



“LA TRAVESÍA DE ALEXIS”: UN JUEGO PARA
ORIENTARSE APOYADO EN GOOGLE MAPS.

Brallan Rolaider Arévalo Sánchez

Jhon Alexis Ortiz Jamioy

Universidad Pedagógica Nacional

Facultad de Ciencia y Tecnología

Departamento de Matemáticas

Bogotá

2019

“LA TRAVESÍA DE ALEXIS”: UN JUEGO PARA
ORIENTARSE APOYADO EN GOOGLE MAPS.

Brallan Rolaider Arévalo Sánchez

Código: 2014140007

Jhon Alexis Ortiz Jamioy

Código: 2014140064

Director:

Edwin Alfredo Carranza Vargas

Universidad Pedagógica Nacional

Facultad de Ciencia y Tecnología

Departamento de Matemáticas

Bogotá

2019

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Universidad de Calidad y Excelencia</small>	FORMATO
RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 1 de 5

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de grado
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	“La travesía de Alexis”: Un juego para orientarse apoyado en Google Maps.
Autor(es)	Arévalo Sánchez, Brallan Rolaider; Ortiz Jamioy, Jhon Alexis.
Director	Carranza Vargas, Edwin Alfredo.
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional. 2019. 101 p.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	PENSAMIENTO ESPACIAL. UBICACIÓN. ORIENTACIÓN. DISTANCIA. ÁNGULO. MEDICIÓN. ESTIMACIÓN. GOOGLE MAPS.

2. Descripción	
<p>El trabajo de grado que se propone va enfocado al diseño de un juego como actividad lúdica para el desarrollo del pensamiento espacial y conceptualización de algunos tópicos de matemáticas y otras áreas del conocimiento que se pueden evidenciar mientras se da continuidad e implementación a la actividad. Se llevaron a cabo diferentes pilotajes con distintas poblaciones, con el propósito de ir modificando la estructura del juego hasta obtener una versión mejorada.</p> <p>Como conceptos importantes se encuentra la ubicación y orientación espacial, los cuales se desarrollan mediante el uso de la aplicación Google Maps, pues vemos en el uso de la tecnología en el aula de clase y diversas actividades gran potencial que propician al individuo habilidades respecto al pensamiento espacial.</p>	

3. Fuentes	
<p>Araya, R. G. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. <i>Cuadernos de investigación y formación en educación matemática</i>.</p>	

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Universidad de Calidad para la Sociedad del Conocimiento</small>	FORMATO
RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 1 de 5

Bishop, A. (1998). El papel de los juegos en la educación matemática. *Uno. Revista de didáctica de las matemáticas*, 18, 9-19.

Chacón, P. (2008). El Juego Didáctico como estrategia de enseñanza y aprendizaje; Cómo crearlo en el aula. *Nueva aula abierta*, 16(5), 1-8.

Córcoles, J. E. (2010). Google Earth. Uso didáctico para escuela 2.0. *Revista Digital Sociedad de la Información nº*, 20(9).

De Guzmán, M. (1984). Juegos matemáticos en la enseñanza. *Actas de las IV JAEM. Tenerife*, 49-85.

Gonzato, M., & Godino, J. D. (2010). Aspectos históricos, sociales y educativos de la orientación espacial. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 23, 45-58.

Gonzato, M., Fernández, M., & Díaz, J. J. (2011). Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 77, 99-117.

Lehmann, C. H., Geometría Analítica, Noriega Editores, Editorial Limusa, México, 1989.

Macías, G., & Quintero, R. (2011). Los videojuegos como una alternativa para el estudio y desarrollo de la orientación espacial.

Ministerio de Educación Nacional. (2015). Derechos básicos de aprendizaje. Bogotá, Colombia.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá, Colombia.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá, Colombia. Cooperativa Editorial Magisterio.

Pineda, S., & Elizabeth, G. Trayectorias de Aprendizaje en la Orientación Espacial para la Formación de Profesores de Básica Primaria en Ejercicio.

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Universidad de Calidad y Excelencia</small>	FORMATO
RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 1 de 5

Raya, A.(2016). *Null Island, la isla que no existe pero que posiblemente has visitado*. España: El Español. Recuperado de <https://omicrono.elespanol.com/2016/07/null-island/>.

Rubio, E. P. (2014). Juegos como elemento docente en un entorno TIC. *Revista Aequitas: Estudios sobre historia, derecho e instituciones*, (4), 407-416.

Sánchez, J. A. (2006). Introducción a la fotogrametría.

Zapateiro, J. C., Poloche, S. K., & Camargo, L. (2016). *Orientación espacial: una ruta de enseñanza y aprendizaje centrada en ubicaciones y trayectorias*.

4. Contenidos

Este documento contiene cuatro sesiones en las cuales se expone el trabajo realizado sobre el diseño de un juego apoyado en Google Maps.

En la primera se muestran algunos referentes teóricos y curriculares que asocian el pensamiento matemático y la orientación espacial. La segunda muestra la estructura e instrucciones del juego.

En la tercera sesión, se realiza la descripción y análisis de los alcances y resultados. Por último, se presenta el diseño y construcción del juego, seguido de las conclusiones del trabajo realizado.

5. Metodología

Para el diseño del juego “La Travesía de Alexis”, se indagó sobre los documentos curriculares que rigen la educación en nuestro país y desde ellos se buscó identificar los aportes para el desarrollo del pensamiento espacial. Adicionalmente, se buscó sustento teórico sobre tareas y habilidades relacionadas a la orientación espacial, la didáctica y el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas por medio de juegos y el uso de la tecnología en el aula de clase, debido a que una parte importante del trabajo es el uso de Google Maps.

Se implementaron varios pilotajes con diferentes poblaciones, con el objetivo de ir identificando mejoras, cambios, recomendaciones y potencialidades hasta obtener la versión final de “La travesía de Alexis”.

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Universidad de Calidad y Excelencia</small>	FORMATO
RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 1 de 5

Posteriormente, a cada pilotaje se realizó el análisis respectivo a orientación y ubicación espacial, además de ir modificando las instrucciones e implementando las correcciones o cambios pertinentes encontrados pilotaje tras pilotaje.

6. Conclusiones

Los estudiantes de maestría manifestaron que este juego permite abordar gran variedad de conceptos ligados no solo a las matemáticas, sino que también permite trabajar conjuntamente temáticas de otras áreas del conocimiento como: sociales, ciencias, geografía, informática y ética.

Con base al marco teórico, se logra evidenciar y realizar el análisis sobre los niveles de orientación espacial propuestos por Sarama y Clements (2009; como se citó en Poloche y Zapateiro, 2016) alcanzados por parte de los jugadores; respecto al nivel de ubicación espacial y trayectoria intuitiva, tanto jóvenes y adultos han elaborado ambos sistemas de referencia, el primero en el que registran mentalmente la ruta y ubicación de diversos destinos a alcanzar; el segundo en el momento que utilizan objetos o estructuras presentes a su alrededor para usarlos como puntos de referencia para localizar puntos y determinar distancias entre ellos.

Lo que se refiere al nivel de organización espacial, se manifestó el desarrollo de trayectorias y la perspectiva espacial, al explorar sitios desconocidos o entornos no cercanos; han utilizado como punto de referencia el norte de la ciudad para indicar la ubicación de un lugar respecto al otro. Los diferentes jugadores han superado varias dificultades en lo que concierne al nivel de modelos y mapas, pues reconocen el mapa mostrado en la pantalla como un modelo del planeta Tierra como tal, además el uso de los mapas a su disposición y logran entender la correspondencia entre un mapa y el espacio real.

En todos los pilotajes no logran dar buen uso a la escala mostrada por Google Maps, aunque utilizaron la ampliación y disminución de la escala real no se percataron de ello para obtener mejor estimación entre las distancias de un lugar a otro quizás por ausencia de conceptos matemáticos. Solo el grupo de profesores de matemáticas en ejercicio con quienes se realizó el último pilotaje, logran alcanzar el cuarto nivel de coordenadas y estructura espacial, pues han identificado ambos

RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE

Código: FOR020GIB

Versión: 01

Fecha de Aprobación: 10-10-2012

Página 1 de 5

sistemas de coordenadas: sexagesimal y geográficas, completando sus lanzamientos, indicando el trayecto y la ubicación de cualquier lugar en el plano.

Al principio se había planteado un juego en el que se desarrollara el pensamiento espacial mediante coordenadas polares en estudiantes de grado noveno, pero pilotaje tras pilotaje, recolección de evidencias y el proceso de aplicación de los pilotajes, se pudo evidenciar que no sólo se trabajan las coordenadas polares sino que se puede involucrar la enseñanza para muchos más conceptos y no necesariamente para estudiantes de grado noveno, pues los resultados de los pilotajes manifiestan que se puede trabajar con cualquier grupo de estudiantes.

Se alcanza el objetivo general, pues con este juego se desarrolla el pensamiento espacial y también el pensamiento numérico y métrico, además de evidenciar el gran impacto en el aula de clase por parte de las nuevas tecnologías y gran cantidad de aplicaciones. Los jugadores han planteado diferentes estrategias, utilizan recursos convencionales y no convencionales, demuestran habilidades motrices y el uso del cuerpo como parte fundamental para la medición y estimación de ángulos y segmentos, todo ello para realizar lanzamientos donde ubican u orientan diferentes destinos, lo cual permite el desarrollo de la inteligencia espacial (MEN, 1998). Por medio de los sistemas de coordenadas mostradas por el programa se logra identificar la localización de cualquier sitio en la representación cartesiana de nuestro planeta, igualmente la observación y lectura de mapas a diferentes escalas favorecen el desarrollo del pensamiento espacial (MEN, 2006).

En esta actividad los sujetos utilizan diferentes recursos con los cuales realizan representaciones y estimaciones de ángulos en los respectivos lanzamientos, ya que la distancia se obtiene por medio de la medición que permite hacer la aplicación Google Maps en el computador; algo similar ocurre con la misma aplicación pero en la tableta, la diferencia es que este dispositivo no permite realizar una medición exacta de la distancia y obliga a que los sujetos realicen estimaciones según los datos que arroja la aplicación. Aunque las diferentes poblaciones que realizaron los pilotajes desarrollaron la actividad una sola vez, se obtuvo una versión mejorada del juego gracias a los aportes y mejoras realizadas, tales como la precisión de instrucciones y el libre desarrollo del juego implica desarrollo de nuevas habilidades.

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Universidad de Calidad y Excelencia</small>	FORMATO
RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 1 de 5

Sí se trabajará el juego en el aula de clase con un mismo grupo, se llega a potencializar aún más el pensamiento espacial, logrando mejorar y conceptualizar la localización, ubicación de lugares, construcción de trayectorias y orientación espacial.

Al jugar “La travesía de Alexis” fomentamos conocimiento geográfico, ético, matemático, además de explotar al máximo los recursos tecnológicos en el aula de clase. Para darle continuación y una versión mucho mejor, se plantea la idea de un trabajo a futuro con aplicaciones que permitan realizar la simulación de los lanzamientos o plataformas que nos muestren los recorridos y quizás llegar a trabajar desde realidad aumentada. Adicionalmente, quien desee continuar con la aplicación y perfeccionamiento del juego, puede enfatizar en temas específicos dependiendo el grado a quien se dirija la actividad, desde figuras geométricas, conversiones de unidades, hasta la aplicación de coordenadas polares y operaciones con vectores, el enfoque del juego dependerá únicamente del profesor y del tema a potenciar, consiguiendo que los estudiantes obtengan otra perspectiva del uso de las matemáticas y su presencia en demás áreas del conocimiento.

Elaborado por:	Arévalo Sánchez Brallan Rolaider; Ortiz Jamioy Jhon Alexis.
Revisado por:	Carranza Vargas Edwin Alfredo.

Fecha de elaboración del Resumen:	23	08	2019
--	----	----	------



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL

Educadora de educadores

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

ACTA DE EVALUACIÓN DE TRABAJO DE GRADO

Presentados y **aprobados** el documento escrito y la sustentación del Trabajo de Grado, en el tipo Monografía, titulado: "*La travesía de Alexis*" *Un juego para orientarse apoyado en Google Maps*", elaborado por los estudiantes:

Brallan Rolaider Arévalo Sánchez código 2014140007 y cédula 1016041973

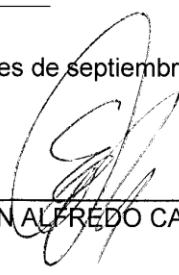
Jhon Alexis Ortiz Jamioy código 2014140064 y cédula 1082777136

Como requisito parcial para optar al título de **Licenciado en Matemáticas**, el jurado evaluador asigna **41** puntos al mismo.

Sugerencia de Distinción: Ninguna Meritoria Laureada

En constancia se firma a los 18 días del mes de septiembre de 2019.

Director del Trabajo: Profesor


EDWIN ALFREDO CARRANZA VARGAS

Jurado:

Profesor

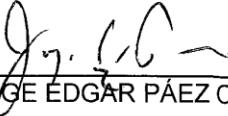

JORGE EDGAR PÁEZ ORTEGÓN

Tabla de contenido

Introducción.....	16
Objetivos.....	18
Objetivo general:.....	18
Objetivos específicos:	18
1. Marco teórico	19
1.1. Referentes curriculares	19
Lineamientos Curriculares.	19
Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.	20
Derechos Básicos de Aprendizaje.....	21
1.2. Visualización y orientación espacial.....	23
Habilidades relacionadas con la orientación espacial y la visualización espacial.	24
Tareas de orientación del sujeto en espacios reales.	27
Localización espacial.	29
1.3. Los juegos en las matemáticas.....	29
1.4. La tecnología y la enseñanza de las matemáticas	31
1.5. Fotogrametría.....	32
1.6. Google Maps.....	37
1.7. Sistema de coordenadas	39
Unidades de medida para las coordenadas GPS.....	40
2. El juego “La travesía de Alexis”	42
2.1. Instrucciones del juego	43
3. Pilotajes del juego.....	47
3.1. Primer pilotaje.....	48
Descripción de la población:	48

Descripción de la actividad:	49
Descripción del pilotaje:.....	49
Evidencias primer pilotaje.....	50
3.2. Segundo pilotaje	56
Descripción de la población:	57
Descripción de la actividad:	57
Descripción del pilotaje:.....	57
Evidencias segundo pilotaje.	58
3.3. Tercer pilotaje	65
Descripción de la población:	65
Descripción de la actividad:	65
Descripción del pilotaje:.....	66
Evidencias tercer pilotaje.	66
3.4. Cuarto pilotaje.....	70
Descripción de la población:	70
Descripción de la actividad:	71
Descripción del pilotaje:.....	71
Evidencias Cuarto pilotaje.	72
4. Diseño del juego	80
Conclusiones.....	91
Referencias	94
Anexos.....	96

Listado de imágenes

Imagen 1. Tomado y adaptado de Araya, J. (2006). Problema fundamental de la fotogrametría.	33
Imagen 2. Tomado y adaptado de Araya, J. (2006). Problema fundamental de la fotogrametría.	33
Imagen 3. Tomado y adaptado de Araya, J. (2006). Distancia focal y plano focal.....	34
Imagen 4. Tomado y adaptado de Araya, J. (2006). Campo de imagen y distancia focal. ..	36
Imagen 5. Campo de imagen, fuente propia.	36
Imagen 6. Objetivo granangular, fuente propia.	36
Imagen 7. Intersección del Ecuador con el Meridiano de Greenwich (punto 0°0°). Recuperado de: https://www.saberespractico.com/curiosidades/en-que-lugar-se-cruza-el-ecuador-y-el-meridiano-de-greenwich/	39
Imagen 8. Ubicación por cuadrantes. Recuperado de: http://3.bp.blogspot.com/_z4a1hwOcpHQ/SPuzj5U29RI/AAAAAAAAGU/UrZ3SuNNXBM/S760/ecuador.jpg	40
Imagen 9. Cápsulas de ayuda	43
Imagen 10. Ejemplo 1 visto desde GeoGebra.	44
Imagen 11. Comprobación del ángulo de lanzamiento del ejemplo 1 con GeoGebra.	44
Imagen 12. Ejemplo 2 visto desde GeoGebra.	45
Imagen 13. Comprobación del ángulo de lanzamiento del ejemplo 2 con GeoGebra.	45
Imagen 14. Herramienta indicaciones.	47
Imagen 15. Estrategia para estimar distancias.....	50
Imagen 16. Estudiante usando sus dedos para realizar estimación de distancia lineal.	51
Imagen 17. Procedimiento por parte de una estudiante para estimar la distancia lineal Reikiavik y Dublín.	52
Imagen 18. Secuencia de imágenes en las que estiman el ángulo utilizando un marcador..	52
Imagen 19. Secuencia de imágenes para estimar el ángulo.....	53
Imagen 20. Lanzamientos de los estudiantes.....	53
Imagen 21. Segunda tanda de lanzamientos de los estudiantes.....	54
Imagen 22. Lanzamientos en Suramérica.....	55
Imagen 23. Comparación entre la pista y el lanzamiento de un estudiante.....	55

Imagen 24. Ruta desde un punto a otro	58
Imagen 25. Ruta y tramo lineal entre dos puntos.....	58
Imagen 26. Medición entre dos puntos.....	59
Imagen 27. Trayecto lineal formado entre dos lugares.	59
Imagen 28. Uso de las manos para estimar el ángulo.....	61
Imagen 29. Estimación del ángulo usando esferos.....	61
Imagen 30. Estimación del ángulo usando lápices.....	61
Imagen 31. Un vector poco convencional.	61
Imagen 32. Eje de papel y vector con lápiz.....	61
Imagen 33. Representación del ángulo de lanzamiento usando las manos.	61
Imagen 34. Representación del transportador buscada en Google.....	62
Imagen 35. Lanzamientos del equipo 1.....	63
Imagen 36. Lanzamientos del equipo 6.....	64
Imagen 37. Representación de Reikiavik a Noruega en el cuaderno.	67
Imagen 38. Representación del ángulo de lanzamiento desde Reikiavik a Oslo.	67
Imagen 39. Estimación del ángulo utilizando transportador.	68
Imagen 40. Representación del ángulo con sus manos.	68
Imagen 41. Lanzamientos del equipo A.	68
Imagen 42. Lanzamientos del equipo C.	69
Imagen 43. Representación de un triángulo rectángulo.	73
Imagen 44. Uso de GeoGebra para determinar el ángulo.....	74
Imagen 45. Uso de GeoGebra para determinar el ángulo de lanzamiento.	74
Imagen 46. Coordenadas decimales y coordenadas sexagesimales mostradas por Google Maps.	75
Imagen 47. Mapa mundial de coordenadas. Recuperado de https://www.profesorfrancisco.es/2013/07/coordenadas-geograficas.html	83
Imagen 48. Lanzamiento desde Rio de Janeiro a Tokio, fuente propia.....	84
Imagen 49. Rectángulo de trabajo modificado, fuente propia.....	85
Imagen 50. Distancia entre Freetown y Natal, fuente propia.....	86
Imagen 51. Distancia entre Null Island a Natal, fuente propia.....	86

Imagen 52. Desde Reikiavik a Groenlandia se cumple el rango de lanzamiento, fuente propia.....	86
Imagen 53. Desde Reikiavik a Noruega se cumple el rango de lanzamiento, fuente propia.	86
Imagen 54. Parte del diagrama de recorridos, fuente propia.	87
Imagen 55. Ángulo medido con ayuda de GeoGebra y la opción globo desactivada, fuente propia.	88
Imagen 56. Ángulo medido con ayuda de GeoGebra y la opción globo activada, fuente propia.	88
Imagen 57. Suma de vectores, fuente propia.....	89
Imagen 58. Resta de vectores, fuente propia.....	89
Imagen 59. Operaciones con vectores en GeoGebra, fuente propia.....	90

Listado de tablas

Tabla 1. Distancias focales.....	35
Tabla 2. Equivalencias.....	40
Tabla 3. Tabla de correlación.....	41
Tabla 4. Ayudas.....	42
Tabla 5. Datos de lanzamientos.....	46
Tabla 6. Comparación entre pilotajes.....	48
Tabla 7. Primera tanda de lanzamientos.....	53
Tabla 8. Segunda tanda de lanzamientos.....	54
Tabla 9. Lanzamientos en Suramérica.....	55
Tabla 10. Reikiavik a Edimburgo.....	56
Tabla 11. Sistemas de coordenadas.....	57
Tabla 12. Lanzamientos equipo 1.....	63
Tabla 13. Lanzamientos equipo 6.....	64
Tabla 14. Lanzamientos equipo A.....	69
Tabla 15. Lanzamientos equipo C.....	69

Introducción

En la actualidad es evidente el frecuente proceso de innovación, mejoramiento y uso de dispositivos electrónicos para movilizarnos de un lugar a otro. Entre estos grandes avances se encuentra gran diversidad de herramientas que interactúan con el usuario y su respectiva ubicación en tiempo real, por ello creemos importante propender y propiciar el desarrollo de habilidades de pensamiento espacial en los estudiantes, a partir del estudio de trayectorias que surgen de manera natural y están mediadas por las herramientas tecnológicas.

Para lograr tal desarrollo referido a pensamiento espacial se diseñó y aplicó un juego donde se integra el uso de la tecnología en el aula de clase, con lo cual se pretende fortalecer y aplicar conocimientos sobre lateralidad, localización, medición y conteo; también potenciar habilidades para identificar dirección, distancia y posición de objetos o lugares en diferentes sistemas de referencia, haciendo uso de conceptos básicos de matemáticas para determinar distancias y ángulos, favoreciendo el proceso de enseñanza y aprendizaje de ubicación y orientación espacial.

Google Maps brinda una vista satelital de nuestro planeta, permitiendo al usuario observar el globo terráqueo o superficie de cualquier lugar del planeta acompañado de una vista bidimensional del sitio que se quiera explorar. Por ende, se ha considerado la superficie terrestre como un plano con coordenadas geográficas en el que se llevará el desarrollo de las diferentes actividades, trabajando a la par con la geometría para generar mayor interpretación del mundo.

Así obtener mejor visualización y percepción de los objetos presentes en nuestro entorno; involucrando aplicaciones que permiten abordar conceptos relacionados al pensamiento espacial y geométrico para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales utilizando sistemas de referencias (ejes, cuadrantes, coordenadas cartesianas y polares) e indicar la posición de un objeto utilizando direcciones cardinales (norte, sur, oriente y occidente).

Google Maps cuenta con diversas herramientas que llevan a obtener mejor visualización y exploración del espacio: acercamiento, desplazamiento, medición, manejo de brújula y diferentes escalas. De acuerdo con los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006), es conveniente planear y llevar al aula situaciones de aprendizaje que propicien el razonamiento en aspectos espaciales, métricos y geométricos, al igual que en los demás

tipos de sistemas y pensamientos matemáticos. Durante el desarrollo del juego y lo referido a la geometría, se pretende que los jugadores logren construir y manipular representaciones mentales de objetos ubicados a nuestro alrededor y producir diversas formas de representación de una trayectoria, también realizar el reconocimiento y ubicación del individuo en el espacio que lo rodea.

Durante el proceso de desarrollo y empleo de sistemas de representación del espacio, se incluye la medición, pues no basta con decir la posición de un lugar respecto a otro, sino determinar la distancia lineal a la que se encuentran y las diferentes formas de llegar a él, con ello la percepción espacial y geométrica se torna de manera más compleja, lo que acompañado de la métrica se convertirán en nuevos conocimientos geométricos. Esta herramienta tecnológica, al igual que otras aplicaciones llevan al sujeto a comprender mejor el espacio, mediante la elaboración y lectura de mapas, representación y uso de diversas escalas, enriquece y fomenta el desarrollo de pensamiento espacial.

El siguiente trabajo tiene como propósito involucrar en la clase de matemáticas herramientas tecnológicas para favorecer el desarrollo del pensamiento espacial y sistemas geométricos, mediante la aplicación de un juego y trabajo de exploración en Google Maps. El trabajo cuenta con diferentes sesiones, en la primera se muestran algunos referentes teóricos y curriculares que asocian el pensamiento matemático y la orientación espacial. La segunda muestra la estructura e instrucciones del juego. En la tercera sesión, se realiza la descripción y análisis de los alcances y resultados referidos a la orientación y ubicación espacial por parte de los individuos quienes colaboraron en los pilotajes correspondientes de la actividad, aplicada a diferentes poblaciones estudiantiles. Por último, presentar el diseño y construcción del juego, proceso en el cual se fue planteando un continuo mejoramiento de instrucciones y descripción del mismo, hasta tal punto de obtener la versión final de “*La travesía de Alexis*” seguido de las conclusiones del trabajo realizado.

Objetivos

Objetivo general:

- Diseñar un juego que promueva el desarrollo del pensamiento espacial utilizando Google Maps.

Objetivos específicos:

- Realizar diferentes pilotajes para lograr obtener la versión mejorada del juego.
- Describir los pilotajes realizados teniendo en cuenta los referentes teóricos de la visualización y ubicación espacial.

