es considerar a la fracción como la fuente fenomenológica del número racional.
- La dificultad en la adquisición conceptual de número racional está asociada con la fracción pues el símbolo $\frac{a}{b}$ donde $a, b \in \mathbb{Z} \wedge b \neq 0$, puede manejar diversos significados como número racional, razón u operador. A su vez la idea de fracción tiene distintas representaciones semióticas: cociente de enteros, representación decimal, porcentajes. Ideas que son producto de un amplio manejo de situaciones en relación a procesos y conceptos que se aproximan.
- De acuerdo con Ohlsson (1988, citado por Obando, 2003) se pueden distinguir cuatro constructos para la fracción:
  1) Función cociente: en un significado aplicacional está asociado a las particiones, los acortamientos, las extracciones y el cociente cartesiano.
  2) Relación parte todo: La fracción en el sentido de medición con sus distintas representaciones (recta numérica, fracción decimal).
  3) Razones y proporciones: Respecto a un elemento comparativo entre dos pares de cantidades.
  4) El operador fraccionario: Cómo elemento que transforma una cantidad en otra.

Debido a los anteriores criterios decidimos utilizar la etiqueta de fracción para referirnos a los contenidos que en los textos escolares se refieran a fracción o número racional.

1.4) Problema en matemáticas

Debido a que este trabajo analiza los tipos de problemas en textos escolares clasificándolos en las categorías de situaciones multiplicativas de isomorfismo, producto o comparación, en esta sección buscamos referentes teóricos en relación con lo que es entendido como problema en matemáticas y rescatamos algunas características para establecer nuestra definición de problema, para así determinar si los enunciados de actividades para el estudiante en los textos escolares son un problema o no.

Santos (1997) ofrece un acercamiento sobre el proceso de resolución de problemas en el ámbito del aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, a partir del cual establece algunos aspectos elementales y útiles que serían esenciales en un problema de matemáticas:

- El conjunto de relaciones abstractas que puede obtenerse de las matemáticas es una herramienta importante en la tarea de ordenar, clasificar, comparar y cuantificar hechos observables.
- Las matemáticas necesitan de otras ciencias dado que determinan la aplicabilidad y las situaciones en las que el quehacer matemático toma significado.
- El proceso de solución a un problema por parte del estudiante debe ser semejante al proceso de solución por parte de un matemático.

Respecto a lo anterior se pueden distinguir algunas características de los problemas y la resolución de problemas:

- Kilpatrick (1998, citado en Santos, 1997), muestra la resolución de problemas en tres direcciones: A) El problema es una herramienta que permite alcanzar logros curriculares que están relacionados con la motivación, recreación, justificación o práctica (resolución de problemas como contexto); B) La resolución de problemas es una habilidad que se debe potenciar al estudiar matemáticas; C) La resolución de problemas es una actividad semejante a la tarea de un matemático, por consiguiente, la actividad escolar debe caracterizar la búsqueda de simular el quehacer matemático.
- Schoenfeld (1998, citado en Santos, 1997), establece algunas características de estrategias generales en relación al proceso de resolución de problemas:
  a) Análisis: Dibujar diagrama, examinar casos especiales y simplificar el problema.
  b) Exploración: Considerar problemas equivalentes, considerar problemas modificados ligeramente, considerar problemas sustancialmente modificados.
  c) Verificar la solución: Comprobar que al obtener una respuesta esta cumple los requisitos planteados por el problema.

- Blanco (2015) se refiere a la formulación de problemas inicialmente, al intentar captar información sobre situaciones problema de la vida cotidiana en los que se precise hacer uso de conceptos y procesos matemáticos (ej. realizar varias operaciones matemáticas) para su resolución.

Los anteriores hechos permiten ver que la resolución de problemas es una habilidad que se adquiere por parte del estudiante, en su relación al aprendizaje de las matemáticas existe gran importancia pues el problema es un referente curricular que se basa en las necesidades cotidianas y científicas de las personas llevando a la construcción de conocimiento matemático. Así que el problema en la resolución de problemas tiene características particulares, pero ¿es posible definir lo que es un problema?

1.4.1) Sobre lo que es problema para la Resolución de Problemas

Alfaro (2008) plantea que no es fácil definir problema en la teoría de Resolución de Problemas, pues dicha definición implicaría tener en cuenta la relación que se pueda establecer entre el individuo, una situación problema y el entorno. Aun así este autor da una característica a lo que podría ser considerado un problema: Es una situación cuya solución no es inmediatamente accesible al sujeto dado que no cuenta con un algoritmo que la resuelva de manera inmediata, esto implica que es un concepto relativo al sujeto que intenta resolverlo (Alfaro, 2008, pp. 3). En este sentido se vincula en el problema la intención que tiene un individuo para resolver una situación planteada.

Bonilla (1999) plantea que:

> un problema es una situación que debe ser modelada, de la cual se deriva una pregunta, para cuya respuesta la estrategia de resolución no es inmediata ni simple. Por lo tanto, genera conocimiento, recordando que no existe conocimiento sin preguntas (p. 107).

Con lo anterior se observa que este autor adiciona dos elementos a la caracterización de un problema en comparación con Alfaro (2008): Una pregunta y la necesidad de modelar una situación.

A pesar de su dificultad para definirlo, el problema es promovido por toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a la transformación de datos.

La vía para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida tiene que ser desconocida y la persona debe querer hacer la transformación. Hay dos razones por las cuales una persona no se llegue a sentir motivada para resolver un problema: a) para la persona es fácil e inmediato resolver la situación o b) la persona no siente interés.

Alfaro (2008) muestra que la idea de problema, desde la perspectiva de la Resolución de Problemas, no se hace muy visible en los materiales y libros para alumnos y docentes, pues estos manejan un concepto distinto a lo que es un problema. Este es conocido como ***problema escolar***, su definición clásica tiene características específicas en cuanto a que por lo general son situaciones didácticas que asumen, en mayor o menor grado, una forma problémica cuyo objetivo principal es la fijación o aplicación de los contenidos de una asignatura dada (conceptos, relaciones y procedimientos), y que aparecen regularmente en el contexto de los programas que se quieren trabajar. Para la solución de estos problemas escolares se desarrollan procedimientos más o menos rutinarios.

1.4.2) Problemas escolares rutinarios

A presar de la dificultad de definir problema, algunos textos escolares utilizan este concepto para categorizar algunas actividades que proponen para el estudiante. Cabrera (2009) muestra una caracterización de los problemas frecuentemente enunciados por textos escolares, reconociendo características tales como:

- Son situaciones que proponen al estudiante buscar una solución específica (resultado único). Los procesos de solución frecuentemente son rutinarios pues se pueden encontrar o elaborar con el propio contenido de la asignatura que se aborda en la escuela.
- Los procesos de solución no son algoritmos específicamente pero tampoco son procedimientos heurísticos de búsqueda abierta. Más bien los procesos frecuentemente son la elección de rutinas (procedimientos comunes) fundamentadas en algoritmo que se acoplan a la búsqueda de la incógnita de la situación planteada.
- Cabrera (2009) muestra los procesos de solución de problemas escolares bajo un nivel táctico pues lo separa de las habilidades a nivel estratégico:

> Los de carácter estratégico incluyen decisiones acerca de un plan para resolver un problema y la evolución de éste durante el proceso de solución. Así, cuando el estudiante tiene acceso a un procedimiento rutinario generalmente no incluye decisiones estratégicas y el monitoreo o control del proceso se vuelve importante solo cuando hay un error en la implantación de estos procedimientos rutinarios. (p. 4)

- Para la búsqueda de la solución de los problemas planteados por textos, según Cabrera (2009), no se requieren estrategias al estilo de Polya, basta con algunos esquemas de actuación aprendidos en la escuela, muchas veces por ensayo y error, o por imitación de la conducta del profesor. (pp. 4)

1.4.3) Concepción tradicional sobre problema.

También la literatura presenta una concepción de problema por parte de estudiantes y profesores, al respecto Alfaro (2008) muestra una consideración tradicional de lo que es un problema en matemáticas:

> Se le reconoce como una categoría de pregunta escolar que se caracteriza por algunos aspectos formales como la manera en que está enunciado (verbalmente) y el formato. No se percibe una diferencia entre ejercicio y problema y se percibe que una situación es intrínsecamente problemática y que, por lo tanto, su carácter de problema no depende del resolutor. Por otra parte, perciben que para resolver un problema hay que dominar algoritmos ampliamente y con seguridad. (p. 87).

Esta concepción muestra la existencia del problema por sí mismo, en el que se encuentran elementos como: Tener una interrogante, manifestar una situación problemática, y la aplicación de contenidos curriculares. Alfaro (2008) establece que se presentan dichos aspectos porque encuentra como posible resultado que los estudiantes y profesores piensan que un problema debe ser resuelto en poco tiempo.

1.4.4) Los EBCM en relación a las situaciones problemas.

Los EBCM (MEN, 2006) establecen como un proceso general la formulación, tratamiento y resolución de problemas asignándole importancia como organizador del currículo en

Matemáticas. Las situaciones problema que promueven dicho proceso cumple las siguientes características:

- Proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido.
- Están ligadas a experiencias cotidianas y por ende son más significativas para los alumnos.
- Pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas.
- Es posible encontrar múltiples soluciones o tal vez ninguna.
- Pueden ser enunciados de texto.

1.4.5) Qué es un problema para este trabajo

Los anteriores apartados permitieron ver aspectos que ofrece la Resolución de Problemas en torno a la idea de problema, y cómo se encuentran registros de concepciones del problema por parte de los textos escolares, estudiantes y profesores. Con base en ello y algunos referentes teóricos adicionales definimos a continuación lo que para este trabajo es un problema de matemáticas escolares.

Algunas características generales.

De acuerdo a la dificultad que presenta definir lo que es un problema desde una perspectiva teórica, para determinar lo que entendemos por problema para este trabajo nos orientaremos en principio por algunas de las características expuestas de los autores citados, respecto a lo que puede ser considerado como problema.

Santos (1997) establece que los problemas necesitan de otras ciencias porque determinan la aplicabilidad y las situaciones en las que el quehacer matemático toma significado. En este sentido, asumimos que los problemas deben contener un contexto de otras ciencias (Administración, economía, física, arquitectura, biología, etc.)

Kilpatrick (1998, citado por Santos, 1997) asume tres direcciones para la resolución de problemas, en la primera establece que el problema es una herramienta que permite alcanzar logros curriculares. En este sentido, asumimos que el problema en un libro de texto se establece para alcanzar los estándares de competencias planteados para un pensamiento determinado, particularmente en relación con la práctica de los temas abordados en el capítulo correspondiente.

Alfaro (2008) muestra una consideración tradicional respecto a lo que es un problema en matemáticas por parte de estudiantes y profesores. Sus consideraciones nos ayudan a plantear que los problemas pueden ser propuestos como enunciados verbales, que tienen una estructura general donde se presenta una situación problemática que mantiene esta naturaleza sin la necesidad de un resolutor.

Bonilla (1999) formula una definición de lo que es considerado como problema verbal, que se vincula como sub-clasificación de los problemas aritméticos elementales: Un problema de tipo verbal es aquel en el que se describen con palabras situaciones que plantean relaciones entre las cantidades propuestas y son posibles de resolver mediante una expresión aritmética (pp. 51). Como lo expone este autor, dichos problemas son muy propios de las estructuras aditiva y multiplicativa, bajo esta perspectiva algunas características sobre los problemas que notamos es la necesidad de enunciados que planteen relaciones entre cantidades propuestas, planteando una pregunta que puede ser resuelta mediante una expresión aritmética.

Con base en los anteriores criterios establecemos las características que serán tenidas en cuenta para establecer qué es un problema para este trabajo, evaluando los enunciados que se plantean como actividad para estudiante en los libros de texto. Así pues, un problema cumple las siguientes características:

- Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas.
- Está elaborado para alcanzar los estándares que se quieran desarrollar.
- Principalmente es un enunciado verbal.
- Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta.
- Proporcionan la práctica de un conocimiento ya abordado.

1.5) Estándares relacionados con la multiplicación y división de fracciones.

En pro de buscar una muestra de textos escolares representativos para una posterior selección y análisis de problemas multiplicativos sobre fracciones, encontramos necesario hacer una revisión en los referentes curriculares que permita establecer criterios de selección y referencia. Los EBCM (MEN, 2006) muestran un contenido sobre las actitudes y conocimientos que hacen a una persona matemáticamente competente, organizado por cinco tipos de pensamientos. Hemos elegido como eje principal el pensamiento numérico y los sistemas numéricos, donde se muestran las siguientes características en relación al interés del trabajo:

- Los niños necesitan comprender los números y sus múltiples relaciones y el efecto de las operaciones entre ellos, en este sentido Mcintosh (1992) amplía este planteamiento y afirma que el pensamiento numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles y hacer juicios matemáticos para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones.
- Debido a que nuestro centro de atención son los problemas de tipo multiplicativo relacionados a la fracción, el pensamiento que se refiera a la comprensión del número racional y sus operaciones es el más significativo. Según el MEN (2006) refiriéndose al pensamiento numérico afirma que:

  > Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas plantean el desarrollo de los procesos curriculares y la organización de actividades centradas en la comprensión del uso y de los significados de los números y de la numeración; la comprensión del sentido y significado de las operaciones (p.58).

- La fracción desde un punto de vista didáctico desarrolla varios significados, que al vinculase con la estructura aditiva, la estructura multiplicativa y la idea de equivalencia forman la idea de número racional. Para nosotros la idea de estructura multiplicativa expuesta por Vergnaud (1990), es el eje teórico del análisis en torno a los problemas de multiplicación. Así pues, el pensamiento numérico es un referente importante pues los EBCM (MEN, 2006) expresa

> “El paso del número natural al número racional implica la comprensión de las medidas en situaciones en donde la unidad de medida no está contenida un número exacto de veces en la cantidad que se desea medir o en las que es necesario expresar una magnitud en relación con otras magnitudes. Las primeras situaciones llevan al número racional como medidor o como operador ampliador o reductor (algunos de estos últimos considerados a veces también como “partidores” o “fraccionadores” de la unidad en partes iguales” (p.59).

Los EBCM (MEN, 2006) organizan los estándares distribuidos de acuerdo a los cinco tipos de pensamiento matemático: numérico, espacial, métrico, variacional y aleatorio, y los cinco conjuntos de grados: Primero a tercero, cuarto a quinto, sexto a séptimo, octavo a noveno y décimo a undécimo. Para este trabajo se han seleccionado cuatro estándares contenidos en el pensamiento numérico y sistemas numéricos y en los grados de sexto a séptimo, de acuerdo a su relación con la multiplicación y división de fracciones, según se muestra a continuación para cada uno de ellos:

- E1: Resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones en las medidas.

  Este estándar es seleccionado de acuerdo a las características que mantienen las situaciones en la estructura multiplicativa para Vergnaud (1997), especialmente aquellas que trabajan el análisis dimensional y el establecimiento de operadores funcionales con el fin de establecer relación para cuatro magnitudes de misma naturaleza dos a dos.
- E2: Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.

  Para Vergnaud (1997) la fracción como operador toma significado en aquellas situaciones que permiten trabajar operadores escalares y funcionales en una estructura multiplicativa. Así pues este estándar sintetiza o mantiene una relación con la estructura multiplicativa pues si se llegara a plantear la siguiente tarea a un estudiante “Si una libra de queso cuesta $7500 ¿Cuánto cuesta media libra de queso?”, se encuentra la posibilidad de usar un operador escalar (:2) equivalente a

1/2 o un operador funcional $7500\frac{Pesos}{n\ de\ quesos}$. Como se muestra en esta situación inicialmente se presentaron datos de medidas potenciando el uso de operadores.

- E3: Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.

  Este estándar establece una relación directa con el objetivo de este trabajo, clasificar los problemas de tipo multiplicativo, que son aquellas situaciones que pueden ser solucionadas por una multiplicación, división o combinación de ambas, buscando las características que plantea Vergnaud (1997) para la estructura multiplicativa, donde existen datos de mediadas reales y se involucra la fracción (dominio numérico). Como dominio numérico el centro de atención son las fracciones.
- E4: Justifico el uso de representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa.

  Vergnaud (1990) muestra algunas situaciones problema que se pueden trabajar por medio de los operadores funcionales, haciendo uso de representaciones tabulares, verbales y simbólicas, donde se da la existencia de proporcionalidad entre magnitudes que permite establecer una relación funcional. Los operadores funcionales en las situaciones de isomorfismo de medida destacan la presencia de una función lineal, las cuales se asocian directamente a lo conocido como proporcionalidad directa, es por esto que se ha escogido este estándar.

1.6) El proceso general de Formulación, Tratamiento y Resolución de Problemas.

Los EBCM (MEN, 2006) establecen cinco procesos generales que se relacionan con lo que significa ser matemáticamente competente, estos procesos los describe a través del conocimiento matemático por medio de dos sub-conocimientos (conceptual y procedimental). En particular, el proceso general de formulación, tratamiento y resolución de problemas constituye un elemento teórico que permitirá la elección de los libros de texto, puesto que centramos la atención en el análisis de problemas de tipo multiplicativo.

Como características del proceso general de formulación, tratamiento y resolución de problemas se encuentra que este procedimiento se hace presente bajo la necesidad de la búsqueda de estrategias para dar solución a situaciones de contexto cotidiano, científico o matemático donde los conocimientos matemáticos tendrían una aplicación directa.

2. ANÁLISIS

2.1 Selección de libros de texto

De acuerdo al uso extendido de libros de texto de matemáticas, centrando la atención en las editoriales y sus ediciones más solicitadas, utilizadas y comercializadas, hacemos la elección de los libros de texto que serán analizados. Ésta tendrá como ejes de comparación que los ejemplares seleccionados son aquellos que a nuestro criterio mantienen relación significativa con los cuatro estándares seleccionados, con el proceso formulación, tratamiento y resolución de problemas, y en general con la propuesta curricular del Ministerio de Educación Nacional (MEN), EBCM (MEN, 2006) y LCM (MEN, 1998), que sean representativos.

Para la búsqueda de los libros de texto tomamos en consideración los de los grados sexto y séptimo publicados a partir del año 2006, año en el que se publicaron los EBCM (MEN, 2006), y que han sido más utilizados según los profesores de estos grados y librerías. Para realizar la elección de los textos escolares hemos tenido en cuenta los siguientes criterios:

- Que el referente bibliográfico curricular sea los EBCM (MEN, 2006).
- Relación de la temática y la propuesta metodológica de actividades para el estudiante con lo establecido por el MEN en los referentes curriculares vigentes, LCM (MEN, 1998) y EBCM (MEN, 2006).
- Relación con el proceso general de formulación, tratamiento y resolución de problemas.
- Relación con los cuatro estándares elegidos para este trabajo.
- Que su estructura general de tratamiento del tema de las fracciones contenga actividades o tareas para el estudiante.

Para el análisis y selección de los libros de texto hemos diseñado el instrumento ficha bibliográfica, que permite identificar las características correspondientes de los criterios de elección para cada texto escolar.

Referente bibliográfico	Toya, A., Ramirez, D. y Salgado, D. (2010). *Hipertexto matemática 7* (4^a ed.) Bogotá: Santillana.
Relación a las propuestas curriculares.	En la presentación del modelo, en la página 3, dice: De la serie HIPERTEXTOS SANTILLANA, es una nueva propuesta pedagógica que responde a los lineamientos curriculares y a los estándares básicos en

	competencias exigidos por el MEN. Además, explicita: consta de siete unidades y los contenidos están organizados de acuerdo con los cinco pensamientos matemáticos. Para cada unidad se incluye en la parte superior de sus páginas un logo que distingue el pensamiento al que corresponde esa unidad, así como también un texto que explicita dicho pensamiento. Los pensamientos están organizados así: pensamiento aleatorio, pensamiento numérico y pensamiento variacional, pensamiento espacial y pensamiento métrico, aunque dichas categorías no se corresponden directamente con los pensamientos en los EBCM (MEN, 2006), establecemos una conexión debido a la afirmación del texto sobre su relación con los criterios curriculares del MEN.
Relación con el proceso general de formulación, tratamiento y resolución de problemas	En la explicación de qué hay en el libro, en la página 3, se expone como actividades para desarrollar las habilidades matemáticas: Ejercita, Razona, Comunica, Modela y Soluciona problemas, las cuales tienen mucha similitud, por lo menos en la nominación y cantidad porque no hay una descripción o explicación de las mismas, con los cinco procesos generales de la actividad matemática que establecen los lineamientos y estándares de competencias en matemáticas. Por lo cual inferimos que, dado que la propuesta de libro de texto responde a tales documentos curriculares, dichas habilidades matemáticas son los procesos generales de la actividad matemática, por tanto el proceso general de formulación, tratamiento y resolución de problemas está presente en el libro.
Relación respecto a los estándares seleccionados.	Se ha encontrado que las actividades dirigidas al estudiante que aparecen en las unidades 2 y 3, están inscritas en el pensamiento numérico y el pensamiento variacional, y tienen relación con los estándares E2 y E3. En relación al estándar E2, desde la página 48 a la 80, aborda un contenido que relaciona a las fracciones donde se utilizan expresiones de tipo cociente y decimal, y en actividades para el estudiante se plantean situaciones de contexto real; de la página 125 a la 127 se utilizan representaciones de porcentaje con el fin de trabajar los temas de interés simple y compuesto. De esta manera es evidente la propuesta de problemas en contexto real para esta sección. En relación al estándar E3 desde la página 71 a la 76, estudia la multiplicación y división de fracciones en expresiones racionales y decimales, se evidencian actividades para estudiantes donde se deben resolver situaciones; también es posible encontrar de en las paginas 106-124 contenido en relación a la multiplicación y división para las secciones del libro donde se trabaja proporcionalidad directa e inversa y regla de tres. Adicionalmente el texto en su módulo para el docente, menciona que los estándares serán trabajados en él, por consiguiente, es apropiado poder hacer una relación con los estándares E3 y E2.
Sobre estructura y tareas.	Se estudian las fracciones desde una perspectiva formal, como un conjunto numérico, define las operaciones y presenta algunos ejemplos de tareas y la solución de éstas. En relación a los contenidos de interés se encuentran: Definición del conjunto de los números racionales, equivalencia para número racionales, representación cartesiana y decimal, criterios de orden, algoritmos de operaciones (suma, resta, multiplicación y división) en representación fraccionaria y decimal.

