LA RELACIÓN “ARTE – MATEMÁTICAS” COMO CONTEXTO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS: ESTUDIO DEL TRABAJO DE LA ARTISTA CORNELIA VARGAS KOCH

Presentado por:

FABIAN HERNANDO QUINTANA

2016140074

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

JUNIO, 2019

LA RELACIÓN “ARTE – MATEMÁTICAS” COMO CONTEXTO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS: ESTUDIO DEL TRABAJO DE LA ARTISTA CORNELIA VARGAS KOCH

Presentado por:
FABIAN HERNANDO QUINTANA
2016140074

Trabajo de grado para optar por el título de Licenciado en Matemáticas

JOJHAN GONZALO JIMÉNEZ BELLO
Asesor
Profesor Departamento de Matemáticas

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
JUNIO, 2019

Agradecimientos y dedicatoria

A mi señora madre Villa Aldina Quintana, a la Ingeniera Marlen Robayo y toda mi familia quienes me apoyaron todos estos años…

A la Licenciada Damaris Quintana por quien inicie esta aventura, a mis amigos y compañeros que me inspiraron y ayudaron en momentos difíciles…

A mis profesores, en especial, a Edgar Alberto Guacaneme y Cecilia Leguizamón que me convencieron de que esta profesión vale la pena…

1.Información General	
Tipo de documento	Trabajo de grado
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Titulo del documento	LA RELACIÓN "ARTE – MATEMÁTICAS" COMO CONTEXTO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS: ESTUDIO DEL TRABAJO DE LA ARTISTA CORNELIA VARGAS KOCH
Autor(es)	Quintana, Fabian Hernando
Director	Jiménez Bello, Jojhan Gonzalo
Publicación	Bogotá, Universidad Pedagógica Nacional, 2019, 115 p.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	Arte, matemáticas, Educación Matemática, Enseñanza, Aprendizaje , Experimentos Concretos

2.Descripción
Este trabajo presenta una interpretación en el sentido matemático de algunas de las pinturas de la obra *Experimentos Concretos* de la artista alemano – chilena Cornelia Vargas Koch. A partir de ello, se proponen tres secuencias de actividades que integran

el arte al estudio de las matemáticas en el aula de clase.

Se encuentra entonces, un acercamiento conceptual en relación con el arte, su relación con las matemáticas y los movimientos artísticos, centrándose en el movimiento de lo concreto que permite situar en un contexto especifico la artista y su obra. Luego, de manera sintética se discute sobre la relación arte y Educación Matemática retomando investigaciones y propuestas de aula que usan el arte como pretexto, contexto o actividad para el aprendizaje de las matemáticas; todo ello con el fin de sustentar el porqué de las propuestas de aula que se presentan en este documento.

3.Fuentes

Para este trabajo se consultaron 45 fuentes en su mayoría en español, que abarcan revistas especializadas, libros, tesis, fuentes de Internet y otros asociados a esta monografía. Las fuentes usadas para el desarrollo de este documento fueron:

1. Alcaide, C. (1997). El arte concreto en Argentina Invencionismo - Madí - Perceptismo. *Arte Individuo Y Sociedad*, *9*, 223 - 243.
2. Alegría, P. (2009). La magia de los cuadrados Mágicos. *SIGMA*, *34*, 107 - 110.
3. Artishock. Revista de arte contemporáneo. (2015). *CORNELIA VARGAS: "TRABAJO EN BASE A ESTRUCTURAS QUE DESAPARECEN"*. [online] Disponible en: http://artishockrevista.com/2015/11/02/cornelia-vargas-trabajo-

base-estructuras-desaparecen/ [acceso 12 abril 2018].

4. Aycinena Fuentes, B. (1995). Cuadrados mágicos. *Educación Matemática*, *7*(3), 126 - 135.
5. Barba Uriach, D., & Calvo Pesce, C. (2016). Buscar patrones para enriquecer tareas. *SUMA*, *81*, 55 - 60.
6. Calcerrada Zamora, F (2010). *Las matematicas y la arquitectura* [Ebook] (pp. 25 - 35). Retrieved from http://matematicas.uclm.es/ita-cr/web_matematicas/trabajos/84/matematicas_arquitectura.pdf
7. Contreras de la Fuente, Á., Díez Bedmar, M., & Pacheco Torres, J. (2007). Las Matemáticas y la evolución de las escalas musicales. *SUMA*, *54*, 43 - 49.
8. Corrales Rodrigáñez, C. (2004). Salvador Dalí y la cuestión de las dimensiones. *SUMA*, *47*, 99 -108.
9. Corrales Rodrigáñez, C. (2005). Escher I: Las matemáticas para construir. *SUMA*, *49*, 101 - 108.
10. Corrales Rodrigáñez, C. (2005). Escher II: Las matemáticas para pensar. *SUMA*, *50*, 109 - 117.
11. Corrales Rodrigáñez, C. (2005). Un ejemplo de espacio cociente. *SUMA*, *48*, 99 - 103.
12. Corrales Rodrigáñez, C. (2005). Un ejemplo de espacio cociente. *SUMA*, *48*, 99 - 103.
13. Corrales Rodrigáñez, C. (2006). Gauss y Goya: Los dos gigantes que se acercaron a las cosas. *SUMA*, *51*, 93 - 97.
14. Corrales Rodrigáñez, C. (2006). Mirando con la cabeza. *SUMA*, *53*, 75 - 81.
15. Corrales Rodrigáñez, C. (2007). Matematicas con algunos cuadros. *SUMA*, *55*, 93 - 99.
16. de la Peña Gómez, M. (2008). *Manual básico e historia del arte* (pp. 11 - 14).

Cáceres: Universidad de Extremadura, servicio de publicaciones (edición digital).

17. Edo, M. (2008). Matemáticas y arte en educación infantil. *UNO Revista De Didáctica De Las Matemáticas*, *47*, 37 - 53.
18. Emmer, Michelle (2005). “La perfeccion visible: matemática y arte”. Artnodes, 4[articulo en línea]. https://dx.doi.org/10.7238/a.v0i4.731
19. Experimentos.valpo.net. (2017). *Experimentos concretos. Cornelia Vargas.* [online] Disponible en: http://experimentos.valpo.net/ [acceso 12 abril 2018].
20. Fernández Gallardo, P. (2016). *El teorema de los cuatro colores: Appel y Hanken (1976)* [Ebook] (pp. 377 - 380). Madrid. Retrieved from http://verso.mat.uam.es/~pablo.fernandez/4ct.pdf
21. Frezza, P., & March, N. (2016). *Arte Concreto El marco recortado como aporte rioplatense a la historia del arte* [Ebook] (pp. 11 - 15). Retrieved from http://pablofrezza.com.ar/wp-content/uploads/2018/05/images_El_marco_recorta_oen_el_Arte_Concreto.pdf
22. García, Gloria; Salazar, Claudia; Mancera, Gabriel; Camelo, Francisco; Valero, Paola; Romero, Julio (2009). *Referencias en las actividades matemáticas: realidades y semirrealidades del mundo. Realizaciones en clase y perspectivas.* Curso dictado en 10º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (8 a 10 de octubre 2009). Pasto, Colombia. http://funes.uniandes.edu.co/762/1/referencia.pdf.
23. Gottschaller, P. (2017). Creación de arte concreto.
24. Kindt, M. (1999). Calcular con colores. *NÚMEROS Revista De Didáctica De Las Matemáticas*, *38*, 33 - 38.
25. Liern Carrión, V., & Queralt Llopis, T. (2008). Música y matemáticas La armonía de los números (pp. 1 - 10). Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas.

26. Lineamientos curriculares Matemáticas. (1998). Santa fe de Bogotá: Dirección General de Investigación y Desarrollo Pedagógico del MEN.
27. Longan Phillips, S. (2011). Sobre la definición del arte y otras disquisiciones. *Revista Comunicación*, *20*(1), 75 - 79.
28. Lucena, D. (2011). LA IRRUPCIÓN DEL ARTE CONCRETO-INVENCIÓN EN EL CAMPO ARTÍSTICO DE BUENOS AIRES (1942-1948). The emergence of the concrete invention art in Buenos Aires aesthetic sphere. *EUROPEAN REVIEW OF ARTISTIC STUDIES*, *2*(4), 78 - 100.
29. Macho Stadler, M. (2007). Las matemáticas de la literatura. Retrieved from http://www.ehu.eus/~mtwmastm/Paseo0607.pdf
30. Martín Casalderrey, F. (2006). Mirar el arte con ojos matemáticos (pp. 1 - 15). Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas.
31. Martínez Rodríguez, J. (2011). MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN CUALITATIVA. *SILOGISMO*, (8).
32. Miana Sanz, P., Rubio Serrano, B., Rández García, L., Marco Buzunaris, M., & Bailera Martín, I. (2016). MArTech 2015. *Matemáticas, Arte Y Tecnología*, *81*, 115 - 120.
33. Monroy Pérez, F. (1989). *Matemáticas para el diseño Introducción a la teoría de la simetría*[Ebook] (pp. 84 - 92). México: Universidad Autónoma Metropolitana. Retrieved from http://www.uamenlinea.uam.mx/materiales/matematicas/otros/MONROY_PEREZ_FELIPE_Matematicas_para_el_diseno.pdf
34. Mora Sánchez, J. (2007). Geometría Dinámica para el análisis de obras de arte. *Revista Iberoamericana De Educación Matemática (Unión)*, *9*, 83 - 99.
35. Moyano, I. (2019). UNA Movimiento. Retrieved from http://historiamedios.com.ar/pdf/LaVanguardiasHistoricas.pdf

36. Navas Ureña, J. (2016). Mosaicos, Frisos y Rosetones [Blog]. Retrieved from http://ucua.ujaen.es/jnavas/mayores/mosaicos.pdf
37. Nuñez Garcia, Á., & Palacios Alvarez, M. (1982). *Estructura algebraica de los cuadrados mágicos* [PDF] (pp. 3 - 4). Retrieved from http://redined.mecd.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/73036/00820073007896.pdf?sequence=1
38. Peralta Coronado, F. (1998). Las matemáticas en el arte, la música y la literatura. *Tendencias Pedagógicas*, *2 (extra)*, 235 - 244.
39. Peralta Coronado, F. (2001). Sobre las buenas relaciones entre matemáticas y literatura. *Encuentros Multidisciplinares*, *3*(8), 13 - 18.
40. Read, H. (2007). *El significado del arte* [Ebook] (pp. 1-13). Buenos Aires: Losada. Retrieved from https://www.cid.unal.edu.co/wp-content/uploads/2016/09/Herbert-Read-El-Significado-del-Arte.pdf
41. Rossi, C. (2010). *Escritos y testimonios el caso del "manifiesto de los cuatro jovenes"*[Ebook] (pp. 1 - 10). La plata: VII Jornadas Nacionales de Investigación en Arte en Argentina. Retrieved from http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/38786/Documento_completo.pdf?sequence=1&isAllowed=y
42. Tolstoi, L. (2007). *¿Qué es el arte?* [Ebook] (pp. 11-22). Madrid: S.A. Eunsa. Ediciones Universidad de Navarra. Retrieved from https://cesarcallejas.files.wordpress.com/2018/09/lev-tolstoi-que-es-el-arte.pdf
43. Valero, P. (2012). *La educación matemática como una red de prácticas sociales* [pdf] (pp. 299 - 326). Retrieved from http://funes.uniandes.edu.co/2011/1/Valero2012Educacion.pdf
44. Youtube. (2015). *Cornelia Vargas Koch 2014*. [online] Disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=fCtQUMJROsw&list=PL-Wei1XBHHLlPtrqC-

LrShTGOfgmVVQ_q&index=2&t=2s [acceso 11 mayo 2019].

45. Youtube. (2017). *Cornelia Vargas Koch - Experimentos Concretos*. [online] Disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=WdS2P5FwlBs [acceso 12 abril 2018].

4.Contenidos

El trabajo se compone de cinco capítulos:

El primer capítulo se describe de manera breve la pertinencia de este trabajo, la cual da cuenta del porqué y el para qué interpretar las pinturas de la artista. Para terminar, se presentan las pretensiones, en términos de objetivos que se esperan alcanzar al finalizar el trabajo y las fases metodológicas que se siguieron para su desarrollo.

En el siguiente capítulo el lector se encontrará un marco referencial del arte, en el que se establece describe la relación arte – matemáticas mediante algunos ejemplos, en este apartado también se describen algunos movimientos artísticos y la corriente en la que se ubica contextualmente el trabajo de la artista Cornelia Vargas.

En el tercer capítulo se realiza un estudio desde el punto de vista matemático de varias pinturas de la obra *Experimentos Concretos* creadas por la artista en mención, para ello se inicia con un breve contexto biográfico de la artista y se procede al análisis de 20 pinturas que en su mayoría dependen de un cuadrado mágico de dimensión 3. En el cuarto capítulo se ubican ejemplos del uso del arte como contexto o pretexto para enseñar y aprender matemáticas, para luego presentar en algunas líneas el potencial que tiene el arte en la Educación Matemática y de esta forma sustentar la propuesta de tres actividades para el aula de clase usando el trabajo de la artista Cornelia Vargas.

Finalmente, se presentan algunas conclusiones y consideraciones sobre el trabajo realizado.

5.Metodología

Este trabajo toma como objeto de estudio: *la obra artística de Cornelia Vargas Koch* y es de corte *cualitativo interpretativo* pues se recolecto información sobre las pinturas para su estudio sin criterio especifico alguno, no se efectúa un registro de datos o clasificación de estos y se construye un fundamento teórico sobre el objeto de estudio (arte y obra Experimentos Concretos) y una comprensión del contexto en el cual está inmerso.

Así, la propuesta de interpretación artística y su aporte al aula de matemáticas se desarrolló en cinco fases no lineales: una **(1) de acopio y sistematización de información** relacionada con el arte en su naturaleza conceptual, algunos movimientos artísticos; y la relación arte y matemáticas, retomando ejemplos en su mayoría históricos. La **fase (2) de exploración de la obra de la artista alemano - chilena Cornelia Vargas Koch** da cuenta del contexto biográfico de la artista y su obra *Experimentos Concretos* para luego pasar al **estudio (3)** de una muestra de 20 pinturas en el sentido matemático que subyace a cada una. De forma paralela, en una **fase (4 y 5) didáctico – pedagógica** se acopio información bibliográfica de experiencias e investigaciones que usan el arte como un contexto o “pretexto” para enseñar matemáticas, se indaga y especifica el potencial que tiene el arte en la Educación

Matemática y luego se presenta la propuesta de tres actividades de aula con sus objetivos, estadales curriculares, Derechos Básicos de Aprendizaje, metodología, actividades, preguntas orientadoras y criterios generales de evaluación.

Finalmente se llevó a cabo la **(5) elaboración de conclusiones**, la cual consistió en la materialización de las razones sobre la pertinencia del desarrollo del presente trabajo, así como los principales aportes a la formación profesional del docente de matemáticas.

6.Conclusiones

De modo general se puede concluir que:

- El trabajo artístico de Cornelia Vargas no representa un aporte para las matemáticas, ya que es un trabajo artístico que no busca realizar algún tipo de conjetura sobre alguno de los elementos matemáticos del cuadrado de suma 15, o de elementos geométricos en otras pinturas, solamente parte y hace uso de elementos matemáticos ya establecidos, de los que se representan respuestas y/o soluciones en diferentes formas estéticas (según la concepción del artista), sin embargo, su trabajo si representa una posibilidad, para los docentes de crear, desde su trabajo, un contexto en el que se pueda enseñar matemáticas.

- Los elementos, posiblemente, mas importantes en la obra de Cornelia Vargas respecto a la educación matemática son más de carácter contextual, ya que su obra permite elaborar diseños de actividad matemática enmarcada en arte concreto, el cual permite el uso de elementos como regla, compas, entre otros y así lograr plasmar en una obra una idea totalmente abstracta desde un elemento matemático que se quiera mostrar

- La investigación de este trabajo permite un aprendizaje personal sobre arte, matemática y contextos de aprendizaje, fundamentales en la creación e implementación de nuevas estrategias para la enseñanza de las matemáticas.

- La relación arte - matemáticas está, de algún modo, subvalorada y poco popularizada entre las personas tanto que solo expertos en alguna o ambas áreas la notan en una perspectiva más amplia a la que involucra figuras geométricas con obras de arte.

- El contexto para el aprendizaje de las matemáticas es un elemento muy importante en la educación matemática actual, puesto que permite involucrar al estudiante en un entorno más familiar en el que pueda explorar sus relaciones con la matemática y explotar el potencial de esta última en su beneficio.

- Aunque las actividades matemáticas, generalmente se dan en el aula de clase, actividades matemáticas en contextos como el del arte, permiten trascender fuera de esta a pesar de ser realizadas en la misma, puesto que pueden generar un entorno distinto al de la clase teórica clásica.

Elaborado por:	Fabian Hernando quintana

Revisado por:	Jojhan Gonzalo Jiménez Bello

Fecha de elaboración del Resumen:	04	07	2019

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
Educadora de educadores

ACTA DE EVALUACIÓN DE TRABAJO DE GRADO

Presentados y **aprobados** el documento escrito y la sustentación del Trabajo de Grado, en el tipo Monografía, titulado: **"La relación "arte-matemáticas" como contexto de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: estudio del caso de los trabajos de la artista chilena Cornelia Vargas Koch",** elaborado por el estudiante:

Fabián Hernando Quintana código 2016140074 y cédula 80658122

Como requisito parcial para optar al título de **Licenciado en Matemáticas**, el jurado evaluador asigna **42** puntos al mismo.

Sugerencia de Distinción: Ninguna X Meritoria ___ Laureada ___

En constancia se firma a los 10 días del mes de julio de 2019.

Director del Trabajo: Profesor: Johan Jiménez Bello
JOHAN GONZALO JIMÉNEZ BELLO

Jurado:
Profesor: Harry A. Gómez E.
HARRY AUGUSTO GÓMEZ ESPINOSA

TABLA DE CONTENIDO

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

INTRODUCCIÓN

En la enseñanza de las matemáticas, el contexto es un elemento primordial e inherente que da significado al concepto, competencia o procedimiento que se desea abordar en el aula matemáticas; convirtiendo (a través del contexto) el saber matemático en un asunto necesario, importante y por lo tanto interesante para quien lo aprende. Existen diferentes posibilidades para seleccionar o crear un entorno (contexto) que permita el aprendizaje de las matemáticas, uno de ellos puede pasar desapercibido o no ser trivial para las personas e incluso para algunos profesionales del campo de la Educación Matemática, puesto que pareciera no tener nada que ver con las mismas matemáticas: *el arte*.

Cuando se piensa en arte se piensa en sensaciones, sentimientos, expresión del interior humano, de su visión de las cosas, de colores que crean en el espectador toda una serie de impresiones, de formas que nos relacionan con el mundo a su alrededor, sus representaciones u otros lugares desconocidos; es quizá en el arte donde la matemática a ojos de cualquiera solo se involucra en las formas geométricas que utiliza el autor de la obra, las formas hechas con líneas, triángulos, rectángulos, circunferencias, etc. Esta visión de la relación de la matemática dentro del arte es más que instrumental y se agudiza en la opinión general de las personas, pues en sus visiones y creencias asumen la matemática, en especial la geometría como un elemento para producir arte.

A lo largo de este trabajo se describe cómo la relación arte y matemáticas es tan cercana que un campo coadyuva al otro. Para ello, se retoma el trabajo de la artista Alemano - Chilena Cornelia Vargas Koch como punto de estudio de esta relación y luego se proponen algunas actividades que se pueden implementar en el aula de matemáticas.

El trabajo se divide en cinco capítulos, incluyendo en la primera parte los preliminares,

entre ellos la justificación, que responde a preguntas como el por qué y el para qué del
del estudio que se propone, además, se enuncian algunos objetivos que se pretenden alcanzar al finalizar el trabajo y se hace una breve descripción de la metodología que se seguirá para el estudio de la obra artística y el diseño de las actividades.

El segundo capítulo, constituye un marco referencial que aborda dos asuntos, el primero de ellos describe de forma general la relación matemática y las diferentes expresiones artísticas (p. e., pintura, música, literatura, escultura, arquitectura, entre otras) partiendo de ejemplos en los que artistas, investigadores y otros profesionales han hecho evidente esta conexión. El segundo aspecto de este capítulo se centra en exponer algunos movimientos artísticos asociados a la pintura, en especial uno contemporáneo denominado arte concreto, corriente en la que se ubica el trabajo de la artista alemano - chilena y del cual, se pueden extraer elementos que vislumbran un contexto de aprendizaje de las matemáticas.

El capítulo que sigue enfatiza en el estudio de las pinturas de la artista en mención, para ello, se hace una breve descripción de la vida y contexto histórico de la artista y luego se interpreta algunas de sus pinturas del trabajo *"experimentos concretos*" desde una perspectiva matemática.

Posteriormente, en el cuarto capítulo se hace un recuento a modo de estado del arte de investigaciones y propuestas de aula que han incursionado en el uso del arte como contexto y elemento de construcción del saber matemático. En seguida, se proponen tres secuencias de actividades que intentan explotar el contexto de las pinturas de la artista Cornelia Vargas en el estudio de las matemáticas. Cada actividad describe el nivel escolar de aplicación, los sustentos normativos y curriculares pertinentes, los objetivos de enseñanza y aprendizaje, las actividades y la metodología. Lo anterior, con el propósito de hacer más llamativo y práctico el estudio de las matemáticas para el estudiante, además de permitir reflexiones acerca de la conexión de las matemáticas con otros campos del saber, como el arte y su presencia en el entorno cultural y social. Finalmente se presentan algunas conclusiones y consideraciones sobre el trabajo realizado.

En general, el trabajo busca convertirse en una herramienta de consulta y de generación de nuevas propuestas de enseñanza de las matemáticas, en contextos más flexibles, llamativos y creativos para los estudiantes, en los que se explote el potencial de las matemáticas, a la vez que aprenden de forma conjunta sobre otras áreas de conocimiento (interdisciplinariedad).

Es de considerar que no es posible establecer un aporte real a las matemáticas por parte de las obras de la artista, sin embargo, su potencial como contexto de aprendizaje es bastante interesante como enfoque de estudio para cualquier docente y este documento se convierte en una base de consulta sobre este aspecto, así como es una muestra de los imaginarios que tienen las personas sobre la conexión arte y matemáticas.

CAPÍTULO 1. PRELIMINARES

1.1 JUSTIFICACIÓN

La matemática es un campo del saber que ha permitido a la humanidad comprender y desarrollar otras ciencias, tecnologías y técnicas, es por esto que se ubica en los currículos como un área de estudio obligatoria en todo el mundo. Ante este panorama Colombia no es ajena pues los documentos normativos nacionales (Estándares, Derechos Básicos de Aprendizaje, Lineamientos Curriculares) enfatizan la necesidad de aprender matemáticas a partir de dos elementos: *"su relación con el desarrollo de las capacidades de razonamiento lógico, por el ejercicio de la abstracción, el rigor y la precisión, y por su aporte al desarrollo de la ciencia y la tecnología en el país"* (MEN, 1998).

Complementado esta perspectiva, muchas investigaciones en Educación Matemática han coincidido en que las matemáticas como parte del mundo exceden las limitaciones del aula de clase – la visión tradicional contempla las practicas matemáticas al interior de la triada didáctica – y demuestran que el pensamiento matemático se desarrolla como una actividad tanto social como cultural, no desligada de su acervo histórico ni contextual (Valero, 2012).

En consecuencia, la enseñanza de la matemática no solo se debe entender como la justificación del porqué enseñar matemáticas, sino que también se debe priorizar el aprendizaje significativo del estudiante tal y como lo exponen los Estándares del MEN, esto implica, mostrar la matemática como un elemento de construcción social y cultural, es decir, que el estudio del saber matemático se puede desarrollar en dos sentidos, usando como pretexto el contexto histórico que dio origen al estudio de un determinado problema o situación; o usando el contexto particular de la época y sus avances culturales y científicos. Así, se brinda la posibilidad al estudiante de desarrollar habilidades matemáticas necesarias para comprender su entorno y las exigencias propias; dotando de significado el contexto, la cultura, la historia y las matemáticas mismas.

En este sentido, una tarea primordial del profesor consiste en diseñar o seleccionar estrategias que permitan a los estudiantes interactuar de forma más dinámica y significativa con las matemáticas, reconociendo el papel de importancia que esta tiene para otras disciplinas del conocimiento, además de estar involucradas e inmersas en todos los contextos socioculturales del entorno local y global. Por tanto, es necesario que el profesor relacione las matemáticas con el mundo del estudiante para así darles la utilidad que tienen.

Al respecto el Ministerio de Educación Nacional (MEN) en los Estándares propone tres contextos para el aprendizaje de las matemáticas escolares: el contexto inmediato o de aula, el escolar o institucional y el extraescolar o sociocultural, los tres nutridos por elementos matemáticos que interactúan con el entorno y los integrantes del mismo. En la misma dirección, Valero (2012) afirma que las practicas sociales de la Educación Matemática deben trascender al aula y generan un entorno más amplio a esta, por lo tanto, se considera en este trabajo una propuesta “intermedia” y pertinente para el campo, puesto que parte de un escenario distinto al aula de clase, motivador para el estudiante y cercano a su entorno: *el arte* y se usa como pretexto para el estudio de las matemáticas.

En la literatura (investigaciones, trabajos académicos, etc.), se pueden encontrar numerosos autores y trabajos que apoyan la idea (de este trabajo) de incluir el arte en el estudio de las matemáticas o por lo menos usarla de contexto, por citar dos ejemplos, Mequé Edo (2008) muestra cómo a partir de obras de arte y el planteamiento de unas tareas se pueden identificar elementos geométricos por parte de niños de diferentes edades y grados; estas tareas, primero, consisten en la observación, análisis e interpretación de las obras de arte y, segundo, en la producción de creaciones plásticas inspiradas en la obra original; en estas los estudiantes ponen en evidencia sus conocimientos de figuras geométricas al buscarlas e identificarlas en las obras y luego con los elementos encontrados realizan una composición artística propia.

Otro ejemplo, es el de Martin Kindt (1999) quien establece relaciones numéricas con colores para estudiar la divisibilidad por tres; esta relación consiste en asignar colores a una cinta numerada en la que se usan solo tres tonos diferentes y con los mismos se logra crear reglas y normas que muestran bajo qué condiciones un número es divisible en tres o cuándo al dividirlo por este el residuo es dos o uno, tal como se haría al calcularlo con congruencias.

Así, ante la necesidad de tener herramientas socioculturales que permitan el aprendizaje significativo de las matemáticas escolares se propone desde este documento la inserción del arte como un contexto de enseñanza-aprendizaje, porque en este existe una variedad muy amplia de elementos matemáticos que no se ven a simple vista pero que se pueden extraer para su estudio. En si lo que pretende es sugerir una propuesta que permita usar al arte y su relación con la matemática para que se produzca un aprendizaje de las matemáticas en un entorno llamativo para el estudiante.

Justo en este punto la obra de Cornelia Vargas Koch tiene influencia en la propuesta que se describe en este documento. Un fragmento de la obra de Vargas presenta objetos visuales construidos a partir de la combinación especial entre patrones numéricos y color. En talleres asociados a esta idea, se le presenta al artista (estudiante o sujeto participe de la actividad) una relación numérica o patrón que este no solo debe seguir, sino que primero deberá entender y luego elaborar su propia creación artística en la que la imaginación y uso del color y las condiciones o uso de otros patrones son totalmente libres.

Adicionalmente este trabajo es pertinente en el campo de la Educación Matemática pues el trabajo aporta un escenario de estudio de las matemáticas escolares que relaciona un contexto lúdico para los estudiantes, convirtiéndose en una propuesta de intervención en el aula de uso abierto para los profesores de matemáticas de secundaria.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 GENERAL

Determinar el potencial que tiene la obra de la artista alemano – chilena Cornelia Vargas Koch en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares

1.2.2 ESPECÍFICOS

1. Caracterizar desde diversas fuentes teóricas e investigativas la relación matemáticas y arte
2. Identificar aspectos esenciales de la obra artística de Cornelia Vargas Koch y su relación con las matemáticas.
3. Diseñar un conjunto de actividades que promuevan el estudio de las matemáticas teniendo como pretexto los trabajos de la artista Cornelia Vargas Koch

1.3 METODOLOGÍA

Atendiendo al objetivo de esta investigación y reconociendo que la comprensión del objeto de estudio en cuestión: *la obra artística de Cornelia Vargas Koch*, puede parecer un trabajo subjetivo, su estudio se alcanza a partir de la interpretación y caracterización de las diferentes ideas, saberes y connotaciones que tiene tanto en el artista y el observador respecto a cada pintura, por tanto este trabajo es de corte *cualitativo interpretativo,* ya que en términos generales (Sampieri 2010 y Martínez 2011):

i) los métodos de recolección de información no son estandarizados ni totalmente predeterminados, se parte de un conjunto de pinturas para su estudio que no fueron seleccionadas bajo algún criterio especifico o una técnica matemática especial
ii) la recolección de datos corresponde a las ideas de interpretación matemática que el autor da a cada pintura
iii) No se efectúa un registro numérico de datos, ni fue necesaria la clasificación y asociación de variables
iv) se busca comprender y profundizar en un fenómeno particular: el arte
v) no pretende hacer generalizaciones a partir de los resultados obtenidos, lo que se pretende es interpretar la obra artística desde el punto de vista matemático y usarla como insumo para la enseñanza de las matemáticas
vi) no se parte de hipótesis, por lo tanto, no pretende demostrar teorías existentes.

Es importante resaltar que este tipo de investigación es imprescindible cuando los investigadores "*(…) se dan cuenta que no solo un hecho tiene sentido si es verificable en la experiencia y en la observación, sino que se necesita una estructura diferente que posibilite comprender la compleja y cambiante realidad humana y social*" (Martínez, 2011, p. 10).

Otra de las características que tiene este enfoque investigativo es que para abordar el objeto de estudio se sugiere una fundamentación teórica, histórica y en algunos casos filosófica previa, que permita comprender el contexto en el que se encuentra inmersa la actividad humana para garantizar que la interpretación no sea ajena a estos elementos del entorno en el que se desarrolló o creo. Lo anterior, es justamente lo que se pretende en este trabajo, comprender las características de trabajo de la artista alemano – chilena Cornelia Vargas Koch en su contexto de creación y uso de las matemáticas para luego relacionarlo con el contexto cultural y social de los estudiantes en la propuesta de aula.

Así, la propuesta de interpretación artística y su aporte al aula de matemáticas se desarrolló en cinco fases no lineales, que se exponen a continuación:

- *Fase 1. Acopio y sistematización de información:* el propósito de esta fase era caracterizar de forma general la relación arte – matemática, para ello, se realizó una búsqueda, indagación y posterior exposición de la relación arte – matemática mediante algunos ejemplos que exploran distintas expresiones artísticas y su conexión con las matemáticas.

- *Fase 2 Exploración de la obra de la artista alemano - chilena Cornelia Vargas Koch*: se describe el contexto en el cual está inmerso la obra de Cornelia Vargas, el tipo de movimiento artístico y algunas de sus características, así como un breve desarrollo histórico.

- *Fase 3 Interpretación de la Obra “Experimentos Concretos”:* el propósito de esta fase se enfocó en analizar e interpretar a la luz de las matemáticas algunas de las pinturas de la obra Experimentos Concretos de la artista alemano – chilena, para ello se hace una descripción de como se elabora, los elementos matemáticos inmersos en estas y algunas ideas de cómo se usó el color.

- *Fase 4 El arte en la Educación Matemática:* se construyó un corto escenario que presenta algunos ejemplos en los que investigadores, profesores y otros profesionales del campo de la Educación Matemática usan el arte como una herramienta que les permite crear ambientes de aprendizaje de las matemáticas o en algunos casos la usan como un elemento de trabajo en clase.