1. Marco teórico

Para el diseño del juego “La Travesía de Alexis”, se indagó sobre los documentos curriculares que rigen la educación en nuestro país y desde ellos se buscó identificar los aportes para el desarrollo del pensamiento espacial. Adicionalmente, se busca sustento teórico sobre tareas y habilidades relacionadas a la orientación espacial, la didáctica y el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas por medio de juegos y el uso de la tecnología en el aula de clase, ya que una parte importante del trabajo es el uso de Google Maps.

De acuerdo con esto vemos conveniente nombrar algunas de las múltiples herramientas que trae consigo dicha aplicación, como las diferentes vistas y perspectivas de lugares, localización y búsqueda de los mismos, medición y construcción de trayectos entre dos o más sitios, pues resultan ser de gran ayuda para el desarrollo del pensamiento espacial. En este marco teórico también queremos dar a conocer parte de la técnica de la fotogrametría y relación con Google Maps y los sistemas de coordenadas utilizados en el programa, puesto que se evidencia el manejo de fotografías aéreas y representación de superficies a diferentes escalas aplicadas a la elaboración e interpretación de mapas, información útil que expone el recurso tecnológico.

1.1. Referentes curriculares

A continuación, con lo encontrado en los documentos curriculares, los cuales son: Lineamientos Curriculares, Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas y la versión dos de Derechos Básicos de Aprendizaje, indicamos en lo que sigue los aportes que hacen cada uno de estos documentos y que trabajados desde el juego permiten el desarrollo del pensamiento espacial.

Lineamientos Curriculares.

Teniendo en cuenta que los conceptos y estructuras matemáticas son una herramienta de gran potencia para lograr habilidades del pensamiento y el gran impacto que trae consigo el uso de las nuevas tecnologías y aplicaciones en el aula de clase (MEN, 1998), se relaciona la aplicación Google Maps e introduce el juego en la clase de matemáticas, para alcanzar conocimientos básicos relacionados a la representación del espacio.

Al trabajar en el diseño y estructura final del juego, se buscó qué procesos generales se desarrollan a través del mismo, al implementar el juego se evidencia que el razonamiento se

expone cuando los individuos especifican y muestran la manera en la cual dan planteamiento y desarrollo de la actividad. La comunicación, en los momentos donde dan a conocer información y explican cómo obtienen sus resultados. Ejercitación de procedimientos, si los jugadores después de un largo trabajo de exploración se involucran con las coordenadas y el uso de operaciones matemáticas para dar datos de lanzamientos lo más exacto posible.

Los estudiantes construyen conocimientos sobre pensamiento espacial al dar solución a problemas en un contexto real respecto a ubicación, orientación y distribución de lugares mostrados en el mapa. Según Howard Gardner (citado en MEN, 1998) en su teoría de las inteligencias múltiples considera diferentes inteligencias, entre las cuales considera la inteligencia espacial y además plantea que el pensamiento espacial es fundamental para el pensamiento científico, por ello se considera la necesidad de recuperar el sentido espacial intuitivo en las matemáticas y no solo en la geometría.

La construcción de los sistemas geométricos, es un proceso que se relaciona con la capacidad práctica de actuar en el espacio, manipulando material concreto o dinámico, localizando situaciones, efectuando desplazamientos, medidas, cálculos y representaciones del espacio, razonando sobre propiedades geométricas, tomando sistemas de referencia y haciendo predicciones de manipulaciones mentales, las cuales son construidas por parte de los estudiantes a través de la exploración activa en Google Maps y modelación del espacio o situaciones en las que presentan movimientos.

Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.

El sujeto debe contemplar todas las dimensiones y relaciones espaciales para poder interactuar de diversas maneras con objetos y lugares situados en el espacio (MEN, 2006). Dado que Google Maps permite hacer movimientos, realizar mediciones, explorar el sitio seleccionado, aumentar y disminuir la escala del mapa, saber la posición correspondiente de cada usuario, planear rutas en tiempo real y agregar paradas en el trayecto, además de mostrar el medio más rápido para llegar a su destino y permitiendo conocer nuevos lugares, nosotros consideramos que la aplicación desarrolla el pensamiento espacial considerado como un conjunto de procesos cognitivos, puesto que los estudiantes durante la aplicación del juego deberán construir y manipular representaciones mentales para ubicarse, localizar objetos del espacio, relaciones entre ellos, transformaciones y diferentes traducciones o representaciones materiales (MEN, 2006).

Los sujetos en la cotidianidad al realizar algún desplazamiento, reconocen la ubicación de sí mismos respecto a otros lugares del mundo o de un sitio a otro, encuentran e identifican relaciones entre lugares en el espacio y su respectiva ubicación. Ello daría paso al proceso de medición, indicar si un objeto está cerca o lejos respecto a otro, decir o realizar una estimación de la distancia a la que se encuentran. Según el MEN (2006), este proceso permite al estudiante realizar un salto desde lo característico o cualitativo a lo cuantitativo, con lo que se logra hallar nuevas relaciones o propiedades entre los objetos, asimismo la percepción geométrica se torna más compleja pues estas relaciones ahora dependen también de las medidas.

Los sujetos exploran el mundo de una manera interactiva gracias a la tecnología, distinguiendo nuevos destinos, conociendo sus aspectos sociales y culturales, realizan desplazamientos, además de poder estudiar propiedades espaciales relacionadas con métricas, generando conocimientos formales en geometría. Para el MEN (2006) relacionar el estudio de la geometría con otras asignaturas o áreas del conocimiento, la observación, reproducción de patrones, comprensión del espacio mediante construcción y lectura de mapas a escala, son situaciones que favorecen el desarrollo del pensamiento geométrico.

Al terminar el grado undécimo, como indica MEN (2006), los estudiantes deben identificar características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y otros sistemas de referencia tales como: polares, cilíndricos y esféricos, en particular las curvas y figuras cónicas. Igualmente, desde el primer grado se empieza a trabajar la medición y localización en diferentes contextos, así como representación del espacio circundante y desarrollo de habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio.

Derechos Básicos de Aprendizaje.

Para la segunda versión de los DBA el MEN (2017), propone que los estudiantes deben reconocer y comparar atributos que pueden ser medidos, con ello medir longitudes con diferentes instrumentos. También deben describir y representar trayectorias y posiciones de objetos, lugares o personas para poder orientar a otros individuos o a sí mismos en el espacio que los rodea, utilizando representaciones de planos, para ubicarse y tomar decisiones a partir de su ubicación espacial; dibujando o trazando recorridos en los que se tiene en consideración

los ángulos y la lateralidad. Respecto a la medición pueden utilizar patrones, unidades e instrumentos convencionales y no convencionales para el cálculo o estimación de magnitudes como la longitud. Describen los posibles desplazamientos y referencia la posición de un objeto o lugar utilizando nociones de horizontalidad y verticalidad para resolver situaciones en las que se deben indicar posición, dirección y el movimiento de objetos en el entorno, localizando puntos en un mapa a partir de coordenadas cartesianas e interpretar los elementos de un sistema de referencia e indicar la posición de un objeto usando las direcciones cardinales.

1.2. Visualización y orientación espacial

En la búsqueda de sustento teórico sobre los juegos en la educación matemática y el uso de la tecnología en el aula de clase, consideramos que la visualización y orientación son dos conceptos importantes de los que se debe hablar, por ende, se han tenido en cuenta las definiciones propuestas por McGee, las cuales se especificarán más adelante.

La implementación del juego implica que en las situaciones de aprendizaje se propicie el razonamiento en aspectos espaciales, métricos y geométricos. De acuerdo con esto, en el marco de la propuesta curricular, consideramos los pensamientos numérico, espacial y métrico propuestos en los lineamientos curriculares.

Los estudiantes mediante el juego pueden llegar a reconocer la ubicación y posición de lugares en relación a otros objetos o sitios ubicados a su alrededor, además expresan diferentes procesos cognitivos mediante los cuales construyen y manipulan representaciones mentales de sitios en el espacio, relaciones entre ellos, transformaciones y sus diversas traducciones o representaciones materiales (MEN, 1998).

Relacionado al pensamiento métrico, los estudiantes durante el desarrollo de la actividad, tienen libre elección de unidades de medida, patrones e instrumentos necesarios para el proceso de medición, procedimiento que permite llegar a la comprensión sobre las magnitudes y cantidades, la medición y uso flexible de las medidas en diferentes situaciones (MEN, 1998).

Ligado al pensamiento numérico, se encuentra el pensamiento métrico, donde entra a ser gran protagonista la estimación o cálculo de distancias lineales entre diferentes puntos mostrados en el mapa y determinar medidas de ángulos, mejorando la comprensión del sentido y significado de las operaciones y relaciones entre los números, al desarrollar diferentes técnicas de cálculo y estimación (MEN, 1998).

Consideramos que la implementación del juego fomenta el desarrollo de la orientación espacial y a su vez tiene relación con temas abordados en otras asignaturas, es decir, la lectura e interpretación de mapas trabajadas en sociales o geografía, las coordenadas cartesianas, geográficas y polares, entre otros temas de la clase de matemáticas, recorridos de orientación y lateralización en educación física, uso de la perspectiva y puntos de vistas en dibujo artístico y demás ayuda visual mostrada en la gran variedad de aplicaciones y programas encontrados en el entorno escolar y fuera de él.

Habilidades relacionadas con la orientación espacial y la visualización espacial.

Para resolver las tareas propuestas se requiere que los estudiantes cuenten con capacidades de orientación y visualización espacial, es así como el uso y trabajo de exploración con Google Maps, permite interactuar desde diferentes vistas: mapa, satélite, relieve, 2D, 3D y globo terráqueo. Al desactivar la última vista mencionada, el programa accede a trabajar como si nuestro planeta fuese un plano cartesiano, además de obtener mayor visión y reconocimiento de los diferentes lugares del mundo, con todo ello los estudiantes resuelven la actividad propuesta en el juego y desarrollan capacidades de orientación y visualización espacial. Teniendo en cuenta lo dicho por McGee (citado en Gonzato y Godino, 2010), la visualización espacial involucra la habilidad de manipular, rotar, girar o invertir mentalmente un objeto presentado como estímulo visual de dos o tres dimensiones. Como habilidades relacionadas a la visualización espacial el autor propone:

- ✓ Imaginar la rotación de un objeto, cambios relativos de posición de un objeto en el espacio.
- ✓ Visualizar una configuración en la que hay movimiento entre sus partes.
- ✓ Comprender movimientos imaginarios en tres dimensiones y manipular objetos en la imaginación.
- ✓ Manipular o transformar la imagen de un modelo mental a otra disposición.

Para la orientación espacial, el uso de Google Maps e implementación del juego involucra la habilidad de interpretar mapas de diferentes lugares, orientar sitios por medio de brújula o algún otro elemento presente a su alrededor y haciendo uso de su propio cuerpo. Se debe tener en cuenta que los estudiantes no deben realizar desplazamientos, pues con el programa seleccionado para este trabajo, se manipula y se deja el mapa a disposición de cada uno de los usuarios, observando el mundo desde diferentes puntos de vista. McGee (citado en Gonzato y Godino, 2010), dice que la orientación espacial involucra la comprensión de elementos con un patrón de estímulo visual, además no requiere el movimiento mental de un objeto, sino el cambio o desplazamiento de la perspectiva percibida por el observador. Al igual que la visualización espacial, el autor también menciona habilidades respecto a la orientación espacial:

- ✓ Determinar las relaciones entre diferentes objetos en el espacio.

- ✓ Reconocer la identidad de un objeto cuando es observado desde diferentes ángulos o cuando el objeto es movido.
- ✓ Considerar relaciones espaciales donde la orientación del cuerpo del observador es esencial.
- ✓ Percibir modelos espaciales y compararlos entre sí.
- ✓ No confundirse cuando se varían las orientaciones con las cuales un objeto espacial es representado.
- ✓ Percibir modelos espaciales o mantener la orientación con respecto a objetos en el espacio.

Visualizar y orientar un objeto, sujeto o espacio, no incluye solamente la habilidad de ver, sino que también el poder reflexionar sobre ellos y sus representaciones, relaciones entre sus partes, estructura y examinar sus posibles transformaciones. La interpretación y la comunicación de la información ya sea de manera figural (descripciones gráficas o relaciones espaciales) o verbal (vocabulario geométrico o términos que indican o señalan) también son habilidades importantes relacionadas a este tema. Gonzato y Godino (2010) consideran la visualización y orientación espacial como el conjunto de habilidades relacionadas con el razonamiento espacial.

Para el análisis de resultados, nos vamos a centrar en identificar en cuál de los cuatro niveles de competencia que conforman el desarrollo de la orientación espacial, propuestos por Sarama y Clements (2009, como se citó en Poloche y Zapateiro, 2016), se encuentran los participantes o logran alcanzar durante la aplicación de la actividad. Dichos niveles están clasificados de la siguiente manera:

- i. Ubicación espacial y trayectoria intuitiva

En este nivel se ubica el desarrollo por parte de niños, jóvenes y adultos, respecto a recuerdos mentales los cuales les permiten captar el espacio que los rodea y permite elaborar dos tipos de sistemas de referencia. Según Newcombe y Huttenlocher (2000; como se citó en Sarama Y Clements, 2009) existen los sistemas de referencia basados en claves internas, el cual está relacionado con la construcción de un espacio egocéntrico nombrado por Piaget. Este espacio se produce cuando se quiere registrar en la mente cualquier ruta o ubicación de un patrón de movimiento con algún objetivo a alcanzar. Con ellos el individuo realiza una codificación

sensoriomotora, en la que modifica el camino y además integra ubicaciones en las que nombra distancia, dirección y posición.

El segundo sistema de referencia basado en claves externas, la persona se orienta con la ayuda de estructuras presentes en su alrededor, los cuales usa como puntos de referencia. Al utilizar datos sobre distancias entre dichos puntos y su propia ubicación, desarrollan aprendizaje respecto a las trayectorias. Logran construir remembranzas del espacio cuando intentan localizar objetos, donde interrelacionan puntos de referencia y objetos que captan su atención.

“La ubicación espacial se refiere a la identificación del sitio en que se encuentra el individuo y de cuál parte hacia el lugar que tiene como meta” Macías y Quintero (2011; como se citó en Pineda y Elizabeth, 2015).

ii. Organización espacial

Las personas ubicadas en este nivel desarrollan la perspectiva espacial y trayectoria espacial pensando en entornos no cercanos. En la perspectiva espacial construyen sistemas de referencias icónicos, utilizando puntos de referencia externos para poder ubicarse o encontrar objetos y lugares. El proceso de localización relaciona la construcción de imágenes mentales, parte importante en la orientación espacial. Cabe mencionar que dichos sistemas de referencia permiten una ubicación que involucra varios puntos de vista, es decir, varios observadores. Mientras en el desarrollo de trayectorias espaciales, es necesario construir representaciones integradas de rutas en las que van conectados puntos de referencia, donde los individuos planifican trayectos para lograr ubicaciones que no estén a la vista, seleccionando la ruta más eficiente teniendo en cuenta distancias totales.

iii. Modelos y mapas

En este nivel crean y utilizan modelos y mapas sencillos que son de gran utilidad para localizar objetos alrededor o realizar recorridos. Para que los mapas tengan sentido, Newcombe y Huttenlocher (2000; como se citó en Poloche y Zapateiro , 2016) señalan que las personas deben crear relaciones entre atributos geométricos de los objetos respecto a objetos físicos, además el trabajo y manejo de mapas, trayectorias y relaciones geométricas desde temprana edad ayudan a mejorar la orientación espacial cuando se llega a una edad

adulta, para ello deben realizar un modelo donde utilicen escalas, distancias, perspectivas y correspondencia geométrica, aspectos importantes para el desarrollo de la orientación espacial.

Dificultades:

- Entender la correspondencia entre un mapa y el espacio real.
- Reconocer el modelo como símbolo del espacio real.
- Manejo de los mapas.
- Leer y entender los mapas.
- Ampliación y disminución de la escala real.

El uso de símbolos desempeña un rol importante en los mapas, con ello aumenta la comprensión de la correspondencia geométrica entre la información mostrada en el mapa y el modelo, también la ubicación o trayectoria de un objeto situado en el espacio real. Una vez que logran comprender la relación geométrica entre mapas y el espacio, pueden interpretar mapas y planear trayectos.

iv. Coordenadas y estructura espacial

En este nivel comprenden las relaciones espaciales representadas mediante el uso de coordenadas euclidianas o polares, ya sea en planos 2d o 3d, las cuales figuran ubicaciones o trayectorias de objetos en ciertos puntos del plano o el espacio. Según Sarama y Clements (2009) el proceso para comprender el espacio como un sistema de coordenadas, requiere aprender a operar mentalmente con una organización para un objeto o varios de ellos ubicados en el espacio.

Tareas de orientación del sujeto en espacios reales.

Google Maps además de suministrar las coordenadas geográficas de cada sitio seleccionado, proporciona imágenes y videos subidos por usuarios, residentes o turistas de diferentes partes del mundo, con ello los jugadores tendrán un acercamiento a espacios reales conocidos y desconocidos, además se requiere mediante la implementación del juego, que el individuo indique distancia, ángulo y dirección de un sitio respecto a otro. De acuerdo con Gonzato, Fernández y Díaz (2011) en este tipo de tareas se busca que el individuo intuya el espacio donde se encuentra y también donde se sitúa otra persona u objeto.

La ubicación y orientación en el espacio, sabiendo que este último puede significar varias cosas, como poder leer e interpretar mapas o planos y llegar a comprender maquetas o espacios representados en diferentes tamaños. Características que encontramos fácilmente al trabajar con Google Maps, pues podemos aumentar o disminuir la escala y nos muestra en tiempo real diferentes lugares que se quieran explorar. Dichos autores incluyen situaciones donde los estudiantes deban leer, construir y utilizar sistemas de coordenadas, para poder describir características que definen un sitio por medio de coordenadas cartesianas o polares.

El individuo durante todo el transcurso de la aplicación de la actividad, se ve inmerso en el uso y lectura de mapas, interpretando y representando espacios reales, donde deben encontrar y comunicar la posición de lugares seleccionados por sí mismos, realizando desplazamientos en la pantalla o mentalmente. También reconoce, describe y transforma objetos y sitios en el mapa a su disposición, obteniendo diferentes puntos de vista en representaciones bidimensionales o tridimensionales con ayuda de herramientas del programa. En concordancia con Berthelot y Salín (1992; como se citó en Gonzato, 2011), podemos considerar el juego como una tarea relacionada a la orientación espacial y en la cual están presentes las diferentes categorías de acciones en las que se pretende que el sujeto obtenga mejor control de sus relaciones con el espacio, entre ellas la orientación estática, desplazamiento y posición del sujeto y de los objetos. También indican varios tipos de situaciones en las que se requiere el uso de planos y mapas:

- ✓ Exploración de lugares desconocidos, donde se puede llegar a elaborar un propio plano.
- ✓ Desplazamiento en un espacio, pues los planos brindan la información necesaria para determinar una ruta propia.
- ✓ Comunicación de una localización precisa, trabajando con planos en escalas.

Estos autores señalan la existencia de estímulos iniciales en situaciones que requieren comunicar informaciones espaciales cuando se cuenta con un plano o no:

- ✓ Espacio real: realizar tareas donde la acción del sujeto transcurre en el presente, explorar el espacio, construir maquetas, dibujar planos, representar trayectos.

- ✓ Representación espacial: el sujeto interpreta la información mostrada en el mapa sin navegación física ni referencia del espacio representado, localizar elementos, descripción verbal de trayectos y posiciones e interpretar sistemas de coordenadas.
- ✓ Espacio real y representación del espacio físico: el sujeto cuenta con la representación de un espacio y ha realizado actividad en el mismo, relacionar el espacio con su representación espacial, orientar de acuerdo a los puntos cardinales.

Localización espacial.

Los estudiantes asignan dirección a los movimientos generando aprendizaje respecto a la localización espacial, puesto que el cuerpo es un punto de referencia para estimar distancias. Tal como aseguran Fernández, Mercado y Sánchez (2003; como se citó en Pineda y Elizabeth, 2015), el cuerpo intuye y pronuncia con gestos la existencia de distancias cortas o largas, además el individuo identifica direcciones y las manifiesta a través del movimiento de sus partes corporales, determinando relaciones espaciales tales como: arriba, abajo, izquierda, derecha, delante o detrás y mostrando mayor aumento de vocabulario al explicar y localizar objetos con términos como: allí, allá, acá, ahí, entre, aquí, cerca, lejos, próximo, lejano.

1.3. Los juegos en las matemáticas

Desde el planteamiento de Sanuy (1998; citado en Chacón, 2008) donde refiere que “*La palabra juego, proviene del término inglés “game” que viene de la raíz indo-europea “ghem” que significa saltar de alegría*” asumimos para este trabajo, el diseño de un juego atractivo el cual permita que el estudiante se divierta y desarrolle habilidades respecto al pensamiento espacial.

Asimismo, construir una actividad lúdica muy atractiva en el aula de clases que capte la atención, despierte la curiosidad e interés del individuo, además de realizar un trabajo de visualización y exploración del mundo visto desde la pantalla del computador, celular o tableta, en donde comuniquen sus procesos, utilicen conocimientos previos y construyan nuevos.

Se pretende realizar diferentes pilotajes, con el fin de ir mejorando y modificando las reglas e instrucciones de nuestro trabajo, de tal manera que no sean muy complicadas, con instrucciones cortas y fáciles de comprender, para poder consolidar y construir el juego de la

mejor manera posible, en la que los estudiantes interactúen de forma agradable, se apropien del juego y vean en el trabajo del área de matemáticas, motivación y pasión por las mismas. De Guzmán (1984) enuncia que la matemática en gran parte es juego, además el juego puede analizarse mediante instrumentos matemáticos, buscando la diversión y la posibilidad de entrar en acción rápidamente.

En las diferentes implementaciones, se ha de trabajar desde celulares, tabletas y/o computadores, apoyados en el uso de la tecnología en el aula de clase teniendo acercamiento a la realidad desde Google Maps. No es una tarea común, pues no se frecuenta usar aplicaciones de ubicación espacial y mucho menos dispositivos móviles en el área de matemáticas, además que implícitamente durante el desarrollo de la actividad se relacionan temas de otras áreas del conocimiento, viendo el juego desde otra perspectiva para la enseñanza de las matemáticas, como pasatiempo y con gran carácter de diversión, tal como afirma De Guzmán (1984) estos dos elementos deben ser motivos para utilizarlos generosamente.

Se quiere desarrollar en el individuo una mejora en la ubicación espacial, lograr el desarrollo mental respecto a potencialidades sensitivas, estimación, generar el diálogo y que a partir de un juego se permitan un acercamiento al mundo en general ya sea desde la parte cultural, por interés personal y la construcción de contenidos propios de la enseñanza en matemáticas y otras áreas del conocimiento.

El juego “*La travesía de Alexis*” es imaginativo, puesto que los jugadores hacen uso de la fantasía durante el desarrollo de la actividad, realizando recorridos, viajes y trayectos mentalmente o desde la pantalla. En parte es realista, se ha de utilizar la tecnología como medio para reconocer el mundo real a través de imágenes y videos. También es considerado un juego competitivo, ya que se presenta un confrontamiento o carrera de tiempo para cumplir el objetivo y determinar el ganador. Teniendo en cuenta las diferentes clases nombradas por Walter Roth (1902; citado en Bishop, 1998) cumple con las características de un juego, imaginativo, realista y competitivo. Este juego en general permite realizar un trabajo en conjunto con profesores de sociales, biología y quizás parte de la ética; se ha de aprender más acerca de la geografía, cultura, historia, monumentos, ecosistemas entre otros.

1.4. La tecnología y la enseñanza de las matemáticas

Debido a que Google Maps desempeña un rol importante durante las diferentes implementaciones, el uso de la tecnología en el aula de clase es un aspecto de gran valor para mencionar en este documento.

Para Araya (2007) las tendencias actuales en la enseñanza de la matemática recalcan la importancia del uso de tecnología como un medio el cual les permite a los estudiantes obtener mayor cantidad de conclusiones además de realizar observación y exploración que en otros ambientes o con el trabajo de papel y lápiz serían complicados de obtener.

Por medio del uso de la tecnología, lograr que los estudiantes exploren, examinen el programa y comuniquen los respectivos procesos que realizan para obtener sus resultados. También indagar como es la interacción entre los estudiantes y las diferentes herramientas tecnológicas, pues quizás varios o algunos de ellos no han trabajado Google Maps sino para enrutararse en su cotidianidad, aún sin saber el conocimiento inmerso en ella.