	Se presenta una clasificación en relación a las actividades para el estudiante, debido a que las tareas serán orientadas a potenciar cinco habilidades matemáticas (según lo expone el texto pág. 3): Ejercitar, razonar, comunicar, modelar y solucionar problemas. En la página 73 se presentan las actividades dirigidas al estudiante en relación a la multiplicación de fracciones, allí se proponen al estudiante dos problemas de forma textual, ambos trabajan cantidades de magnitudes físicas y uno de ellos tiene una tabla de apoyo. En la página 76 se proponen siete problemas en relación a la división de fracciones, dos de ellos se apoyan en representaciones gráficas.

Referente bibliográfico	Ortiz, L., Costa, R., Acosta, M., Romero, J., Gamboa, J. y Morales, D. (2013). *Los caminos del saber matemáticas 6* (5^a ed.) Bogotá: Santillana.
Relación a las propuestas curriculares.	En la presentación del modelo, en la página 3, dice “un libro del estudiante que responde a las exigencias planteadas por el MEN y promueve el desarrollo de sus competencias”. En la tabla de contenidos se muestran siete unidades, cada una de ellas las clasifica en tres diferentes clases de pensamientos: - Pensamiento numérico y variacional. - Pensamiento espacial y métrico. - Pensamiento aleatorio. Concluimos que dicha clasificación se relaciona y sustenta en los cinco diferentes tipos de pensamiento propuestos por los EBCM (MEN, 2006).
Relación con el proceso general de formulación, tratamiento y resolución de problemas	En la presentación para el profesor esta la exposición de competencias generales para el grado sexto, que se clasifican en tres grupos: interpretativas, argumentativas y propositivas. Algunas de ellas guardan relación con el proceso general de formulación, tratamiento y resolución de problemas propuesto por los EBCM (MEN, 2006), debido a que allí lo aseguran: - Determinar si las soluciones que resultan al resolver algoritmos y problemas tienen sentido en los contextos cotidianos que han sido planteados. - Justifico la solución planteada a diferentes problemas, utilizando modelos matemáticos. - Plantear y resolver problemas en contextos cotidianos utilizando conceptos matemáticos. Dichas competencias se asocian a características de la resolución de problemas tales como el contexto inmediato para situaciones problema y el uso de modelos. En la explicación de qué hay en el libro, en la página 4, explicita como actividades para desarrollar competencias: Ejercita, Razona, Comunica, Modela y Soluciona problemas, las cuales tienen mucha similitud, por lo menos en la nominación y cantidad porque no hay una descripción o explicación de las mismas, con los cinco procesos generales de la actividad matemática que establecen los lineamientos y estándares de competencias en matemáticas. Por lo cual inferimos, que dado que la propuesta del libro de texto responde a tales documentos curriculares, dichas habilidades

	matemáticas son los procesos generales de la actividad matemática, por tanto el proceso general de formulación, tratamiento y resolución de problemas está presente en el libro. Para la exposición sobre el desarrollo de las temáticas se encuentran secciones denominadas problemas para repasar, donde el texto refiere: Te presentamos un problema resuelto acerca de una de las temáticas de la unidad y algunos problemas para que apliques lo aprendido. Esto indica una disposición del libro para el planteamiento de situaciones problemas.
Relación respecto a los estándares seleccionados.	Se ha encontrado que las actividades dirigidas al estudiante en la sección de números racionales y sus operaciones tienen relación con los estándares E1, E3 y E4. Esto se puede observar en la relación de los contenidos y tareas, respecto a lo establecido por los estándares. En relación al estándar E1 es notable el uso de medidas y equivalencias de las mismas, esto es más evidente en la sección de números decimales, para orden de números decimales, algunas de las actividades para los estudiantes presentan información a modo de tablas donde se propone analizar y comparar magnitudes. El estándar E2 puede ser evidenciado en la unidad 4 del libro (fracciones y decimales), se presenta la fracción en representaciones de cociente, decimal y porcentaje, adicionalmente se presenta un criterio de equivalencia entre estas representaciones. Las actividades están apoyadas por algunos problemas, según lo propone el texto, son tareas de aplicación de contenidos donde frecuentemente se utilizan magnitudes físicas. En relación al estándar E3 se muestra seis supuestos problemas en la página 136 sobre la multiplicación y división de fracciones con representación cociente, cinco de estos se apoyan de una representación gráfica. Respecto a la representación decimal el libro propone 20 problemas, donde la mayoría de ellos se encuentran contextualizados y se utilizan magnitudes físicas. Adicionalmente el libro de texto en su versión para el docente, menciona que estos estándares serán trabajados en él.
Sobre estructura y tareas.	El libro para el docente presenta algunas competencias para el grado sexto organizadas en tres grupos: interpretativa, argumentativa y propositiva. Con relación a la fracción se encuentra para las competencias *interpretativas* ordenar, contar y agrupar cantidades, reconocer métodos algorítmicos, relacionar las fracciones a contextos y determinar la congruencia de una cantidad con un contexto problema; para las *competencias argumentativas* se encuentran el uso de modelos matemáticos para situaciones reales; y para las *competencias propositivas* proponer y solucionar problemas de contextos cotidianos. Se trabaja la fracción desde una postura parte-todo, se puede notar que las representaciones simbólicas más influyentes son la de a/b y la decimal, y muestra varios ejemplos de situaciones en contexto donde se puedan aplicar procedimientos operatorios trabajados. En relación a los contenidos se encuentran: Interpretación del concepto de fracción, clases de fracciones, fracciones equivalentes, orden de fracciones, operaciones con fracciones (suma, resta, multiplicación, división), fracción decimal, orden de decimales, operaciones con decimales (suma, resta, multiplicación, división). En lo relacionado al tema de números racionales se expone los conocimientos en un sentido formal, apoyado de interpretaciones de la fracción, y ejemplos

	de aplicación del tema que se vea en ese momento.

Referente bibliográfico	Ortiz, l., Ramírez, M., Joya, A., Rojas, V., Acosta, M., Perdomo, A., Morales, D., y Gamboa, J. (2013). *Los caminos del saber matemáticas 7* (5^{a} ed.) Bogotá: Santillana.
Relación a las propuestas curriculares.	En la presentación del modelo, en su página 3 dice un libro del estudiante que responde a las exigencias planteadas por el MEN y promueve el desarrollo de sus competencias. Esto brinda evidencia sobre la relación con los referentes curriculares. En la tabla de contenidos se muestran siete unidades, cada una de ellas las clasifica en tres diferentes clases de pensamientos: - Pensamiento numérico y variacional. - Pensamiento espacial y métrico. - Pensamiento aleatorio. Concluimos que dicha clasificación se relaciona y sustenta en los cinco diferentes tipos de pensamiento propuestos por los EBCM (MEN, 2006).
Relación con el proceso general de formulación, tratamiento y resolución de problemas	En su presentación para el profesor se puede notar la exposición de competencias generales para el grado séptimo, que se clasifican en tres grupos (interpretativas, argumentativas y propositivas). Algunas de ellas guardan relación con el proceso general de formulación tratamiento y resolución de problemas propuesto por los EBCM (MEN, 2006): - Determinar si las soluciones que resultan al resolver algoritmos y problemas tienen sentido en los contextos cotidianos que han sido planteados. - Comprender los conceptos estudiados en cada conjunto numérico y relacionarlo con situaciones reales. - Justifico, utilizando modelos matemáticos, la solución planteada a diferentes problemas. - Plantear y resolver problemas en contextos cotidianos utilizando conceptos matemáticos. - Inventar situaciones en las cuales tiene sentido proponer y solucionar conceptos matemáticos. Dichas competencias se asocian a características de la resolución de problemas tales como el contexto inmediato para situaciones problema, el uso de estrategias, la verificación de resultados y el uso de modelos. En la explicación de qué hay en el libro, en la página 4, explicita como actividades para desarrollar competencias: Ejercita, Razona, Comunica, Modela y Soluciona problemas, las cuales tienen mucha similitud, por lo menos en la nominación y cantidad porque no hay una descripción o explicación de las mismas, con los cinco procesos generales de la actividad matemática que establecen los lineamientos y estándares de competencias en matemáticas. Por lo cual inferimos que dado que la propuesta de libro de texto responde a tales documentos curriculares, dichas habilidades matemáticas son los procesos generales de la actividad matemática, por tanto el proceso general de formulación, tratamiento y resolución de problemas está presente en el libro.

	Para la exposición sobre el desarrollo de las temáticas se encuentran secciones sobre problemas para repasar, donde el texto refiere Te presentamos un problema resuelto acerca de una de las temáticas de la unidad y algunos problemas para que apliques lo aprendido. Esto indica una disposición del libro para el planteamiento de situaciones problemas.
Relación respecto a los estándares seleccionados.	Se ha encontrado que las actividades dirigidas al estudiante en la sección de números racionales y sus operaciones, tienen relación con los estándares E1, E2, E3 y E4. Esto se puede observar en la relación de los contenidos y tareas propuestas por el libro, respecto a lo establecido por los estándares. El estándar E1 a lo largo de la unidad 2 (Números racionales) se puede encontrar debido a que en varias actividades propuestas se hacen uso de medidas que deben ser comparadas unas con otras, especialmente en la página 71 y 72 donde se trabaja el orden de números en expresión decimal, proponiendo a los estudiantes ejercicios de comparación a magnitudes de medidas físicas. Respecto al estándar E2 el libro presenta en el desarrollo de las temáticas de la unidad dos representaciones de razón y decimal para las fracciones, en varias ocasiones se apoyan de representaciones graficas que aluden al contenido mostrado, y en la página 139 se presenta la representación porcentual, debido a que el contenido de esa sección es el interés simple y compuesto. Son varios los contenidos presentados con ayuda de esta representación, así también son variadas las tareas propuestas en las que el texto asigna algunas como problemas. En relación al estándar E3 desde la página 79 a la 85 se trabaja la multiplicación y división de fracciones en expresiones racionales y decimales, incorporando propiedades de las operaciones. Se evidencian actividades para estudiantes donde se deben resolver problemas. También se encuentra contenido en relación a la multiplicación y división para las secciones del libro donde se estudia proporcionalidad directa e inversa y regla de tres (páginas: 129-131). El libro en las páginas 119 a 134 presenta un contenido sobre la proporcionalidad directa e inversa, se apoya de representaciones tabulares, graficas, verbales y algebraicas, utilizando contextos reales y relacionados a la cotidianidad, y aparecen una gran variedad de actividades para los estudiantes, muchas de estas en relación a problemas según lo presenta el texto, de esta forma hacemos evidencia del estándar E4. Adicionalmente el libro de texto en su módulo para el docente, menciona que estos estándares serán trabajados en él.
Sobre estructura y tareas.	El tratamiento de la fracción que hace el libro es desde una postura parte-todo, pues se muestran contenidos que exponen a la fracción de este modo apoyándose de áreas congruentes en representaciones geométricas. se puede notar que las representaciones simbólicas más influyentes son la de a/b y la decimal, también muestra varios ejemplos de situaciones en contexto donde se puedan aplicar procedimientos operatorios trabajados. En relación a los contenidos de interés se encuentran: Números racióneles como conjunto numérico, clasificación de racionales (representación decimal y fraccionaria), operaciones con números racionales (representación decimal y fraccionaria), orden con números racionales (representación decimal y fraccionaria). Razones y proporciones. En lo relacionado al tema de números racionales el libro expone los

	conocimientos en un sentido formal, apoyado de interpretaciones de la fracción y ejemplos de aplicación del tema que se vea en ese momento.

Referente bibliográfico	Ruiz, C., Sarmiento, M., Pilar, A., Castiblanco, G., Estrada, W., Samper, C., Moreno, V., y Toquica, M. (2014). Avanza matemáticas 6 (7^{a} ed.) Bogotá: Norma.
Relación a las propuestas curricular.	En la página 3 se expone: Avanza te ofrece actividades para desarrollar las competencias básicas del área, pero no se especifica si dichas competencias son las mismas a las que se refieren los EBCM (MEN, 2006). En la página 5 en el primer recuadro, muestra actividades propuestas para el estudiante relacionadas con los procesos generales de los referentes curriculares "Evaluación de competencias: Actividades y ejercicios variados que permiten aplicar los contenidos estudiados. Contribuyen a consolidar el aprendizaje y a reconocer los contenidos que debes profundizar. Están clasificadas de acuerdo a los procesos propuestos por el MEN" (Ruiz, 2014, p.5) En estas secciones las actividades se clasifican en: Interpretación y representación; Razonamiento y argumentación, formulación y ejecución. Con esto no encontramos en la propuesta del libro relación directa a los procesos generales que exponen los EBCM (MEN, 2006).
Relación a los procesos de La formulación, tratamiento y resolución de problemas.	El libro plantea para el estudiante situaciones problema de medida en contextos semi-reales, donde la respuesta a una incógnita orienta a identificar operaciones específicas, dichas tareas en lo general buscan una única respuesta numérica. Esto se evidencia en el espacio "pensamiento crítico y resolución de problemas" que hace parte de las actividades propuestas al estudiante en cada sección. Pero esto no refleja evidencia suficiente sobre una relación de las temáticas con el proceso general de resolución de problemas.
Relación respecto a los estándares seleccionados.	Respecto al estándar E2 se identificó el uso de dos expresiones de la fracción, como cociente y como decimal, en el capítulo dos, que también propone actividades al estudiante en contexto de medida. En relación al estándar E3 en la página 124, inmediatamente después de la exposición de multiplicación y división de fraccionarios, se plantea algunas actividades al estudiante, entre ellas 8 problemas que relacionan magnitudes de medidas, estas tareas buscan que el educando encuentre una incógnita. En la página 156 se proponen 6 problemas al estudiante con características similares a las tareas de la página 124, pero para estos se utilizan representaciones decimales en las magnitudes.
Sobre estructura y tareas.	En la tabla de contenido se muestra que el capítulo dos (páginas: 98-168), propone el estudio en torno a los números fraccionarios y números decimales. Entre los contenidos más generales se encontró para la fracción: Significados (parte-todo y operador), suma, resta, multiplicación y división, orden numérico y representación gráfica. En lo relacionado al tema de números racionales el libro expone los conocimientos en un sentido formal apoyado de ejemplos para situaciones problema de contexto semi-real.

Referente bibliográfico	Estrada, W., Castiblanco, G., Báez, A., Padilla, S., Samper, C., Toquica, M., y Moreno, V. (2008). *Delta número 7* (7^{a} ed.) Bogotá: Norma.
Relación a las propuestas	En la página tres del modelo se explica la estructura que maneja el libro, esté esta subdividido en 8 unidades que trabajan contenidos particulares. Para cada

curriculares.	unidad se encuentra una página de presentación donde aparecen los estándares generales que se desarrollaran, también se exponen algunas habilidades a fomentar que se clasifican en cuatro grupos: comunicación, resolución de problemas, razonamiento lógico y conexiones. En la página cinco se presentan una breve explicación de cada uno de los pensamientos que conforman el documento, entre ellos se encuentran: Pensamiento numérico, pensamiento espacial, pensamiento métrico, pensamiento aleatorio y pensamiento variacional. Esto puede establecer una relación nominal y cardinal con los pensamientos que propone los EBCM (MEN, 2006), además de que la descripción que hace el libro de dichos pensamientos se contiene en la exposición de los EBCM (MEN, 2006). En la sección de bibliografía el documento cita el uso de los EBCM (MEN, 2006) y los LCM (MEN, 1998). Con los anteriores hechos concluimos que a pesar de no haber una expresión especifica que argumente la estructuración en base a los referentes curriculares, si hay conexión en el uso de los mismos para la creación del texto.
Relación a los procesos de La formulación, tratamiento y resolución de problemas.	En la página cuatro hay una descripción de las secciones de las unidades que componen el libro, se titulan piensa y práctica, que se refieren a las actividades propuestas a estudiantes. Estas secciones están divididas en categorías, una de las cuales es resolución de problemas, descrita como “problemas variados que permiten aplicar distintas estrategias y traducir representaciones matemáticas para solucionarlas”. Encontramos que dichas situaciones son actividades en base a contextos reales, donde la respuesta a una incógnita orienta a identificar operaciones o procesos operativos, dichas tareas en lo general buscan una única respuesta numérica. A pesar de esto no se puede implicar la evidencia del trabajo por parte del documento hacia el proceso general de resolución de problemas.
Relación respecto a los estándares seleccionados.	Respecto al estándar E2 se identificó el uso de dos expresiones de la fracción, cociente y decimal, en el estudio de la unidad 2, y en la unidad tres el uso de la expresión de porcentaje, estas unidades proponen actividades al estudiante en contexto real. En relación al estándar E3 en la página 124, inmediatamente después de la exposición de multiplicación y división de fraccionarios, se plantea algunas actividades al estudiante, entre ellas 8 nombradas como problemas, que relacionan magnitudes de medidas, estas tareas buscan que el educando encuentre una medida desconocida. En la página 156 se proponen 6 problemas al estudiante con características similares a las tareas de la página 124, pero para estos se utilizan representaciones decimales en las magnitudes.
Sobre estructura y tareas.	El libro clasifica sus actividades dirigidas a estudiantes en cuatro categorías (página 4): - Comunicación: uso del lenguaje matemático para expresar ideas matemáticas en distintos contextos. - Razonamiento lógico: desarrollar habilidades y competencias matemáticas. - Resolución de problemas: problemas variados que permiten aplicar distintas estrategias y traducir representaciones matemáticas para solucionarlas. - Conexiones: uso de las matemáticas en contextos no escolares.

	Para cada unidad estas actividades se encontrarán inmediatamente después de las secciones "Lecciones" donde se expone los contenidos y se destacan conceptos o procesos relacionados a los objetos matemáticos que allí se trabajan. Se pudieron destacar dos unidades en las cuales se trabaja como base la fracción: Unidad dos: Números racionales, y unidad tres: razones y proporciones. La unidad dos muestras contenidos entorno al conjunto de números racionales, orden, operaciones (suma, resta, multiplicación y división), y ecuaciones multiplicativas. La unidad tres trabaja contenidos en relación a la proporcionalidad utilizando como principal herramienta la regla de tres.

Referente bibliográfico	Alvares, D; Torres, M; Carvajal, T; Dueñas, M; Carrillo, A; Cañon, M; Alfonso, M; y Munar, J. (2017). Vamos a aprender matemáticas. Libro para el estudiante *7* (1^{a} ed.) Bogotá: MEN.
Relación a las propuestas curriculares.	Al ser un documento elaborado por el MEN y estar vigentes los referentes curriculares EBCM (MEN, 2006) y LCM (MEN, 1998) debería existir una relación clara de estos con el texto, sin embargo en este último no se manifiesta esta correspondencia debido a que no hay referencias textuales que hablen de su relación con los EBCM o los procesos generales o estándares específicos
Relación a los procesos de La formulación, tratamiento y resolución de problemas.	Debido a ser un texto elaborado por el MEN, debe existir la orientación a desarrollar este proceso general, sin embargo no se manifiesta esta idea en el texto. Existen secciones especiales para la resolución de problemas, en la página cinco expone estos espacios como "resuelve problemas con el uso de diferentes estrategias. Sigue el ejemplo resuelto como guía y pon en práctica la estrategia estudiada".
Relación respecto a los estándares seleccionados.	Respecto al estándar E2 se muestra con mayor énfasis para la unidad dos (Números racionales) en las paginas 40-44 el uso de expresiones a/b y decimales para las fracciones. Para esta unidad dos, al final de cada sección se encuentran propuestas de actividades para el estudiante donde hay unas tareas que son catalogadas como problemas, estas responden a situaciones contextualizadas en las que se propone encontrar una cantidad desconocida. Respecto al estándar E3 en la página 65 hay cuatro enunciados sobre situaciones contextualizadas que tienen la intención del uso de multiplicación y división para fracciones, el libro las cataloga como problemas.
Sobre estructura y tareas.	Los contenidos se subdividen en seis unidades, donde centramos atención en: Unidad dos (número racionales) y la unidad tres (Proporcionalidad, ecuaciones y funciones). La unidad dos trabaja lo relacionado a los números racionales como conjunto numérico: representación décima, representación fraccionaria, representación gráfica en la recta numérica, adición, sustracción, multiplicación y división.

De acuerdo con la información que reportan las fichas se han encontrado las siguientes características:

- Los libros en los cuales hay mayor relación a los estándares seleccionados son: Los caminos del saber 6, Los caminos del saber 7 y Vamos a aprender matemáticas libro para el estudiante 7.
- Los contenidos en todos los libros se manejan de una forma similar en relación a temas, exposición, orden y estructura pues la presentación del contenido maneja una estructura formal (Definición, propiedades, procedimientos, ejemplos, ejercicios y tareas).
- Generalmente los libros de grado séptimo trabajan el conjunto de los números racionales en un sentido formal, de este modo se definen las operaciones y el orden entre números en sentido formal.
- Se encontró que los textos que tienen mayor relación con los referentes curriculares son: Los caminos del saber 6, Los caminos del saber 7, Hipertexto 7 y Vamos a aprender matemáticas libro para el estudiante 7. De la misma forma estos documentos tienen mayor relación con el proceso general de la formulación, tratamiento y resolución de problemas.
- Los libros de texto Los caminos del saber 6, Los caminos del saber 7 y Vamos a aprender matemáticas libro para el estudiante 7, presentan secciones para la resolución de problemas donde se muestran ejemplos de la solución de situaciones problema con estrategias y procedimiento por pasos .
- El libro Vamos a Aprender Matemáticas Libro para el Estudiante 7 es una propuesta del MEN que ha sido entregada en su primera edición para el año 2017, por lo que su tiempo de uso por parte de la comunidad escolar es poco en comparación a los demás textos. No se encontró evidencia textual de que este libro esté asociado con los EBCM (MEN, 2006) o los LCM (MEN, 1998). Por estas razones consideramos este texto escolar como poco representativo y desasociado a los referentes curriculares.

Basados en estas características los libros escogidos son:

- Ortiz, L., Costa, R., Acosta, M., Romero, J., Gamboa, J., y Morales, D. (2013). *Los caminos del saber matemáticas 6* (5^{a} ed.) Bogotá: Santillana.
- Ortiz, l., Ramírez, M., Joya, A., Rojas, V., Acosta, M., Perdomo, A., Morales, D., y Gamboa, J. (2013). *Los caminos del saber matemáticas 7* (5^{a} ed.) Bogotá: Santillana.

2.2 Selección de actividades en los libros de texto

Una vez elegidos los libros de texto a analizar, realizamos un rastreo de las actividades para el estudiante que proponen en relación a la multiplicación y división de fracciones, para evaluar si son problemas según nuestra caracterización. Para hacer el rastreo usamos los referentes curriculares, especialmente el proceso general de formulación, tratamiento y resolución de problemas y el pensamiento numérico. Hacemos la descripción de la estructura general del libro: unidades, secciones y espacios designados a actividades para el estudiante, buscando aquellos contenidos relacionados con la multiplicación y división de fracciones. Para determinar las actividades específicas que llegarán a ser analizadas hacemos uso del siguiente proceso:

1) Describir la propuesta estructural expuesta por los libros de texto, identificando aquellas actividades para el estudiante que son concebidas como problemas.