- *Fase 5 Propuestas de intervención en el aula:* finalmente se retomó del marco la interpretación de la obra de Experimentos Concretos construida en la fase tres y se proponen tres actividades para diferentes grados de nivel escolar que dejan ver elementos del potencial que tiene el uso del arte en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Luego se presentan algunas conclusiones del trabajo realizado.

CAPÍTULO 2. MARCO REFERENCIAL

2.1 ARTE: ACERCAMIENTO TEÓRICO

La pintura, música, literatura, arquitectura son expresiones de ideas surgidas en el ser humano, muchas veces al verlas o escucharlas, las personas quedan suspendidas en el tiempo, tratando de darle un significado o interpretación propia. Una canción, que identifica un momento alegre o triste de la vida, lo magnifico que puede parecer un cuadro y lo plasmado en él (frutas, paisajes, retratos, animales, objetos abstractos entre otros), lo imponente que puede llegar a ser un edificio y su diseño; o lo maravilloso y complicado que resulta un poema al leerlo e interpretar lo que siente quien lo escribe; son ejemplos de elementos y sensaciones que se crean en lo que clasificamos como arte.

Si se indagara en la calle a la gente sobre el significado de la palabra arte, sin lugar a dudas muchas personas responderían en primer lugar, que el arte consiste en pintar, hacer manualidades y en casos con más experticia aludirían a la música, el baile, el teatro, la escultura y otras expresiones artísticas; pero nadie sin conocimiento del tema, podría definir con exactitud su significado. En este documento tampoco se hará precisión al respecto del significado del arte pues no es el objetivo del trabajo; además, bastaría con algunos años para describir conceptualmente el arte y todas sus derivaciones. La RAE (2014) define el arte el latín ars, artis como *"i) capacidad, habilidad para hacer algo, ii) manifestación de la actividad humana mediante el cual se interpreta lo real o se plasma lo imaginado con recursos plásticos, lingüísticos o sonoros."*, se inicia entonces con la idea de que el arte es una expresión humana de una realidad imaginada o exacta.

Al respecto y para mostrar la complejidad de este asunto autores como Tolstoi (2007) presenta algunas definiciones alusivas al arte:

> *"(…) 1º, según Schiller, Darwin y Spencer, el arte es una actividad que tienen hasta los animales y que resulta del instinto sexual y del instinto de los juegos;*
> *2º, según Verón, el arte es la manifestación externa de emociones internas, producida por medio de líneas, de colores, de movimientos, de sonidos o de palabras;*
> *3º, según Sully, el arte es la producción de un objeto permanente o de una acción pasajera, propias para procurar a su productor un goce activo y hacer nacer una impresión agradable en cierto número de espectadores o de oyentes, dejando aparte toda consideración de utilidad práctica."* (p. 19)

Así el autor, afirma que, estas son las definiciones de arte que demuestran una intención por separarse de la idea o concepción de belleza (Tolstoi, 2007) ya que la belleza y el arte son cosas distintas y según él mismo, las definiciones en las que se involucra la belleza no lo son en realidad, sino más bien son intentos por justificar el arte que existe (Tolstoi, 2007). No obstante, el autor hace una crítica a las tres definiciones y determina que están incompletas, ya que se enfocan en el placer humano y no en el papel que el arte tiene en la vida humana.

Entonces, si el arte debe ser tomado como el autor lo describe, no sería necesario definirlo, más bien, observar en donde está presente y cómo este (el arte), se incluye en la vida del ser humano y se aprecia por él.

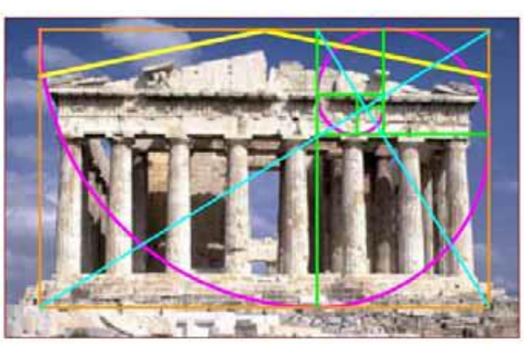
Por su parte, Shirley Longan (2011) propone cambiar la pregunta de ¿Qué es arte? Por la de ¿Cuándo hay arte?, según ella el cambio de paradigma abre nuevas posibilidades, aunque no soluciona el problema de la definición. Logan, pone de manifiesto que la definición se ve afectada por elementos estéticos de la época en que se hace, dando relevancia a unos y dejando fuera a otros, lo que se complementa con la idea de Carmen Oliveras (Longan, 2011) de que el arte de hoy no puede ser medido bajo los parámetros del arte clásico.

Para autores como Herbert Read (2007) la manera más sencilla de definir arte es: como un ensayo de formas agradables las cuales satisfacen nuestro propio sentido de la belleza, teniendo esto último en cuenta se puede evidenciar que, el arte, hace sentir sensaciones que agradan o tal vez desagradan a la visión (personal) de lo que llamamos belleza. Por lo tanto, se tomará como idea de arte las llamadas, expresiones artísticas u obras de arte que, en su relación con las matemáticas, serán el objeto de estudio de este trabajo.

Así, el documento se centra en las expresiones artísticas (resultado tangible del arte) por ejemplo la música, el baile, la cerámica, la pintura, la arquitectura, la literatura. Se verán entonces algunas de estas expresiones y en ellas se enmarcarán algunos de los ejemplos asociados a la relación que se pretende estudiar, para algunos inexistente y para otros obvia, la relación arte y matemáticas.

2.2 EXPRESIONES ARTISTICAS Y MATEMÁTICAS

A lo largo de la historia se reconocen vestigios de producciones artísticas hechas por el hombre que involucran elementos como figuras geométricas, simetrías, traslaciones, rotaciones, las cuales, se pueden ver en pinturas y cerámicas, el número áureo en arquitectura y pintura, las fracciones en la música (ilustración 1) las cuales conllevan a pensar que existe una estrecha relación entre las matemáticas y el arte desde tiempos inmemoriales, relación que ha logrado desarrollo y evolución a partir de los avances en cualquiera de las ramas del conocimiento, en prácticas involucradas o de ambas áreas cuando se han dado simultáneamente



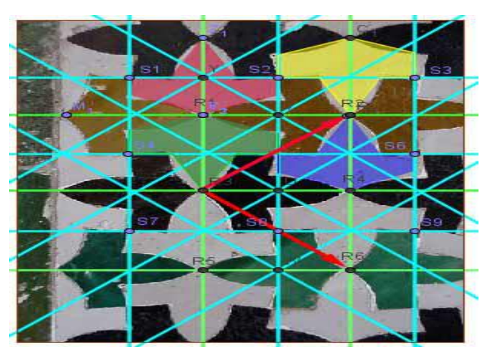


Ilustración 1. Derecha: número áureo Partenón e izquierda: mosaico en forma de avión

Fuente: Mora (2007, p. 95 y 97)

Estos elementos matemáticos se involucran de manera consciente o inconsciente por parte del artista y dan pie a discusiones como la de Emmer (2005), quien da una opinión argumentada acerca de que el trabajo de los matemáticos debe ser clasificado como arte, ya que tiene belleza y genera sensaciones sobre las personas que lo ven, también se apoya en los avances tecnológicos que le permiten a artistas y programadores recrear ideas matemáticas que en otro momento histórico hubiese sido imposible representar, y de esta forma establecer una relación reciproca en términos de desarrollo para el arte y la matemática.

Sin embargo, en este trabajo se retoma una postura más cercana a la de autores como Javier Peralta (2001) quien expone la relación arte y matemática desde los elementos matemáticos que se pueden encontrar en cada una de las artes o expresiones artísticas que se han mencionado, desde lo geométrico y aritmético en la pintura y la arquitectura, las fracciones y sus relaciones de proporción en la escala musical, el método de afinación de los pitagóricos hasta la capacidad de algunos matemáticos de escribir poesía o sus resultados matemáticos en forma de versos, como es el caso de la matemática hindú de los siglos V al XII.

A continuación, se presentan algunos ejemplos de la relación arte matemática en algunas artes finalizando con trabajos en pintura, expresión del arte, en la que se ubica la obra de Cornelia Vargas Koch, la cual, será la base o contexto en el que se desarrollará la propuesta hecha en este trabajo.

2.2.1 Música y matemática

Probablemente al escuchar una canción difícilmente se sepa cuan involucrada esta la matemática en esto, si se mira una partitura se puede establecer que, de algún modo, se usan números en ella; características como ritmo y armonía son ejemplos de ese uso. Sin embargo, la relación arte y matemática en la música está muy arraigada, tanto, que autores como Liern y Queralt (2008), afirman que, *“las matemáticas son la herramienta fundamental para el tratamiento de los procesos físicos que generan la música; pero, por otro lado, las matemáticas están en la propia esencia de este arte”* (p. 2); de hecho históricamente fue Pitágoras quien planteó a partir del monocordio (un instrumento de una sola cuerda) la forma en que se establece la afinación, con este objeto se pudo hallar relaciones entre los tonos (sonido primario) dependiendo de las diferentes posiciones en que se tocaba el monocordio, estas relaciones fueron las que llamaron, octava, quinta y cuarta, y estaban asociadas a los números 1/2, 2/3 y 3/4. Lo que se hizo después fue establecer relaciones entre las notas y los sonidos obtenidos y determinar la escala musical. Pero no solo existen relaciones de proporción entre nota y nota, también se pueden construir intervalos de notas, y con ellos sumar, restar, multiplicar y dividir estos intervalos.

A continuación, un ejemplo (ilustración 2) basado en el que usan Liern y Queralt para ilustrar lo que ellos llaman aritmética de la música.

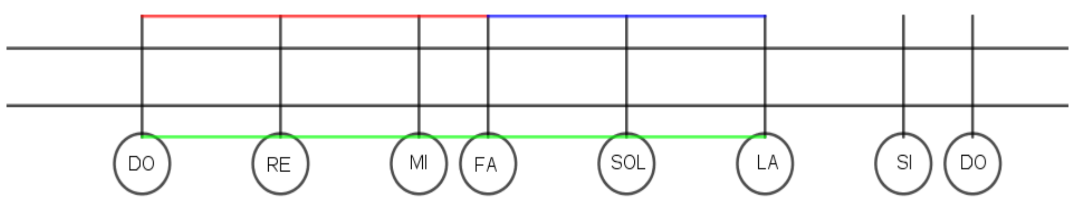


Ilustración 2. Suma de intervalos en la *escala musical*

Fuente: propia

Así, se toman los intervalos DO-FA y FA-LA obteniendo DO-LA, si lo lleváramos a una recta matemática sería tan simple como decir que dada la magnitud de los segmentos AC y CB, con la Inter estancia A-C-B podemos obtener la magnitud del segmento AB. Pero hay una diferencia entre los intervalos musicales y los segmentos, si AC =5 y CB =6 entonces AB=11, es decir, realizamos una suma de los valores de las distancias de los segmentos pequeños y obtenemos la distancia del que los contiene, en el caso de los intervalos musicales dicha suma se realiza a partir de los cocientes de los valores de las notas así:

$$DO - FA <+> FA - LA = \frac{349{,}2282}{261{,}6265} * \frac{440}{349{,}2282} = \frac{440}{261{,}6265} = DO - LA$$

(los cocientes se forman tomado como numerador la nota que es extremo derecho del intervalo y denominador la nota que es extremo izquierdo).

Estos valores son dados la siguiente tabla:

Nota	Do	Do#	Re	Mib	Mi	Fa
Hz	261,6265	277,1826	293,6648	311,127	329,6275	349,2282
Nota	Fa#	Sol	Sol#	La	Sib	Si
Hz	369,9944	391,9954	415,3047	440	466,1638	493,8833

Ilustración 3. Frecuencias de las notas musicales

Fuente: Liern y Queralt (2008, p. 8)

De esta forma definen operaciones entre intervalos así:

Suma

$$\frac{f_1}{f_2}\,(+)\,\frac{f_2}{f_3} = \frac{f_1}{f_2} \times \frac{f_2}{f_3} = \frac{f_1 f_2}{f_2 f_3} = \frac{f_1}{f_3}$$

Resta

$$\frac{f_1}{f_3}\,(-)\,\frac{f_2}{f_3} = \frac{f_1}{f_3} \div \frac{f_2}{f_3} = \frac{f_1 f_3}{f_2 f_3} = \frac{f_1}{f_2}$$

Multiplicación (p intervalos iguales)

$$\left(\frac{f_1}{f_2}\right) \times p = \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^p = \frac{f_1^p}{f_2^p}$$

División (en q partes iguales)

$$\frac{f_1}{f_2}\,(\div)q = \sqrt[q]{\frac{f_1}{f_2}}$$

Con esto se establece que con cálculos matemáticos se puede crear una secuencia de notas de forma armónica, en pocas palabras, crear una canción.

Otro ejemplo que muestran Liern y Queralt (2008), es el de la coma pitagórica, la cual es un desfase que es visible en una espiral de octavas o en el círculo de quintas, este desfase se da al completar el circulo ya que la última quinta sobrepasa el área del mismo, pero se soluciona repartiendo la diferencia en otras quintas haciéndolas más cortas.

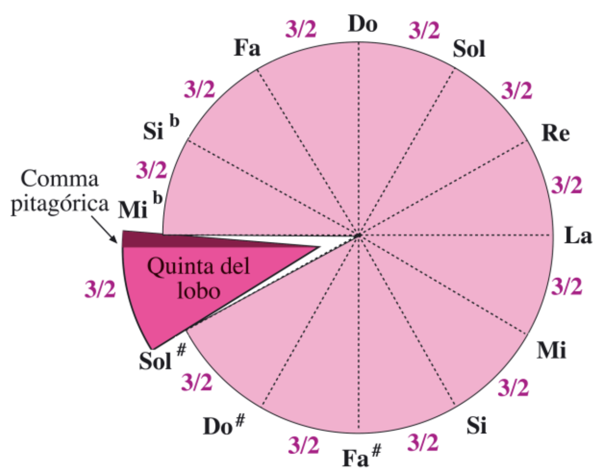


Ilustración 4. Círculo de quintas

Fuente: Liern y Queralt (2008, p. 10)

Nótese como la quinta llamada quinta del lobo excede el área del círculo de quintas, la parte sombreada de dicha quinta es la coma pitagórica. Contreras, Diez y Pacheco (2007) presentan ejemplos similares, pero con una matemática más formal.

Por ejemplo, ellos definen el intervalo como: $I_k = \{(f, kf), f \in \mathbb{R}^{*}{}_{+}\}$ donde f son frecuencias y k se obtiene del cociente de frecuencias. También hablan de las longitudes en el monocordio de Pitágoras y la escala diatónica y muestran relaciones a partir de las fracciones allí halladas, una de ellas es: $\frac{3}{4} = \frac{1+\frac{1}{2}}{2}$, adicionalmente afirman que la media armónica de 1 y ½ es su misma media aritmética. Estos autores muestran una relación música y matemáticas enfocada a la teoría de grupos y así determinar la importancia de la enseñanza de la matemática en la titulación de maestro en educación musical.

Estos son tan solo unos pocos ejemplos de cómo las matemáticas están y hacen parte de la música, llegando incluso a estar en su esencia.

2.2.2 Literatura y matemática

Cuando se lee un libro, por gusto, porque es una tarea, o por la razón que sea, difícilmente viene a la mente del lector la respuesta a la pregunta, ¿Cuánta matemática hay detrás de las líneas escritas en un texto? En general, a lo largo de la vida de una persona pasaran por sus manos novelas, poemas, caricaturas, noticias, artículos de distintas especialidades (medicina, educación, opinión, etc.), revistas y más.

Pero en toda esta gama de diferentes tipos de texto posiblemente el lector no halle algo matemático, exceptuando números o gráficos de estadística, si es que los tiene involucrados, libros como los de Gracia Márquez, William Shakespeare, La María de Jorge Isaacs, Don quijote de Miguel de Cervantes y todas las obras que es posible leer, no le ofrecen al lector una experiencia matemática (no directamente), mientras que otros como: El diablo de los números, Malditas matemáticas Alicia en el país de los números, El hombre que calculaba, entre otros de una buena lista, dan a la persona una relación matemática más directa dentro de una obra literaria. Sin embargo, el que la relación no sea directa no quiere decir que no exista y que la experiencia matemática no pueda ser vivida por quien lee, más bien, esta tan bien constituida, que no todas las personas tienen la experticia o habilidad para hallarla.

Ahora bien *"parece ser que los números y la escritura tuvieron su inicio más o menos por la misma época"* (Peralta, 2001, p. 1), por lo cual, se puede encontrar la matemática en referencias literarias, puesto que, algunos escritores han buscado a la matemática y la convierten en parte de su obra y algunos matemáticos han escrito obras literarias, asi como se han escrito poemas a la matemática, por ejemplo "*A la divina proporción"* del autor Rafael Alberti:

"A ti, maravillosa disciplina,
media, extrema razón de la hermosura,
que claramente acata la clausura
viva en la malla de tu ley divina.
A ti, cárcel feliz de la retina,
Áurea sección, celeste cuadratura,
misteriosa fontana de mesura
que el universo armónico origina.
A ti, mar de los sueños angulares,
flor de las cinco formas regulares,
dodecaedro azul, arco sonoro.
Luces por alas un compás ardiente.
Tu canto es una esfera transparente.
A ti, divina proporción de oro".

(Peralta, 2001, p. 5)

o el de verso de Nieto que recuerda 32 cifras de π (Peralta,2001, p.5):

"Soy π lema y razón ingeniosa
de nombre sabio que serie preciosa
valorando enunció magistral.
Por su ley singular bien medido
el grande orbe por fin reducido
fue al sistema ordinario usual".

(Peralta, 2001, p. 5)

Sin embargo, no solo se ve la relación matemática y literatura en la poesía matemática o dedicada a la matemática, podemos encontrar por ejemplo a la autora Marta Macho (2016) quien en su artículo **Las matemáticas de la literatura,** presenta un compendio de los ejemplos en los que la relación literatura y matemática es evidente, además de ser los que a ella más le han agradado. De estos se escogen seis dada su curiosa relación, posiblemente imperceptible. A continuación, se presentan los ejemplos.

"Sextina de Kid y Lulú, por Carlos Germán Belli (1927-)

Kid el Liliputiense ya no sobras
comerá por primera vez en siglos,
cuando aplaque su cavernario hambre
con el condimentado dorso en guiso
de su Lulú la Belle hasta la muerte,
que idolatrara aún antes de la vida.

Las presas más rollizas de la vida,
que satisfechos otros como sobras
al desgaire dejaban tras la muerte,
Kid por ser en ayunas desde siglos
ni un trozo dejará de Lulú en guiso,
como aplacando a fondo en viejo hambre.

Más horrible de todos es tal hambre,
y así no más infiernos fue su vida,
al ver a Lulú ayer sabrosa en guiso
para el feliz que nunca comió sobras,
sino el mejor manjar de cada siglo,
partiendo complacido hacia la muerte.

Pues acudir al antro de la muerte,
dolido por la sed de amor y el hambre,
como la mayor pena es de los siglos,
que tal hambre se aplaca presto en vida,
cuando los cielos sirven ya no sobras,
mas sí todo el maná de Lulú en guiso.

Así el cuerpo y el alma ambos en guiso,
de su dama llevárselos a la muerte,
premio será por sólo comer sobras
acá en la tierra pálido de hambre,
y no muerte tendrá sino gran vida,
comiendo por los siglos y los siglos.

El cuerpo de Lulú sin par en siglos,
será un manjar de dioses cuyo guiso
hará recordar la terrestre vida,
aun en el seno de la negra muerte,
que si en el orbe sólo existe hambre,
grato es el sueño de mudar las sobras.

Ya no en la vida para Kid las sobras,
ni cautivo del hambre, no, en la muerte,
que a Lulú en guiso comerá por siglos"

(Macho, 2007, p. 47-48)

La sextina se convierte en un buen ejemplo de la relación matemática y literatura, ya que la autora describe que esta es una composición de seis estrofas cada una de seis versos terminada por un párrafo de tres, tanto en las estrofas como en el párrafo final, se hace una permutación con seis palabras escogidas previamente las cuales darán terminación a cada verso, como se puede observar en la sextina anterior.

Ahora, para crear la sextina, la regla de seis versos y seis estrofas no debe tener mayor inconveniente ya que solo implica contar los versos en cada estrofa y luego las estrofas, para luego cerrar con el párrafo de tres estrofas, sin embargo, la permutación de las seis palabras finales tiene 720 formas de ser colocada (6 permutado 6), de todas esas opciones el autor podrá escoger 6, lo cual le permitiría tener $1{,}894X10^{14}$ formas de combinar tales palabras, y crear todas esas sextinas con las mismas seis palabras finales.

Se continua, con estos dos textos en los que Macho expone como los autores usan la lógica y las paradojas que se producen de la misma.

Por ejemplo, en las aventuras de Alicia en el País

"Entonces di lo que piensas - prosiguió la liebre.
- Eso es lo que hago- dijo Alicia precipitadamente - a lo menos... Yo pienso lo que digo. Es la misma cosa.
- No es lo mismo- advirtió el sombrerero - Según tú, sería lo mismo decir "Veo lo que como" que "Como lo que veo".

(Macho, 2007, p. 51)

o en el capitulo LI de la segunda parte del Quijote de la Mancha:

Señor, un caudaloso río dividía dos términos de un mismo señorío (y esté vuestra merced atento, porque el caso es de importancia y algo dificultoso). Digo,pues, que sobre este río estaba una puente, y al cabo della, una horca y una como
casa de audiencia, en la cual de ordinario había cuatro jueces que juzgaban la

ley que puso el dueño del río, de la puente y del señorío, que era en esta forma:

"Si alguno pasare por esta puente de una parte a otra, ha de jurar primero adónde y a qué va; y si jurare verdad, déjenle pasar, y si dijere mentira, muera por ello ahorcado en la horca que allí se muestra, sin remisión alguna".

[...] Sucedió, pues, que tomando juramento a un hombre, juró y dijo que para el juramento que hacía, que iba a morir en aquella horca que allí estaba, y no a otra cosa. Repararon los jueces en el juramento y dijeron: "Si a este hombre le dejamos pasar libremente, mintió en su juramento, y, conforme a la ley, debe morir; y si le ahorcamos, él juró que iba a morir en aquella horca, y, habiendo jurado verdad, por la misma ley debe ser libre". Pídese a vuesa merced, señor gobernador, qué harán los jueces con tal hombre.

(Macho, 2007, p. 49)

Por último, existen numerosos ejemplos en los que se pueden realizar algunos cálculos matemáticos uno de ellos el fragmento de la obra de Romeo y Julieta de William Shakespeare:

ROMEO: Espera, que probaré a leerlo. "El señor Martín, y su mujer e hijas, el conde Anselmo y sus hermanas, la viuda de Viturbio, el señor Plasencio y sus sobrinas, Mercutio y su hermano Valentín, mi tío Capuleto con su mujer e hijas, Rosalía mi sobrina, Livia, Valencio y su primo Teobaldo, Lucía y la hermosa Elena" ¡Lucida reunión! ¿Y dónde es la fiesta?

(Macho, 2007, p. 50)

Macho (2007) propone que a partir de los cardinales de los conjuntos de personas que se pueden deducir, se podría calcular de forma aproximada, la cantidad de personas que asistirían a la reunión así:

“sea I el conjunto de los invitados, A el conjunto de las personas que llegan solas, B el conjunto de los invitados que llegan acompañados por otra persona y C el de aquellos que llegan acompañados por varias personas. Es claro que I es la unión disjunta de A, B y C, y por lo tanto, Card(I) = Card(A) + Card(B) + Card(C):

Explícitamente, es A = { la viuda de Viturbio, la sobrina Rosalía, Livia}. B = {Mercutio y su hermano Valentín, Valencio y su primo Teobaldo; Lucía y la hermosa Elena}. C = {el conde Anselmo y sus hermanas, el señor Plasencio y sus sobrinas, el señor Martín, su mujer y sus hijas, el tío Capuleto, su mujer y sus hijas}.Así, Card(A) = 3, Card(B) = 6 y Card(C) ≥14, con lo que no conocemos la cantidad exacta de invitados, pero sabemos que al menos son 23” (p. 50-51).

Otro ejemplo, se puede evidenciar tomando un fragmento de la obra de Alicia en el País de las Maravillas de Lewis Carrol:

“Y esos cursillos, ¿cuántas horas duraban? - preguntó Alicia deseosa de cambiar
a un tema más alegre.
- Diez horas el primer día - le dijo la Tortuga -, nueve el segundo, y así sucesivamente.
- ¡Qué horario más extraño! - exclamó Alicia.
- Justamente por eso se llaman cursillos - le dijo el grifo - porque se van haciendo más pequeños cada día. [...]
- Eso significa que el undécimo día era fiesta.
- Naturalmente - asintió la Tortuga.
- ¿Y qué ocurría entonces el duodécimo día? - siguió preguntando Alicia, entusiasmada
con la idea.
- ¡Basta de cursillos! - le interrumpió el Grifo con decisión -. ¿Por qué no

hablamos ahora del recreo?

(Macho, 2007, p.51)

En fragmento Macho (2007) propone una función definida así: $f: [1,11] \rightarrow \mathbb{N}$ de tal manera que $f(n) = 11 - n$ (con n natural) representa las horas de cada curso, además de argumentar que el día 12 no es calculable puesto que $12 \notin [1,11]$, luego $f(1) = 10$, $f(2) = 9$, y así sucesivamente hasta $f(11) = 0$

Finalmente, retomando el fragmento de Tom Sawyer de Mark Twain:

> *"Cuando llegó el momento de dar las lecciones, ninguno se las sabía bien y había que irles apuntando durante todo el trayecto. Sin embargo, fueron saliendo trabajosamente del paso, y a cada uno se le recompensaba con vales azules, en los que estaban impresos pasajes de las Escrituras. Cada vale azul era el precio de recitar dos versículos; diez vales azules equivalían a uno rojo, y podían cambiarse por uno de éstos; diez rojos equivalían a uno amarillo, y por diez vales amarillos el superintendente regalaba una Biblia, modestamente encuadernada (valía cuarenta centavos en aquellos tiempos felices), al alumno. [...] Y entonces, cuando había muerto toda esperanza, Tom Sawyer se adelantó con nueve vales amarillos, nueve vales rojos y diez azules, y solicitó una Biblia. Fue un rayo cayendo de un cielo despejado. Walters no esperaba una petición semejante, de tal persona, en los próximos diez años.*
>
> (Macho, 2007, p. 59)

Aquí se puede evidenciar, una especie de sistema posicional para así calcular si Tom Sawyer puede o no reclamar su biblia, la autora muestra estos cálculos ya realizados, aunque en realidad no son muy complejos, si azul=1, rojo=10 azul y amarillo=10 rojo, entonces Tom tiene 10 azules que son 1 rojo, como tenía 9 rojos y obtuvo uno más, tendrá ahora 10 rojo, que equivale a 1 amarillo, con lo que completa 10 amarillo que equivale a una biblia.

Estos ejemplos, son tan solo algunos que, dan cuenta de que la relación entre matemática y literatura no es meramente referencial, si no que puede ser más cercana, afectando la estructura y reglas que debe tener un escrito o del cómo, una situación matemática puede ser puesta en escena dentro de una obra.

2.2.3 Arquitectura y matemática

El ser humano puede sentirse maravillado por algunas construcciones, así como sorprendido. La primera sensación puede ser percibida viendo como los egipcios en épocas tan remotas fueron capaces de construir algo que ha trascendido el tiempo, tal como lo son las pirámides, o de otro lado los romanos con el coliseo, el Partenón de los griegos, la muralla de los chinos, la segunda sensación puede surgir al ver construcciones viejas y dañadas tanto antiguas como actuales que aún siguen en pie, en vez de dar paso a algo nuevo. En ambos casos la arquitectura puede ser vista como, arte, el arte de construir.

Este arte, la arquitectura, involucra a las formas geométricas, ángulos, líneas, cuadrados, rectángulos, triángulos, las cuales pueden ser visibles en la forma de la construcción, o en su fachada, una ventana, la puerta de ingreso, entre otros; sin embargo este arte no se limita a solo las formas, ya que se involucra con la medida, tanto de elementos de una dimensión (longitudes) como elementos de dos y tres dimensiones (áreas y volúmenes), esto es visible en la repartición de los diferentes espacios que conforman un edificio, casa, o cualquier construcción que se pueda ver.

Ahora bien, el autor Félix Calcerrada da una visión de por qué el hombre ha llegado a desarrollar el arte de construir edificios

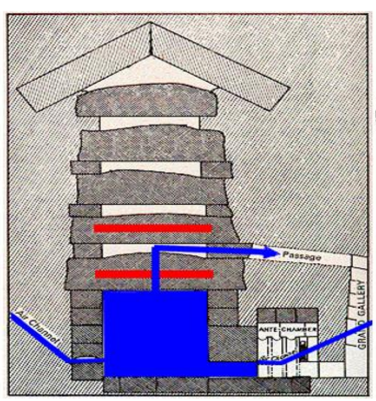
> *(…)"La **arquitectura** se revela como una de las más complejas actividades de síntesis del pensamiento humano; opera en el espacio mediante la construcción y su fin último es dotar al hombre de un escenario para su vida"*

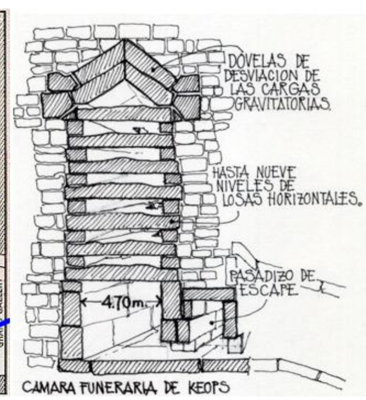
adicionalmente establece la relación arte arquitectura así: "Hay un paralelismo innegable entre las concepciones matemáticas y el pensamiento arquitectónico: la geometría euclidiana, configurando el ser sensible según dimensiones mensurables y precisas, acompaña a la sensibilidad griega" (Calcerrada, 2010. p. 2)

También afirma que la arquitectura se desarrolla junto a los avances tecnológicos y usa los materiales disponibles de la época histórica en la que se mire. Adicionalmente al hecho de que por muchos años la arquitectura era un arte por así decirlo cerrado a un grupo específico de personas que se heredaban los conocimientos y técnicas de construcción unos a otros (Calcerrada, 2010).

Un ejemplo histórico que el autor pone en evidencia de la relación arquitectura y matemáticas es:

"La Cámara del Rey en la Gran Pirámide de Kéops tiene por base un doble cuadrado, y por altura la mitad de la longitud de la base, lo que significa una proporcionalidad respecto a las magnitudes 4, √5 y 2, es decir la presencia de un irracional. Las figuras muestran dibujos de la cámara del rey en la pirámide"





*"La partición asimétrica más sencilla de un segmento en dos partes a y b viene dada por la proporción "**a + b** es a **a**, como **a** es a **b**", lo que nos da un valor para el módulo **a/b** = ½(1+√5)= 1,618...."*

Sin embargo, el autor no se queda con este ejemplo y presenta otros enmarcados en la teoría de la simetría. Aquí dos de ellos:

2.2.3.1 Grupo de simetría de una figura plana

Calcerrada (2010) define figura plana, *"Entendemos por figura plana cualquier subconjunto de R^2. Una figura plana F puede ser estudiada "estéticamente", analizando sus propiedades métricas, o bien "dinámicamente", analizando bajo qué isometrías permanece invariante."* (p. 25). Con esta base realiza el análisis de la siguiente figura:

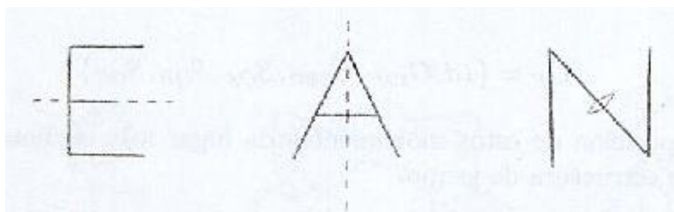


Ilustración 5. Simetría en algunas letras del alfabeto

Fuente: Calcerrada (2010, p. 25)

En este, especifica como las letras E y A tienen una evidente simetría bilateral, respecto a los ejes de simetría horizontal y vertical, respectivamente, mientras la N es simétrica por un giro de amplitud π.