Según Barrera y Santos (2001; como se citó en Araya, 2007), el uso de la tecnología puede ser una herramienta muy poderosa para que los estudiantes logren crear diferentes representaciones y servir como medio de formulación de preguntas y problemas propios, lo cual constituye un aspecto importante en el aprendizaje de las matemáticas. Durante la etapa escolar, se ha enseñado la matemática de manera tradicional, en la que se enfatiza en el trabajo con ejercicios rutinarios, aprendizaje de fórmulas y procesos repetitivos para dar respuesta a un problema. Sin embargo, la introducción del computador al aula de clase y la aparición de gran variedad de software y plataformas relacionadas a la enseñanza de las matemáticas, hace que el profesor introduzca parte del conocimiento con el uso de ellos. Aunque muchas herramientas descargadas al computador o celular solucionan problemas y resuelven operaciones, el NCTM (2000) indica que la tecnología puede ayudar a los estudiantes a aprender matemáticas, pero no debe utilizarse como sustituto de las operaciones, sino que convendría usarse para fortalecerlas.

Como dice Fuglestad (2004; como se citó en Araya, 2007), el uso de herramientas tecnológicas permite que los estudiantes accedan a varias formas de expresar sus ideas matemáticas y experimentar con ellas. Este autor sugiere algunos puntos a enfatizar para la elección de una herramienta apropiada para desarrollar y resolver un problema:

- ✓ Motivación: la tarea propuesta debe despertar el interés del estudiante.

Para ello se pretende salir de la rutina al trabajar con nuestro juego, hacer que los estudiantes se motiven al trabajar desde su computador, Tablet o celular.

- ✓ Características básicas: es necesario conocer el software para asimismo utilizar todos los comandos y funciones.

El trabajo es netamente de exploración por parte de los estudiantes, el programa brinda diferentes opciones que permite dar datos exactos de lanzamiento.

- ✓ Mismo problema, diferentes herramientas y métodos: dan la oportunidad de juzgar y discutir cual sería la mejor solución.

Se puede trabajar desde un computador, un celular o una tableta, cada una con opciones diferentes, pero que brindan información necesaria para completar los lanzamientos.

- ✓ Tareas y temas abiertos: permiten ser interpretadas y resueltas de diferentes formas con varias herramientas, brindando opción de escoger.

El jugador o equipo puede enrutarse libremente y crear sus propias estrategias.

- ✓ Reflexión y discusión: necesarias para consolidar y comprobar la comprensión por parte de estudiante.

Socialización antes, durante y después de la aplicación del juego, comprobando el alcance y metodología utilizada por los jugadores.

- ✓ Intervención del profesor: debe ayudar a los estudiantes para desarrollar habilidades sobre el uso del software.

Se diseña la tarea de tal forma que requiere el uso las herramientas tecnológicas, también se brindan ejemplos en la ficha descriptiva.

1.5. Fotogrametría.

La técnica de la fotogrametría, está muy relacionada con la aplicación de Google Maps, pues a partir de ella se evidencia la representación de mapas y construcción de los mismos a diferentes escalas, la mencionamos puesto que la aplicación además de mostrar diferentes mapas, trabaja con gran variedad de escalas.

Para Boneval (como se citó en Sánchez, 2006, p. 1), la fotogrametría se define como la técnica cuyo objeto es estudiar y definir con precisión la forma, dimensiones y posición en el espacio de un objeto cualquiera, utilizando esencialmente medidas hechas sobre una o varias fotografías de ese objeto.

Considerada como ciencia permite obtener las medidas del objeto fotografiado, a partir de fotografías aéreas o terrestres. Esta va ligada a los avances de la ciencia, comenzando en el año de 1839 donde se descubre la fotografía, años posteriores hacen provecho de este descubrimiento para realizar planos topográficos. En el año 1859 el arquitecto alemán Meydenbauer utilizó intersecciones a partir de diferentes fotografías para la construcción y levantamiento de edificios. Esta técnica recibió el nombre de fotogrametría.

Con la aparición de los aviones, en el año 1909 se realizaron las primeras fotografías aéreas, puesto que anteriormente se venían haciendo desde globos aerostáticos.

Para la reconstrucción geométrica de un objeto a partir de una fotografía aérea, se reconstruyeron rayos homólogos, es decir, rayos que van a un mismo punto desde dos puntos de vista diferentes.

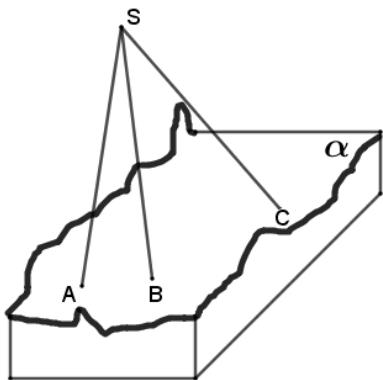


Imagen 1. Tomado y adaptado de Araya, J. (2006). Problema fundamental de la fotogrametría.

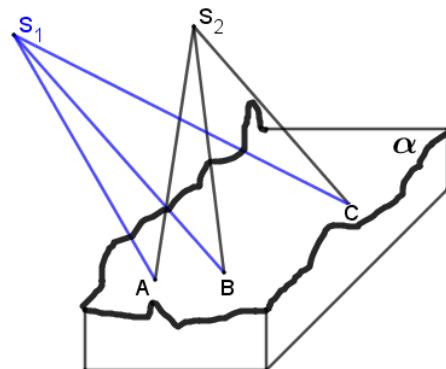


Imagen 2. Tomado y adaptado de Araya, J. (2006). Problema fundamental de la fotogrametría.

Se tienen los puntos A, B, C o más, que se encuentran sobre la superficie α , se considera el punto de vista, en este caso el punto S y el conjunto de segmentos: $\overline{SA}, \overline{SB}, \overline{SC} \dots$ quienes harán la función de rayos perspectivos, la reconstrucción de dichos puntos solo se puede hacer geométricamente si se conocen las distancias de los segmentos. Sin embargo, en la

fotogrametría solo se cuenta con las imágenes, para ello se realiza la intersección de rayos homólogos desde otro punto de vista, realizando un segundo fotograma.

A continuación, se enuncian cuatro pasos realizados en fotogrametría:

1. La determinación del haz perspectivo por sus datos internos, conocer la forma del haz. En el caso de una fotografía, saber la distancia focal y otros parámetros, tales como la orientación interna.
2. Determinación de la posición relativa de un haz a otro, de tal forma que las intersecciones de puntos homólogos en la fotografía determinen los puntos del objeto, es decir, la orientación relativa.
3. Colocación y escalado de todo el conjunto rígido en un sistema de coordenadas terreno, orientación absoluta.
4. Determinación e identificación de pares de rayos homólogos y los puntos del objeto o terreno, restitución.

El objetivo de una fotografía es medir el objeto, por ende, el objetivo es el elemento con mayor importancia en la fotogrametría. Igualmente, los lentes deben estar correctamente alineados para conformar un sistema óptico centrado, logrando conseguir una imagen nítida y correcta geométricamente en el plano focal.

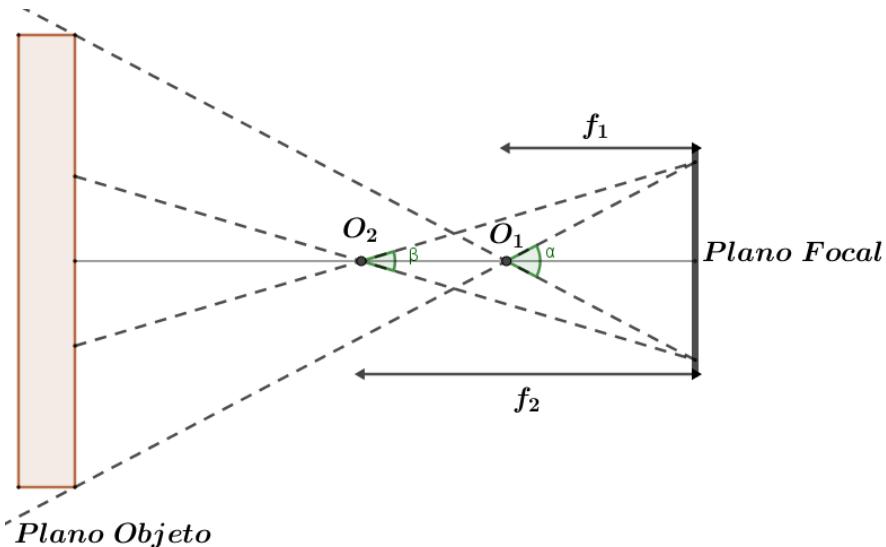


Imagen 3. Tomado y adaptado de Araya, J. (2006). Distancia focal y plano focal.

La *distancia focal* f es la distancia entre el centro de proyección y el plano focal el cual es donde se coloca el negativo. La variación de esta distancia permite indicar la escala y el campo de imagen a fotografiar.

El *centro de proyección* y *punto principal* O es el punto de intersección entre el plano focal y el eje principal.

El *campo de imagen* se mide como el ángulo con el cual se ve nítida la imagen en cada distancia focal; a continuación, encontrarán un ejemplo de la denominación de objetivos en función de la variación de las distancias focales:

Tabla 1. Distancias focales.

Distancia focal	Objetivo	Campo de imagen
88 mm	Supergranangular	120°
152 mm	Granangular	90°
200 mm	Normal	80°
300 mm	Ángulo pequeño	60°

Distancias focales tomado de Araya, J. (2006).

En la fotogrametría aérea se utiliza el objetivo granangular, este ángulo se define como el que contiene la semidiagonal del fotograma desde el centro de la proyección, cuyos lados son la distancia focal y el segmento que se forma desde el punto de vista hasta uno de los vértices de una fotografía estándar de fotogrametría con medidas de 23 cm *23 cm, el campo de imagen estará dado por:

En el ΔSEC se tiene que $\tan \delta = \frac{EC}{f}$ y despejando el ángulo se obtiene que $\delta = \tan^{-1} \left(\frac{EC}{f} \right)$, además $\Delta SEC \cong \Delta SEA$, por tanto $\sigma = 2\delta$.

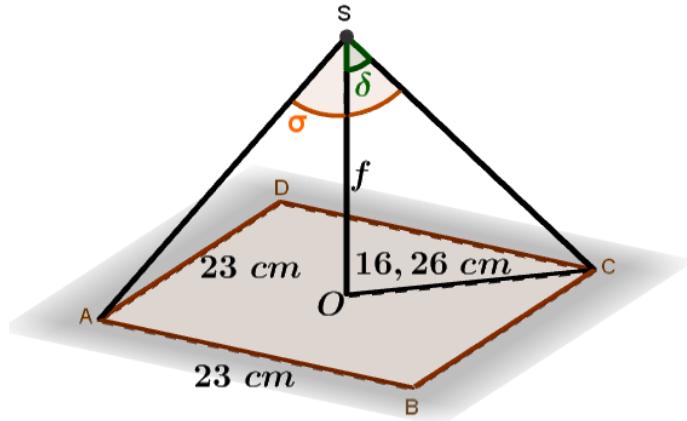


Imagen 4. Tomado y adaptado de Araya, J. (2006). Campo de imagen y distancia focal.

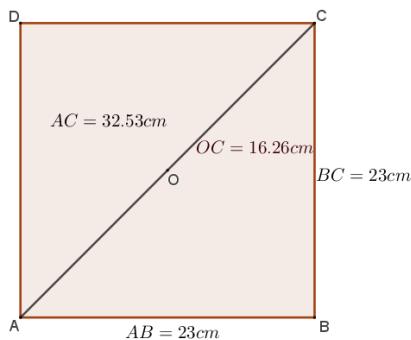


Imagen 5. Campo de imagen, fuente propia.

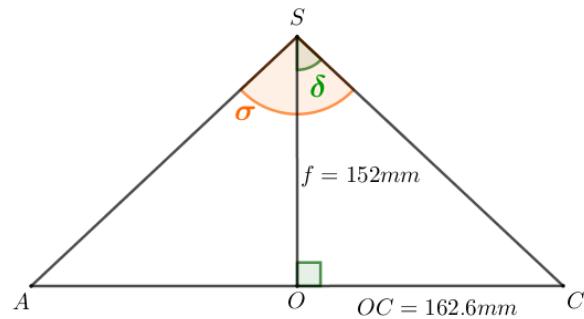


Imagen 6. Objetivo granangular, fuente propia.

$$\sigma = 2\delta \quad (1)$$

$$\delta = \tan^{-1} \left(\frac{16,26}{f} \right) \quad (2)$$

Si $f = 15,2$, reemplazando en (2) se tiene que:

$$\delta = \tan^{-1} \left(\frac{16,26}{15,2} \right)$$

$$\delta = \tan^{-1}(1,069)$$

$$\delta = 46,91^\circ$$

Sustituyendo el valor de δ en (1) se obtiene el campo de imagen:

$$\sigma=2\cdot46,91^\circ$$

$$\sigma=93,82^\circ$$

Existen algunos aspectos geométricos en las fotografías aéreas, los diferentes tipos de fotografías aéreas dependen de la inclinación del eje de la cámara, considerándolas de la siguiente manera:

Verticales: si el ángulo formado entre el eje óptico de la cámara y la vertical es menor a 3° .

Oblicuas: si el ángulo formado entre el eje óptico de la cámara y la vertical es mayor a 3° .

Panorámicas: aparece el horizonte en la fotografía.

1.6. Google Maps

Las diferentes aplicaciones de ubicación satelital surgidas con los constantes avances tecnológicos brindan a nuevas y antiguas generaciones cambios y beneficios a los usuarios respecto a la manera de movilizarse y ubicarse en diferentes sitios. Dar uso de las diferentes vistas de mapas que ofrece Google Maps, la simplicidad del sitio web, la función de acercamiento y el inmenso potencial que se ha encontrado al trabajar esta herramienta, nosotros como diseñadores del juego hemos realizado una ardua tarea de exploración para poder explotar al máximo este recurso en las aulas de clase y con ello fomentar el desarrollo del pensamiento espacial.

Según Google, la herramienta Google Maps se define como una aplicación que se encarga de ofrecer a los diferentes usuarios toda la información relacionada sobre su ubicación actual al igual que de cualquier otra dirección en específico; mostrando el trazado de recorridos para llegar de un sitio a otro, sea desde su lugar de origen a un lugar que deseen o enrutar libremente entre varios puntos, además de ofrecer tecnología cartográfica potente y fácil de usar.

Google Maps sirve para que cualquier persona se pueda ubicar sin importar el lugar, ciudad o país donde se encuentre. Permite a sus consumidores observar mapas en tiempo real y el desplazamiento para saber cómo llegar a cualquier destino, igualmente enseña los diferentes medios de transporte que permiten realizar dichos desplazamientos y cual ruta se puede seguir. En nuestra actualidad se suelen utilizar aplicaciones de mapas móviles para realizar

trayectos desde un sitio a otro, la cantidad de datos con los que cuenta esta herramienta es inmensa, sin embargo, aunque ofrece mapas offline es necesario para el desarrollo de los pilotajes que se tenga acceso a internet, independientemente del sitio que se esté buscando o a donde se pretenda enviar ayudas siempre se podrá encontrar online en Google Maps

Esta aplicación aprovecha la conexión GPS de los Smartphone y tabletas, combinados con el seguimiento de mapas y los callejeros realizados por Google para dar a sus usuarios una herramienta muy eficaz, recursos que se encuentran fácilmente en las instituciones, claro está que quizás la conexión a una red puede ser considerada como el mayor obstáculo, pues no todos cuentan con un plan de internet o datos en sus dispositivos.

Según Vivancos (2006; como se citó en Córcoles, 2010), algunas de las características educativas de Google Earth, aplicación mejorada de Google Maps son:

- Observar e interactuar con la Tierra vista desde el espacio y con perspectiva tridimensional.
- Hacer búsquedas y localizar topónimos de cualquier lugar.
- Sobrevolar la Tierra y aproximarse a cualquier punto de interés para observarlo desde diferentes alturas.
- Observar el relieve terrestre con perspectiva 3D y 2D.
- Conocer las coordenadas geográficas: latitud y longitud, de cualquier punto en el planeta.
- Medir distancias lineales entre puntos de la superficie terrestre o trazando una trayectoria.
- Trazar rutas entre dos ciudades o entre dos direcciones.

Existen nuevos sistemas de navegación y posicionamiento interesantes, el GPS (Global Positioning System) sistema de posicionamiento global el cual funciona por medio de una red satelital puesta en órbita sobre el globo terráqueo. Parte fundamental de la actividad y pilotaje del juego, pues la herramienta utilizada nos permite trabajar con los datos informativos sobre, latitud y longitud, indicando la posición de algún sitio seleccionado, trazar diferentes recorridos y enrutarse ya sea caminando, cicla, carro, bus o avión.

1.7. Sistema de coordenadas

Durante la implementación del juego y según el trabajo de exploración por parte de los estudiantes, pueden llegar a profundizar en los sistemas de coordenadas que trae consigo Google Maps: coordenadas geográficas y coordenadas sexagesimales y obtener datos muy cercanos a los reales.

El sistema de referencia modelado en nuestro planeta, permite definir la orientación, ubicación y escala, además viene dado por un punto de referencia nombrado como el origen, ubicado debajo del continente africano y cuyas coordenadas son $0^{\circ}N 0^{\circ}E$. Se ha de utilizar el sistema de coordenadas GPS, las cuales están formadas por dos componentes: latitud y longitud. La posición de cualquier lugar en la zona norte o sur está dada por su latitud, mientras que aquellos ubicados en la posición este u oeste es brindada por la longitud.

La latitud de un punto es la medida del ángulo que es determinado por la línea del plano ecuatorial y la línea que une el punto nombrado al centro de nuestro planeta. El valor de la latitud en el Ecuador es de 0° , mientras que los ángulos comprendidos entre 0° y 90° son utilizados para ubicaciones en el hemisferio norte, quedando los ángulos de valor negativo para lugares en el hemisferio sur.

La longitud utiliza el mismo principio, con la diferencia que dicho punto de referencia ha sido asignado arbitrariamente al meridiano de Greenwich cuyo valor de longitud es de 0° ; el cual pasa a través del Real Observatorio de Greenwich en las afuera de Londres; la longitud de un punto es la medida angular determinada por el semiplano del eje de la Tierra que pasa por el anterior meridiano y el semiplano del eje de la tierra que pasa por tal punto.

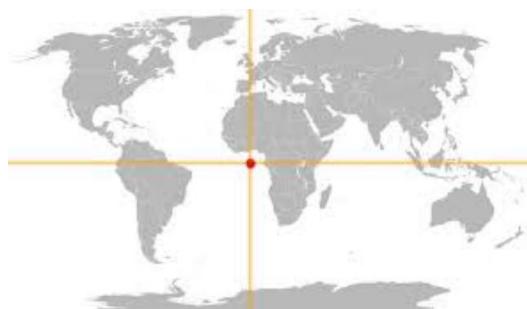
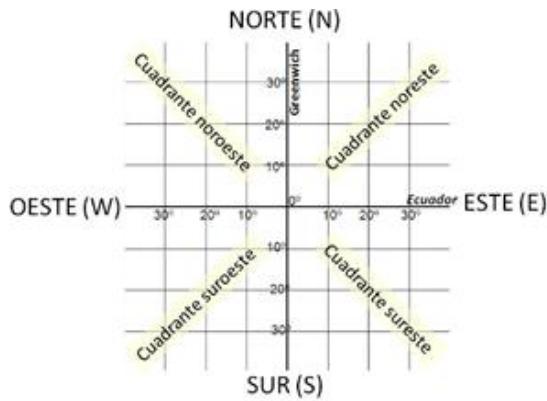


Imagen 7. Intersección del Ecuador con el Meridiano de Greenwich (punto $0^{\circ}0^{\circ}$). Recuperado de: <https://www.saberespractico.com/curiosidades/en-que-lugar-se-cruza-el-ecuador-y-el-meridiano-de-greenwich/>



*Imagen 8. Ubicación por cuadrantes. Recuperado de:
http://3.bp.blogspot.com/_z4a1hwOcpHQ/SPuzj5U29RI/AAAAAAAAGU/UrZ3SuNNXBM/S760/ecuador.jpg*

Unidades de medida para las coordenadas GPS.

Existen dos unidades de medidas que son utilizadas en este sistema de referencia:

Coordenadas decimales: tanto la latitud y la longitud son números decimales con las siguientes características:

Latitud entre 0° y 90° : hemisferio norte

Latitud entre 0° y -90° : hemisferio sur

Longitud entre 0° y 180° : Este del Meridiano de Greenwich

Longitud entre 0° y -180° : Oeste del Meridiano de Greenwich

Coordenadas sexagesimales: para este tipo de coordenadas hay tres componentes: grados, minutos y segundos. Cada uno de ellos, suele ser un número entero, sin embargo, en los segundos se utilizan números decimales con el propósito de obtener mayor precisión.

Tabla 2. Equivalencias.

Componente	Equivalencia
Un grado	60 minutos
Un minuto	60 segundos

Equivalencia en coordenadas sexagesimales, fuente propia.

Es necesario tener en cuenta que estas coordenadas no pueden ser negativas. Si llega a ocurrir algún caso, se ha de utilizar las letras E u O antecediendo a la longitud para especificar la

posición Este u Oeste desde el meridiano de Greenwich, además a la latitud se les añaden las letras N o S para designar sea el hemisferio norte o sur respectivamente.

Tabla 3. Tabla de correlación.

Coordenadas Decimales		Coordenadas Sexagesimales	
Latitud	Longitud	Latitud	Longitud
0° a 90°	0° a 180°	N	E
0° a 90°	0° a -180°	N	O
0° a -90°	0° a 180°	S	E
0° a -90°	0° a -180°	S	O

Correlación entre sistemas de coordenadas, diferentes coordenadas con las que trabaja Google Maps, recuperado <https://www.coordenadas-gps.com/sistema-de-coordenadas>.

Al trabajar y hacer uso de sistemas de coordenadas emerge “*la percepción del esquema corporal haciéndose duradera con la experiencia de la propia corporalidad*” Duque (2010; como se citó en Pineda y Elizabeth, 2015), es decir que el sujeto ha de utilizar su cuerpo para ubicarse geográficamente. Durante este proceso de conocimiento corporal se pasan dos etapas, la primera que consta del movimiento y dominio del cuerpo de arriba hacia abajo, luego desde el eje central del cuerpo hasta lo más externo que son las puntas de los dedos de las manos. Según Aguilar, Blvín y Múnera (2005; como se citó en Pineda y Elizabeth, 2015), al superar ambas etapas los individuos empiezan a reconocer longitudes existentes entre su cuerpo y otros objetos, mediante el uso de sistemas de referencia; para posteriormente identificar la localización de sitios con el uso de un sistema de coordenadas, donde describe y analiza a partir de los puntos cardinales, por último, llegar a trabajar en un espacio proyectado utilizando coordenadas geográficas. Los estudiantes cuando enfrentan tareas de ubicación geográfica y hacen uso de métrica durante la lectura de mapas obtienen mayor comprensión del sistema de coordenadas.

2. El juego “La travesía de Alexis”

El juego consiste en realizar un trabajo de exploración con la aplicación Google Maps. Los jugadores tendrán que realizar la mayor cantidad de recorridos de sitios en el mapa, en los que deben ir haciendo lanzamientos, considerando como lanzamiento el asistir con una cápsula de ayuda (ver imagen 9) a cada sitio seleccionado por parte de cada jugador, cuya misión es hacer llegar o ir dejando algunas de ellas durante el recorrido, cumpliendo con ciertas restricciones descritas posteriormente.

Como punto de partida la capital de Islandia (Reikiavik), desde ahí han de realizar el primer lanzamiento teniendo en cuenta las instrucciones planteadas en la estructura del juego. Una vez obtenida una estimación o realizado el cálculo sobre la distancia lineal entre el punto inicial y el destino elegido, deberán indicar el ángulo que se forma entre dicho segmento y una horizontal, luego escribir en qué dirección se enviará la ayuda (ver tabla 4) y cuál de ellas fue seleccionada, cada equipo es libre de enrutararse pues una vez realizado un lanzamiento el sitio destino será base de lanzamiento para el siguiente y así sucesivamente. Los datos estimados serán registrados en una tabla (ver tabla 5).

Tabla 4. Ayudas.

Número	Ayuda	Símbolo
1	Médicos	
2	Medicina	
3	Agua	
4	Alimentos	
5	Rescatistas	
6	Juguetes	
7	Libros	

Listado de ayudas a enviar durante el juego, los sitios de donde se sacaron las imágenes se encuentran en el Anexo B.