2) Realizar una descripción de las unidades en las que se organiza el libro, detectando aquellas que muestran contenidos en relación a la fracción.

3) Describir las secciones de las unidades que relacionan la fracción con el fin de detectar aquellas que estudian contenidos en relación a la multiplicación y división de fracciones.

4) Seleccionar en las secciones que estudian contenidos en relación a la multiplicación y división de fracciones, las actividades para los estudiantes que son potenciales problemas.

Para realizar lo anterior usamos los referentes teóricos respecto a la concepción de las fracciones y la definición de problema.

2.2.1. Propuesta estructural de los textos escolares.

Teniendo en cuenta que el contenido para ambos textos escolares está organizado en siete unidades como se muestra en sus tablas de contenido (páginas cinco y seis), y que también para ambos textos escolares en las páginas 4 y 5 se encuentra la misma explicación de cómo está organizado el libro por unidad, mostramos la descripción de los siguientes apartados en ellas:

- *Página inicial* donde se muestra el título de la unidad y se hace una pequeña introducción mostrando: el plan de trabajo (temas y logros que se van a desarrollar en la unidad), cronología (una línea del tiempo que muestra cómo ha sido estudiado un tema de la unidad en diferentes épocas y lugares del mundo), y una lectura que informa sobre la aplicación práctica del tema de la unidad.

- Afianzo competencias: Acá se podrán encontrar actividades que el libro clasifica en cinco clases distintas: Interpreto, Argumento, Ejercito, Razono y Soluciono problemas, que en cada unidad se encuentran después del desarrollo de cada temática.
- Ejercicios para repasar: En este espacio se encuentran actividades propuestas al estudiante que pueden solucionarse allí mismo ya que se brinda una zona para escribir procedimientos y respuestas por parte del estudiante, se podrá encontrar como una de las últimas secciones para cada unidad.
- Sección **Problemas para repasar**: consiste de un problema resuelto acerca de una de las temáticas de la unidad y algunos problemas que apliquen lo aprendido. Este espacio es presentado una vez para cada unidad, la tarea resuelta generalmente se caracteriza en su enunciado por tener un contexto real, algunas cantidades con unidad de medida física o real y preguntas que buscan un valor especifico. Su resolución se muestra a través de una serie de pasos ordenados llegando a una respuesta que se verifica respecto a las relaciones que se puedan establecer en su enunciado, y en seguida se presentan algunas tareas con la misma estructura de enunciado que deben ser resueltas por el estudiante.
- Sección **Y esto que aprendí ¿para qué me sirve?**: es un espacio donde se podrá leer y analizar situaciones que tienen aplicación con la temática explicada.
- Sección **trabaja con**: en estos espacios se encuentran actividades para trabajar los temas de la unidad en diferentes programas informáticos.

De acuerdo a las descripciones presentadas anteriormente sobre los espacios de cada unidad, se encuentra que las secciones dirigidas a actividades para el estudiante son: Afianzo competencias, Ejercicios para repasar, trabaja con y Problemas para repasar. Se escogen como espacios para buscar los problemas:

- Afianzo competencias: estos espacios se encuentran después de cada sección en todas las unidades, así que tienen relación con los contenidos de cada sección. Se prestará atención a las actividades que están catalogadas como Resuelvo Problemas.
- Problemas para repasar: Se busca es estos espacios las actividades que se asocien a la multiplicación y división de fracciones.

Se descartaron los espacios de ejercicios para repasar porque las actividades que propone son solamente de tipo algorítmico, y porque está enfocado sobre programas informáticos.

2.2.2) Descripción de unidades en los libros

A continuación se hace una descripción de las unidades que tienen relación a los contenidos que se asocian a la fracción.

Respecto al libro de sexto grado:

Unidad cuatro (Fracciones y decimales). Estándar ***Pensamiento numérico y variacional:*** Aborda el concepto de fracción, los elementos de una fracción y la representación gráfica de las fracciones impropias. Define cada una de las distintas interpretaciones del concepto de fracción y las distintas clases de fracciones propias, impropias y enteras. Se realiza la explicación y un ejemplo de cómo se ubican las fracciones en la recta numérica y se hace una comparación con los números enteros, también por medio de una representación gráfica se explica cuándo dos fracciones son equivalentes, cómo se complica y simplifica una fracción. También se explica el proceso algorítmico para identificar cuándo un número fraccionario es mayor o menor que otro. Luego se desarrolla un contenido en relación a las operaciones de suma, resta, multiplicación y división de fracciones, exponiendo los métodos algorítmicos de estas operaciones y aplicaciones a problemas de contexto real, utilizando un proceso de tres pasos como método de solución. Posteriormente se encuentra un contenido en relación a los números decimales, mostrando procesos para transformar un decimal en una fracción y viceversa, y métodos algorítmicos para realizar suma, resta, multiplicación y división entre números decimales.

Para la búsqueda de las actividades para el estudiante seleccionamos la unidad 4 debido a que su contenido está en relación directa a las fracciones. En esta unidad se aborda el conjunto de las fracciones y sus operaciones para las representaciones de cociente y decimal. Además orientamos la elección sobre la clasificación del tipo de pensamiento que ha puesto el libro para estas unidades, pensamiento numérico y variacional.

Respecto al libro de séptimo grado:

Unidad dos (Números Racionales). Estándar ***Pensamiento numérico y variacional***: Muestra el conjunto de los números racionales, sus operaciones y su orden. Primeramente, se muestra el conjunto de números racionales como un producto cartesiano de los números enteros con ellos mismos, se hace uso de un lenguaje conjuntista además de la representación de la fracción en la forma $\frac{a}{b}$, y se trabaja sobre las fracciones equivalentes y el proceso de simplificación y complificación. Posteriormente se muestra la fracción desde una representación decimal con ayuda de los valores posicionales, además de procesos para la transformación entre las representaciones $\frac{a}{b}$ y decimal. A continuación se muestra la representación gráfica de los números racionales en la recta numérica como puntos y la representación cartesiana de puntos con coordenadas racionales. Inmediatamente después se expone contenido en relación al orden entre fracciones, mostrando algunos criterios y propiedades. Después se encuentra un contenido en relación a las operaciones en el conjunto de los números racionales (adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación). Los contenidos generalmente se acompañan con algunas tablas que muestran propiedades de las operaciones y algunos ejemplos de procesos algorítmicos para las representaciones $\frac{a}{b}$ y decimal.

Unidad tres (Proporcionalidad). Estándar ***Pensamiento numérico y variacional:*** Muestra un trabajo con base en las razones y las proporciones, mostrando definiciones de estos dos conceptos y haciendo uso de dos representaciones $\frac{a}{b}$ o a:b, también se encuentran algunos ejemplos de contexto real y algunas propiedades expresadas en tablas. Con base en lo anterior después el libro expone, en forma de definición, lo que son magnitudes directa e inversamente proporcionales, acompañando con algunos ejemplos y ejercicios propuestos al estudiante.

Para la búsqueda de actividades para el estudiante seleccionamos las unidades 2 (Números racionales) y 3 (Proporcionalidad) debido a que su contenido está en relación directa a las fracciones. En ellas se aborda el conjunto de los números racionales y sus operaciones y la proporcionalidad enfatizando en las relaciones y proporciones como objetos matemáticos, que para nosotros se caracterizan como un contenido que incluye la fracción. Además orientamos la elección sobre la clasificación del tipo de pensamiento que ha puesto el libro para estas unidades, pensamiento numérico y variacional.

2.2.3) Descripción y selección de secciones en las unidades.

A continuación se muestra la descripción de los contenidos expuestos por el libro de séptimo en la unidad cuatro (fracciones y decimales) que se asocian a la multiplicación y división de fracciones:

- 2.3 Multiplicación de fracciones: Se muestra el proceso algorítmico que se debe realizar para multiplicar dos o más fracciones. Luego se realiza una representación gráfica que apoya dicho proceso.
- 2.4 División de fracciones: Por medio de un ejemplo algorítmico se muestra un proceso para dividir dos números fraccionarios. Luego se presenta un problema a modo de ejemplo y se soluciona utilizando la combinación de la división y la multiplicación de fracciones.
- 4.3 Multiplicación de números decimales: Se describe paso por paso como se resuelve la multiplicación de dos números decimales y luego hay dos ejemplos de problemas que aluden a un contexto de la vida cotidiana, estos se soluciona utilizando la multiplicación de números decimales.
- 4.4 División de números decimales Se describe, paso por paso cómo se resuelve la división de dos números decimales y la división de un número decimal entre un número natural. Luego se presentan 2 ejemplos de la siguiente manera: El primero relaciona 2 espacios de medida, como el ancho, y el largo y se pide hallar el área El segundo similar al primero

A continuación se muestra la descripción de los contenidos expuestos por el libro de séptimo en la unidad dos (Números racionales) que se asocian a la multiplicación y división de fracciones:

- 2.6 Multiplicación de racionales en forma de fracción: Se muestra la definición de la multiplicación entre fracciones a través de la multiplicación de números naturales, con ayuda de notación formal y utilizando lenguaje conjuntista.
- 2.7 Multiplicación de racionales decimales: Por medio de un ejemplo algorítmico se muestra un proceso para multiplicar dos números racionales en expresión decimal.
- 2.8 Propiedades de la multiplicación en Q: Se puede encontrar una tabla que refiere a propiedades de la multiplicación de los números racionales (Clausurativa, conmutativa, asociativa, elemento neutro, inverso multiplicativo, distributiva) utilizando representaciones icónicas, como $\frac{a}{b} * \frac{b}{c}$, para ejemplificar o exponer dichas propiedades.

En seguida de estas secciones se dan dos ejemplos de ejercicios asociados a ellas. El primero es la muestra de un proceso ordenado por pasos para multiplicar dos fracciones. El segundo un proceso también ordenado por pasos para hallar la medida de una región rectangular donde las dimensiones de sus lados son expresadas en unidad de metros.

- 2.9 División de racionales en forma de fracción: Se encuentra una definición formal sobre la división de dos números racionales bajo la expresión $\frac{a}{b}$ usando como base la definición de multiplicación, se hace uso de un lenguaje conjuntista. Posteriormente se muestra una forma simbólica para expresar la división entre dos fracciones (fracciones complejas), o también conocida ley de la oreja. Finalmente se dan dos ejemplos de ejercicios asociados a la división de fracciones, el primero es un proceso para dividir dos fracciones, una negativa y otra positiva, en el que se hace uso de la definición, y el segundo ejercicio está asociado a una situación real donde se hace uso de la las fracciones para medir cantidades de líquido en litros presentando una incógnita, la solución de la incógnita se da dividiendo dos fracciones.
- 2.10 División de racionales en forma de decimales: Se presenta un procedimiento descrito en tres pasos para dividir dos números en expresión decimal y se muestra un ejemplo de dicho algoritmo. Posteriormente se muestran dos ejemplos de ejercicios, en el primero se muestra una situación real donde hay cantidades en

expresión decimal, se expone una incógnita y el procesamiento para encontrar dicha incógnita por medio del algoritmo de división expuesto anteriormente, el segundo ejemplo guarda las mismas características que el primero.

En seguida se muestra la descripción de los contenidos expuestos por el libro de séptimo en la unidad 3 (Proporcionalidad) que se asocian a la multiplicación y división de números racionales, particularizando en la regla de tres y en las expresiones porcentuales:

- 4.1 Regla de tres simple directa: Se expone la regla de tres como un procedimiento dado en tres pasos que se utiliza para solucionar problemas. Luego se muestra un ejercicio donde se utilizan cantidades físicas y se pide encontrar una incógnita, dado que se estableció una relación lineal entre dos variables, en el procedimiento se muestra una tabla que relaciona dos tipos de variables y hay una casilla vacía que hace alusión a la incógnita.
- 4.5 Porcentaje: Inicialmente se muestra el porcentaje como una razón para hallar una cantidad en relación a otra. Luego se muestran dos ejemplos de ejercicios asociados a este tema, en el primero se encuentran dos números porcentuales respecto a otros dos dados, el segundo es un ejercicio de contexto real donde se busca encontrar un valor monetario porcentual respecto a un valor económico dado. Después se muestran algunos ejemplos para determinar la razón porcentual entre dos cantidades dadas, para esto se hace uso de una tabla y la regla de tres. Finalmente se muestran dos ejemplos, en el primero se intenta determinar el valor de un producto luego de que se hacen dos descuentos de éste en forma porcentual, en el segundo se pide encontrar dos cantidades porcentuales para dos precios de dos productos en una tienda, en los dos ejercicios se utilizan contextos reales y se pide encontrar una incógnita.

Posterior a cada una de las secciones presentadas anteriormente se encuentra una sección llamada “Afianzo competencias” donde se encuentran las actividades dirigidas a estudiantes, dichas actividades se clasifican en cinco grupos distintos: Interpreto, Argumento, Propongo, Ejercito, Razono y Soluciono problemas. Son escogidas aquellas actividades que se son categorizadas por el libro como Soluciono problemas.

2.2.4) Actividades seleccionadas.

Las secciones en las cuales se buscarán actividades para analizar son:

Para el libro de séptimo:

- De la unidad dos (números racionales) las secciones 2.6, 2.7 y 2.8 (multiplicación de números racionales), y 2.9 y 2.10 (División de números racionales).
- De la unidad tres (proporcionalidad) las secciones 4.1 (regla de tres simple directa), sección 4.5 (porcentajes) y el espacio Resuelvo problemas.

La tabla a continuación muestra la cantidad de problemas en cada sección de las unidades y el total.

Sección	**Cantidad de actividades para el estudiante a analizar.**
2.6, 2.7, 2.8, Multiplicación de números racionales.	2
2.9, 2.10, División de números racionales.	4
4.1 Regla de tres simple directa	7
4.5 Porcentaje.	5
Resuelvo problemas unidad dos	4
Total	22

Para el libro de sexto:

- De la unidad cuatro (Fracciones y decimales) las secciones 2.3 (multiplicación de fracciones), 2.4 (división de fracciones), secciones 4.3 (multiplicación de números decimales) y 4.4 (división de números decimales).

La tabla a continuación muestra la cantidad de problemas en cada sección de las unidades y el total.

Sección	**Cantidad de actividades para el estudiante a analizar.**
2.3 multiplicación de fracciones.	3
2.4 división de fracciones.	3
4.3 multiplicación de números decimales.	2
4.4 división de números decimales.	4
Total	12

2.3 Análisis de problemas para los textos escolares

Para el análisis de los enunciados de las actividades del estudiante elegidas, vamos a determinar si son problemas bajo nuestra caracterización. Elaboramos una ficha de análisis de la actividad como problema que describe la actividad en función de las características de un problema dispuestas en la definición:

a) *Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas*: Los enunciados deben presentar un contexto referido a una situación que puede considerarse como cotidiana, en la que las matemáticas tendrían una aplicación pragmática, de ser posible como establece Santos (1997), se intentará buscar un contexto de otras ciencias donde las matemáticas tienen aplicabilidad. Aceptaremos que un enunciado cumple esta característica si se puede establecer una **situación contextualizada** y su **relación con las matemáticas**.
b) *Están elaborados para alcanzar los estándares que se quieren desarrollar*: Los problemas deben estar relacionados con los siguientes estándares:
    - (E1) Resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones en las medidas.
    - (E2) Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.
    - (E3) Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.
    - (E4) Justifico el uso de representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa.

Para el análisis de los enunciados bajo este criterio tendremos en cuenta la definición de situación multiplicativa de Vergnaud (1990), que la establece como elemento perteneciente al campo conceptual de la estructura multiplicativa: el conjunto de situaciones que requieren una multiplicación, una división o una combinación de tales operaciones (p.8).

En este sentido es importante determinar si un ejercicio puede ser resuelto por medio de una multiplicación, una división o combinación de ambas. Por lo tanto, es fundamental para poder caracterizar los problemas que el enunciado tenga relación directa con el estándar E3 que se refiere a que sea una **situación de orden multiplicativa** (pertenezca a la estructura multiplicativa). Sin que cumpla este requisito no se hará un análisis de dicho enunciado a pesar de que cumpla todas las demás características.

c) *Principalmente es enunciado verbal*: Un problema de tipo verbal es aquel en el que se describen con palabras situaciones que plantean relaciones entre las cantidades propuestas y son posibles de resolver mediante una expresión aritmética. (Bonilla, 1999, pp. 51). Así pues, para que un enunciado cumpla este criterio se busca describir la **situación planteada**, la **relación entre cantidades** y la **expresión aritmética** que podría pertenecer a su solución.

d) *Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta*: Para que un enunciado cumpla esta característica debe mostrarse las **cantidades** y las **relaciones** que hay entre ellas, especificando la pregunta.

e) *Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado*: Debido a que los enunciados han sido seleccionados en un libro de texto, para que las actividades cumplan esta característica se debe **referenciar** el contenido expuesto por el libro escolar de donde se puede dar respuesta a la tarea planteada por el enunciado.

A continuación presentamos las fichas de análisis de las actividades como problema para el libro de sexto.

Enunciado de la actividad

La altura de un rectángulo es de 8 cm. Si la base mide dos quintos de la medida de la altura, ¿cuál es el área y el perímetro del rectángulo? (U4, E136, P133)[2].

Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas	Si		No	X
	De acuerdo al lenguaje que usa el ejercicio como lo es la altura, el rectángulo, la base, este problema no tiene relación con una situación de la vida cotidiana. Realmente el ejercicio es relacionado con las matemáticas, ya que los términos que usa son propios de ella, como lo es el objeto geométrico rectángulo. Relación con las matemáticas: Hay uso de términos geométricos como altura, base, área y perímetro			
Están	Si	X	No	

[2] En esta notación U significa unidad, E número de ejercicio y P página donde se encuentra.

<table>
<tr><td>elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar</td><td colspan="4">Cumple el estándar E2, podemos evidenciar esto con las siguientes características:
• Utilizando dos cantidades fraccionarias en su expresión entera y de razón: los 8 cm que es la longitud de la altura del rectángulo y el escalar 2/5.
• Para resolver la situación problema que sería ¿cuál es el área y el perímetro del rectángulo?
• Esta situación puede ser resuelta con las siguientes operaciones: $\left(8 * \frac{2}{5}\right) * 8$
También cumple el E3 ya que se pueden encontrar las siguientes características: La resolución del problema deja ver que la situación que plantea tiene estructura multiplicativa, porque se puede solucionar por dos fases de orden multiplicativa, como se vio anteriormente la expresión $\left(8 * \frac{2}{5}\right) * 8$. El dominio numérico son los números racionales ya que la cantidad expresada “dos quintos” es una fracción.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Principalmente es un enunciado verbal</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación Planteada: Dados la base y la altura, calcular el área y el perímetro.
Relación entre cantidades: La medida de un lado del rectángulo es dos quintas partes la medida de su lado adyacente.
Expresión aritmética sobre posible solución: $b\left(8 * \frac{2}{5}\right) * 8$.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Cantidades en el enunciado: Base= 2/5 de la altura y Altura= 8cm
Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio.
Interrogante: ¿cuál es el área y el perímetro del rectángulo?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Para solucionar el problema, se utiliza procesos algorítmicos relacionados a la multiplicación y división de fracciones, tema que está expuesto en la sección 2,3 y 2,4, unidad cuatro del libro donde se encuentran actividades similares, en modo de explicación o ejemplo.</td></tr>
</table>

Enunciado de la actividad

120 fichas son la séptima parte de las fichas del juego de Leonardo. ¿Cuántas fichas tiene el juego en total? (U4, E137, P133).

<table>
<tr><td rowspan="2">Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación contextualizada: Cuantas fichas tiene a partir de una relación con las fichas totales.
Relación con las matemáticas: Proporción ya que hay una relación entre las fichas totales con las fichas numeradas en el enunciado.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Esta actividad tiene relación con el estándar E2 de la siguiente manera:
• Utilizando dos cantidades racionales en su expresión entera y de fracción: 120 fichas que es la cantidad de fichas conocidas como subconjunto de las fichas totales y 1/7 que es la fracción escalar de lo conocido respecto al conjunto total.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="1"></td><td colspan="4">

- Se intenta resolver la situación problema que sería hallar la cantidad de fichas en su totalidad.
- Esta situación puede ser resuelta con la siguiente operación aritmética $120 * 7$

El enunciado en relación al estándar E3 cumple sus características, pues la resolución del problema deja ver que la situación planteada tiene estructura multiplicativa, porque en su proceso de resolución se hace uso de la multiplicación $120 * 7$ El dominio numérico son las fracciones ya que la cantidad 1/7 procede a este conjunto numérico.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Principalmente es un enunciado verbal</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación Planteada: Encontrar la cantidad de fichas total si se una cantidad de la parte y su relación fraccionaria.
Relación entre cantidades: 120 fichas son la séptima parte de las fichas del juego.
Expresión aritmética sobre posible solución: $120 * 7$.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Cantidades en el enunciado: 120 fichas como el total de fichas y la relación fraccionario de 1/7.
Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio.
Interrogante: ¿Cuántas fichas tiene el juego en total?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado</td><td>Si</td><td></td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Para solucionar el problema, se utiliza procesos algorítmicos relacionados a la multiplicación y división de fracciones, tema que está expuesto en la sección 2,3 y 2,4, unidad cuatro del libro donde se encuentran actividades similares, en modo de explicación o ejemplo.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Análisis del problema</th></tr>
<tr><td>Se pueden distinguir tres cantidades, dos conocidas y una desconocida, las primeras son la cantidad sobre de fichas (120) que es una cantidad extensiva, y el escalar 1/7 (la séptima parte) que funciona como cantidad comparativa entre las otras dos, por esto es una cantidad intensiva; ahora la cantidad desconocida es el total de las fichas, de orden extensiva. Bajo estas características y previniendo que con ayuda de una división entre las cantidades conocidas se puede hallar la cantidad desconocida catalogamos este problema como de comparación.
Observando la estructura operativa de la división que da respuesta al problema

$55.500 / 1/7 (septimo) = $18.500
Extensiva / Intensiva = Extensiva
Se evidencia que el problema se sub-clasifica como partición-cuantificador.</td></tr>
</table>

Enunciado de la actividad

En un frasco caben 2/9 de litro de jarabe. ¿Cuántos frascos completos se pueden llenar con $\frac{11}{2}$ litros? (U4, E138, P133).