2.2.3.2 Grupo de simetrías en los frisos

"Los frisos se obtienen repitiendo un dibujo de forma periódica a lo largo de una dirección" (Navas, 2016, p.5), estos solo pueden clasificarse de siete formas diferentes dependiendo de sus características, dicha clasificación se da teniendo en cuenta las traslaciones, reflexiones y semi giros que se hagan sobre el friso, según el algoritmo de Rose-Stafford:

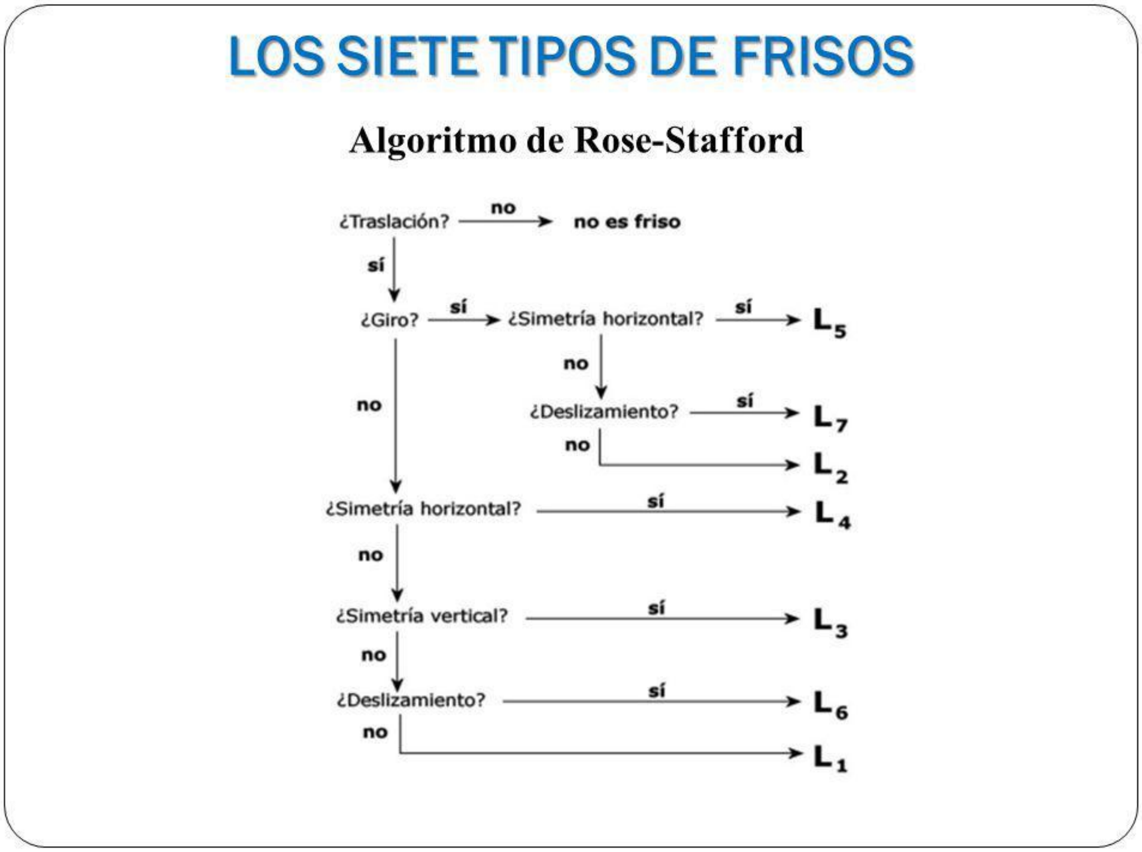


Ilustración 6. Tipos de Frisos

Fuente: Rose-Stafford (2010)

De otro lado Monroy (1989) determina la clasificación de esta forma:

Un nivel F_1: que no tiene puntos o líneas de simetría además su centro tampoco es línea de simetría, los F_1^1: sin puntos de simetría y un centro que no es línea de simetría, en tercer lugar, los F_1^2: que no tienen puntos de simetría, pero si tienen una línea de simetría, aunque esta no es el centro, un cuarto grupo seria los F_1^3: sin puntos o líneas de simetría además de ser invariante solo bajo una reflexión, los F_2 que poseen un punto de simetría mas no líneas de simetría, F_2^1 : tienen un punto de simetría y su centro es línea de simetría, por último F_2^2 que tienen un punto y una línea de simetría pero esta no es el centro.

En esta clasificación, los índices significan que no tiene semigiro si es 1, y que lo tiene si es 2, mientras los superíndices determinan que el centro es una línea de simetría si es 1 y que el centro, no es simetría, pero existe una línea de simetría perpendicular a este para el 2; la notación usada se debe al matemático Fejes Tôth. Monroy (1989), también afirma que, los frisos en las corrientes actuales del diseño se usan repitiendo la edificación a lo largo de una banda formando enlaces sin espacios entre planta y planta así:

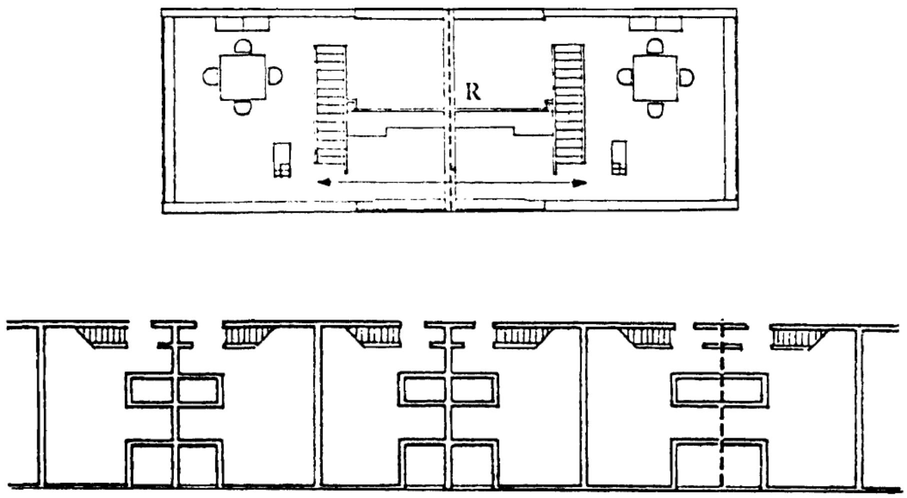


Ilustración 7. Traslación Fija

Fuente: Monroy (1989, p. 85)

Por su parte Calcerrada (2010), dice que: “Los frisos, elementos sustanciales de la ornamentación clásica, constan de un determinado módulo, figura o motivo que se repite a lo largo de una banda rectangular, dándose siempre una periodicidad sistemática en la repetición del módulo, que es la base del ritmo que el friso comunica”

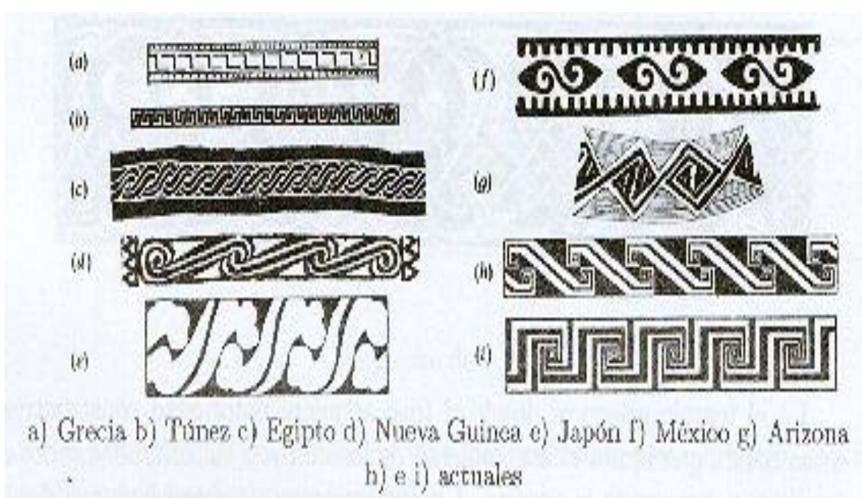


Ilustración 8. Repetición del módulo

Fuente: Calcerrada (2010, p. 33)

Luego afirma que al diseñar el friso solo se tiene libertad de elegir el motivo y las trasformaciones que a este se le aplican para llenar la banda horizontal sobre la cual se está haciendo el friso, es decir, que se están aplicando las características que aparecen en las clasificaciones del friso.

Un ejemplo dado por este autor es el siguiente: "*En el templo griego es donde el friso adquiere notoriedad constructiva: como banda que limita el acabamiento de los muros o las columnas sobre el arquitrabe, marcando la cornisa. Con ello comienza a desempeñar el doble papel de elemento arquitectónico y espacio susceptible de ornamentación"* (Calcerrada, 2010. p.34)

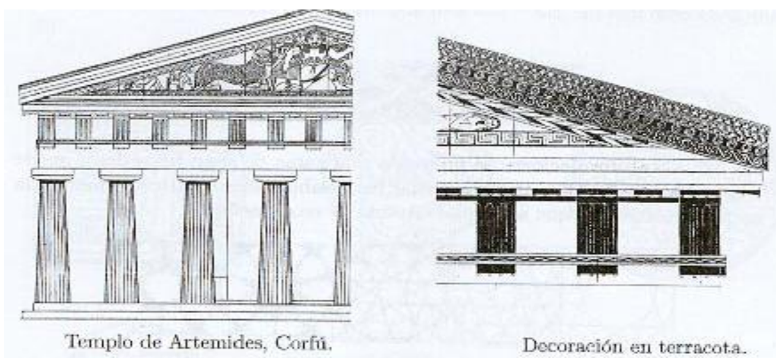


Ilustración 9. Friso en el Templo Griego

Fuente: Calcerrada (2010, p. 34)

Otras figuras involucradas dentro de la teoría de simetrías son los rosetones que están dentro de del grupo de simetrías de Leonardo Da Vinci, donde la figura escogida se gira respecto a un punto fijo, con este giro se logra rellenar el espacio que rodea a dicho punto, si el rosetón tiene ejes de simetría se clasifica como diédrico de lo contrario se clasificara como cíclico (Navas, 2016).

Finalmente, los mosaicos o teselaciones (ilustración 10) son espacios que se cubren uniendo muchas figuras idénticas llamadas teselas, la cuales se pueden rotar y/o trasladar manteniendo simetrías entre ellas.

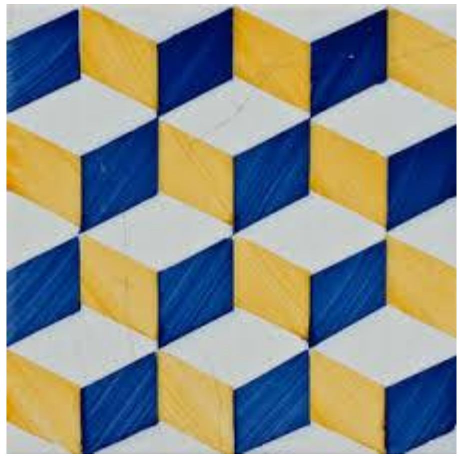


Ilustración 10. Teselado

Fuente: **http://laescaladelarquitecto.blogspot.com. 2007**

Los mosaicos se pueden llamar regulares si la tesela es un polígono regular, el semirregular conformado por teselas con más de un polígono regular, o los de Penrose y Escher donde se usan configuraciones más complejas que representan algo como un animal, por ejemplo; sin embargo, a pesar de poder usar diferentes configuraciones, los mosaicos solo pueden clasificarse en las 17 categorías que demostró Fedorov.

Estos son, tan solo un par de varios, ejemplos que nos muestran como la arquitectura está relacionada con las matemáticas.

2.2.4 Pintura y matemática

En cuanto a la relación pintura y matemáticas; en los ejemplos, que aparezcan, se puede observar que casi siempre esta relación debe ser hallada, es decir, requiere de un análisis por parte del observador, en el que este debe develar las matemáticas presentes en la obra que está mirando.

Las primeras relaciones que pueden saltar a la vista son las asociadas a la geometría, las figuras que usa el artista, las simetrías respecto a ejes o a puntos, manejo del espacio y plano, proporcionalidad entre el tamaño de los objetos etc. Adicionalmente a dichas relaciones, también se encuentran ejemplos de teoría de grupos y la sección aurea.

Un muy buen ejemplo de simetría es el que nos da Francisco Martin sobre el artista Brunelleschi, quien realizo un cuadro del batisterio con las siguientes características:

> "*La primera: estaba pintado del revés, es decir, lo que en la realidad aparecía en la izquierda en el cuadro de Bruneleschi aparecía a la derecha y, recíprocamente, lo de la derecha en la izquierda; exactamente igual que si lo estuviéramos viendo reflejado en un espejo. La segunda característica de este cuadro era que tenía un pequeño agujero en el centro, del tamaño justo para poder acercar un ojo y mirar a través de él"* (Martin, 2006, p. 4).

Ahora bien, el artista proponía realizar el siguiente ejercicio con un espejo, su cuadro y el edificio pintado en él,

> *"Situaba el cuadro sobre un trípode, enfrente del batisterio, con la cara pintada hacia el edificio. Acercando el ojo al orificio miraba a través ¿y que veía? Naturalmente, el batisterio real. Pero ahora sujetaba un espejo en una mano, en un plano paralelo al cuadro, de manera que, mirando por el agujero, viera en parte el batisterio, en parte el reflejo de su cuadro en espejo. Si su cuadro estaba correctamente pintado, ambas imágenes deberían casar perfectamente. En esto consistía su prueba".* (Martin, 2006, p.4).

Ilustración 11. Bautisterio

Fuente: Martin (2006, p. 5)

Otro ejemplo de análisis de pinturas, es el realizado a Las Meninas de Velásquez, propuesto por el autor José Mora. Aquí, el paso a paso:

Ilustración 12. Paso 0. Cuadro las meninas de Velásquez

Fuente: Mora (2007)

para el paso 1 se dibuja un rectángulo con las proporciones áureas dejando uno de los lados de este sobre la base el cuadro, se quitan cuadrados quedándose con el rectángulo sobrante que también cumple con ser áureo; así mismo se va dibujando la curva de la espiral aurea (Mora, 2007).

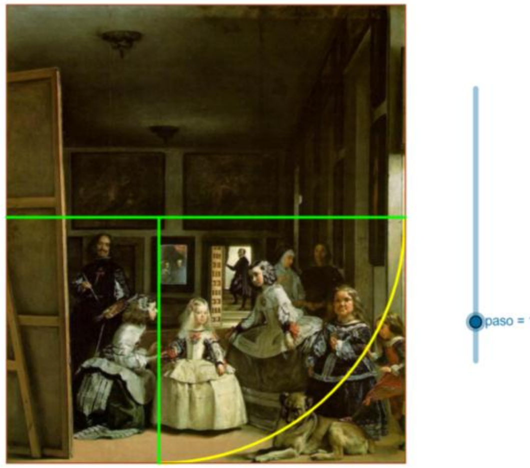


Ilustración 13. Paso 1. Descripción de José María

Fuente: Mora (2007)

En los pasos 2, 3 y 4 se continua el proceso de quitar cuadrados a los rectángulos y la construcción de la espiral aurea. (Mora, 2007).

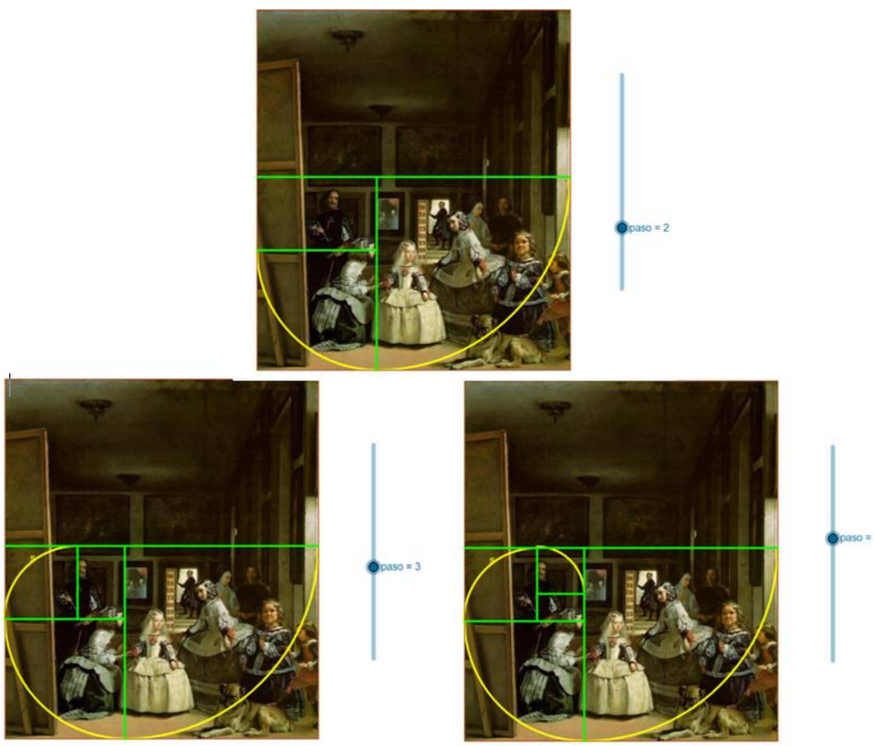


Ilustración 14. Paso 2, 3 y 4. Descripción de José María

Fuente: Mora (2007)

En el paso 5 se completa la espiral aurea (Mora, 2007)

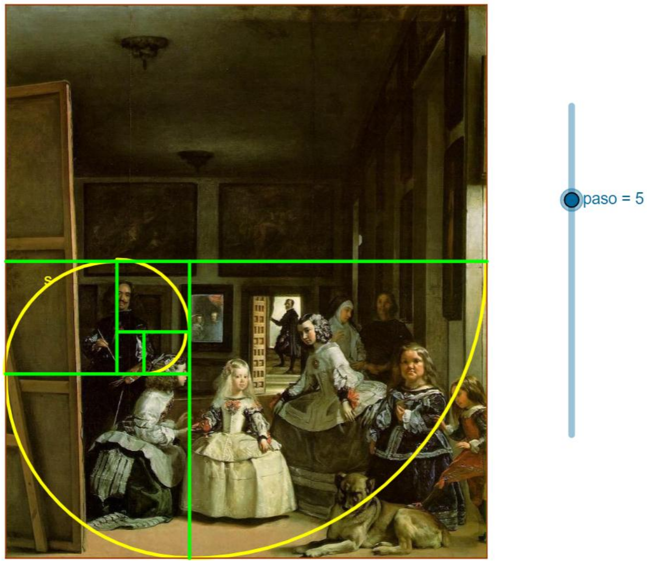


Ilustración 15. Paso 5. Descripción de José María

Fuente: Mora (2007)

se dibujan tres triángulos semejantes resaltando las zonas centrales, en el más grande se ubica la mayoría de los personajes, el mediano muestra a la infanta y dos meninas mientras que el pequeño solo incluye a la infanta y a una de las meninas. Tras esto, es posible ver que el eje de simetría de la espiral aurea este situado sobre el primer segmento vertical que se dibujó en el paso uno. (Mora, 2007).

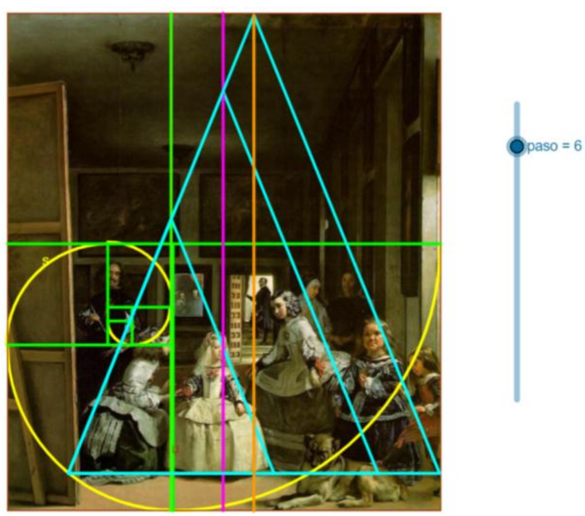


Ilustración 16. Paso 6. Descripción de José María

Fuente: Mora (2007)

Un ejemplo, también realizado sobre esta obra (las meninas), es la comparación que realiza Capi Corrales (2005), entre las meninas de Velásquez y Las meninas de Picasso. La autora hace todo un análisis de la pintura de Picasso y nos muestra como el artista, quien solo pinta el rostro de uno de los personajes de la obra de Velásquez, realiza su obra imaginándose la visión de ese rostro desde las diferentes posiciones de las personas alrededor, la autora llama a esta técnica usada por Picasso, arte abstracto, no desde la posición de abstraerse de la realidad sino de "abstraer lo esencial de algo" ,es decir, los elementos y las relaciones entre estos en la obra que se observa.

Ilustración 17. Meninas de Picasso 1957

Fuente: Corrales (2005, p.100)

La autora, a través de su análisis posicional, muestra cómo fue construido el rostro por Picasso y las relaciones que este estableció entre los elementos de la obra de Velásquez y cómo estos llegan a constituir un espacio cociente (personajes del cuadro como particiones de un conjunto y los puntos de vista de los mismos como las relaciones de equivalencia), un concepto matemático relacionado con la teoría de grupos.

Corrales también enseña como el crecimiento y el avance de las matemáticas van de la mano e influencian los del arte y viceversa, parecer ser, que un cambio de visión del mundo desde lo artístico genera un cambio de visión del mundo desde lo matemático. Esto lo ejemplifica con el caso de Goya y Gauss; el primero comienza a ubicar al público de sus cuadros, dentro de los mismos, a través de las sensaciones que generan sus recreaciones, el segundo demuestra que un espacio puede ser construido y descrito desde su interior, en ambos casos se pasa de ser un espectador del universo, a hacer parte del mismo. Esta relación del caso Goya-Gauss es más del tipo filosófico, o si se quiere, de la forma que ambos campos cambian su forma de ver el mundo y en ese sentido transforman algo de sí mismos.

Algo similar pasa con el caso de salvador Dalí, pintor que desafío las dimensiones que conocía, el ejemplo que se puede ver es: el corpus hypercubus (crucifixión) de 1954. Este cuadro muestra a cristo crucificado en una cruz, valga la redundancia, conformada por ocho cubos, Corrales (2004) indica que aunque los cubos, el cristo y el espacio que vemos están en la tercera dimensión, en realidad lo que Dalí mostro con la cruz fue la maqueta de un hipercubo de cuarta dimensión, esto se explica haciendo un ejemplo análogo con el plano que se hace para construir un cubo, dicho plano vive en la segunda dimensión y está conformado por seis cuadrados, al doblarlos y pegarlos obtenemos un objeto de dimensión superior (tercera dimensión), el cubo; de esta forma, doblando la cruz de Dalí que vive en la tercera dimensión, se obtendrá el hipercubo de la cuarta, en pocas palabras, dibujó algo de cuarta dimensión en la tercera; previo a Dalí los pintores de la época estaban realizando un cambio general, pasar de la pintura en dos dimensiones a pintar en tres.

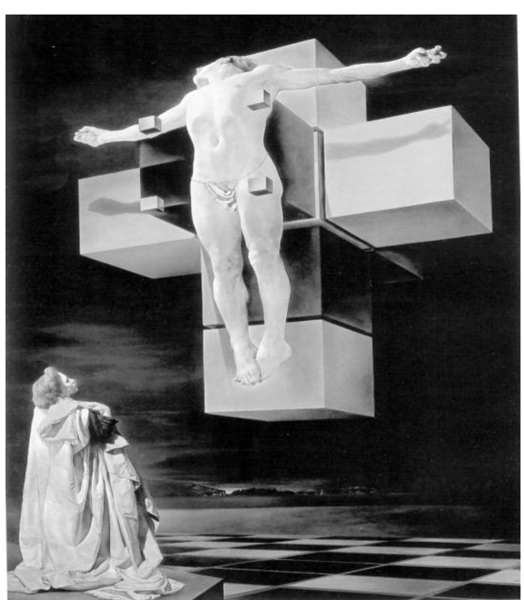


Ilustración 18. Corpus hypercubus (Crucifixión), Dalí 1954

Fuente: Corrales (2004, p.105)

Mientras Dalí pintaba su hipercubo, en la misma época, Cantor y Dedekind discutían sobre la naturaleza de las dimensiones y sus relaciones, demostrando que se puede establecer una relación biunívoca entre dimensiones distintas, algo impensable en ese tiempo, pues ¿cómo se puede establecer una relación así?, entre los puntos de un segmento (dimensión 1), y los de un plano (dimensión 2), sin embargo estos matemáticos le mostraron al mundo que si se podía establecer tal relación, aunque la misma seria discontinua.

Para cerrar esta comparativa "filosófica" entre arte y matemáticas Corrales en su artículo (mirando con la cabeza Suma 53) muestra al arte (pintura) y a la matemática como dos áreas que trabajan con ideas, ambos representan el mundo y/o universo que nos rodea, en el que vivimos e interactuamos, con el que nos relacionamos, de una forma abstracta.

La pintura nos muestra a través de nuestros ojos como se concibe el mundo en ellos, nos da una idea del mundo, mientras la matemática nos da una descripción numérica, una idea en la totalidad de la palabra, en palabras de Corrales (2006) *"Detrás de una montaña concreta está la idea de montaña, un dibujo abstracto, unas líneas que permiten reconocer la montaña detrás de las rocas, los pinos o la nieve. La diferencia entre este árbol y árbol, entre un círculo que dibujamos en la pizarra y círculo: la diferencia entre la cosa y la idea de la cosa. En matemáticas y en pintura se buscan las ideas de las cosas"*. (p.75)

En cuanto a la topología, el arte más influenciado puede ser la escultura, sin embargo, ha servido para inspirar a algunos artistas, es el caso de Escher, artista holandés nacido en 1898 y fallecido en 1972, quien en pinturas como el cubo de las costillas, que también hace parte del grabado Belvedere, realiza representaciones de las llamadas figuras imposibles, estas representaciones llevaron a matemáticos como Penrose a proponer construcciones como el triángulo tribar.

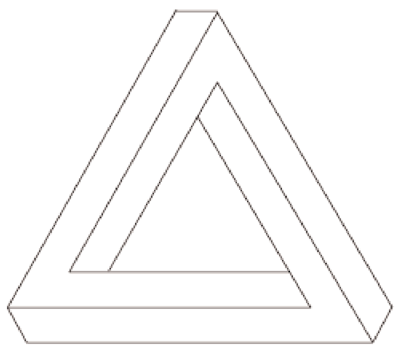


Ilustración 19. Tribar de Penrose
Fuente: Corrales (2005, p.117)

Ilustración 20. El cubo de las costillas Escher
Fuente: Corrales (2005, p.116)

Penrose ante el análisis de la obra de Escher estableció una relación con este, por ejemplo: "*La segunda pieza que los Penrose mostraron a Escher fue su escalera, con la que Escher construyó otra de sus imágenes más conocidas"*, la cascada. Otra obra de Escher asociada a las figuras imposibles es: subiendo y bajando.

Sin embargo, la obra de Escher no se dedica solo a las figuras imposibles asociadas a la topología, también dedicó parte de su trabajo a la creación de enlosetados, obras que parten de las losas que se crean teniendo en cuenta los diecisiete grupos posibles de simetrías propuestos y demostrados por Pólya, además trabajó algunas de sus obras en espacios diferentes al espacio euclídeo como es el caso del espacio esférico, usado en su obra el Balcón, y la ubicación en forma de bucle que hace de su cuadro "galería de grabados", este último tiene un espacio en blanco que el matemático Lenstra completó tras analizar las rotaciones y la escala de reducción que manejo en los dibujos, es decir las transformaciones que Escher hizo a la figura principal para que se repitiera una y otra vez en forma espiral llevando al espectador a verlo como un remolino hacia el interior.

Quizá una de las características que mejor describe el trabajo de Escher es: la capacidad que tuvo para hacer uso de las ideas matemáticas que se estaban desarrollando en ese momento y aplicarlas en sus obras, muestra de ello es lo que dice Emmer (2005)

> "*Escher, que entonces vivía en Italia, elaboró un sistema para seleccionar los grupos cristalográficos con color. Lo interesante a destacar es que Escher no utiliza el sistema que se usa en matemática y en cristalografía –es casi seguro que no conocía el sistema de clasificación oficial–, sino que inventa un sistema propio que utiliza como base de datos para elaborar a lo largo de los años sus mosaicos periódicos"* (p. 6).

Todo este recorrido, aunque corto y con ejemplos que pueden tomarse como recientes en la historia, nos permiten afirmar que, es innegable la existencia de una relación entre arte y matemáticas, así como lo hacen casi todos los autores que hablan sobre esta relación y la influencia de las matemáticas en el arte, y que esta, data desde el principio de la historia y se ha ido adaptando a los desarrollos de cada campo.

Otro ejemplo de arte que involucra matemáticas es el trabajo de la artista chilena Cornelia Vargas (se describe con más detalle en los otros capítulos) quien ubica su trabajo en el movimiento arte concreto. Esta artista parte de elementos matemáticos y representa en sus pinturas respuestas estéticas de las matemáticas escogidas en cada cuadro, es por estas características que se propondrá usar su trabajo como base para un contexto de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas.

Un ejemplo es esta pintura que se hizo con base en una malla numérica, que, aunque no es de autoría de Vargas si maneja la técnica de la artista:

17	17	17	17	17	17	17	17	17	16	16	16	16
17	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	13	16
17	14	11	11	11	11	11	11	11	11	11	13	16
17	14	11	9	8	8	8	8	8	8	11	13	16
17	14	12	9	6	6	5	5	5	8	10	13	16
17	14	12	9	6	3	3	2	5	8	10	13	16
17	15	12	9	6	3	1	2	5	7	10	13	16
17	15	12	9	6	4	4	4	4	7	10	13	16
17	15	12	9	6	7	7	7	7	7	10	13	16
18	15	12	9	9	9	10	10	10	10	10	13	16
18	15	12	12	12	12	12	12	13	13	13	13	16
18	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	16	16
18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18

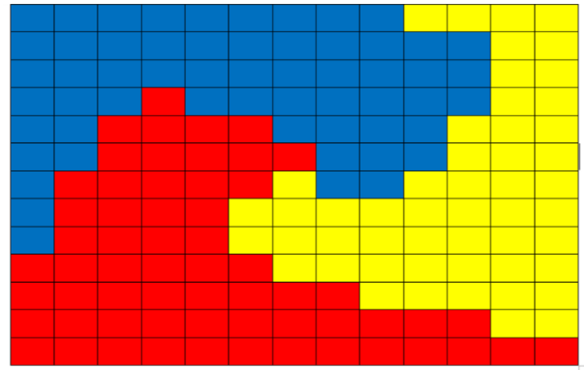


Ilustración 21*.* Pintura base en la malla de Cornelia Vargas

Fuente: Propia

En esta pintura se tomaron 3 colores y en cada cuadro se pintó, el cuadro del número uno con un color, los del número dos con otro, los del número y tres con un tercer color y se reinicia para el cuatro con el primer color se sigue esta secuencia sucesivamente y se obtiene el resultado se la derecha.