A continuación, se presenta la representación de las cápsulas, para que los jugadores se hagan una idea de las mismas y que tengan en cuenta que dentro de cada una de ellas hay una ayuda respectivamente. Los equipos contarán con un par de cápsulas por ayuda, sin importar la cantidad de jugadores con la que cuenten:



Imagen 9. Cápsulas de ayuda

2.1. Instrucciones del juego

En esta sesión se presentan las instrucciones que se han de seguir durante el desarrollo del juego, además se muestra un ejemplo de cómo se deben registrar los datos en la tabla:

1. Se debe jugar por equipos.
2. El punto de partida de los equipos será la capital de Islandia, Reikiavik.
3. El máximo alcance de los lanzamientos es de 1500 km.
4. Deben ayudar a la mayor cantidad de lugares, desde su primer lanzamiento el equipo puede realizar la ruta que considere.
5. El equipo debe indicar la distancia, ángulo, dirección y ayuda respecto al sitio que piensan asistir.
6. Para la distancia será válido un margen de error de $\pm 10\text{ km}$.
7. Para el ángulo será válido un margen de error de $\pm 3^\circ$.
8. Por cada lanzamiento acertado, obtendrá una medalla.
9. Cada equipo contará con dos cápsulas por cada una de las ayudas, las cuales debe ir ubicando en cada lanzamiento según considere necesario.
10. En caso de empate, quien logre mayor alcance en hacer llegar las ayudas obtendrá la victoria.
11. El equipo con más medallas, ganará.

Ejemplos:

Inicio	Destino	Distancia (Km)	Ángulo (grados)	Dirección	Ayuda
Reikiavik	Bolonia	3005	329	SE	Libros
Reikiavik	Nuuk	1435	180	NO	Juguetes

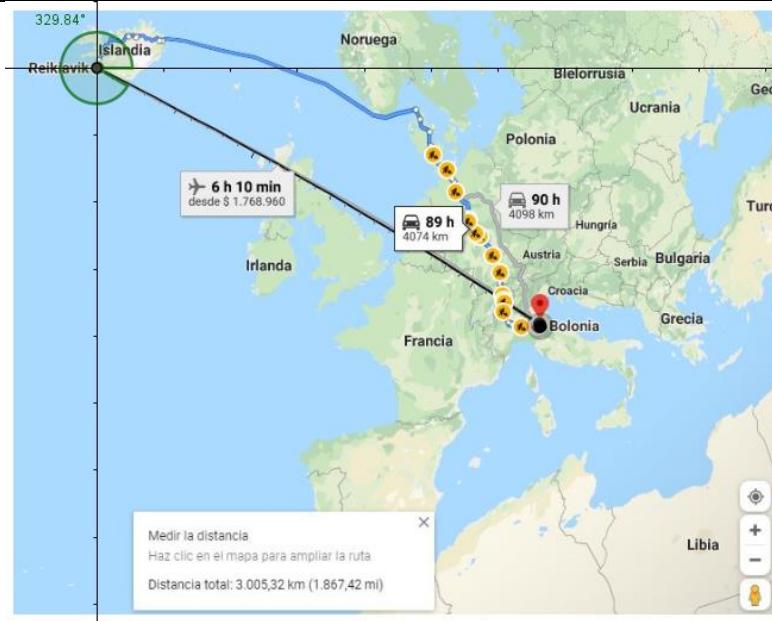


Imagen 10. Ejemplo 1 visto desde GeoGebra.

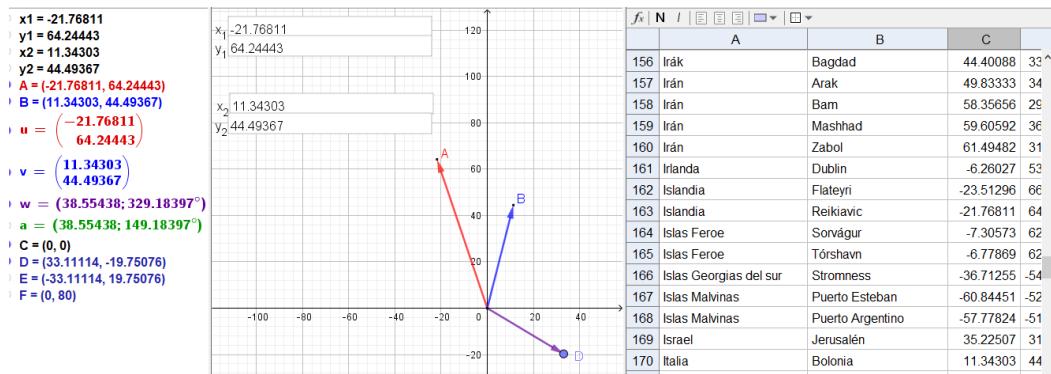
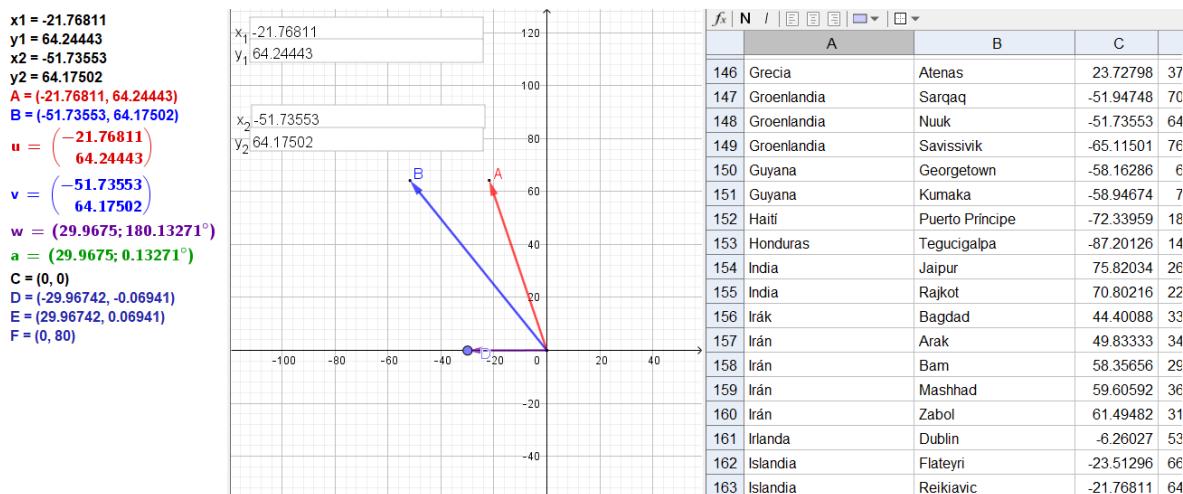
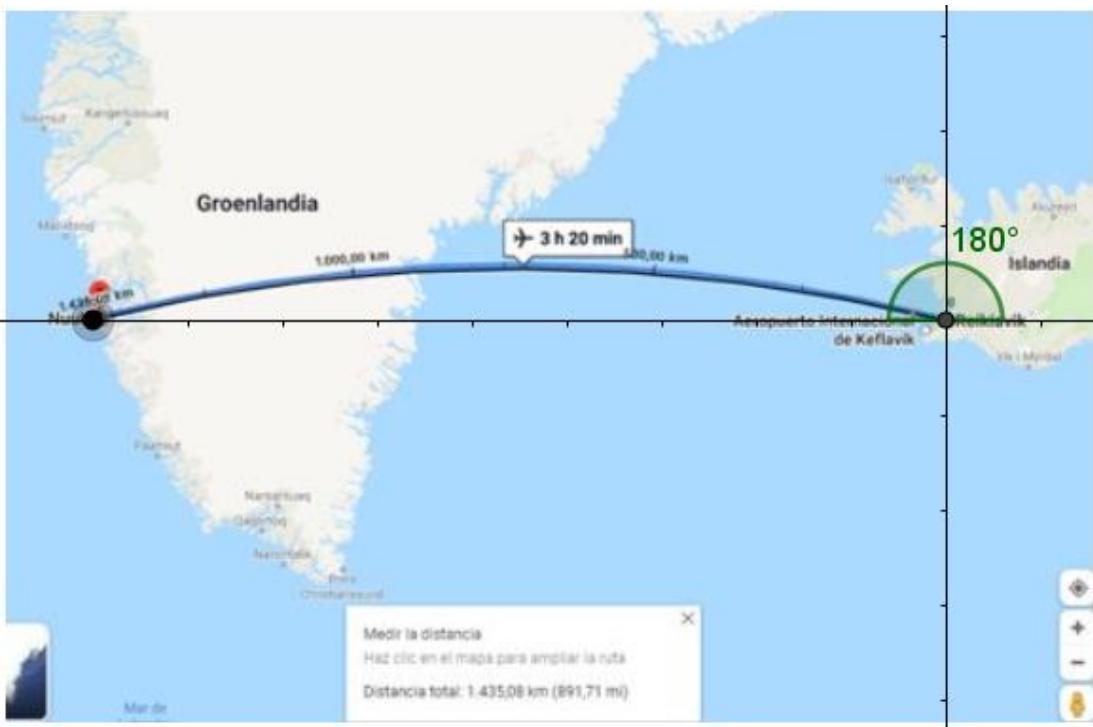


Imagen 11. Comprobación del ángulo de lanzamiento del ejemplo 1 con GeoGebra.



Las imágenes 10 a 13 no aparecieron en la ficha descriptiva que se entregaba a los participantes de cada pilotaje, así que vemos conveniente evidenciar la manera en que se calculaban las distancias lineales entre dos puntos y la estimación del ángulo de lanzamiento, una utilizando la construcción del ángulo en GeoGebra y la otra apoyados en las coordenadas brindadas por Google Maps, mediante la suma o resta de vectores obteníamos el dato del ángulo de lanzamiento respecto a alguna horizontal.

El primer ejemplo es de aproximadamente el doble del alcance máximo que tiene un lanzamiento, mientras que el segundo es inferior al mismo. Con estos ejemplos se pretende que los jugadores obtengan mejor estimación de distancias, ángulos y dirección, sirviendo de ayuda y que sea información útil, una vez obtenidos los datos los jugadores deben completar la siguiente tabla:

Tabla 5. Datos de lanzamientos.

Inicio	Destino	Distancia (Km)	Ángulo (grados)	Dirección	Ayuda

En esta tabla deberán registrar los datos de los lanzamientos, una vez realizado los cálculos o estimaciones.

3. Pilotajes del juego

A continuación, se describen los pilotajes del juego realizados en varias instituciones, cada uno cuenta con la respectiva descripción de la población, actividad y desarrollo en general, posterior a cada descripción se muestran las evidencias, datos de lanzamientos, maneras de estimar o calcular distancias y ángulos, asimismo la dirección en la que se realizó cada uno de ellos.

El trabajo con Google Maps fue netamente de exploración por parte de los jugadores, igualmente el descubrimiento de las diversas herramientas a medida que iban avanzando en el juego, sin necesidad de ser explicitadas por los maestros en formación.

Durante las sesiones de pilotajes se evidenció que los equipos optaron por la herramienta indicaciones (ver imagen 14) para realizar estimación de distancia lineal entre varios puntos, la nombrada herramienta pide elegir el punto de partida o hacer clic en el mapa y repetir el procedimiento con el lugar de destino. Automáticamente la aplicación muestra en pantalla la ruta más rápida y el medio de transporte en el cual se puede realizar el recorrido, cabe mencionar que Google Maps no cuenta con el botón de algún medio de transporte marítimo, pues sus opciones son: automóvil, transporte público, a pie, bicicleta o en avión.

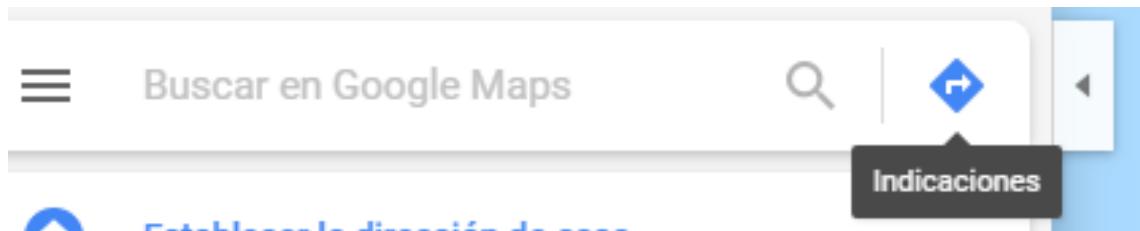


Imagen 14. Herramienta indicaciones.

En lo que sigue, se presenta una tabla comparativa entre los diferentes pilotajes, en la cual se muestra el tipo de población, cantidad de participantes, rango de edades, duración, dispositivo con el cual se dio desarrollo a la actividad, las instrucciones más relevantes y los cambios y ajustes a la estructura del juego realizados en cada uno de ellos, la información aparecerá con más detalle en los próximos apartes del documento:

Tabla 6. Comparación entre pilotajes

Datos	Pilotaje 1	Pilotaje 2	Pilotaje 3	Pilotaje 4
Población	8 estudiantes	33 estudiantes	8 estudiantes	15 estudiantes
Edades	14-17 años	15-18 años	15-16 años	Adultos
Grado	Noveno	Décimo	Décimo	Maestría
Duración	110 minutos	90 minutos	100 minutos	90 minutos
Dispositivo	Tabletas y computador	Computador	Tabletas	Computadores
Instrucciones	Referee Modo versus Pista Listado	Referee Modo versus Pista Listado	Pista Libre enrutamiento	Pista Libre enrutamiento
Cambios	No aplica	Sin cambios	Se omite listado, referee y modo versus	Pista X Ejemplo Columna de ayudas

Se muestran los aspectos importantes de cada uno de los pilotajes.

3.1. Primer pilotaje

El juego se desarrolló en un tiempo estimado de 110 minutos, en este intervalo de tiempo los diferentes jugadores alcanzan a realizar menos de catorce lanzamientos, teniendo en cuenta el rol de referee desempeñado por los maestros en formación, pues requieren de algunos minutos para dar respuesta de si el lanzamiento ha sido fallido o exitoso. Se hace la presentación de la actividad, aunque para este primer pilotaje aún no se le había asignado nombre al juego.

Descripción de la población:

Se llevó a cabo el primer pilotaje del juego “*La travesía de Alexis*” (nombrado así en la versión final) en la Escuela Normal Superior Distrital María Montessori (ENSDMM), con una población de ocho (8) estudiantes de grado Noveno: (4) cuatro niños y (4) cuatro niñas, quienes están en un rango de edades entre los 14 – 17 años. También se contó con la colaboración de la maestra titular de la institución Claudia Mancipe, encargada del curso de Geometría, quien gestionó el préstamo de los dispositivos tecnológicos y un aula cercana a la sala de informática, con el propósito de tener mayor acceso a la red de internet presente en la institución. El buen acceso a internet, permite mejor uso de la aplicación Google Maps, en caso contrario la herramienta *Zoom* cuya función es agrandar o disminuir la imagen mostrada en pantalla no funciona muy bien y no permite alcanzar sitios muy alejados.

Descripción de la actividad:

Para el desarrollo de la actividad fue necesario solicitar a la profesora el material que iba a ser usado como herramienta de trabajo, se utilizó un total de ocho (8) tabletas con acceso a internet, con la intención que cada estudiante debería trabajar y realizar la parte de exploración en su respectiva tableta de manera independiente. Una vez ubicados en el aula donde se desarrollaría la actividad, son los jugadores quienes se encargan de formar los equipos o elegir su contrincante, también deciden el orden en el que se van a realizar los lanzamientos. Al inicio de la actividad se presentó un problema con el acceso a la red del colegio, por ende, se decidió que uno de los estudiantes quien no tuvo conexión desde la tableta entregada, trabajara con el computador de uno de los maestros en formación; este inconveniente sirvió para realizar la comparación entre el trabajo de exploración en un computador portátil y una tableta, pues en el computador se tienen más opciones y ayudas para dar datos más exactos.

Descripción del pilotaje:

Algunos de los estudiantes manifestaron que no utilizaban frecuentemente el programa Google Maps, salvo para ubicar sitios. Fue así donde se dio inicio al trabajo de exploración por parte de ellos en el programa y poder familiarizarse con el trabajo. La ubicación espacial se desarrolló durante toda la sesión, puesto que la actividad requiere ubicar un sitio respecto a otro en el mapa mostrado en pantalla. Además, deben identificar, comprender y comunicar relaciones de posición entre lugares e indicar la dirección de lanzamiento.

Ubicados una vez en el punto de partida Reikiavik, capital de Islandia, cada jugador optó por empezar a realizar sus lanzamientos. Debido al desarrollo de la actividad y la manera en la que los estudiantes se apropiaron del juego, surgen los primeros cambios en la estructura del mismo, debido a que el rol de *referee* asignado a los maestros en formación quedó siendo nulo, igualmente la opción del versus. Como el juego fue considerado para un uno contra uno, lo que los estudiantes hicieron fue trabajar en parejas para poder realizar los lanzamientos, trabajando en conjunto uno dictaba los datos requeridos para algún lanzamiento mientras el compañero los escribía en el tablero.

Los estudiantes se percataron que en las tabletas aparecía la distancia en kilómetros una vez establecido el punto de partida y sitio de llegada, lo que los llevó a usar diferentes estrategias

para estimar la distancia lineal del trayecto mostrado en pantalla; empezaron a utilizar transportador, regla y hasta partes de su cuerpo como las falanges. Al respaldo de la ficha descriptiva debían escribir los datos de lanzamiento, teniendo en cuenta la pista mostrada en ella. Al ver la apropiación e interés del grupo por el juego, teniendo en cuenta que los datos de la pista son: punto de partida, destino, distancia (Km), ángulo (grados) y dirección, se procedió a realizar una tabla en el tablero la cual debían completar una vez obtuvieran los datos de lanzamiento. Sin embargo, en ningún instante de la sesión se nombraron las ayudas, pues en la ficha descriptiva se omitió la columna correspondiente a la ayuda asistida en cada lanzamiento.

El uso de la tecnología en el aula de clase permitió que los estudiantes observaran y exploraran diferentes partes del mundo, también se pudo abordar la actividad desde diferentes aparatos tecnológicos: computador y tabletas. El juego permitió que se plantearan sus propias preguntas y poder realizar estimaciones de medidas y ángulos, para ser comunicadas y socializadas al final de la sesión, manipulando información respecto a ubicación y orientación espacial.

Evidencias primer pilotaje.

Distancias:

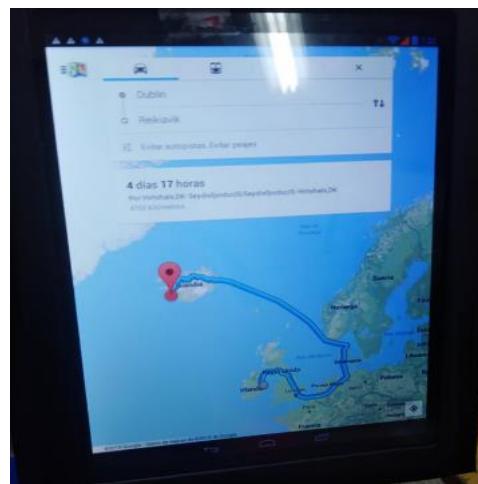


Imagen 15. Estrategia para estimar distancias.

Todas las parejas ubicadas en la capital de Islandia (Reikiavik), procedían a buscar en el listado alguno de los sitios que necesitaban ayuda. En este caso, señalaron Dublín (Islandia) y pidieron a Google Maps que les mostrara la ruta para llegar allí; aparece en pantalla el

recorrido o la ruta más cercana de un punto a otro, además les muestra la distancia en kilómetros y en algunos otros dispositivos en millas. Teniendo en cuenta el total de recorrido y sabiendo que lo que se les pide consignar en la tabla es la distancia lineal, realizan la estimación haciendo uso de sus dedos y también algunos útiles escolares como el lápiz o regla. Considerando las habilidades respecto a la visualización espacial propuestas por McGee, en el primer pilotaje se evidencia que en su totalidad los estudiantes imaginan la rotación que se debe hacer para poder completar el lanzamiento, igualmente comprenden movimientos imaginarios en dos y tres dimensiones puesto que el programa brinda estas opciones, poder manipular y transformar la imagen mental del planeta Tierra y trabajar sobre un plano coordenado, cambiando así la disposición de este.

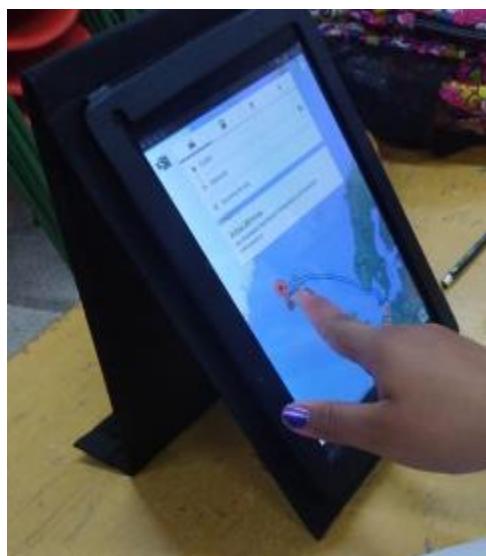


Imagen 16. Estudiante usando sus dedos para realizar estimación de distancia lineal.

Esta estudiante considera que una parte de su dedo índice (dos falanges) equivale a 1500 Km, ella nos hace saber que para cubrir el recorrido azul necesita sobreponer aproximadamente cuatro veces la parte del dedo. Como la distancia mostrada respecto al recorrido desde Reikiavik a Dublín es de 4702 Km e involucrando su hipótesis, procede a realizar una operación en el tablero para poder hacer este lanzamiento. Presente en el primer nivel de desarrollo de la orientación espacial: *ubicación espacial y trayectoria intuitiva*, ha construido una codificación o patrón de movimiento con su cuerpo la cual permite nombrar la distancia lineal hasta el objetivo a alcanzar.

$$\begin{array}{r}
 4702 \div 4 = 1175,5 \\
 30 \\
 22
 \end{array}$$

Imagen 17. Procedimiento por parte de una estudiante para estimar la distancia lineal Reikiavik y Dublín.

Ángulos:

Una vez estimada la distancia, paso a seguir es la estimación del ángulo que forma el punto de partida y el punto final del lanzamiento respecto a la horizontal. Para ello, algunos estudiantes optan por hacer uso de instrumentos utilizados en el curso de geometría como el transportador. Sin embargo, otro grupo de estudiantes utilizaron marcadores, esferos y hasta sus propias manos para datar el ángulo de lanzamiento.



Imagen 18. Secuencia de imágenes en las que estiman el ángulo utilizando un marcador.

Las palabras de la estudiante fueron - “Si aquí son noventa (90), aquí son como ciento treinta (130) ”- donde estimaba el ángulo de su primer lanzamiento desde Dublín hasta Reikiavik, aunque el punto de partida era la capital de Islandia, Reikiavik. Realiza una trayectoria intuitiva respecto a su sistema de referencia y recuerdos correspondientes al ángulo recto y medición del mismo. La jugadora registra mentalmente un patrón de movimiento para poder alcanzar su objetivo, apoyándose en otra herramienta concreta para localizar el punto final del lanzamiento. Logra alcanzar el proceso de localización, pues para ello realiza la construcción de imágenes mentales respecto a su propia ubicación.



Imagen 19. Secuencia de imágenes para estimar el ángulo.

Datos de lanzamientos:

Los estudiantes escribieron en el tablero los datos correspondientes a cada lanzamiento, explicando el proceso de estimación o medición de la distancia lineal entre el punto de partida y el sitio encontrado en el listado, se evidencia que por parte de los maestros en formación se omite la columna de ayuda, con ello se centran en hacer procesos de localizar y dejan de lado las cápsulas de ayudas. Sin embargo, el desarrollo de la actividad no tuvo inconveniente.

INICIO	DESTINO	DISTANCIA	ÁNGULO	DIRECCIÓN
Reikiavik	Dublín	1125,8 Km	263°	Suroriente
"	Noruega	1580 Km	163°	Suroriente
"	Estocolmo	1423 Km	165°	Suroriente
"	Edimburgo	1016 km.	130°	Norte
Dublín	Varsovia	1356 Km	175°	Occidente
Varsovia	Batman	1490,5 Km	110°	Noroeste
Estocolmo	Varsovia	1479 Km.	275°	Occidente
Batman	Yaundé	1475,8 Km	253°	Suroeste
Lubia (Waddan)	Egipto (El Cairo)	938 Km	185°	"

Imagen 20. Lanzamientos de los estudiantes.

Tabla 7. Primera tanda de lanzamientos.

Inicio	Destino	Distancia (Km)	Ángulo (grados)	Dirección
Reikiavik	Dublín	1499	324	SE
Reikiavik	Oslo	1739	352	SE
Reikiavik	Estocolmo	2125	352	SE
Reikiavik	Edimburgo	1388	335	SE
Dublín	Varsovia	1826	357	SE

Varsovia	Batman	2231	324	SE
Estocolmo	Varsovia	810	292	SE
Batman	Yaundé	4833	228	SO
Waddan	El Cairo	1480	3	NE

Datos exactos de los lanzamientos realizados por los estudiantes, fuente propia.