Contiene un	Si	X	No	

<table>
<tr><td rowspan="1">contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas</td><td colspan="4">Situación contextualizada: De acuerdo a una medida en litros de jarabe que contiene un frasco, cuantos frascos se pueden llenar con $5\frac{1}{2}$ litros
Relación con las matemáticas: Proporción de medidas entre la cantidad de litros de jarabe que cabe dentro de un frasco completo.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Esta actividad tiene relación con el estándar E2 de la siguiente manera:
• Utilizando dos cantidades racionales en su expresión de fracción: 2/9 litros de jarabe por baso y 11/2 litros de jarabe.
• Se intenta resolver la situación problema que es hallar la cantidad frascos que se pueden llenar con una cantidad liquida de jarabe.
• Esta situación puede ser resuelta con la siguiente operación aritmética $\frac{11/2}{2/9}$
El enunciado en relación al estándar E3 cumple sus características, pues la resolución del problema deja ver que la situación planteada tiene estructura multiplicativa, porque en su proceso de resolución se hace uso de la división $\frac{11/2}{2/9}$. El dominio numérico son las fracciones ya que los valores 11/2 y 2/9 procede a este conjunto numérico.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Principalmente es un enunciado verbal</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación planteada: Encontrar la cantidad de frascos que se llenan con una cantidad determinada de jarabe.
Relación entre cantidades: Observable de acuerdo al siguiente diagrama

Frascos ---- Litros de jarabe
1 -----------> $\frac{2}{9}$
x -----------> $\frac{11}{2}$

Expresión aritmética sobre posible solución: $\frac{11/2}{2/9}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Cantidades en el enunciado: 1 $frasco$,
$\frac{2}{9}$ $litros\ de\ jarabe$, $5\frac{1}{2}$ $litros\ de\ jarabe$
Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio.
Interrogante: ¿Cuántos frascos completos se pueden llenar con $\frac{11}{2}$ litros?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Para solucionar el problema, se utiliza procesos algorítmicos relacionados a la multiplicación y división de fracciones, tema que está expuesto en la sección 2,3 y 2,4, unidad cuatro del libro donde se encuentran actividades similares, en modo de explicación o ejemplo.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Análisis del problema</td></tr>
<tr><td colspan="2">Se puede reconocer el problema bajo la categoría de isomorfismo de medida que plantea Vergnaud, pues existe una proporcionalidad simple directa entre las dos magnitudes implicadas (frascos y litros de jarabe) así se puede establecer una relación funcional lineal entre la cantidad de frascos y la capacidad de ellos como se puede ver en el siguiente diagrama:</td></tr>
<tr><td>Frascos</td><td>Litros de jarabe</td></tr>
</table>

1 -------------→ 2/9 x -------------→ 11/2 Teniendo en cuenta que 2/9 litros de jarabe y 11/2 litros de jarabe pertenecen a la misma categoría de medidas, se puede establecer el operador escalar $* \frac{\frac{11}{2}}{\frac{2}{9}} = * \frac{99}{4}$ que permite pasar de 11/2 a 2/9 en la columna de litros de jarabe. De acuerdo a la relación funcional este mismo operador escalar $* \frac{99}{4}$ permite pasar de 1 frasco a x frascos. Por consiguiente $x = 1\ frasco * \frac{99}{4}$= 24,75 frascos.

Enunciado de la actividad

¿Cuánto se debe pagar en un supermercado por 3 docenas de naranjas que pesan 6,54 kg si el precio por kilo es de $2.540? (U4, E139, P133).

Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas	Si	X	No	
	Situación contextualizada: La compra de naranjas en un supermercado respecto al precio por kilo de naranjas. Relación con las matemáticas: Proporción directa entre el precio por kilo de naranjas.			
Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar	Si	X	No	
	Esta actividad tiene relación con el estándar **E2** de la siguiente manera: • Utilizando tres cantidades racionales en su expresión de decimales: 6,54 kg, 3 docenas, $2.540. • Se intenta resolver la situación problema que es hallar el precio de 3 docenas de naranjas. • Esta situación puede ser resuelta con la siguiente operación aritmética $6{,}54 * 2540$ El enunciado en relación al estándar E3 cumple sus características, pues la resolución del problema deja ver que la situación planteada tiene estructura multiplicativa, porque en su proceso de resolución se hace uso de la multiplicación $6{,}54 * 2540$. El dominio numérico son los racionales, ya que los valores 6,54 y 2540 pertenecen a este conjunto numérico.			
Principalmente es un enunciado verbal	Si	X	No	
	Situación planteada: La compra de 3 docenas de naranjas que pesan 6,54 kg sabiendo el precio por kilo. Relación entre cantidades: Observable de acuerdo al siguiente cuadro Kilos de Naranja precio 1 kg -----------> $2.540 6,54 kg -----------> x Expresión aritmética como posible solución: $6{,}54 * 2540$			
Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta	Si	X	No	
	Cantidades en el enunciado: $6{,}54\ kg$, $2540\ pesos$ y $1\ kg$ Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio. Interrogante: ¿Cuánto se debe pagar en un supermercado por 3 docenas de naranjas que pesan 6,54 kg si el precio por kilo es de $2.540?			
Proporciona la	Si	X	No	

práctica de un conocimiento ya abordado	Para solucionar el problema, se utiliza procesos algorítmicos relacionados a la multiplicación de número decimales, tema que está expuesto en la sección 4,3, unidad cuatro del libro donde se encuentran actividades similares, en modo de explicación o ejemplo.

Análisis del problema
Se puede reconocer el problema bajo la categoría de isomorfismo de medida que plantea Vergnaud, pues existe una proporcionalidad simple directa entre las dos magnitudes implicadas (peso y precio) así se puede establecer una relación funcional lineal entre el peso de las naranjas y su precio: Kilos de Naranja — precio 1 kg -----------> $\$2.540$ 6,54 kg -----------> x Teniendo en cuenta que 1 kg y 6,54 kg pertenecen a la misma categoría de medidas, se puede establecer el operador escalar $*\frac{6{,}54}{1} = *\,6{,}54$ que permite pasar de 1 kg a 6,54 kg en la columna de peso. De acuerdo a la relación funcional este mismo operador escalar $*\,6{,}54$ permite pasar de \$ 2540 a \$ x. Por consiguiente $x = \$\,2540 * 6{,}54 = \$16611{,}6$.

Enunciado de la actividad

Pedro tiene 240 cajas con 25 bolsas de azúcar cada una. Si cada bolsa pesa 0,95 kg, ¿cuál es el peso de toda la caja de azúcar? (U4, E140, P133).

Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas	Si	X	No	
	Situación contextualizada: Peso de una caja de bolsas de azúcar. Relación con las matemáticas: La situación describe una función lineal entre dos espacios de medida.			
Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar	Si	X	No	
	Esta actividad tiene relación con el estándar **E2** de la siguiente manera: • Utilizando tres cantidades racionales en su expresión de decimales: 240 cajas, 25 bolsas, 0,95 kg. • Se intenta resolver la situación problema que es hallar el peso de una caja con 25 bolsas de azúcar. • Esta situación puede ser resuelta con la siguiente operación aritmética $0{,}95 * 25$. El enunciado en relación al estándar E3 cumple sus características, pues la resolución del problema deja ver que la situación planteada tiene estructura multiplicativa, porque en su proceso de resolución se hace uso de la multiplicación $0{,}95 * 25$. El dominio numérico son los racionales, ya que los valores 0,95 y 25 pertenecen a este conjunto numérico.			
Principalmente	Si	X	No	

<table>
<tr><td>es un enunciado verbal</td><td colspan="4">Situación planteada: Sabiendo que una caja tiene 25 bolsas de azúcar y el peso por cada bolsa, calcular el peso de una caja de bolsas de azúcar.
Relación entre cantidades: Observable de acuerdo al siguiente cuadro
Bolsas preso
1 -----------> $0{,}95\ kg$
25 -----------> x
Expresión aritmética sobre posible solución: 0,95*25</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Cantidades en el enunciado: $240\ cajas$, $25\ bolsas$ y $0{,}95\ kg$
Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio.
Interrogante: Pedro tiene 240 cajas con 25 bolsas de azúcar cada una. Si cada bolsa pesa 0,95 kg, ¿cuál es el peso de toda la caja de azúcar?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Para solucionar el problema, se utiliza procesos algorítmicos relacionados a la multiplicación de número decimales, tema que está expuesto en la sección 4,3, unidad cuatro del libro donde se encuentran actividades similares, en modo de explicación o ejemplo.</td></tr>
</table>

Enunciado de la actividad

Un camión transporta 6 bloques de mármol de 1,34 toneladas y 3 vigas de acero de 0,374 toneladas cada una. ¿Cuántas toneladas lleva el camión? (U4, E141, P133).

<table>
<tr><td rowspan="2">Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación contextualizada: Se quiere conocer el peso de la carga de un camión.
Relación con las matemáticas: La situación muestra una situación de orden aditiva y multiplicativa.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Esta actividad tiene relación con el estándar E2 de la siguiente manera:
• Utilizando cuatro cantidades racionales en su expresión de decimales: 6 bloques de mármol, 1,34 toneladas, 3 vigas de acero 0,374 toneladas.
• Se intenta resolver la situación problema que es hallar el peso del contenido que transporta el camión.
• Esta situación puede ser resuelta con la siguiente operación aritmética $6 * 1{,}34 + 3 * 0{,}374$.
El enunciado en relación al estándar E3 cumple sus características, pues la resolución del problema deja ver que la situación planteada tiene estructura multiplicativa, porque en su proceso de resolución se hace uso de la multiplicación $6 * 1{,}34 + 3 * 0{,}374$, también es claro que la situación es de orden aditivo. El dominio numérico son los racionales, ya que los valores 6, 1,34, 3 y 0,374 pertenecen a este conjunto numérico.</td></tr>
<tr><td>Principalmente</td><td>Si</td><td>x</td><td>No</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>es un enunciado verbal</td><td colspan="4">Situación planteada: Se conoce el peso de un bloque de mármol y de una viga de acero, se quiere saber cuánto es el peso total de 6 bloques de mármol y 3 vigas de acero.
Relación entre cantidades: Observable de acuerdo a los siguientes cuadros
Bloques de Mármol ... preso
1 -----------> $1{,}34\ ton$
6 -----------> x

Vigas de acero ... preso
1 -----------> $0{,}374\ ton$
3 -----------> x

Expresión aritmética sobre posible solución: $6 * 1{,}34 + 3 * 0{,}374$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Cantidades en el enunciado: existen cuatro cantidades, 6 bloques de mármol, 3 vigas de acero, 1,34 toneladas y 0,374 toneladas.
Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio.
Interrogante: Pedro tiene 240 cajas con 25 bolsas de azúcar cada una. Si cada bolsa pesa 0,95 kg, ¿Cuántas toneladas lleva el camión?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Para solucionar el problema, se utiliza procesos algorítmicos relacionados a la multiplicación de número decimales, tema que está expuesto en la sección 4,3, unidad cuatro del libro donde se encuentran actividades similares, en modo de explicación o ejemplo.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Análisis del problema</th></tr>
<tr><td>Respecto al enunciado original: Un camión transporta 6 bloques de mármol de 1,34 toneladas y 3 vigas de acero de 0,374 toneladas cada una. ¿Cuántas toneladas lleva el camión?
Para conocer el peso de la carga se sabe que esta es la suma del peso de los 6 bloques y las tres vigas. Por consiguiente, interesa responder a las preguntas
- ¿Cuánto pesa 6 bloques de mármol?
- ¿Cuánto pesa 3 vigas de acero?
Respecto a la primera pregunta y teniendo como referencia el siguiente esquema que representa el enunciado y la situación problema a través de una representación gráfica en forma de matriz
Bloques de Mármol ... preso
1 -----------> $1{,}34\ ton$
6 -----------> x
Se puede reconocer bajo la categoría de isomorfismo de medida que plantea Vergnaud, pues existe una proporcionalidad simple directa entre las dos magnitudes implicadas (bloques y peso), así se puede establecer una relación funcional lineal entre la cantidad de bloques y el peso de estos.
Teniendo en cuenta que 1 bloque y 6 bloques pertenecen a la misma categoría de medidas, se puede establecer el operador escalar $*\,6$ que permite pasar de 1 bloque a 6 bloques en la columna número de bloques de mármol. De acuerdo a la relación funcional este mismo operador escalar $*\,6$ permite pasar de 1,34 toneladas a la cantidad desconocida x. Por consiguiente $x = 1{,}34ton * 6 = 7{,}8ton$.
Respecto a la segunda pregunta pregunta y teniendo como referencia el siguiente esquema que representa el enunciado y la situación problema a través de una representación gráfica en forma de</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>matriz

Vigas de acero ----------> peso
1 ----------> $0{,}374\ ton$
3 ----------> y

Se puede reconocer bajo la categoría de isomorfismo de medida que plantea Vergnaud, pues existe una proporcionalidad simple directa entre las dos magnitudes implicadas (vigas y peso), así se puede establecer una relación funcional lineal entre la cantidad de vigas y el peso de estos.
Teniendo en cuenta que 1 viga y 3 vigas pertenecen a la misma categoría de medidas, se puede establecer el operador escalar $*\,3$ que permite pasar de 1 viga a 3 vigas en la columna número de vigas de acero. De acuerdo a la relación funcional este mismo operador escalar $*\,3$ permite pasar de 0,374 toneladas a la cantidad desconocida y. Por consiguiente $y = 0{,}374ton * 3 = 1{,}122ton$.
Debido a los anteriores análisis consideramos que el problema en general corresponde a la categoría de isomorfismo de medida.</td></tr>
</table>

Enunciado de la actividad

Tres tanques de gaseosa contienen 125,8 litros, 85,5 litros y 99,2 litros respectivamente ¿cuántas botellas de 1,25 litros (litro y cuarto) se pueden llenar con el líquido que hay en cada tanque? (U4, E333, P158).

<table>
<tr><td rowspan="2">Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación contextualizada: Se quiere conocer cuántas botellas se pueden llenar con gaseosa de un tanque.
Relación con las matemáticas: el enunciado muestra una situación de orden aditiva y multiplicativa, acuñando un modelo funcional implícito.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Esta actividad tiene relación con el estándar E2 de la siguiente manera:
• Utilizando cuatro cantidades racionales en su expresión de decimales: 125,8 litros, 85,5 litros, 99,2 litros y 1,25 litros.
• Se intenta resolver la situación problema que es hallar la cantidad de botellas que se pueden llenar con una cantidad determinada de gaseosa.
• Esta situación puede ser resuelta con la siguiente operación aritmética $\frac{125{,}8}{1{,}25}, \frac{85{,}5}{1{,}25}\ y\ \frac{99{,}2}{1{,}25}$.
El enunciado en relación al estándar E3 cumple sus características, pues la resolución del problema deja ver que la situación planteada tiene estructura multiplicativa, porque en su proceso de resolución se hace uso de las divisiones $\frac{125{,}8}{1{,}25}, \frac{85{,}5}{1{,}25}\ y\ \frac{99{,}2}{1{,}25}$.. El dominio numérico son los racionales, ya que los valores 125,8 85,5 99,2 y 1,25 pertenecen a este conjunto numérico.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Principalmente es un enunciado verbal</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación planteada: Se conoce el contenido de gaseosa de tres tanques distintos y se quiere saber para cada uno de ellos cuántas botellas se pueden llenar con su contenido.
Relación entre cantidades: Observable de acuerdo a los siguientes cuadros
Botellas Litros gaseosa
1 -----------> 1,25</td></tr>
</table>

	X -----------> 85,5 Y -----------> 99,2 Z -----------> 125,8 Donde "x" representa la cantidad de botellas que se pueden llenar con el primer tanque, "y" con el segundo y "z" con el tercero. Expresión aritmética sobre posible solución: $\frac{125,8}{1,25}, \frac{85,5}{1,25}$ $y \frac{99,2}{1,25}$.
Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta	Si | X | No Cantidades en el enunciado: existen cuatro cantidades125,8 litros, 85,5 litros, 99,2 litros y 1,25 litros. Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio. Interrogante: ¿cuántas botellas de 1,25 litros (litro y cuarto) se pueden llenar con el líquido que hay en cada tanque?
Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado	Si | X | No Para solucionar el problema, se utiliza procesos algorítmicos relacionados a la multiplicación de número decimales, tema que está expuesto en la sección 4,3, unidad cuatro del libro donde se encuentran actividades similares, en modo de explicación o ejemplo.

Análisis del problema

Con respecto a la interrogante del problema ¿cuántas botellas de 1,25 litros (litro y cuarto) se pueden llenar con el líquido que hay en cada tanque? Se deduce que el objetivo del resolutor es encontrar tres cantidades, la cantidad de botellas para el primer tanque y de la misma forma para el segundo y tercer tanque.

Teniendo como referencia el siguiente esquema que representa el enunciado y la situación problema a través de una representación gráfica en forma de matriz

Botellas		Litros gaseosa
1	----------->	1,25
X	----------->	85,5
Y	----------->	99,2
z	----------->	125,8

Se puede reconocer bajo la categoría de isomorfismo de medida que plantea Vergnaud, pues existe una proporcionalidad simple directa entre las dos magnitudes implicadas (Botellas y litros de gaseosa), así se puede establecer una relación funcional lineal entre la cantidad de litros de gaseosa y la cantidad de botellas que se podrían llenar.

En la tabla X representa la cantidad de botellas que se pueden llenar con 85,5 litros de gaseosa pertenecientes al primer tanque, de la misma forma Y relacionado al segundo y Z relacionado al tercero.

Analizamos el caso de la cantidad desconocida X, las demás (Y y Z) conllevan un proceso equivalente: Teniendo en cuenta que 1,25 litros y 85,5 litros pertenecen a la misma categoría de medidas, se puede establecer el operador escalar $* \frac{85,5}{1,25}$ que permite pasar de 1,25 litros a 85,5 litros en la columna número de bloques de mármol. De acuerdo a la relación funcional este mismo operador escalar $* \frac{85,5}{1,25}$ permite pasar de 1 botella a la cantidad desconocida X. Por consiguiente $x = 1\, botella * \frac{85,5}{1,25} = 68,4\, botellas.$

Enunciado de la actividad

Tres tanques de gaseosa contienen 125,8 litros, 85,5 litros y 99,2 litros respectivamente. Se decide reunir las gaseosas que hay en los tres tanques y llenar botellas de 1,25 litros ¿cuántas botellas se llenan en total? (U4, E334, P158).

<table>
<tr><td rowspan="2">Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación contextualizada: Se quiere conocer cuántas botellas se pueden llenar con gaseosa de un tanque.
Relación con las matemáticas: el enunciado muestra una situación de orden aditiva y multiplicativa, acuñando un modelo funcional implícito.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Esta actividad tiene relación con el estándar E2 de la siguiente manera:
• Utilizando cuatro cantidades racionales en su expresión de decimales: 125,8 litros, 85,5 litros, 99,2 litros y 1,25 litros.
• Se intenta resolver la situación problema que es hallar la cantidad de botellas que se pueden llenar con una cantidad determinada de gaseosa.
• Esta situación puede ser resuelta con la siguiente operación aritmética $\frac{125,8+85,5+99,2}{1,25}$.
El enunciado en relación al estándar E3 cumple sus características, pues la resolución del problema deja ver que la situación planteada tiene estructura multiplicativa, porque en su proceso de resolución se hace uso de algunas divisiones $\frac{125,8+85,5+99,2}{1,25}$. El dominio numérico son los racionales, ya que los valores 125,8 85,5 99,2 y 1,25 pertenecen a este conjunto numérico.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Principalmente es un enunciado verbal</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación planteada: Se conoce el contenido de gaseosa de tres tanques distintos y se quiere saber para cada uno de ellos cuántas botellas se pueden llenar con su contenido.
Relación entre cantidades: Observable de acuerdo a los siguientes cuadros
Botellas   Litros gaseosa
1   ----------->   1,25
X   ----------->   125,8+85,5+99,2
Donde “x” representa la cantidad de botellas que se pueden llenar con el contenido de los tres tanques.
Expresión aritmética sobre posible solución: $\frac{125,8+85,5+99,2}{1,25}$.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Cantidades en el enunciado: existen cuatro cantidades125,8 litros, 85,5 litros, 99,2 litros y 1,25 litros.
Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio.
Interrogante: ¿cuántas botellas se llenan en total?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Para solucionar el problema, se utiliza procesos algorítmicos relacionados a la multiplicación de número decimales, tema que está expuesto en la sección 4,3, unidad cuatro del libro donde se encuentran actividades similares, en modo de explicación o ejemplo.</td></tr>
</table>

Análisis del problema

Con respecto a la interrogante del problema ¿cuántas botellas se llenan en total? Se deduce que el primer objetivo es encontrar la cantidad de gaseosa que se encuentra al reunir el contenido de los tres tanques, para esto se hace uso de una suma 125,8+85,5+99,2=310,5

Así pues, la situación se puede replantear de la siguiente forma ¿Cuántas botellas con capacidad de 1,25 litros se pueden llenar con 310,5 litros de gaseosa?

Teniendo como referencia el siguiente esquema que representa el enunciado anterior y la situación problema, a través de una representación gráfica en forma de matriz

Botellas		Litros gaseosa
1	----------->	1,25 L
X	----------->	310,5 L

Se puede reconocer bajo la categoría de isomorfismo de medida que plantea Vergnaud, pues existe una proporcionalidad simple directa entre las dos magnitudes implicadas (Botellas y litros de gaseosa), así se puede establecer una relación funcional lineal entre la cantidad de litros de gaseosa y la cantidad de botellas que se podrían llenar.

X representa la cantidad que se quiere hallar. Teniendo en cuenta que 1,25 litros y 310,5 litros pertenecen a la misma categoría de medidas, se puede establecer el operador escalar $*\frac{310,5}{1,25}$ que permite pasar de 1,25 litros a 310,5 litros en la columna número de bloques de mármol. De acuerdo a la relación funcional este mismo operador escalar $*\frac{310,5}{1,25}$ permite pasar de 1 botella a la cantidad desconocida X. Por consiguiente $x = 1\ botella * \frac{310,5}{1,25} = 248,4\ botellas$.

Enunciado de la actividad

La torta para el cumpleaños de Paula costó $55.500 y la van a pagar entre sus tres tías. ¿Cuánto dinero tendría que pagar cada una de ellas dado que dividirán la cuenta en partes iguales? (U4, E336, P158).