2.3 CARACTERISTICAS DE ALGUNOS MOVIMIENTOS ARTÍSTICOS

A lo largo de la historia se han gestado distintos movimientos artísticos caracterizados por la particularidad de elementos de diseño, color, expresión, luz y corte que le han aportado a las obras artísticas y la influencia de los hechos de la época o la mirada filosófica del entorno que el hombre en su momento quiso plasmar en ellos. Por tanto, se puede afirmar que muchas de las obras artísticas están sujetas a las ideas tanto sociales como políticas y económicas que predominen en la época en la que se elaboraron.

Por ejemplo, el arte de la prehistoria nos muestra narraciones de la cotidianidad diario vivir, como la actividad de la caza o la recolección de alimento, posteriormente se torna diferente pues comienza a tener un sentido más religioso, sentido que cobraría fuerza en civilizaciones como la egipcia o mesopotámica, las cuales dedicaban enormes construcciones a sus dioses y el arte estaba regido por estas ideas. Un ejemplo es la arquitectura egipcia la cual era de corte religioso; las pirámides eran tumbas para los faraones, para estos (los egipcios) era muy importante su pasaje o viaje por el otro mundo por lo tanto una pirámide no era para nada una exageración como tumba de su rey, puesto que, un ser supremo y divino debía tener un recinto poderoso en el cual pudiera iniciar su camino al más allá. Por otro lado, la representación humana

> *(…) "muestra los ojos, los hombros y la mitad superior de su cuerpo de frente, mientras que el rostro, los brazos, las piernas y los pies lo hacen de perfil. Por la misma razón, la figura suele estar sentada o caminando, sin dinamismo y de manera plana, pues nada se ofrece en la tercera dimensión para evitar deformaciones, lo que añadiría confusión y anularía el poder mágico de la obra. Por ello, el tamaño no refleja la distancia en relación al punto de vista del espectador, sino sólo la importancia de lo representado" (de la Peña, 2008, p.20),*

mostrando así una representación idealizada de la realidad.

Posteriormente Grecia y Roma expandieron ideas artísticas donde el cuerpo humano era idealizado de forma perfecta, además de propagar sus formas arquitectónicas, influyendo, contribuyendo y básicamente formando el arte occidental, un ejemplo de esto son los

> (…) "*kouros, que son atletas desnudos triunfadores en los juegos, cuyas estatuas se ofrecen a los dioses en el templo… representan jóvenes que participan en competiciones deportivas que tienen para los griegos un fin religioso, pues son el modo de conseguir a través de los dioses el don de la victoria."* (de la Peña, 2008, p.29)

estos tenían cuerpos "perfectos" muy atléticos y sus figuras eran muy dinámicos en su postura ya que se veía algún tipo de movimiento en ejecución a diferencia de las imágenes egipcias. De otro lado en la edad media, se desarrollan diferentes estilos en los que aún se mantenían las ideas religiosas como las principales fuentes de inspiración en los distintitos tipos de arte, sin embargo, entre un movimiento y otro se presentan diferencias en las formas, figuras o esquemas que se usan, por ejemplo:

> (…) *“La arquitectura románica, con la iglesia como tipología más característica, se desarrolla a partir de la paleocristiana, pero recuperando estructuras básicamente romanas, lo que conlleva una concepción espacial y un significado diferentes. Igual que la basílica paleocristiana, la iglesia románica tiene planta rectangular con varias naves longitudinales, siendo la central más ancha y más alta que las laterales. Sin embargo, prescinde del atrio e incorpora nuevos elementos, como el crucero, la girola, los absidiolos y la torre.”* (de la Peña, 2008, p.56).

Otro ejemplo importante del arte de la edad media es el Gótico que en el caso de la arquitectura tiene entre sus mayores características el arco

> (…) *“apuntado u ojival, formado por la intersección de dos segmentos de círculo de igual radio y centros diferentes. Frente al de medio punto románico, es más esbelto y disminuye los empujes laterales, lo que permite elevar el edificio, vaciar los muros para abrir en ellos ventanas y realizar la bóveda de otra manera. Normalmente el arco apuntado se decora con el gablete (marco triangular), que a su vez se remata con un florón, motivo vegetal con una o varias filas de ganchillo”* (de la Peña, 2008, p. 62)

de otro lado la pintura, aunque aún es religiosa opta por ser más realista en sus representaciones.

Esto, solamente es el ejemplo más superficial sobre lo que el arte ha ofrecido en algunas épocas históricas respecto a sus tendencias, ahora bien, en la época más reciente es decir en la edad contemporánea, más exactamente a finales de los 1800 y principios de 1900 aparecen las llamadas vanguardias,

> *“El término vanguardia ha sido uno de los más utilizados para el desarrollo del arte en el siglo XX, sea para definir posturas ante el arte y su papel en la sociedad, sea para ordenar el estudio de la historia del mismo siglo” (*Moyano, 2019, p 1)

esta época enmarcada por cambios económicos y sociales enormes le permite a los artistas, encarar de forma diferente su aporte a la sociedad cambiando el papel de los mismos puesto que el arte

> *“se presentaba en general, como avanzadilla de los sectores fundamentales que tratan de transformar la sociedad: la ciencia y la industria. Esto introduce otro concepto de vanguardia: Vinculación con actitudes progresistas (implicaba ansia transformadora de la sociedad)”* (Moyano, 2019, p.2)

de manera que los artistas se convierten en críticos de la sociedad a través de su trabajo, no solo en el mundo en general sino también en el mundo artístico.

Algunas vanguardias son: el impresionismo, cubismo, futurismo, surrealismo, neoplasticismo, constructivismo, arte cinético, arte conceptual, entre otros, varias de estas vanguardias tienen en común el hecho de, fundamentarse a través de un documento llamado manifiesto en el que se proclaman las ideas bajo las cuales el o los artistas de dicho movimiento van a realizar sus creaciones, además de mostrar las razones por las cuales se separan de una vertiente anterior, en pocas palabras es una declaración de independencia por parte de los artistas que pertenecen a dicho movimiento.

A continuación, se verán tres ejemplos de vanguardias que influenciarán un movimiento artístico llamado arte concreto:

2.3.1 SURREALISMO 1924/1939

Desarrollado en un periodo entre guerras en el que se trataba de comprender la "*profundidad psíquica del hombre, los sueños, lo inconsciente"* (Moyano, 2019) fue alimentado por las teorías de Freud y obras como las de Füsli y Blake, su manifiesto fue escrito por el poeta Breton y el termino Surrealismo dado por el escritor Apolllinaire.

Se puede decir que hay dos tipos de surrealismo pictórico y por ende dos grupos grandes de pintores en este movimiento: los figurativos como Ernst, Magritte, Dalí y Chagall con una visión real pues sus deformaciones artísticas no dejaban de lado la representación real del objeto a mostrar mientras que del lado abstracto aparecían artistas como Tanguy, Miró, Klee y Arp.

Un elemento fundamental de esta tendencia fue la escultura con artistas como Giacometti, Moore, Calder, Ernst y Ray. (Moyano 2019).

En el caso de la edad moderna podemos poner de ejemplo al renacimiento, con artistas como Miguel Ángel y Leonardo Da Vinci, y obras como el techo de la capilla Sixtina, La Gioconda o Mona Lisa, la última cena o el David. En el caso de Leonardo, esté busca acercarnos a la realidad del mundo mientras que Miguel Ángel nos lleva a una relación más cercana con Dios.

Ilustración 22. La condición humana René

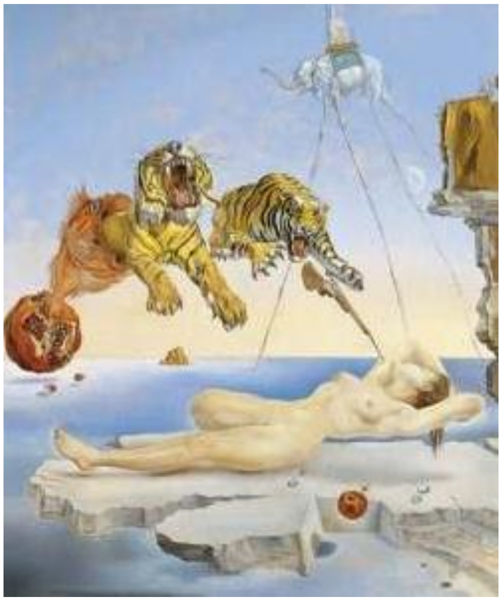


Ilustración 23*.* Sueño provocado por el vuelo de

Magritte de 1935

Fuente: fido.palermo.edu (2019, p.35)

una abeja alrededor de una granada, un segundo antes de despertar Salvador Dalí. 1944

Fuente: fido.palermo.edu (2019, p.35)

2.3.2 CONSTRUCTIVISMO 1913/1920

Vanguardia que comparte su origen con el suprematismo al igual que el tiempo en que apareció, esta tenía una alta carga política e ideológica de la revolución rusa y buscaba la unión de las artes objetivo que compartía con la escuela Alemana Bauhaus, esta circunstancia no es casualidad puesto que varios de los docentes en artes de la escuela eran constructivistas. Entre los autores más destacados están: Vladimir Tatlin, El Lissitzky, Antón Pevsner y Naum Gabo. Algo muy representativo de este movimiento es su manifestación cinéfila obra de Segei Eisenstein, quien tiene en la cinta de “El acorazado Potemkin” por ejemplo. (Moyano 2019)

Ilustración 24. Danza Alexander Rodchenko de 1915

Fuente: fido.palermo.edu (2019, p.61)

Ilustración 25. Taza y plato Kandinsky de 1921

Fuente: fido.palermo.edu (2019, p.62)

2.3.3 NEOPLASTICISMO

Surgido en Holanda, fue nombrado Neoplasticismo por De Stijl debido a la revista en la que trabajaba, en este se prolongaron los valores estéticos que tenia el constructivismo dejando de lado la ideología y política en las que estaba inmerso el mismo. Una característica de este movimiento fue el diseño de edificios e interiores (en los que se incluían elementos de mobiliario) en un mismo proyecto puesto que se entendían como un mismo concepto. De otro lado usaron formas geométricas puras para evitar las referencias naturales y trabajaron con colores primarios y negro a fin de dar contraste, sus principales referentes fueron Theo van oesburg, y Piet Mondrian. (Moyano 2019)

Ilustración 26. Modelo para la casa de un artista Theo van Doesburg Cornelis van Eesteren de 1923

Fuente: fido.palermo.edu (2019, p.49)

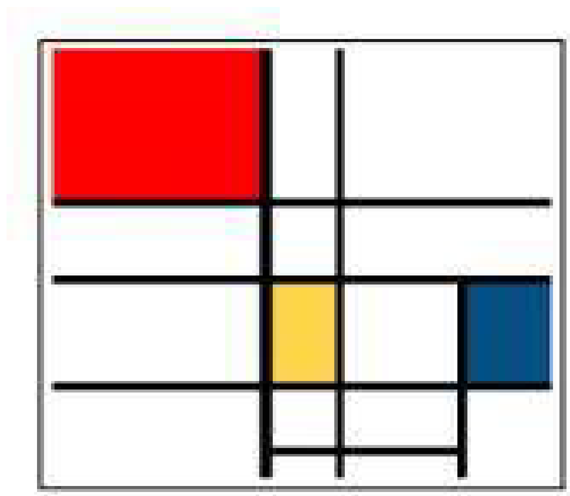


Ilustración 27. Universidad de Palermo | Diseño industrial

Fuente: fido.palermo.edu (2019, p.56)

2.3.4 ARTE DE LO CONCRETO

Como se vio en el apartado anterior, aparecen en el arte las vanguardias, las cuales crean nuevos escenarios para el desarrollo de las ideas de los artistas; aunque se

desarrollaron en Europa, estas afectaban el arte latinoamericano con los aportes que estudiantes de este territorio llevaban tras realizar estudios en el viejo continente.
Tras la segunda guerra este intercambio cultural se dificultó, sin embargo, no impidió que las vanguardias afectaran al arte de Suramérica, específicamente al del sector del Rio de la Plata y es aquí donde aparece y se desarrolla una vanguardia que no prosperó en Europa, pero en Argentina, Uruguay y Brasil si tuvo acogida y desarrollo, sobre todo en el país gaucho, el arte concreto.

La historia de cómo el arte concreto impacto a Latinoamérica en el Rio de la Plata tras la "rebelión" de cuatro estudiantes de arte, que cansados del programa académico que regía en aquel momento y de la falta de innovación, lanzaron un manifiesto en protesta es la siguiente:
En los años veinte las vanguardias habían transformado las ideas artísticas cambiaron tras el conflicto entre la modernidad y el tradicionalismo creando así una nueva idea de sensibilidad. En Argentina los nuevos creadores dieron un impulso a la estética artística de este país dos ejemplos Xul Solar que "continuaba produciendo una obra valiosa y audaz, … Que en 1924 había elaborado en Buenos Aires lo que se denominó Cultura de lo Surreal" (Alcaide, 1997, p.227) y Antonio Berni "en la década del treinta con su arte político, que iniciara para dar testimonio del dolor de esa época opresiva de Argentina" (Alcaide, 1997, p.227).

En los años cuarenta más exactamente en 1942 cuatro estudiantes de bellas artes, Tomas Maldonado, Alfredo Hlito, Claudio Girola y Jorge Brito escriben el manifiesto de los cuatro jóvenes el cual

> *(…) "expresa la desilusión de una fracción de la nueva generación de artistas ante la actitud de sus maestros, que son a su vez quienes otorgan los premios y las consagraciones, pero también funciona como un atentado simbólico que busca cuestionar (y transformar) las reglas del juego establecidas en el campo." (Lucena 2011, p 81)*

el documento fue pegado en la obra ganadora del premio del Salón Nacional de Artes Plásticas (Lucena 2011), tras esto los cuatro estudiantes fueron excluidos de la Escuela Nacional de bellas Artes Prilidiano Pueyrredon

A partir de dicho documento los cuatro estudiantes crean la revista Arturo, esta solo tuvo una edición en 1944 y aunque pensaron que tendría cuatro números anuales, esto jamás sucedió. Los cuatro fundadores de Arturo se separan tras un año y forman dos vertientes del arte concreto por un lado la asociación arte concreto – invención y por el otro arte Madí.

Arte concreto – invención fundado por Tomas Maldonado da a conocer sus ideales en el manifiesto invencionista y es más “exhaustivo que Madí*,* en su exploración del constructivismo, aunque las pinturas de estos artistas, emplean formatos más convencionales que los que están utilizando los Madí, *y* se concentran en progresiones de formas y colores en serie” (Alcaide, 1997, p 237)**.**

Arte Madí fundado por todos los artistas que quedaron en Arturo tras la separación de aquellos que se unieron a Tomas Maldonado, lanza su manifiesto Madí.

> *“la orientación general del grupo era anti surrealista y tomaba su iniciativa de la obra hecha por el grupo Abstracción-Creation de Paris, en el período de entreguerras. No obstante, comparado con los productos típicos del neoplasticismo y constructivismo europeo, se podría llegar a decir que el arte Madí pone énfasis en elementos más sensibles” (Alcaide, 1997, p 239).*

Ahora bien en ambos casos las raíces son las mismas (ambos nacen del grupo Arturo) y tienen como idea primordial ser el verdadero arte abstracto ya que propenden la idea de que este tipo de arte no debe representar al mundo real de forma ideal (como lo hace el arte abstracto) sino que en realidad esa abstracción debería darle la capacidad a la obra de crear una nueva realidad en la que la obra vive y se sustenta por sí misma, es decir, que la obra no representa nuestra realidad sino meramente la realidad de una idea creada por el artista, abstraída de su mente por así decirlo. Por lo tanto, se establecen los principios que artistas argentinos y brasileños acogerían, en estos se difundía que el arte no debería contener elementos de la naturaleza, sensualidad o sentimentalismos, más bien debe ser universal, ser construido con paneles de colores sin más significado que el propio. Sin embargo, su concepto más relevante era la técnica, pues esta debería ser mecánica, o sea, precisa y no impresionista. (Gottschaller, 2017).

Por lo tanto, la mayor preocupación es realizar líneas, o figuras perfectas así estas requieran del uso de alguna herramienta que permita lograr dicho fin.

Otro de los elementos importantes en el arte concreto es el marco recortado saliéndose el tradicional marco rectangular, según los artistas del grupo Arturo *"comenzaron con el intento de hacer desaparecer definitivamente lo ilusorio, rompiendo la forma tradicional del cuadro. Advirtieron entonces, que el marco recortado especializaba el plano: el espacio penetraba en la tela e intervenía en ella como un elemento más."* (Alcaide,1997, p.234). Este marco es importante ya que les permite a los artistas concretos transgredir las barreras del marco y articular su obra dentro del entorno en que se expone, convirtiendo su obra en algo menos estático y por *consiguiente "El resultado es una abstracción geométrica dinámica que interactúa con los bordes que delimitan la pared en la que está colgada y, por ende, anima todo el espacio que la circunda."* (Frezza, 2016, p.15). A continuación, algunas obras de artistas concretos:

Ilustración 28. Carmelo Arden Quin "Diagonel des Carrés" circa 1940

Fuente: Frezza (2016, p.45)

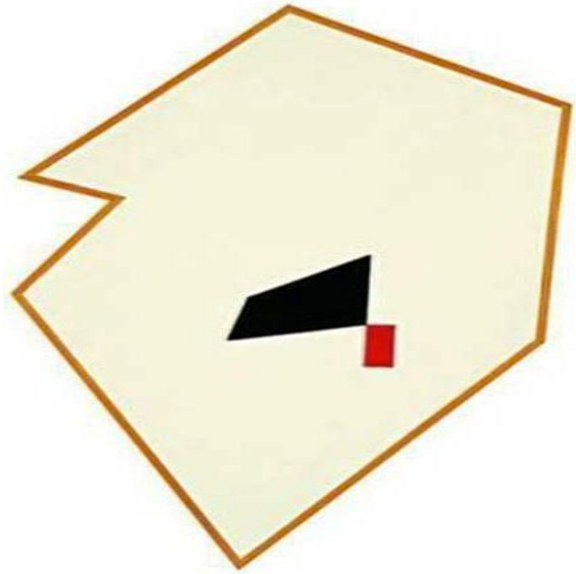


Ilustración 29. Tomás Maldonado "Sin titulo" 1945

Fuente: Frezza (2016, p.45)

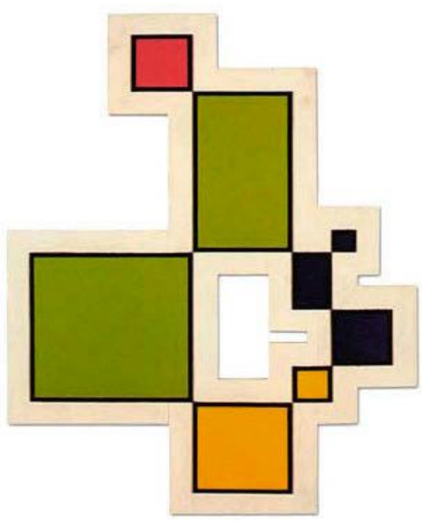


Ilustración 30. Rhod Rothfuss "Composición Madí" 1950

Fuente: Frezza (2016, p.43)

Por último, queda indicar que es justamente en este movimiento o vanguardia artística latinoamericana en la que se ubica la obra de la artista Cornelia Vargas Koch, la cual se tratara de analizar a continuación, desde un punto de vista más matemático que artístico.

CAPITULO 3. LA OBRA DE CORNELIA VARGAS KOCH

3.1 BIOGRAFÍA DE LA ARTISTA

Cornelia nació en 1933 Lauenburg/Pommern en Alemania, entré los años 46 al 55 estudió en la escuela Hannoversch Münden. Durante el 55 y 58 realiza estudios en la escuela superior de diseño, Ulm. En el 58 y 59 trabajó en la oficina de Max Bill en Zúrich, aunque no tomó clases con él, también tuvo su matrimonio con el arquitecto Eduardo Vargas. En los años 1961 y 1975 ya en Chile coopero con su esposo Eduardo Vargas en la construcción de viviendas sociales y es profesora en la universidad de Valparaíso y la Universidad Federico Santa María. Del 75 al 96 en Hannover realiza una cooperación con Eduardo Vargas sobre trabajos en diseño de interiores.

En 1996 muere Eduardo Vargas. En 1996 y 97 da concepto y ejecución de la exposición "el espacio social" en cooperación con la universidad de Hannover, universidad de Valparaíso, Universidad Federico Santa María y la Universidad de los Lagos. Para 1997 y 98 trabaja como consultora y profesora de arquitectura y diseño en la Universidad de los Lagos. Entre los años 2000 y 2003 trabaja como profesora de arquitectura en la universidad de Talca y entre el 2007 y 2013 en diseño de medios para la participación. Tiene siete hijos que viven en Alemania y chile.

Ha trabajado con la experimentación visual desde los años cincuenta y su obra empezó a ser divulgada en 2014. Sus experimentos son creados sobre cuadriculas de 9 por 9 y crea composiciones distintas las cuales pinta dependiendo de un algoritmo especifico.

3.2 TRABAJO ARTÍSTICO: EXPERIMENTOS CONCRETOS[1]

En estas obras la artista Cornelia Vargas establece el siguiente cuadrado mágico.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Ilustración 31. Cuadrado Mágico 3 x 3

Fuente: Propia

dicho cuadrado constituye la matriz de las superficies que aparecerán en la obra

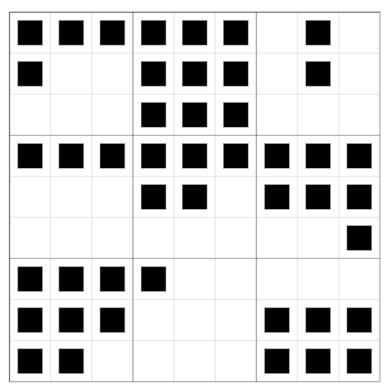


Ilustración 32. Base de pintura del trabajo de Cornelia Vargas Koch

Fuente: Propia

Se observa claramente que la cantidad de espacios coloreados en la matriz se corresponde con el número del cuadrado mágico que está en esa posición:

[1] Es muy poca la información que circula en la red o en los medios físicos sobre la autora, tan solo se cuenta con las exposiciones que ha hecho en algunos museos del mundo y las evidencias que quedan de ello en las redes sociales. Por otra parte, el contacto físico con la autora fue imposible por su avanzada edad.

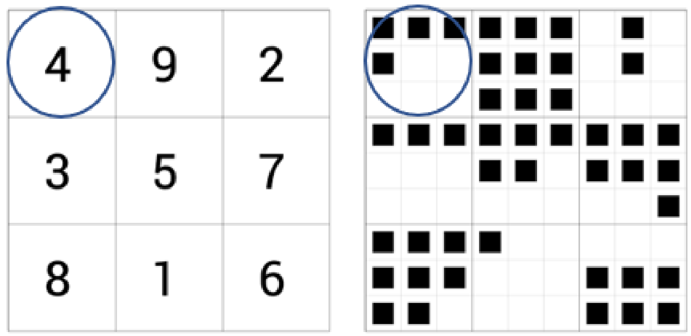


Ilustración 33. Observaciones iniciales a la pintura de la artisra

Fuente: Propia

Finalmente, este cuadrado mágico que suma 15 en todas sus horizontales, verticales y diagonales, se complementa con un segundo que suma doce y que representa los espacios “sin color”; dejando sobre la obra dos sistemas, el de los resaltados con color y el de los vacíos (sin color).

Creando así dos matrices (en una misma) asociadas a los cuadros mágicos.

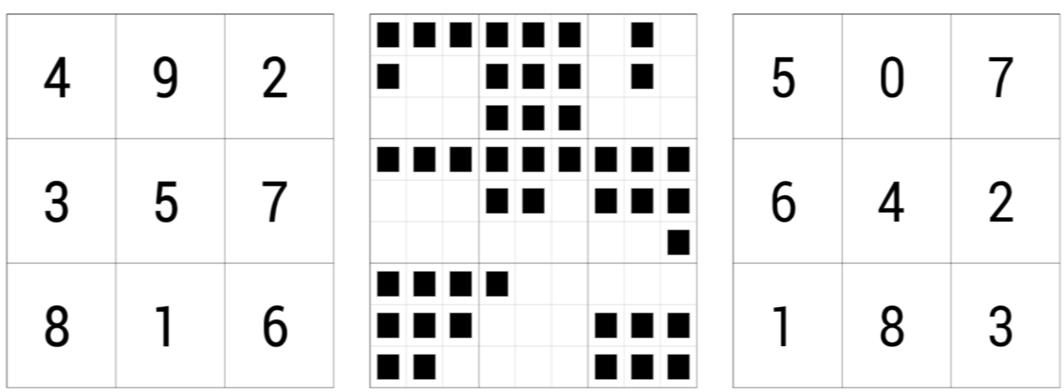


Ilustración 34. Cuadrado, base y números complemento

Fuente: Propia

Es de tener en cuenta que la artista maneja el mismo orden en los valores del cuadrado mágico, es decir jamás cambia las posiciones de los números.

3.2.1 CUADRADO MÁGICO

No existe una fecha exacta sobre cuando aparecieron los cuadrados mágicos ejemplo de ello es que algunos autores los datan del 2800 A.C (Alegría 2009) y otros del 2200 A.C (Núñez 1982), algunos ni si quiera dan un año exacto, sin embargo, todos coinciden en el origen chino que cuenta de una tortuga con la siguiente configuración en el caparazón

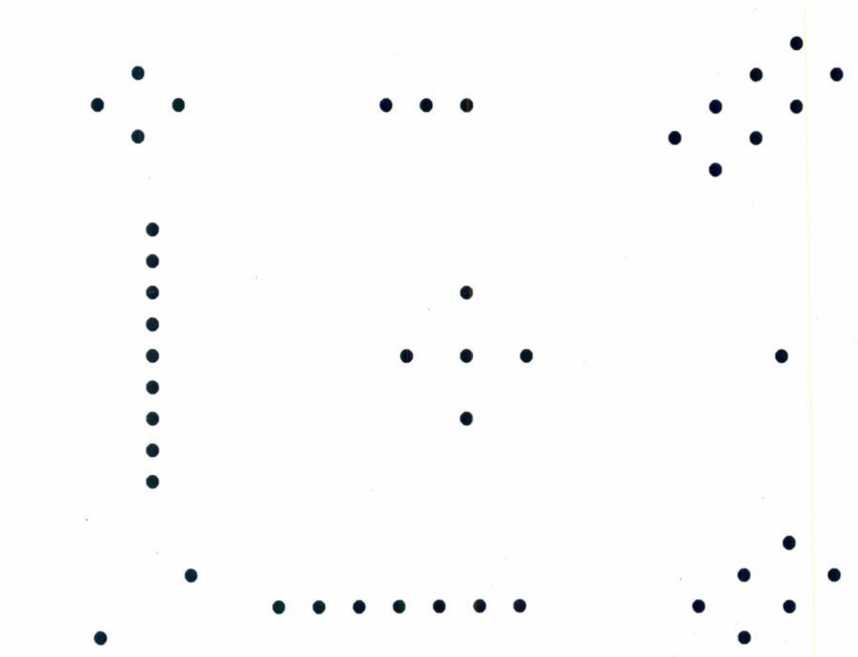


Ilustración 35. Configuración tortuga

Fuente: Aycinena (1995, p. 127)

Este hecho, hizo que los chinos le dieran características místicas y esotéricas al cuadrado mágico que la artista Cornelia Vargas usa en algunas de sus pinturas.
En cuanto al cuadrado mágico de suma igual a 15 (los números de filas, columnas y diagonales suman ese valor) no es el único existente, pero si es aceptado como el que históricamente aparecería primero ya que es el que aparece en la leyenda china de Lo Shu.

En la medida que fueron apareciendo estudiosos de los cuadrados mágicos fueron surgiendo nuevos y diferentes cuadrados con estas propiedades, tanto así que se clasificaron en ordenes por la cantidad de cuadrados de base que se usan, así el cuadrado mágico de suma 15 es de orden tres.

Las cualidades mágicas de los cuadrados mágicos valgan la redundancia continua a lo largo de la historia, por ejemplo, “En el Renacimiento se utilizaron cuadrados mágicos con fines terapéuticos. Por esto, como amuleto para ahuyentar la melancolía, los astrólogos de la época “recetaban” cuadrados mágicos de orden cuatro” (Alegría 2009, p.108). Así como hubo cuadrados mágicos que para las personas eran misticos, Pedro Alegría (2009) apunta que también hubo algunos cuadrados catalogados como diabólicos o satánicos, puesto que cumplían con más propiedades que las básicas que cumplía el primer cuadrado mágico encontrado.

Una interpretación muy interesante es la que hicieron los chinos ya que le dieron un ambiente místico, asignándole a los números, los principios básicos de la vida, representaron con este, el ying y el yang además de los cuatro elementos principales: metal, agua, fuego y madera. (Alegría 2009).

Otro cuadrado mágico famosos es el de suma 34 (figura 37) el cual es usado por Durero en su obra

> “Melancolía” y está puesto además en la fachada del templo de Parashvanatha, este cumple algunas propiedades muy interesantes como las siguientes: “a) el año en el que el grabado fue realizado, 1514, aparece en las celdas centrales de la fila inferior; b) la suma de los cuadrados de la 1° y 4° fila son iguales; c) la suma de los cuadrados de 1.° y 4.° columnas son iguales; e) la suma de los cuadrados de la 2° y 3° columnas son iguales; f) la suma de los cuadrados de los números situados en las diagonales es igual a la suma de los cuadrados de los números no situados en las diagonales, y lo mismo

ocurre con los cubos. Aparte, claro está, que la suma de cada fila, cada columna y cada una de las dos diagonales es 34” (Núñez,1982, p.3).

Otro artista que usó cuadrados mágicos fue el escultor Josep Subirach para la fachada de la pasión de la sagrada familia (figura 38).

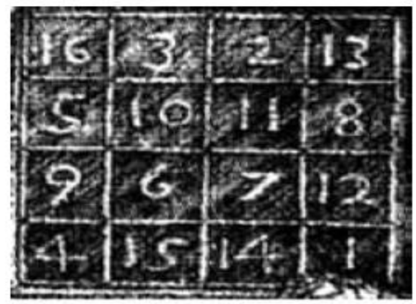


Ilustración 36. Cuadrado Mágico de suma 34

Fuente: Alegría (2009, p.110)

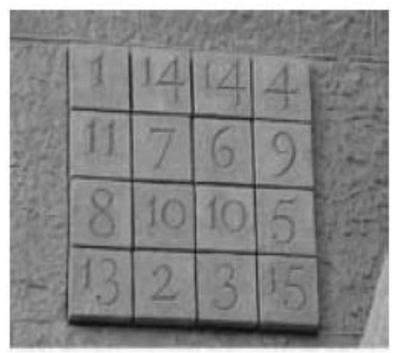


Ilustración 37. Cuadrado Mágico de suma 33

Fuente: Alegría (2009, p.110)

A nivel matemático las propiedades de los cuadrados mágicos han sido elemento de estudio, y de ellas se pueden extraer conceptos de combinatoria puesto que la construcción de este tipo e cuadrados conlleva al uso de estos conceptos, como por ejemplo, para el cálculo de todos los posibles cuadrados de un orden n, otros conceptos matemáticos que se pueden trabajar dese los cuadraos mágicos son: *“Espacio y subespacio vectorial, dependencia e independencia lineal, base y dimensión, aplicación lineal”* (Núñez, 1982, p. 4).