INICIO	DESTINO	DISTANCIA	ÁNGULO	DIRECCIÓN
Edimburgo	Rumania (Bucarest)	1120 Km	135°	Suroeste
Argel	Túnez	873 Km	180°	norte.
Dublín	Edimburgo	292 millas	60°	Noreste
Noruega (Estambul)	Túnez	1131 Km	50°	Noreste
Varsovia	Madrid	1161 Km	25°	Suroeste
Rumania (Bucarest)	Múnich	1250 Km	130°	Suroriental
Madrid	Lisboa	630 Km	30°	Suroriental
Túnez	Libia (Waddan)	1272 Km	165°	Norte
Lisboa	Uchda	1348 Km	135°	Suroriental
Múnich	Monaco	691 Km	82°	Suroriental
Uchda	Argel	657 Km	20°	Norte
Yaundé	Madrid	1465,7 Km	110°	Norte
Dublín	Londres	365 millas	205°	Suroriental

Imagen 21. Segunda tanda de lanzamientos de los estudiantes.

Tabla 8. Segunda tanda de lanzamientos.

Inicio	Destino	Distancia (Km)	Ángulo (grados)	Dirección
Edimburgo	Bucarest	2410	338	SE
Argel	Túnez	630	0	E
Dublín	Edimburgo	343	40	NE
Oslo	Estambul	2447	313	SE
Varsovia	Madrid	2290	205	SO
Bucarest	Múnich	1188	165	NO
Madrid	Lisboa	502	197	SO
Esmirna	Waddan	1445	220	SO

Lisboa	Uchda	784	330	SE
Múnich	Mónaco	585	226	SO
Uchda	Argel	505	22	NE
Yaundé	Madrid	4342	112	NO
Dublín	Londres	462	343	SE

Datos exactos de la segunda tanda de lanzamientos, fuente propia.

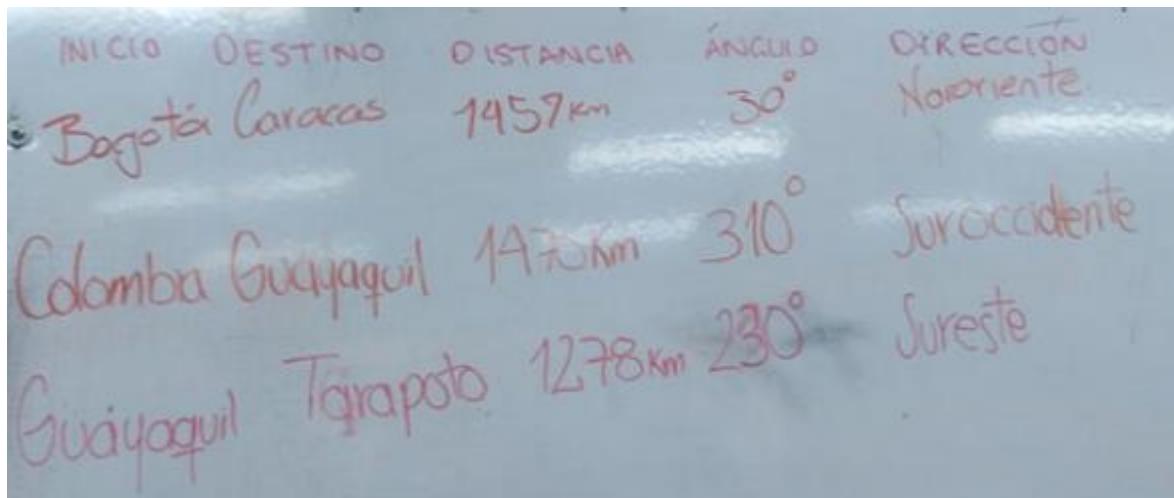


Imagen 22. Lanzamientos en Suramérica.

Tabla 9. Lanzamientos en Suramérica.

Inicio	Destino	Distancia (Km)	Ángulo (grados)	Dirección
Bogotá	Caracas	1020	39	NE
Bogotá	Guayaquil	1004	229	SO
Guayaquil	Tarapoto	617	309	SE

Datos exactos de lanzamientos en Suramérica, fuente propia.

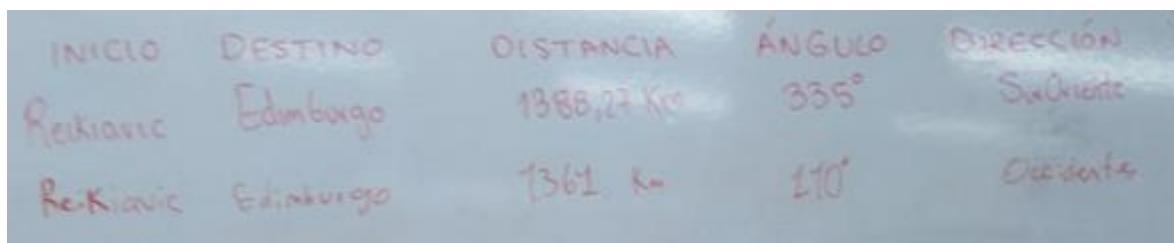


Imagen 23. Comparación entre la pista y el lanzamiento de un estudiante.

Tabla 10. Reikiavik a Edimburgo.

Inicio	Destino	Distancia (Km)	Ángulo (grados)	Dirección
Reikiavik	Edimburgo	1388	335	SO

Datos del lanzamiento desde Reikiavik a Edimburgo, fuente propia.

En este primer pilotaje fue en el único que se trabajó tanto en computadores como en tabletas, con esto se identifica que quien trabajó en el computador encontró rápidamente la herramienta de medición de medida, facilitando el proceso de obtener distancias.

De acuerdo con la propuesta del MEN en los EBCM (2006) y DBA(2017), los estudiantes logran relacionar la geometría con otras áreas de conocimiento por medio de la lectura de mapas a diferentes escalas, identifican la dirección, distancia y posición de diferentes lugares en el mapa, además de representar trayectorias y describir posibles desplazamientos.

Por otra parte, los estudiantes aunque contaban con el listado de sitios por ayudar (anexo A), hicieron lanzamientos desde diferentes lugares, quisieron llevar el juego a sitios conocidos y fue allí cuando quisieron empezar a trabajar desde Colombia.

Para nosotros como diseñadores, esta manera de proceder y apropiación del juego por parte de los jugadores , nos llevó a realizar el primer cambio, dejar que fueran ellos quienes decidan los sitios a asistir con cápsulas y tengan libertad de movimiento por el mapa mostrado en pantalla. Un segundo cambio fue la omisión del rol de referee por parte de los maestros en formación, pues en ningún momento requirieron de su participación.

3.2. Segundo pilotaje

Para el segundo pilotaje se contó con un tiempo de 90 minutos, cabe mencionar que en esta ocasión se desarrolló la misma actividad que se aplicó al grupo del primer pilotaje, pero a una población distinta. Con el propósito de comprobar si iban a proceder de la misma manera que el primer grupo, es decir, ignorando el rol de *referee* y el modo *versus*. El único cambio fue la omisión de la tabla de información útil (ver tabla 10), pues se quiere que realicen la mejor estimación sin brindarles más que las herramientas y ayudas que descubran en Google Maps durante el proceder de la actividad, además el juego aún no había sido nombrado. Para este reporte por petición de los directivos del plantel académico no se puede nombrar el colegio, así que en esta sesión aparecerá como la Institución X.

Tabla 11. Sistemas de coordenadas

Coordenadas Decimales		Coordenadas Sexagesimales	
Latitud	Longitud	Latitud	Longitud
0° a 90°	0° a 180°	N	E
0° a 90°	0° a -180°	N	O
0° a -90°	0° a 180°	S	E
0° a -90°	0° a -180°	S	O

Esta tabla no se entrega en la ficha descriptiva del segundo pilotaje.

Descripción de la población:

Para este pilotaje se contó con la participación de un grupo de 33 estudiantes, los cuales fueron repartidos en 8 grupos; ya que la sala de informática contaba con computadores de escritorio, pero en cantidad inferior a la de estudiantes, por ende no se pudo trabajar de tal forma que cada estudiante contara con su propio equipo. Aspecto importante para comparar entre los dos primeros pilotajes el trabajo en tableta respecto al trabajo en computador. La población cumple con un rango de edad entre los 15 y 18 años, igualmente se tenía el apoyo y colaboración del profesor titular de la Institución X y otros maestros en formación.

Descripción de la actividad:

Para dar inicio a la actividad, los maestros en formación a cargo del pilotaje encienden y buscan la herramienta Google Maps en cada uno de los computadores, con el propósito de evitar que ingresen a otras páginas o sitios no permitidos que sirvan como distractor para el grupo de estudiantes. Una vez ubicados los grupos de trabajo frente a cada uno de los computadores, se hace una breve explicación sobre la ficha descriptiva previamente entregada a cada equipo de jugadores, indicando algunas de las reglas a tener en cuenta como el rango de alcance máximo y ángulo del lanzamiento.

Descripción del pilotaje:

Se hace entrega de la ficha descriptiva y el listado de lugares a ayudar (anexo A), una vez ubicado cada uno de los equipos frente a su computador, durante la exploración en Google Maps descubren que el programa permite medir distancias, con esto obtendrían mejor estimación de la distancia lineal más cercana a la real que las consignadas por parte de los jugadores del primer pilotaje. Otros optaron por trabajar desde sus celulares y buscar en

internet la distancia entre sitios o lugares del planeta, dejando de lado las posibles ayudas y herramientas con las que cuenta el programa. Aunque contaban con el listado, varios intentaron realizar lanzamientos a países o sitios que no estaban en él, con esto surge un nuevo cambio, el de no limitar a los jugadores a considerar solo los puntos enlistados sino que puedan enrutar libremente y llegar al destino que deseen. Los estudiantes en este pilotaje también identifican, comprenden y comunican las relaciones de posición y dirección entre dos lugares, aunque los datos de lanzamiento referidos a las distancias son más acertados y solo tendrían que estimar sobre el ángulo de lanzamiento.

Según McGee (como se citó en Godino y Gonzato, 2010), quien considera que la visualización espacial involucra habilidades de manipular, rotar y girar mentalmente un objeto, dichas habilidades se logran desarrollar a partir del uso de Google Maps, puesto que en ella encontramos diversas herramientas que permiten manipular el sistema de referencia de nuestro planeta a disposición, girar la representación del globo terráqueo, determinar distancias, localizar y ubicar lugares, dando paso de lo imaginario mediante un proceso de visualización a representaciones concretas y fáciles de manipular.

Evidencias segundo pilotaje.

Distancias:

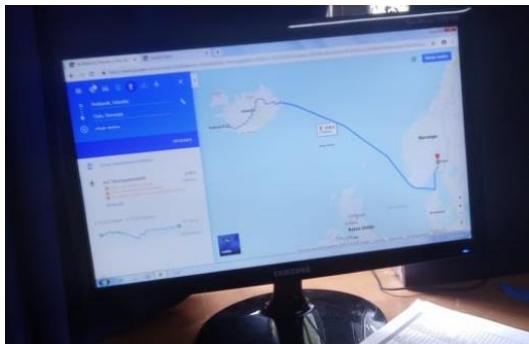


Imagen 24. Ruta desde un punto a otro.

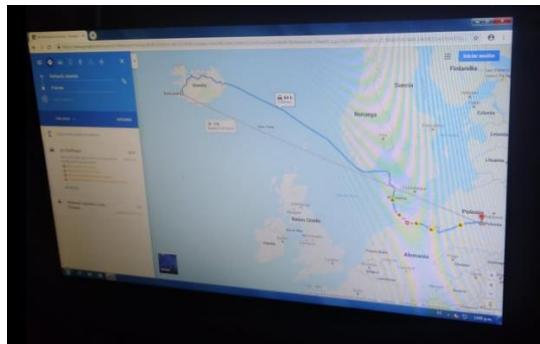


Imagen 25. Ruta y tramo lineal entre dos puntos.

Los equipos logran construir sistemas de referencia gracias a la aplicación, en el que registran mentalmente y visualmente la ruta entre dos sitios, desde el punto de partida ubican el objetivo a alcanzar o sitio donde se pretende enviar alguna de las ayudas, ubicándose con esto en el primer nivel de ubicación espacial y trayectoria intuitiva, además construyen trayectorias espaciales en diferentes partes del mundo, es decir exploran entornos no cercanos, generando mayor desarrollo de la perspectiva y organización espacial.

Como acciones de interpretación y representación de espacios reales, han realizado la respectiva exploración de lugares desconocidos, puesto que la aplicación muestra y permite distinguir lugares en los que no se ha estado; otra acción es la de desplazamiento en un espacio, Google Maps muestra la información necesaria para realizar cualquier recorrido en diferentes medios de transporte y por cada una de ellas enseña en tiempo y distancia en el recorrido, facilitando la estimación de distancia lineal entre dos puntos.

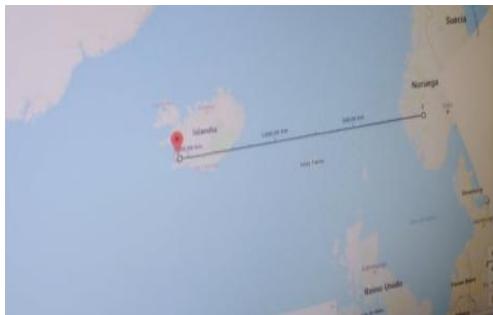


Imagen 26. Medición entre dos puntos.

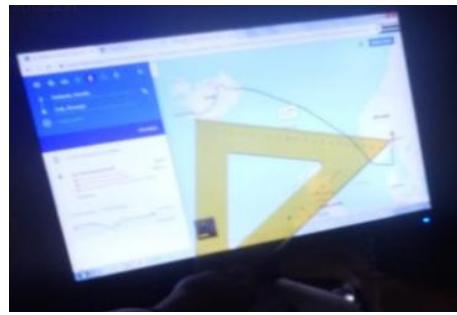


Imagen 27. Trayecto lineal formado entre dos lugares.

En ambos casos se evidencia el uso de atributos geométricos, para ser más específicos los grupos han representado el segmento entre dos puntos, sea en la pantalla del computador o utilizando algún recurso o elemento que tengan al alcance. Utilizan modelos para localizar los diferentes destinos y posteriormente realizan la estimación o determinan la distancia en metros del recorrido del lanzamiento, dependiendo el trabajo de exploración que realicen con Google Maps, pues un grupo encontró la herramienta para realizar mediciones y el otro realiza la estimación respecto a la ruta y distancia mostrada en pantalla.

En general los diferentes grupos alcanzan los primeros tres niveles propuestos por Sara y Clements (2009; como se citó en Poloche y Zapateiro, 2016), desarrollando la orientación espacial en términos de construcción de trayectorias intuitivas, organización espacial y el uso de modelos y mapas. Sin embargo, para el último nivel mencionado, aunque utilizan la ampliación y disminución de la escala real, nunca utilizan la escala mostrada en la pantalla para determinar o estimar la distancia entre dos puntos. La aplicación muestra las coordenadas geográficas y sexagesimales de cualquier sitio seleccionado, información que en ningún momento fue tenida en cuenta, no logran alcanzar el cuarto nivel de coordenadas

y estructura espacial, pues no representan ni ubicación ni trayectoria mediante el uso de coordenadas euclidianas o coordenadas polares.

Ángulos:

El uso de símbolos desempeña un rol demasiado importante en los mapas, aumentando la comprensión por parte de los estudiantes de la ubicación o trayectos en el espacio real. Varios de los grupos utilizaron útiles escolares, movimientos corporales y hasta una botella, para determinar el ángulo de lanzamiento.

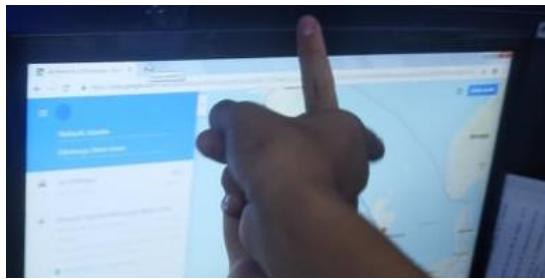


Imagen 28. Uso de las manos para estimar el ángulo.

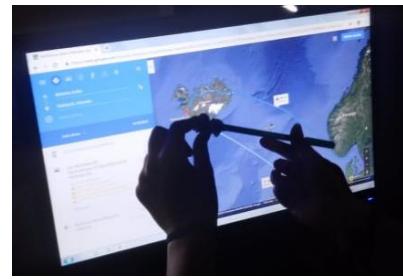


Imagen 29. Estimación del ángulo usando esferos.

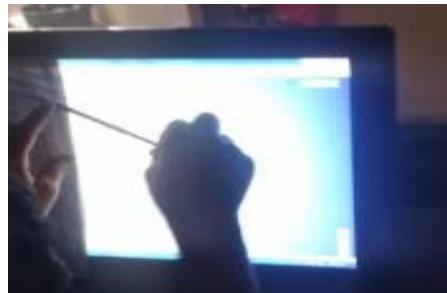


Imagen 30. Estimación del ángulo usando lápices.

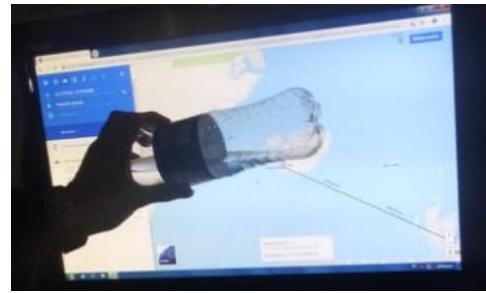


Imagen 31. Un vector poco convencional.

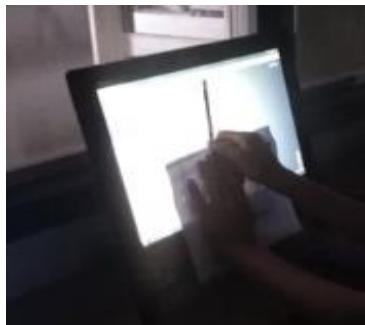


Imagen 32. Eje de papel y vector con lápiz.



Imagen 33. Representación del ángulo de lanzamiento usando las manos.

Teniendo en cuenta que el uso de la tecnología es una herramienta demasiado poderosa para que los estudiantes creen diversas representaciones, además de servir como medio de formulación de preguntas y problemas propios, tal como indican Barrera y Santos (2001; como se citó en Araya, 2007). Se evidencia que además de trabajar con la aplicación utilizaron este medio tecnológico para hacer búsqueda de la representación de un instrumento de medidas de ángulos como lo es el transportador, para poder realizar una estimación respecto al ángulo de lanzamiento.

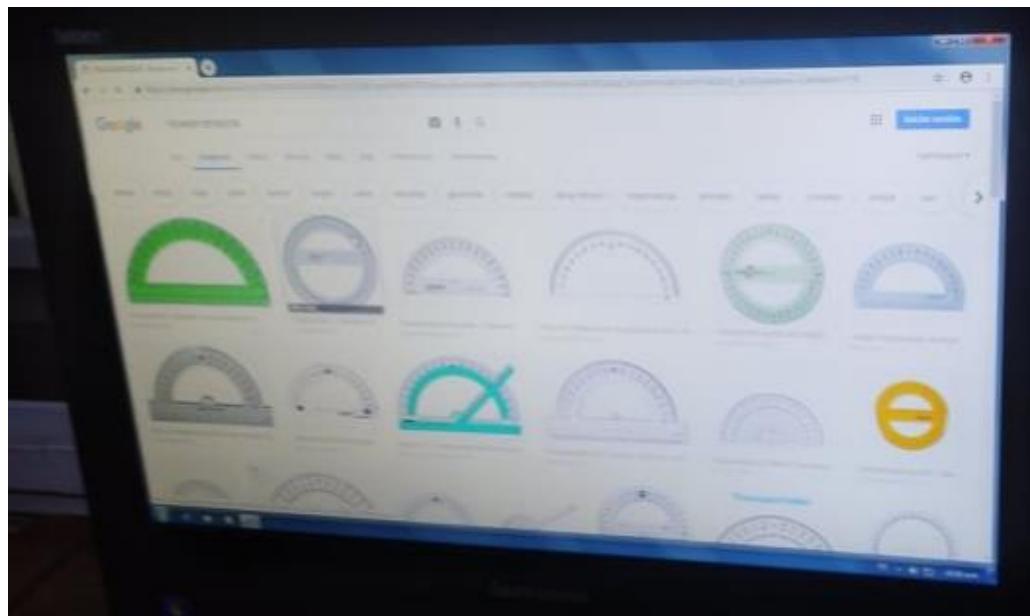


Imagen 34. Representación del transportador buscada en Google.

Datos de lanzamientos:

Para esta sesión no se hizo uso del tablero sino para ejemplificar, nuevamente se omite la columna de ayuda. Los estudiantes construyen y completan la tabla de lanzamientos en hojas de trabajo para entregar o al respaldo de la ficha descriptiva, la falta de la columna de ayudas no hace que se desvíe la atención y propósito del juego. A continuación, se presentan algunas tablas de lanzamientos hechas por parte de los estudiantes y la correspondiente con datos de lanzamientos exactos realizadas por los maestros en formación.

Inicio	Destino	Distancia	Ángulo	Dirección
Reikiavik	Edimburgo	1300 Km	283°	Sur oriente.
Edimburgo	Oslo	922 Km	205°	Sur este.
Oslo	Estocolmo	415 Km	345°	Sur oriente
Estocolmo	Múnich	1.296 Km	250°	Sur este
Múnich	Mónaco	584 Km	240°	Sur este
Mónaco	Zúrich	413 Km	100°	Noreste
Zúrich	Roma	685 Km	300°	Sur oriente
Roma	Tirana	617 Km	180°	Sur oriente

Imagen 35. Lanzamientos del equipo 1.

Tabla 12. Lanzamientos equipo 1.

Inicio	Destino	Distancia (Km)	Ángulo (grados)	Dirección
Reikiavik	Edimburgo	1388	335	SE
Edimburgo	Oslo	934	15	NE
Oslo	Estocolmo	416	355	SE
Estocolmo	Múnich	1314	239	SO
Múnich	Mónaco	585	226	SO
Mónaco	Zúrich	413	72	NE
Zúrich	Roma	684	305	SE
Roma	Tirana	610	355	SE

Datos exactos de los lanzamientos realizados por equipo 1, fuente propia.

Inicio	Destino	Km	Ángulo	Dirección
REIKIAVIK	Nuuk	1.365,74	210°	NE
Nuuk	Quebec	1.351,49	210°	SE
QUEBEC	Las Vegas	3.622,41	220°	SE
Las Vegas	Monterrey	1.822,66	110°	NO
Monterrey	Panamá	2.872,10	110°	NO
Panamá	Barranquilla	565,29	75°	NO
Barranquilla	Buenos Aires	15.286,76	210°	SO
Buenos Aires	Italia	11.312,46	45°	NO

Imagen 36. Lanzamientos del equipo 6.

Tabla 13. Lanzamientos equipo 6.

Inicio	Destino	Distancia (Km)	Ángulo (grados)	Dirección
Reikiavik	Nuuk	1435	180	O
Nuuk	Quebec	2268	221	SO
Quebec	Las Vegas	3790	193	SO
Las Vegas	Monterrey	1834	324	SE
Monterrey	Panamá	2832	317	SE
Panamá	Barranquilla	612	22	NE
Barranquilla	Buenos Aires	5354	289	SE
Buenos Aires	Bolonia	11261	48	NE

Datos exactos de los lanzamientos realizados por el equipo 6, fuente propia.

Debido a que se decidió aplicar la misma actividad que se implementó en el primer pilotaje, puesto que se desarrollaría con otra población y no en tabletas, se comprobó que la herramienta medición de medida se encuentra con mayor facilidad en computadores.

Igualmente para este pilotaje, los estudiantes realizan lanzamientos que superan el alcance máximo, indican que quieren representar trayectos desde países no muy cercanos, aun sin dejar al lado la estimación, calculo y posterior anotación de los datos obtenidos.

Los estudiantes hacen uso de diferentes instrumentos de medida: regla y transportador, aunque no se limitaron a los usados en clase de matemáticas y utilizaron instrumentos no convencionales como: esfero, lápiz, hoja, reloj y hasta una botella. Hacen uso de la tecnología como herramienta de búsqueda de representaciones del transportador y con ello poder estimar ángulos, de allí el uso importante de la tecnología, no como distractor sino como medio para conseguir mejores conclusiones (Araya, 2007)

Son los jugadores quienes aunque consideran el listado de países, realizan diversos lanzamientos desde diferentes sitios del mapa, afirmando que es necesario omitir el listado para el próximo pilotaje y dejar de lado el puesto de referee.

3.3. Tercer pilotaje

Para esta actividad se contó con un tiempo de 100 minutos, puesto que en los dos primeros pilotajes los jugadores ignoraron por completo tanto el rol de *referee* como el modo *versus*; se deciden omitir estas instrucciones de la estructura del juego y no hacer entrega del listado de lugares a ayudar, pues ahora cada equipo puede tomar la ruta que considere necesaria e intenten hacer la mayor cantidad de lanzamientos posibles durante la sesión.