<table>
<tr><th colspan="5">Ficha en consideración a la naturaleza de la actividad como problema</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación contextualizada: Se quiere conocer cuánto dinero debe aportar una mujer para comprar la torta de su sobrina.
Relación con las matemáticas: el enunciado muestra una situación de orden multiplicativa, acuñando el concepto de fracción.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Esta actividad tiene relación con el estándar E2 de la siguiente manera:
• Utilizando cuatro cantidades racionales en su expresión de entera: $55.500 que es el costo de la torta y las 3 tías.
• Se intenta resolver la situación problema que es hallar el dinero que debe aportar cada tía.
• Esta situación puede ser resuelta con la siguiente operación aritmética $\frac{55.500}{3}$.
El enunciado en relación al estándar E3 cumple sus características, pues la resolución del problema deja ver que la situación planteada tiene estructura multiplicativa, porque en su proceso de resolución se hace uso de una división $\frac{55.500}{3}$. El dominio numérico son las fracciones, en concordancia a la expresión anterior y las características parte todo.</td></tr>
</table>

Principalmente es un enunciado verbal	Si	X	No	
	Situación planteada: Se conoce cuanto se pagará por una torta entre tres personas y se quiere averiguar cuánto debe pagar cada una de ellas. Relación entre cantidades: Las tres tías pagan $55.500 por la torta. Expresión aritmética sobre posible solución: $\frac{55.500}{3}$.			
Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta	Si	X	No	
	Cantidades en el enunciado: existen dos cantidades, 3 tías y $55.500. Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio. Interrogante: ¿Cuánto dinero tendría que pagar cada una de ellas dado que dividirán la cuenta en partes iguales?			
Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado	Si	X	No	
	Para solucionar el problema, se utiliza procesos algorítmicos relacionados a la multiplicación de número decimales, tema que está expuesto en la sección 4,3, unidad cuatro del libro donde se encuentran actividades similares, en modo de explicación o ejemplo.			

Análisis del problema
Para aclarar la categoría a la cual corresponde el problema se manifiesta el enunciado de la siguiente forma - Una torta vale $55.500, el triple de lo que aporta cada tía ¿Cuánto aporta cada tía? Se pueden distinguir tres cantidades, dos conocidas y una desconocida, las primeras son la cantidad sobre el valor de la torta ($55.500) que es una cantidad extensiva, y el escalar 3 (el triple) que funciona como cantidad comparativa entre las otras dos, por esto es una cantidad intensiva; ahora la cantidad desconocida es el aporte monetario de cada tía, de orden extensiva. Bajo estas características y previniendo que con ayuda de una división entre las cantidades conocidas se puede hallar la cantidad desconocida catalogamos este problema como de comparación. Observando la estructura operativa de la división que da respuesta al problema $55.500 / 3 (triple) = $18.500 Extensiva / Intensiva = Extensiva Se evidencia que el problema se sub-clasifica como **partición-cuantificador.**

Enunciado de la actividad

En su última visita a Panamá, un grupo de amigos tomaron un transporte especial para llevar sus compras. Por este transporte tuvieron que pagar en total 57 dólares. Si cada uno tuvo que aportar 9,50 dólares, ¿cuántos amigos tomaron el transporte? (U4, E337, P158).

Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas	Si	X	No	
	Situación contextualizada: Se quiere conocer cuántas personas en conjunto tomaron un servicio de transporte particular. Relación con las matemáticas: el enunciado muestra una situación de orden multiplicativa, acuñando el concepto de repartición.			
Están	Si	X	No	

<table>
<tr><td>elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar</td><td colspan="4">Esta actividad tiene relación con el estándar E2 de la siguiente manera:
Utilizando dos cantidades racionales en su expresión de entera y decimal: 57 dólares que es el aporte en conjunto y 9,50 dólares que es el aporte individual.
Se intenta resolver la situación problema que es hallar la cantidad de personas que viajaron.
Esta situación puede ser resuelta con la siguiente operación aritmética $\frac{57}{9,50}$.
El enunciado en relación al estándar E3 cumple sus características, pues la resolución del problema deja ver que la situación planteada tiene estructura multiplicativa, porque en su proceso de resolución se hace uso de una división $\frac{57}{9,50}$. El dominio numérico son las fracciones, en concordancia a la expresión anterior y las características parte todo.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Principalmente es un enunciado verbal</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación planteada: Se conoce cuanto se pagará por un servicio de transporte de forma grupal y aporte individual, se quiere saber cuántas personas hicieron uso del servicio.
Relación entre cantidades: Esto se puede observar con el siguiente esquema

Cantidad de personas | | Dinero recolectado
1 -----------> $9,5
x -----------> $57

Expresión aritmética sobre posible solución: $\frac{55.500}{3}$.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Cantidades en el enunciado: existen dos cantidades, $9,50 y $57.
Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio.
Interrogante: ¿cuántos amigos tomaron el transporte?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Para solucionar el problema, se utiliza procesos algorítmicos relacionados a la multiplicación de número decimales, tema que está expuesto en la sección 4,3, unidad cuatro del libro donde se encuentran actividades similares, en modo de explicación o ejemplo.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Análisis del problema</td></tr>
<tr><td>En relación al siguiente esquema
Cantidad de personas | | Dinero recolectado
1 -----------> $9,5
x -----------> $57

Se puede reconocer el problema bajo la categoría de isomorfismo de medida que plantea Vergnaud, pues existe una proporcionalidad simple directa entre las dos magnitudes implicadas (personas y dinero), así se puede establecer una relación funcional lineal entre la cantidad de personas que aportan y el dinero que se recolecta entre ellas.</td></tr>
</table>

Teniendo en cuenta que \$9,5 y \$57 pertenecen a la misma categoría de medidas, se puede establecer el operador escalar $*\frac{57}{9,5}=*6$ que permite pasar de \$9,5 a \$57 en la columna de dinero recolectado. De acuerdo a la relación funcional este mismo operador escalar $*6$ permite pasar de 1 persona a la cantidad desconocida X. Por consiguiente $X = 1\,persona * 6 = 6\,personas$.

Enunciado de la actividad

Sandra compró 88,9 kg de cereal y los va a empacar en bolsas de 0,35kg cada una. ¿Cuántas bolsas podrá llenar? (U4, E338, P158).

<table>
<tr><td rowspan="2">Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación contextualizada: Se quiere empacar una cantidad de cereal en bolsas.
Relación con las matemáticas: el enunciado muestra una situación de orden multiplicativa, acuñando el concepto de repartición.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Esta actividad tiene relación con el estándar E2 de la siguiente manera:
• Utilizando dos cantidades racionales en su expresión decimal: 88,9 kg como la cantidad de cereal y 0,35 como la cantidad de cereal que se puede guardar en cada bolsa.
• Se intenta resolver la situación problema que es hallar la cantidad bolsas necesarias para guardar todo el cereal.
• Esta situación puede ser resuelta con la siguiente operación aritmética $\frac{88,9}{0,35}$.
El enunciado en relación al estándar E3 cumple sus características, pues la resolución del problema deja ver que la situación planteada tiene estructura multiplicativa, porque en su proceso de resolución se hace uso de una división $\frac{88,9}{0,35}$. El dominio numérico son las fracciones, en concordancia a la expresión anterior y las características parte todo.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Principalmente es un enunciado verbal</td><td>Si</td><td>x</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación planteada: Se conoce cuánto pesa una cantidad de cereal y la capacidad de una bolsa para guardar cereal, se quiere saber cuántas bolsas se necesitan para guardar todo el cereal.
Relación entre cantidades: Esto se puede observar con el siguiente esquema
Cantidad de bolsas — Peso en cereal
1 -----------> $0,35kg$
x -----------> $88,9kg$

Expresión aritmética sobre posible solución: $\frac{88,9}{0,35}$.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Cantidades en el enunciado: existen dos cantidades, 88,9kg 0,35kg.
Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio.
Interrogante: ¿Cuántas bolsas podrá llenar?</td></tr>
<tr><td>Proporciona la</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
</table>

práctica de un conocimiento ya abordado	Para solucionar el problema, se utiliza procesos algorítmicos relacionados a la multiplicación de número decimales, tema que está expuesto en la sección 4,3, unidad cuatro del libro donde se encuentran actividades similares, en modo de explicación o ejemplo.

Análisis del problema
En relación al siguiente esquema Cantidad de bolsas — Peso en cereal 1 -----------> $0{,}35kg$ x -----------> $88{,}9kg$ Se puede reconocer el problema bajo la categoría de isomorfismo de medida que plantea Vergnaud, pues existe una proporcionalidad simple directa entre las dos magnitudes implicadas (bolsas y peso) así se puede establecer una relación funcional lineal entre la cantidad de bolsas y la cantidad de cereal que pueden contener en conjunto. Teniendo en cuenta que 0,35 kg y 88,9 kg pertenecen a la misma categoría de medidas, se puede establecer el operador escalar $*\frac{88{,}9}{0{,}35} =* 254$ que permite pasar de 0,35 kg a 88,9 kg en la columna de peso. De acuerdo a la relación funcional este mismo operador escalar $*\,254$ permite pasar de 1 pbolsa a la cantidad desconocida X. Por consiguiente $X = 1\ bolsa * 254 = 254\ bolsas$.

Enunciado de la actividad

Una caja llena de frascos de mermelada pesa 40,6 kilogramos. Si se sabe que cada frasco lleno pesa 0,675 kilogramos ¿Cuántos frascos hay en la caja si todos pesan lo mismo? (U4, E341, P158).

Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas	Si	X	No	
	Situación contextualizada: Se quiere saber cuántos frascos de mermelada contiene una caja. Relación con las matemáticas: el enunciado muestra una situación de orden multiplicativa, acuñando el concepto de repartición.			
Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar	Si	X	No	
	Esta actividad tiene relación con el estándar **E2** de la siguiente manera: • Utilizando dos cantidades racionales en su expresión decimal: 40,6 kg que es el peso de todos los frascos de mermelada y 0,675 kg que es lo que pesa cada frasco de mermelada. • Se intenta resolver la situación problema que es hallar la cantidad de frascos contenidos en la caja. • Esta situación puede ser resuelta con la siguiente operación aritmética $\frac{40{,}6}{0{,}675}$. El enunciado en relación al estándar E3 cumple sus características, pues la resolución del problema deja ver que la situación planteada tiene estructura multiplicativa, porque en su proceso de resolución se hace uso de una división $\frac{40{,}6}{0{,}675}$. El dominio numérico son las fracciones, en concordancia a la expresión anterior y las características parte todo.			
Principalmente	Si	X	No	

<table>
<tr><td>es un enunciado verbal</td><td colspan="4">Situación planteada: Se conoce cuánto pesa una cantidad de frascos de mermelada y el peso de cada frasco, se quiere saber cuántas son los frascos.
Relación entre cantidades: Esto se puede observar con el siguiente esquema

Cantidad de frascos — Peso
1 -----------> $0{,}675kg$
x -----------> $40{,}6kg$

Expresión aritmética sobre posible solución: $\frac{40{,}6}{0{,}675}$.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Cantidades en el enunciado: existen dos cantidades, 40,6kg 0,675kg.
Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio.
Interrogante: ¿Cuántos frascos hay en la caja si todos pesan lo mismo?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Para solucionar el problema, se utiliza procesos algorítmicos relacionados a la multiplicación de número decimales, tema que está expuesto en la sección 4,3, unidad cuatro del libro donde se encuentran actividades similares, en modo de explicación o ejemplo.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Análisis del problema</td></tr>
<tr><td>En relación al siguiente esquema
Cantidad de frascos — Peso
1 -----------> $0{,}675kg$
x -----------> $40{,}6kg$

Se puede reconocer el problema bajo la categoría de isomorfismo de medida que plantea Vergnaud, pues existe una proporcionalidad simple directa entre las dos magnitudes implicadas (frascos y peso) así se puede establecer una relación funcional lineal entre la cantidad de frascos y el peso de estos.
Teniendo en cuenta que 0,675 kg y 40,6 kg pertenecen a la misma categoría de medidas, se puede establecer el operador escalar $*\frac{40{,}6}{0{,}675}$ que permite pasar 0,675 kg a 40,6 kg en la columna de peso. De acuerdo a la relación funcional este mismo operador escalar $*\frac{40{,}6}{0{,}675}$ permite pasar de 1frasco a la cantidad desconocida X. Por consiguiente $X = 1\ frasco * \frac{40{,}6}{0{,}675}$.</td></tr>
</table>

A continuación presentamos las fichas de análisis de las actividades como problema para el libro de séptimo.

Enunciado de la actividad

Para confeccionar una chaqueta se requieren 3,25 metros de tela. Si se tiene 22,75 metros de tela, ¿Cuántas chaquetas se pueden confeccionar? (U2, E253, P84)[3].

<table>
<tr><td rowspan="2">Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas</td><td>Sí</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación contextualizada: confección de una prenda de vestir.
Relación con las matemáticas: La medida y la comparación pues se relacionan cantidades de tela con número de chaquetas.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Esta actividad tiene relación con el estándar E2 de la siguiente manera:
• Utilizando dos cantidades continuas en su expresión decimal: los 3,25 metros que es la longitud de la tela que se requiere para fabricar una chaqueta y los 22,75 metros de tela disponible para realizar las chaquetas.
• Para resolver la situación problema que sería ¿Cuántas chaquetas puedo fabricar con 22,75 metros de tela? Aquí podemos evidenciar que el problema está en el contexto de medida de la confección (fabricación) de prendas de vestir.
• Esta situación puede ser resuelta con la siguiente operación $\frac{22,75}{3,25} = 7$, por lo que la cantidad de chaquetas que se pueden confeccionar son siete.
También tiene relación con en el E3 ya que dicha situación es de orden multiplicativo
La resolución del problema deja ver que la situación que plantea tiene estructura multiplicativa, porque se puede solucionar por una división, como se vio anteriormente la expresión $\frac{22,75}{3,25}$. El dominio numérico son los números racionales ya que las cantidades 3,25 y 22,75 son expresiones decimales de números en este conjunto numérico.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Principalmente es enunciado verbal</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación planteada: Existe una cantidad de tela y se quiere encontrar la cantidad de chaquetas que se pueden fabricar con dicha tela.
Relación entre cantidades: Observable de acuerdo al siguiente diagrama
<table><tr><td>Cantidad de chaquetas</td><td></td><td>Metros de tela</td></tr><tr><td>1 ch</td><td>---------------→</td><td>3,25 m</td></tr><tr><td>X</td><td>---------------→</td><td>22,75 m</td></tr></table>Expresión aritmética sobre posible solución: $\frac{22,75}{3,25}$.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">¿Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta?</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Cantidades en el enunciado: hay tres cantidades de dos espacios de medida posibles, 1 chaqueta, 3,25 m de tela, y 22,75 m de tela.
Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio.
Interrogante: ¿Cuántas chaquetas se pueden confeccionar con 22,75 m de tela?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Proporciona la práctica de un conocimiento ya</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Se soluciona utilizando la división de números decimales, que es el tema expuesto en la sección 2,10 del libro donde se encuentran actividades similares</td></tr>
</table>

[3] En esta notación U significa unidad, E número de ejercicio y P página donde se encuentra.

abordado	a modo de ejemplos desarrollados.

Análisis del problema
Teniendo como referencia el siguiente esquema que representa el enunciado y la situación problema a través de una representación gráfica en forma de matriz Cantidad de chaquetas | | Metros de tela 1 ch | -------------→ | 3,25 m X | -------------→ | 22,75 m Se puede reconocer bajo la categoría de isomorfismo de medida pues existe una proporcionalidad simple directa entre las dos magnitudes implicadas (cantidad de chaquetas y metros de tela). Teniendo en cuenta que 3,25 m y 22,75 m pertenecen a la misma categoría de medidas, se puede establecer el operador escalar $* \frac{22,75}{3,25} = * 7$ que permite pasar de 3,25 m a 3,75 m en la columna de metros de tela. De acuerdo a la relación funcional este mismo operador escalar $*$ 7 permite pasar de 1 ch a x ch. Por consiguiente $x = 1ch * 7 = 7ch$.

Enunciado de la actividad

Una máquina perforadora realiza una perforación en un pozo petrolero de 830, 52 m de profundidad. Si en 12,5 horas ha perforado la totalidad ¿Cuántos metros perforó por hora? (U2, E254, P84).

Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas	Sí	X	No	
	Situación contextualizada: Perforación de un pozo petrolero con ayuda de una máquina. Relación con las matemáticas: relación entre cantidades de unidad fisca.			
Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar	Si	X	No	
	Esta actividad tiene relación con el estándar **E2** de la siguiente manera: • Utilizando las cantidades decimales en este caso la profundidad del pozo que es 830, 52 m y las horas que empleó para realizar la perforación del pozo, • Para resolver la situación problema que sería ¿Cuántos metros perforó por hora? Realizamos el siguiente esquema, donde utilizamos una relación funcional de la siguiente manera 830, 52 m ------------ 12 h x ----------- 1h Este problema puede ser resuelto utilizando una división o un operador escalar con el fin de encontrar la cantidad desconocida (x) de la siguiente manera $\frac{830,52m}{12\,h}$ = 69,21 También tiene relación con en el E3 ya que dicha situación es de orden multiplicativo Al resolver la anterior situación podemos afirmar que tiene una estructura de			

<table>
<tr><td></td><td colspan="4">tipo multiplicativo, ya que como lo plantea Vergnaud (1990) los problemas de tipo multiplicativo, aquellas situaciones que pueden ser solucionados por una multiplicación, división o combinación de ambas. Ene l contexto de medida, donde hay un dominio numérico en este se están involucrando los números decimales.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Principalmente es enunciado verbal</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación planteada: Una maquina ha perforado un pozo, se conoce la distancia del pozo y el tiempo que tardo el procedimiento, y se desea averiguar la velocidad promedio a la que perforaba la máquina.
Relación entre cantidades: Para perforar 830,52 metros se requiere un tiempo de 12 horas, y para perforar x metros se requiere de una hora.
Expresión aritmética sobre posible solución: $\frac{830{,}52m}{12\,h}$ = 69,21.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">¿Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta?</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Cantidades en el enunciado: hay tres cantidades de dos dimensiones posibles, 830,52 metros, 1 metro, y 12 horas.
Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio.
Interrogante: ¿Cuánta distancia perfora la maquina en una hora?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Para solucionar el problema, se utiliza la división de números decimales, tema que está expuesto en la sección 2.10 del libro donde se encuentran actividades similares, en modo de explicación</td></tr>
</table>

Análisis del problema

Estableciendo una relación funcional entre la profundidad perforada y el tiempo requerido este problema está resuelto como división utilizando un operador funcional con el fin de encontrar la cantidad desconocida el cual se muestra en la siguiente tabla

Profundidad		Tiempo requerido
X m	-------------→	1 h
830,52 m	-------------→	12,5 h

El anterior problema se encuentra en la categoría de isomorfismo de medida, consiste en una proporción simple y directa entre dos espacios de medida, donde las cantidades en este caso son la profundidad del pozo, 830,52 m y lo que la maquina se tarda en perforar el pozo por cada hora. Teniendo en cuenta que 3,25 m y 22,75 m pertenecen a la misma categoría de medidas, se puede establecer el operador escalar $*\frac{830{,}52}{12{,}5} = 65$ De acuerdo a la relación funcional este mismo operador escalar 65 permite pasar de 1 hora x h. Por consiguiente $x = 1h * 65m = 65m$. h

Enunciado de la actividad

Para pintar $\frac{72}{5}\,m^2$ se requiere $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$ de galón de pintura ¿Cuántos metros cuadrados se pintarán con dos galones de pintura? (U2, E255, P84)

<table>
<tr><td rowspan="2">Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas</td><td>Sí</td><td>x</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación contextualizada: Se trata sobre pintar una región plana.
Relación con las matemáticas: Es un análisis de cantidades, debido a que se interesa en averiguar cuánta pintura se necesita para pintar cierta cantidad de área.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar</td><td>Si</td><td>x</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Esta actividad tiene relación con el estándar E2 de la siguiente manera:
• Utilizando las cantidades fraccionarias y enteras el área que se pinta con $\frac{1}{4}\ galon$ que sería $\frac{72\ m^2}{5\ h}$ y los 2 galones para pintar cierta cantidad de pintura.
• Para resolver la situación problema que sería ¿Cuántos metros cuadrados se pintarán con dos galones de pintura?
Esta situación puede ser resuelta con la siguiente operación $\frac{72}{5} * 8$
También tiene relación con en el E3 ya que dicha situación es de orden multiplicativo
Al resolver la anterior situación podemos afirmar que tiene una estructura de tipo multiplicativo, ya que como lo plantea Vergnaud los problemas de tipo multiplicativo, aquellas situaciones que pueden ser solucionados por una multiplicación, división o combinación de ambas.
Este problema se soluciona utilizando la combinación de las dos operaciones división y la multiplicación.
Ya que para saber ¿Cuánta área se alcanzan a pintar con 2 galones? Se realiza la siguiente operación 2 $\left(\frac{72}{5}\right)$ y luego se divide en $\left(\frac{1}{4}\right)$

También tiene relación con en el E3 ya que dicha situación es de orden multiplicativo:
La resolución del problema deja ver que la situación que plantea tiene estructura multiplicativa, porque se puede solucionar por una división, como se vio anteriormente la expresión $\mathbf{\frac{72}{5} * 8}$. El dominio numérico son los números racionales ya que las cantidades $\mathbf{\frac{72}{5}}$ y $\mathbf{\frac{1}{4}}$ son expresiones decimales de números en este conjunto numérico.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Principalmente es enunciado verbal</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación planteada: Se conoce un área plana y se quiere saber cuánta pintura es necesaria para pintar el área.
Relación entre cantidades: Observable de acuerdo al siguiente diagrama

Cantidad de Pintura (galones) — Área pintada (metros cuadrados)
$\frac{1}{4}\ gl$ ___________ $\frac{72}{5}\ m$
2 gl ___________ x

Expresión aritmética sobre posible solución: $\mathbf{\frac{72}{5} * 8.}$</td></tr>
<tr><td>¿Establece</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>relaciones entre cantidades planteando una pregunta?</td><td colspan="4">Cantidades en el enunciado: Hay tres cantidades de dos dimensiones, $\frac{1}{4}\ gl, 2\ gl, y \frac{72}{5} m.$
Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio.
Interrogante: ¿Cuántos metros cuadrados se pintarán con dos galones de pintura?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Para solucionar el problema, se utiliza la multiplicación de números racionales, tema que está expuesto en la sección 2.10 del libro donde se encuentran actividades similares, en modo de explicación.</td></tr>
</table>

Análisis del problema

Analizando el anterior problema, se puede representar el enunciado y la situación a través de una gráfica de la siguiente manera, en forma de matriz, para observar cual es la cantidad desconocida

$$\begin{array}{ccc} \text{Cantidad de pintura (galones)} & & \text{Área pintada } (m^2) \\ \frac{1}{4}\ gl & \text{----------->} & \frac{72}{5} m^2 \\ 2\ gl & \text{----------->} & x \end{array}$$

Se puede reconocer bajo la categoría de isomorfismo de medida que plantea Vergnaud, ya que existe una proporcionalidad simple directa entre las dos magnitudes implicadas (cantidad de pintura y el área pintada.