3.3 EXPERIMENTOS CONCRETOS: 15 VARIACIONES

Algunas de las composiciones de la artista Cornelia Vargas se llevan a cabo teniendo en cuenta la disposición del cuadrado mágico, siguiendo las reglas pero a la vez rompiéndolas como dice la artista en una entrevista para ARTISHOCK y por lo tanto se construyen las variaciones, que surgen de esta dualidad de las normas, de todas las posibles la artista construye 10 o 20 pero descarta a la mayoría por temas estéticos he aquí algunas de las obras que dese el ámbito estético no fueron desechadas y representan la composición que la artista deseaba. La serie forma 16 casos de ordenar los elementos de dos cuadrados mágicos, en una red de 9x9 bits subdividida en 9 bits cada uno. Las cifras de la matriz están transformadas en cantidad de elementos por módulo. Este orden solo puede variar dentro del mismo módulo y es constante en cada variación.

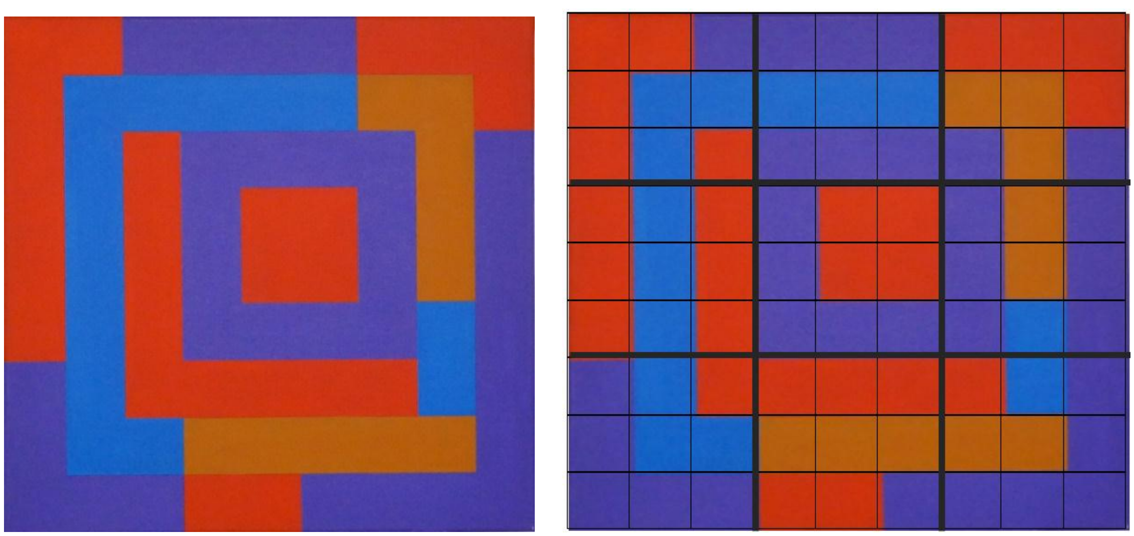


Ilustración 38. Ejemplar de Pintura de Experimentos Concretos

Fuente: Vargas (2017)

3.3.1 CENTRO

En esta obra al igual que en las siguientes se superpondrá una cuadricula e 9x9 de forma tal que permita realizar una descripción del cuadro.

Como se vislumbra en el cuadro correspondiente a 4 (arriba izq.) esta cantidad se ajusta al color azul el cual está en dos tonos, es decir aquí los tonos azules juegan como el color o pintura (cuadrado mágico que suma 15) y los rojizos como el vacío o fondo (cuadrado mágico que suma 12). Ahora bien, los tonos más claros de rojo (café) y azul están dispuestos de manera tal que forman el contorno de un cuadrado de 7x7. También se puede ver un contorno de un cuadrado 4x4 en color azul, y uno de 2x2 en rojo.

Al retirar la cuadricula se genera el efecto como si se superpusieran cuadrados de colores uno sobre otro desde el exterior hasta el centro. Respecto del color este no tiene una proporción entre tonos ni tampoco una secuencia lineal, cíclica, o en espiral.

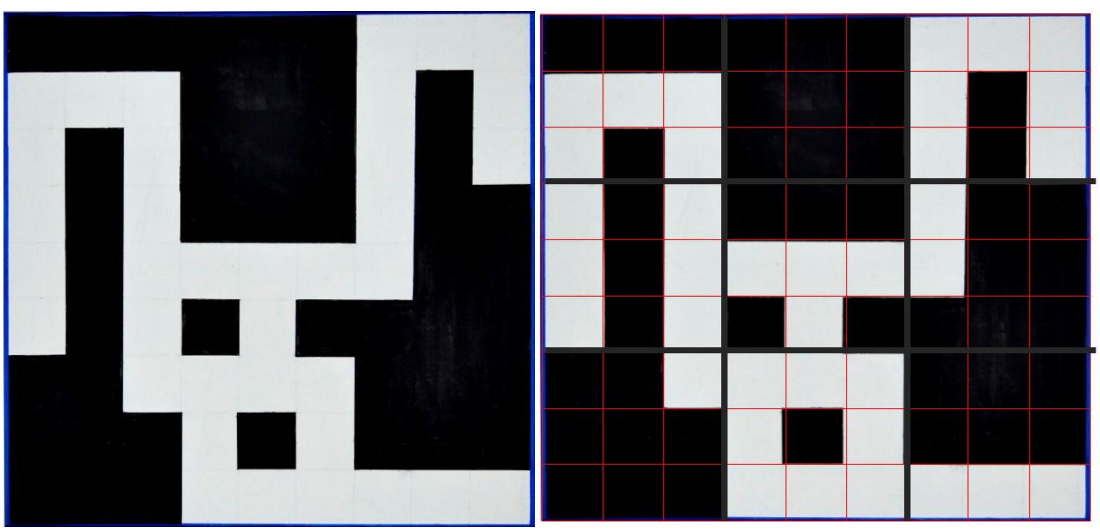


Ilustración 39. Ejemplar de Pintura: Centro

Fuente: Vargas (2005)

3.3.2 MOVIMIENTO EN TRES DIRECCIONES

En esta pintura se puede notar al color negro como la pintura y al blanco como al fondo, sin embargo, el fondo proporciona un esquema de camino intercomunicado que aparentemente sobrepasa los límites del cuadro.

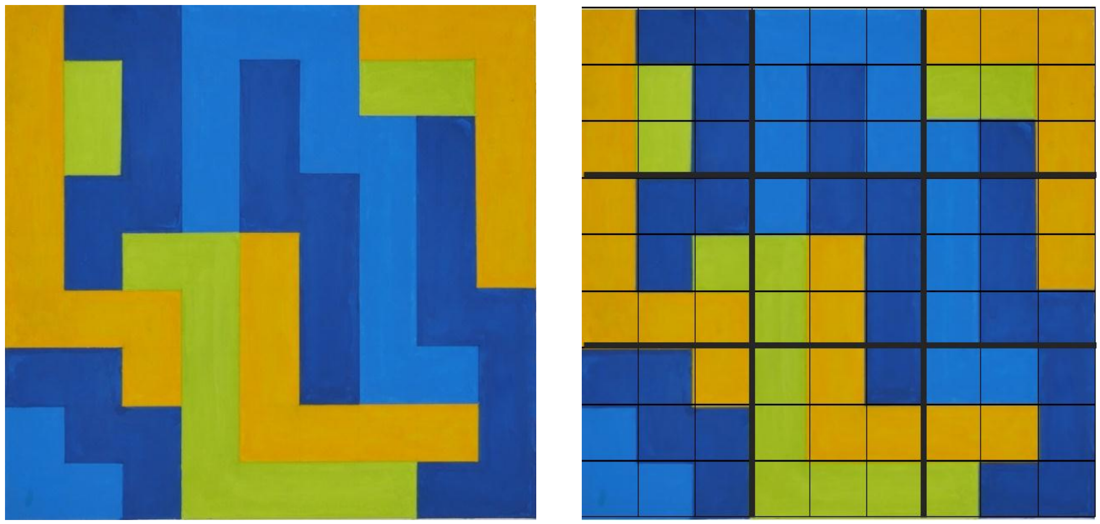


Ilustración 40. Ejemplar de Pintura: Movimientos en tres direcciones

Fuente: Vargas (2005)

3.3.3 ENMARCANDOSE MUTUAMENTE

En esta pintura se observa que el fondo son los tonos amarillos y verdes, mientras el color que juega como el cuadro mágico de 15 es el azul en dos tonos. Si se trazan líneas horizontales se observa que en cada grupo de tres hay dos que poseen los cuatro colores que hay en la obra, mientras la restante solo tiene tres.

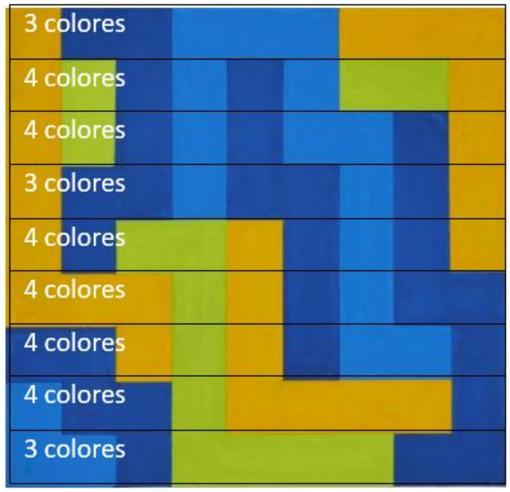


Ilustración 41. Interpretación de la Pintura Enmarcándose Mutuamente

Fuente: Propia

Aquí a diferencia de MOVIMINETO EN TRES DIRECCIONES, no se construye un camino que conecte por completo, ni siquiera emparejando colores, ya que en algún momento los otros dos colores desplazaran a los primeros que se escojan dejándolos sin la posibilidad de conectarse por completo.

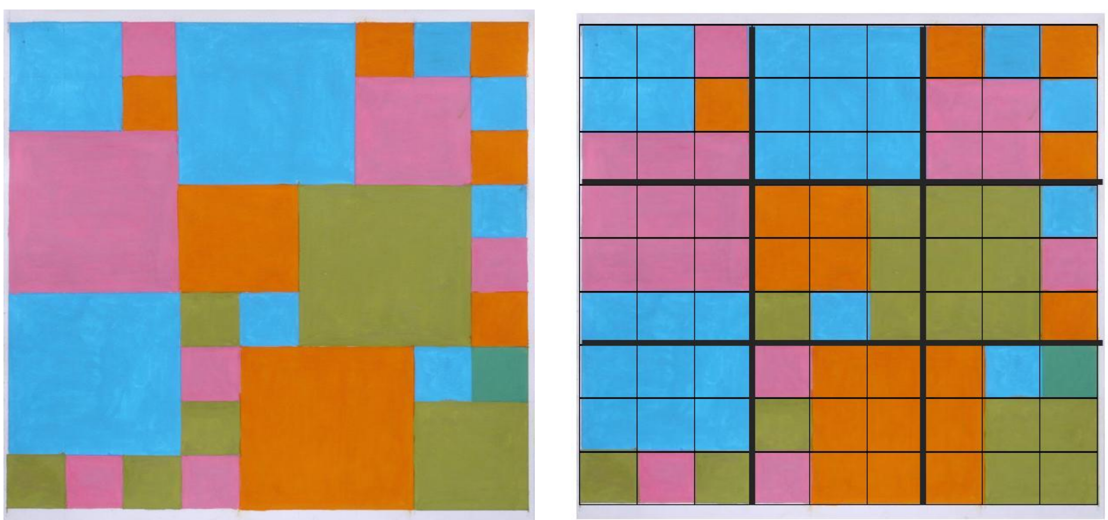
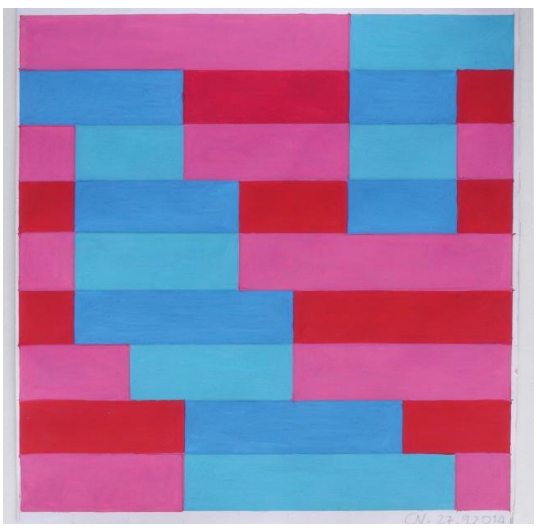


Ilustración 42. Ejemplar de Pintura: Enmarcándose mutuamente

Fuente: Vargas (2005)

3.3.4 CUADRADOS EN TRES TAMAÑOS

En esta obra se observan tres tipos de cuadrados 1x1, 2x2 y 3x3. Nuevamente los tonos azules y verdes son la pintura y los rosa y naranja el fondo aquí si se mantienen algunas regularidades, todos los colores tienen 5 cuadros de 1x1, menos el verde ya que el quinto verde es en un tono más azul, todos tienen un cuadrado de 2x2 y todos tienen uno de 3x3, aunque el azul tiene 2. Si se mira la cuadricula se puede percibir como los colores que representan vacíos y los que representan los espacios e la pintura, se complementan para formar los cuadrados de 3x3, es decir que los cuadrados e tres por tres están formados por vacíos (partes del fondo) de varios cuadros de la cuadricula o por varios cuadros de la pintura; por ejemplo el cuadro naranja de 3x3 que es fondo se construye con seis de los ocho vacíos del cuadro abajo-centro y los tres vacíos de abajo-derecha, de igual manera se forman el rosado tres vacíos (arriba- izq.) y seis del siguiente hacia abajo (medio – izq.), los demás (verde y azul) se conforman de forma análoga.



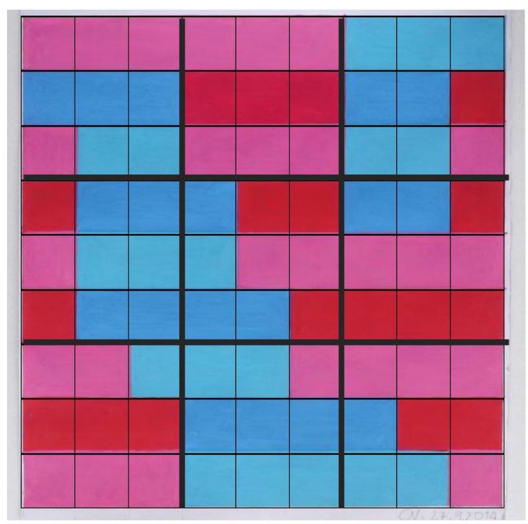


Ilustración 43. Ejemplar de Pintura: Cuadrados en tres tamaños

Fuente: Vargas (2005)

3.3.5 HORIZONTAL

“Tanto horizontal como vertical” (experimentos.valpo.net,2017)

A partir de ahora se llamará a los cuadros no por posición sino por el numero asignado en el cuadrado mágico de suma igual a 15. En la obra horizontal el fondo es de tonos azules y el color es de tonos rojos. Los tonos azules cubren 36 cuadros, 18 y 18, sin embargo, en los tonos rojos se da 18 rojos y 27 rosados, en la parte central de la pintura de ven dos escaleras, una azul y otra roja con los tonos claro y oscuro intercalados, estas generan una ilusión de simetría. Al observar la cuadricula se puede establecer en cada horizontal que el color azul se comporta de la siguiente manera respecto a la cantidad de cuadros en cada horizontal, así como la forma de intercalar el color y las parejas de los mismos (rosado- azul claro y rojo – azul oscuro):

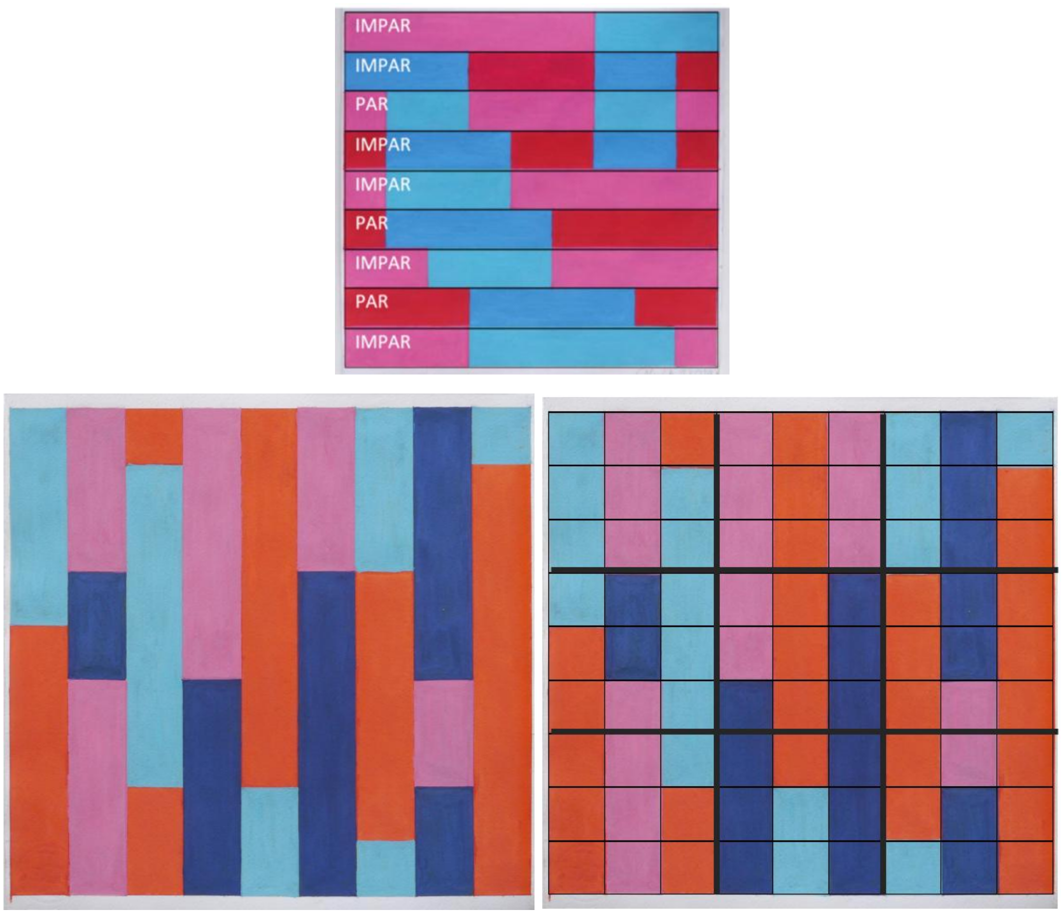


Ilustración 44. Ejemplar de Pintura: Horizontal

Fuente: Vargas (2005)

3.3.6 VERTICAL

"Mínimo en verticales, pero la impresión se mantiene vertical" (experimentos.valpo.net,2017). Al igual que en HORIZONTAL los azules son el fondo y los rojos el color, aquí también se puede notar la forma en que se intercalan los colores entre verticales y las parejas en cada una (azul claro – rojo y azul oscuro – rosado). Otra característica es el comportamiento del color y se toma de ejemplo el azul nuevamente, el cual en los siete primeros verticales ocupa un número de cuadros par y en las últimas dos es impar.

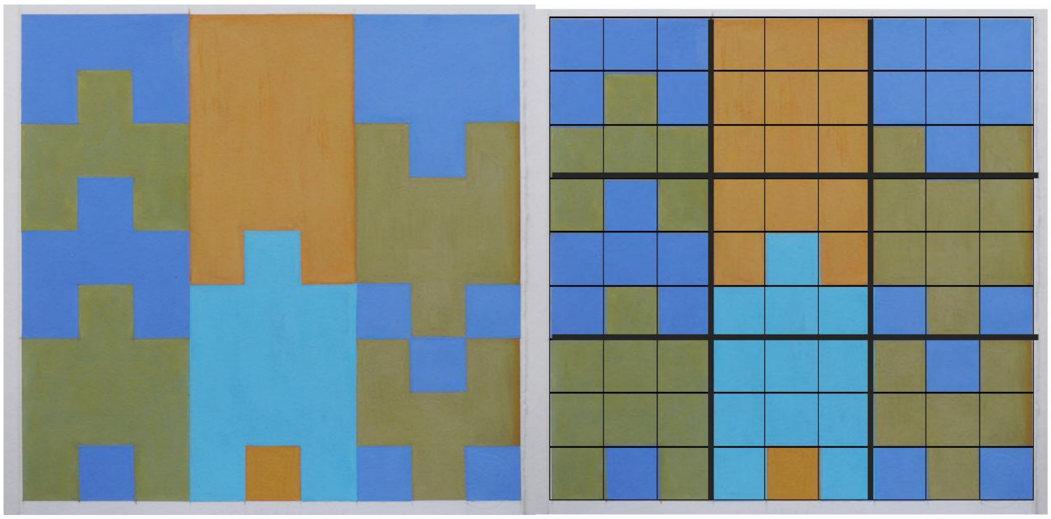


Ilustración 45. Ejemplar de Pintura: Vertical

Fuente: Vargas (2005)

3.3.7 BLOQUES VERTICALES

"Bloques verticales con elementos horizontales. Elementos horizontales con direcciones, lla dirección está determinada por la forma de los elementos" (experimentos.valpo.net,2017). Para esta obra los colores azules son el fondo y el verde y naranja el color, en cuanto a simetrías no son notorias en el caso de la vista normal del cuadro en general, sin embargo al superponer la cuadricula se observa que se pueden emparejar algunos cuadros que tienen la misma forma solo que con los colores cambiados, diferentes y/o con giros de la forma; un ejemplo es el cuadro 4 (arriba – izq.) y el 5 (medio – centro), para el primero (4) se tienen cuatro colores verdes en la misma posición de los azules en 5, a su vez el azul se corresponde con el naranja.

Las otras dos parejas son 3 y 6 (que intercalan colores y rotan 180 grados la figura) y 8 y 1. Cabe anotar que tosa las parejas suman 9.

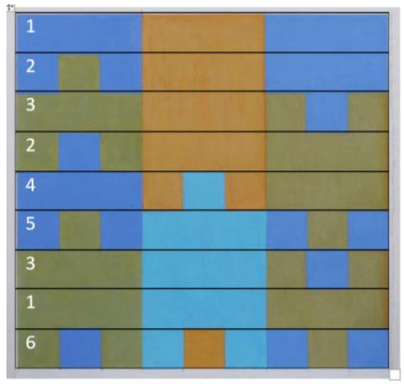


Ilustración 46. Interpretación de la pintura: Bloques verticales

Fuente: Propia

Si se analiza con solo líneas horizontales se deducen tres parejas en las que el color se reparte de manera que mantenga la misma proporción o forma (horizontales con los números 1, 2 y 3) y tres formas independientes (números 4, 5 y 6).

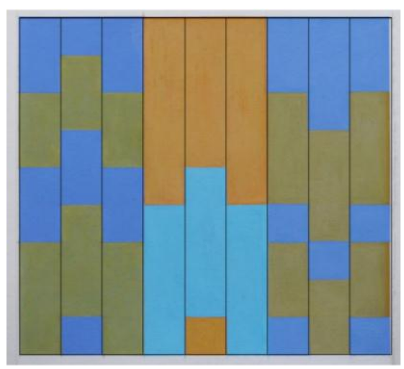


Ilustración 47. Ejemplar de Pintura: Bloques verticales

Fuente: Vargas (2005)

Si la analizamos solo con verticales se observa como la repartición de color en cada una es de cinco cuadrados para un color (verde y naranja) y cuatro para el otro (tonos de azul) en cada una de las verticales.

3.3.8 BLOQUES HORIZONTALES

“elementos horizontales con dirección” (experimentos.valpo.net,2017). Sin la cuadricula la pintura muestra un movimiento de derecha a izquierda en las tres franjas, en la de arriba se puede notar el movimiento de varias figuras iguales a la de color crema en una secuencia de color que podría ser azul, crema, azul, etc. Además este movimiento se sale del cuadro por la izquierda ya que entra por la derecha; la franja del medio muestra movimiento de figuras de derecha a izquierda en donde la figura inicia en la base amarilla (ultima figura) tras esto sigue la secuencia de figuras congruentes con colores intercalados azul, amarillo, saliendo del cuadro solo por la izquierda; la franja de abajo simula un movimiento contrario al de las dos primeras, pero en realidad también se mueve hacia la izquierda y por fuera del cuadro, aquí la primera figura es conformada por seis puntos azules aunque solo se ven dos (esta suposición surge de observar la tercera y cuarta figura), la segunda es la figura crema de seis cuadros, y la tercera la azul de nueve cuadros y sigue crema de nueve, por lo que ya se puede establecer una secuencia lógica en cuanto a la cantidad de cuadrados en cada figura y la forma de intercalar colores.

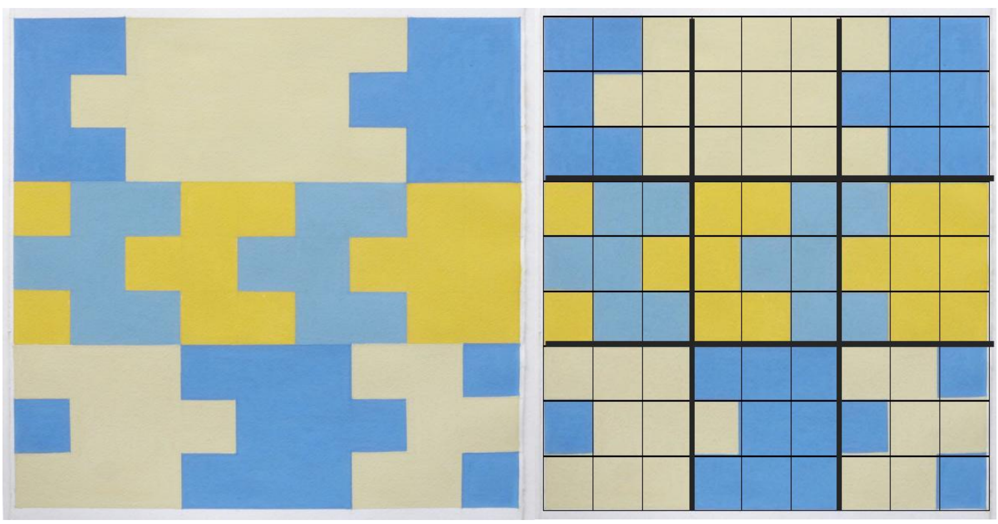


Ilustración 48. Ejemplar de Pintura: Bloques horizontales

Fuente: Vargas (2005)

Ahora, con la cuadricula obtenemos un análisis similar al de BLOQUES VERTICALES, los colores azules son el fondo y el crema y amarillo el color, aquí las simetrías son nuevamente notorias al superponer la cuadricula. Los emparejamientos son los cuadros que tienen la misma forma por supuesto con los colores cambiados, diferentes y/o con giros de la forma y se establecen las mismas parejas que en BLOQUES VERTICALES.

Para BLOQUES HORIZONTALES el análisis con franjas horizontales muestra las mismas características que mostro el de franjas verticales en BLOQUES VERTICALES, cuatro cuadros para loa tonos azules y cinco para los crema y amarillo en cada línea horizontal.

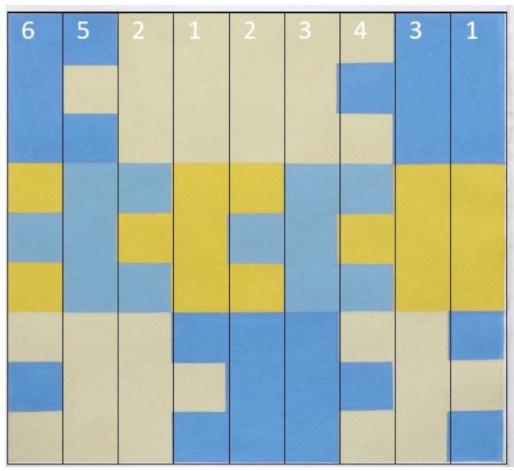


Ilustración 49. Interpretación pintura Bloques horizontales

Fuente: Propia

Finalmente, las líneas verticales arrojan emparejamientos similares a los vistos en BLOQUES VERTICALES con las líneas horizontales, respecto del espacio y la forma dada a cada color.

3.3.9 DISPERSO COMPACTO

"A pesar de la matriz irregular el orden es simétrico" (experimentos.valpo.net,2017). En esta pintura los cuadros claros son los pintados, mientras que los colores morado y azul juegan de fondo. Como la descripción de la pintura lo dice se conserva una simetría en la composición de los colores en cuanto a la cantidad ya que algunos colores están cambiados en posición.

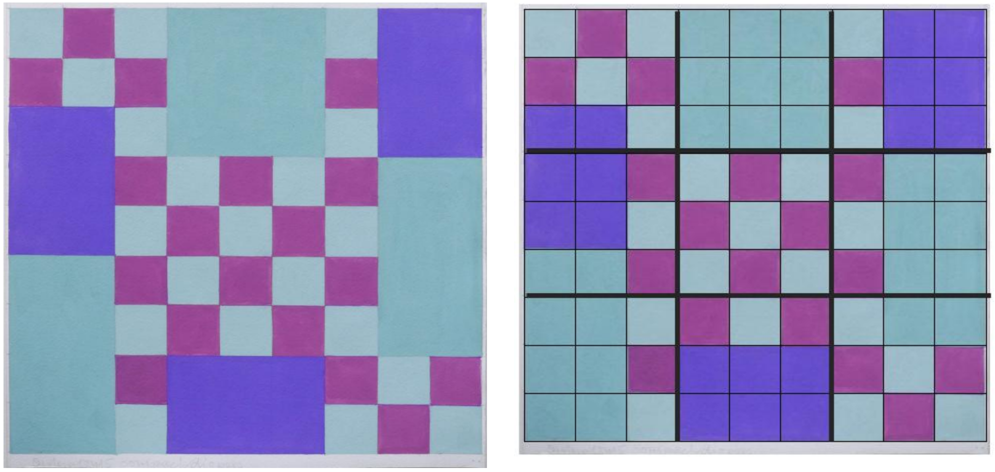


Ilustración 50. Ejemplar de Pintura: Disperso Compacto

Fuente: Vargas (2005)

3.3.10 AMBIGÜEDAD

“la solución no es unívoca. claro enmarca oscuro, pero también oscuro enmarca claro ambigüedad. Los 4 colores posibilitan que cada franja se diferencia” (experimentos.valpo.net,2017). La composición de esta pintura es igual a la de **ENMARCANDOSE MUTUAMENTE** solo cambian los tonos del color.

Ilustración 51. Ejemplar de Pintura: Ambigüedad

Fuente: Vargas (2005)

3.3.11 DOS REDES

“Los m*ódulos de ambos sistemas sólo se tocan en las esquinas, cada sistema forma una red. Los mismos colores no se toquen” (experimentos.valpo.net,2017).*
Los colores naranjas juegan como fondo mientras los azules son la pintura, conservando la regla dispuesta en la descripción, no se tocan dos figuras con el mismo color.