Descripción de la población:

El tercer pilotaje se realizó en la Escuela Normal Superior Distrital María Montessori, en esta oportunidad se aplicó con una muestra de estudiantes diferentes a quienes trabajaron con nuestro primer pilotaje. Como se han venido realizando modificaciones, mejoras y aclaraciones a la ficha descriptiva del juego “*La travesía de Alexis*” se vio necesario contar con un nuevo grupo de trabajo. La población se mantiene entre el rango de edad para el cual se propone la actividad, se contó con ocho estudiantes: 5 niños y 3 niñas entre los 15 y 16 años de grado décimo.

Descripción de la actividad:

Nuevamente se trabajó en las tabletas, sin embargo, para esta ocasión la profesora del área de tecnología nos ayudó con la conexión a una red la cual facilitó el trabajo de exploración, pues se ve necesario el uso del internet. Como modificación, se permitió que trabajaran en parejas y que ellos mismos crearan sus rutas de ayuda, omitiendo el listado y que realizaran la mayor cantidad de lanzamientos durante el tiempo de aplicación.

Descripción del pilotaje:

Una vez entregadas las fichas descriptivas y las tabletas a cada uno de los estudiantes, uno de los maestros en formación hace un bosquejo del mapamundi para aclarar cómo se podían hacer los lanzamientos, teniendo en consideración tanto las instrucciones como la pista indicada en la ficha.

Una vez ubicados por parejas se les pidió que construyeran una tabla en una hoja para entregar con los datos requeridos: punto de inicio, punto de destino, distancia en kilómetros, ángulo y dirección. Aquí nuevamente se omite la columna de ayuda tanto en la pista entregada, como en las tablas construidas por los equipos de trabajo.

Para algunos de los participantes al pedir la ruta desde un sitio a otro, la distancia mostrada aparecía en millas, para ello se les consignó en el tablero la equivalencia entre estas unidades de medida: *1 milla = 1,609 kilómetros*. Sin embargo, una de las estudiantes logró configurar para que la unidad de medida fuera kilómetros y así todas las parejas pudieran trabajar con esta unidad.

Evidencias tercer pilotaje.

Dado que en el desarrollo de esta actividad se permite que los equipos se enruten a consideración, tienen mayor acercamiento al mundo y lo pueden explorar desde Google Maps. Aumentando el desarrollo de ubicación espacial, dan paso a los niveles de orientación y desarrollan percepción espacial bidimensional y tridimensional, además algunos jugadores comunican o expresan la ubicación identificando lateralidades o posiciones del punto de partida respecto al punto de destino.

Distancias:

Los jugadores aun no descubren la herramienta para medir distancias en las tabletas, igual al grupo del primer pilotaje, pues esta opción se descubre rápidamente al trabajar en computador, la manera de proceder es haciendo uso nuevamente de la herramienta indicaciones para luego estimar la distancia lineal entre los puntos seleccionados.

Ángulos:



Imagen 37. Representación de Reikiavik a Noruega en el cuaderno.

En esta representación vemos que el equipo está desarrollando tanto el nivel 1 de ubicación espacial y trayectoria intuitiva como el nivel 2 de organización espacial, pues los jóvenes están aplicando recuerdos y conocimientos previos los cuales les permiten elaborar un sistema de referencia, igualmente integran ubicaciones en las que da la dirección en la que se encuentra un país respecto al otro - *"Noruega esta al Este de Reikiavik"* -, no se quedaron en la pantalla y decidieron pasar al papel y lápiz con el propósito de realizar el lanzamiento hacia Oslo, haciendo el bosquejo del tramo lineal hacia Noruega y afirmando que en un lanzamiento recto hay 180° .



Imagen 38. Representación del ángulo de lanzamiento desde Reikiavik a Oslo.

Los estudiantes indican lo siguiente: - *"Pero Oslo se encuentra más arriba"* - , por ende surgen dos ideas a considerar, primero que la medida estaría por encima de los 180° o por el contrario que empezando a contar desde el cero (0), alcanzaría una medida de aproximadamente 60° . Han logrado construir a partir de sus conocimientos la representación de su primer lanzamiento, pasando de imágenes mentales a plasmarlas con lápiz en el papel, para obtener una mejor localización de su destino. Al trabajar con este sistema de referencia y por equipos, facilita la localización de un lugar teniendo en cuenta los diferentes puntos de vista de los observadores, planificando el trayecto para lograr la ubicación del sitio que se quiere asistir y dando una estimación del ángulo de lanzamiento.

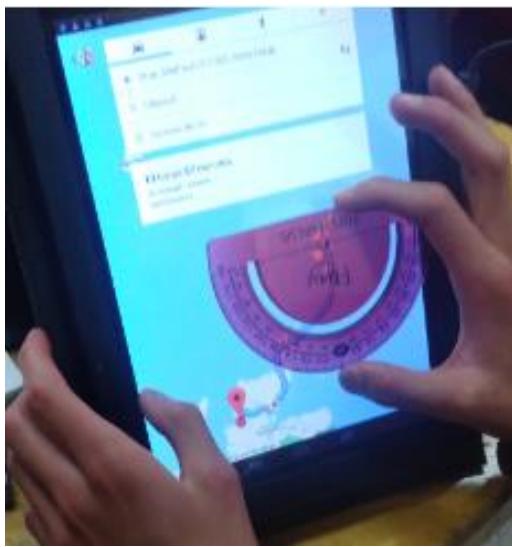


Imagen 39. Estimación del ángulo utilizando transportador.

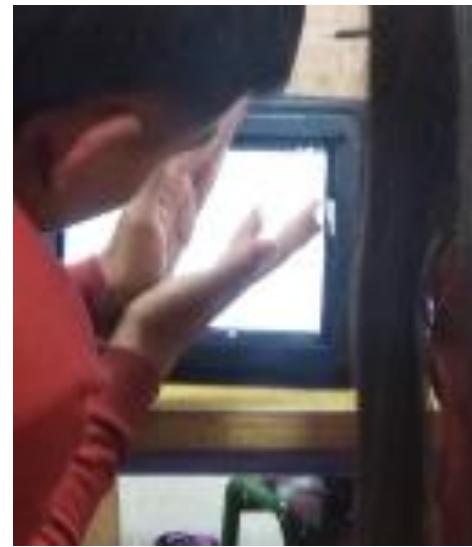


Imagen 40. Representación del ángulo con sus manos.

Datos de lanzamientos:

Los jugadores consigan los datos de lanzamiento en una hoja para entregar. Se omite por tercera vez la columna de ayuda, igualmente no se desvían de la actividad y realizan recorridos libremente. Se presentan tablas por parte de los estudiantes y la correspondiente a cada tanda de lanzamientos logradas durante la sesión.

Origen	Destino	Distancia	Ángulo	Dirección
Reforma	Gibraltar	860 Km	180°	Oeste
Reforma	00	1350 Km	190°	Oeste
00	Liverpool	1000 Km	36°	Suroeste
Liverpool	Trínciat	300 Km	180°	Este
Trínciat	Riga	1500 Km	58°	Noroeste
Riga	Milán	850 Km	110°	Este
Milán	Oslo	1000 Km	65°	Oeste
Oslo	Cracovia	550 Km	50°	Euroeste
Cracovia	Bolonia	1100 Km	45°	Oeste

Imagen 41. Lanzamientos del equipo A.

Tabla 14. Lanzamientos equipo A.

Inicio	Destino	Distancia (Km)	Ángulo (grados)	Dirección
Reikiavik	Oslo	1739	352	SE
Oslo	Liverpool	1105	205	SO
Liverpool	Fráncfort	887	344	SE
Fráncfort	Riga	1267	23	NE
Riga	Moscú	841	354	SE
Moscú	Odesa	1123	230	SO
Odesa	Craiova	570	200	SO
Craiova	Bolonia	989	179	NO

Datos exactos de los lanzamientos realizados por el equipo A, fuente propia.

INICIO	DESTINO	DISTANCIA	ANGULO	DIRECCIÓN
REIKIAVIK	FLATEYRI	370 KM	115°	NOROESTE
FLATEYRI	SORVÁGUR	1110 KM	330°	SUR ESTE
SORVÁGUR	BRAE, SHETLAND	750 KM	35°	SUD OSTE
BRAE	ULLAPPOOL	450 KM	-130°	SUR
ULLAPPOOL	LONDRES	1003 KM	-60°	SUR ESTE
LONDRES	PARIS	376 KM	-55°	SUD ESTE
PARIS	BILBAO	880 KM	245°	SUR
BILBAO	SEVILLA	830 KM	260°	SUR
SEVILLA	BENZ HEINZ	690 KM	66°	SUR
BENZ HEINZ	AREC	1180 KM	45°	NORESTE
AREC	IBIZA	610 KM	120°	SUR OESTE,
Angel				

Imagen 42. Lanzamientos del equipo C.

Tabla 15. Lanzamientos equipo C.

Inicio	Destino	Distancia (Km)	Ángulo (grados)	Dirección
Reikiavik	Flateyri	216	134	NO
Flateyri	Sorvágur	900	346	SE
Sorvágur	Brae	369	344	SE
Brae	Ullapool	368	213	SO
Ullapool	Londres	753	308	SE
Londres	Paris	343	313	SE

Paris	Bilbao	743	226	SO
Bilbao	Sevilla	702	242	SO
Sevilla	Beni Melal	562	265	SO
Beni Melal	Argel	992	25	NE
Argel	Ibiza	290	126	NO

Datos exactos de los lanzamientos realizados por el equipo C, fuente propia.

Sin el listado y sin referee, los jugadores empiezan a localizar sitios con nombres reconocidos o atractivos para ellos, fueron construyendo trayectos conectados uno seguido del otro, donde buscaban recorrer la mayor parte del mapa y explorar lugares desconocidos.

Durante esta implementación se evidencia el uso de representaciones gráficas, construyen su propio sistema de referencia mediante lápiz y papel para poder comunicar de manera precisa la información obtenida respecto a la localización de los destinos elegidos, también hacen uso de vocabulario con términos que indican la ubicación de un punto respecto a otro: allí, allá, lejos, cerca, próximo, entre otros, además de hacer uso de su propio cuerpo y movimientos para estimar distancias, pronunciando con gestos e identificando direcciones por medio de relaciones espaciales: arriba, abajo, izquierda, derecha. (Fernández, Mercado y Sánchez, 2003)

3.4. Cuarto pilotaje

Se dispone de 90 minutos para la aplicación de la actividad y 30 minutos para socialización y recomendaciones por parte de los profesores de matemáticas, teniendo en cuenta que la actividad va dirigida para estudiantes de básica secundaria, se procede a realizar un último pilotaje con miras a encontrar potencialidades y falencias respecto a la estructura del juego que se llevaba hasta ahora. En esta ocasión se le asignó un nombre al juego, aunque no muy acorde para el mismo, se hace la presentación de los maestros en formación y se procede con la entrega de fichas descriptivas, nuevamente se omitió la columna de ayudas e igual que en el pilotaje anterior se mantiene la idea de enrutamiento libre, referee inhabilitado y en modo todos contra todos.

Descripción de la población:

El juego fue implementado al grupo de Maestría en Docencia de las Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional; para esta ocasión se contó con 15 participantes, quienes

son profesores de matemáticas en ejercicio. Cabe mencionar que el rango de edad se sale del margen en el que se debe aplicar este trabajo, sin embargo, se realiza con el propósito de obtener mayor cantidad de aportes y potencialidad didáctica, posibles mejoras para el juego y el trabajo en general. Para ello se pide autorización antes de dar inicio a la actividad de poder tomar evidencias de audio y fotografías.

Descripción de la actividad:

Se implementó la actividad en las instalaciones de la sede principal de la UPN. Los participantes y estudiantes de maestría contaban con sus propias herramientas de trabajo, además el docente solicitó los computadores asignados al Departamento de Matemáticas por si hacían falta y también para que todos contaran con su equipo correspondiente, los estudiantes conforman sus propios equipos e indican quien inicia a realizar lanzamientos.

Descripción del pilotaje:

El desarrollo del juego se llevó a cabo con seis equipos, de los cuales la mitad estaban conformados por parejas y la otra mitad por ternas. Hasta este momento se presentaba la “pista” en la que se mostraban los datos de lanzamiento desde Reikiavik a Bolonia, para ellos no fue de mucha ayuda pues por el contrario la tomaron como despista o una distracción. Luego de esto se realiza un nuevo cambio, ya no es llamada pista sino “Ejemplo”, además en vez de uno se dan a conocer dos: ambos datos de lanzamiento partiendo desde la capital de Islandia Reikiavik hacia Groenlandia y el otro hacia Bolonia, pues se deja a consideración que realicen el recorrido de sitios por asistir y se añadió en la tabla la columna de ayuda, la cual fue omitida en todos los pilotajes.

Luego de la lectura de la descripción del juego, respecto a la cantidad de cápsulas por jugador y demás dudas, surgieron varias preguntas por parte de los profesores titulares, las cuales fueron acogidas como aportes didácticos y ayudas para mejorar el juego:

- ❖ *Nosotras como somos tres integrantes del mismo equipo y dice que cada jugador tiene dos cápsulas, entonces ¿tendríamos 21 cápsulas?*

Respuesta: no importa la cantidad de participantes que hay por equipo, la cantidad de cápsulas es un total de 14. Se presentó un error.

- ❖ *¿Debemos llegar a Bolonia?*

Respuesta: No es obligatorio pasar por Bolonia, cada equipo es libre de enrutar su camino.

- ❖ *La distancia mostrada en la pista se pasa del rango de lanzamiento ¿por qué?*

Respuesta: La pista nos indica los datos respecto al lanzamiento realizado desde Reikiavik a Bolonia, con el único propósito de que sirva como ayuda o les sea útil para relacionarlo con los datos de otros posibles lanzamientos teniendo en cuenta que el máximo alcance es de 1500 kilómetros.

- ❖ *Al iniciar sesión en Google, ¿Maps genera mayor cantidad de herramientas o ayudas?*

Respuesta: La verdad se ha venido trabajando en Google Maps sin haber iniciado sesión, sin embargo, al ser un trabajo de exploración con la mencionada herramienta tecnológica posiblemente trabajando de esa manera obtenga mejores datos.

- ❖ *¿Por qué ese punto de partida?*

Respuesta: durante el desarrollo de este trabajo se contempló que el punto de partida fuese Null Island, la cual es una isla artificial muy pequeña ubicada en el punto de intersección del Meridiano de Greenwich y La Línea del Ecuador, esta funciona como nuestro origen o coordenada (0,0). Además, el rango contemplado permite dar el salto hacia Europa como hacia América.

Una vez aclaradas sus dudas, se procedió a dar un tiempo estimado de hora y media para que realizaran la mayor cantidad de lanzamientos posibles. Pasada la sesión de lanzamientos, se construye en el tablero una tabla similar a la que aparecía en la hoja de trabajo. Se prosigue a realizar la socialización de un lanzamiento por equipo, de tal forma que un integrante de cada grupo se dirigía al tablero, anotaba sus datos y hacía la respectiva explicación de cómo fue el proceso y desarrollo para completar la tabla.

Evidencias Cuarto pilotaje.

Como era de esperar, en el pilotaje realizado con maestros de matemáticas en ejercicio ha sido de gran provecho, han manifestado más potencialidades de las que se venían buscando o de las que se tenían presentes al dar inicio a este trabajo, no se limita al desarrollo del pensamiento espacial, sino que encuentran inmerso en la actividad el pensamiento métrico y

numérico. Utilizan no solo Google Maps sino que se han apoyado en el software de geometría dinámica GeoGebra y la herramienta brújula de sus celulares, para estimar los ángulos de lanzamientos. Los aportes significativos que surgieron durante y al finalizar la sesión, han sido de gran ayuda para presentar la versión final del juego y evidenciar el gran potencial que trae consigo el juego como tal, pues han mencionado la gran variedad de temas, conceptos, áreas y cursos en los que se puede implementar *La travesía de Alexis*.

Distancias:

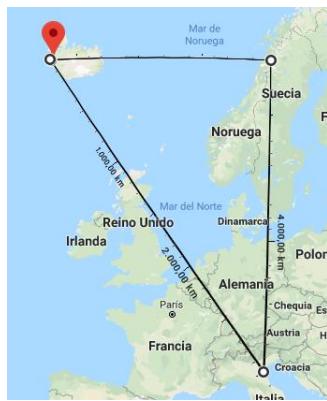


Imagen 43. Representación de un triángulo rectángulo.

El profesor manipula y transforma la mal nombrada pista entregada en la ficha descriptiva para comprobar la medida del ángulo (329°), para ello hace la representación de un triángulo rectángulo y utiliza la herramienta de medición para establecer los catetos e hipotenusa del mismo. Demostrando la habilidad de manipular la imagen mental y ponerlo a disposición de tal forma que le brinde mayor información (McGee citado en Godino y Gonzato, 2010), también se ubican en el nivel de orientación espacial (modelos y mapas) propuesto por Sara y Clements (como se citó en Poloche y Zapateiro, 2016), pues hacen uso de modelos que les permite localizar sitios o realizar recorridos.

Ángulos:

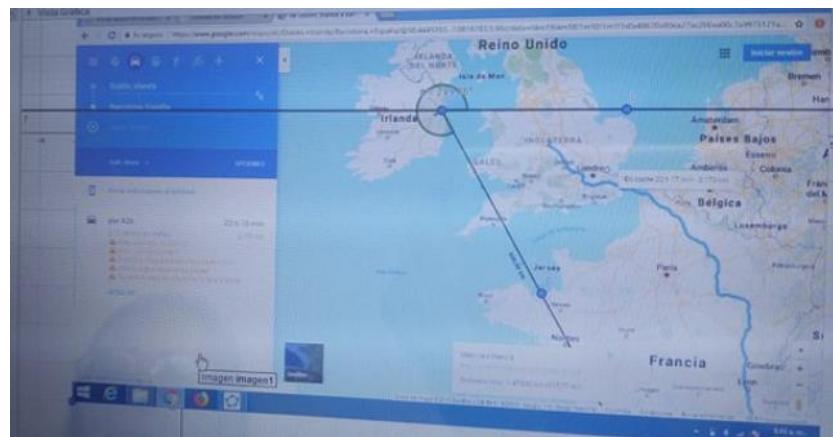


Imagen 44. Uso de GeoGebra para determinar el ángulo.

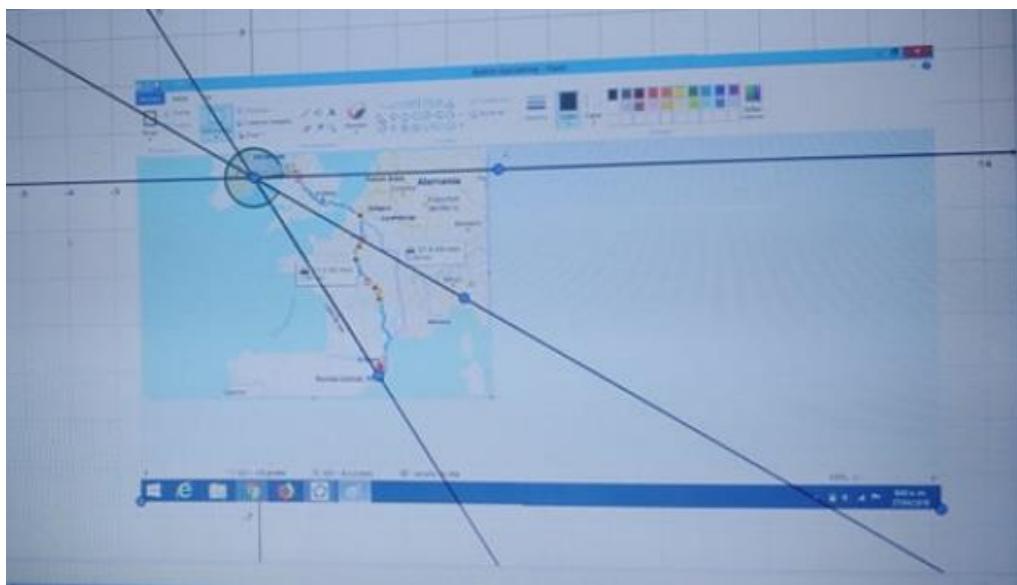


Imagen 45. Uso de GeoGebra para determinar el ángulo de lanzamiento.

Se han identificado diversos tipos de situaciones en las que los equipos han explorado lugares desconocidos, ya sea por interés propio o por enrutarse de la manera más eficiente para poder llegar rápido a lugares con mayor vulnerabilidad (pobreza, hambruna, desnutrición, condiciones sociales y económicas) y dejando de paso en lugares no muy necesitados ayudas materiales como libros y juguetes, mientras que en lugares de África pretenden abastecer de medicina, agua, alimento, médicos y rescatistas. Una vez copiada la imagen del mapa en el programa GeoGebra, comprueban que el ángulo de lanzamiento desde Reikiavik a Bolonia

es de 329° , repiten el procedimiento para determinar los ángulos respectivos a posteriores lanzamientos.

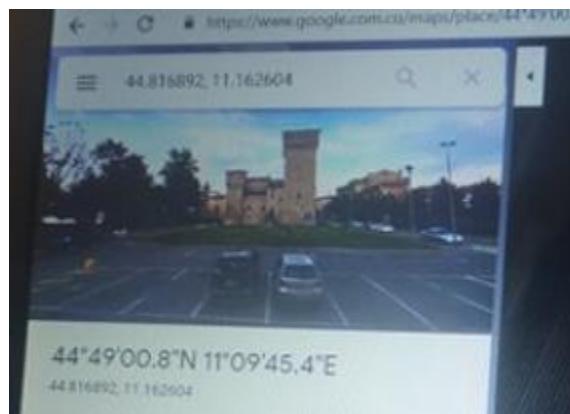


Imagen 46. Coordenadas decimales y coordenadas sexagesimales mostradas por Google Maps.

Todos los equipos participantes de profesores en ejercicio, en su exploración de Google Maps identifican las coordenadas sexagesimales y coordenadas geográficas, además de ello se percatan de la posición en que son mostradas por la aplicación, pues han manifestado que las coordenadas están de la forma (y, x) . En este pilotaje todos los equipos logran alcanzar el nivel cuarto de orientación espacial, pues comprenden las relaciones espaciales mediante el uso de coordenadas cartesianas. Para comprender el planeta Tierra, como un sistema de coordenadas, realizan operaciones para ubicar diferentes sitios en el mismo, también han interpretado la información mostrada en los mapas para localizar nuevos sitios, realizan la descripción verbal de trayectos, posiciones, distancias y ángulos para cada uno de los lanzamientos logrados.

Grabación:

Los estudiantes de maestría participantes de este pilotaje dan consentimiento de que las intervenciones que hagan durante la socialización sean grabadas y posteriormente ser transcritas.

Narración de la implementación del juego

Inicia a la socialización

-Creo que nos va a quedar muy lejos, no podemos ir. La distancia es de 1200, entonces no podemos ir.

- Sí, es lejos.

- En el globo marca grados, minutos y segundos. (Se plasmó sobre GeoGebra el mapa para trazar el ángulo).

- Listo dejamos hasta ahí, entonces cada grupo va a compartirnos un lanzamiento en el tablero para mostrar cómo lo hicieron y exponer las dificultades que realizó cada grupo.

Lanzamientos en el tablero:

Primer lanzamiento:

➤ Nosotros lo que hicimos es que la distancia no se pasara de 1500 km así fuese cortica, en ningún lado decía que debía ser mayor a algo, la primera ciudad que hicimos fue Noruega y utilizamos la posición que nos arroja Google, Noreste y utilizamos esa posición. Una vez teníamos la posición en grados minutos y segundos, las pasamos a decimales y montamos nuestro sistema de posición que es con la que ustedes proponen en la actividad.

Inicio	Destino	Distancia (km)	Ángulo (grados)	Dirección
Reikiavik	Bergen	1474	60° 23' 34,8'' 5°19' 26''	NE

Segundo lanzamiento:

➤ Nosotros hicimos lo mismo que el anterior grupo, entonces:

Inicio	Destino	Distancia (km)	Ángulo (grados)	Dirección
Reikiavik	Edimburgo	1368	64° 8' 49,65'' 21°58' 326''	SE

Tercer lanzamiento:

- Los tres primeros lanzamientos los hicimos al sureste, pero después fuimos al noreste un poco, nuestra idea era partir de ahí hacia el medio oriente trazando una ruta, había que bajar primero a África para después ir hacia medio oriente. Para hallar el ángulo lo que hicimos fue trazar una línea imaginaria por el punto de partida, ese era como el vértice y la línea era paralela al ecuador. Para hallar la distancia en Google Maps hay una casilla que dice Inicio y destino, esto nos marcaba dos puntos en el mapa y una línea recta de punto a punto. Luego tomamos pantallazo y lo pasamos a geometra, ahí calculamos el ángulo haciendo que el punto de partida de Google considera con el vértice. Así hicimos todos los lanzamientos.