Se puede evidenciar que existe una relación entre dos espacios de medida, la cantidad de pintura y el área que se pinta medida en metros cuadrados, y estas dos cantidades se expresan por medio de una fracción.

Para resolver la situación ¿Cuánta área se pinta con dos galones de pintura? Se debe hacer uso del operador $*\, 8$ sobre la cantidad $\frac{72}{5}\ m$, debido a que este mismo operador permite pasar de la cantidad $\frac{1}{4}\ gl$ a 2 gl en el mismo espacio de medida.

Enunciado de la actividad

Un coco tiene un promedio de 0.4 litros de agua. Si cada jugo tropical a base de agua de coco producido por una compañía contiene 0,125 litros ¿cuántos cocos son necesarios para preparar 50 jugos? (U2, E256, P84)

<table>
<tr><td rowspan="2">Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas</td><td>Sí</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación contextualizada: preparar jugos a base de agua de coco.
Relación con las matemáticas: Establecer una relación funcional lineal entre dos espacios de medida, teniendo en cuenta cuatro cantidades.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Esta actividad tiene relación con el estándar E2 de la siguiente manera:
• Utilizando dos cantidades racionales en su expresión decimal: 0.4 litros de agua que contiene 1 coco y 0.125 litros de agua que contiene un jugo.
• Para resolver la situación problema que sería ¿cuántos cocos son necesarios para preparar 50 jugos?
Aquí podemos evidenciar que el problema está en el contexto de medida de</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td colspan="4">preparar jugos.
• Esta situación puede ser resuelta con las siguientes operaciones $\frac{0,125*50}{0,4}$
También tiene relación con en el E3 ya que dicha situación es de orden multiplicativo
La resolución del problema deja ver que la situación que plantea tiene estructura multiplicativa, porque se puede solucionar por una multiplicación y una división. El dominio numérico son los números racionales ya que las cantidades 0,125 50 y 0,4 son expresiones decimales de números en este conjunto numérico.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Principalmente es enunciado verbal</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación planteada: se quiere saber cuántos cocos se necesitan para crear una cantidad de coópteles.
Relación entre cantidades: Se sabe que 1 coco tiene un promedio de 0.4 litros de agua y 1 jugo tropical contiene 0,125 litros de agua de coco.
Expresión aritmética sobre posible solución: $\frac{0,125*50}{0,4}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">¿Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta?</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Cantidades en el enunciado: Se expresan las cantidades de 0.4 litros, 0,125 litros, 50 cocos.
Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio.
Interrogante: ¿cuántos cocos son necesarios para preparar 50 jugos?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Para solucionar el problema, se utiliza la división y multiplicación de números decimales, tema que está expuesto en la sección 2.10 del libro donde se encuentran actividades similares, en modo de explicación.</td></tr>
</table>

Análisis del problema.

En una perspectiva de resolución sobre la situación "Un coco tiene un promedio de 0.4 litros de agua. Si cada jugo tropical a base de agua de coco producido por una compañía contiene 0,125 litros ¿cuántos cocos son necesarios para preparar 50 jugos?" se debe considerar una situación interna emergente:

- Si 1 jugo necesita de 0,125 litros de agua de coco ¿cuántos litros de agua de coco se necesitan para 50 jugos?

Este nuevo problema sería catalogado bajo la categoría de isomorfismo de medida debido a que existe una proporcionalidad simple directa entre los dos espacios de medida (litros de agua de coco, cantidad de jugos), este hecho es reflejado bajo la extensión de la siguiente matriz

Jugos		Litros de agua
1 jug	-------------→	0,125 lt
50 jug	-------------→	x

Para encontrar la cantidad relacionada a la incógnita x, se puede hacer uso del operador funcional $*\,0,125\frac{lt}{jug}$ sobre la cantidad de 50 jug, pues este operador representa el coeficiente de proporcionalidad que puede ser obtenido observando la relación de 1 jug con 0,125 lt.

$$x = 50jug * 0,125\frac{lt}{jug} = 6,25lt$$

Así pues para 50 jugos se necesita de 6,25 lt de agua de coco. Con esta última información se replantea el enunciado original de la siguiente forma: - Un coco tiene un promedio de 0.4 litros de agua ¿Cuántos cocos son necesarios para 6,25 litros de agua? Este enunciado se plantea de acuerdo al enunciado original y el resultado anteriormente obtenido. Debido a que para 50 jugos se necesita de 6,25 litros de agua de coco, al dar respuesta a la última pregunta se dará a la vez respuesta la pregunta ¿cuántos cocos son necesarios para preparar 50 jugos? Este último problema sería nuevamente catalogado bajo la categoría de isomorfismo de medida debido a que existe una proporcionalidad simple directa entre los dos espacios de medida (litros de agua de coco, cantidad de cocos), este hecho es reflejado bajo la extensión de la siguiente matriz Cocos | | Litros de agua 1 co | -------------→ | 0,4 lt y co | -------------→ | 6,25 lt Para conocer la cantidad de cocos bajo la variable "y" se utiliza el operador escalar $*\frac{6,25}{0,4}$ aplicado a la cantidad de 1 co. $y = 1co * \frac{6,25}{0,4} = 15,625\ co$ Con esto se sabe que para preparar 50 jugos se necesita de 15,625 cocos. A pesar de que el análisis se haya hecho en torno a dos enunciados que se desprenden del original, consideramos que por sentido de contenencia el problema original debe ser considerado bajo la categoría de isomorfismo de medida.

Enunciado de la actividad

Juan y Pedro realizaron un viaje en automóvil a una ciudad del noreste por una carretera. En el primer día, Juan condujo 1/3 del recorrido total. Mientras, que en el segundo día, Pedro manejó 1/5 del recorrido total. De este modo, los restantes 1.120 km fueron conducidos en dos días. ¿Cuántos kilómetros se registraron durante todo el viaje? (U2, E468, P105)

Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas	Sí	X	No	
	Situación contextualizada: El enunciado describe el viaje en automóvil que realizan Juan y Pedro a una ciudad que queda al Noreste, habla sobre las distancias recorridas y el tiempo que se tardaron estas. Relación con las matemáticas: se trata sobre el proceso general de medida y comparación.			
Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar	Si	X	No	
	Respecto al estándar E2 se puede encontrar que el enunciado propone el uso de los números racionales, pues las magnitudes allí presentadas son expresiones de dichos números: 1/3 del recorrido (expresión de razón), 1/5 del recorrido (expresión razón), 1.120 km (expresión entera). El problema a resolver es el intentar hallar la distancia total del viaje, utilizando los datos que allí se			

<table>
<tr><td></td><td colspan="4">muestran, estos indican fracciones del recorrido y una parte de la distancia total. En relación al estándar E3 puede verse un contexto claro pues se trata de un viaje, el tiempo tomado y una parte medida de la distancia, el dominio numérico está en relación a las fracciones, pues se está refiriendo a partes del total del viaje en las expresiones “1/3 del recorrido total… 1/5 del recorrido total”, este problema puede ser considerado de tipo multiplicativo cuando se observa la siguiente representación numérica y operacional como parte del procedimiento de solución:
$$x = \frac{1}{\left(1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right)\right)} * 1.120\ km$$
Donde *x* representa la distancia total del recorrido.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Principalmente es enunciado verbal</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación planteada: Se sabe sobre algunas distancias parciales de un recorrido y se intenta saber que distancia total tiene el recorrido.
Relación entre cantidades: Según lo muestra la siguiente representación
<table><tr><td>Fracción del viaje</td><td></td><td>Distancia</td></tr><tr><td>7/15</td><td>---------------→</td><td>1.120 km</td></tr><tr><td>1</td><td>---------------→</td><td>x</td></tr></table>
Expresión aritmética sobre posible solución:
$$x = \frac{1}{\left(1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right)\right)} * 1.120\ km$$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">¿Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta?</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Cantidades en el enunciado: hay una cantidad con dimensión que es 1.120 km y dos cantidades escalares, 1/3 y 1/5.
Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio.
Interrogante: ¿Cuántos kilómetros se registraron durante todo el viaje?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">El enunciado se encuentra propuesto en la sección “Problemas para repasar” de la unidad dos (Números racionales), como lo expone el libro en la página cinco sobre dicha sección “algunos problemas para que apliques lo aprendido”, así pues, estos apoyan la comprensión de los contenidos expuestos.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Análisis del problema</td></tr>
<tr><td>El enunciado no permite ser directamente clasificado en alguna categoría de tipo multiplicativo, debido a que este supone a su vez una situación de tipo aditiva, pues la distancia de 1120 km representa la fracción restante al todo menos las fracciones de distancia ya recorridas de 1/3 y 1/5. Dicha fracción de recorrido correspondiente a los 1.120 km puede calcularse como sigue:
$$1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) = 1 - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$$
El anterior resultado muestra que 1.120 km corresponde a 7/15 parte del recorrido total, y en relación a la pregunta ¿Cuántos kilómetros se registraron durante todo el viaje? Se puede establecer el siguiente esquema que representa los anteriores datos a través de una representación gráfica en</td></tr>
</table>

forma de matriz: Fracción del viaje ⟶ Distancia 7/15 -------------→ 1.120 km 1 -------------→ x Con esto se puede reconocer bajo la categoría de isomorfismo de medida que plantea Vergnaud el problema, pues existe una proporcionalidad simple directa entre las dos magnitudes implicadas y construidas luego de dar respuesta a la interrogante implícita sobre la fracción de recorrido correspondiente a 1.120 km, dónde x representa la distancia entera o total del viaje. Las cantidades 1 y 7/15 son escalares, números, relacionados linealmente a las distancias 1.120 km y x correspondientemente. Así pues al determinar un operador escalar que permita pasar de 7/5 a 1 este podrá ser replicado para pasar de 1.120 km a x, mostrando esta última como una cantidad determinada, dicho operador escalar es la combinación de los operadores *15 y :7 que es *15/7, así pues la incógnita puede encontrarse con ayuda del siguiente procedimiento. $x = 1.120\ km * \frac{15}{7} = 2.400\ km$ En otra perspectiva por la estructura de la matriz anterior se puede afirmar que el problema puede ser resuelto con una división.

Enunciado del problema

Responda las preguntas 469 a 471 de acuerdo con la siguiente información.

Composición mineral (en mg por litro)	
Calcio	90
Magnesio	9,6
Sodio	31,9
Potasio	6,2
Bicarbonato	…
Total	143

Calcular la cantidad de bicarbonato contenido en un litro de esta agua mineral. (U2, E469, P105).

Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas	Sí	X	No	
	Situación contextualizada: Análisis en torno a la composición de elementos o ingredientes en un producto de consumo. Relación con las matemáticas: Respecto al análisis de cantidades teniendo en cuenta una proporcionalidad presentada.			
Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar	Si	X	No	
	Respecto al estándar E2 es claro el uso de números racionales en expresión decimal: 9,6 mg, 31,9 mg, 6,2 mg, 90mg y 143 mg, datos que son utilizados para resolver un problema de medida, pues se quiere encontrar una cantidad decimal exacta sobre la cantidad de bicarbonato en mg por litro de agua.			
Principalmente es enunciado verbal	Si	X	No	
	Situación planteada: Buscar la cantidad de bicarbonato si se conoce la cantidad			

	de los demás elementos y la cantidad total de este conjunto añadiendo el bicarbonato. Relación entre cantidades: Se sabe que en cada litro de agua se encontrara: 90 miligramos de calcio, 9,6 miligramos de magnesio, 31,9 miligramos de sodio, y 6,2 miligramos de potasio. Expresión aritmética sobre posible solución: $143 - (90 + 31{,}9 + 9{,}6 + 6{,}2)$			
¿Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta?	Si	X	No	
	Cantidades en el enunciado: hay 6 cantidades en representación decimal repartidos en dos espacios muéstrales 143 mg, 90 mg, 31,9 mg, 9,6 mg, 6,2 mg, 1 litro. Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio. Interrogante: Calcular la cantidad de bicarbonato contenido en un litro de esta agua mineral.			
Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado	Si	X	No	
	El enunciado se encuentra propuesto en la sección "Problemas para repasar" de la unidad dos (Números racionales), como lo expone el libro en la página cinco sobre dicha sección "algunos problemas para que apliques lo aprendido", así pues, estos apoyan la comprensión de los contenidos expuestos.			

Debido a que este enunciado no es una situación de tipo multiplicativo no consideramos realizar un análisis del mismo.

Enunciado de la actividad

Calcular la cantidad de calcio que hay en una botella de 600 ml de esta botella de agua mineral. (U2, E470, P105).

Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas	Sí	X	No	
	Situación contextualizada: Análisis en torno a la composición de elementos o ingredientes en un producto de consumo. Relación con las matemáticas: Respecto al análisis de cantidades teniendo en cuenta una proporcionalidad presentada.			
Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar.	Si	X	No	
	Respecto al estándar E2 es claro el uso de números racionales en expresión decimal: 9,6 mg, 31,9 mg, 6,2 mg, 90mg y 143 mg, datos que son utilizados para resolver un problema de medida, pues se quiere encontrar una cantidad decimal exacta sobre la cantidad de calcio en mg por 600 mL de agua. Respecto al estándar E3 es evidente que hay un dominio numérico, las fracciones principalmente en expresiones como "mg por litro", además por la expresión decimal de medidas. Es notorio la implicación del contexto real pues se trata de la composición de un litro de agua. Finalmente este enunciado puede ser considerado como una actividad de tipo multiplicativo debido a que en su procedimiento de resolución puede expresarse una multiplicación $x = \frac{600}{1000} * 90\ mg$ Donde x representa la cantidad de mg de calcio en 600 mL de agua.			
Principalmente	Si	X	No	

es enunciado verbal	Situación planteada: Buscar la cantidad de bicarbonato en una cantidad de agua. Relación entre cantidades: Se sabe que en cada litro de agua se encontrara 90 miligramos de calcio. Expresión aritmética sobre posible solución: $x = \frac{600}{1000} * 90\ mg$			
¿Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta?	Si	X	No	
	Cantidades en el enunciado: hay 6 cantidades en representación decimal repartidos en dos espacios muéstrales 143 mg, 90 mg, 31,9 mg, 9,6 mg, 6,2 mg, 1 litro. Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio. Interrogante: Calcular la cantidad de calcio que hay en una botella de 600 mL de esta botella de agua mineral.			
Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado	Si	X	No	
	El enunciado se encuentra propuesto en la sección "Problemas para repasar" de la unidad dos (Números racionales), como lo expone el libro en la página cinco sobre dicha sección "algunos problemas para que apliques lo aprendido", así pues, estos apoyan la comprensión de los contenidos expuestos.			

Análisis del problema
Antes de realizar una categorización del problema reformulamos el enunciado de tal forma que se pueda establecer una equivalencia entre unidades de medida (mL y L), para poder relacionar las cantidades involucradas: - En 1.000 mL de agua hay 90 mg de Calcio ¿cuántos mg de calcio hay en 600 mL de agua? Teniendo como referencia el siguiente esquema que representa el enunciado y la situación problema a través de una representación gráfica en forma de matriz Cantidad de Calcio — Cantidad de agua 90 mg -------------→ 1.000 mL X -------------→ 600 mL Se puede reconocer bajo la categoría de isomorfismo de medida que plantea Vergnaud, pues existe una proporcionalidad simple directa entre las dos magnitudes implicadas (cantidad de Calcio y litros de agua). Teniendo en cuenta que 600 mL y 1000 mL pertenecen a la misma categoría de medidas, se puede establecer el operador escalar $* \frac{600}{1000} = * \frac{3}{5}$ que permite pasar de 1000 mL a 600mL en la columna de metros de tela. De acuerdo a la relación funcional este mismo operador escalar $* \frac{3}{5}$ permite pasar de 90 mg a x mg. Por consiguiente $x = 90\ mg * \frac{3}{5} = 57 mg$.

Enunciado de la actividad

¿Qué cantidad de cada tipo de minerales hay en dos litros y medios de está agua mineral? (Unidad 2, problema 471).

Ficha en consideración a la naturaleza de la actividad como problema				
Contiene un contexto de otras	Sí	X	No	
	Situación contextualizada: Análisis en torno a la composición de elementos o			

<table>
<tr><td rowspan="1">ciencias o de experiencias cotidianas</td><td colspan="4">ingredientes en un producto de consumo.
Relación con las matemáticas: Respecto al análisis de cantidades teniendo en cuenta una proporcionalidad presentada.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Respecto al estándar E2 es claro el uso de números racionales en expresión decimal: 9,6 mg, 31,9 mg, 6,2 mg, 90mg y 143 mg, datos que son utilizados para resolver un problema de medida, pues se quiere encontrar una cantidad decimal exacta sobre la cantidad de los elementos en la tabla en relación a 2,5 L de agua.

Respecto al estándar E3 es evidente que hay un dominio numérico, las fracciones principalmente en expresiones como “mg por litro”, además por la expresión decimal de medidas. Es notorio la implicación del contexto real pues se trata de la composición de un litro de agua. Finalmente este enunciado puede ser considerado como una actividad de tipo multiplicativo debido a que en su procedimiento de resolución puede expresarse una multiplicación $x = 2{,}5 * 90\ mg$
Donde x representa la cantidad de mg de calcio en 2,5 L de agua</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Principalmente es enunciado verbal</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación planteada: Buscar la cantidad de cada elemento en relación a una cantidad de agua.
Relación entre cantidades: Se sabe que en cada litro de agua se encontrara: 90 miligramos de calcio, 9,6 miligramos de magnesio, 31,9 miligramos de sodio, y 6,2 miligramos de potasio.
Expresión aritmética sobre posible solución:
$90 * 2{,}5;\ 9{,}6 * 2{,}5;\ 31{,}9 * 2{,}5;\ 6{,}2 * 2{,}5$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">¿Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta?</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Cantidades en el enunciado: hay 6 cantidades en representación decimal repartidos en dos espacios muéstrales 143 mg, 90 mg, 31,9 mg, 9,6 mg, 6,2 mg, 1 litro.
Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio.
Interrogante: ¿Qué cantidad de cada tipo de minerales hay en dos litros y medios de está agua mineral?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">El enunciado se encuentra propuesto en la sección “Problemas para repasar” de la unidad dos (Números racionales), como lo expone el libro en la página cinco sobre dicha sección “algunos problemas para que apliques lo aprendido”, así pues, estos apoyan la comprensión de los contenidos expuestos.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Análisis del problema</td></tr>
<tr><td>La pregunta ¿Qué cantidad de cada tipo de minerales hay en dos litros y medios de está agua mineral?, debe replantearse como 5 preguntas, aludiendo a los distintos compuestos en el agua según lo muestra la tabla del enunciado:
- ¿Qué cantidad de Calcio hay en dos litros y medios de está agua mineral?,
- ¿Qué cantidad de Magnesio hay en dos litros y medios de está agua mineral?,
- ¿Qué cantidad de Sodio hay en dos litros y medios de está agua mineral?,</td></tr>
</table>

- ¿Qué cantidad de Potasio hay en dos litros y medios de está agua mineral?,

Debido a que todas las preguntas mantienen la misma estructura general, al analizar alguna de ellas conjunto a la información principal se hará de forma implícita a las demás preguntas, en este sentido reformulamos el problema inicial como:

- Si en 1 litro de agua mineral hay 90 mg de Calcio ¿Qué cantidad de Calcio hay en dos litros y medios de está agua mineral?

Con este nuevo problema se tendra como referencia el siguiente esquema que representa el enunciado y la situación problema a través de una representación gráfica en forma de matriz

Cantidad de Calcio		Cantidad de agua
90 mg	-------------→	1 L
X	-------------→	2,5 L

Se puede reconocer bajo la categoría de isomorfismo de medida que plantea Vergnaud, pues existe una proporcionalidad simple directa entre las dos magnitudes implicadas (cantidad de Calcio y litros de agua).

Teniendo en cuenta que 2,5 L y 1 L pertenecen a la misma categoría de medidas, se puede establecer el operador escalar $* 2{,}5$ que permite pasar de 1 L a 2,5 L en la columna de cantidad de agua. De acuerdo a la relación funcional este mismo operador escalar $* 2{,}5$ permite pasar de 90 mg a x mg. Por consiguiente $x = 90\ mg * 2{,}5 = 225mg$.

Enunciado de la actividad

Una familia registro la altura de todos sus miembros. La altura del padre era más de 0,50 m de altura de la madre. El niño tenía la mitad de la altura del padre. Si la altura del niño fue de de 1,0 m, ¿cuáles son las medidas de las alturas de los padres? (U2, E472, P105).

<table>
<tr><td rowspan="2">Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas</td><td>Sí</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación contextualizada: Se trata sobre relacionar y conocer las edades de una familia.
Relación con las matemáticas: Las edades son cuantificables de tal manera que se puede hacer una relación o comparación entre ellas.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Esta actividad tiene relación con el estándar E2 de la siguiente manera:
• Utilizando dos cantidades racionales en su expresión decimal: 0,5 m como la diferencia entre las alturas de los padres, 1,0 m como la altura del niño.
• Para resolver la situación problema que sería ¿cuáles son las medidas de las alturas de los padres?
• Esta situación puede ser resuelta con las siguientes operaciones asignadas a dos variables: $x = 1{,}0 * 2$; $y = x + 0{,}5$. Donde “x” representa la altura del padre y “y” la altura de la madre.
También tiene relación con en el E3 ya que dicha situación es de orden multiplicativo
La resolución del problema deja ver que la situación que plantea tiene estructura multiplicativa, porque en su proceso de resolución se hace uso de la</td></tr>
</table>

	multiplicación 1,0*2. El dominio numérico son los números racionales ya que las cantidades 1,0 y 0,5 son expresiones decimales de números en este conjunto numérico.			
Principalmente es enunciado verbal	Si	X	No	
	Situación planteada: Conocer las edades de dos personas conociendo la edad de una tercera y relaciones entre las edades. Relación entre cantidades: la altura del padre respecto a la madre es de 0,5 m mayor, y el niño tiene la mitad de la altura del padre. Expresión aritmética sobre posible solución: $x = 1{,}0 * 2\ ; y = x + 0{,}5$			
¿Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta?	Si	X	No	
	Cantidades en el enunciado: existen tres cantidades, dos de ellas referentes a un espacio, y la otra de naturaleza escalar, 1,0 m, 0,5 m, 1/2 Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio. Interrogante: ¿cuáles son las medidas de las alturas de los padres?			
Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado	Si	X	No	
	El enunciado se encuentra propuesto en la sección “Problemas para repasar” de la unidad dos (Números racionales), como lo expone el libro en la página cinco sobre dicha sección “algunos problemas para que apliques lo aprendido”, así pues, estos apoyan la comprensión de los contenidos expuestos.			