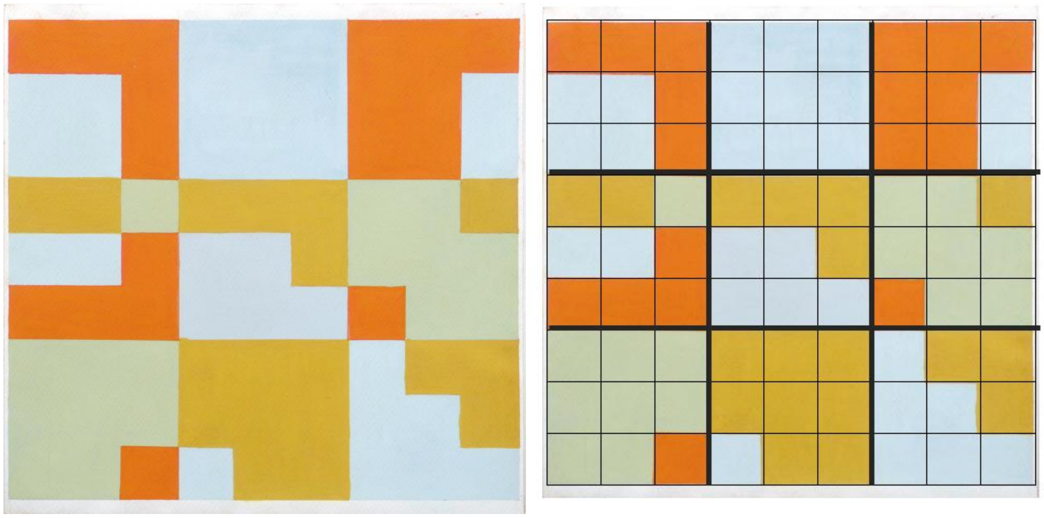


Ilustración 52. Ejemplar de Pintura: Dos redes

Fuente: Vargas (2005)

3.3.12 DIAGONAL

“sistema 1 (45) representado por negro y blanco tonos muy contrastantes forman una2 familia. Sistema 2 (36) rojo-naranjo. colores tonos cercanos” (experimentos.valpo.net,2017). La familia de blancos y negros es la pintura y la otra es el fondo, a pesar de crear la sensación de simetría entre diagonales esta no se da, sin embargo, se puede decir que hay simetría entre la posición 8 y 1 con colores invertidos y en la posición 7 hay una simetría al interior de la misma.

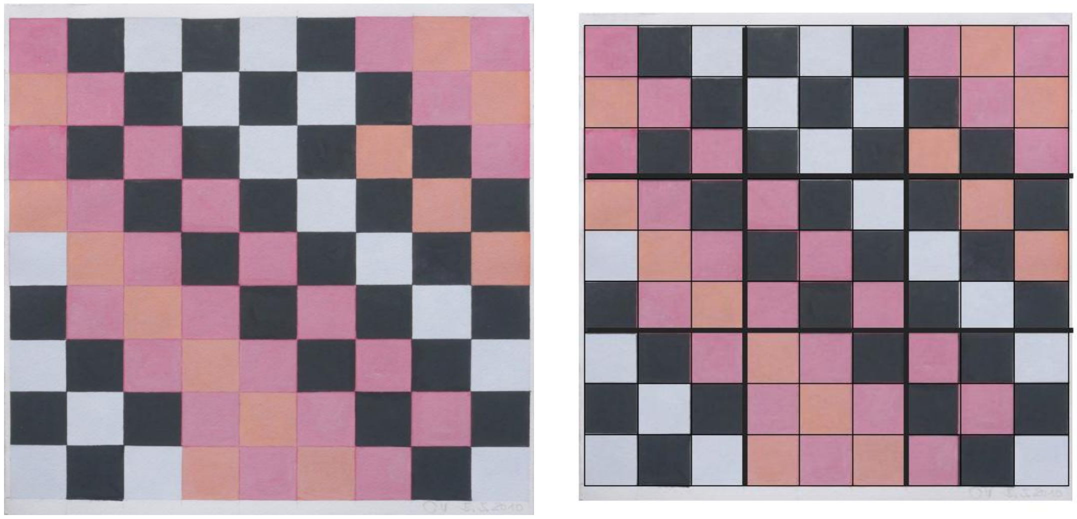


Ilustración 53. Ejemplar de Pintura: Diagonal

Fuente: Vargas (2005)

3.3.13 TRES ELEMENTOS EN CONTINUO

“segundo sistema en continuo. Camino y fondo” (experimentos.valpo.net,2017) En esta pintura los tonos verdosos son el fondo y la pintura los morados y rojos, el fondo forma un camino conectado entre el tono verde y azul, en el caso del tono rojo las dos franjas superior e inferior sumas 13 cuadros, que es la misma cantidad de la franja roja del medio, sin embargo, no sucede algo parecido con el morado. En cuanto al camino verde y azul se diferencia en una unidad el uno del otro, lo cual no permite extraer algún tipo de propiedad comparativa a nivel de proporción matemática de color, aunque crea la sensación de esta en el cuadro definitivo.

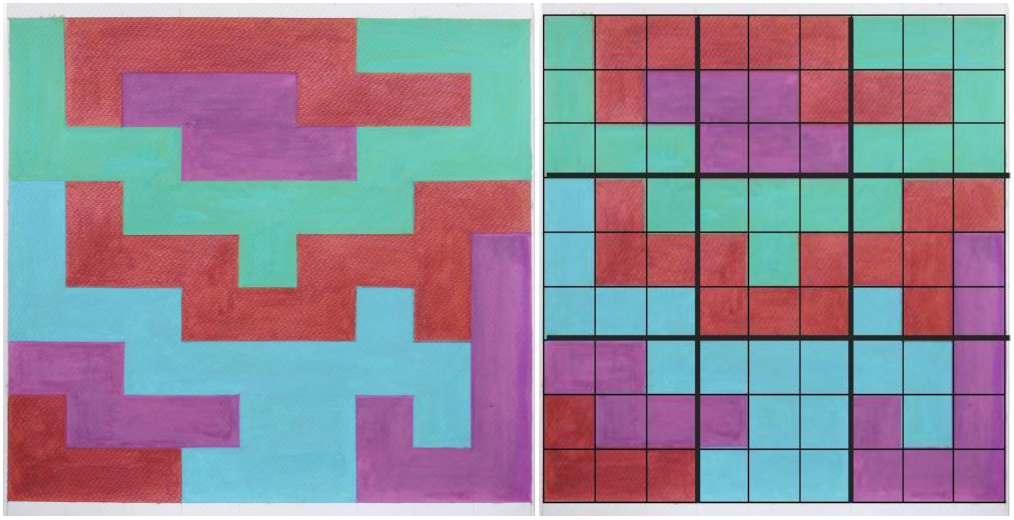


Ilustración 54. Ejemplar de Pintura: Tres Elementos en Continuo

Fuente: Vargas (2005)

3.3.14 MONOTONÍA DISUELTA

“interacción de los sistemas disuelve la monotonía” (experimentos.valpo.net,2017)
Los tonos naranjas son pintura y azules fondo, se puede ver que las cruces azules y naranja forman una simetría (en la que se alternan los colores) respecto de la diagonal de cruces violeta y naranjas claro. Por otra parte, la pintura muestra varios grupos de cuatro cuadros en los que algunos tienen una diagonal de un color acompañada de otros dos, o está compuesta por los cuatro colores de la pintura, además de crear la sensación de salir del marco. A continuación, se analiza solo una zona alrededor de una de las cruces en la cual se forman baldosas de dos colores que pueden formar una malla de estas sobre toda la pintura.

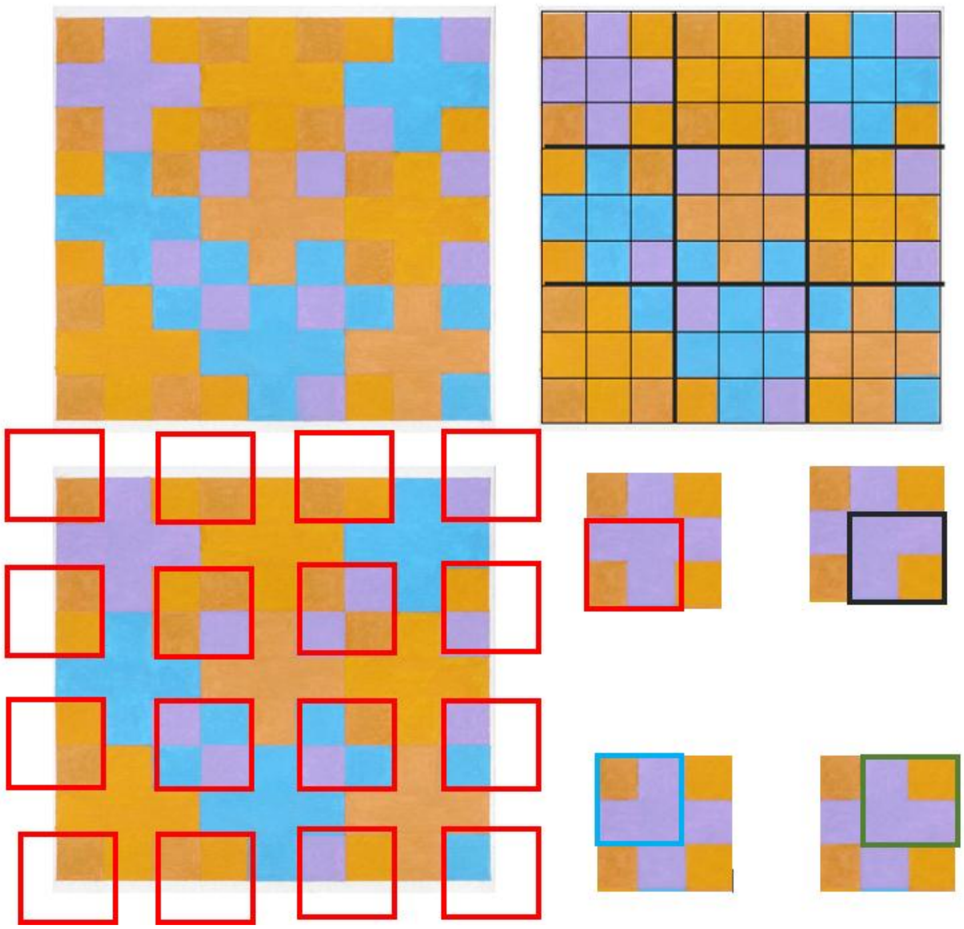


Ilustración 55. Interpretación Pintura: Monotonía Disuelta

Fuente: Propia

3.3.15 PROBLEMA BÁSICO EN UNO

En esta pintura los amarillos son pintura y los rojos de fondo, aquí solo se aprecia un contraste artístico de color, no hay caminos ni conexiones o alguna forma que se pueda describir como en otras obras.

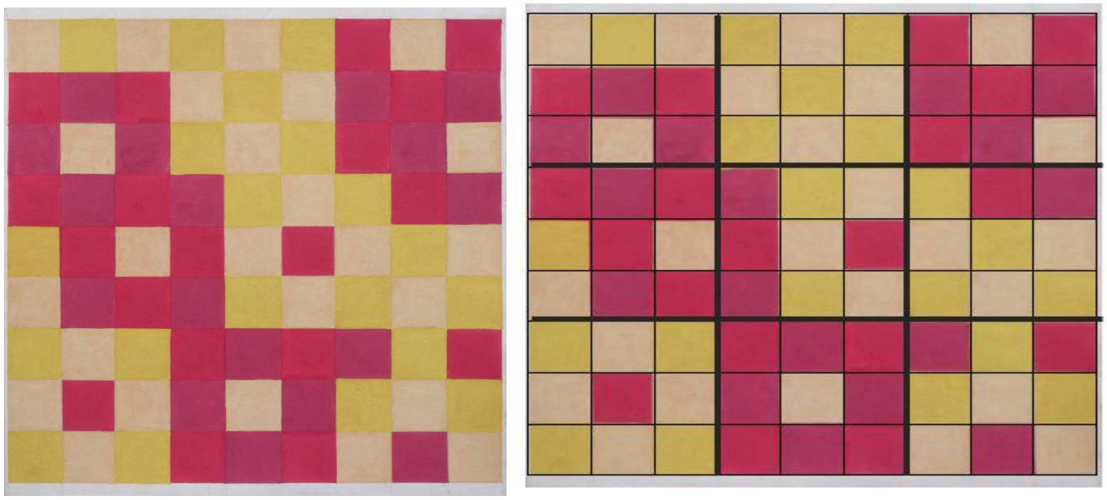


Ilustración 56. Ejemplar de Pintura: Problema Básico en Uno

Fuente: Vargas (2005)

3.3.16 PARES

“los 2 sistemas se complementan en pares. Color y forma como conexión entre pares” (experimentos.valpo.net,2017) En este cuadro los colores para fondo son: naranja, azul claro, verde oscuro y morado, los de pintura son: rojo, verde claro, azul celeste, azul oscuro y lila. Al ser un conjunto de figuras que se complementan por parejas cada color tiene nueve cuadros y si se suman colores entre parejas se puede ver ese resultado. Por ejemplo el cuadro superior izquierda es el que representa al número 4 y por lo tanto se complementa con el cuadro central que representa la suma de estos dos números es nueve además al observar los colores uno aporta 4 rojos y el otro 5 para nueve en total de forma análoga para los naranjas.

Asi mismo el cuadro medio izquierda y abajo derecha representando 3 y 6, y el superior – derecha y medio – derecha que representan los números 2 y 7, el único que no tiene pareja es el centro – arriba que representa el numero 9.

Ilustración 57. Ejemplar de Pintura: Pares

Fuente: Vargas (2005)

3.3.17 CENTRO

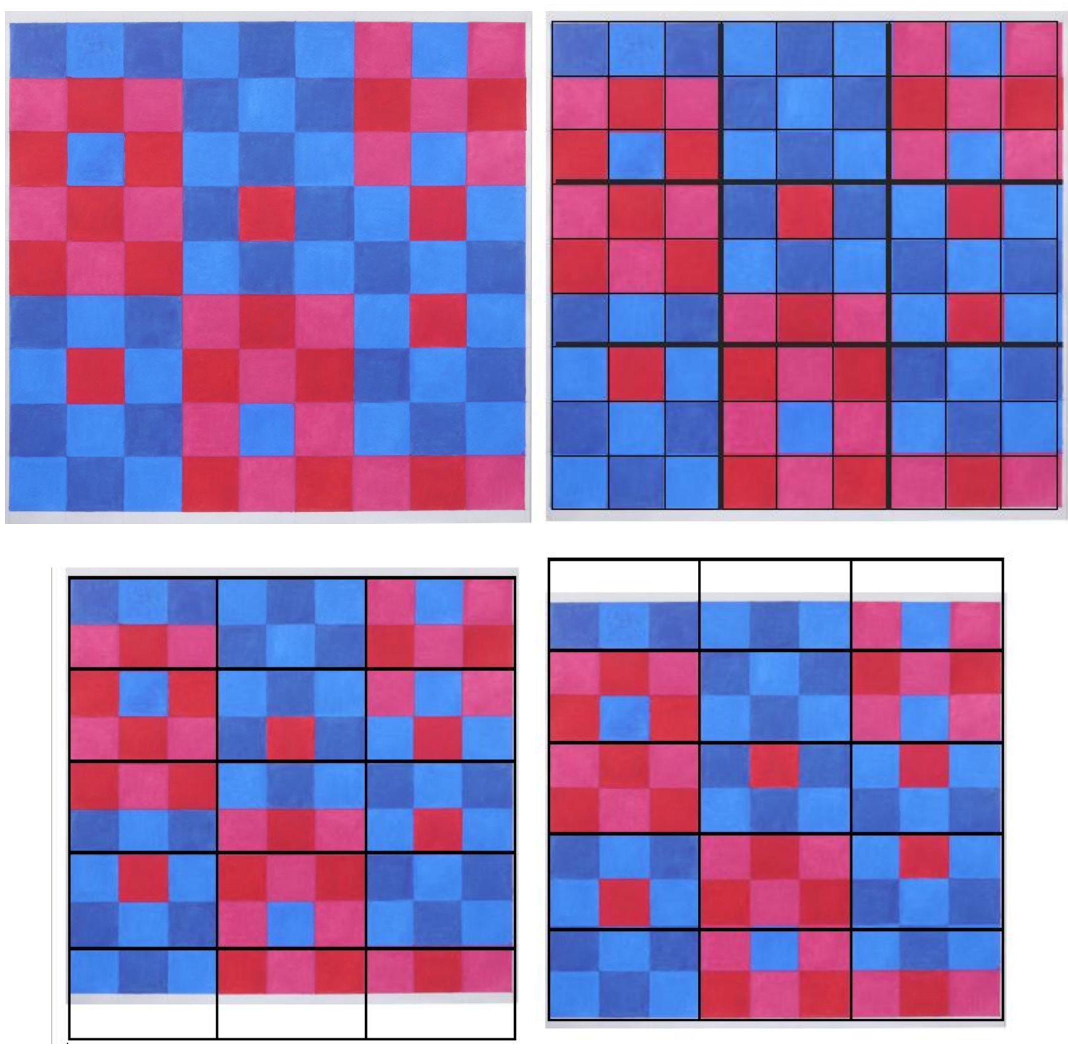
Una segunda versión de centro (la primer pintura expuesta en esta sección) a diferencia de la primera hay mas colores involucrados lo que crea una sensación de más cuadraos superpuestos hasta llegar al rojo central, sin embargo ya no hace una diferencia entre fondo y pintura, puesto que dependiendo del cuadrado que miremos el fondo será distinto, por ejemplo en el cuadrado del cuatro el fondo son los tonos azules y los rojos la pintura, pero esto cambia en el cuadro del ocho en el que se invierte este sistema.

Ilustración 58. Ejemplar de Pintura: Centro

Fuente: Vargas (2005)

3.3.18 DE 9 A 6

"Transformación de 9 módulos en 6, algunos elementos relacionan los dos sistemas. Los 4 colores no se limitan entre sí, aparecen sobrepuestos o recortados" (experimentos.valpo.net,2017) En la malla e 9x9 se vislumbra como el azul es pintura y el rojo el fondo, en el caso de las mallas de seis cuadros se puede ver que algunos se pueden emparejar al ser iguales, u otros similares al tener invertidos los tonos de color o colores involucrados, sin embargo no hay una simetria entre las dos figuras, ni tampoco alguna es una transformacion (movimiento) de la otra.



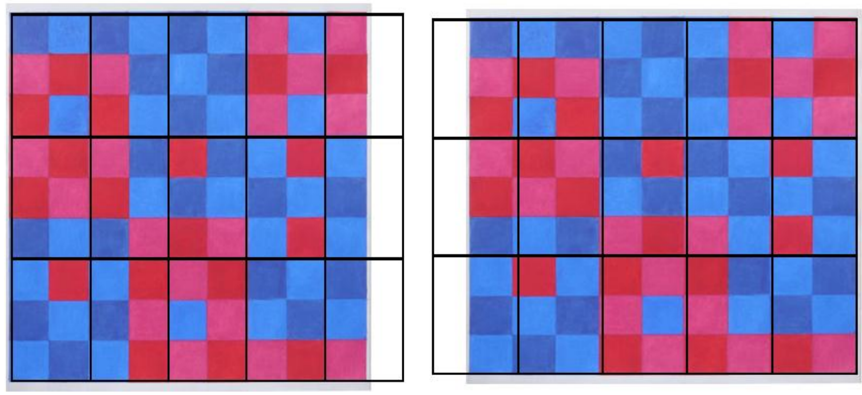


Ilustración 59. Interpretación de la Pintura: De 9 a 6

Fuente: Propia

3.3.19 TERNA PITÁGOTICA

Ilustración 60. Ejemplar de Pintura: Ternas Pitagóricas 1, 2 y 3

Fuente: Vargas (2005)

Este trio de pinturas tiene una relacion puesto que representan diferentes respuestas a la triada pitagórica 3, 4 y 5. Las tres presentan una terna de triángulos equiláteros de lado 3, 4 y 5, de estos se desprenden tres triángulos rectángulos (blancos o multicolor) los cuales son congruentes. Otra caracteristica que poseen los triangulos equilateros esta relacionada al área puesto que la suma e las areas del triangulo de lado 3 y la de lado 4 es igual a la del de lado 5, convirtierndose en un ejemplo del teorema de Pitágoras. Para encontrar estas caracteristicas del cuadro se realizó una construccion en geogebra de la misma.

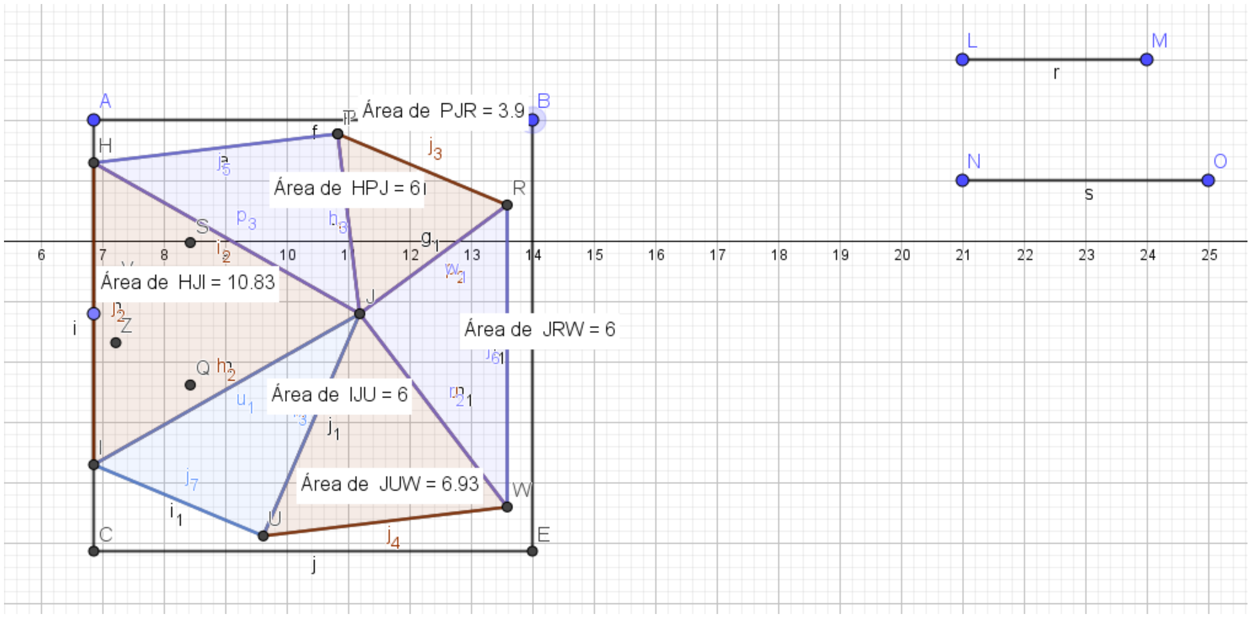
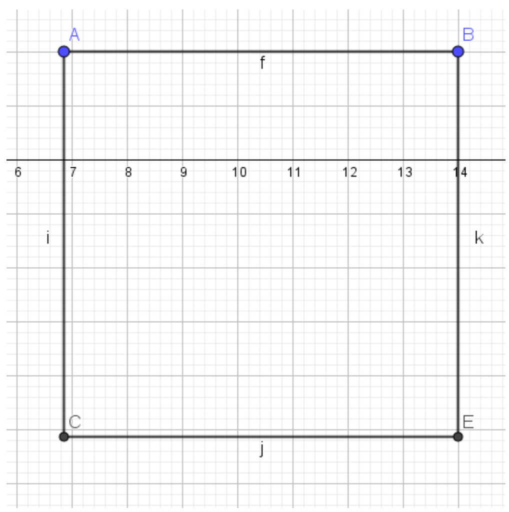


Ilustración 61. Interpretación de la Pintura Terna Pitagórica en Geogebra

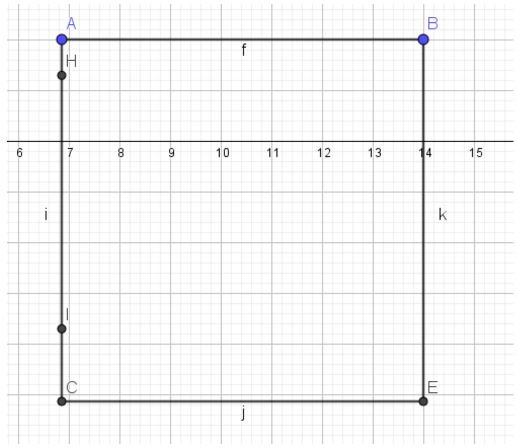
Fuente: Propia

Pasos para la construcción:

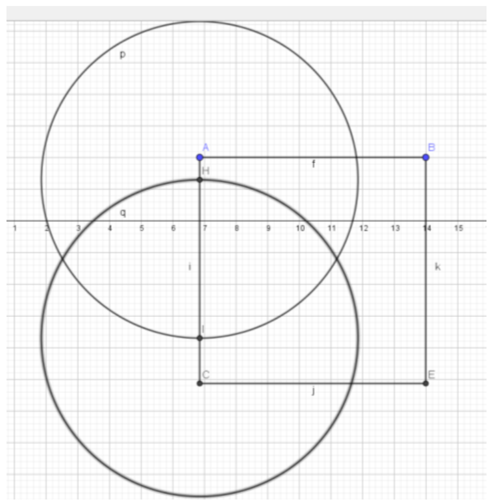
a) Se construyo el cuadrado ABEC.



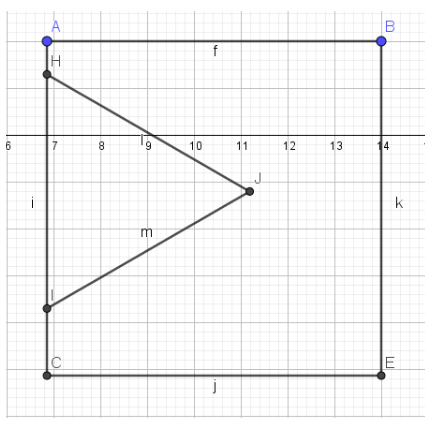
b) Segmento HI sobre lado AC



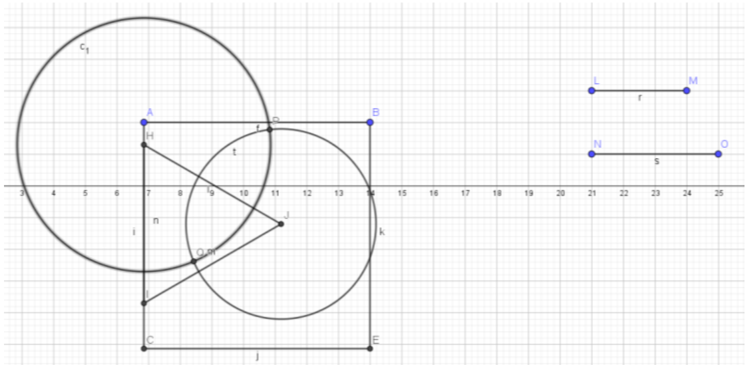
c) Se copia longitud HI en I y H



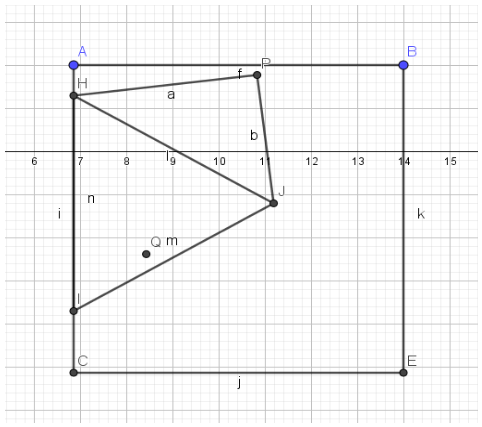
d) Triángulo equilátero HJI



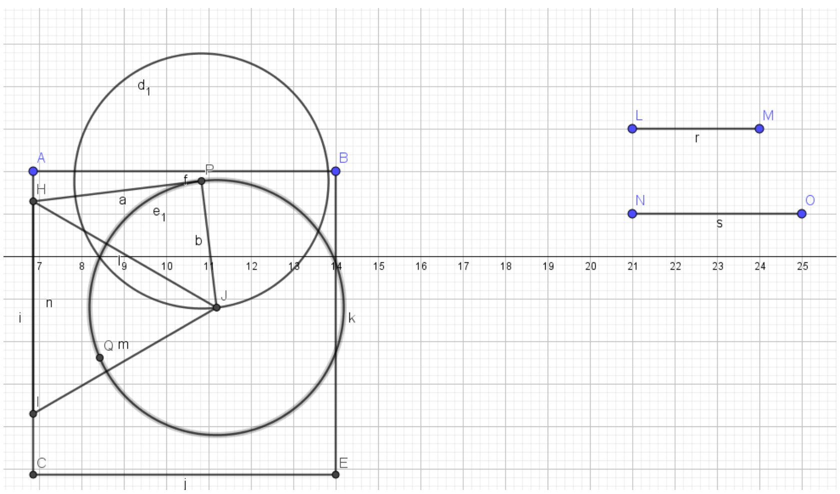
e) Se copia LM en J y NO en H



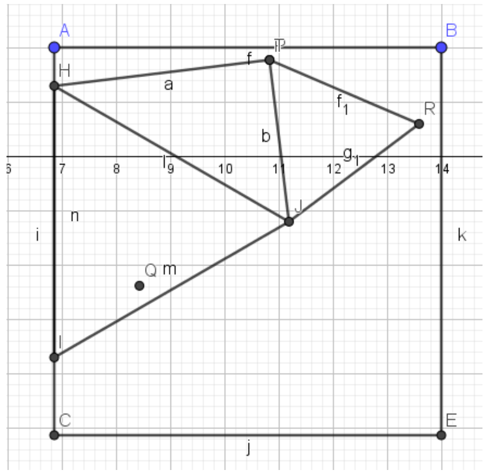
f) Se traza triángulo HPJ recto.



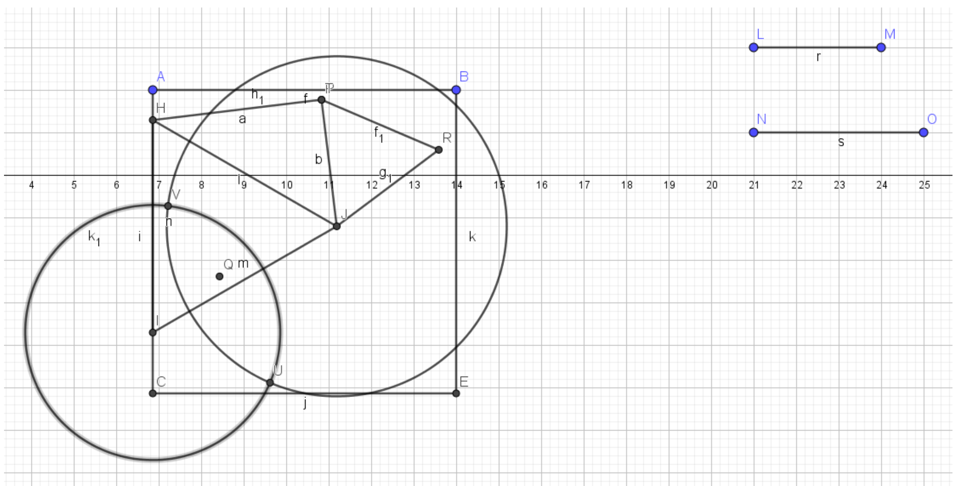
g) Se copia LM en P y J



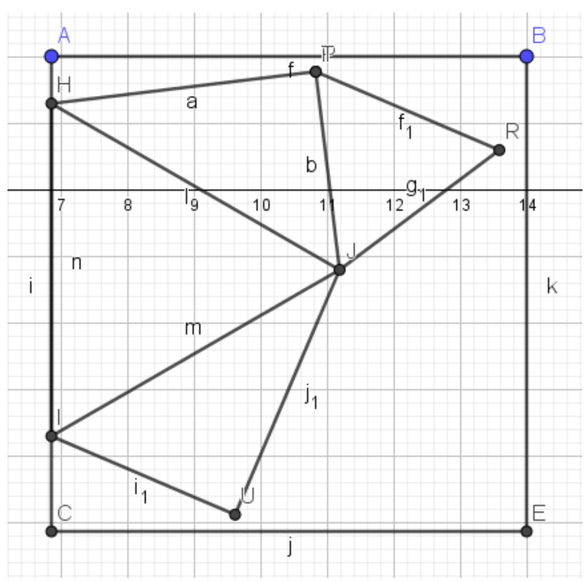
h) Se traza triángulo PJR equilatero.