Inicio	Destino	Distancia (km)	Ángulo (grados)	Dirección
Reikiavik	Dublín	1496,71 km	31,3°	SE

Cuarto lanzamiento:

- Tuvimos una confusión al principio porque en la pista pensamos que la idea era llegar a Bolonia, pero después le consultamos a Brallan quien nos aclaró que eso simplemente era un ejemplo para nosotros guiarnos, entonces nos dimos cuenta que en el punto cuatro de las instrucciones decía que el objetivo era ayudar la mayor cantidad de lugares, de ahí le dimos más un sentido social a la actividad y empezamos a hacer un recorrido de tal forma que llegáramos a África y ayudar a la mayor parte de África. -Para saber a qué países debíamos ayudar buscamos en la ONU, hacía referencia a los seis países más necesitados y a los países que veíamos que casi no estaban necesitados les dábamos juguetes o libros y a los países con crisis les dábamos agua o medicina. – Luego de pasar por Europa, España luego pasamos por Libia, Sudan, Sudan del sur, Somalia, Kenia y ahí vamos.

Inicio	Destino	Distancia (km)	Ángulo (grados)	Dirección
Reikiavik	Northumberland	1449	56, 26,-1,	SE

Pensábamos hacerlo con GeoGebra, pero el problema es la precisión del ángulo. Miramos un programa en internet un programa que nos calculara el ángulo entre dos ciudades, pero no coincidía con el ejemplo.

Quinto lanzamiento:

- Empezamos viendo que Reikiavik era -21 y la de Bolonia era -11, si sumamos eso nos da 32 y si lo restamos a 360 nos da 328 entonces vimos que ese dato coincidía con el dato del ejemplo.

Inicio	Destino	Distancia (km)	Ángulo (grados)	Dirección
Reikiavik	Escocia	1334 km	333°	SE

Sexto lanzamiento:

- Bueno, nosotros nos demoramos mucho buscando una estrategia, entonces hicimos un viaje muy corto que fue a Akranes. El ángulo lo sacamos haciendo uso de la brújula del celular, la brújula permite enviar a trasfondo entonces lo que hicimos fue usar la brújula que mide los grados de inclinación y entonces imaginamos la línea vertical y la línea horizontal y luego empezamos a inclinar el celular de tal forma que coincidiera el punto de partida con la línea horizontal, entonces eso nos votaba el ángulo.

Inicio	Destino	Distancia (km)	Ángulo (grados)	Dirección
Reikiavik	Akranes	20, 72	338°	SE

Sugerencias:

Después de la socialización de la actividad surgieron varias modificaciones y mejoras a la ficha de instrucción, enunciadas a continuación:

- ✓ “No debe nombrarse como pista, mejor indicar que es un ejemplo”
- ✓ “Señalar un ejemplo hacia Europa y otro hacia América”
- ✓ “Añadir en la tabla una columna correspondiente a la ayuda dejada en cada sitio”

Potencialidades del juego:

Igualmente, tanto como surgieron mejoras, se les pidió que por favor indicaran qué potencialidad hallaban en el juego, unas de ellas son:

- ✓ “La actividad se puede aplicar en cualquier curso”
- ✓ “Se pueden abordar diferentes temáticas desde el juego, tales como:”
- Plano cartesiano

- Coordenadas
- Distancias
- Ángulos
- Conversión de unidades
- Trigonometría
- ✓ “Además de la parte netamente matemática, se puede relacionar otras áreas, por ejemplo, con sociales. Trabajando en conjunto la geografía y cultura de diferentes partes del mundo”.
- ✓ “Al trabajar en grupo, se tienen diferentes posibles destinos. Esto nos lleva a entrar en discusión de por qué elegir alguno entre ellos, ya sea como destino turístico o por la realidad política, social o económica afrontada en ciertos lugares”.

Los participantes de este pilotaje a diferencia de los anteriores, descubren durante su trabajo de exploración los sistemas de coordenadas con los que trabaja Google Maps: coordenadas sexagesimales y coordenadas decimales, con ello identifican la ubicación y localizan lugares como si estuvieran en un sistema de representación cartesiana.

Otro aspecto importante fue el uso de la tecnología como mediador para obtener datos precisos de lanzamiento, algunos hacen uso del software de geometría dinámica GeoGebra y otros utilizan aplicaciones o herramientas de sus celulares para corroborar sus cálculos y estimaciones, potenciando el uso de la tecnología en el aula de clase y dando paso a la ejercitación desde el momento que descubren las coordenadas y manifiestan hacer algunas conversiones y procedimientos matemáticos para dar respuesta a la actividad.

Hasta este pilotaje se había presentado una pista, la cual posteriormente por recomendación de los participantes era mejor nombrarla como ejemplo y además era necesario notificar otro ejemplo de lanzamiento hacia otra dirección, siendo uno de los cambios realizados para presentar la versión definitiva de la estructura del juego; también se añade la columna de ayudas a la tabla en la que deben consignar los datos, pues en ninguno de los pilotajes se había tenido en cuenta.

4. Diseño del juego

En este capítulo se mostrará cómo fue concebido el diseño final del juego, inicialmente se hablará de conceptos del juego en las matemáticas, así como de la importancia y diversas etapas del diseño, cabe mencionar que las reflexiones encontradas son las que han sido depositadas por parte de los maestros en formación. Además, se considera de suma importancia enunciar el proceso de diseño y consideraciones a tener para conseguir la versión final del juego.

Desde hace varios años se viene pensando en que los juegos no son solo tema de entretenimiento y diversión, pues el resultado arrojado por diversas investigaciones en aspectos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, según (Bishop, 2008) los juegos son considerados como fuente potencial en la educación sin importar el sitio, ciudad o país, por eso se pensó en diseñar un juego que tenga un acercamiento a la tecnología o era de internet en la que nos encontramos, además esta idea de diseño muestra otra cara del juego, el sentido social y humanitario que pueden llegar a mostrar los jugadores respecto al desarrollo del mismo.

Bishop (1998) expone seis actividades muy importantes realizadas por diferentes culturas en las que se cimientan del conocimiento matemático. Aquellas actividades que tendrán relación con este trabajo son:

- ✓ Localizar: encontrar una ruta, encontrar la posición de sí mismo y otros objetos, describir donde se halla una cosa respecto a otra. Estas actividades involucran diversas formas de descripción incluyendo figuras, mapas, planos y sistemas de coordenadas, desarrollando conceptos matemáticos como medición, coordenadas rectangulares, polares y ejes.
- ✓ Medir: se refiere a actividades en las que hay que estimar, calcular o decir una cantidad.

Algunos temas o conceptos matemáticos relacionados a este trabajo son la conversión de unidades y sistemas de medición.

- ✓ Jugar: los juegos y el juego encajan en la descripción matemática general desde el punto de vista cultural del conocimiento. El juego está relacionado con el

razonamiento matemático, además desarrolla habilidades de estrategia, adivinación y planificación.

La propuesta de trabajo inicio con la idea de acoplar un juego tradicional llamado “Batalla Naval” a la clase de matemáticas, de lo anterior se deriva el nombre del presente trabajo de grado: “*La travesía de Alexis*”: *Un juego para orientarse apoyado en Google Maps*. Esto se pensó durante el desarrollo de una práctica, debido al aumento en la popularidad de juegos de celular y de computador, las personas esperan más y más de sus juegos, el avance tecnológico y la continua programación de nuevos juegos despierta gran interés en los individuos y consumidores, según Prado (2013) los juegos son algo más importante de lo que se ve a simple vista, si bien relacionamos los juegos con algo de niños hace que nos olvidemos de todo lo que han aportado a la sociedad y lo que pueden ofrecer.

Como diseñadores del juego podemos decir que fue una tarea compleja, ya que no existen reglas sencillas que deberíamos seguir para su estructura. Así que decidimos guiarnos con la pregunta que nos surgió al empezar a trabajar, ¿qué es un juego? ¿Cuál es el aspecto fundamental del juego? Siendo estas difíciles de responder, se pretende garantizar que el juego sea algo realmente atractivo, que permita a los jugadores y estudiantes construir conocimiento matemático y de otras áreas, que a partir de la tecnología se puede llegar a potenciar conceptos matemáticos y diversidad de temas, dejando a un lado el rol aburrido que algunos tienen frente a la clase de matemáticas.

El trabajo continuo y exploración de Google Maps, nos permitió ir modificando el juego hallazgo tras hallazgo, sin abandonar la idea de potenciar el uso de la tecnología en el aula de clase. Pues aunque quizás el uso principal del GPS es ubicarnos y orientarnos, existe gran cantidad de conocimiento y conceptos matemáticos, sociales y tal vez éticos que están inmersos y deseamos poner en evidencia.

Dando inicio al proyecto de diseñar el juego se pensó en jugar en lugares distinguidos por los estudiantes, cierta zona o una localidad en específico, sitios que permitieran al individuo relacionarse de manera más cómoda con el espacio real y poder utilizar sus imágenes mentales o recuerdos para dar datos de lanzamientos muy concretos. La primera propuesta se empieza con establecer distancias y ángulos en puntos aledaños a la Universidad Pedagógica Nacional, tomando como punto de partida la esquina de la calle 72 con carrera

11, sesgando la opción de lanzamiento sobre la ciudad de Bogotá, pero se quería dar mayor provecho a las herramientas ofrecidas por Google Maps. Se prosiguió con la idea de trabajar en ciudades, principalmente trabajar en la capital de nuestro país, pues el desarrollo de las actividades se aplicaría en la ciudad de Bogotá. Dando el salto a trabajar con nuestro país, visualizar el mapa mostrado por Google Maps y poder movernos libremente haciendo uso de las herramientas de dicha aplicación. Sin embargo, el salto fue aún más grande, pues se decidió trabajar con el mundo entero.

Se evidencia que Google Maps muestra las coordenadas geográficas de cualquier lugar del mundo, por cada sitio seleccionado muestra la latitud y la longitud en coordenadas decimales, aunque también las muestra en coordenadas sexagesimales. Sin embargo, no están escritas de la manera usual, es decir de la forma (x, y) , si no que la muestra de forma invertida (y, x) . Si existen coordenadas, por ende, existe un punto de origen; lo que nos lleva a indagar sobre el punto $(0,0)$ de nuestro planeta. Según el portal Omicrono, en el Golfo de Guinea existe una isla artificial, que no aparece en ningún mapa ni es posible llegar a visitar. La nombrada isla conocida como Null Island cuenta con un metro cuadrado de superficie, cuya existencia es comprendida sólo por ordenadores, ubicada a aproximadamente 1600 Km de la costa africana en el Océano Atlántico y que la distancia a la costa más cercana del continente africano es de 577 Km medidos en Google Maps, cuya localización real es $0^{\circ}N\ 0^{\circ}E$ justo donde se interseca la Línea del Ecuador y el Meridiano de Greenwich. Además, la longitud está entre $(-180^{\circ}, 180^{\circ})$ mientras que la latitud está entre $(-90^{\circ}, 90^{\circ})$, reduciendo la representación del planeta a un rectángulo como se muestra a continuación:

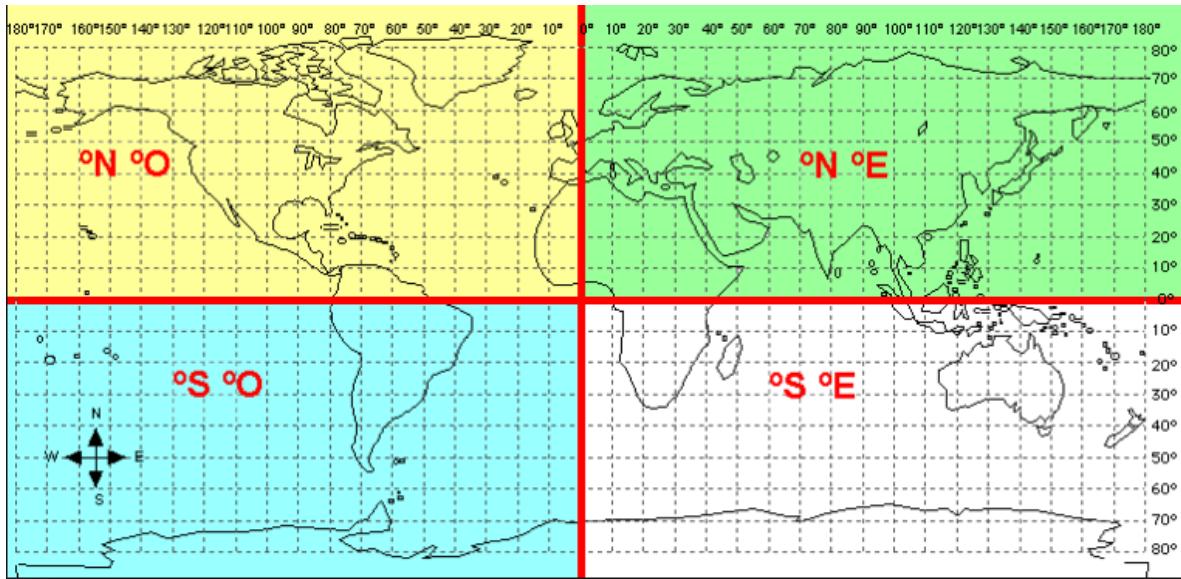


Imagen 47. Mapa mundial de coordenadas. Recuperado de <https://www.profesorfrancisco.es/2013/07/coordenadas-geograficas.html>

Al tener el plano cartesiano muy reducido y aprovechando la información brindada por Google Maps, se empezó a trabajar con lanzamientos de ayudas, olvidando completamente todo lo relacionado con guerras, batallas y todo el sentido bélico. Esto pensando en cambiar el contexto del juego proponiendo iniciativas de paz en nuestro país y así enfocarnos en brindar ayudas o recursos a consideración de cada jugador y respetando su perspectiva debe ser beneficiarios o tenidos en cuenta para obtener cada una de ellas. Se identifican aspectos prioritarios para momentos de peligro o escases, así que se consideran cápsulas con agua, medicina, alimentos, rescatistas y alimentos, mientras otras dos más con sentido pedagógico y lúdico como libros y juguetes.

Establecidas las ayudas y el punto de partida, se proceden a realizar los primeros lanzamientos. Ambos jugadores parados en aquella pequeña isla artificial de un metro cuadrado, desde allí indicar la distancia y ángulo de lanzamiento desde el punto de origen a algún destino seleccionado. En algún momento surgió el lanzamiento desde Rio de Janeiro (Brasil) a Tokio (Japón), con esta situación surgiría el primer cambio y diseño del juego, pues al hacer la medición entre estos dos sitios con la medición que permite realizar Google maps, además de ser una distancia muy largo el recorrido no se lograba presenciar como un tramo entero en el rectángulo para trabajar, si no que salía por uno de los lados y entraba por otro.

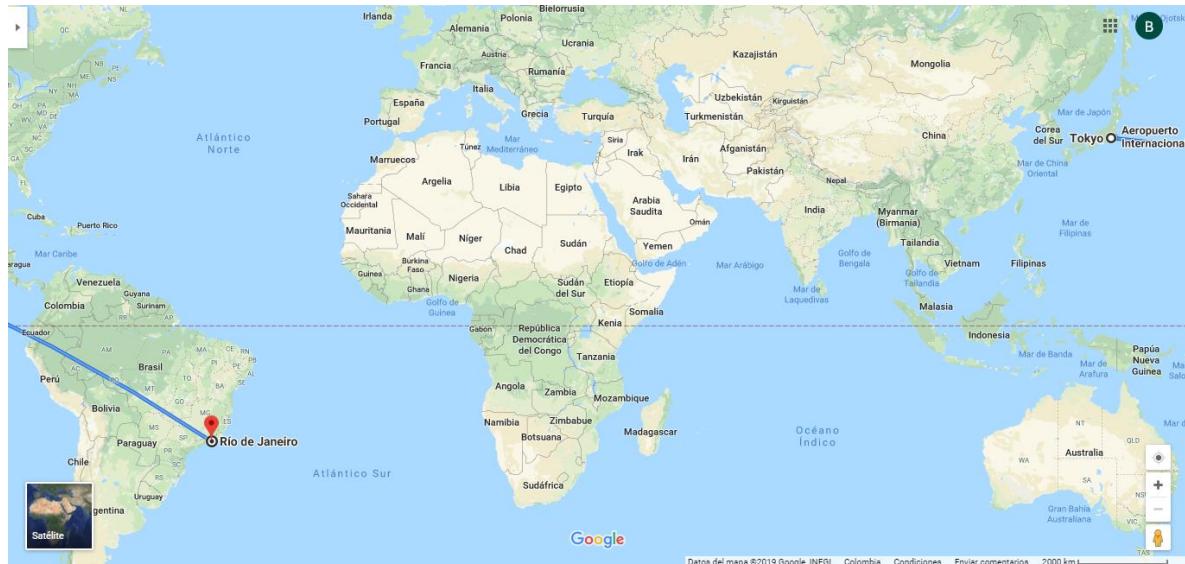


Imagen 48. Lanzamiento desde Rio de Janeiro a Tokio, fuente propia.

Considerando que nuestro planeta, se asemeja mucho a una esfera y que Google Maps al momento de dirigirnos a un lugar muestra el recorrido más rápido, obviamente muestra en pantalla el tramo más corto entre estos dos sitios, aunque no el tramo continuo de medición. Se evidenciaba un nuevo rectángulo de trabajo, en el que no se podía observar el punto de origen, pero sí el recorrido total de medición. Ahora otro aspecto a considerar es el alcance máximo por lanzamiento, construir una estrategia con alguna restricción para mantener el trabajo en el rectángulo inicial, sin cohibir a los jugadores que exploren y se muevan libremente por diferentes sitios del mundo, puesto que un aspecto principal es potenciar el trabajo haciendo uso de la tecnología.

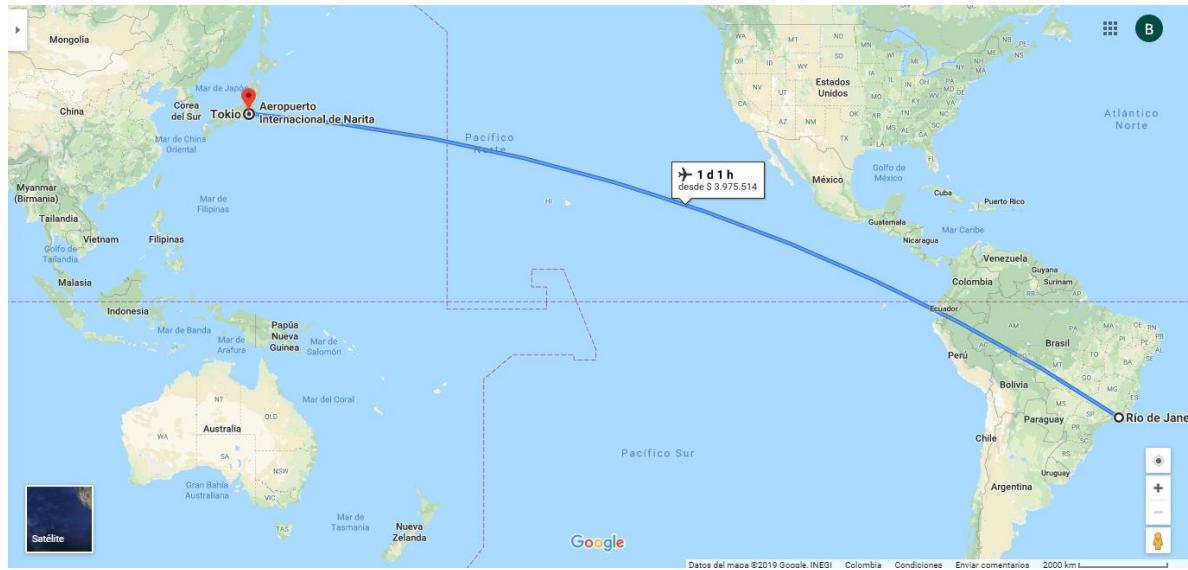


Imagen 49. Rectángulo de trabajo modificado, fuente propia.

Sabiendo que la distancia desde Freetown (Sierra Leona) en África hasta Natal en Brasil es de aproximadamente 3000 Km, se buscó un nuevo punto de partida en el que se pudiera pasar desde allí tanto a África como a Norte América, con ello surgió la elección de la capital de Islandia como sitio desde el cual se realizaría el primer lanzamiento por parte de los jugadores y considerando un rango de lanzamiento entre los 1Km a 1500 km. Null Island además de tener como coordenadas el punto (0,0), tiene una posición muy cercana a África, continente del que se conoce hay demasiadas situaciones complicadas para sus habitantes, además muchos de los lanzamientos desde la isla darían al océano dado el caso que alguien quiera emprender o enviar ayudas hacia América del sur considerando que el alcance de lanzamiento no cubre hasta allí. Se optó por la opción de emprender ruta hacia dos continentes distintos y que sea a consideración de cada jugador el sitio asistir.



Imagen 50. Distancia entre Freetown y Natal, fuente propia.

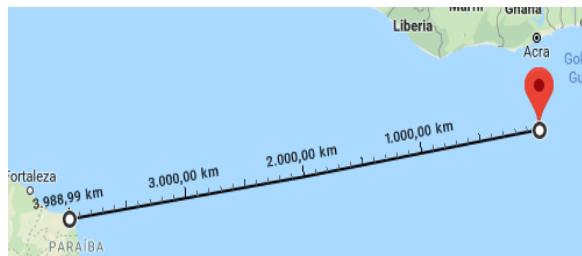


Imagen 51. Distancia entre Null Island a Natal, fuente propia.



Imagen 52. Desde Reikiavik a Groenlandia se cumple el rango de lanzamiento, fuente propia.



Imagen 53. Desde Reikiavik a Noruega se cumple el rango de lanzamiento, fuente propia.

Para ello se empezó con la ubicación de lugares que cumplieran con el rango de distancia y se construyó un diagrama de árbol con distintas posibilidades de recorridos, idea que no fue muy fructuosa, ya que es demasiado difícil que se enruten de la misma manera en que los maestros en formación habían cuadrado. Así fue como se prefirió construir un listado con los sitios por ayudar, el cual sería entregado a cada jugador y que una vez encontrado alguno de ellos poder completar los datos de lanzamiento: distancia lineal, ángulo de lanzamiento, dirección y ayuda.

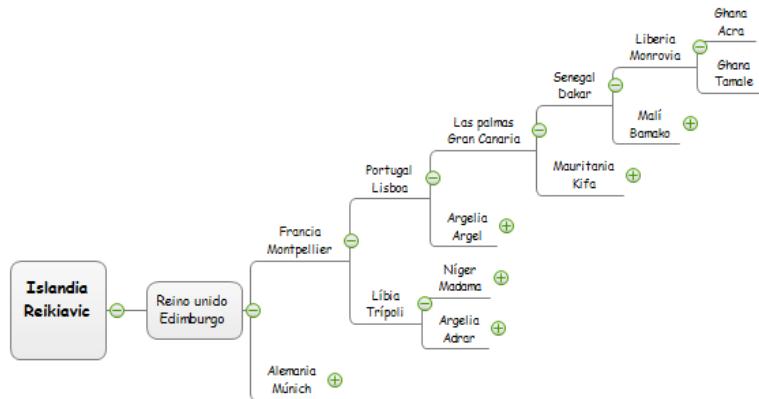


Imagen 54. Parte del diagrama de recorridos, fuente propia.

Una vez establecidos los lugares que requerían ayuda, se comprobó con el programa de geometría dinámica GeoGebra la medición del ángulo respecto a uno de los posibles primeros lanzamientos, en el primer caso se activó la opción Globo y el ángulo formado respecto a la horizontal desde Reikiavik a Edimburgo tiene una medida de 321° , mientras que cuando se desactivo la opción la medida del ángulo es de 318° ; fue así como se consideró un margen de error de $\pm 3^\circ$.

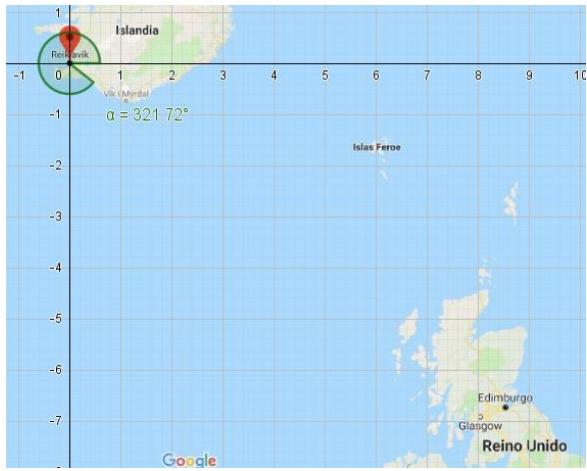


Imagen 55. Ángulo medido con ayuda de GeoGebra y la opción globo desactivada, fuente propia.