Análisis del problema
Teniendo como principal referencia un posible camino general sobre la resolución del problema se puede saber que hay dos interrogantes particulares, la edad del padre y la edad de la madre. Se puede verificar que la edad del padre se haya por medio de una multiplicación, con este resultado y aplicando una suma se puede encontrar la edad de la madre, por consiguiente el problema en general es una combinación de estructura aditiva y multiplicativa. Como nuestro interés es la parte relacionada a la estructura multiplicativa desprendemos el siguiente problema respecto al problema original: - El niño tenía la mitad de la altura del padre. Si la altura del niño fue de 1,0 m, ¿cuál es la medida de la altura del padre? En este nuevo problema se pueden distinguir tres cantidades, dos conocidas y una desconocida, las primeras son la altura del niño (1,0 m) que es una cantidad extensiva, y el escalar 1/2 que funciona como cantidad comparativa entre las otras dos, la cantidad desconocida que es la cantidad edad del padre es extensiva, bajo estas características y previniendo que con ayuda de una división entre las cantidades conocidas se puede hallar la cantidad desconocida catalogamos este problema como de comparación. Observando la estructura operativa de la división que da respuesta al problema 1,0 (metros) / 1/2 (mitad) = 2,0 (metros) Extensiva / Intensiva = Extensiva Se evidencia que el problema se sub-clasifica como **partición-cuantificador.**

Enunciado de la actividad

En una carrera atlética participaron 1.080 personas de las cuales 3/8 eran mujeres ¿cuántas mujeres participaron en total? (U2, E473, P105).

<table>
<tr><td rowspan="2">Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas</td><td>Sí</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación contextualizada: Una carrera atlética de hombres y mujeres, conociendo una proporción se quiere saber la cantidad de mujeres.
Relación con las matemáticas: Hay evidencia del proceso general de comparación debido a la proporción presentada para la relación entre cantidad de mujeres respecto a cantidad de personas.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Esta actividad tiene relación con el estándar E2 de la siguiente manera:
Utilizando dos cantidades racionales en su expresión entera y de razón: 1.080 personas que participan en la carrera y el escalar 3/8.
Para resolver la situación problema que sería ¿cuántas mujeres participaron en total?
Esta situación puede ser resuelta con la siguiente operación aritmética $1.080 * 3/8$
También tiene relación con en el E3 ya que dicha situación es de orden multiplicativo
La resolución del problema deja ver que la situación que plantea tiene estructura multiplicativa, porque en su proceso de resolución se hace uso de la multiplicación 1.080*3/8. El dominio numérico son los números racionales ya que las cantidades 1.080 y 3/8 son expresiones de razón en este conjunto numérico.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Principalmente es enunciado verbal</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación planteada: Se quiere saber cuántas mujeres son parte de un grupo de persones si se conoce esta última cantidad y una relación de proporción.
Relación entre cantidades: 1.080 personas de las cuales 3/8 eran mujeres
Expresión aritmética sobre posible solución: $1.080 * 3/8$.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">¿Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta?</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Cantidades en el enunciado: existe una cantidad dimensional 1.080 personas, y un escalar 3/8.
Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio.
Interrogante: ¿cuántas mujeres participaron en total?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">El enunciado se encuentra propuesto en la sección “Problemas para repasar” de la unidad dos (Números racionales), como lo expone el libro en la página cinco sobre dicha sección “algunos problemas para que apliques lo aprendido”, así pues, estos apoyan la comprensión de los contenidos expuestos.</td></tr>
</table>

Análisis del problema
Se pueden distinguir tres cantidades, dos conocidas y una desconocida, las primeras son la cantidad de personas que participaron en la carrera (1.080 personas) que es una cantidad extensiva, y el escalar 3/8 que funciona como cantidad comparativa entre las otras dos, por esto es una cantidad intensiva; ahora la cantidad desconocida que es la cantidad de mujeres participantes a la carrera, de orden extensiva. Bajo estas características y previniendo que con ayuda de una multiplicación entre las cantidades conocidas se puede hallar la cantidad desconocida catalogamos este problema como de comparación. Observando la estructura operativa de la multiplicación que da respuesta al problema

1.080 (personas)	*	3/8 (tres octavos)	=	405 (personas)
Extensiva	*	Intensiva	=	Extensiva

Enunciado de la actividad

Un ciclista viaja con una rapidez constante. Si recorre 69 km en 3 horas, ¿cuánto tiempo tardara en recorrer 92 km? (U3, E142, P130).

<table>
<tr><td rowspan="2">Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas</td><td>Sí</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación contextualizada: Conocer el tiempo de recorrido de un ciclista para una distancia establecida.
Relación con las matemáticas: Se encuentra respecto a la comparación de cantidades para analizar y establecer una relación funcional.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Esta actividad tiene relación con el estándar E2 de la siguiente manera:
• Utilizando tres cantidades de dos espacios de medida en representación entera: 69 kilómetros, 92 kilómetros, y 3 horas.
• Para resolver la situación problema que sería ¿cuánto tiempo tardara el ciclista en recorrer 92 km? Aquí podemos evidenciar que el problema está en el contexto de medida respecto la distancia de recorrido del animal.
• Esta situación puede ser resuelta con la siguiente operación: $3 * \frac{92}{69}$
También tiene relación con en el E3 ya que dicha situación es de orden multiplicativo
La resolución del problema deja ver que la situación planteada pertenece a la estructura multiplicativa, porque se puede solucionar por una multiplicación, como se vio anteriormente en la expresión $3 * \frac{92}{69}$
. El dominio numérico son los números racionales ya que las cantidades 92, 69 y 3, son expresiones enteras de números en este conjunto numérico.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Principalmente es enunciado verbal</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación planteada: conocer el tiempo de un recorrido para un ciclista.
Relación entre cantidades: Observable de acuerdo al siguiente diagrama
Horas | | Kilómetros
3 h | ---------------→ | 69 km
x | ---------------→ | 92 km
Expresión aritmética sobre posible solución: $3 * \frac{92}{69}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">¿Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta?</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Cantidades en el enunciado: hay tres cantidades de dos dimensiones posibles, 69 kilómetros, 92 kilómetros y 3 horas.
Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio.
Interrogante: ¿cuánto tiempo tardara en recorrer 92 km?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Proporciona la práctica de un</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Para solucionar el problema, se utiliza procesos algorítmicos relacionados a la</td></tr>
</table>

conocimiento ya abordado	proporcionalidad simple directa, tema que está expuesto en la sección 4.1, unidad tres del libro donde se encuentran actividades similares, en modo de explicación o ejemplo.

Análisis del problema

Teniendo como referencia el siguiente esquema que representa el enunciado y la situación problema a través de una representación gráfica en forma de matriz

Horas		Kilómetros
3 h	--------------→	69 km
x	--------------→	92 km

Se puede reconocer bajo la categoría de isomorfismo de medida que plantea Vergnaud, pues existe una proporcionalidad simple directa entre las dos magnitudes implicadas (kilómetros y hors), así se puede establecer una relación funcional lineal entre la cantidad la distancia de desplazamiento respecto a la cantidad de tiempo empleada.

Teniendo en cuenta que 69 km y 92 km pertenecen a la misma categoría de medidas, se puede establecer el operador escalar $*\frac{92}{69}$ que permite pasar de 69 km a 92 km en la columna kilómetros empleados de desplazamiento. De acuerdo a la relación funcional este mismo operador escalar $*\frac{92}{69}$ permite pasar de 3 h a cantidad desconocida x. Por consiguiente $x = 3\ h * \frac{92}{69}$.

Enunciado de la actividad

La familia Pérez debe pagar $2.520.000 por su alojamiento en un hotel durante 1,5 semanas. ¿Cuánto deberá pagar por el alojamiento de 3,5 semanas? (U3, E143, P130).

<table>
<tr><td rowspan="2">Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas</td><td>Sí</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación contextualizada: Conocer el dinero que una familia debería pagar por un tiempo de hospedaje.
Relación con las matemáticas: Se encuentra respecto a la comparación de cantidades para analizar y establecer una relación funcional.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Esta actividad tiene relación con el estándar E2 de la siguiente manera:
• Utilizando tres cantidades de dos espacios de medida en representación entera y decimal: 1,5 semanas, 3,5 semanas, y $2.520.000.
• Para resolver la situación problema que sería ¿Cuánto deberá pagar por el alojamiento de 3,5 semanas? Aquí podemos evidenciar que el problema está en el contexto de medida respecto al tiempo de hospedaje y el dinero a pagar por ello.
• Esta situación puede ser resuelta con la siguiente operación: $2.520.000 * \frac{3.5}{1.5}$
También tiene relación con en el E3 ya que dicha situación es de orden multiplicativo
La resolución del problema deja ver que la situación planteada pertenece a la estructura multiplicativa, porque se puede solucionar por una multiplicación,</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td colspan="4">como se vio anteriormente en la expresión $2.520.000 * \frac{3,5}{1,5}$. El dominio numérico son los números racionales ya que las cantidades 3,5, 1,5 son representaciones decimales de números en este conjunto numérico.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Principalmente es enunciado verbal</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación planteada: conocer el costo de un hospedaje cuando se conoce el tiempo del mismo.
Relación entre cantidades: Observable de acuerdo al siguiente diagrama
<table><tr><td>Semanas</td><td></td><td>Costo</td></tr><tr><td>1,5 sem</td><td>---------------→</td><td>$2.520.000</td></tr><tr><td>3,5 sem</td><td>---------------→</td><td>x</td></tr></table>Expresión aritmética sobre posible solución: $2.520.000 * \frac{3,5}{1,5}$.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">¿Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta?</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Cantidades en el enunciado: hay tres cantidades de dos dimensiones posibles, 1,5 semanas, 3,5 semanas, y $2.520.000.
Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio.
Interrogante: ¿Cuánto deberá pagar por el alojamiento de 3,5 semanas?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Para solucionar el problema, se utiliza procesos algorítmicos relacionados a la proporcionalidad simple directa, tema que está expuesto en la sección 4.1, unidad tres del libro donde se encuentran actividades similares, en modo de explicación o ejemplo.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Análisis del problema</td></tr>
<tr><td>Teniendo como referencia el siguiente esquema que representa el enunciado y la situación problema a través de una representación gráfica en forma de matriz
<table><tr><td>Semanas</td><td></td><td>Costo</td></tr><tr><td>1,5 sem</td><td>-------------→</td><td>$2.520.000</td></tr><tr><td>3,5 sem</td><td>-------------→</td><td>x</td></tr></table>Se puede reconocer bajo la categoría de isomorfismo de medida que plantea Vergnaud, pues existe una proporcionalidad simple directa entre las dos magnitudes implicadas (semanas y costo), así se puede establecer una relación funcional lineal entre el tiempo del hospedaje y el costo de este.
Teniendo en cuenta que 1,5 sem y 3,5 sem pertenecen a la misma categoría de medidas, se puede establecer el operador escalar $* \frac{3,5}{1,5}$ que permite pasar de 1,5 sem a 3,5 sem en la columna de semanas. De acuerdo a la relación funcional este mismo operador escalar $* \frac{3,5}{1,5}$ permite pasar de $2.520.000 a cantidad desconocida x. Por consiguiente $x = \$2.520.000 * \frac{3,5}{1,5} = \$5.880.000$.</td></tr>
</table>

Enunciado de la actividad

Una familia consume en promedio 2,5 litros de leche diarios ¿Cuántos litros de leche consume en una semana? (U3, E144, P130).

Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas	Sí	x	No	
	Situación contextualizada: El consumo de leche por una familia en el transcurso de una semana. Relación con las matemáticas: Es una actividad de proporcionalidad directa y simple.			
Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar	Si	x	No	
	Respecto al estándar E2 es claro el uso de números racionales en expresión decimal y entera: 1 día, 7 días (equivalente a una semana), y 2,5 litros de leche, datos que son utilizados para resolver un problema de medida, pues se quiere encontrar el consumo de leche en siete días. Respecto al estándar E3 es evidente que hay un dominio numérico, las fracciones principalmente en expresiones como "2,5 litros al día", además por la expresión decimal de medidas. Es notorio la implicación del contexto real pues se trata de conocer la cantidad de leche consumida en una semana por una familia. Finalmente este enunciado puede ser considerado como una actividad de tipo multiplicativo debido a que en su procedimiento de resolución puede expresarse una multiplicación $2{,}5 * 7$			
Principalmente es enunciado verbal	Si	x	No	
	Situación planteada: Se conoce la cantidad de leche consumida en un día y se quiere saber cuánto se consume en una semana. Relación entre cantidades: Por 1 día la familia consume 2,5 litros de leche. Expresión aritmética sobre posible solución: $2{,}5 * 7$.			
¿Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta?	Si	x	No	
	Cantidades en el enunciado: tres cantidades de dos espacios de medida, 1 día, 7días y 2,5 litros de leche. Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio. Interrogante: ¿Cuántos litros de leche consume en una semana?			
Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado	Si	x	No	
	Para solucionar el problema, se utiliza procesos algorítmicos relacionados a la proporcionalidad simple directa, tema que está expuesto en la sección 4.1, unidad tres del libro donde se encuentran actividades similares, en modo de explicación o ejemplo.			

Análisis del problema		
Teniendo como referencia el siguiente esquema que representa el enunciado y la situación problema a través de una representación gráfica en forma de matriz:		
Tiempo de consumo		Cantidad de leche
1 día	-------------→	2,5 litros

7 días	-------------→	x

Se puede reconocer bajo la categoría de isomorfismo de medida que plantea Vergnaud, pues existe una proporcionalidad simple directa entre las dos espacios de medida (tiempo de consumo y cantidad de leche) donde se involucran 4 cantidades.
Teniendo en cuenta que 1 día y 7 días pertenecen al mismo espacio de medidas, se puede establecer el operador escalar $*7$ que permite pasar de 1 día a 7 días en la columna de cantidad de leche. De acuerdo a la relación funcional este mismo operador escalar $*7$ permite pasar de 2,5 litros de leche a la cantidad desconocida x. Por consiguiente $x = 2{,}5\ litros * 7 = 17{,}5\ litros$.

Enunciado de la actividad

Con 200 l de agua se llenan 4/15 de un tanque ¿cuál es la capacidad del tanque? (U3, E145)

Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas	Sí	X	No	
	Situación contextualizada: encontrar la capacidad de un tanque de agua. Relación con las matemáticas: Es una situación de comparación entre medidas.			
Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar	Si	X	No	
	Respecto al estándar E2 es claro el uso de números racionales en representación entera y de razón: 200 litros de agua y 4/15 como cantidad escalar, datos que son utilizados para resolver un problema de medida, pues se quiere encontrar la capacidad total del tanque. Respecto al estándar E3 es evidente que hay un dominio numérico, las fracciones principalmente en expresiones como “4/15 de capacidad”, además por la expresión decimal de medidas. Es notorio la implicación del contexto real pues se trata de conocer la capacidad del tanque. Finalmente este enunciado puede ser considerado como una actividad de tipo multiplicativo debido a que en su procedimiento de resolución puede expresarse una multiplicación $200 * \frac{15}{4}$			
Principalmente es enunciado verbal	Si	X	No	
	Situación planteada: Se conoce la capacidad de una parte de un tanque y se quiere encontrar la capacidad total. Relación entre cantidades: 4/15 de la capacidad del tanque es 200 litros. Expresión aritmética sobre posible solución: $200 * \frac{15}{4}$.			
¿Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta?	Si	X	No	
	Cantidades en el enunciado: hay dos cantidades 200 litros, cantidad relacionada a unidad de medida, y 4/15 como escalar. Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio. Interrogante: ¿cuál es la capacidad del tanque?			
Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado	Si	X	No	
	Para solucionar el problema, se utiliza procesos algorítmicos relacionados a la proporcionalidad simple directa, tema que está expuesto en la sección 4.1, unidad tres del libro donde se encuentran actividades similares, en modo de explicación o ejemplo.			

Análisis del problema
Se pueden distinguir tres cantidades, dos conocidas y una desconocida, las primeras son la cantidad

capacidad de una parte del tanque (200 litros) que es una cantidad extensiva, y el escalar 4/15 que funciona como cantidad comparativa entre las otras dos, por esto es una cantidad intensiva; ahora la cantidad desconocida que es la capacidad total del tanque, de orden extensiva. Bajo estas características y previniendo que con ayuda de una división entre las cantidades conocidas se puede hallar la cantidad desconocida catalogamos este problema como de comparación. Observando la estructura operativa de la división que da respuesta al problema 200 (litros) / 4/15 (fracción) = 750 (litros) Extensiva / Intensiva = Extensiva Se evidencia que el problema se sub-clasifica como **partición-cuantificador.**

Enunciado de la actividad

En un CD de 800 megabytes se puede almacenar 80 minutos de música. ¿Cuántos minutos de música se pueden almacenar en un DVD de 4.000 megabytes? (U3, E146, P130).

Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas	Sí	X	No	
	Situación contextualizada: Conocer la capacidad de almacenamiento de un DVD. Relación con las matemáticas: Se encuentra respecto a la comparación de cantidades para analizar y establecer una relación funcional.			
Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar	Si	X	No	
	Esta actividad tiene relación con el estándar **E2** de la siguiente manera: • Utilizando tres cantidades de dos espacios de medida en representación entera: 800 megabytes, 4.000 megabytes y 80 minutos. • Para resolver la situación problema que sería ¿Cuántos minutos de música se pueden almacenar en un DVD de 4.000 megabytes? Aquí podemos evidenciar que el problema está en el contexto de medida respecto a la capacidad de almacenamiento. • Esta situación puede ser resuelta con la siguiente operación: $80 * \frac{4.000}{800}$ También tiene relación con en el E3 ya que dicha situación es de orden multiplicativo La resolución del problema deja ver que la situación que plantea tiene estructura multiplicativa, porque se puede solucionar por una multiplicación, como se vio anteriormente en la expresión $80 * \frac{4.000}{800}$. El dominio numérico son los números racionales ya que las cantidades 80, 4.000 y 800 son expresiones enteras de números en este conjunto numérico.			
Principalmente es enunciado verbal	Si	X	No	
	Situación planteada: Se quiere conocer la capacidad de un DVD en términos de tiempo para la reproducción de audio. Relación entre cantidades: Observable de acuerdo al siguiente diagrama			

	Cantidad de almacenamiento 800 mb 4000 mb	 ---------------→ ---------------→	Duración en minutos 80 min X min	
	Expresión aritmética sobre posible solución: $80 * \frac{4.000}{800}$.			
¿Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta?	Si	X	No	
	Cantidades en el enunciado: hay tres cantidades de dos dimensiones posibles, 800 mb, 4.000 mb, y 80 minutos. Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio. Interrogante: ¿Cuántos minutos de música se pueden almacenar en un DVD de 4.000 megabytes?			
Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado	Si	X	No	
	Para solucionar el problema, se utiliza procesos algorítmicos relacionados a la proporcionalidad simple directa, tema que está expuesto en la sección 4.1, unidad tres del libro donde se encuentran actividades similares, en modo de explicación o ejemplo.			

Análisis del problema
Teniendo como referencia el siguiente esquema que representa el enunciado y la situación problema a través de una representación gráfica en forma de matriz Capacidad de almacenamiento | | Duración en minutos 800 mb | -------------→ | 80 min 4000 mb | -------------→ | X min Se puede reconocer bajo la categoría de isomorfismo de medida que plantea Vergnaud, pues existe una proporcionalidad simple directa entre las dos magnitudes implicadas (cantidad de almacenamiento y duración en minutos), tabulando se puede establecer una relación funcional lineal entre la cantidad de almacenamiento y la cantidad de tiempo en minutos que soporta. Teniendo en cuenta que 800 mb y 4.000 mb pertenecen a la misma categoría de medidas, se puede establecer el operador escalar $*5$ que permite pasar de 800 mb a 4.000 mb en la columna de capacidad de almacenamiento. De acuerdo a la relación funcional este mismo operador escalar $*5$ permite pasar de 80 min a x min. Por consiguiente $x = 80\text{ min} * 5 = 400\ min$.

Enunciado de la actividad

Tres buques consumen 16 barriles de petróleo en 5 días ¿cuántos barriles consumirán durante nueve días? (U3, E147, P130)

Contiene un contexto de otras ciencias o	Sí	X	No	
	Situación contextualizada: Conocer el consumo de petróleo de buques en cierto tiempo.			

<table>
<tr><td>de experiencias cotidianas</td><td colspan="4">Relación con las matemáticas: Se encuentra respecto a la comparación de cantidades para analizar y establecer una relación funcional.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Esta actividad tiene relación con el estándar E2 de la siguiente manera:
• Utilizando tres cantidades de dos espacios de medida en representación entera: 16 barriles, 5 días, y 9 días.
• Para resolver la situación problema que sería ¿cuántos barriles consumirán durante nueve días? Aquí podemos evidenciar que el problema está en el contexto de medida respecto al consumo de petróleo.
• Esta situación puede ser resuelta con la siguiente operación: $16 * \frac{9}{5}$
También tiene relación con en el E3 ya que dicha situación es de orden multiplicativo
La resolución del problema deja ver que la situación planteada pertenece a la estructura multiplicativa, porque se puede solucionar por una multiplicación, como se vio anteriormente en la expresión $16 * \frac{9}{5}$
. El dominio numérico son los números racionales ya que las cantidades 16, 9 y 5 son expresiones enteras de números en este conjunto numérico.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Principalmente es enunciado verbal</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación planteada: Se quiere conocer la cantidad de petróleo necesario para que unos buques se muevan durante un tiempo planteado.
Relación entre cantidades: Observable de acuerdo al siguiente diagrama
<table><tr><td>Barriles</td><td></td><td>Días</td></tr><tr><td>16</td><td>---------------→</td><td>5</td></tr><tr><td>x</td><td>---------------→</td><td>9</td></tr></table>
Expresión aritmética sobre posible solución: $16 * \frac{9}{5}$.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">¿Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta?</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Cantidades en el enunciado: hay tres cantidades de dos dimensiones posibles, 16 barriles, 5 días, y 9 días.
Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio.
Interrogante: ¿cuántos barriles consumirán durante nueve días?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Para solucionar el problema, se utiliza procesos algorítmicos relacionados a la proporcionalidad simple directa, tema que está expuesto en la sección 4.1, unidad tres del libro donde se encuentran actividades similares, en modo de explicación o ejemplo.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3">Análisis del problema</td></tr>
<tr><td colspan="3">Teniendo como referencia el siguiente esquema que representa el enunciado y la situación problema a través de una representación gráfica en forma de matriz</td></tr>
<tr><td>Barriles

16</td><td>

------------→</td><td>Días

5</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>x</td><td>------------→</td><td>9</td></tr>
<tr><td colspan="3">Se puede reconocer bajo la categoría de isomorfismo de medida que plantea Vergnaud, pues existe una proporcionalidad simple directa entre las dos magnitudes implicadas (número de barriles y cantidad de días), así se puede establecer una relación funcional lineal entre la cantidad la cantidad de barriles de petróleo y el tiempo que permitirían la cantidad de barriles el desplazamiento de los buques.
Teniendo en cuenta que 5 días y 9 días pertenecen a la misma categoría de medidas, se puede establecer el operador escalar $*\frac{9}{5}$ que permite pasar de 5 días a 9 días en la columna de días posibles de recorrido. De acuerdo a la relación funcional este mismo operador escalar $*\frac{9}{5}$ permite pasar de 16 barriles a la cantidad desconocida x. Por consiguiente $x = 16\ barriles * \frac{9}{5}$.</td></tr>
</table>

Enunciado de la actividad

Una ballena recorre seis kilómetros en 45 minutos. ¿Cuántos kilómetros recorrerá en 390 minutos? (U3, E148, P130).

<table>
<tr><td rowspan="2">Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas</td><td>Sí</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación contextualizada: Conocer la distancia que recorre una ballena en cierto tiempo.
Relación con las matemáticas: Se encuentra respecto a la comparación de cantidades para analizar y establecer una relación funcional.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Esta actividad tiene relación con el estándar E2 de la siguiente manera:
• Utilizando tres cantidades de dos espacios de medida en representación entera: 6 kilómetros, 45 minutos y 390 minutos.
• Para resolver la situación problema que sería ¿Cuántos kilómetros recorrerá en 390 minutos? Aquí podemos evidenciar que el problema está en el contexto de medida respecto la distancia de recorrido del animal.
• Esta situación puede ser resuelta con la siguiente operación: $6 * \frac{390}{45}$
También tiene relación con en el E3 ya que dicha situación es de orden multiplicativo
La resolución del problema deja ver que la situación planteada pertenece a la estructura multiplicativa, porque se puede solucionar por una multiplicación, como se vio anteriormente en la expresión $6 * \frac{390}{45}$. El dominio numérico son los números racionales ya que las cantidades 6, 390 y 45, son expresiones enteras de números en este conjunto numérico.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Principalmente es enunciado verbal</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación planteada: Conocer la distancia que recorre una ballena en cierto tiempo.
Relación entre cantidades: Observable de acuerdo al siguiente diagrama</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="1"></td><td colspan="4">Kilómetros | | minutos
6 km | ---------------→ | 25 m
x | ---------------→ | 360 m

Expresión aritmética sobre posible solución: $6 * \frac{390}{45}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">¿Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta?</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Cantidades en el enunciado: hay tres cantidades de dos dimensiones posibles, 6 kilómetros, 45 minutos y 390 minutos.
Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio.
Interrogante: ¿Cuántos kilómetros recorrerá en 390 minutos?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Para solucionar el problema, se utiliza procesos algorítmicos relacionados a la proporcionalidad simple directa, tema que está expuesto en la sección 4.1, unidad tres del libro donde se encuentran actividades similares, en modo de explicación o ejemplo.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Análisis del problema</td></tr>
<tr><td>Teniendo como referencia el siguiente esquema que representa el enunciado y la situación problema a través de una representación gráfica en forma de matriz
Kilómetros | | minutos
6 km | -------------→ | 25 min
x | -------------→ | 390 min
Se puede reconocer bajo la categoría de isomorfismo de medida que plantea Vergnaud, pues existe una proporcionalidad simple directa entre las dos magnitudes implicadas (kilómetros y minutos), así se puede establecer una relación funcional lineal entre la cantidad la distancia de desplazamiento respecto a la cantidad de tiempo empleada.
Teniendo en cuenta que 25 min y 390 min pertenecen a la misma categoría de medidas, se puede establecer el operador escalar $* \frac{390}{25}$ que permite pasar de 25 min a 390 días en la columna minutos empleados para el desplazamiento. De acuerdo a la relación funcional este mismo operador escalar $* \frac{390}{25}$ permite pasar de 6 km a cantidad desconocida x. Por consiguiente $x = 6\ km * \frac{390}{25}$.</td></tr>
</table>

Enunciado de la actividad

El IVA o impuesto de valor agregado es un impuesto directo sobre el consumo, financiado por el consumidor. El IVA tiene una tarifa básica en Colombia del 16% para algunos artículos. Calcular el valor total que se debe pagar por un plan pospago de telefonía celular de $45.000 sin IVA. (U3, E235, P142)

Ficha en consideración a la naturaleza de la actividad como problema

<table>
<tr><td rowspan="2">Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas</td><td>Sí</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación contextualizada: Se trata de los cálculos sobre el valor de un producto y su impuesto de IVA
Relación con las matemáticas: La situación muestra una actividad que describe el aumento porcentual de una cantidad medible.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Esta actividad tiene relación con el estándar E2 de la siguiente manera:
• Utilizando dos cantidades racionales en su expresión entera y de porcentaje: $45.000 que es el precio de un servicio y 16% que es un escalar porcentual.
• Para resolver la situación problema que sería hallar el valor de un servicio con el IVA incluido.
• Esta situación puede ser resuelta con la siguiente operación aritmética $45.000 * \frac{116}{100}$

También tiene relación con en el E3 ya que dicha situación es de orden multiplicativo
La resolución del problema deja ver que la situación que plantea tiene estructura multiplicativa, porque en su proceso de resolución se hace uso de la multiplicación $45.000 * \frac{116}{100}$. El dominio numérico son los números racionales ya que la cantidad 16% pertenece a este conjunto numérico.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Principalmente es enunciado verbal</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Situación planteada: Se quiere saber cuántas es el valor de un servicio con el impuesto de IVA incluido.
Relación entre cantidades: Se sabe que la cantidad porcentual 16% serviría como operador sobre el valor de $45.000.
Expresión aritmética sobre posible solución: $45.000 * \frac{116}{100}$.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">¿Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta?</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Cantidades en el enunciado: Existe una cantidad escalar 16% y una cantidad dimensional $45.000.
Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio.
Interrogante: Calcular el valor total que se debe pagar por un plan pospago de telefonía celular de $45.000 sin IVA.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Para solucionar el problema, se utiliza procesos algorítmicos relacionados al calculo porcentual, tema que está expuesto en la sección 4.1, unidad tres del libro donde se encuentran actividades similares, en modo de explicación o ejemplo.</td></tr>
</table>

Análisis del problema
Tomando como referencia el enunciado original - El IVA o impuesto de valor agregado es un impuesto directo sobre el consumo, financiado por el consumidor. El IVA tiene una tarifa básica en Colombia del 16% para algunos artículos. Calcular el valor total que se debe pagar por un plan pospago de telefonía celular de $45.000 sin IVA. Teniendo en cuenta para la solución del cuestionamiento que hay una relación comparativa entre los

$45.000 y el valor final al aplicar el IVA del %116 se puede reconstruir el enunciado de la siguiente forma - El precio sin IVA es de $45.000 en relación al aumento final está por un %116 ¿Cuál es el valor final? Se pueden distinguir tres cantidades, dos conocidas y una desconocida, las primeras son el valor inicial del plan ($45.000) que es una cantidad extensiva, y el escalar %116 que funciona como cantidad comparativa entre las otras dos, por esto es una cantidad intensiva; ahora la cantidad desconocida que es el valor final a pagar, de orden extensiva. Bajo estas características y previniendo que con ayuda de una multiplicación entre las cantidades conocidas se puede hallar la cantidad desconocida catalogamos este problema como de comparación. Observando la estructura operativa de la multiplicación que da respuesta al problema $45.000 * %116 = $52.200 Extensiva * Intensiva = Extensiva

Enunciado de la actividad

Si la retención en la fuente por la venta de un vehículo es del 1%, calcula la retención por la venta de un auto cuyo valor dado por el ministerio de transporte es de $9.5000.000. (U3, E236, P142).

Contiene un contexto de otras ciencias o de experiencias cotidianas	Sí	X	No	
	Situación contextualizada: Se trata de los cálculos sobre el valor de un producto y su retención de fuente. Relación con las matemáticas: La situación muestra una actividad que describe el aumento porcentual de una cantidad medible.			
Están elaborados para alcanzar estándares que se quieren desarrollar	Si	X	No	
	Esta actividad tiene relación con el estándar **E2** de la siguiente manera: • Utilizando dos cantidades racionales en su expresión entera y de porcentaje: $9.500.000 que es el precio de un servicio y 1% que es un escalar porcentual. • Para resolver la situación problema que sería hallar el valor de la retención de fuente del valor de un producto. • Esta situación puede ser resuelta con la siguiente operación aritmética $9.500.000 * \frac{1}{100}$ También tiene relación con en el E3 ya que dicha situación es de orden multiplicativo La resolución del problema deja ver que la situación que plantea tiene estructura multiplicativa, porque en su proceso de resolución se hace uso de la multiplicación $9.500.000 * \frac{1}{100}$ El dominio numérico son los números racionales ya que la cantidad 1% pertenece a este conjunto numérico.			
Principalmente	Si	X	No	

<table>
<tr><td>es enunciado verbal</td><td colspan="4">Situación planteada: Se quiere saber cuál es el valor de retención de fuente para el valor de un servicio.
Relación entre cantidades: Se sabe que la cantidad porcentual 1% serviría como operador sobre el valor de $9.500.000.
Expresión aritmética sobre posible solución: $9.500.000 * \frac{1}{100}$.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">¿Establece relaciones entre cantidades planteando una pregunta?</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Cantidades en el enunciado: Existe una cantidad escalar 1% y una cantidad dimensional $9.500.000.
Relación entre cantidades: vista en el anterior criterio.
Interrogante: calcula la retención por la venta de un auto cuyo valor dado por el ministerio de transporte es de $9.5000.000.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Proporciona la práctica de un conocimiento ya abordado</td><td>Si</td><td>X</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Para solucionar el problema, se utiliza procesos algorítmicos relacionados al cálculo porcentual, tema que está expuesto en la sección 4.1, unidad tres del libro donde se encuentran actividades similares, en modo de explicación o ejemplo.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="5">Análisis del problema</td></tr>
<tr><td colspan="5">Se pueden distinguir tres cantidades, dos conocidas y una desconocida, las primeras son el valor del auto ($9.5000.000) que es una cantidad extensiva, y el escalar %1 que funciona como cantidad comparativa entre las otras dos, por esto es una cantidad intensiva; ahora la cantidad desconocida que es el valor final a pagar, de orden extensiva. Bajo estas características y previniendo que con ayuda de una multiplicación entre las cantidades conocidas se puede hallar la cantidad desconocida catalogamos este problema como de comparación.
Observando la estructura operativa de la multiplicación que da respuesta al problema</td></tr>
<tr><td>$9.500.000</td><td>*</td><td>%1</td><td>=</td><td>$95.000</td></tr>
<tr><td>Extensiva</td><td>*</td><td>Intensiva</td><td>=</td><td>Extensiva</td></tr>
</table>

3. CONCLUSIONES

3.2) Respecto al libro de sexto

El 75% de los enunciados estudiados fueron clasificados en la categoría de isomorfismo de medida. Los problemas que correspondían a esta categoría se caracterizaron porque en su análisis se deducía un esquema así

Espacio 1		Espacio 2
a	------------>	*b*
c	------------>	*d*

- El 67% de los problemas de isomorfismo identifica la cantidad *a* como la unidad y las cantidades *b* y *d* como conocidas, dejando como incógnita la cantidad *c*. Por ello es necesario buscar el número de unidades para el primer espacio correspondiente a una magnitud dada en el segundo espacio. Estos problemas promueven el uso de una división para su resolución.
- El 33% de los problemas de isomorfismo reconocían la cantidad *a* como la unidad de medida del espacio 1, se conocían las cantidades *b* y *c* y quedaba como interrogante la cantidad *d*. Con lo cual estos problemas promovían el uso de una multiplicación en su proceso de resolución, y algunos de ellos hacían alusión a la concepción de la multiplicación como suma reiterada.

El 25% de los enunciados estudiados fueron clasificados en la categoría de comparación bajo la sub-categoría de partición cuantificado, promoviendo el uso de una división para la resolución de la situación planteada. Los enunciados de estos problemas mostraban tres cantidades, la primera era una medida, la segunda un escalar que mostraba una razón de la primera con una tercera, ambas de un mismo espacio de medida. En estos problemas se conocía la tercera cantidad y se desconocía la primera. Este tipo de problemas proponían la interpretación de valores inversos para cantidades escalares presentes en los enunciados, así por ejemplo, si en el enunciado se presentaba la expresión “el doble”, en el proceso de solución era conveniente pensar en su expresión inversa “la mitad”.

En relación a los enunciados analizados se encontró que el 67% de ellos tienen características estructurales suficientes para ser clasificados directamente bajo una categoría sin necesidad de hacer una transformación o deducción de los mismos. Así pues se destaca que estos enunciados tienen características como: En ellos se parte de un contexto real donde hay uno o dos espacios de medida involucrados, hay tres o cuatro cantidades involucradas en el enunciado y el resultado de la solución, existe una pregunta buscando una cantidad desconocida y existe una relación lineal o de razón sobre las cantidades. Esto deja ver que en el libro la mayoría de sus problemas son aritméticos y elementales. Respecto al restante 33% de problemas, estos añadían otros aspectos: La actividad propuesta no era de orden multiplicativo, eran situaciones de orden aditivo y multiplicativo simultáneamente, o la pregunta desprendía otras más.

Tan solo uno de los enunciados estudiados no pudo ser considerado para el análisis debido a que no cumplía la característica de contexto y aplicabilidad necesaria para ser problema.

El 58% del total de enunciados promovía el uso de una división en su proceso de resolución, el 33% una multiplicación y el otro 9% no fue clasificado como problema.

Cuando los enunciados se referían a cantidades continuas hacían uso de representaciones decimales en su mayoría, en una menor cantidad representaciones de la forma $\frac{a}{b}$.

3.1) Respecto al libro de séptimo

El 65% de los enunciados fueron clasificados como problemas de isomorfismo de medida. Los problemas que correspondían a esta categoría se caracterizaron porque en su análisis se deducía un esquema así

Espacio 1		Espacio 2
a	------------>	*b*
c	------------>	*d*

En relación a dicho esquema se pudo encontrar que:

- En el 61% de los problemas de isomorfismo ninguna de las cuatro cantidades (*a*, *b*, *c*, *d*) es la unidad para alguno de los dos espacios de medida, por consiguiente se percibe una intención por parte del problema, de hacer uso de combinación entre multiplicación y división. Dichos problemas pueden tener una relación significativa con la regla de tres y el uso de análisis dimensional y proporcional. En los análisis de estos problemas se vio cómo un operador escalar actuaba sobre una cantidad haciendo cambiar su valor.

- El 31% de los problemas de isomorfismo reconocía la cantidad *a* como la unidad de medida del espacio 1, se conocían las cantidades *b* y *c*, y quedaba como interrogante la cantidad *d*. Con esto dichos problemas promovían el uso de una multiplicación en su proceso de resolución y algunos de ellos hacían alusión a la concepción de la multiplicación como suma reiterada.
- En el caso del 8% restante, la cantidad *a* era unidad, se conocían las cantidades *d* y *b*, y se desconocía *c*. Este tipo de problemas promovían el uso de una división.

Los problemas de comparación son la segunda categoría con mayor cantidad de enunciados vinculados, el 30% del total. De los problemas clasificados en ésta la mitad buscaba que con las cantidades pertenecientes al enunciado se realizara una multiplicación, y la otra mitad que se realizara una división. Los problemas que buscaban realizar una división fueron sub-catalogados como partición cuantificado, los enunciados de estos aludían a tres cantidades donde la primera era una medida, la segunda un escalar que mostraba una razón de la primera con una tercera, ambas de un mismo espacio de medida. En estos problemas se conocía la tercera cantidad y se desconocía la primera. Este tipo de problemas proponía la interpretación de valores inversos para cantidades escalares presentes en los enunciados, así por ejemplo si en el enunciado se presentaba la expresión "el doble" en el proceso de solución era conveniente pensar en su expresión inversa "la mitad". El 5% de los enunciados no se llegaron a considerar problemas.

En relación al total de enunciados analizados se encontró que el 65% de ellos tienen características estructurales suficientes para ser clasificados directamente bajo una categoría sin necesidad de hacer una transformación o deducción de los mismos. Así pues se destaca que estos enunciados tienen características como: En ellos se parte de un contexto real donde hay uno o dos espacios de medida involucrados, hay tres o cuatro cantidades involucradas en el enunciado y la respuesta de un conflicto, existe una pregunta buscando una cantidad desconocida, y existe una relación lineal o de razón sobre las cantidades. Esto deja ver que en el libro la mayoría de sus problemas son aritméticos elementales. Respecto al restante 35% de problemas, tienen otros aspectos: La actividad propuesta no era de orden multiplicativo, eran situaciones de orden aditivo y multiplicativo simultáneamente, comprendían más de una situación multiplicativa, o la pregunta desprendía otras más.

El 45% del total de los enunciados promovía el uso de multiplicación y división en su posible resolución, el 25% el uso de una multiplicación y el 25% el de una división, el restante 5% no pudo llegar a ser considerado problema. Así pues el libro presenta problemas que en su proceso de solución hay dos o más pasos asignados a realizar una operación, entre multiplicación o división. Generalmente estos problemas se asociaban a la categoría de isomorfismo de medida.

Cuando los enunciados se referían a cantidades continuas la mayoría hacían uso de representaciones decimales, en una menor cantidad representaciones de la forma $\frac{a}{b}$ y en menor cantidad representaciones porcentuales.

Tan solo uno de los enunciados estudiados no pudo ser considerado para análisis debido a que se trataba de una situación aditiva, los demás guardaban características como: cantidades que se relacionaban, un contexto real, el uso de una pregunta que busca una cantidad desconocida, y el uso de una multiplicación o división en el proceso de solución. Esto deja percibir que la definición de problema planteada por este trabajo y empleada por el libro de texto se corresponde.

3.3) Conclusiones generales

El 68% de los problemas presentados por ambos libros se encuentran en la categoría de isomorfismo de medida, el 29% en la categoría de comparación, especialmente en la subcategoría de Partición Cuantificador, el restante 3% hace parte a los enunciados que no fueron concebidos como problemas. Con esto se muestra que ambos libros, respecto a los problemas de multiplicación y división de fracciones, buscan presentar contextos reales donde se pueda establecer una relación lineal para dos espacios de medida, o una relación de razón entre dos medidas. Con lo anterior puede inferirse que el concepto de multiplicación y división para las fracciones está ligado con el de función o el de razón. Adicionalmente la categoría de Producto de Medida, a pesar de ser un referente importante para la enseñanza de la multiplicación, según lo expuesto por Verdgnaud (1997), no se encontró en los libros, pues ningún problema fue clasificado en esa categoría, implicando que el concepto de multiplicación o división no adquieran sentidos más amplios.

De los 34 enunciados estudiados sobre situaciones de multiplicación y división para fracciones propuesta por el libro, dos de ellos no fueron considerados como problemas, uno porque no presentaba un contexto real y el otro por no hacer parte de la estructura multiplicativa. Así pues las concepciones de problema para los libros y este trabajo tienen bastante similitud de acuerdo a las características : Presentar un contexto real, ser enunciados verbales, existir relación con referentes curriculares, mostrar cantidades y relaciones entre ellas, plantear una pregunta buscando una cantidad desconocida, y promover el uso de contenidos matemáticos estudiados.

Los libros de texto muestran que estructuralmente los problemas de multiplicación y división de fracciones, en su mayoría, son aritméticos sencillos, debido a que estos aluden a un contexto real, presentan cuatro o tres cantidades que se relacionan entre sí, y asociando una pregunta con una de las cantidades como interrogante.

Este trabajo permitió ver que los problemas de multiplicación y división de fracciones están íntimamente relacionados con el estándar E2 debido a que en particular, estos problemas tienen un carácter multiplicativo y se relacionan a un sistema numérico (las fracciones). Así pues, se puede inferir que los problemas son un referente para la enseñanza sobre el Pensamiento Numérico.

Los libros de texto proponen problemas de multiplicación y división de fracciones estructuralmente similares y de una naturaleza parecida, fueron pocas las diferencias encontradas: El libro de sexto no muestra el uso de representaciones porcentuales y el libro de séptimo perfila sus problemas referentes a la regla de tres y el uso de análisis dimensional y proporcional. Así pues, no es posible evidenciar una diferencia notable sobre la propuesta de ambos libros sobre la multiplicación y división de fracciones.

Bibliografía

Alfaro, C., y Barrantes, H. (2008). ¿Qué es un problema matemático? percepciones en la enseñanza media costarricense. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, 4, pp. 83-98.

Bonilla, M., Sánchez, N., y Vidal M. (1999). La enseñanza de la aritmética escolar y la formación del profesor. Santa Fe de Bogotá, D.C: Editorial Gaia.

Cabrera, C., y Pérez, L. (2009). *Didáctica y solución de problemas*.

Chevallard, Y. (1991). la transposition didactique. Grenoble: La Pensée Sauvege, 1985.

Duque, C. (2005). Matemática para el desarrollo de procesos lógicos, clasificar, medir, invertir. Bogotá, Colombia: Nomos S. A.

Fraudenthal, H. (1983). Didactical phenomenology of Mathematical Structures. Hollan: D. Reidel Publishing Company. 28-33, 133-177.

Godino, G., y Batanero, C. (1994), Significado institucional y personal de los objetos matemáticos, En: Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 14, no 3: 325-355.

Maza, C. (1991). Enseñanza de la multiplicación y división. Matemáticas: cultura y aprendizaje. España: Editorial Síntesis.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares en Matemáticas. Bogotá, D.C., Cooperativa Editorial Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas. Bogotá, Colombia.

Obando, G. (2003). La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo. Revista EMA, 8(2), pp. 157-182.

Santos, L. (1997). Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. Capítulo 6. Centro de investigación y de estudios avanzados del IPN. Grupo editorial Iberoamérica. Segunda edición México.

Vergel, R (2004). Perspectiva sociocultural del aprendizaje de la multiplicación. Corporación Universitaria Republicana. Pp. 494-505.

Vergnaud, G (1990). La teoría de los campos conceptuales CNRS y Université René Descartes. Recherches en Didáctique des Mathématiques, Vol. 10,nº 2, 3, pp. 133-170, 1990. Traducción de Juan D Godino.

Vergnaud, G. (1991). El niño, las matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Trillas.