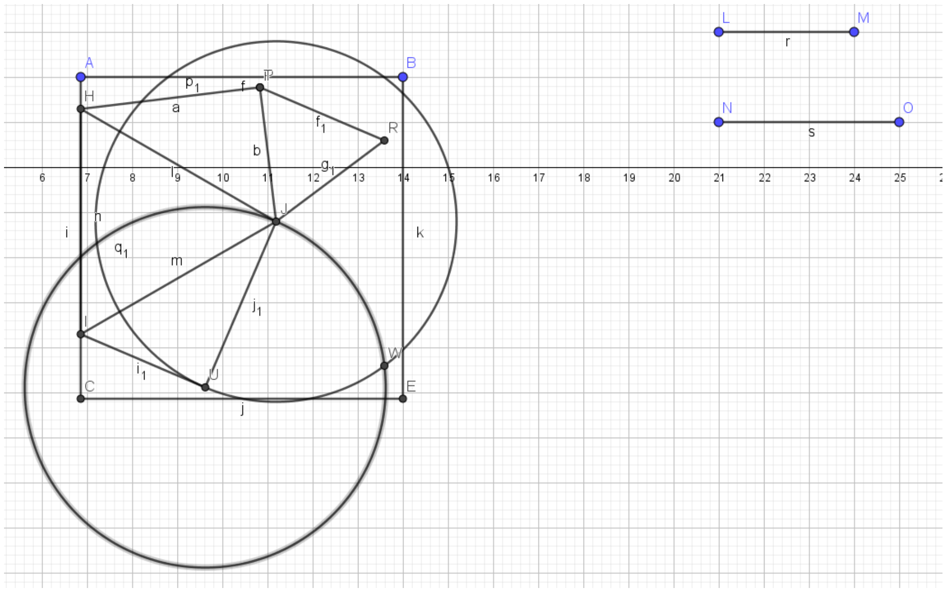
i) Se copia LM en I y NO en J



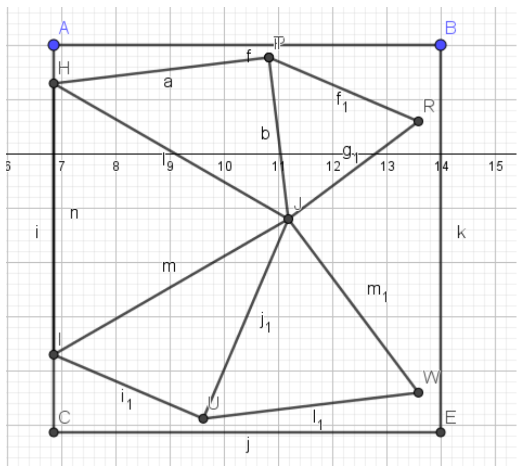
j) Se traza triángulo IUJ recto.



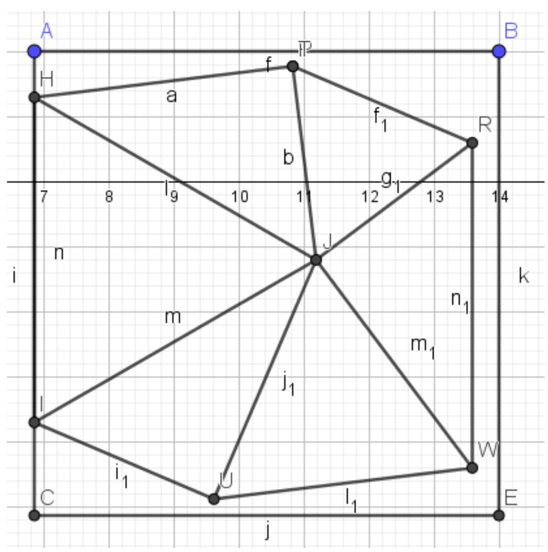
k) Se copia NO en U y J



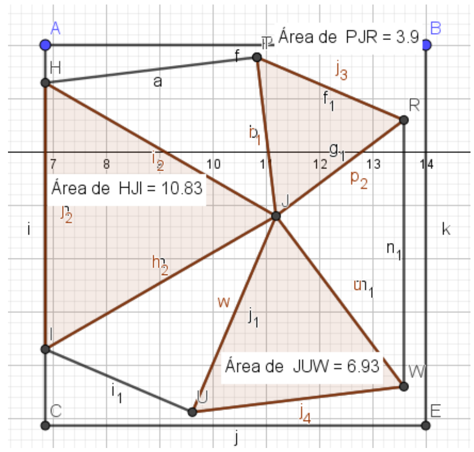
l) Se traza triángulo JUW equilátero.



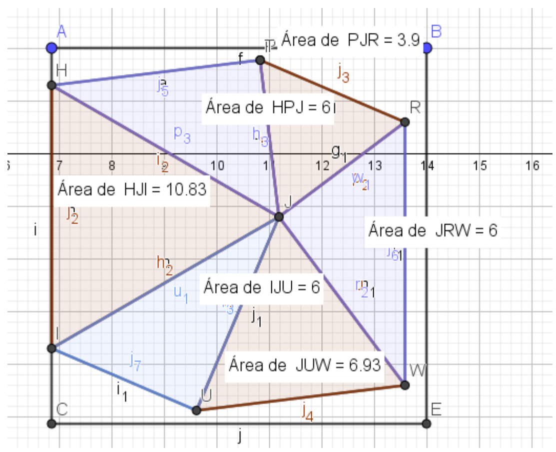
m) Se traza triángulo JRW recto.



n) Se calculan áreas de triángulos equiláteros.



o) Se calculan áreas de triángulos rectos.



En cuanto a las pinturas en las que los triangulos rectangulos estan divididos en franjas de colores, se puede ver que estas franjas tienen la misma area en cada uno de los triangulos.

Otra generalidad son los triangulos negros y blancos (ubicados en la parte de arriba y abajo) en las tres pinturas que tambien forman dos parejas de triangulos rectangulos congruentes blanco y negro.

La ultima característica del cuadro es la linea negra que lo recorre de arriba abajo ubicada a la izquierda o derecha el cuadro, esta linea parece ser un ajuste que le permite a la artista que toda la pintura sea un cuadrado, sin embargo la construccion en geogebra muestra que el ajuste al cuadrado no podria estar ubicado en las posiciones mencionadas sino que deberia estar ubicada de derecha a izquierda en la parte de arriba o debajo de la pintura, por lo que dicho ajuste es meramente estetico.

3.3.20 DIRECCIÓN PITÁGORICA

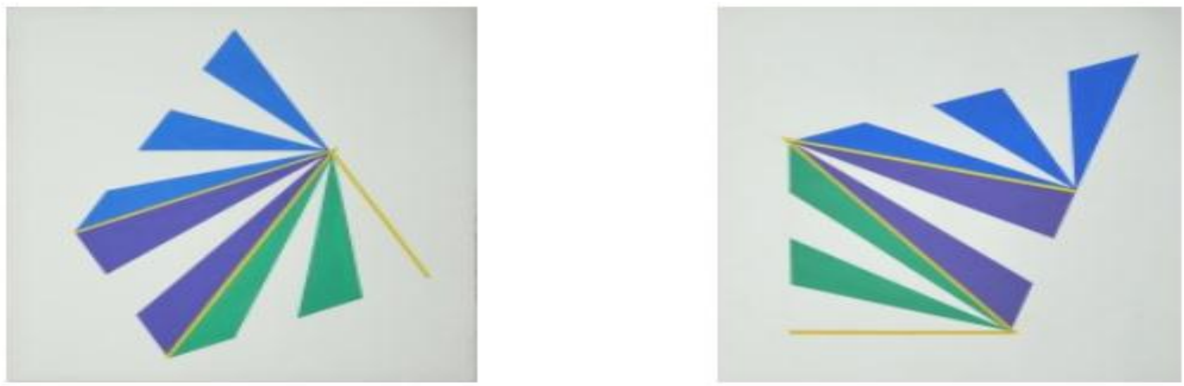


Ilustración 62. Ejemplar de Pintura: Dirección Pitagórica

Fuente: Vargas (2005)

En este par de pinturas llamadas direccion pitagorica 1 (izquierda) y ireccion pitagorica 2 (derecha) la artista conserva el concepto matematico del que partió (la terna 3, 4 y 5) sin embargo solo trabaja con los triangulos rectangulos (divididos en sus franjas con la misma área) pegandolos en alguna direccion aleatoria que presente algun tipo de armonia estética y artística.

CAPITULO 4. EL ARTE COMO CONTEXTO EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

4.1 EJEMPLOS DEL USO DEL ARTE EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

A lo largo de este documento se ha descrito cómo las matemáticas mantienen una estrecha relación con el arte y como se influencian entre sí. Esta relación ¿puede ser explotada, entonces, en la enseñanza de las matemáticas y su posterior aprendizaje? ¿es el arte una herramienta que permita aprender matemáticas en el aula? La respuesta a estas dos preguntas es sí; a continuación, se mostrarán algunos ejemplos de cómo se puede explotar al arte en beneficio de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

"Calcular con colores" Martin Kindt (1999) muestra como hace uso del color para la enseñanza del criterio de división por tres y los números con residuo uno y dos, él hace uso de cintas donde se pueden establecer algunas reglas aritméticas que afianzan el criterio de divisibilidad por tres; en la primera etapa establece las reglas bajo las cuales se realizara el ejercicio, en una segunda parte determina la función del color dentro del trabajo. Como tercer paso establece propiedades descubiertas dentro del ejercicio, como cuarta fase propone patrones de puntos para traducir entre el color y los patrones encontrados en las cintas y así poder hacer cálculos para determinar si el residuo de algún número es uno, dos o cero, tras esto muestra cómo se hacen las operaciones sugeridas y por último relaciona las operaciones de los puntos con los colores para determinar su residuo.

En segundo lugar, se pueden ver tres ejemplos sobre las "matemáticas y arte en la educación infantil" (Edo, 2008, p.1)

Ejemplo 1: Joan Miró el aula de tres años, en esta aplicación la maestra del curso lleva una obra del artista Joan Miró, en la primera fase de la tarea A, los estudiantes sacan a flote todos los elementos geométricos que la observación les permite (líneas, figuras, etc.) y también las distinguen unas de otras por tamaño, grosor y hasta color, a su vez aparecen términos de posición; la fase dos implica interpretar por lo que con la guía de la maestra intentan develar que es lo que representa la obra y tratan de nombrarla, finalmente al día siguiente en la tarea B ya sin la obra del artista los niños crean obras parecidas, desde la perspectiva que usan los mismos elementos geométricos y plásticos analizados den la tarea previa, luego para cerrar se hace una retroalimentación a modo de exposición de algunas obras y se refuerzan los conceptos de las figuras puesto que se usa lenguaje geométrico para poder comunicar las ideas.

Ejemplo 2: Paul Klee en el aula de cuatro años, en este ejemplo toma relevancia una primera actividad previa a las tareas descritas anteriormente, en ella los estudiantes crean unas fichas de figuras geométricas que usarán después. Tarea A, fase 1: los niños de esta aula se centraron más en las formas geométricas de las figuras (cuadrados, triángulos, círculos y rectángulos) tratando de establecer diferencias elementales entre unas y otras a su vez que justifican el porqué de tales diferencias, por otro lado, realizan un proceso de conteo de figuras al ver que se repiten; en la fase 2 tratan de interpretar lo que sucede en la obra suponiendo que las formas geométricas (con pies y manos) son personas. Tarea B: aquí hacen uso de las fichas creadas en la actividad previa realizando clasificaciones de estas a su manera, luego la profesora les indica un único patrón de clasificación, limita la cantidad de fichas a usar y con las fichas realizan una “reproducción de la obra” que luego exponen.

Ejemplo 3: David Smith en el aula de cinco años, en este ejemplo se repite la misma actividad, pero con una escultura y a partir de objetos tridimensionales, por lo que las palabras que los niños usan son: cubo, cilindro, esfera, etc. En la tarea previa se recogieron materiales tridimensionales para después en la tarea final crear esculturas similares, a diferencia de las anteriores en esta se estableció una relación entre la figura tridimensional y su equivalente plano en el dibujo.

Estas tres actividades están fundamentadas desde la perspectiva de lo que el docente de educación infantil debe proponer en el aula para crear el ambiente de aprendizaje de sus estudiantes, presenta a su vez una invitación a desarrollar el aprendizaje de cada área desde un contexto socio-cultural conocido para el niño, en el que lo que se aprende adquiere un sentido del por qué y para qué se aprende, en vez de una secuencia (lista) rígida de conocimientos (esto último en especial para la matemática). También brindan la oportunidad de relacionar a las matemáticas y otras áreas curriculares, las cuales, brindan diferentes contextos en los que se puede enseñar matemáticas a los niños, todo bajo la premisa de que el aprendizaje de los contenidos debe trabajarse de forma global.

Respecto de los ejemplos podemos ver que todos están diseñados en dos etapas la tarea A que busca observar, analizar e interpretar una obra de arte y esta se realiza en dos fases: observación y análisis (descripción de elementos visuales de la obra) y la interpretación de la obra y la tarea B en la que los estudiantes producen una obra usando los elementos hallados en la primera tarea.

De estas tres experiencias extraen algunas ventajas de este tipo de actividades como la construcción de significados de los conceptos matemáticos expuestos, el desarrollo de capacidades de clasificación y agrupación de objetos estableciendo relaciones entre ellos y relaciones espaciales.

Por otro lado, Corrales (2007) propone seis ejercicios con un análisis tanto matemático como social de las pinturas, viendo la evolución en el tiempo de algunas características propias de las mismas, por ejemplo:

> ***"Ejercicio 2:*** *Estos dos lienzos lo que está más lejano aparece más pequeño, y lo que está cerca más grande. En su cuadro, Duccio de Buininsegna es un observador externo que dibuja la ciudad desde fuera. En su cuadro, Georgia O'Keefe está dentro de la ciudad, y compara su propio tamaño con el de los*

rascacielos a su alrededor; de esta manera establece una relación de tamaño entre ella misma y los edificios.

Seis siglos separan estos dos cuadros. Buscar otros seis lienzos (uno por siglo), que describan, de una manera coherente, la evolución seguida por la mirada científica, y concretamente de las matemáticas utilizadas por los científicos para describir el mundo que nos rodea, desde el uno hasta el otro" (Corrales,2007, p.95).

Ilustración 63. Cristo y la Samaritana, 1311
Duccio de Buoninsegna

Fuente: Corrales (2007)

Ilustración 64. New York con luna, 1925
Georgia O'Keeffe

Fuente: Corrales (2007)

Otros ejemplos los que se pueden encontrar son los expuestos en eventos como MArTech 2015[2], allí se expusieron actividades en las que el arte y la tecnología se unían con la enseñanza de las matemáticas. Algunos de los ponentes como Luis Rández y Cristóbal Vila (Miana, Rubio, Rández , Marco, Bailera, 2016) usaron GeoGebra para ver los elementos matemáticos presentes en arte audiovisual, otro ejemplo es el de José Mora (Miana et al, 2016) quien realiza con el programa un análisis del cuadro las meninas de Velásquez respecto de las posiciones y los

[2] Reunión científica divulgativa sobre las matemáticas, arte y tecnología y sus conexiones, realizada en 2015.

espacios que los personajes del cuadro ocupan y por otro lado propone un taller de construcción de mosaicos en los que se ven elementos de isometrías, traslaciones y rotaciones. También Antonio Oller (Miana et al, 2016) propone un taller de análisis de arcos arquitectónicos con GeoGebra y la ponencia de José Muñoz sobre elementos matemáticos dentro de la pintura, escultura y arquitectura en diferentes obras a través del mismo programa.

Ahora bien, adicional a estas experiencias, existen propuestas que podrían acoplarse de buena manera dentro del contexto del arte y aún más para un movimiento artístico como el arte concreto un ejemplo de estas propuestas es:

La “Búsqueda de patrones” (Barba, Calvo, 2016), un elemento que debe estar dentro de la educación matemática y el cual debe incluir el estudio de los mismos, además de las leyes matemáticas que surgen de estos y no quedarse en el aspecto numérico o del cálculo que generalmente es el que prima dentro del aula.

Para lograr el éxito con estas propuestas se proponen varios estadios, primero un establecimiento de conjeturas, siendo estas establecidas más puntualmente, como, una afirmación matemática sujeta a una comprobación o demostración. En segundo lugar, justificaciones y refutaciones, estas como proceso en los cuales los estudiantes a través de procesos lógicos determinan la veracidad de una conjetura sin llegar al rigor de la demostración, por otro lado, muestra al contra ejemplo como la herramienta de refutación de una conjetura, aunque a veces para los estudiantes el contraejemplo solo es una excepción de la regla encontrada y no el argumento que la hace no verdadera.

Algunas propuestas hechas por los autores son mostradas a manera de cuatro ejemplos de ejercicios de los que se pueden obtener conjeturas y sus posibles comprobaciones (no son demostradas), mostrando de esta manera como en el aula de matemáticas, es posible trabajar con problemas que hagan a los estudiantes crear conjeturas y posteriormente tratar de comprobarlas o demostrarlas dependiendo del nivel de estos. También dan ciertas recomendaciones sobre el que hacer con las conjeturas en la clase de matemáticas, dándole al profesor la tarea de establecer un estatus futuro para las mismas y por último ofrecen a modo de reflexión algunas de las ventajas que representa para el (los) estudiante(s) el trabajo con ejercicios que le permitan establecer conjeturas, como ejemplo de una de estas esta la toma de decisiones.

Aquí la descripción (tomada) de dos de las propuestas:

> *Segundo ejemplo*
>
> *A partir del 1 se forma una serie en la que cada número se duplica y se suma 1 al resultado para obtener el siguiente:*
> *1, 3, 7, 15, 3…*
> *¿cuál es el primer número de esta serie mayor que 1.000?*
> *¿Por qué crees que todos los números que aparecen en la serie son impares?*
> *¿Por qué crees que ninguno de los números que aparecen en la serie termina en 9?*
>
> *Tercer ejemplo*
>
> *Forma una cadena de números con las siguientes condiciones. Para la primera posición elige un número natural cualquiera, para las siguientes posiciones:*
> *Si el último número escrito es par, lo divides entre 2.*
> *Si el último número escrito es impar, le sumas 1 a su triple.*
> *Cada cadena termina cuando se repite un número que ya había aparecido.*
> *escribe las cadenas correspondientes a diferentes números iniciales elegidos entre 20 y 30. ¿Qué observas?*

En definitiva, se puede ver como el arte es muy versátil, adaptable y oportuno a la hora de ser un contexto en el cual o sobre el cual se puede trabajar las matemáticas con la finalidad de aprenderlas de forma diferente, agradable y más gráfica

Otras propuestas de uso del arte en la enseñanza de las matemáticas son:

TÍTULO DEL TRABAJO	**PROPUESTA**	**AUTORES**	**AÑO**	**DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA**
La enseñanza de las matemáticas a través del arte: la pintura y el aprendizaje de la geometría en el segundo ciclo de educación infantil	Intervención educativa	Isabel María Martínez Vela	2018	Es una propuesta de intervención del aula en la que el arte es una herramienta facilitadora en el aprendizaje de la geometría
Enseñanza de conceptos matemáticos a través del arte en educación infantil 5 años	Propuesta de intervención	Ester García Company	2015	Es una propuesta que implementa el arte de la literatura en el aprendizaje de la geometría
La geometría a través del arte	Propuesta de intervención	Carmen Mª Leandro Barquero1		A través de diferentes artes como la pintura y la fotografía se propone el aprendizaje de la geometría
Las matemáticas y el arte propuesta de intervención en educación infantil	Propuesta de actividades	María bejarano García	2015	Propone varias actividades usando elementos artísticos como pinturas y esculturas para mostrar elementos matemáticos, más precisamente geométricos.
Matemáticas y Arte: enseñar Geometría a través del Arte	Proyecto de aula	María Jesús Trullén	2016	S un proyecto que se propone enseñar geometría a través del arte en grado segundo de primaria

		Palos		

4.3 PROPUESTA DE SECUENCIA DE ACTIVIDADES

A lo largo de este trabajo se ha visto como el arte y la matemática pueden crear un ambiente propicio para la enseñanza de las matemáticas, dada la relación de ambas áreas el conocimiento y las muestras o ejemplos de actividades realizadas en diferentes escenarios educativos.

Ahora bien, si tenemos en cuenta la necesidad de generar ambientes de enseñanza – aprendizaje en el aula para que los estudiantes puedan aprender de una forma diferente y llamativa es importante proponer actividades que exploten un contexto diferente al del aula de clase o que lo trascienda a pesar de estar en ella.

"el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas están inmersos en estructuras sociales, culturales, económicas y políticas" (Valero, 2012, p.307) por lo tanto crear contextos de aprendizaje de las matemáticas se convierte en una herramienta que permita transformar la parte actitudinal de los estudiantes, puesto que es necesario darle sentido y significado a los elementos de las matemáticas que estos van a aprender.

Sobre esto Valero entre otros (2009) reflexionan en como las investigaciones se enfocan en lograr generar ese sentido, significado y compromiso del estudiantado y como propuestas como el aprendizaje por medio de la resolución de problemas. Citando a Contreras

> "las matemáticas como una disciplina del descubrimiento, por lo cual, considera que la resolución de problemas que permiten primero conjeturar y luego probar permiten el aprendizaje de las matemáticas, en sus planteamientos un aporte fundamental es la caracterización del razonamiento heurístico, considerado como razonamiento provisional y plausible y no final y exacto" (Valero, 2012, p.2)

Sin embargo, los resultados que se obtienen con este tipo de fundamentación no son perfectos ya que los estudiantes no se familiarizan con el tipo de problemas que se les aplican en su enseñanza.

Por todo esto se hace necesario un contexto en el cual se hallen elementos matemáticos, en los que el estudiante explore elementos sociales y comunicativos en su aprendizaje matemático y logre darle una significación a las matemáticas que encontró en ese ambiente, eso es lo que se busca al ofrecer actividades en el contexto del arte concreto y las obras de la artista Cornelia Vargas. A continuación, tres propuestas de actividades inmersas en el contexto de las obras de la artista alemano - chilena.

4.3.1 CONSTRUCCIÓN DE SECUENCIAS NUMÉRICAS EN ARTE CONCRETO

Teniendo en cuenta la obra artística de Cornelia Vargas Koch y el potencial que tiene el uso del arte en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, a continuación, se proponen tres actividades de aula, disponibles como recursos para los profesores de matemáticas en formación y ejercicio:

Grado: Cuarto (primaria)

Tiempo: Esta actividad requiere dos sesiones de clase (2 horas).

Estándar: Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.

Derecho básico de aprendizaje: Identifica patrones en secuencias (aditivas o multiplicativas) y los utiliza para establecer generalizaciones aritméticas o algebraicas.

Objetivo general: Descubrir secuencias numéricas y generalizarlas a partir de pinturas de estilo arte concreto, diseñadas para tales fines matemáticos.

Objetivos específicos:

- Usar el arte concreto como contexto de enseñanza de las matemáticas.
- Explorar pinturas de tipo arte concreto y hallar en ellas secuencias numéricas.

- Generalizar las secuencias aritméticas para así hallar su n-esimo elemento.

Actividad

Etapa 1

En esta primera parte se establece el contexto en el cual se le va a pedir al estudiante que realice el trabajo. Aquí deberá familiarizarse con el arte concreto, esto puede lograrse mostrándole alguna obra de dicho movimiento. Para este caso puntual se escogió la obra "*enmarcándose mutuamente"* de la artista chilena Cornelia Vargas

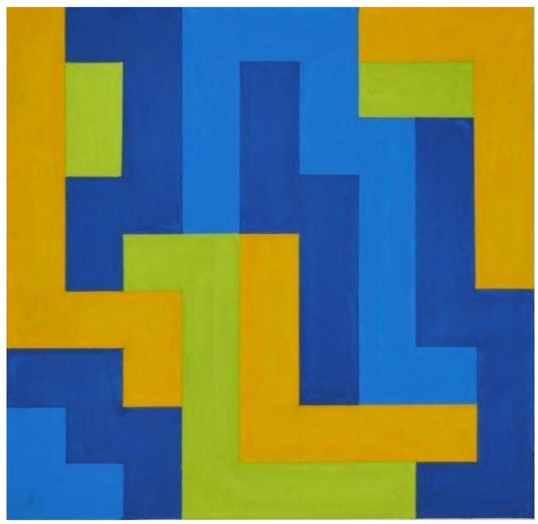


Ilustración 65. Ejemplar de Pintura: Movimientos en tres direcciones

Fuente: Vargas (2005)

Se debe permitir al estudiante que explore la pintura, que descubra algo que esta le transmite y que trate de hallar alguna intención matemática que la artista haya expresado.

Etapa 2

La segunda etapa consta de la revelación por parte del docente sobre el funcionamiento de las pinturas de la artista a partir del cuadrado mágico de suma 15, en el cual ella basa la estructura de esta obra en particular. Para ello se puede mostrar a los estudiantes el video del siguiente link https://www.youtube.com/watch?v=fCtQUMJROsw&list=PL-Wei1XBHHLlPtrqC-

LrShTGOfgmVVQ_q&index=3&t=0s y posteriormente pedirles que traten de describir la pintura desde la forma en que la artista la construyo.

Etapa 3

En esta etapa se revelará al estudiante las mallas que serían la base de la artista para crear su obra y se le pedirá un nuevo análisis de esta a partir de las mallas y que defina si se está usando o no los elementos del cuadrado mágico.

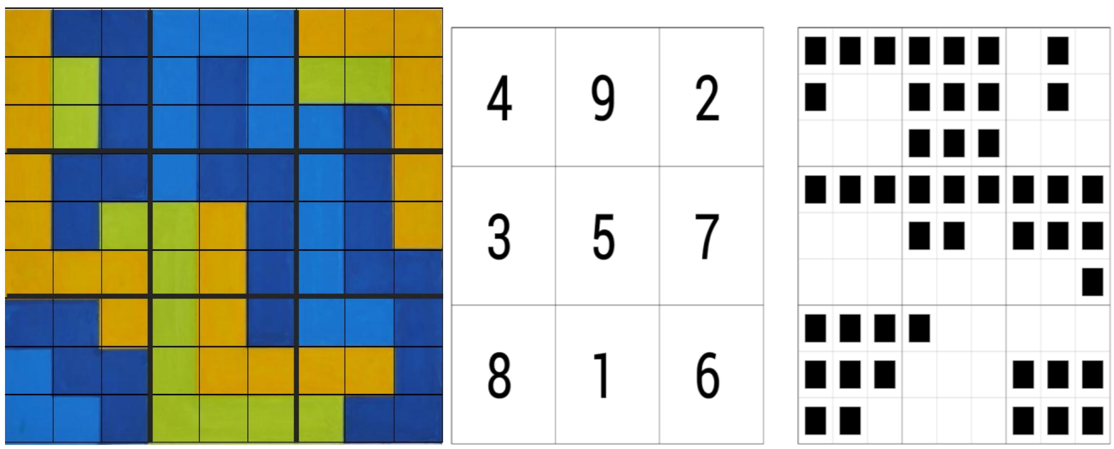


Ilustración 66. Interpretación de la Pintura: Movimientos en tres direcciones

Fuente: Vargas (2005)

Aquí se debe procurar que al estudiante le quede claro como juegan los colores en la obra, puesto que es un elemento clave, en lo que se quiere lograr al final con las obras de la serie numérica que se quiere hallar

Etapa 4

Aquí se les propondrá a los estudiantes un grupo de pinturas que representan la misma serie numérica la cual se pretende que encuentren, también aclarar que la secuencia puede continuar a pesar de las limitaciones del cuadro.

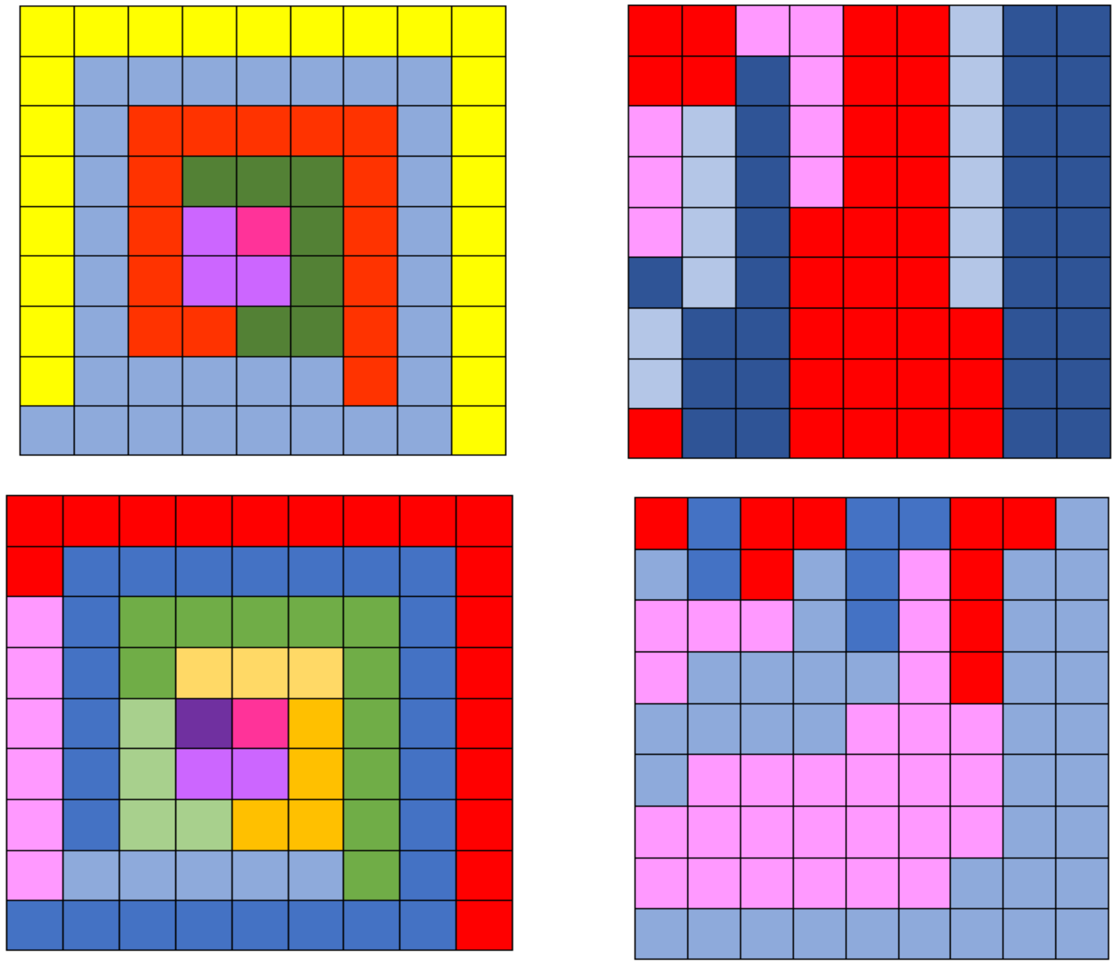


Ilustración 67. Secuencias Numéricas

Fuente: Propia

Preguntas Orientadoras

- ¿Cuántos colores ves? ¿Qué cantidades se recubren por color? ¿existe algún tipo de relación entre el color y la cantidad de espacio que cubre? ¿se puede construir alguna relación numérica?

Estas cuatro “obras” están diseñadas con base en la secuencia 1, 3, 7, 15, 31, (…), 2^n -1.

Una vez que los estudiantes descubran ello se les puede pedir que elaboren una cuadricula similar y recreen una nueva obra que responda a la secuencia. Esta actividad puede establecerse con otro tipo de secuencias numéricas, para aprovechar el potencial del arte concreto para este tipo de procesos matemáticos.

Conceptos y procesos a trabajar:

- Series.
- Procesos de generalización, conjeturación y comprobación.
- Proposición de nuevas formas artísticas para representar un elemento matemático.

Materiales y recursos:

- Pinturas propuestas por el docente.
- Papel, regla, colores variados.
- Plantillas construidas en Word.

Evaluación para el docente:

- ¿Qué avances tuvieron los estudiantes?
- ¿Qué dificultades tuvieron los estudiantes?
- ¿Qué aprendizajes debo reforzar en la siguiente unidad?
- ¿Qué actividades, estrategias y materiales funcionaron y cuáles no?
- Otras observaciones.

4.3.2 CONTEO Y PROBABILIDAD

Grado: Octavo (secundaria)

Tiempo: Esta actividad requiere dos sesiones de clase (2 horas).

Estándar: Calculo probabilidad de eventos simples usando métodos diversos (listados, diagramas de árbol, técnicas de conteo).

Derecho básico de aprendizaje: Hace predicciones sobre la posibilidad de ocurrencia de un evento compuesto e interpreta la predicción a partir del uso de propiedades básicas de la probabilidad.

Objetivo general: usar técnicas de conteo a partir de pinturas de estilo arte concreto, diseñadas para tales fines matemáticos y determinar las posibles respuestas de un mismo tipo de pintura.

Objetivos específicos:

- Usar el arte concreto como contexto de enseñanza de las matemáticas.
- Explorar pinturas de tipo arte concreto y hallar con ellas un espacio muestral.
- Determinar como un espacio muestral se ve afectado al cambiar un parámetro.
- Considerar diferentes patrones de color para crear nuevas obras que representen distintos espacios muestrales.
- Determinar la probabilidad y repetición en una obra, a partir de los parámetros de color usados.
-

Actividad

Etapa 1

En esta primera parte se establece el contexto en el cual se le va a pedir al estudiante que realice el trabajo. Aquí deberá familiarizarse con el arte concreto, esto puede lograrse mostrándole alguna obra de dicho movimiento. Para este caso puntual se escogió la obra "horizontal" de la artista alemano - chilena Cornelia Vargas

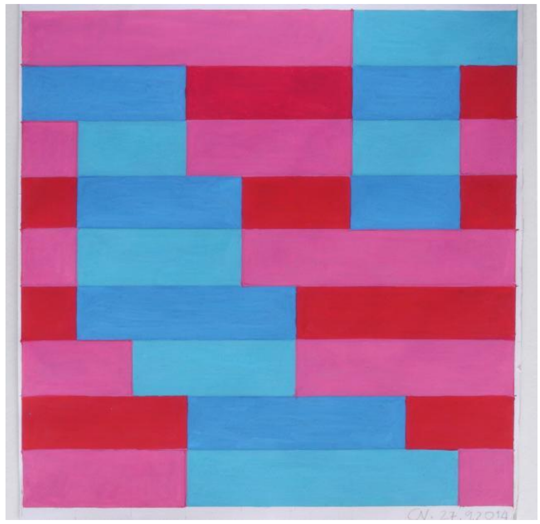


Ilustración 68. Ejemplar de Pintura: Horizontal

Fuente: Vargas (2005)

Se debe permitir al estudiante que explore la pintura, que descubra algo que esta le transmite y que trate de hallar alguna intención matemática que la artista haya expresado.

Etapa 2

La segunda etapa consta de la revelación por parte del docente sobre el funcionamiento de las pinturas de la artista a partir del cuadrado mágico de suma 15, en el cual ella basa la estructura de esta obra en particular. Para ello se puede mostrar a los estudiantes el video del siguiente link *https://www.youtube.com/watch?v=fCtQUMJROsw&list=PL-Wei1XBHHLlPtrqC-LrShTGOfgmVVQ_q&index=3&t=0s y posteriormente pedirles que traten de describir la pintura desde la forma en que la artista la construyo.*

Etapa 3

En esta etapa se revelará al estudiante las mallas que serían la base de la artista para crear su obra y se le pedirá un nuevo análisis de esta a partir de las mallas y que defina si se está usando o no los elementos del cuadrado mágico.

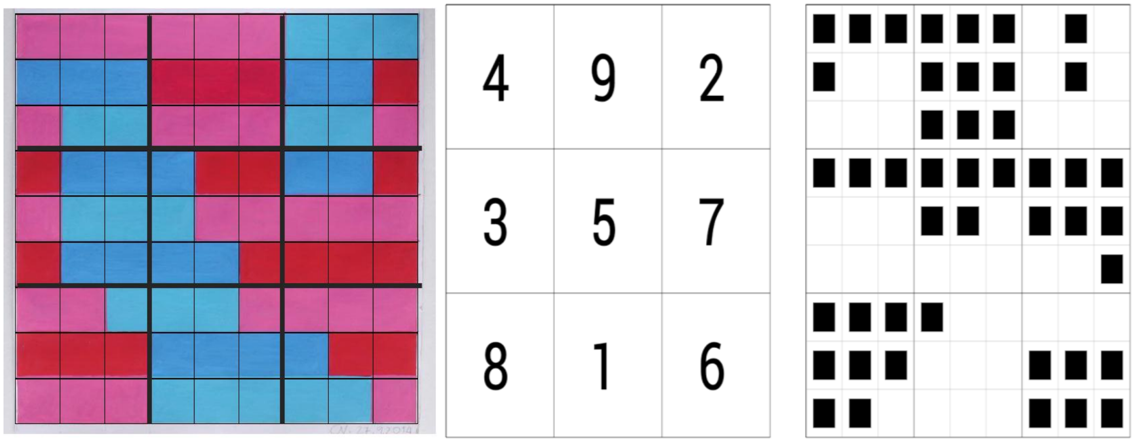


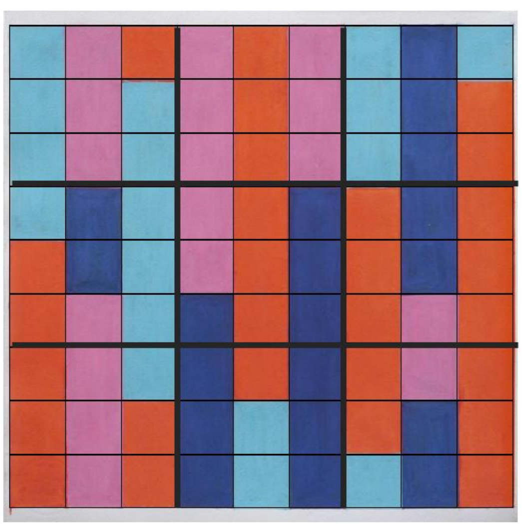
Ilustración 69. Interpretación 1 de la Pintura: Horizontal

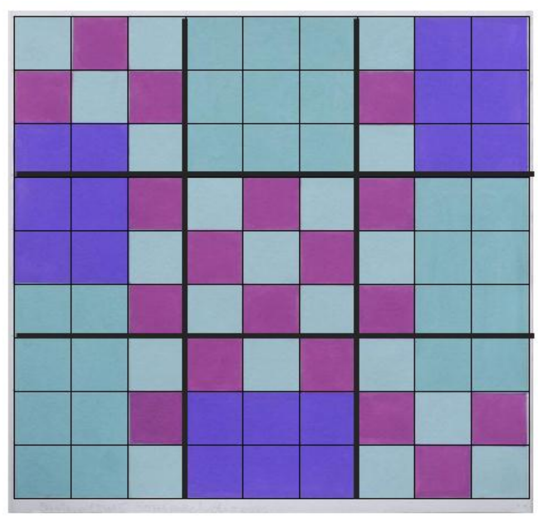
Fuente: Propia

Aquí es bueno que al estudiante le quede claro como juegan los colores en la obra, puesto que es un elemento clave, en lo que se quiere lograr al final con las obras de la serie numérica que se quiere hallar

Etapa 4

Aquí se les propondrá a los estudiantes un grupo de pinturas de la artista dentro de las mallas para su análisis de color.





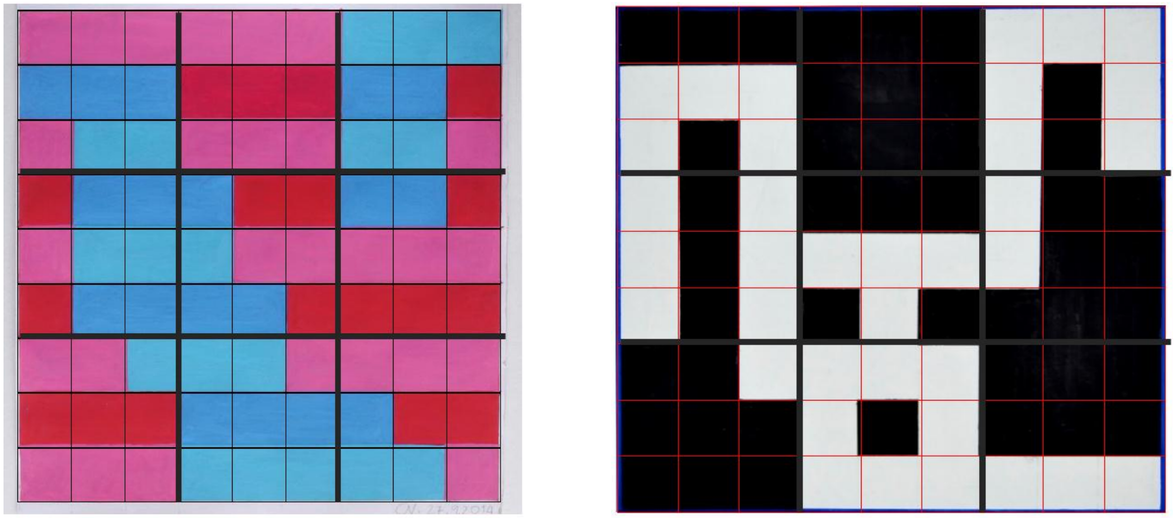


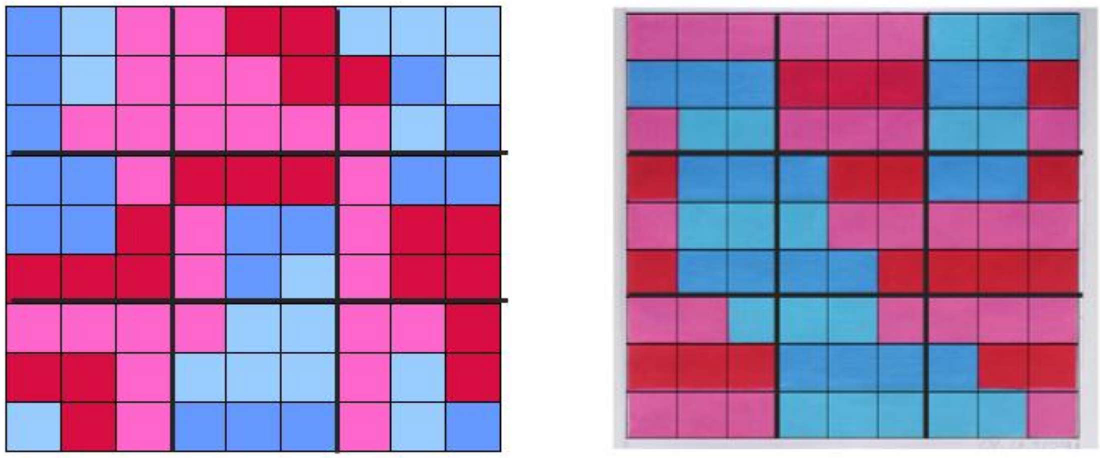
Ilustración 70. Ejemplares de pinturas de Experimentos Concretos

Fuente: Vargas (2005)

Preguntas Orientadoras

¿Cuántos colores ves? ¿Qué cantidades se recubren por color? ¿existe algún tipo de relación entre el color y la cantidad de espacio que cubre?

Tras el análisis preliminar de las obras de la artista Cornelia Vargas, se puede pasar a ver parte por parte de la pintura y reconfigurarlas, es decir recrear pinturas manteniendo las condiciones y colores, y que el estudiante genere una nueva pintura con las condiciones de la original. Aquí un ejemplo:



RECONFIGURACIÓN ORIGINAL

Ilustración 71. Reconfiguración de Pintura de Vargas

Fuente: Propia

En esta reconfiguración, se mantienen las cantidades de color sin embargo se cambian las disposiciones de lugar, en ambas se puede ver algún tipo de idea a mostrar por el autor, la original muestra las líneas horizontales en las secciones de color generando espacios rojos y azules. De otro lado, la reconfiguración muestra una unión entre todos los rojos para crear una unidad completa en este color los azules actúan simplemente alrededor para mantener las condiciones iniciales.

Ahora, se debe proponer a los estudiantes parte por parte de la pintura cuantas posibles configuraciones se pueden dar en cada cuadro dependiendo de los colores involucrados y la cantidad que cubre cada uno, y luego determinar cuántas pinturas se pueden generar con estos colores y parámetros del cuadrado mágico en juego. Y así ver las probabilidades que aparecerían con cada color, e inclusive la probabilidad de repetir la misma pieza artística. Todas están sometidas a la variación de la cantidad de colores en cada zona pintada.

Conceptos y procesos a trabajar:

- Técnicas de conteo.
- Combinatoria.

- Espacio muestral.
- Probabilidades.

Materiales y recursos:

- *Pinturas propuestas por el docente.*
- *Papel, regla, colores variados.*
- *Plantillas construidas en Word.*

Evaluación para el docente:

- ¿Qué avances tuvieron los estudiantes?
- ¿Qué dificultades tuvieron los estudiantes?
- ¿Qué aprendizajes debo reforzar en la siguiente unidad?
- ¿Qué actividades, estrategias y materiales funcionaron y cuáles no?
- Otras observaciones.

4.3.3 CONSTRUYENDO ARTE CONCRETO EN GEOGEBRA

Grado: Octavo (secundaria)

Tiempo: Esta actividad requiere dos sesiones de clase (2 horas).

Estándar Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas

Derecho básico de aprendizaje: Identifica regularidades y argumenta propiedades de figuras geométricas a partir de teoremas y las aplica en situaciones reales.

Objetivo general: replicar una obra de arte concreto usando la herramienta GeoGebra y comprobar algunas características geométricas de la misma a través de la herramienta tecnológica.

Objetivos específicos:

- *Usar el arte concreto como contexto de enseñanza de las matemáticas.*

- *Explorar pinturas de tipo arte concreto y* replicarlas haciendo uso de GeoGebra*.*
- Buscar características en las pinturas que puedan tomarse como conjetura y comprobarlas con la ayuda de la construcción*.*
- Determinar una secuencia de pasos que permita crear una obra de tipo arte concreto con GeoGebra.

Actividad

Etapa 1

En esta primera parte se establece el contexto en el cual se le va a pedir al estudiante que realice el trabajo. Aquí deberá familiarizarse con el arte concreto, esto puede lograrse mostrándole alguna obra de dicho movimiento. Para este caso puntual se escogió la obra “terna pitagórica 1” de la artista chilena Cornelia Vargas

Ilustración 72. Ejemplar Pintura: Terna Pitagórica 1

Fuente: Vargas (2005)

Se debe permitir al estudiante que explore la pintura, que descubra algo que esta le transmite y que trate de hallar alguna intención matemática que la artista haya expresado, también es importante que se establezca conjeturas sobre algunas características en la pintura que puedan llegar a ser comprobadas.

Etapa 2

La segunda etapa consiste en la construcción paso a paso de la obra en GeoGebra.

a) Se crea los puntos A y B.
b) Recta AB.
c) Circunferencia centro A, radio 7.
d) Punto intersección D.
e) Ocultar circunferencia, punto de intersección C y punto B.
f) Rectas perpendiculares a AB por A y por D.
g) Compas copiamos longitud AD con centro A y después repetimos con centro D.
h) Puntos intersección de las circunferencias con las rectas (E y G).
i) Ocultamos circunferencias, rectas y puntos H y F.
j) Segmentos AD, DE, EG y GA para crear el cuadrado ADEG.
k) Punto I sobre segmento GA.
l) Circunferencia centro I, radio 5.
m) Punto (J) intersección circunferencia segmento AG.
n) Compas copiamos longitud IJ con centro J.
o) Punto (K) intersección de las circunferencias.
p) Ocultamos circunferencias y punto L.
q) Polígono IKJ.
r) Circunferencia centro K, radio 4.
s) Circunferencia centro J, radio 3.
t) Punto (N) intersección circunferencias.
u) Polígono JNK.
v) Compas copiamos longitud NK con centro I.
w) Compas copiamos longitud JN con centro K.
x) Punto (O) intersección de las circunferencias.}
y) Ocultamos circunferencias y punto M y P.
z) Polígono IOK.
aa) Compas copiamos longitud NK con centro K y después repetimos con centro N.
bb) Punto (R) intersección de las circunferencias.

cc) Ocultamos circunferencias y punto Q.

dd) Polígono NRK.

ee) Compas copiamos longitud KO con centro K y después repetimos con centro O.

ff) Punto (S) intersección de las circunferencias.

gg) Ocultamos circunferencias y punto T.

hh) Polígono OSK.

ii) Polígono KSR.

Con estos pasos se logra una copia de la obra que se propone al inicio:

- Algunas propiedades para comprobar de la obra:
- Suma de las áreas de los triángulos equiláteros pequeños igual a el área del equilátero más grande.
- Corroborar los triángulos equiláteros.
- Corroborar los triángulos rectángulos.
- Congruencia de los triángulos rectángulos.
- Paralelismo de la base el equilátero de medida 5 con hipotenusa del ultimo triangulo rectángulo construido.

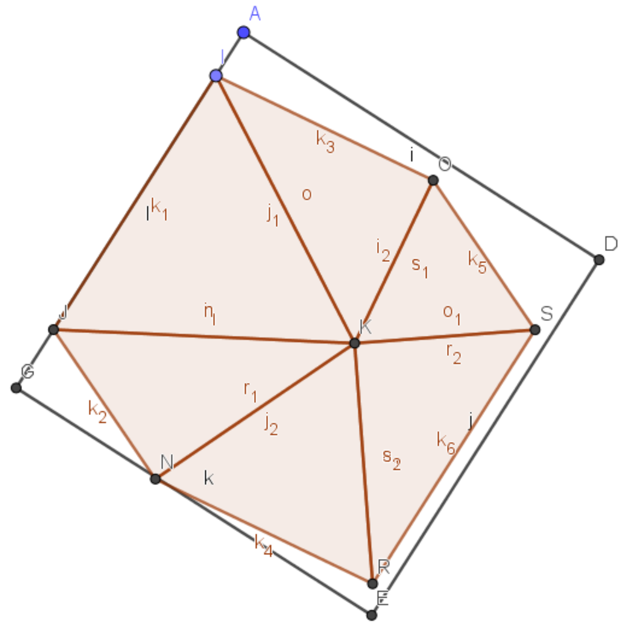


Ilustración 73. Construcción en Geogebra

Fuente: Propia

Realizar estas reproducciones artísticas permiten al estudiante trabajar en un contexto diferente y ver la relación entre el arte y la matemática desde la geometría.

Preguntas Orientadoras

¿Cómo son los triángulos*?* *¿Qué* relación cumplen los triángulos rectángulos*? ¿existe algún tipo de relación entre* las áreas de los triángulos equiláteros*?*

Conceptos y procesos a trabajar:

- Triángulos equiláteros y rectángulos.
- Paralelismo entre segmentos.
- Congruencia de triángulos.
- Teorema de Pitágoras.

Materiales y recursos:

- *Pinturas propuestas por el docente.*
- GeoGebra

Evaluación para el docente:

- ¿Qué avances tuvieron los estudiantes?
- ¿Qué dificultades tuvieron los estudiantes?
- ¿Qué aprendizajes debo reforzar en la siguiente unidad?
- ¿Qué actividades, estrategias y materiales funcionaron y cuáles no?
- Otras observaciones.

CONCLUSIONES

El interés principal de este trabajo es el estudio de la obra de la artista chilena Cornelia Vargas Koch y como esta puede ser de insumo para el diseño de actividades en el aula que propicien el estudio de las matemáticas en los niños, niñas y jóvenes. Además, tenía la pretensión implícita de contribuir a la formación pedagógica del docente, brindarle herramientas y elementos que les permitan diseñar planes de aula y secuencias de enseñanza llamativas y pertinentes para los estudiantes que trabajen interdisciplinariamente con las otras áreas del currículo.

Por lo tanto, las conclusiones que se presentan en este apartado están organizadas en relación con los objetivos propuestos para este trabajo, respecto al tema de interés y las de carácter profesional.

En relación con los objetivos propuestos

El trabajo artístico de Cornelia Vargas no representa un aporte para las matemáticas, ya que es un trabajo artístico que no busca realizar algún tipo de conjetura sobre alguno de los elementos matemáticos del cuadrado de suma 15, o de elementos geométricos en otras pinturas, solamente parte y hace uso de elementos matemáticos ya establecidos, de los que se representan respuestas y/o soluciones en diferentes formas estéticas (según la concepción del artista), sin embargo, su trabajo si representa una posibilidad, para los docentes de crear, desde su trabajo, un contexto en el que se pueda enseñar matemáticas.

Los elementos, posiblemente, mas importantes en la obra de Cornelia Vargas respecto a la educación matemática son más de carácter contextual, ya que su obra permite elaborar diseños de actividad matemática enmarcada en arte concreto, el cual permite el uso de elementos como regla, compas, entre otros y así lograr plasmar en una obra una idea totalmente abstracta desde un elemento matemático que se quiera mostrar

En relación con el trabajo se puede afirmar que

La investigación de este trabajo permite un aprendizaje personal sobre arte, matemática y contextos de aprendizaje, fundamentales en la creación e implementación de nuevas estrategias para la enseñanza de las matemáticas.

La relación arte - matemáticas está, de algún modo, subvalorada y poco popularizada entre las personas tanto que solo expertos en alguna o ambas áreas la notan en una perspectiva más amplia a la que involucra figuras geométricas con obras de arte.

La mayoría de las propuestas educativas que utilizan el arte como un medio de aprendizaje de las matemáticas se enfocan en la geometría y el reconocimiento de los elementos que esta aporta al arte o en su defecto que el arte usa de ella

Respecto al aprendizaje profesional y académico

El contexto para el aprendizaje de las matemáticas es un elemento muy importante en la educación matemática actual, puesto que permite involucrar al estudiante en un entorno más familiar en el que pueda explorar sus relaciones con la matemática y explotar el potencial de esta última en su beneficio.

Aunque las actividades matemáticas, generalmente se dan en el aula de clase, actividades matemáticas en contextos como el del arte, permiten trascender fuera de esta a pesar de ser realizadas en la misma, puesto que pueden generar un entorno distinto al de la clase teórica clásica.

BIBLIOGRAFÍA

1. Alcaide, C. (1997). El arte concreto en Argentina Invencionismo - Madí - Perceptismo. *Arte Individuo Y Sociedad*, *9*, 223 - 243.
2. Alegría, P. (2009). La magia de los cuadrados Mágicos. *SIGMA*, *34*, 107 - 110.
3. Artishock. Revista de arte contemporáneo. (2015). *CORNELIA VARGAS: “TRABAJO EN BASE A ESTRUCTURAS QUE DESAPARECEN”*. [online] Disponible en: http://artishockrevista.com/2015/11/02/cornelia-vargas-trabajo-base-estructuras-desaparecen/ [acceso 12 abril 2018].
4. Aycinena Fuentes, B. (1995). Cuadrados mágicos. *Educación Matemática*, *7*(3), 126 - 135.
5. Barba Uriach, D., & Calvo Pesce, C. (2016). Buscar patrones para enriquecer tareas. *SUMA*, *81*, 55 - 60.
6. Calcerrada Zamora, F (2010). *Las matematicas y la arquitectura* [Ebook] (pp. 25 - 35). Retrieved from http://matematicas.uclm.es/ita-cr/web_matematicas/trabajos/84/matematicas_arquitectura.pdf
7. Contreras de la Fuente, Á., Díez Bedmar, M., & Pacheco Torres, J. (2007). Las Matemáticas y la evolución de las escalas musicales. *SUMA*, *54*, 43 - 49.
8. Corrales Rodrigáñez, C. (2004). Salvador Dalí y la cuestión de las dimensiones. *SUMA*, *47*, 99 -108.
9. Corrales Rodrigáñez, C. (2005). Escher I: Las matemáticas para construir. *SUMA*, *49*, 101 - 108.
10. Corrales Rodrigáñez, C. (2005). Escher II: Las matemáticas para pensar. *SUMA*, *50*, 109 - 117.
11. Corrales Rodrigáñez, C. (2005). Un ejemplo de espacio cociente. *SUMA*, *48*, 99 - 103.
12. Corrales Rodrigáñez, C. (2005). Un ejemplo de espacio cociente. *SUMA*, *48*, 99 - 103.
13. Corrales Rodrigáñez, C. (2006). Gauss y Goya: Los dos gigantes que se acercaron a las cosas. *SUMA*, *51*, 93 - 97.

14. Corrales Rodrigáñez, C. (2006). Mirando con la cabeza. *SUMA*, *53*, 75 - 81.
15. Corrales Rodrigáñez, C. (2007). Matematicas con algunos cuadros. *SUMA*, *55*, 93 - 99.
16. de la Peña Gómez, M. (2008). *Manual básico e historia del arte* (pp. 11 - 14). Cáceres: Universidad de Extremadura, servicio de publicaciones (edición digital).
17. Edo, M. (2008). Matemáticas y arte en educación infantil. *UNO Revista De Didáctica De Las Matemáticas*, *47*, 37 - 53.
18. Emmer, Michelle (2005). “La perfeccion visible: matemática y arte”. Artnodes, 4[articulo en línea]. https://dx.doi.org/10.7238/a.v0i4.731
19. Experimentos.valpo.net. (2017). *Experimentos concretos. Cornelia Vargas.* [online] Disponible en: http://experimentos.valpo.net/ [acceso 12 abril 2018].
20. Fernández Gallardo, P. (2016). *El teorema de los cuatro colores: Appel y Hanken (1976)* [Ebook] (pp. 377 - 380). Madrid. Retrieved from http://verso.mat.uam.es/~pablo.fernandez/4ct.pdf
21. Frezza, P., & March, N. (2016). *Arte Concreto El marco recortado como aporte rioplatense a la historia del arte* [Ebook] (pp. 11 - 15). Retrieved from http://pablofrezza.com.ar/wp-content/uploads/2018/05/images_El_marco_recorta_oen_el_Arte_Concreto.pdf
22. García, Gloria; Salazar, Claudia; Mancera, Gabriel; Camelo, Francisco; Valero, Paola; Romero, Julio (2009). *Referencias en las actividades matemáticas: realidades y semirrealidades del mundo. Realizaciones en clase y perspectivas.* Curso dictado en 10º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (8 a 10 de octubre 2009). Pasto, Colombia. http://funes.uniandes.edu.co/762/1/referencia.pdf.
23. Gottschaller, P. (2017). Creación de arte concreto.
24. Kindt, M. (1999). Calcular con colores. *NÚMEROS Revista De Didáctica De Las Matemáticas*, *38*, 33 - 38.

25. Liern Carrión, V., & Queralt Llopis, T. (2008). Música y matemáticas La armonía de los números (pp. 1 - 10). Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas.
26. Lineamientos curriculares Matemáticas. (1998). Santa fe de Bogotá: Dirección General de Investigación y Desarrollo Pedagógico del MEN.
27. Longan Phillips, S. (2011). Sobre la definición del arte y otras disquisiciones. *Revista Comunicación*, *20*(1), 75 - 79.
28. Lucena, D. (2011). LA IRRUPCIÓN DEL ARTE CONCRETO-INVENCIÓN EN EL CAMPO ARTÍSTICO DE BUENOS AIRES (1942-1948). The emergence of the concrete invention art in Buenos Aires aesthetic sphere. *EUROPEAN REVIEW OF ARTISTIC STUDIES*, *2*(4), 78 - 100.
29. Macho Stadler, M. (2007). Las matemáticas de la literatura. Retrieved from http://www.ehu.eus/~mtwmastm/Paseo0607.pdf
30. Martín Casalderrey, F. (2006). Mirar el arte con ojos matemáticos (pp. 1 - 15). Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas.
31. Martínez Rodríguez, J. (2011). MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN CUALITATIVA. *SILOGISMO*, (8).
32. Miana Sanz, P., Rubio Serrano, B., Rández García, L., Marco Buzunaris, M., & Bailera Martín, I. (2016). MArTech 2015. *Matemáticas, Arte Y Tecnología*, *81*, 115 - 120.
33. Monroy Pérez, F. (1989). *Matemáticas para el diseño Introducción a la teoría de la simetría*[Ebook] (pp. 84 - 92). México: Universidad Autónoma Metropolitana. Retrieved from http://www.uamenlinea.uam.mx/materiales/matematicas/otros/MONROY_PEREZ_FELIPE_Matematicas_para_el_diseno.pdf
34. Mora Sánchez, J. (2007). Geometría Dinámica para el análisis de obras de arte. *Revista Iberoamericana De Educación Matemática (Unión)*, *9*, 83 - 99.
35. Moyano, I. (2019). UNA Movimiento. Retrieved from http://historiamedios.com.ar/pdf/LaVanguardiasHistoricas.pdf
36. Navas Ureña, J. (2016). Mosaicos, Frisos y Rosetones [Blog]. Retrieved from http://ucua.ujaen.es/jnavas/mayores/mosaicos.pdf

37. Nuñez Garcia, Á., & Palacios Alvarez, M. (1982). *Estructura algebraica de los cuadrados mágicos* [PDF] (pp. 3 - 4). Retrieved from http://redined.mecd.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/73036/00820073007896.pdf?sequence=1
38. Peralta Coronado, F. (1998). Las matemáticas en el arte, la música y la literatura. *Tendencias Pedagógicas*, *2 (extra)*, 235 - 244.
39. Peralta Coronado, F. (2001). Sobre las buenas relaciones entre matemáticas y literatura. *Encuentros Multidisciplinares*, *3*(8), 13 - 18.
40. Read, H. (2007). *El significado del arte* [Ebook] (pp. 1-13). Buenos Aires: Losada. Retrieved from https://www.cid.unal.edu.co/wp-content/uploads/2016/09/Herbert-Read-El-Significado-del-Arte.pdf
41. Rossi, C. (2010). *Escritos y testimonios el caso del "manifiesto de los cuatro jovenes"*[Ebook] (pp. 1 - 10). La plata: VII Jornadas Nacionales de Investigación en Arte en Argentina. Retrieved from http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/38786/Documento_completo.pdf?sequence=1&isAllowed=y
42. Tolstoi, L. (2007). *¿Qué es el arte?* [Ebook] (pp. 11-22). Madrid: S.A. Eunsa. Ediciones Universidad de Navarra. Retrieved from https://cesarcallejas.files.wordpress.com/2018/09/lev-tolstoi-que-es-el-arte.pdf
43. Valero, P. (2012). *La educación matemática como una red de prácticas sociales* [pdf] (pp. 299 - 326). Retrieved from http://funes.uniandes.edu.co/2011/1/Valero2012Educacion.pdf
44. Youtube. (2015). *Cornelia Vargas Koch 2014*. [online] Disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=fCtQUMJROsw&list=PL-Wei1XBHHLlPtrqC-LrShTGOfgmVVQ_q&index=2&t=2s [acceso 11 mayo 2019].
45. Youtube. (2017). *Cornelia Vargas Koch - Experimentos Concretos*. [online] Disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=WdS2P5FwlBs [acceso 12 abril 2018].