Imagen 56. Ángulo medido con ayuda de GeoGebra y la opción globo activada, fuente propia.

La estructura del juego estaba planteada, se tenían ciertas reglas y se procedió a realizar el pilotaje cero. Para ello se contó con estudiantes de diferentes semestres de la Licenciatura en Matemáticas, el juego comenzó en modo uno contra uno, previo a dar inicio al juego los maestros en formación daban indicaciones del programa, se les notificó que el programa manejaba coordenadas y que además las mostraba de la forma (y, x) , también se les hizo entrega del listado de países por ayudar y las diferentes cápsulas a repartir. Fue un gran error indicar tanta información respecto a la herramienta tecnológica, se obligaba a los estudiantes a desarrollar el cálculo netamente matemático principalmente para hallar medidas de ángulos, aplicando conocimientos previos y se tachaba totalmente la estimación y proceso de exploración del programa. La actividad pasó a ser un desafío de agilidad mental y algorítmica, volvíamos a la etapa de mecanización en el aula de clase, olvidando completamente el proceso de estimación y desarrollo de la ubicación y orientación espacial por parte de los jugadores.

Tecnología y coordenadas polares, ideas que fueron principales en el trabajo. Se pretendía que los estudiantes después de aplicar la actividad comenzaran a comunicar sus lanzamientos en términos de distancia y ángulos, por ello se utilizó el programa de GeoGebra para facilitar el cálculo y conversión de coordenadas rectangulares a las coordenadas polares, surgiendo

de esto el rol de *referee* asignado a los maestros en formación, indicando si el lanzamiento era fallido o exitoso.

Suma y resta entre vectores, gráfica y analíticamente

Para obtener las coordenadas polares se hizo uso de operaciones entre vectores, como cada lugar en el mundo tiene sus respectivas coordenadas geográficas, podíamos utilizar esta información para hacer una representación geométrica y obtener rápidamente el ángulo de lanzamiento, ya que la distancia entre dos sitios si se puede calcular desde Google Maps. Dados dos o más vectores, su suma es otro vector que se obtiene sumando los vectores componente a componente. Sean $\vec{u} = (a, b)$ y $\vec{v} = (c, d)$, vectores con origen en el punto $(0,0)$; el vector suma $\vec{u} + \vec{v} = (a + c, b + d)$.

La diferencia entre dos vectores, se obtiene restando componente a componente. Sean $\vec{u} = (a, b)$ y $\vec{v} = (c, d)$, el vector diferencia $\vec{u} - \vec{v} = (a - c, b - d)$, este vector resultante nos arroja nuevas coordenadas y con ellas podemos obtener el ángulo formado respecto a la horizontal.

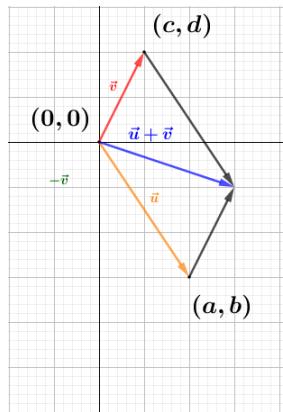


Imagen 57. Suma de vectores, fuente propia.

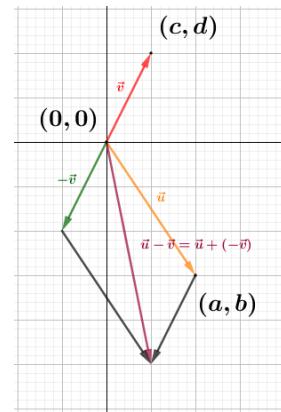


Imagen 58. Resta de vectores, fuente propia.

Si un lanzamiento va desde el punto A hasta el punto B, se tiene en cuenta el vector de color morado, pero si el lanzamiento es de B hacia el punto A, se considera el vector de color verde. Además, GeoGebra permite hacer el cambio de coordenadas rectangulares a polares, facilitando el cálculo de ángulos entre los diferentes lanzamientos.

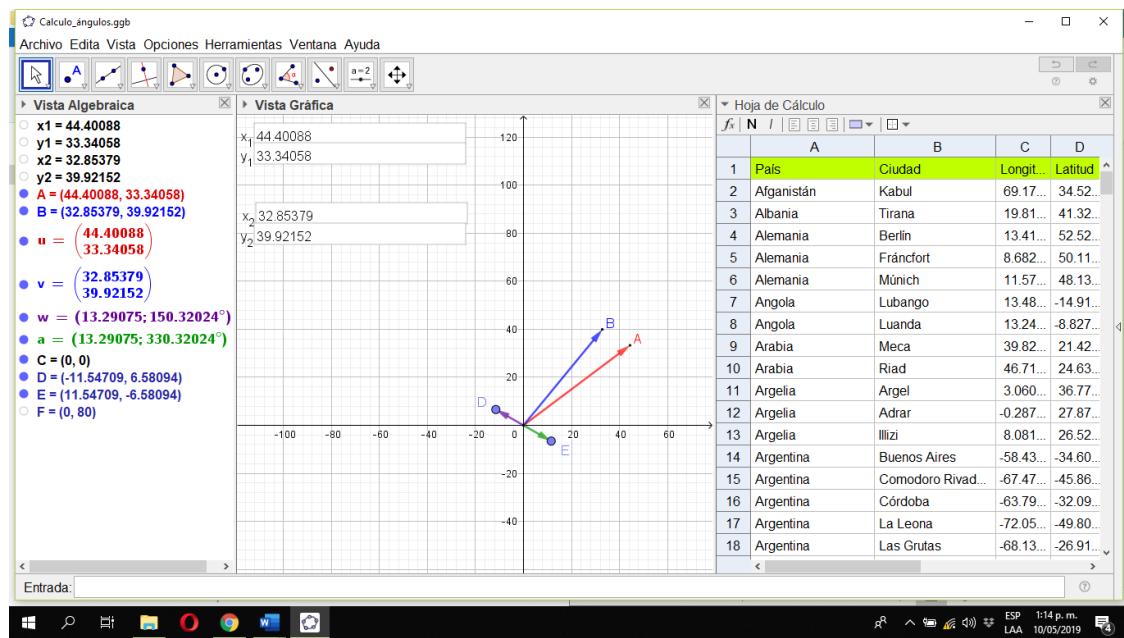


Imagen 59. Operaciones con vectores en GeoGebra, fuente propia.

Una vez realizado todos los cambios y mejoras quedan terminado el diseño del juego para desarrollo del pensamiento espacial, dado a posibles mejoras y diversas formas de implementación dependiendo del tema a trabajar por parte del profesor.

Conclusiones

Este trabajo va enfocado al diseño de un juego como actividad lúdica para el desarrollo del pensamiento espacial y conceptualización de algunos tópicos de matemáticas y otras áreas del conocimiento presentes durante el progreso del mismo, teniendo como sistema de referencia a nuestro planeta y la manipulación de sistemas tecnológicos.

Los estudiantes de maestría manifestaron que este juego permite abordar gran variedad de conceptos ligados no solo a las matemáticas, sino que también accede trabajar conjuntamente temáticas de otras áreas del conocimiento como: sociales, ciencias, geografía, informática y ética.

Con base al marco teórico, se logra evidenciar y realizar el análisis sobre los niveles de orientación espacial propuestos por Sarama y Clements (2009; como se citó en Poloche y Zapateiro, 2016) alcanzados por parte de los jugadores; respecto al nivel de ubicación espacial y trayectoria intuitiva, tanto jóvenes y adultos han elaborado ambos sistemas de referencia, el primero en el que registran mentalmente la ruta y ubicación de diversos destinos a alcanzar; el segundo en el momento que utilizan objetos o estructuras presentes a su alrededor para usarlos como puntos de referencia para localizar puntos y determinar distancias entre ellos.

Lo que se refiere al nivel de organización espacial, se manifestó el desarrollo de trayectorias y la perspectiva espacial, al explorar sitios desconocidos o entornos no cercanos; han utilizado como punto de referencia el norte de la ciudad para indicar la ubicación de un lugar respecto al otro. Los diferentes jugadores han superado varias dificultades en lo que concierne al nivel de modelos y mapas, pues reconocen el mapa mostrado en la pantalla como un modelo del planeta Tierra como tal, además el uso de los mapas a su disposición y logran entender la correspondencia entre un mapa y el espacio real.

En todos los pilotajes no logran dar buen uso a la escala mostrada por Google Maps, aunque utilizaron la ampliación y disminución de la escala real no se percataron de ello para obtener mejor estimación entre las distancias de un lugar a otro quizás por ausencia de conceptos matemáticos. Solo el grupo de profesores de matemáticas en ejercicio con quienes se realizó el último pilotaje, logran alcanzar el cuarto nivel de coordenadas y estructura espacial, pues

han identificado ambos sistemas de coordenadas: sexagesimal y geográficas, completando sus lanzamientos, indicando el trayecto y la ubicación de cualquier lugar en el plano.

Al principio se había planteado un juego en el que se desarrollara el pensamiento espacial mediante coordenadas polares en estudiantes de grado noveno, pero pilotaje tras pilotaje, recolección de evidencias y el proceso de aplicación de los pilotajes, se pudo evidenciar que no sólo se trabajan las coordenadas polares sino que se puede involucrar la enseñanza para muchos más conceptos y no necesariamente para estudiantes de grado noveno, pues los resultados de los pilotajes manifiestan que se puede trabajar con cualquier grupo de estudiantes.

Se alcanza el objetivo general, pues con este juego se desarrolla el pensamiento espacial y también el pensamiento numérico y métrico, además de evidenciar el gran impacto en el aula de clase por parte de las nuevas tecnologías y gran cantidad de aplicaciones. Los jugadores han planteado diferentes estrategias, utilizan recursos convencionales y no convencionales, demuestran habilidades motrices y el uso del cuerpo como parte fundamental para la medición y estimación de ángulos y segmentos, todo ello para realizar lanzamientos donde ubican u orientan diferentes destinos, lo cual permite el desarrollo de la inteligencia espacial (MEN, 1998). Por medio de los sistemas de coordenadas mostradas por el programa se logra identificar la localización de cualquier sitio en la representación cartesiana de nuestro planeta, igualmente la observación y lectura de mapas a diferentes escalas favorecen el desarrollo del pensamiento espacial (MEN, 2006).

En esta actividad los sujetos utilizan diferentes recursos con los cuales realizan representaciones y estimaciones de ángulos en los respectivos lanzamientos, ya que la distancia se obtiene por medio de la medición que permite hacer la aplicación Google Maps en el computador; algo similar ocurre con la misma aplicación pero en la tableta, la diferencia es que este dispositivo no permite realizar una medición exacta de la distancia y obliga a que los sujetos realicen estimaciones según los datos que arroja la aplicación. Aunque las diferentes poblaciones que realizaron los pilotajes desarrollaron la actividad una sola vez, se obtuvo una versión mejorada del juego gracias a los aportes y mejoras realizadas, tales como la precisión de instrucciones y el libre desarrollo del juego implica desarrollo de nuevas habilidades.

Sí se trabajará el juego en el aula de clase con un mismo grupo, se llega a potencializar aún más el pensamiento espacial, logrando mejorar y conceptualizar la localización, ubicación de lugares, construcción de trayectorias y orientación espacial.

Al jugar “La travesía de Alexis” fomentamos conocimiento geográfico, ético, matemático, además de explotar al máximo los recursos tecnológicos en el aula de clase. Para darle continuación y una versión mucho mejor, se plantea la idea de un trabajo a futuro con aplicaciones que permitan realizar la simulación de los lanzamientos o plataformas que nos muestren los recorridos y quizás llegar a trabajar desde realidad aumentada. Adicionalmente, quien desee continuar con la aplicación y perfeccionamiento del juego, puede enfatizar en temas específicos dependiendo el grado a quien se dirija la actividad, desde figuras geométricas, conversiones de unidades, hasta la aplicación de coordenadas polares y operaciones con vectores, el enfoque del juego dependerá únicamente del profesor y del tema a potenciar, consiguiendo que los estudiantes obtengan otra perspectiva del uso de las matemáticas y su presencia en demás áreas del conocimiento.

Referencias

Araya, R. G. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*.

Bishop, A. (1998). El papel de los juegos en la educación matemática. *Uno. Revista de didáctica de las matemáticas*, 18, 9-19.

Chacón, P. (2008). El Juego Didáctico como estrategia de enseñanza y aprendizaje: Cómo crearlo en el aula. *Nueva aula abierta*, 16(5), 1-8.

Córcoles, J. E. (2010). Google Earth. Uso didáctico para escuela 2.0. *Revista Digital Sociedad de la Información nº*, 20(9).

De Guzmán, M. (1984). Juegos matemáticos en la enseñanza. *Actas de las IV JAEM. Tenerife*, 49-85.

Gonzato, M., & Godino, J. D. (2010). Aspectos históricos, sociales y educativos de la orientación espacial. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 23, 45-58.

Gonzato, M., Fernández, M., & Díaz, J. J. (2011). Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. Números. *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 77, 99-117.

Lehmann, C. H., Geometría Analítica, Noriega Editores, Editorial Limusa, México, 1989.

Macías, G., & Quintero, R. (2011). Los videojuegos como una alternativa para el estudio y desarrollo de la orientación espacial.

Ministerio de Educación Nacional. (2015). Derechos básicos de aprendizaje. Bogotá, Colombia.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá, Colombia.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá, Colombia. Cooperativa Editorial Magisterio.

Pineda, S., & Elizabeth, G. Trayectorias de Aprendizaje en la Orientación Espacial para la Formación de Profesores de Básica Primaria en Ejercicio.

Raya, A.(2016). *Null Island, la isla que no existe pero que posiblemente has visitado*. España: El Español. Recuperado de <https://omicrono.elespanol.com/2016/07/null-island/>.

Rubio, E. P. (2014). Juegos como elemento docente en un entorno TIC. *Revista Aequitas: Estudios sobre historia, derecho e instituciones*, (4), 407-416.

Sánchez, J. A. (2006). Introducción a la fotogrametría.

Zapateiro, J. C., Poloche, S. K., & Camargo, L. (2016). *Orientación espacial: una ruta de enseñanza y aprendizaje centrada en ubicaciones y trayectorias*.

Anexos

Anexo A.

País	Ciudad	País	Ciudad
Afganistán	Kabul	Georgia	Batumi
Albania	Tirana	Georgia	Tiflis
Alemania	Múnich	Ghana	Acra
Angola	Lubango	Ghana	Wa
Angola	Luanda	Ghana	Kumasi
Arabia	Meca	Ghana	Tamale
Arabia	Riad	Grecia	Atenas
Argelia	Argel	Groenlandia	Saqqaq
Argelia	Adrar	Groenlandia	Nuuk
Argelia	Illizi	Groenlandia	Savissivik
Argentina	Buenos Aires	Guyana	Georgetown
Argentina	Comodoro Rivadavia	Guyana	Kumaka
Argentina	Córdoba	Haití	Puerto Príncipe
Argentina	La Leona	Honduras	Tegucigalpa
Argentina	Las Grutas	India	Jaipur
Argentina	Mar del Plata	India	Rajkot
Argentina	Rosario	Irán	Bam
Argentina	Salta	Irán	Mashhad
Argentina	San Miguel de Tucumán	Irán	Zabol
Argentina	Santa Fe	Irlanda	Dublín
Belice	Belmopán	Islandia	Reikiavik
Benín	Parakou	Islas Georgias del sur	Stromness
Bielorrusia	Minsk	Islas Malvinas	Puerto Esteban
Bolivia	La Paz	Islas Malvinas	Puerto Argentino
Bolivia	Sucre	Israel	Jerusalén
Bolivia	Cochabamba	Italia	Palermo
Bolivia	Trinidad	Italia	Roma

Bolivia	Santa cruz de la sierra	Jamaica	Ocho ríos
Bosnia	Sarajevo	Jamaica	Kingston
Brasil	Belén	Kenia	Kakuma
Brasil	Manaos	Kenia	Kitui
Brasil	Fortaleza	Kirguistán	Biskek
Brasil	Boa Vista	Kuwait	Kuwait
Brasil	Macapá	Líbano	Beirut
Brasil	Sinop	Liberia	Monrovia
Brasil	Porto Velho	Libia	Bengazi
Brasil	Cáceres	Libia	Ghat
Brasil	Corumba	Libia	Waddan
Brasil	Brasilia	Libia	Trípoli
Brasil	Salvador de Bahía	Libia	Al Yauf
Brasil	Recife	Libia	Murzuk
Brasil	Palmas	Malí	Bamako
Brasil	Rio de janeiro	Malí	Gao
Brasil	Sao Paulo	Marruecos	Uchda
Brasil	Curitiba	Mauritania	Kifa
Brasil	Porto alegre	Mauritania	Néma
Brasil	Marabá	México	Guadalajara
Brasil	Goiana	México	Cancún
Brasil	Belo Horizonte	México	Monterrey
Brasil	Florianópolis	México	Acapulco
Brasil	campo grande	México	Mérida
Bulgaria	Sofía	Moldavia	Chisináu
Camerún	Yaundé	Nicaragua	Managua
Camerún	Bertoua	Níger	Madama
Canadá	Igloolik	Níger	Djado
Canadá	Salluit	Nigeria	Ibadán
Canadá	Cambridge Bay	Nigeria	Port Harcourt

Canadá	Moosonee	Nigeria	Kano
Canadá	Inuvik	Nigeria	Jos
Canadá	Fort McMurray	Nigeria	Abuya
Canadá	Edmonton	Nigeria	Onitsha
Canadá	Winnipeg	Nigeria	Warri
Canadá	Quebec	Noruega	Oslo
Canadá	Toronto	Omán	Mascate
Canadá	Baker Lake	Pakistán	Multán
Canadá	Ulukhaktok	Pakistán	Karachi
Canadá	Whitehorse	Panamá	Panamá
Canadá	Vancouver	Paraguay	Asunción
Canadá	Postville	Perú	Pucallpa
Canadá	Montreal	Perú	Cercado de Lima
Canadá	San Juan de Terranova	Perú	Huancayo
Chad	Fada	Perú	Tarapoto
Chad	Yamena	Perú	Cusco
Chad	Adré	Perú	Arequipa
Chad	Am Timan	Polonia	Varsovia
Chad	Moundou	Portugal	Lisboa
Chile	Antofagasta	Puerto Rico	San Juan
Chile	Santiago	RD Congo	Gemena
Chile	Temuco	RD Congo	Kamina
Chile	Punta Arenas	RD Congo	Idiofa
Chile	concepción	Reino Unido	Edimburgo
Colombia	Barranquilla	República Centroafricana	Bambari
Colombia	Bogotá	República Centroafricana	Bangui
Colombia	Pasto	República Dominicana	Punta cana
Colombia	Cali	República Dominicana	Santo domingo
Colombia	Medellín	Ruanda	Butare
Colombia	Leticia	Rumania	Bucarest

Costa de Marfil	Yamusukro	Rumania	Iasi
Costa de Marfil	San Pedro	Rusia	Kazán
Costa Rica	San José	Rusia	Volgogrado
Cuba	La Habana	Rusia	Moscú
Ecuador	Quito	Rusia	Oremburgo
Ecuador	Guayaquil	Santo Tomé y Príncipe	Neves
Egipto	Alejandría	Senegal	Dakar
Egipto	El Cairo	Sierra Leona	Freetown
Egipto	Marsa Matruh	Siria	Damasco
El Salvador	San Miguel	Somalia	Baidoa
Eritrea	Keren	Somalia	Bosaso
España	Las palmas	Somalia	Burao
España	Madrid	Somalia	Galcaio
Estados unidos	Juneau	Somalia	Mogadiscio
Estados unidos	Anchorage	Sudán	Jartum
Estados Unidos	Nome	Sudán	Adiela
Estados Unidos	Nikolski	Sudán	Puerto Sudán
Estados Unidos	Seattle	Sudán del sur	Wau
Estados Unidos	San Francisco	Sudán del sur	Malakal
Estados Unidos	Las Vegas	Sudán del sur	Yuba
Estados Unidos	Kansas City	Suecia	Estocolmo
Estados Unidos	Detroit	Suiza	Zúrich
Estados Unidos	Tucson	Surinam	Paramaribo
Estados Unidos	El Paso	Togo	Lomé
Estados Unidos	Houston	Trinidad y Tobago	Puerto España
Estados Unidos	Jacksonville	Túnez	Túnez
Estados Unidos	New York	Turquía	Ankara
Estados Unidos	Los Ángeles	Turquía	Batman
Estados Unidos	Homer	Turquía	Esmirna
Estados Unidos	Kodiak	Turquía	Estambul

Estados Unidos	Sacramento	Turquía	Gaziantep
Estados Unidos	Chicago	Turquía	Mersin
Estados Unidos	Charlotte	Ucrania	Kiev
Estados Unidos	Miami	Uganda	Kampala
Estados Unidos	Filadelfia	Uganda	Gulu
Etiopía	Jima	Uruguay	Montevideo
Etiopía	Finchawa	Venezuela	Caracas
Francia	Mónaco	Venezuela	Puerto Ayacucho
Francia	Montpellier	Venezuela	Maracaibo
Francia	París	Yemen	Al Gaydah
Gabón	Libreville	Yemen	Saná
Gabón	Franceville	Yibuti	Yibuti

Anexo B.

Médicos:

https://www.google.com/search?rlz=1C1EJFA_enCO712CO712&biw=1366&bih=657&tbm=isch&sa=1&ei=JZz2XOmJBYrf5gKx3Z74Dw&q=símbolo+medico+animado&oq=símbolo+medico+animado&gs_l=img.3...38119.43694..44233...3.0..0.744.7686.0j4j4j5j4j3j1...0....1..gws-wiz-

<img.....0i7i30j0i67j0j0i8i7i30.F0UQ10eYkj0#imgrc=CTJ4mW0F3oDDLM:>

Medicina:

https://www.google.com/search?rlz=1C1EJFA_enCO712CO712&biw=1366&bih=657&tbm=isch&sa=1&ei=Gpz2XOLpA-jK5gKgl7G4CQ&q=botiquin+animado&oq=botiquin+animado&gs_l=img.3..0l4j0i5i30l6.7390.8579..9100...0.0..0.365.1707.0j4j3j1.....0....1..gws-wiz-

img.....0i67.hl3e54joCOs#imgrc=vuy_uVIdM0JhCM:

Aqua:

https://www.google.com/search?rlz=1C1EJFA_enCO712CO712&biw=1366&bih=657&tbm=isch&sa=1&ei=bJv2XLaXN6uO5wLmt6yYAQ&q=gotas+de+agua+animadas&oq=gotas+de+agua+animadas&gs_l=img.3..0l3j0i67j0l6.13461.14619..15015...0.0..1.452.2421.0j2j3j1.....0....1..gws-wiz-img.iC7DtT50tQo#imgrc=s576e8LjrTQnMM:

Alimentos:

https://www.google.com/search?rlz=1C1EJFA_enCO712CO712&biw=1366&bih=657&tbm=isch&sa=1&ei=U5z2XO_FGYnc5gLHgoyIAg&q=alimentos+animado&oq=alimentos+animado&gs_l=img.3..0l8j0i10j0.28885.30961..31363...0.0..0.400.2963.0j5j5j1j1.....0....1..gws-wiz-img.....0i67j0i7i30.ulLX79FfG4k#imgrc=2ArFGooThhYQFM:

Rescatistas:

https://www.google.com/search?rlz=1C1EJFA_enCO712CO712&biw=1366&bih=657&tbm=isch&sa=1&ei=eZz2XJi_FsrB5gLCq7UY&q=rescatistas+animado&oq=rescatistas+animado&gs_l=img.3..0j0i5i30.32048.34461..34777...0.0..0.431.3298.0j3j7j2j1.....0....1..gws-wiz-img.....0i67j0i7i30.ZrZxXDwGKAA#imgrc=iU-Z1dnYcwi7SM:

Juguetes:

https://www.google.com/search?rlz=1C1EJFA_enCO712CO712&biw=1366&bih=657&tbm=isch&sa=1&ei=o5z2XPyOB6Kx5wLiwJqQAQ&q=juguetes+animado&oq=juguetes+animado&gs_l=img.3..0l9.24021.26444..26686...0.0..0.622.2691.0j3j2j0j2j1.....0....1..gws-wiz-img.....0i7i30.ltzIp-P-50A#imgrc=hdg1cgFNDh6--M:

Libros:

https://www.google.com/search?rlz=1C1EJFA_enCO712CO712&biw=1366&bih=657&tbm=isch&sa=1&ei=65z2XMXMEYPI5gLR7LTACw&q=libros+animados&oq=libros+animados&gs_l=img.1.0.0l10.23629.25121..26944...0.0..0.408.1883.0j4j2j1j1.....0....1..gws-wiz-img.....35i39.T_exDBAYaNQ#imgrc=fvSm4SkkVuGm0M: