



GEOMETRÍA FUERA DE VISTA

LAURA VIVIANA CANCHÓN MARTÍNEZ
LISSET DAHANNA GONZÁLEZ SALAZAR

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BOGOTÁ, COLOMBIA

2018

GEOMETRÍA FUERA DE VISTA

**TRABAJO DE GRADO PRESENTADO COMO REQUISITO PARCIAL PARA OPTAR AL
TÍTULO DE:
LICENCIADAS EN MATEMÁTICAS**

Trabajo de grado asociado al interés de las estudiantes

LAURA VIVIANA CANCHÓN MARTÍNEZ

CÓDIGO: 2013240011

LISSET DAHANNA GONZÁLEZ SALAZAR

CÓDIGO: 2013240028

DIRECTORA:

TANIA PLAZAS MERCHÁN

CODIRECTOR:

OSCAR LEONARDO JIMÉNEZ GONZÁLEZ

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA**

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

BOGOTÁ, COLOMBIA

2018

Para todos los efectos, declaramos que el presente trabajo es original y de nuestra total autoría; en aquellos casos en los cuales hemos requerido del trabajo de otros autores o investigadores, hemos dado los respectivos créditos.

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Edad media de los estudiantes</small>	FORMATO
RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE	
Código: FOR020GIB	Versión: 01
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 18 de 95

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de Grado
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	Geometría fuera de vista
Autor(es)	Canchón Martínez, Laura Viviana; González Salazar, Lisset Dahanna
Director	Plazas Merchán, Tania Julieth
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2018. 79 p.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	GEOMETRÍA, DISCAPACIDAD VISUAL, CUADRILÁTEROS, SAGOOS.

2. Descripción	
<p>En el presente trabajo de grado se presenta el diseño e implementación de un material didáctico, y algunas tareas, que se desarrollan con el uso de este material, en torno al objeto geométrico cuadrilátero, para la enseñanza y aprendizaje de la Geometría con estudiantes con discapacidad visual.</p> <p>Inicialmente se hizo una revisión bibliográfica de todos los aspectos relacionados con la discapacidad visual y cómo esta es tratada en el aula, además una descripción sobre los procesos de conjeturación y conceptualización. Teniendo como base lo anterior se diseñó el material didáctico junto con algunas tareas que se desarrollan usándolo, las cuales se aplicaron a cuatro estudiantes, para así analizar los pros, los contras y las posibles mejoras que se pueden hacer al material y a las tareas.</p>	

3. Fuentes	
-------------------	--

Para el desarrollo de este trabajo se tuvieron en cuenta las siguientes referencias bibliográficas:

- Barrios, E. A., Muñoz, G., & Zetién, I. G. (2008). *El proceso cognitivo de la visualización por estudiantes de nivel superior mediante el uso de software dinámico (CABRI) en la resolución de problemas geométricos*. (Maestría en Educación). Universidad del Norte. Barranquilla: Colombia.
- Campo, J. E. (1986). *La enseñanza de las matemáticas a los ciegos*. Recuperado de http://sid.usal.es/idocs/F8/FDO1443/ense%C3%B1anza_matematicas_ciegos.pdf
- Clemens, S. O'Daffer y Cooneyet. T (1998). Geometría con aplicaciones y solución de problema. Recuperado de www.colegiomanzanares.edu.co/archivos/jasonoro/Geometria-Clemens.pdf
- Figueroba, A (2017). *Las once partes del ojo*. Recuperado de <https://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:BXZyH8dcgqEJ:https://psicologiamente.net/neurociencias/partes-del-ojo+&cd=4&hl=es-419&ct=clnk&client=firefox-b-ab>
- Fuentes, F. (s.f). *Diseño de imágenes para ciegos, material didáctico para niños con discapacidad visual*. Universidad Politécnica de Valencia. Valencia: España.
- García, C. (2012). *Guía de atención educativa para estudiantes con discapacidad visual*. Instituto de Educación de Aguascalientes. Aguascalientes: México.
- García, D., & Lopez, M. J. (S.F). *El sistema haptico-perceptivo*. Madrid: España.
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA*, 7(3), 251-292. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/1537/>
- Guzmán Rojas, L. E. (2015). *Acompañamiento y Adaptación de Recursos Didácticos Para la Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas en el Aula Inclusiva: Una Experiencia con Niños Ciegos*.
- MEN (2007). *Educación para todos*. ALtablero. Recuperado de <https://www.mineducacion.gov.co/1621/article-141881.html>
- MEN. (2017). *Documento de orientaciones técnicas, administrativas y pedagógicas para la atención educativa a estudiantes con discapacidad en el marco de la educación inclusiva*. Recuperado de https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-360293_foto_portada.pdf
- MinSalud. (2014). *Política pública Nacional de discapacidad e inclusión social 2013-2020*. Recuperado de <https://www.minsalud.gov.co/sites/rid/.../politica-publica-discapacidad-2013-2022.pdf>
- Nuñez, M. A., & Salamanca, O. N. C. E. (2001). *La deficiencia visual*. In Memorias del III

- Congreso “La atención a la diversidad en el sistema educativo”, Universidad de Salamanca, Instituto Universitario de Integración en la Comunidad. ONCE. Recuperado de <https://campus.usal.es/~inico/actividades/actasuruguay2001/10.pdf>.
- ONCE. (s.f.). *Concepto de ceguera y deficiencia visual.* Recuperado de <http://www.once.es/new/servicios-especializados-en-discapacidad-visual/discapacidad-visual-aspectos-generales/concepto-de-ceguera-y-deficiencia-visual>
- Pérez Addassus, B., & Hernández, S. A. (2015). *Análisis de la inclusión educativa de un alumno ciego a las clases de química de la universidad.* IV Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales. Recuperado de www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/trab_eventos/ev.8130/ev.8130.pdf
- Plazas, T., & Samper, C. (2013). *Acciones del profesor que promueven actividad demostrativa con estudiantes de sexto grado.* Revista científica, 2, 435-440. Recuperado de <https://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie/article/download/6537/8064>
- Radillo, M. (2011). *Obstáculos y Errores en el Aprendizaje de la Geometría Euclídea, relacionados con la Traducción entre Códigos del Lenguaje Matemático, en el nivel licenciatura.* Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/4835/>
- Revuelta, R. L. (1993). *Palmo a palmo: la motricidad fina y la conducta adaptativa a los objetos en los niños ciegos.* Organización Nacional de Ciegos Españoles, Sección de Educación. Carácter, S.A. Fdez. de la Hoz, 60. Madrid: España.
- Rico, L (1995). *Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas.* Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/486/>
- Rico, L. (2007). *La Competencia Matemática en PISA.* España: Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo (INECSE) Ministerio de educación y Ciencia. Módulo de Razonamiento cuantitativo. Bogotá: Instituto Colombiano para la Evaluación de la educación (ICFES).
- Samper, C., Leguizamón, C., & Camargo, L. (2001). Razonamiento en geometría. *Revista EMA*, 6(2), 141-158.
- Samper, C., & Molina, Ó. (2013). *Geometría plana.* Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia. Recuperado de editorial.pedagogica.edu.co/docs/files/Geometria%20Plana-2.pdf
- Santacruz, L. X., & Sinisterra Santana, L. P. (2013). *Una secuencia didáctica para estudiantes en situación de discapacidad visual: el caso de los cuadriláteros en grado 3er de educación*

básica [recurso electrónico] (Tesis doctoral). Universidad del Valle. Cali: Colombia.

Santana, E., Y Sparza, A. Y. (2015). Un acercamiento a nuevas formas de pensar intentando dominar conjuntos de relaciones numéricas diferentes, en un aula inclusiva. *RECME*, 1(1), 744-748. Recuperado de funes.uniandes.edu.co/8675/1/Santana2015Acercamiento.pdf

Silva, L. (2013). *Argumentar para definir y definir para argumentar*. (Magíster en Docencia de la Matemática). Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.

4. Contenidos

Este documento se encuentra estructurado de la siguiente manera:

Introducción.

Primer capítulo: *Preliminares*. Se enuncia la justificación y los objetivos bajo los cuales se planteó y desarrolló el trabajo.

Segundo capítulo: *Marco teórico*. Se hace una descripción, de todos los elementos a tener en cuenta para el diseño del material y las tareas, como lo son: la discapacidad visual (descripción de la discapacidad, marco legal del trabajo con dicha población, lenguaje Braille, materiales didácticos), los procesos de conjeturación y definición, el marco matemático y el análisis cognitivo.

Tercer capítulo: *Metodología*. Se describe la metodología, la cual consta de una descripción de la población y las tareas a desarrollar.

Cuarto capítulo: *Material didáctico SAGOOS*. Se hace la descripción y explicación del material, historia, instrucciones de uso y tareas a desarrollar.

Quinto capítulo: *Análisis*. Se presenta el análisis post-acción de la implementación de las tareas y los posibles cambios o mejoras al material.

Sexto capítulo: *Consideraciones finales*. Se exponen las sugerencias y/o mejoras que se puedan realizar al material y a las tareas.

Referencias Bibliográficas.

Anexos.

5. Metodología

En este trabajo se presenta una secuencia de tareas en las que se debe hacer uso del material

didáctico SAGOOS, con el fin de verificar si es útil o no, el uso de éste con estudiantes con discapacidad visual, los beneficios y las posibles mejoras, teniendo en cuenta lo planteado en el marco teórico.

Posteriormente se realiza la implementación de las tareas con un grupo de estudiantes con discapacidad visual, en donde se recoge la información para el análisis, haciendo uso de grabaciones de audio, video y fotos. Dicha recolección es usada para, finalmente, realizar el respectivo análisis post-acción en donde se concluye el alcance obtenido de los objetivos planteados inicialmente.

6. Conclusiones

SAGOOS es un material nuevo, en ninguna institución distrital cuentan con él, los estudiantes mencionaron la necesidad de este para aprender geometría e incluso los docentes de la Institución estaban muy interesados en el material debido a la innovación que trae al aula y por su funcionalidad, pues el niño puede manipular y construir ángulos, esto es una actividad de gran complejidad para ellos y sobre todo mentalmente se hacen una imagen de lo que están estudiando. Este material es innovador dado que la mayoría del material didáctico usado por la población en condición de discapacidad visual está limitado a hojas con relieve, los estudiantes teóricamente pueden saber la definición de conceptos geométricos, pero en ocasiones es insuficiente la representación usual que se les da. Después de aplicar las actividades y observar el uso del material, consideramos que es un material que puede ayudar a generar inclusión en el aula, por supuesto hay que mejorarlo, para que una vez encajado el segmento en el ángulo no se salga fácilmente, buscar que la longitud del segmento sea fácil de graduar e igualmente que la amplitud del ángulo quede fija, hacer uso de otro tipo de material más económico y más resistente.

En cuanto al proceso de *definir* que se esperaba desarrollar en los estudiantes, para una futura ocasión, se debe tener en cuenta que no es sólo que logren construir la definición del concepto que se esté trabajando, si no presentarles diversos ejemplos en donde puedan “encontrar” dicho concepto, ejemplos no solo verbales si no físicos, que les permitan relacionar la definición del concepto, con la imagen que puedan generar de este.

Elaborado por:	Canchón Martínez, Laura Viviana; González Salazar, Lisset Dahanna
Revisado por:	Plazas Merchán, Tania Julieth

Fecha de elaboración del Resumen:	26	04	2018
--	----	----	------

AGRADECIMIENTOS

A Dios porque sin Él no habríamos podido superar los momentos de angustia, gracias por estar siempre a nuestro lado y habernos permitido culminar este sueño.

A nuestra excelente asesora, profe Tania gracias por la paciencia, la insistencia en todo el proceso y por soñar con nosotras. Gracias por enseñarnos a no sólo ser mejores profesoras sino mejores personas.

A Jass por su disposición, por corregir nuestros escritos, por ayudarnos sin esperar nada a cambio, por hacer parte de esta experiencia y siempre motivarnos a seguir.

Laura y Lisset.

A mis padres y hermanos porque sin importar las dificultades que se han presentado siempre me han apoyado en todo sentido. Por cuidarme, trasnochar conmigo y motivarme a ser la mejor cada día. Ustedes me han enseñado a romper los límites y a cumplir los sueños, con esfuerzo y dedicación. Por ustedes soy lo que soy.

A mi novio por darme ánimo y fuerza cuando consideraba que mis capacidades no eran suficientes, por creer en mí, por ser mi motor para hacer todo, por levantar mis brazos, por creer que puedo cambiar la vida de las personas en un salón de clases y, claro, por tomar muchas fotos.

A mi compañera de lucha y aventuras, Lau gracias por ser la mejor compañera para romper los esquemas y hacer un proyecto que para muchos era una locura, por aguantarme y seguir a pesar de muchas diferencias. Gracias por reír, por llorar, por apoyarme y sobre todo por superar todo juntas, este es el inicio de muchos sueños y proyectos. Love you guapura.

Lisset.

A mi familia por su apoyo y comprensión. En especial a mi papá por alentarme a seguir luchando aun cuando no quería hacerlo y a mi hermano Arturo por sus ingeniosas ideas con los nombres del trabajo y del material y por su idea inicial para nuestro material, sin él hubiéramos quedado cortas.

A mi tía Marta, por ser la mejor compañía en cada trasnochada, la mejor voz de aliento en cada intento de botar la toalla, por siempre estar ahí sin importar la hora ni el lugar, por cada pieza pegada con total dedicación, por ser de gran apoyo y por ser constante y fiel conmigo.

A Liss por ser mi compañera de trabajo y de carrera, por siempre ser tan paciente con mis mal genios, por cada trasnochada, por cada risa, por cada mini pelea, por cada viaje hasta el sur, por cada videollamada, por ayudarme a levantarme en cada caída, por compartir este sueño, por la confianza y por todo el cariño que me has demostrado a lo largo de estos cinco años. Gracias a Dios y a la vida por haberte puesto en mi camino, y a ti por permanecer. Te quiero demasiado amiga.

Laura.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	15
1 PRELIMINARES	16
1.1 Justificación	16
1.2 Objetivos	18
1.2.1 Objetivo General	18
1.2.2 Objetivos Específicos	18
2 MARCO TEÓRICO	19
2.1 Discapacidad visual	19
2.1.1 Marco legal acerca de la población con discapacidad visual	20
2.1.2 Enseñanza para población en condición de discapacidad visual.	23
2.1.3 Lenguaje Braille	24
2.2 Material didáctico	29
2.2.1 Consideraciones generales sobre el uso de material didáctico en la población con discapacidad visual	29
2.2.2 Material didáctico en matemáticas utilizado por población en condición de discapacidad visual	30
2.3 Procesos de Conjeturar y Definir	33
2.3.1 Conjeturar	33
2.3.2 Definir	36
2.4 Marco matemático	39
2.5 Análisis cognitivo	41
3 METODOLOGÍA	44
3.1 Descripción general: Análisis didáctico	44
3.2 Descripción de la población: Estudiantes y el profesor	45
3.3 Descripción general de las tareas.	46
4 MATERIAL DIDÁCTICO	SAGOOS
(Segments – Angles – Geometry – Out – Of – Sight)	47
4.1 Descripción SAGOOS	47
4.2 Instrucciones de uso de SAGOOS	50
4.3 Actividades con SAGOOS	52
4.3.1 Conociendo SAGOOS.	53

4.3.2 Definiendo con SAGOOS	54
4.3.2.1 Cuadrilátero SAGOOS	54
4.3.2.2 Rectángulo SAGOOS	56
4.3.2.3 Rombo SAGOOS	56
4.3.2.4 Cuadrado SAGOOS	57
4.3.2.5 Cometa SAGOOS	57
4.3.3 Socialización	58
4.4 Actividad Propiedades de los cuadriláteros	58
4.4.1 Los rectángulos tienen los lados opuestos congruentes.	59
4.4.2 Los rombos tienen los ángulos opuestos congruentes.	59
5 ANÁLISIS	60
5.1 Sesión 1: Reconocimiento de los segmentos, ángulos y uso de la regla.	60
5.2 Sesión 2: Construcción de ángulos y reconocimiento y uso del transportador.	61
5.3 Sesión 3: Construcción y definición de cuadriláteros.	63
5.4 Sesión 4: Definición de rectángulo y propiedad de los segmentos opuestos.	65
5.5 Sesión 5: Definición de cuadrado	68
5.6 Sesión 6: Definición de rombo	70
6 CONSIDERACIONES FINALES	74
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	77
ANEXOS	80

TABLA DE ILUSTRACIONES

<i>Ilustración 1. Modelos que abarcan la discapacidad visual.</i>	19
<i>Ilustración 2. Diseño del sistema Braille.</i>	24
<i>Ilustración 3. Abecedario sistema Braille.</i>	25
<i>Ilustración 4. Signos de puntuación en sistema Braille.</i>	26
<i>Ilustración 5. Números en sistema Braille.</i>	26
<i>Ilustración 6. Signos aritméticos sistema Braille.</i>	27
<i>Ilustración 7. Regletas braille. Recuperado de Google Imágenes</i>	28
<i>Ilustración 8. Punzón Braille. Recuperado de Google Imágenes</i>	28
<i>Ilustración 9. Regla y compás para ciegos.</i>	31
<i>Ilustración 10. Abaco Cranmer</i>	31
<i>Ilustración 11. Planos cartesianos para ciegos</i>	32
<i>Ilustración 12. Definir de manera descriptiva.</i>	38
<i>Ilustración 13. Definir de manera constructiva.</i>	38
<i>Ilustración 14. Clasificación Definir.</i>	39
<i>Ilustración 15. Sagoos 1.0</i>	48
<i>Ilustración 16. Sagoos 2.0</i>	48
<i>Ilustración 17. Versión final SAGOOS.</i>	49
<i>Ilustración 18. Segmentos SAGOOS.....</i>	50
<i>Ilustración 19. Ángulos SAGOOS.....</i>	50
<i>Ilustración 20. Regla SAGOOS.....</i>	51
<i>Ilustración 21. Transportador SAGOOS.....</i>	51
<i>Ilustración 22. Trabas SAGOOS.....</i>	52
<i>Ilustración 23. Conociendo SAGOOS.</i>	54
<i>Ilustración 24. Construcción SAGOOS.....</i>	55
<i>Ilustración 25. Rectángulo SAGOOS.....</i>	56
<i>Ilustración 26. Rombo SAGOOS.....</i>	57
<i>Ilustración 27. Cuadrado SAGOOS</i>	57
<i>Ilustración 28. Cometa SAGOOS.....</i>	58
<i>Ilustración 29. Conociendo la regla</i>	61
<i>Ilustración 30. Midiendo con la regla.....</i>	61
<i>Ilustración 31. Construyendo ángulos.</i>	62
<i>Ilustración 32. Conociendo y midiendo con el transportador.</i>	63
<i>Ilustración 33. Construyendo figuras</i>	64
<i>Ilustración 34. Construcción de cuadriláteros.....</i>	64
<i>Ilustración 35. Definición de rectángulo.....</i>	66
<i>Ilustración 36. Propiedad de los rectángulos.....</i>	67
<i>Ilustración 37. Estructura del cuadrado.....</i>	68
<i>Ilustración 38. Definición de cuadrado</i>	69
<i>Ilustración 39. Estructura del rombo</i>	71
<i>Ilustración 40. Midiendo los rombos.....</i>	72

TABLA DE TABLAS

<i>Tabla 1. Normas internacionales asociadas a la Discapacidad Visual.</i>	21
<i>Tabla 2. Normas nacionales asociadas a la Discapacidad Visual.</i>	22
<i>Tabla 3. Listado de material didáctico.</i>	33
<i>Tabla 4. Formas de representación de la geometría euclíadiana.</i>	41
<i>Tabla 5. Clasificación de errores en la geometría.</i>	42
<i>Tabla 6. Errores presentados en el aprendizaje de los cuadriláteros.</i>	42
<i>Tabla 7. Cronograma de sesiones.</i>	46

TABLA DE ANEXOS

<i>Anexo 1. Taller SAGOOS en Cuadriláteros parte 1.</i>	80
<i>Anexo 2. Taller SAGOOS en Cuadriláteros Parte 2</i>	81
<i>Anexo 3. Consentimiento diligenciados por padres para las fotos, videos y audios tomados en las sesiones de aplicación.</i>	84
<i>Anexo 4. Material didáctico para estudiantes con discapacidad visual.</i>	93

INTRODUCCIÓN

Este Trabajo de Grado se presenta como requisito para optar por el título de Licenciadas en Matemáticas, de la Universidad Pedagógica Nacional. Se adscribe a la modalidad de monografía asociada al estudio de un interés propio del estudiante.

Este documento presenta el diseño e implementación de un material didáctico, acompañado de unas tareas en torno al objeto geométrico cuadrilátero, para la enseñanza y aprendizaje de la geometría con estudiantes con discapacidad visual.

La idea de realizar un trabajo de grado centrado en lo mencionado anteriormente surgió a partir de la inquietud sobre cómo los estudiantes de Básica Primaria, Secundaria o Media, con discapacidad visual (ceguera total), lograban reconocer y aprender los conceptos tratados en la geometría, dado que el trabajo hecho en esta área, en su mayoría, se hace de manera visual. Habiendo planteado dicha inquietud se pensó en un medio que permitiera ayudar o contribuir en el proceso de enseñanza y aprendizaje, en donde tanto el estudiante como el docente salgan beneficiados.

Este documento se encuentra estructurado de la siguiente manera:

En el primer capítulo, se enuncia la justificación y los objetivos bajo los cuales se planteó y desarrolló el trabajo. En el segundo capítulo, se hace una descripción de elementos conceptuales a tener en cuenta para el diseño del material y las tareas, como lo son: la discapacidad visual (descripción de la discapacidad, marco legal del trabajo con dicha población, lenguaje Braille, materiales didácticos), los procesos de conjeturación y definición, el marco matemático y el análisis cognitivo. En el tercer capítulo, se describe la metodología, la cual consta de una descripción de la población y las tareas a desarrollar. En el cuarto capítulo, se hace la descripción y explicación del material SAGOOS, historia, instrucciones de uso y tareas a desarrollar. En el quinto capítulo, se presenta el análisis post-acción de la implementación de las tareas y los posibles cambios o mejoras al material. En el capítulo seis se exponen las conclusiones y consideraciones finales del trabajo. Finalmente se presentan los referentes bibliográficos y los anexos.

1 PRELIMINARES

1.1 Justificación

Así como lo plantean Valdez, Marulanda, Echeita, Ainscow (citado por MEN, 2017), la inclusión es un atributo propio de la educación, en donde se promueve la presencia, participación y aprendizaje exitoso de todos los estudiantes. Durante los últimos años se ha venido promoviendo el trabajo en el aula con niños discapacitados, pero aún no se ha llegado a que los docentes, ni las instalaciones de la mayoría de las instituciones cuenten con la preparación adecuada para atender estas poblaciones. De acuerdo con lo anterior, el maestro de hoy no puede ser ajeno al trabajo con personas con discapacidad, para este caso visual, no puede seguir homogeneizando a los estudiantes, sino que debe reconocer las particularidades, diferencias y necesidades propias de cada uno. Sin embargo, en su formación como docente no siempre se le brindan las herramientas necesarias para respaldar su labor de enseñanza.

En torno a la inclusión en el aula, los artículos 2 y 26 de la Declaración Universal de los Derechos Humanos (1948) establecen que ningún ser humano podrá ser objeto de discriminación o segregación y que todas las personas tienen derecho a la educación, en igualdad de oportunidades. El Ministerio de Salud Nacional instituyó, para el periodo 2013 - 2022, la Política Pública de Discapacidad e Inclusión Social (PPDIS). Dicha política, por un lado, asegura “el goce pleno de los derechos de las personas con discapacidad, sus familiares y cuidadores” (MinSalud, 2014, p.7), en particular los derechos relacionados con su educación que permitan evidenciar la igualdad de oportunidades y una mejor calidad de vida para dicha población; por otro lado, “busca transformar la gestión escolar para garantizar educación pertinente a estudiantes que presentan... limitación visual por ceguera” (MEN, 2007, p. 1); es decir, que se atienda con “calidad, pertinencia y equidad a las necesidades comunes y específicas que estas poblaciones presentan” (MEN, 2007, p. 1).

El maestro debe asumir, en el aula, un papel fundamental en el cual vele por el cumplimiento de lo expuesto en la declaración de los derechos humanos y en la política de

inclusión, teniendo en cuenta que “las personas privadas de visión obtienen la mayor parte de la información a través de dos canales fundamentales: el lenguaje y la experimentación táctil, cuyo órgano más especializado es la mano.” Lucerga (citado por Santana y Sparza, 2015, p.745). El docente se enfrenta a la tarea de adaptar determinados materiales para que el estudiante ciego pueda ser participe en el aula. Con este trabajo de grado se presenta un material didáctico acorde a las necesidades de las personas con discapacidad visual, que permite desarrollar una propuesta de enseñanza sobre cuadriláteros. Esta propuesta también sirve como herramienta para los futuros docentes, que en algún momento de su labor puede que se enfrenten a este reto.

Además, consideramos que como maestras en formación, este trabajo de grado, nos permite vivenciar que las discapacidades visuales, no son un limitante para trabajar diferentes aspectos de la matemática, en este caso la geometría. Al contrario, es una oportunidad de usar y crear materiales didácticos no convencionales para abordar los conceptos y desarrollar procesos.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo General

- Diseñar, implementar y evaluar el uso de un material didáctico que permita desarrollar procesos de definir y conjeturar en geometría, con niños en condición de discapacidad visual.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Realizar una revisión bibliográfica sobre la discapacidad visual, la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en dicha población y los procesos de conjeturar y definir en geometría.
- Diseñar tareas que permitan desarrollar el proceso de definir y conjeturar en población con discapacidad visual haciendo uso del material didáctico.
- Realizar una prueba piloto del material didáctico, acompañado de las actividades en un estudiante o en un grupo de estudiantes de esta población.
- Evaluar el uso del material didáctico utilizado en una prueba piloto para proponer mejoras.

2 MARCO TEÓRICO

2.1 Discapacidad visual

A continuación, se presentan algunas posturas relacionadas con la definición de discapacidad y discapacidad visual. Según el MEN (2017) la discapacidad se puede concebir desde diferentes modelos. En seguida presentan algunos de ellos:

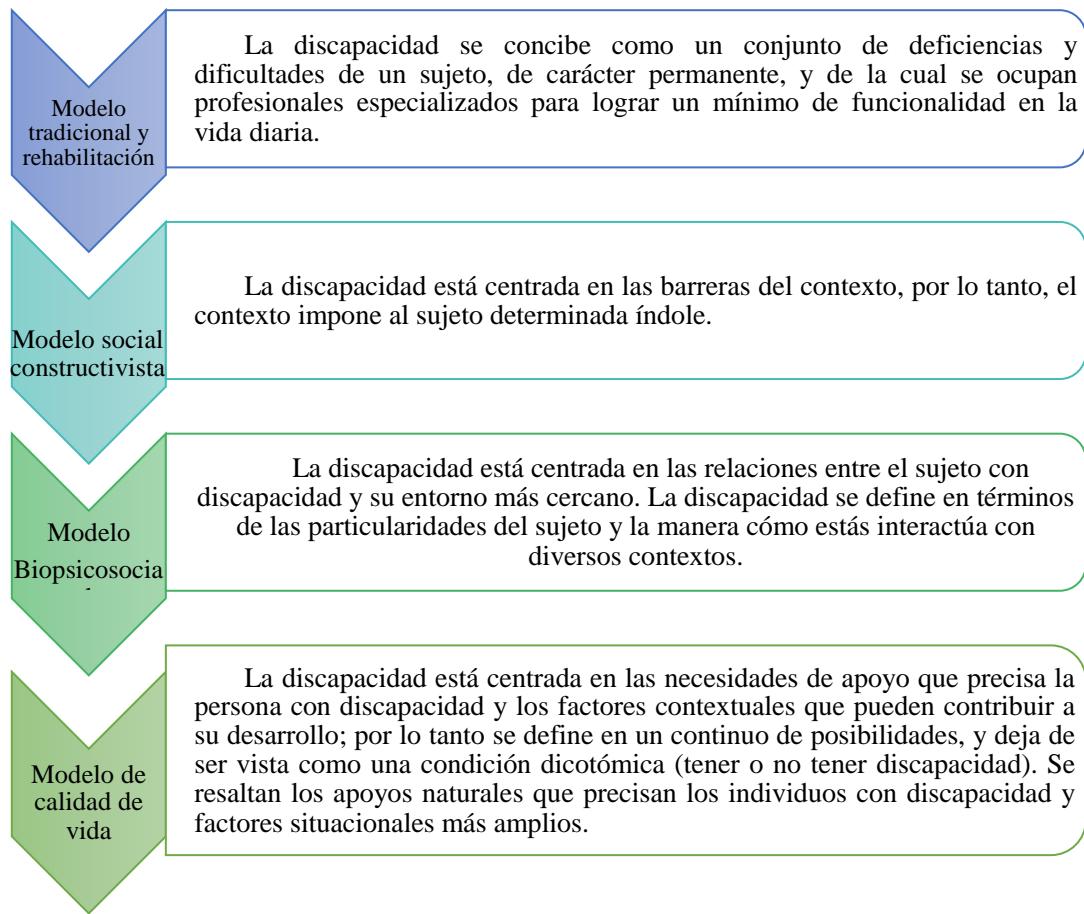


Ilustración 1. Modelos que abarcan la discapacidad visual.

De manera general, el MEN (2017) expresa la discapacidad

Como un conjunto de características o particularidades que constituyen una limitación o restricción significativa en el funcionamiento cotidiano y la participación de los individuos, así como en la conducta adaptativa, y que precisan apoyos específicos y ajustes razonables de diversa naturaleza. (p.20)

Así mismo según la ONU, Luckassony, Verdugo y Gutiérrez, (citado por MEN, 2017) se define persona con discapacidad como:

Un individuo en constante desarrollo y transformación, que cuenta con limitaciones significativas en los aspectos físico, mental, intelectual o sensorial que, al interactuar con diversas barreras (actitudinales, derivadas de falsas creencias, por desconocimiento, institucionales, de infraestructura, entre otras), estas pueden impedir su participación plena y efectiva en la sociedad, atendiendo a los principios de equidad de oportunidades e igualdad de condiciones. (p.20)

Según la ONCE¹ (s.f.) las personas en condición de discapacidad visual presentan un daño total o severo de la función visual. Estas personas no ven algo o solamente tienen una ligera percepción de la luz. Por otro lado, Rosa y Ochaíta (citado por el MEN, 2017) dicen que “la discapacidad visual abarca las personas ciegas o con baja visión como individuos, que tienen potencialidades, posibilidades de crecimiento y características cognitivas que se consolidan por medio de estímulos sensoriales diferentes a los visuales” (p.122). Por lo tanto, es necesario potenciar los otros sentidos, como el olfato, el tacto, el gusto, el oído, para llegar a adquisiciones cognitivas.

La agudeza visual y el campo visual para las personas en condición de discapacidad visual están limitados. Nuñez y Salamanca (2001) definen la agudeza como “la capacidad para discriminar claramente detalles finos en objetos o símbolos a una distancia determinada” (p.3). Y el campo visual como “el espacio físico inmediato que, habitualmente, una persona alcanza a percibir con ambos ojos, gracias al cual se pueden ver objetos que se mueven en línea con los hombros, en un ángulo de aproximadamente 180°” (p. 3).

2.1.1 Marco legal acerca de la población con discapacidad visual

En este apartado se mencionan algunos de los documentos legales internacionales que influencian la normativa colombiana y se hará una breve explicación de estas políticas nacionales.

¹ Organización Nacional de Ciegos Españoles

En Colombia, desde el año 1991, diferentes entidades gubernamentales han determinado algunos lineamientos legales con la finalidad de proteger los derechos y ofrecer condiciones dignas para las personas con discapacidad.

Tabla 1. Normas internacionales asociadas a la Discapacidad Visual².

Año	Nombre	Descripción
1990	Declaración Mundial sobre Educación para todos y marco de acción para satisfacer las necesidades básicas de aprendizaje	Publicado por la UNESCO en Nueva York, “Nunca habrá un momento mejor para renovar el compromiso imprescindible y a largo plazo de satisfacer las necesidades básicas de aprendizaje de todos los niños, jóvenes y adultos. Este esfuerzo de educación básica y capacitación requerirá una inversión de recursos mayor y más racional que nunca, pero los beneficios empezarán a cosechar de inmediato e irán a más, hasta que los grandes problemas mundiales de hoy se resuelvan, en buena medida gracias a la determinación y la perseverancia de la comunidad internacional en la persecución de la meta que se ha fijado: la Educación para Todos.”
1994	Informe final de la Conferencia Mundial sobre Necesidades Educativas Especiales: Acceso y Calidad	La Conferencia Mundial ha consistido en una serie de cinco seminarios regionales organizados por la UNESCO. Los objetivos están orientados a: garantizar a todos los niños el acceso a la educación; y esforzarse para que esa educación sea de alta calidad. En la conferencia se tuvieron tres principales áreas temáticas de la Conferencia: política y legislación; factores de calidad en la escuela; y perspectivas comunitarias.
2000	Informe final del Foro Mundial sobre la Educación	En este informe se dice que la Educación para todos debe integrarse en un marco de políticas sostenible y bien integrado vinculado a la erradicación de la pobreza, las estrategias demográficas y el fomento de la igualdad y la equidad entre hombres y mujeres. Recalcamos la imperiosa necesidad de que se asuman compromisos inmediatos, firmes y duraderos en todos los niveles para asegurar el suministro efectivo de Educación para todos.
2006	Convención sobre los	El propósito de la convención es promover, proteger y asegurar el

² Recuperado y modificado del *Ministerio de Educación Nacional, Documento de orientaciones técnicas, administrativas y pedagógicas para la atención educativa a estudiantes con discapacidad en el marco de la educación inclusiva, 2017. P.30*

	Derechos de las Personas con Discapacidad	goce pleno y en condiciones de igualdad de todos los derechos humanos y libertades fundamentales por todas las personas con discapacidad, y promover el respeto de su dignidad inherente. Las personas con discapacidad incluyen a aquellas que tienen deficiencias físicas, mentales, intelectuales o sensoriales a largo plazo que, al interactuar con diversas barreras, puedan impedir su participación plena y efectiva en la sociedad, en igualdad de condiciones con las demás.
--	--	--

Tabla 2. Normas nacionales asociadas a la Discapacidad Visual³.

Año	Nombre	Descripción
1991	Constitución Política	Se reconoce por primera vez, la necesidad de que el Estado promueva y garantice condiciones de igualdad, protección y atención educativa a las personas con discapacidad
1994	Ley General de la Educación	Se establece que la educación para personas con limitación debe formar parte del servicio público educativo. Así mismo, señala la necesidad de realizar convenios y articulaciones con sectores territoriales y nacionales, para garantizar que todas las personas con limitación reciban la atención educativa que precisan. También se solicita a los establecimientos educativos coordinar las acciones pedagógicas que juzguen pertinentes para atender las necesidades educativas de las personas con discapacidad.
1996	Decreto 2082	Se reglamenta la atención educativa para personas con limitaciones o con capacidades y talentos excepcionales. Se establece que la educación de personas con discapacidad puede darse en distintos ámbitos (formal, informal, no formal) y se invita a los establecimientos educativos para que adopten y consoliden propuestas concretas para la educación de personas con discapacidad en sus proyectos educativos institucionales.
1997	Ley 361	Establece los mecanismos de integración social de las personas con limitaciones. Se reitera la obligación del Estado a prestar todos los servicios y cuidados que estos colectivos requieren, en términos de salud, rehabilitación y educación.
2003	Resolución 2565	Se establecen parámetros y criterios para la prestación de servicios educativos a personas con necesidades educativas especiales, dentro de las

³ Recuperado y modificado del Ministerio de Educación Nacional, *Documento de orientaciones técnicas, administrativas y pedagógicas para la atención educativa a estudiantes con discapacidad en el marco de la educación inclusiva, 2017. P.32*

		cuales se incluyen las personas con discapacidad. De esta manera, en cada departamento y entidad territorial debe designarse un equipo responsable de la gestión de los aspectos administrativos y pedagógicos vinculados con la atención educativa a las personas con discapacidad.
2007	Ley 1145	Se regula y dispone el Sistema Nacional de Discapacidad. A través de este instrumento jurídico se insta a todos los organismos a los que les competen (departamentos, distritos, municipios, localidades) para que incorporen en sus planes de desarrollo sectorial e institucional. Se espera que, se haga posible la equiparación de oportunidades y, por tanto, el acceso y la permanencia a entornos educativos protectores que favorezcan el desarrollo integral de todas las dimensiones de la persona con discapacidad.
2009	Decreto 366	Se establece la normativa en cuanto al servicio de apoyo pedagógico para la atención a estudiantes con discapacidad, en el marco de la educación inclusiva. En concreto, especifica el rol del personal de apoyo encargado de atender a esta población.
2013	Ley 1618	Se establecen disposiciones para garantizar el ejercicio pleno de los derechos de las personas con discapacidad.
2015	Decreto 1075	Se compila la normativa referida al tema de la educación para personas con discapacidad, específicamente lo establecido en los Decretos 2082 de 1996 y 366 de 2009

2.1.2 Enseñanza para población en condición de discapacidad visual.

Según Leonhardt (citado por Pérez y Hernández, 2015) los niños con déficit visual pueden presentar las siguientes características:

Respecto al mundo que lo rodea

- El niño tiene una percepción del mundo desdibujado.
- Presenta dificultad en su desarrollo motor; por tal razón, requiere más tiempo para descubrir los objetos y así poder manipularlos.
- Las sombras y los ruidos pueden ser muchas veces aterradores si se desconoce lo que los provoca.
- Sufre distorsiones sistemáticas de la realidad, lo que le lleva a una interpretación equivocada.

Respecto a sí mismo

- Presentan dificultades en la atención por lo difuso de los estímulos que le llegan.
- Se pueden dar alteraciones de conducta y en sus relaciones con los demás.
- Presenta dificultades para establecer el vínculo por falta de contacto visual; y encuentra gran dificultad para ver y seguir a los otros niños, por lo que puede preferir ignorarlos.

Al tener en cuenta las características mencionadas anteriormente se dice que la realidad de esta población es diferente y difícil de comprender. Ellos no cuentan con la funcionalidad de los ojos, los cuales tienen mayor importancia en el sistema visual, porque permiten la percepción tridimensional de la forma, el movimiento, el color y la profundidad (Figueroba, 2017). Al no contar con la funcionalidad de estos órganos, el individuo debe utilizar el resto de los sentidos para entender y captar el mundo que lo rodea.

2.1.3 Lenguaje Braille

Dado que esta población desarrolla mejor otros sentidos (diferentes a la vista), se apoyan en estos para poder comunicarse y es a través del tacto por el cual se comunican de manera escrita. Una forma de comunicación se conoce como el lenguaje Braille. Es un sistema de lectoescritura táctil “*creado desde 1825 por el profesor Francés Louis Braille, el sistema que lleva su nombre es un conjunto de signos conocido universalmente, que facilita la lectura y escritura a las personas que presentan discapacidad visual*” (García, 2012). Está basado en la combinación de seis puntos ubicados en dos columnas y tres filas a la distancia que se muestra a continuación:

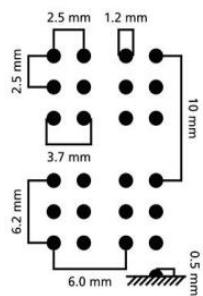


Ilustración 2. Diseño del sistema Braille.⁴

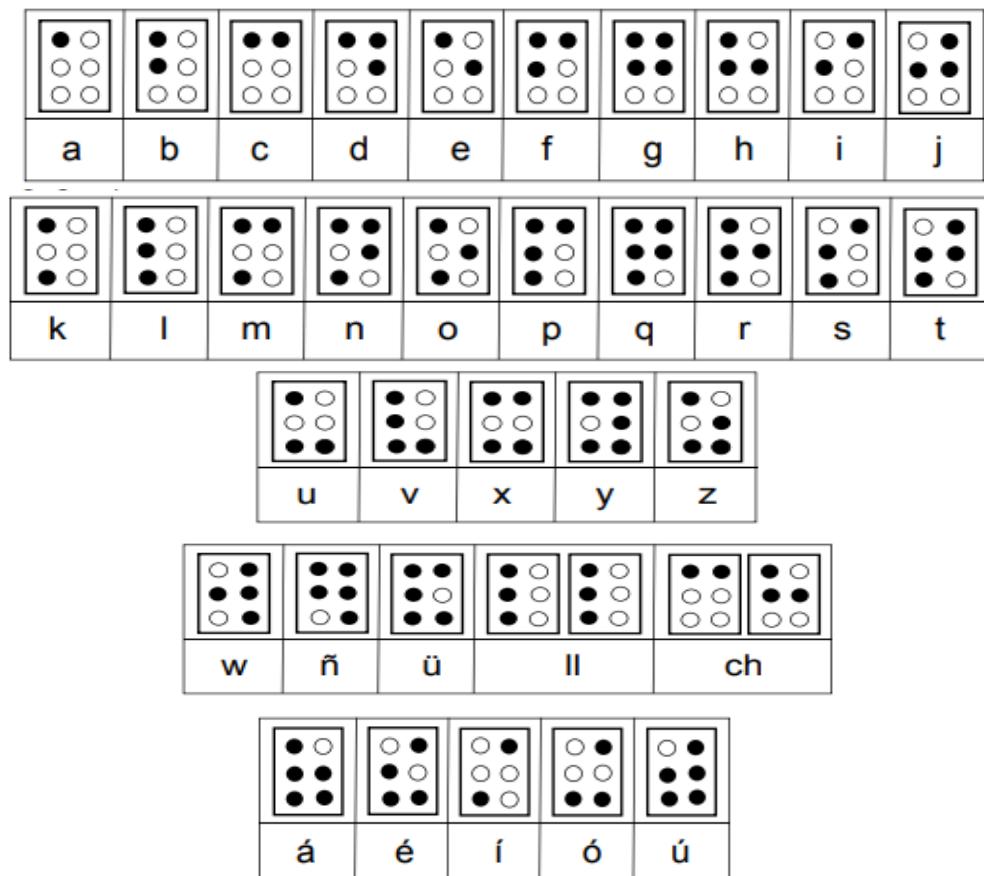
“Al disponer los puntos en varias combinaciones, se pueden formar 64 patrones diferentes

⁴ Recuperado de *Guía de atención educativa para estudiantes con discapacidad visual* (García, 2012)

con los que se consigue representar letras, signos de puntuación, números, símbolos matemáticos, grafía científica y notas musicales.” (García, 2012)

Los patrones a los que hace referencia son:

1. Abecedario:



Nota: Para escribir las letras en mayúscula se antepone el siguiente signo:

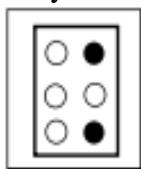


Ilustración 3. Abecedario sistema Braille.

2. Signos de puntuación:

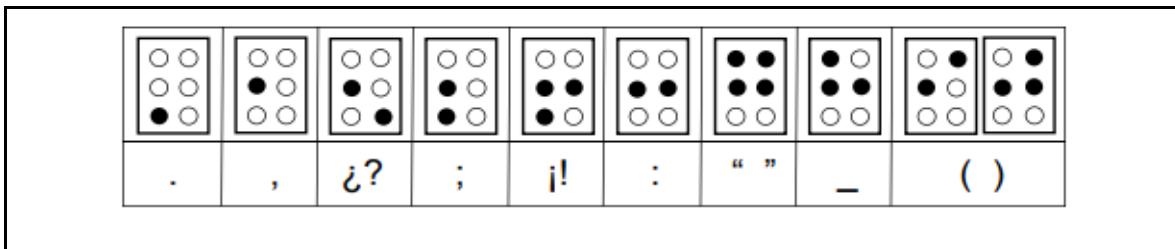


Ilustración 4. Signos de puntuación en sistema Braille.

3. Números: Para escribirlos siempre se debe anteponer el signo *numérico*, seguido de las 10 primeras letras del alfabeto

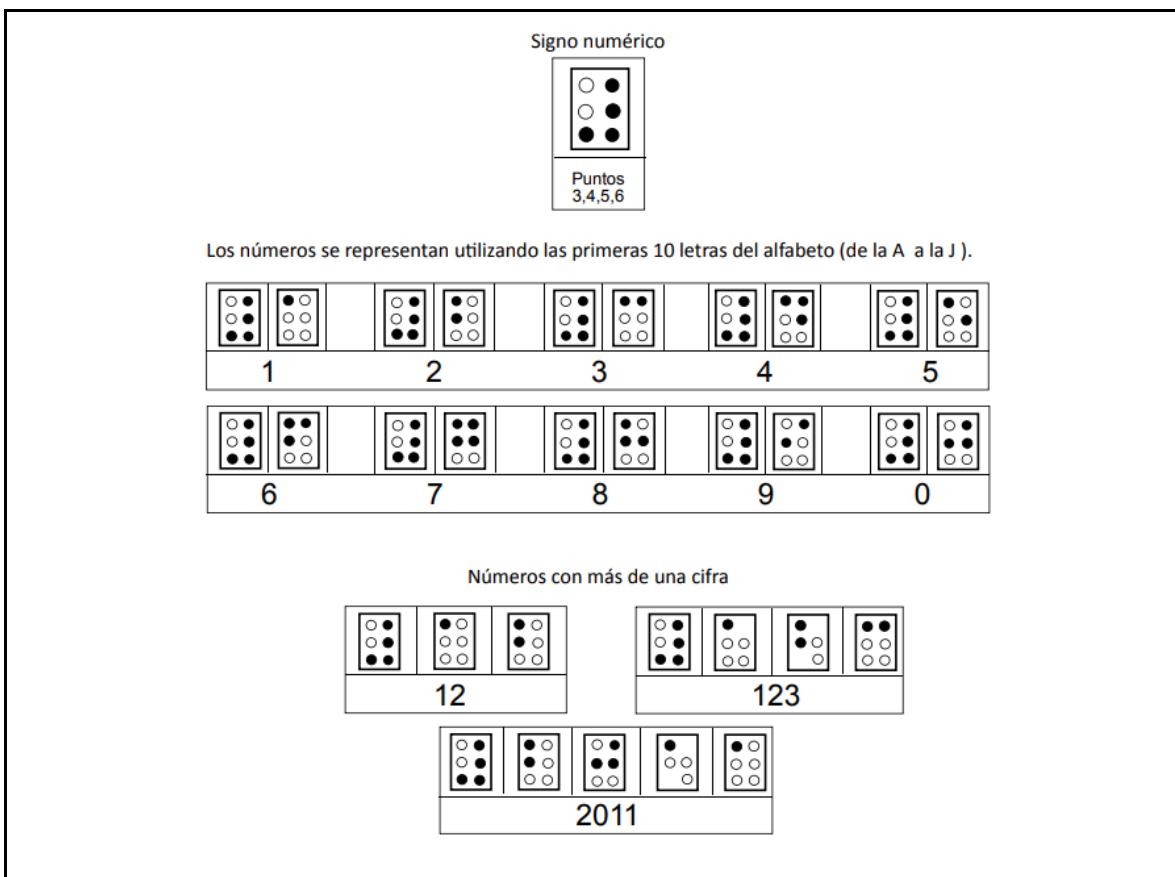


Ilustración 5. Números en sistema Braille.

4. Signos aritméticos básicos: Formados haciendo uso de los puntos inferiores y medios

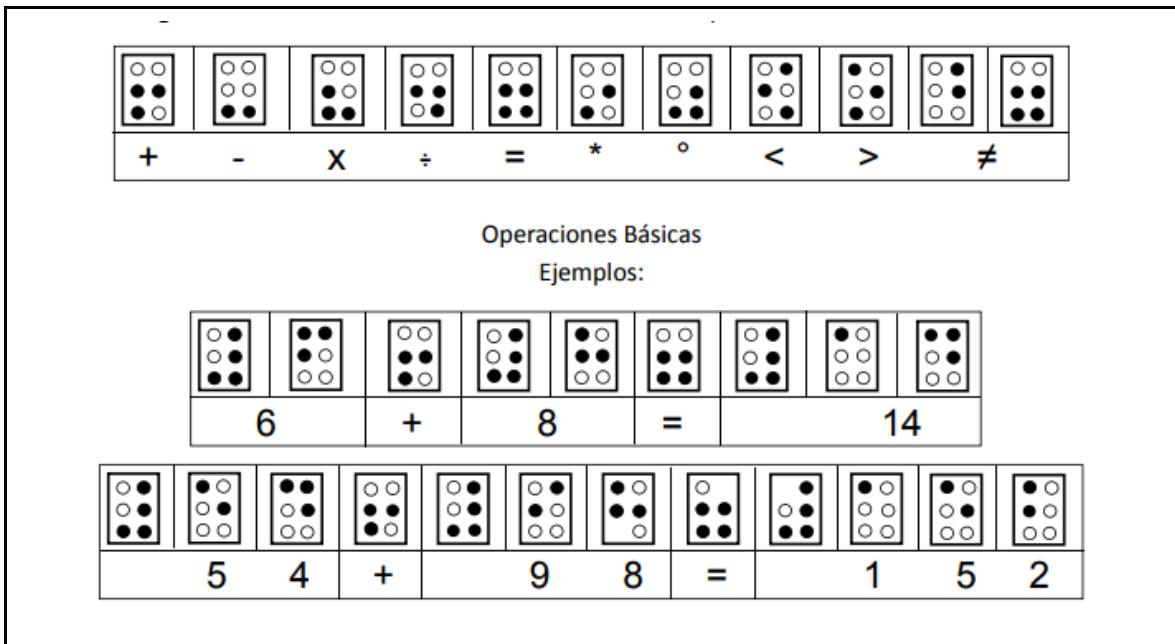


Ilustración 6. Signos aritméticos sistema Braille.

Para poder escribir en lenguaje Braille, el estudiante debe tener acceso y debe saber usar los siguientes materiales:

- Las *regletas* o *pautas* (Ilustración 7. Regletas braille. Recuperado de Google Imágenes) constan de distintos números de cajetines o cuadratinas que le sirven como guía al estudiante para escribir. Las hay de diferente tipo, color, material y cantidad de cajetines o de renglones.

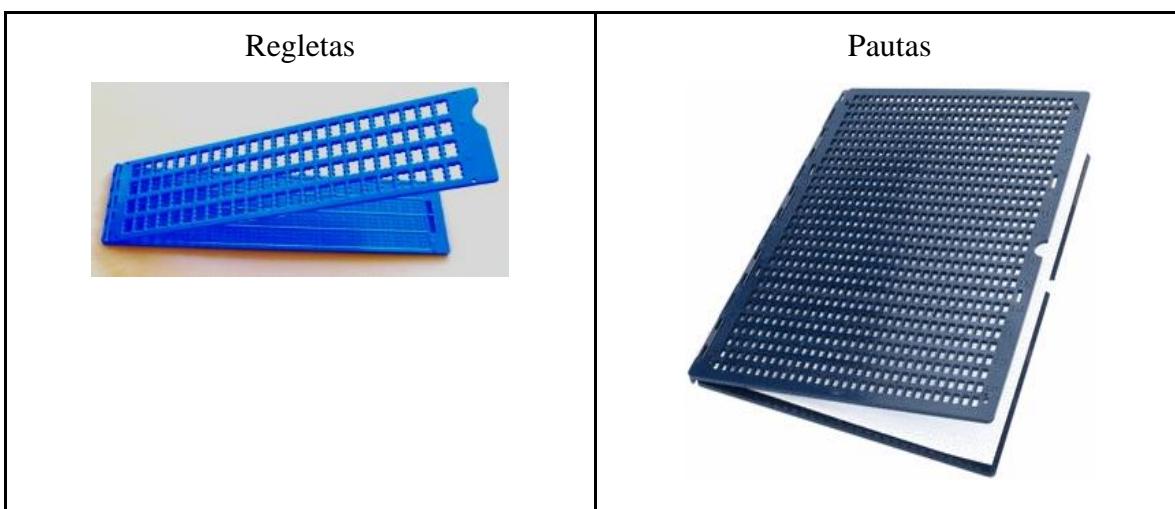




Ilustración 7. Regletas braille. Recuperado de Google Imágenes⁵

- *El punzón* (Ilustración 8. Punzón Braille. Recuperado de Google Imágenes) es una especie de esfero que se ajusta a la forma y el tamaño de la mano, se sujetta con los dedos índice, pulgar y corazón y su extremo (punta de acero) con forma redondeada se ubica en uno de los seis puntos de los cajetines. Al igual que en las regletas, los hay de diferentes tipos de acuerdo al material y a la forma del mango.

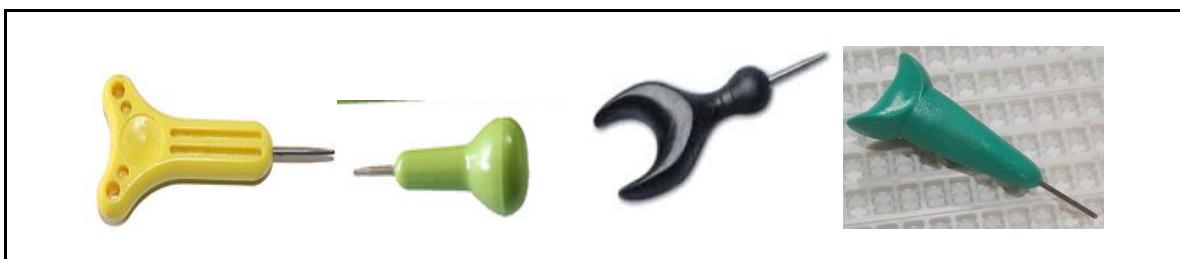


Ilustración 8. Punzón Braille. Recuperado de Google Imágenes⁶

- *Las hojas de papel ledger* son un tipo de papel especial para esta escritura ya que es más grueso, durable y permite que la escritura permanezca uniforme.

⁵Recuperadode:[⁶ Recuperado de:
\[https://www.google.com.co/search?rlz=1C1CHZL_esCO733CO733&biw=1366&bih=637&tbm=isch&sa=1&ei=smxmWtS4NITzwK35buABQ&q=punz%C3%B3n+braille&oq=punz%C3%B3n+braille&gs_l=psyab..0i8i30k1.50673.54548.0.54707.16.15.1.0.0.0.348.2078.0j14j0j1.15.0....0...1c.1.64.psyab..0.13.1814...0j0i67k1j0i24k1.0.vnZx5gE7-kc\]\(https://www.google.com.co/search?rlz=1C1CHZL_esCO733CO733&biw=1366&bih=637&tbm=isch&sa=1&ei=smxmWtS4NITzwK35buABQ&q=punz%C3%B3n+braille&oq=punz%C3%B3n+braille&gs_l=psyab..0i8i30k1.50673.54548.0.54707.16.15.1.0.0.0.348.2078.0j14j0j1.15.0....0...1c.1.64.psyab..0.13.1814...0j0i67k1j0i24k1.0.vnZx5gE7-kc\)](https://www.google.com.co/search?rlz=1C1CHZL_esCO733CO733&biw=1366&bih=638&tbm=isch&sa=1&q=regletas+braille&oq=regletas+braille&gs_l=psyab..0i13k1j0i8i13i30k1.19392.20626.0.21468.6.6.0.0.0.160.776.0j6.6.0....0...1.1.64.psyab..0.6.773...0j0i8i30k1j0i24k1.0.Yq6KrdH6Oq8#imgrc=clnOhcZQAEV7yM:</p>
</div>
<div data-bbox=)

Teniendo la regleta, el punzón y las hojas, para escribir, el estudiante debe ubicar la hoja entre la regleta o pauta al ras de las bisagras y fijarla con los puntos en relieve que se encuentran en la parte interna de la regleta. Con ayuda del punzón, se escriben las letras de derecha a izquierda, para que, al voltear la hoja, el relieve se pueda leer de izquierda a derecha, para ellos es necesario conocer el abecedario en sistema Braille.

2.2 Material didáctico

El material didáctico es un recurso que sirve para suplir “las necesidades comunicativas y expresivas del alumno, facilitar la comprensión de los contenidos y superar limitaciones personales.” (Campo, 1986, p.190). Apoya la enseñanza y el aprendizaje de los conceptos, habilidades y destrezas.

2.2.1 *Consideraciones generales sobre el uso de material didáctico en la población con discapacidad visual*

El material didáctico para estudiantes en condición de discapacidad visual, debe favorecer al sentido del tacto pues sus manos son su principal instrumento de experimentación. Revuelta (1993) menciona dos adaptaciones particulares “La mano debe convertirse en el órgano primario de percepción, sin perder por ello su función ejecutora, la coordinación visomotora se sustituye en el niño ciego por coordinación bimanual y coordinación oído - mano.”(p.10) El docente debe tener presente estos dos aspectos para la construcción o adaptación de un material didáctico y según Leonhardt (citado por Pérez y Hernández, 2015) la percepción del tacto comprende:

La percepción táctil o estática es la que se da a través de los receptores cutáneos, por medio de ellos podemos sentir las cualidades térmicas y la consistencia. Con la mano en reposo sólo podemos describir el aspecto aproximado y esquemático de los objetos. Por otro lado, la percepción cinestésica o dinámica es la que nos brinda información a través del movimiento voluntario de las manos. Este tipo de percepción dinámica nos permite percibir el objeto, su textura, aspereza, dureza y forma. (p.5)

Cuando un estudiante en condición de discapacidad visual asocia estos dos sistemas se consigue la percepción háptica o la de tacto activo, la cual es la base del desarrollo y aprendizaje de esta población.

Para la adaptación de materiales concretos se deben conocer las condiciones del alumno, su edad, sus preconceptos, su nivel de desarrollo motor, el empleo o no de los sistemas de percepción háptica, entre otros. Y existen algunas normas generales para llevar a cabo este proceso; según Guzmán Rojas (2015) son:

- ✓ El tamaño del material debe ser adecuado para poder ser abarcable por las manos extendidas del alumno a quien va dirigido. Esto es importante ya que el niño/a con la mano dominante explora el material y utiliza la mano no dominante como referencia. Si el material es muy grande, esta referencia de tamaño se pierde.
- ✓ Cuanto mayor relieve podamos conseguir más fácil resulta la discriminación.
- ✓ Es preferible utilizar formas esquemáticas y muy sencillas. Los objetos recargados no son bien percibidos al tacto.
- ✓ El material tiene que ser consistente y resistente, que no se rompa con el uso. Además, se debe eliminar todos aquellos materiales que pudieran ocasionar riesgos en su manipulación (espejos, elementos pequeños, cristales, aristas, etc.)
- ✓ Tener en cuenta que, a mayor número de elementos o símbolos, mayor dificultad para reconocerlos.
- ✓ Que sea un material atractivo táctil y motivador. (p.33)

2.2.2 Material didáctico en matemáticas utilizado por población en condición de discapacidad visual

En cuanto al trabajo matemático con niños con discapacidad visual García (2012) plantea que quienes no presenten otro tipo de discapacidad, pueden trabajar en un aula regular teniendo en cuenta que necesitan de un material didáctico especial, para que puedan entender los nuevos conceptos que se trabajen en el aula. Dado que las personas ciegas llegan a desarrollar más los sentidos del oído y tacto, existen materiales que les permite

trabajar haciendo uso de dichos sentidos, en especial del tacto, tales como⁷:

El *kit de Geometría Braille*, compuesto por regla, transportador, compás y escuadras y el cual tiene como objetivo el conocimiento de unidades de medida.



Ilustración 9. Regla y compás para ciegos

También está el *Ábaco Cranmer*, cuyo objetivo es la resolución de problemas aritméticos asociados a las operaciones básicas. Tiene una estructura similar a la de los ábacos normales, a excepción de ciertas marcas (puntos y rayas) que sirven como indicadores para los niños.

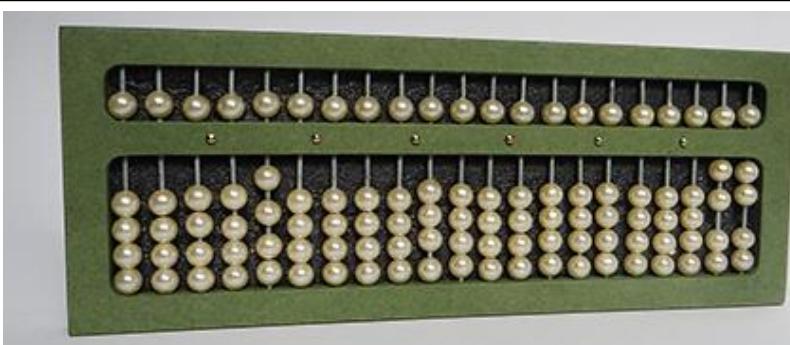


Ilustración 10. Abaco Cranmer

Por otro lado, se encuentran los planos cartesianos (para funciones y para la circunferencia unitaria). A diferencia de los usuales, en estos se trabaja con números enteros. Se hace uso

⁷ Las imágenes que se muestran fueron tomadas del catálogo de productos del Instituto Nacional para Ciegos y del centro de tiflogología del Colegio José Félix Restrepo.

de puntillas, para representar un punto, y de cauchos, para las gráficas:

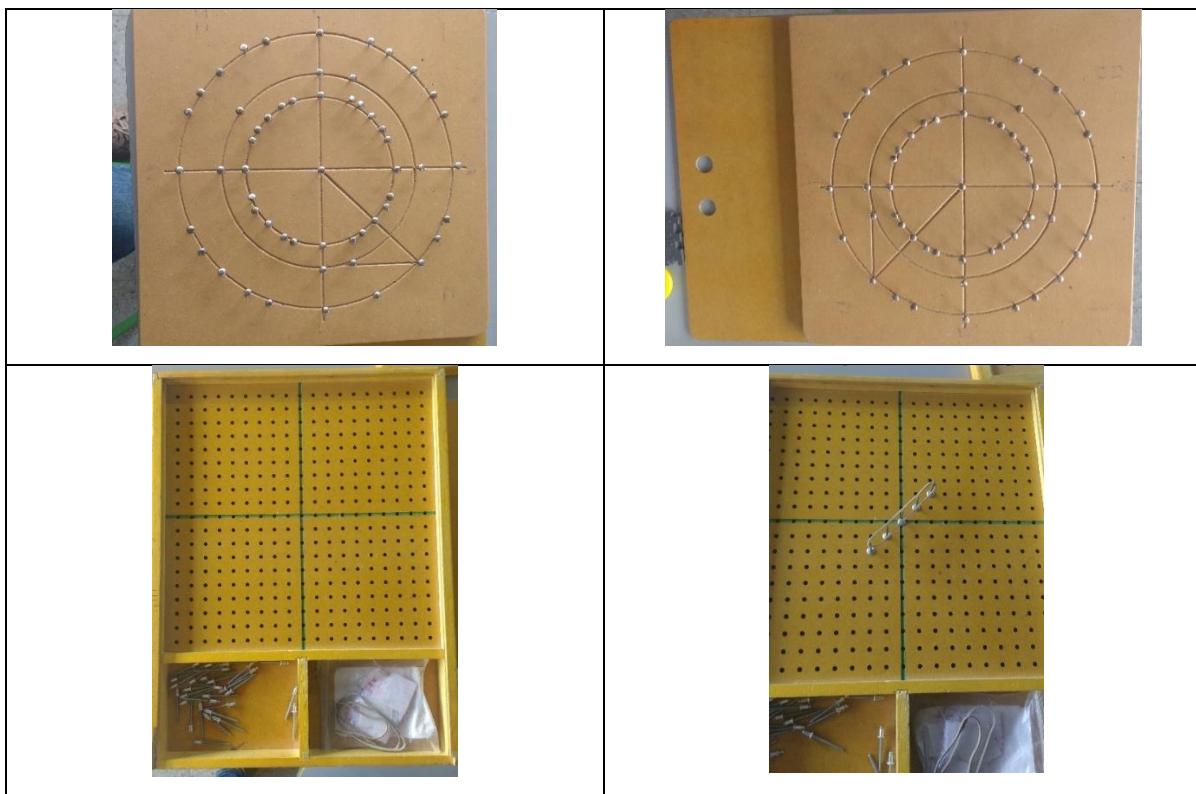


Ilustración 11. Planos cartesianos para ciegos

Fuentes (s.f.) en su escrito *Diseño de imágenes para ciegos, material didáctico para niños con discapacidad visual* lista una serie de materiales didácticos y entre ellos nombra algunos creados exclusivamente para el trabajo en el área de Matemáticas. Algunos de ellos se nombran a continuación (Ver Anexo 4. Material didáctico para estudiantes con discapacidad visual.):

36.- Ábaco grande	45.- Grandes tarjetas de los números del 1 al 9000	51.- Tarjeta grande de los números del 1 al 1000
37.- ábaco pequeño	46.- Juego del banco	52.- Tarjetas grandes del 1 al 3000
38.- Balanza con Perles	47.- Material de las formas equivalentes	53.- Tarjetas pequeñas del 1 al 9000
39.- Bolos fraccionarios	48.- Potencial de 2	54.- Tour fracciones
40.- Círculos fraccionados	49.- Potencial de 3	
41.- Cuadrados metálicos		
42.- Cubo binomio		

<i>43.- Cubo binomio</i>	<i>50.- Tablero de la multiplicación para las fracciones decimales</i>	<i>55.- Triángulos metálicos</i>
<i>44.- Fracciones de círculos con grados</i>		<i>56.- 1^a y 2^a tabla de Séguin</i>

Tabla 3. Listado de material didáctico.

Dado que los materiales didácticos son los que apoyan la enseñanza de un concepto, uno de los productos esperados de este trabajo de grado es un material para trabajar la caracterización de cuadriláteros (y otros polígonos) adaptado a las necesidades de los estudiantes ciegos, el cual se mostrará más adelante.

2.3 Procesos de Conjeturar y Definir

Los estudiantes, llevan a cabo diversos procesos propios de las ciencias, en particular de geometría. Algunos de estos son visualización, razonamiento, conceptualización, construcción, conjeturación, exploración, justificación, entre otros. A continuación, se definen dos de ellos.

2.3.1 *Conjeturar*

La conjeturación es uno de los procesos cognitivos que se pueden desarrollar durante la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Samper y Molina (2013) afirman que dicho proceso tiene como meta “la formulación de conjeturas, es decir, establecer enunciados de carácter general” (p.17). Para llegar a estos enunciados el individuo parte de lo observado en casos particulares (argumentos inductivos) y del análisis de las suposiciones que se hayan planteado. La veracidad de las conjeturas aún no está definida por quien las crea, pero si se tiene una confianza alta de que el enunciado es verdadero. Dentro de este proceso los autores hacen referencia a dos acciones propias de él:

- “*Detectar un invariante y verificarlo siempre que surjan elementos de incertidumbre.*”
- “*Formular la conjetura y corroborarla*”

Según (Plazas y Samper, 2013, p.436) en el proceso de construcción de conjeturas se implementan varios procesos:

1. La **exploración** *consiste en construir una representación y a partir de ella encontrar propiedades, relaciones entre ellas e invariantes.*
2. La **visualización** parte de dar una representación gráfica y por medio de acciones que lleva a cabo el estudiante, tales como *observar, detallar, percibir se detectan propiedades geométricas de un objeto*. De igual manera, le permite reconocer figuras geométricas y hacer una comparación con, bien sea la representación matemática, o con la imagen conceptual que ha generado cada estudiante.
3. La **generalización** *la cual hace referencia a expresar por medio de un enunciado, en términos matemáticos*, de preferencia de forma condicional, el hecho geométrico que ha descubierto por medio de los dos procesos nombrados anteriormente.
4. La **verificación** de la conjetura formulada durante la generalización, es decir, es donde el estudiante pone a prueba su enunciado y determina su veracidad.

Dentro del proceso de conjeturación se hace uso de la exploración y la visualización. Hit (citado por Barrios, Muñoz & Zetién, 2008) considera que “la visualización no es una actividad cognitiva trivial: visualizar no es lo mismo que ver” (p.17). Apoyando esto, en el contexto de la discapacidad visual, Santacruz y Sinisterra (2013) afirman que “visualizar se refiere a las manipulaciones que cognitivamente puede hacer el niño alrededor de la representación de un objeto geométrico, la cual se puede construir por distintos canales, no sólo visuales” (p.54). Es decir que el estudiante en condición de discapacidad visual realiza una exploración por medio del sentido del tacto, olfato, oído y gusto; a partir de estos sentidos, realiza una representación mental del objeto matemático y las invariantes de este. Por otro lado, la geometría se basa en representaciones gráficas, que posibilitan observar, detallar e identificar propiedades de las figuras geométricas.

El sistema o exploración háptico relaciona la percepción cutánea, cinestésica y háptica. Se puede decir que la percepción cutánea es la que informa de la estimulación de la superficie externa del cuerpo a través de receptores situados en la piel y las fibras nerviosas, la cinestésica informa sobre la posición, estática o dinámica de las distintas partes del cuerpo y la háptica es la unión y coordinación de las anteriores percepciones; es la que se encarga de la dimensión activa, exploratoria, del tacto en su funcionamiento natural, se puede decir que es la que nos permite realizar una búsqueda activa de información relevante, realizada generalmente con las manos y por medio de ciertos movimientos explorativos. (García y López, s.f).

Existen dos áreas importantes para entender la percepción háptica; el primero, el tacto dinámico que permite al individuo saber sobre la información de la deformación de la piel, de la posición articular y al tiempo del esfuerzo y situación muscular. Esto se basa en tratar de describir las propiedades físicas (peso, esfuerzo, etc.) que son sensibles al conjunto de receptores que forman parte del sistema cinestésico. La segunda área es la estereognosis manual,

La forma más habitual de la percepción háptica, es la búsqueda activa de la información relevante que se realiza principalmente con las manos (estereognosis manual) y por medio de ciertos movimientos estereotipados. Los movimientos de exploración son movimientos intencionales encaminados a producir las perturbaciones o modificaciones en sus mecanismos receptores que se producen en relación más directa con la dimensión del objeto que se trata de discriminar. (García y López, S.F, p.5).

La manipulación está enfocada en el tacto como un órgano perceptivo, el cual proporciona sensibilidad al individuo. Esta no se encuentra solo en sus manos, sino en todo su cuerpo, de esta manera se enfrenta al mundo que lo rodea, por medio del contacto con diversas superficies. Según García y López (S.F) “el órgano para la sensación es anatómicamente el mismo que el de la acción” (p.2). Por tal razón, se dice que hay una relación entre el sistema perceptivo y el sistema ejecutivo. Los estudiantes con discapacidad visual, por

medio del sentido, perciben el mundo y esto lleva a unas a determinadas acciones.

Por otro lado, Samper, Leguizamón, y Camargo (2001) afirman:

Sólo mirar las figuras no es suficiente para ver lo que ellas representan, es necesario mirarlas matemáticamente, y esto comprende: establecer relaciones entre conceptos geométricos o información geométrica conocida, dar significado a los conceptos y procedimientos geométricos, argumentar con razones fundadas acerca de una propiedad, relación o situación geométrica y comunicar, en forma convincente, los resultados de indagaciones en geometría. (p.153)

De acuerdo con lo dicho por los autores citados anteriormente, vamos a asumir que la forma de percibir los objetos o representaciones es por medio de la percepción háptica, en la cual el tacto permite hacer una manipulación de estos y esto conlleva a la visualización en personas ciegas. Teniendo en cuenta que estas acciones generan unas representaciones en la mente de los individuos, el estudiante en condición de discapacidad visual no puede ver las figuras geométricas, pero por medio de la visualización puede lograr “mirarlas” matemáticamente, puede llegar a descubrir las propiedades que cumplen las figuras que puede observar a través del tacto y es allí donde se logra desarrollar el proceso de visualización.

Desarrollar los procesos de exploración y visualización, permite descubrir características invariantes, lo cual llevará a formular una conjetura.

2.3.2 Definir

Definir según Leikin y Winicki-Landman (citado por Silva, 2013) “es mucho más que asignar un nombre” (p.5), es un proceso de construcción y formulación donde se logra tener el significado y el carácter de un concepto. Se considera este proceso de gran importancia, porque da indicio de la comprensión del objeto, lo cual no se obtiene cuando un estudiante repite una definición de memoria.

Por otro lado, Vinner (citado por Silva, 2013), identifica dos elementos cuando se trabaja una definición: el concepto y la imagen del concepto. Entiéndase que el concepto es “el objeto matemático determinado por una definición formal, mientras que la imagen del concepto es algo no verbal asociado en nuestra mente con el nombre del concepto.” (Silva, 2013, p.28). La imagen del concepto puede ser incorrecta, parcial o completa y puede ser una representación visual o una colección de impresiones o experiencias, que puede generar dificultades o quitarle atributos al objeto matemático en cuestión, por tanto, es necesario incluir la definición formal para evitarlo.

Para entender esta relación, Vinner (citado por Silva, 2013) propone “la existencia de dos “células” diferentes en nuestra estructura cognitiva. Una es para la definición del concepto y la otra para la imagen del concepto.” (p.29). De manera inicial un individuo puede tener una o ambas células vacías, esto significa que la célula de la imagen del concepto está vacía cuando no se asocia significado alguno con el nombre del concepto, lo cual puede ocurrir cuando la definición del concepto se memoriza. Cada célula puede formarse independientemente para luego asociarse, pero también se tienen dos casos en los que haya una interacción entre ellas:

Caso 1: El estudiante puede tener una imagen de un concepto y después recibir una definición formal. En esta situación, la imagen del concepto puede ser cambiada o reconstruida, puede permanecer como está y la célula de la definición contendrá la definición del profesor por un tiempo, pero pronto será olvidada o distorsionada y cuando se le pida al estudiante definir el concepto este se referirá a su imagen del concepto. En este caso la definición formal no ha sido asimilada. (Silva, 2013).

Caso 2: Cuando un concepto es introducido inicialmente por medio de una definición y luego se le asigna una imagen. La célula de la imagen del concepto está vacía. Se va llenando gradualmente gracias a exploraciones de las representaciones del objeto, sin embargo, no necesariamente refleja todos los aspectos de la definición del concepto. (Silva, 2013).

Existen dos procesos diferentes para definir conceptos:

Caso 3: Definir de manera descriptiva un concepto (a posteriori):

“significa que se define después de haber conocido propiedades del concepto por algún tiempo. En otras palabras, la imagen del concepto está desarrollada antes de formular una definición del concepto.” (Silva, 2013, p.34).



Ilustración 12. Definir de manera descriptiva. 8

Caso 4: Definir de manera constructiva (a priori):

“significa que cierta definición de un concepto se cambia a través de la exclusión, generalización, especialización, sustitución o adición de propiedades, construyendo un nuevo concepto en el proceso. En este caso, la definición de un nuevo concepto precede a la posterior exploración de las propiedades adicionales y al desarrollo de la imagen del concepto.” (Silva, 2013, p.34).

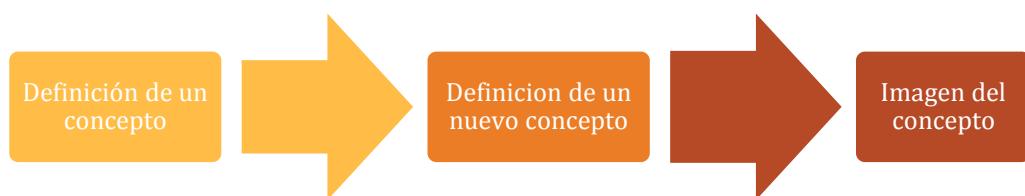


Ilustración 13. Definir de manera constructiva. 9

Tall y Vinner (citado por Silva, 2013) mencionan que la relación coherente y óptima entre la imagen del concepto y la definición del concepto depende de los diferentes estímulos porque estos “pueden activar diversos aspectos de la imagen del concepto, desarrollándolos de distintas maneras que no necesariamente conforman un todo coherente.” (p.29).

⁸ Tomado y modificado de Villiers (*Citando por Silva, 2013*)

⁹ Tomado y modificado de Villiers (*Citado por Silva, 2013*)

Las definiciones se pueden clasificar de distintas maneras. A continuación, se presenta una clasificación en un esquema:

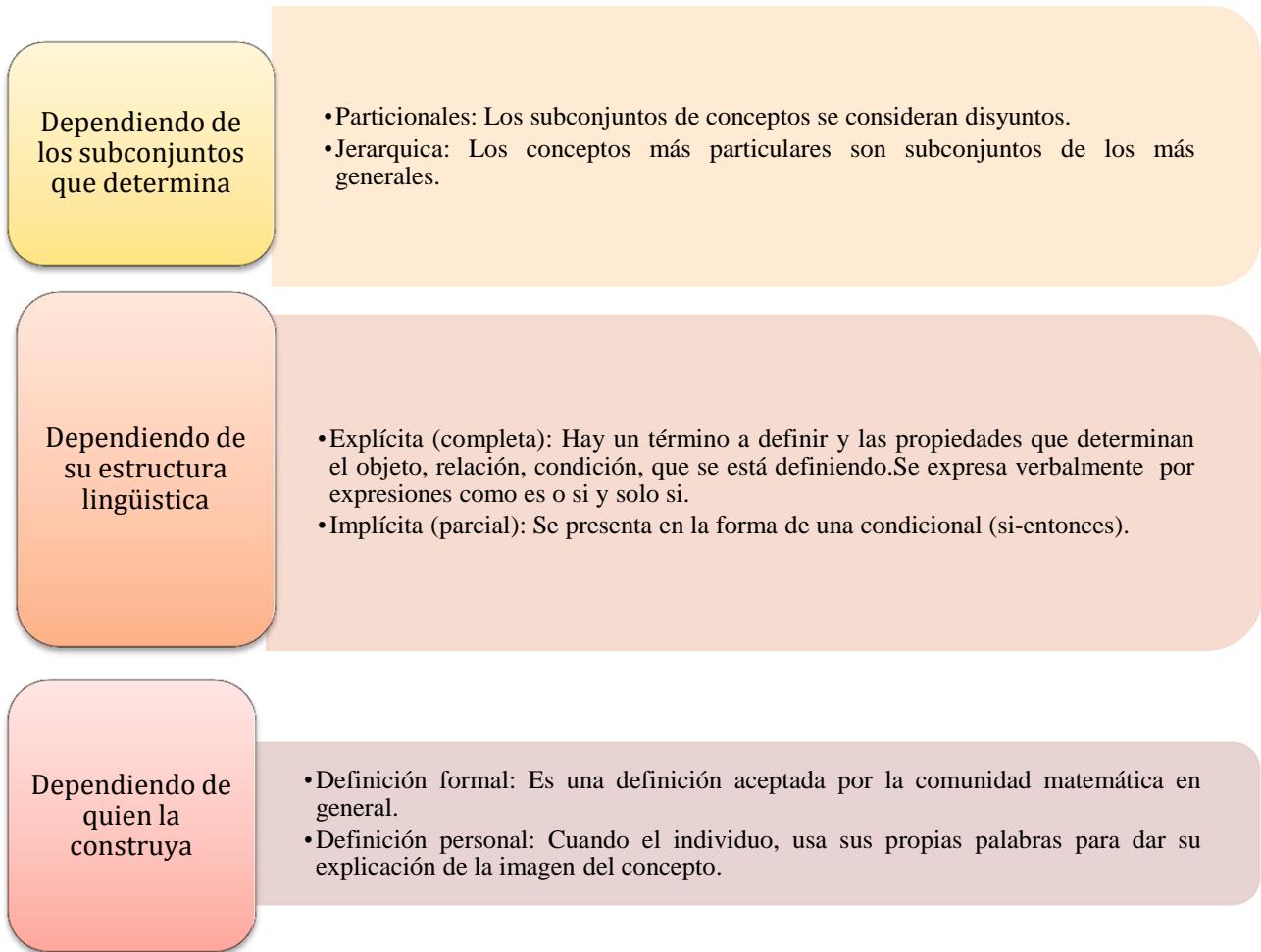


Ilustración 14. Clasificación Definir¹⁰.

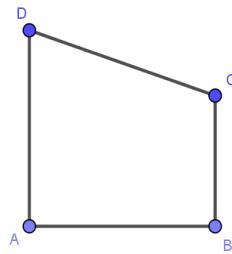
2.4 Marco matemático

Dado que el tema central de la propuesta didáctica es la *caracterización de algunos cuadriláteros*, a continuación, se presenta una síntesis de los referentes teóricos a tener en cuenta, tomados de Clemens, O'Daffer y Cooneyet (1998) en el libro *Geometría con aplicaciones y solución de problemas*, y Polanía y Sánchez (2007) en el capítulo V de su libro *Un acercamiento al pensamiento geométrico*. Sin embargo, las definiciones y

¹⁰ Tomado y modificado de Villiers (Citado por Silva, 2013)

propiedades se modifican para el trabajo con los estudiantes en condición de discapacidad visual.

Definición de cuadrilátero: *Figura geométrica cerrada formada por cuatro segmentos y cuatro ángulos, que se intersecan únicamente en los extremos.*



Dado el cuadrilátero ABCD se tiene:

1. Los lados \overline{AD} y \overline{BC} no tienen un vértice común. Son un par de **lados opuestos**. Los lados \overline{AB} y \overline{DC} también son opuestos.
2. Los lados \overline{AD} y \overline{DC} tienen un vértice común. Son un par de **lados adyacentes**. Otros pares de lados adyacentes son \overline{DC} y \overline{CB} , \overline{CB} y \overline{BA} , y \overline{BA} y \overline{AD} .
3. Los ángulos B y D no tienen un lado en común. Son un par de **ángulos opuestos**. Los ángulos A y C también son opuestos.
4. Los ángulos A y B tienen el lado en común. Son un par de **ángulos consecutivos**. Otros pares de ángulos adyacentes son B y C, C y D, y D y A.
5. El segmento que une dos vértices no consecutivos de un polígono con interior convexo es llamado **diagonal del polígono**. Los segmentos AC y BD son diagonales del polígono

Definición de rectángulo: *Un rectángulo es un cuadrilátero con sus cuatro ángulos rectos.*

Definición de rombo: *Un rombo es un cuadrilátero con sus cuatro lados congruentes.*

Definición de cuadrado: *Un cuadrado es un cuadrilátero equilátero y equiángulo, es decir que sus cuatro ángulos son rectos y sus cuatro lados congruentes.*

A continuación, se presentan algunas propiedades que cumplen los cuadriláteros y que dadas las condiciones del material es posible proponer tareas que permitan a los estudiantes descubrirlas y conjeturarlas.

Propiedad 1: *Los ángulos opuestos de un rombo son congruentes.*

Propiedad 2: *Los lados opuestos de un rectángulo son congruentes.*

2.5 Análisis cognitivo

A continuación, se describen de manera general algunos errores que los estudiantes pueden cometer asociados a la geometría, en particular a los cuadriláteros, junto con algunas de las competencias que se espera que los estudiantes desarrollen.

Para Rico (1998) el **error** muestra que el estudiante tiene un conocimiento deficiente e incompleto. El error es una posibilidad permanente en la adquisición y consolidación del conocimiento en este caso el conocimiento geométrico.

De manera general, Radillo (2011) menciona que para clasificar **errores** de representación se requiere establecer los códigos que rigen las formas de representación más comunes de la geometría euclíadiana:

Tabla 4. Formas de representación de la geometría euclidiana.

EE *Verbal.* Descripción de un objeto o enunciado matemático expresado solo en palabras, ya sea de manera oral o escrita. En este caso se utiliza el español especializado de la geometría euclíadiana.

SIM	<i>Simbólica.</i> Descripción de uno o más objetos matemáticos, sus propiedades y/o relaciones, expresada únicamente con la notación matemática tradicional.
GRAF	<i>Gráfica.</i> Imagen de uno o más conceptos matemáticos y las relaciones entre ellos. Suele incluir letras que asignan nombres específicos a los componentes de la figura.

Radatz (1979) propone el siguiente Modelo de clasificación de errores para la geometría

Tabla 5. Clasificación de errores en la geometría.

E1	Errores debidos a la dificultad del lenguaje: Para muchos alumnos el aprendizaje de conceptos matemáticos, los símbolos, y el vocabulario es una "lengua extranjera" es decir que es poco conocido para ellos.
E2	Errores debidos a dificultades para obtener información espacial: Muchos errores matemáticos surgen de las diferencias entre las imágenes espaciales y el pensamiento espacial de los alumnos. Estos errores aparecen cuando es necesario hacer una representación espacial de una situación matemática o de un problema geométrico y no se logra realizarlo con éxito.
E3	Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos: Incluyen las deficiencias en el contenido y los problemas específicos de conocimiento, necesarios para desenvolverse satisfactoriamente en la tarea matemática. Estas deficiencias pueden originarse en el desconocimiento de algoritmos, manejo inadecuado de conceptos básicos, realización de procedimientos incorrectos, incomprensión de símbolos, etc.
E4	Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes: Son aquellos producidos por el desarrollo incorrecto de algoritmos, la falta de estrategias en la solución de tareas matemáticas, la aplicación de reglas o estrategias similares en contenidos diferentes, etc.

En el aprendizaje de los cuadriláteros según Rico (1998) se puede evidenciar:

Tabla 6. Errores presentados en el aprendizaje de los cuadriláteros.

E5	Considerar que los cuadriláteros son figuras geométricas que poseen ángulos rectos.
E6	No reconocer que en los cuadriláteros se puede modificar su posición sin que cambie por esto su forma y propiedades.
E7	Considerar que no existe diferencia entre el rombo y el cuadrado, ignorando que, en algunos casos, los ángulos del rombo no son rectos.

Dado que la ***competencia matemática*** está definida como el “conjunto de capacidades puestas en juego por los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando resuelven o formulan problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones” (Rico, 2007, p.50), se espera que, por medio de las tareas propuestas, los estudiantes desarrollem algunas competencias tales como argumentar, usar material, comunicar, representar, pensar y razonar.

3 METODOLOGÍA

3.1 Descripción general: Análisis didáctico

Gómez (2002), en su artículo *Análisis Didáctico y Diseño Curricular en Matemáticas*, define análisis didáctico como la actividad que realiza un profesor para diseñar, llevar a la práctica y evaluar unidades didácticas, secuencias y clases). Este autor plantea cuatro fases para organizar un análisis didáctico:

- 1. Análisis de contenido:** En este se determinan los conceptos, contenidos, objetivos y demás aspectos que sean relevantes a tener en cuenta a la hora de escoger el objeto matemático a trabajar. Se hace un análisis sobre lo que el estudiante va a aprender, partiendo de y teniendo en cuenta los conocimientos matemáticos que ha adquirido previamente y los que van a ser usados por el profesor durante las clases.
- 2. Análisis cognitivo:** En este el profesor establece las competencias que se espera desarrollen los estudiantes, se plantean los objetivos a los que quiere que el estudiante llegue, mediante las actividades o secuencias de actividades que plantee en las sesiones de clase. De igual manera se consideran aquellos obstáculos, dificultades y/o errores que pueden llegar a presentar los estudiantes al abordar el concepto matemático, con el fin de generar estrategias para superarlos.
- 3. Análisis de instrucción:** En este se diseñan tareas o se rediseñan las existentes, con el fin de evaluar qué tan pertinente es llevar a cabo esa tarea con ese objeto matemático en específico.
- 4. Análisis de actuación:** Dado que es la última fase, esta se realiza al ya haber implementado la tarea o actividad en el aula. Tiene como fin permitirle al docente hacer una evaluación crítica a la propuesta planteada, evaluar su pertinencia y, si es necesario, hacer cambios o mejorías para que dicha tarea efectivamente permita llevar a cabo el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

Con base en las cuatro fases del anterior artículo este trabajo presenta un análisis didáctico dado que:

1. Se presenta el contenido matemático referente a cuadriláteros que debe conocer un docente de matemáticas, del cual algunos conceptos y propiedades serán puestos en juego en el desarrollo de las tareas y algunos de las nociones que el estudiante debe saber o va a conocer.
2. Se enuncia un análisis de algunos errores y/o dificultades que pueden presentar los estudiantes a la hora de llevar a cabo las actividades con cuadriláteros. Partiendo de ellos, se plantean los enunciados de los talleres que van a ser presentados. De igual manera se plantean los objetivos de aprendizaje a los que se espera lleguen los estudiantes.
3. Se presenta la secuencia de tareas diseñada y posterior al análisis, si es necesario, se establecen posibles mejoras del mismo.
4. Finalmente, luego de haber aplicado las actividades y analizado los resultados, se evalúa la pertinencia de las tareas propuestas y el material, para identificar aspectos a mejorar.

3.2 Descripción de la población: Estudiantes y el profesor

La propuesta didáctica, se implementa con personas con discapacidad visual. La OMS (Organización Mundial de la Salud) tiene una subdivisión según la función visual. En este trabajo de grado se tiene la participación de personas con discapacidad visual grave.

El colegio José Félix Restrepo, es un colegio mixto, calendario A, ubicado en la carrera 6 #18a - 20 Sur, en el barrio Sosiego, Bogotá - Colombia. Esta institución nos permitió realizar la implementación de las actividades, con una estudiante de grado sexto y tres estudiantes de grado séptimo (Dos niñas y un niño), quienes tienen un rango de edad entre 12-13 años. Presentan algunas dificultades para medir con la regla y el transportador y debido a su condición es necesario que cada instrucción sea muy clara, concisa y precisa.

3.3 Descripción general de las tareas.

Teniendo en cuenta que el concepto central de las tareas son los *cuadriláteros* y que se va a hacer uso de un material didáctico, como primera actividad se llevará a cabo el reconocimiento de este. Posteriormente, se plantearán cuatro tareas que tienen como objetivo principal permitir a los estudiantes acercarse a los conceptos de rectángulo, rombo, cuadrado y cometa convexa.

Por sugerencia del docente del área de tiflogología y teniendo en cuenta que las actividades se aplicarían a un grupo pequeño de cuatro estudiantes, las instrucciones del taller y su desarrollo se dieron de forma oral y se tomaron evidencias audiovisuales y fotográficas de todas las sesiones. En la siguiente tabla muestra el cronograma de las sesiones llevadas a cabo:

Tabla 7. Cronograma de sesiones.

Secciones	Actividades desarrolladas
Sesión 1	Reconocimiento de segmentos, ángulos y uso de la regla.
Sesión 2	Construcción de ángulos y reconocimiento y uso del transportador.
Sesión 3	Construcción y definición de cuadriláteros.
Sesión 4	Definición de rectángulo y propiedad de los segmentos opuestos.
Sesión 5	Definición de cuadrado.
Sesión 6	Definición de rombo.

Debido a las dinámicas propias del colegio, el tiempo dado no fue suficiente para abordar todas las tareas planteadas.

4 MATERIAL DIDÁCTICO SAGOOS

(Segments – Angles – Geometry – Out – Of – Sight)

Para la determinar el nombre del material didáctico se tuvieron en cuenta las palabras: segmentos, ángulos, geometría fuera de vista y polígonos, puesto que son las palabras con las que se relaciona la funcionalidad del material y el nombre del trabajo de grado. Se plantearon ideas en español e inglés, tales como: 1. SANGPOLS o SANPOLIS (S: Segmentos, ANG: Ángulos y POL: Polígonos.) 2. POLAS (POL: Polígonos, A: Ángulos y S: Segmentos) 3. SAGOOS (S: Segments, A: Angles, G: Geometry O: Out, O: Of y S: Sight) Finalmente, por facilidad en la pronunciación y común acuerdo de las autoras se optó por el nombre de SAGOOS.

4.1 Descripción SAGOOS

Teniendo en cuenta que desde un principio se había planteado trabajar algún tipo de polígono a partir de sus elementos constitutivos (ángulos, vértices y segmentos), la idea original del material didáctico surgió a partir de dos necesidades evidenciadas al trabajar los conceptos de los cuadriláteros en un aula: la unión de los vértices y los segmentos, para construir ángulos, y la “ampliación y/o reducción” de las medidas de los segmentos y de los ángulos. Partiendo de esto se creó un primer prototipo del material (Ilustración 15. Sagoos 1.0).

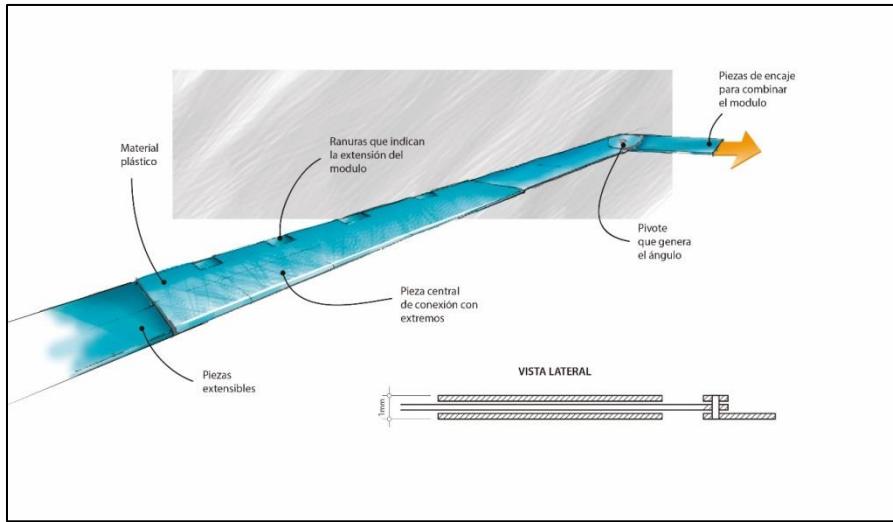


Ilustración 15. Sagoos 1.0

Dicha versión¹¹ fue construida con el material de las carpetas plásticas. Tal como se evidencia en la imagen, la construcción permitía extender o retraer la pieza, que hacía las veces de segmento, y permitía girar el ángulo, pero dado que el material no era liso, esto podía generar confusiones en los estudiantes con discapacidad visual. Luego se diseñó una nueva versión (Ilustración 16. Sagoos 2.0).

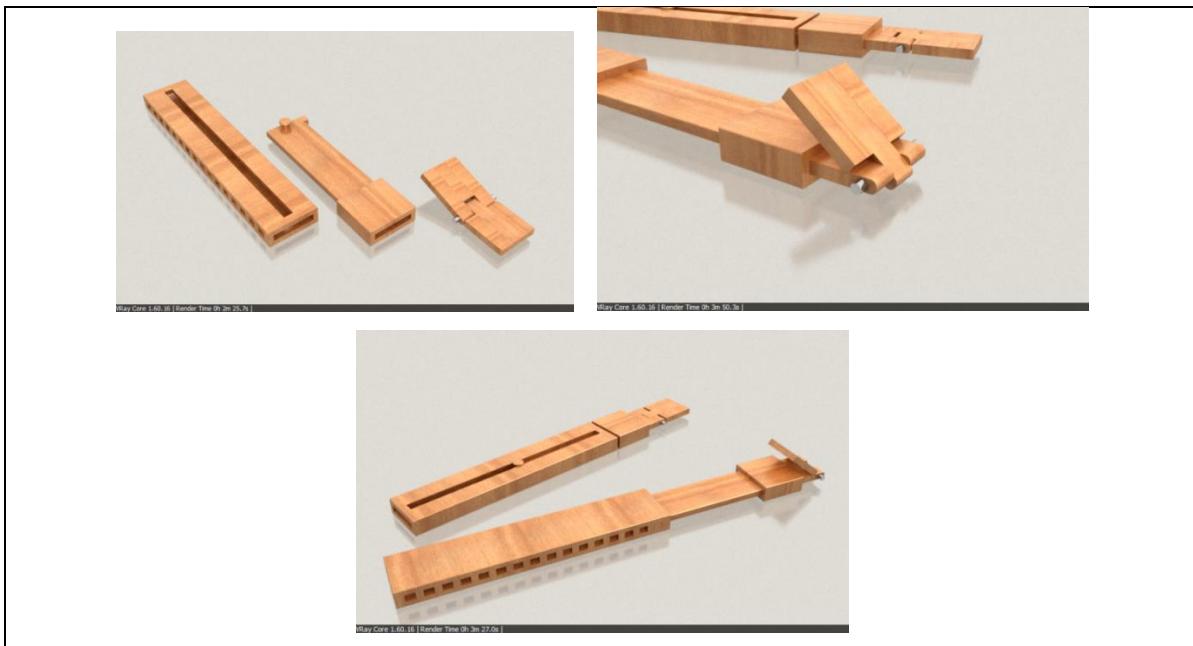


Ilustración 16. Sagoos 2.0

¹¹Construcción realizada por Arturo Canchón a partir de las ideas suministradas por las autoras.

Esta segunda versión¹² fue diseñada para ser elaborada en madera (Tipo MDF), pero por la complejidad de la construcción y los costos requeridos para su elaboración, se diseñó una versión final, más sencilla de armar y económica (Ilustración 17. Versión final SAGOOS.).

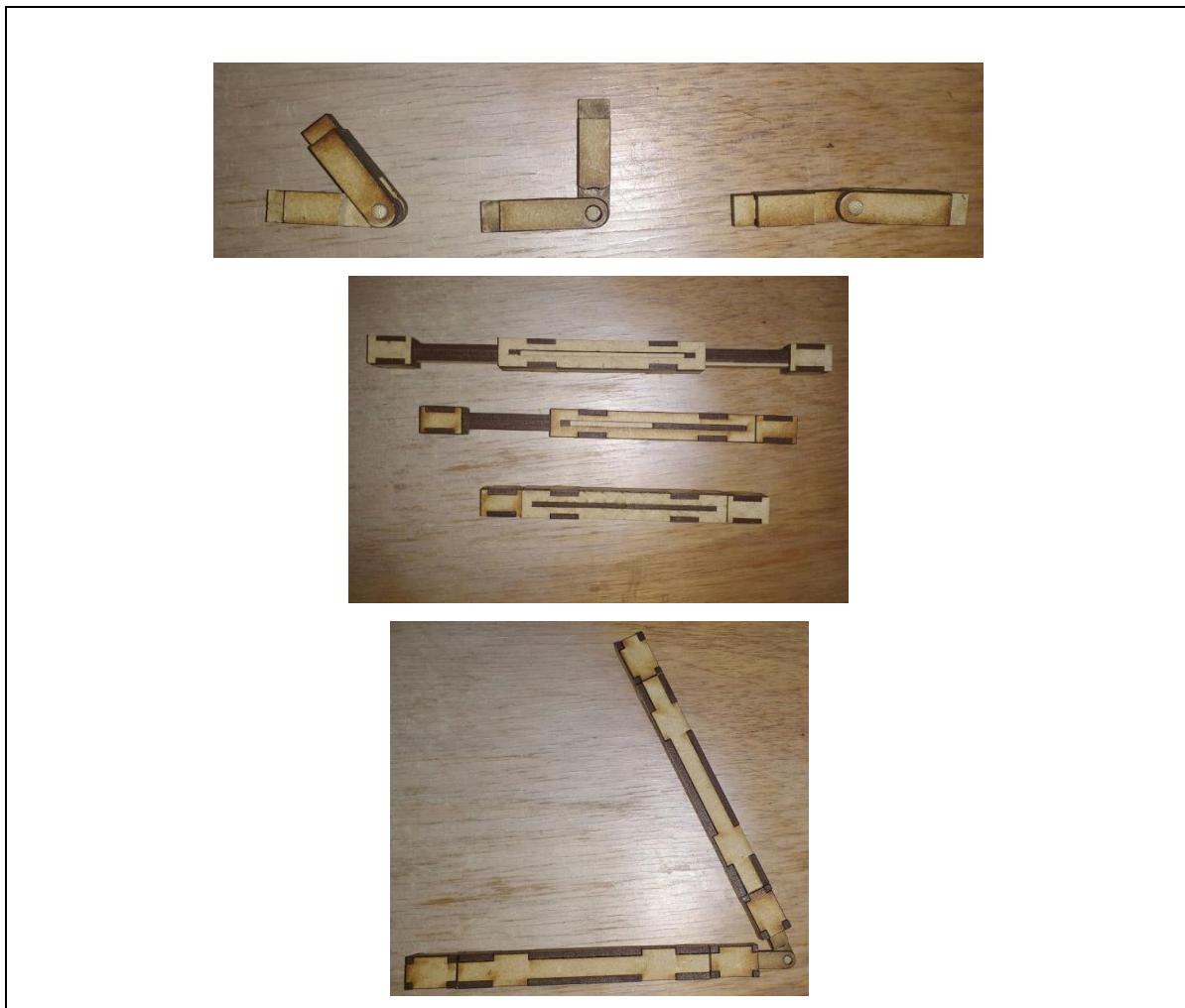


Ilustración 17. Versión final SAGOOS.

A continuación, se presenta la descripción del material, cómo está conformado SAGOOS (versión final) y cómo se usa.

¹² Diseñado por Santiago Salamanca a partir del primer prototipo del material y con algunas modificaciones mencionadas por las autoras.

4.2 Instrucciones de uso de SAGOOS

SAGOOS es un conjunto de estructuras acompañadas de unos instrumentos básicos para ser usados por la población en condición de discapacidad visual. Cada estuche de SAGOOS contiene: 4 segmentos, 4 ángulos, 4 trabas, 1 regla y 1 transportador.

Los segmentos: Estructuras que pueden variar de longitud. Longitud mínima de 14 cm y máxima de 22 cm. Cada segmento en un extremo del mismo tendrá 0, 1, 2 o 3 puntos para ser nombrados.



Ilustración 18. Segmentos SAGOOS

Los ángulos: Estructuras de dos piezas que pueden rotar, lo cual permite que la amplitud del ángulo varíe. En uno de sus lados tienen 0, 1, 2 o 3 puncitos para identificar cada uno. La amplitud mínima es de 40 grados y la máxima de 180.



Ilustración 19. Ángulos SAGOOS

La regla: Tiene dos caras; en una de estas, la superficie es lisa y en la otra la superficie tiene una serie de puntos ubicados a 1 cm de distancia. Esta regla permite acomodar un extremo del segmento al lado izquierdo de la regla para facilitar la toma de medidas. La persona debe palpar cada punto para determinar la cantidad de centímetros, empezando desde el primer punto de izquierda a derecha que será nuestro punto 0.

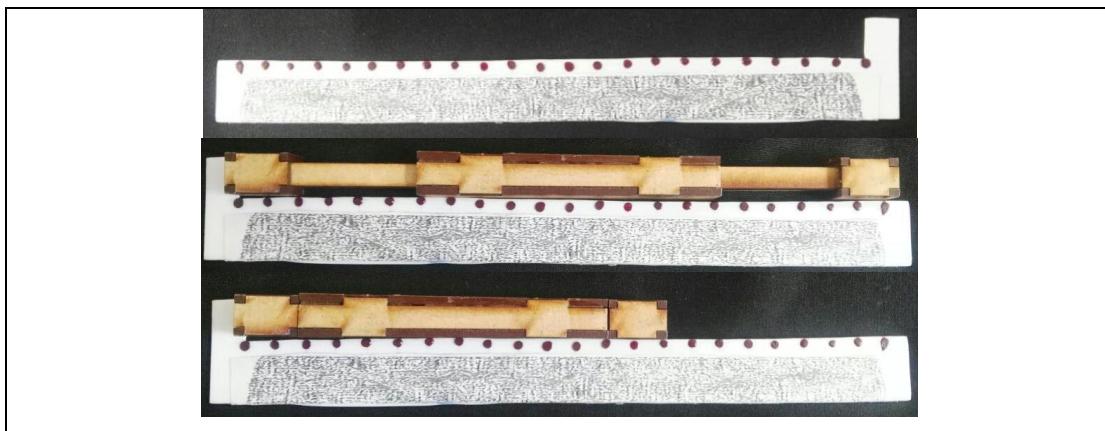


Ilustración 20. Regla SAGOOS

El transportador: Tiene dos caras, en la parte del frente se encuentran ubicados los puntos, la amplitud entre cada punto es de aproximadamente 10 grados, para facilitar la medida de los ángulos. En la parte de atrás, se encuentra una “L” que permite encajar el transportador con el segmento. El extremo fijo del transportador queda encajado con uno de los lados del ángulo y se usa la barra móvil del transportador para ubicarla sobre el otro segmento del ángulo y así poder hallar la respectiva medida.

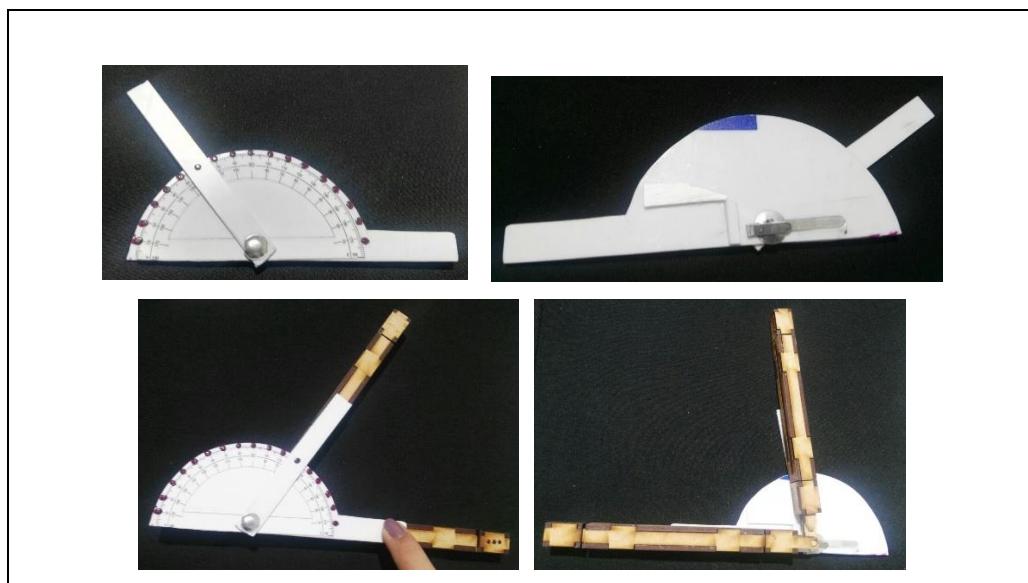


Ilustración 21. Transportador SAGOOS

Las trabas: Piezas que se insertan en el centro del segmento para dejar su longitud fija de 22 cm.



Ilustración 22. Trabas SAGOOS.

Para construir cualquier polígono, basta con encajar los ángulos en los huecos ubicados en los extremos de los segmentos. Dependiendo la figura que se desee construir, se pueden encajar más segmentos y más ángulos. La longitud del segmento puede variar e igualmente la amplitud de los ángulos.

4.3 Actividades con SAGOOS

Los estudiantes hacen uso del material creado y descrito anteriormente, se plantean una serie de tareas a realizar, que permiten desarrollar los procesos de conjeturación y definición, abordando el concepto de cuadrilátero, algunos tipos de cuadriláteros y algunas propiedades.

Las actividades a desarrollar se presentan escritas en lenguaje estándar (español) y en lenguaje Braille. A lo largo del trabajo, los estudiantes tendrán contacto con diferentes representaciones de cuadriláteros, construidas con el material. Dichas representaciones se

irán entregando una por una para evitar que los estudiantes se confundan al tenerlas todas, dado que de manera táctil no se evidencian cambios en el material.

En las actividades, además del material usado para los cuadriláteros, los estudiantes tendrán que hacer uso del transportador, la regla y las trabas, que se han mostrado anteriormente, adaptados a las necesidades de ellos. Las actividades se llevan a cabo de manera grupal, pero los talleres deben ser respondidos de manera individual.

4.3.1 Conociendo SAGOOS.

Objetivo: Reconocer cómo se usa SAGOOS y la funcionalidad del material.

Se quiere que el estudiante juegue con la longitud del segmento y la amplitud del ángulo.

Prerrequisito: Los estudiantes, en lo posible, deben tener conocimientos sobre la definición o noción de segmento y de ángulo.

Instrucciones:

1. Dependiendo de la cantidad de estudiantes, se pedirá que se ubiquen en grupos o de manera individual. A cada grupo se le entregarán dos segmentos y un ángulo (Fijo o móvil).
2. Verbalmente se les dará la instrucción de que tomen los segmentos, jueguen y descubran qué se puede hacer con ellos o cuáles características tienen. Se les dará tiempo para que exploren y, de ser necesario, decirles que noten si se puede ampliar o reducir la longitud de los lados.
3. Se realizará la misma actividad del ítem anterior, pero con el ángulo.
4. Luego de que hayan explorado cómo se usa el material y sus características, se les dará la instrucción de jugar con todos los materiales y descubrir si pueden construir alguna figura usando dos de ellos o los tres. Se espera que el estudiante evidencie que el ángulo está compuesto por un vértice y dos segmentos que se pueden alargar al encajar segmentos.

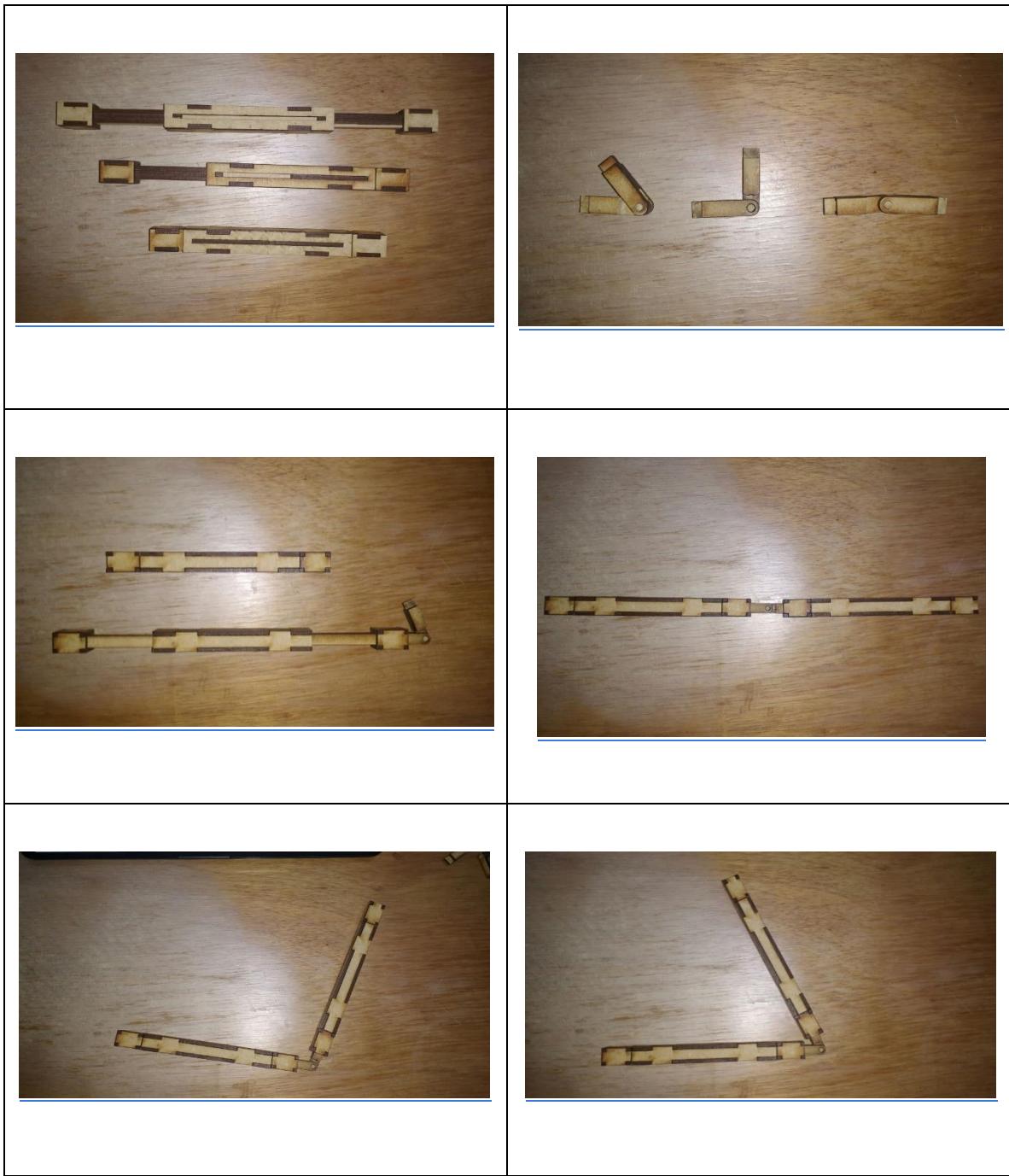


Ilustración 23. Conociendo SAGOOS.

4.3.2 Definiendo con SAGOOS

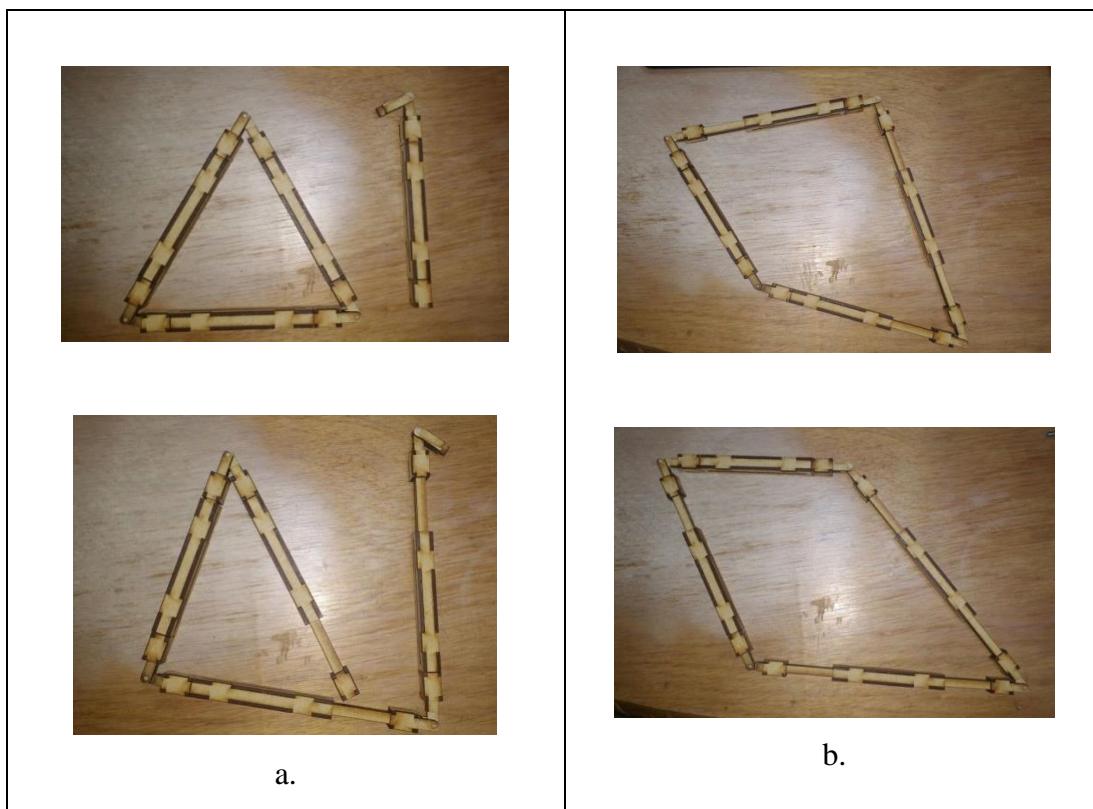
4.3.2.1 Cuadrilátero SAGOOS

Objetivo: Identificar los cuadriláteros como figuras geométricas cerradas formadas por cuatro segmentos y cuatro ángulos, *que se intersecan únicamente en los extremos*.

Competencias a desarrollar: Razonar, pensar, comunicar y usar material.

Instrucciones:

1. Se les pedirá que se organicen en grupos de tres o cuatro estudiantes de manera tal que cada grupo tenga cuatro ángulos y cuatro segmentos.
2. Teniendo en cuenta la utilidad y las características de los segmentos y ángulos, descubiertas en la actividad 1, se les dará la instrucción de jugar con los materiales y construir diferentes figuras (abiertas o cerradas) usando algunos de ellos o todos Ilustración 24. Construcción SAGOOS. Parte a).
3. Posteriormente cada grupo debe construir una figura cerrada usando los materiales. Partiendo de esta construcción se procederá a definir *Cuadrilátero: Figura geométrica cerrada formada por cuatro segmentos y cuatro ángulos, que se intersecan únicamente en los extremos* (Ilustración 24. Construcción SAGOOS. Parte b)).
4. Después de definirlos, se les dirá que existen cuadriláteros que cumplen algunas características y dependiendo de las que cumplan reciben un nombre especial.

**Ilustración 24. Construcción SAGOOS**

4.3.2.2 Rectángulo SAGOOS

Objetivos:

- Identificar cuándo un cuadrilátero es rectángulo.
- Definir rectángulo.

Instrucciones:

Se hará entrega de la figura uno que corresponde a un rectángulo y el transportador. El estudiante hará uso del transportador, así hallará la medida de los ángulos y determinará que todos tienen la misma medida (ángulos congruentes) para luego poder definir rectángulo.



Ilustración 25. Rectángulo SAGOOS

4.3.2.3 Rombo SAGOOS

Objetivos:

- Identificar cuándo un cuadrilátero es rombo.
- Definir rombo.

Instrucciones:

Se hará entrega de la figura dos que corresponde a un rombo y la regla, con estos el estudiante hallará la medida de los segmentos y determinará que todos tienen la misma medida (segmentos congruentes) para luego poder definir rombo.

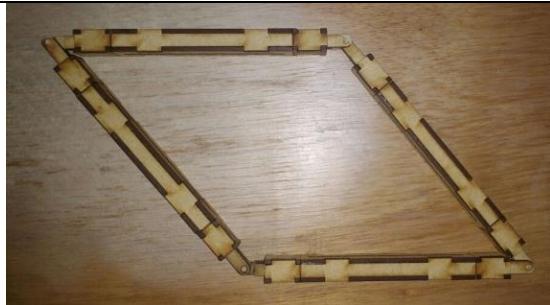


Ilustración 26. Rombo SAGOOS

4.3.2.4 Cuadrado SAGOOS

Objetivos:

- Identificar cuándo un cuadrilátero es cuadrado.
- Definir cuadrado.

Instrucciones:

Se hará entrega de la figura tres que corresponde a un cuadrado. El estudiante hallará la medida de los ángulos y de los lados de la figura. Después, determinará que todos los ángulos y todos los lados tienen la misma medida (ángulos congruentes y segmentos congruentes) para luego poder definir cuadrado.

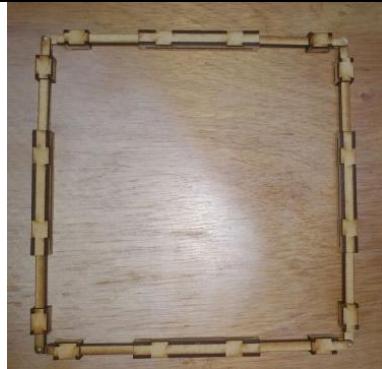


Ilustración 27. Cuadrado SAGOOS

4.3.2.5 Cometa SAGOOS

Objetivos:

- Identificar cuándo un cuadrilátero es cometa.
- Definir cometa.

Instrucciones:

Se hará entrega de la figura cuatro que corresponde a una cometa convexa, el estudiante hallará la medida de los segmentos de la figura. Después el estudiante determinará que dos

pares de lados son congruentes, dichos lados son los adyacentes, para luego poder definir cometa agregando que los segmentos opuestos no son congruentes.

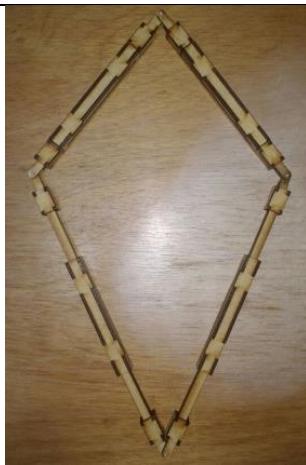


Ilustración 28. Cometa SAGOOS

4.3.3 *Socialización*

Luego de que los estudiantes hayan terminado el taller se dará paso definir cada cuadrilátero. Esto se realizará en dos etapas: Socialización e institucionalización.

Etapa 1 - Socialización: Dado que cada estudiante tomará nota de las características de las figuras, en esta etapa se pedirá a un estudiante por grupo que comente cuál fue esa característica y cómo definiría la figura.

Etapa 2 - Institucionalización: Al haber socializado se hará la respectiva institucionalización de las definiciones

Con cada figura se harán las dos etapas, de manera tal que al finalizar la actividad 5 se habrán definido los cuadriláteros de la siguiente manera:

Definición de rectángulo: Cuadrilátero con cuatro ángulos rectos.

Definición de rombo: Cuadrilátero con cuatro segmentos congruentes.

Definición de cuadrado: Cuadrilátero con cuatro ángulos rectos y cuatro segmentos congruentes.

Definición de cometa: Cuadrilátero con únicamente dos pares de lados adyacentes congruentes y ningún par de lados opuestos congruentes.

4.4 Actividad Propiedades de los cuadriláteros

Objetivo:

Descubrir algunas propiedades de cuadriláteros.

4.4.1 *Los rectángulos tienen los lados opuestos congruentes.*

Instrucciones:

Para esta actividad cada grupo tendrá dos rectángulos de diferente tamaño y dos reglas.

1. Teniendo los materiales se pedirá a los estudiantes que den el nombre de los cuadriláteros que tienen. Se espera que digan que ambos son rectángulos.
2. Se dará la instrucción de medir los cuatro segmentos de cada rectángulo.
3. Después de haberles dado el tiempo para desarrollar el ítem dos, se preguntará si encuentran algo en común o una relación entre las medidas; se espera que digan que dos medidas son iguales y las otras dos también.
4. Habiendo notado la relación entre las medidas, se procederá a identificar qué relación tienen o cuáles son los segmentos cuyas medidas son iguales, se espera que digan que son los segmentos opuestos.
5. A partir de lo encontrado en los ítems tres y cuatro, entre todos se formulará la propiedad que tienen los rectángulos con respecto a las medidas de sus segmentos.

4.4.2 *Los rombos tienen los ángulos opuestos congruentes.*

Instrucciones:

1. Para esta actividad cada grupo tendrá dos rombos de diferente tamaño y dos transportadores o, si no es posible, al menos cada estudiante tendrá un rombo y un transportador 1. Teniendo los materiales se pedirá a los estudiantes que den el nombre de los cuadriláteros que tienen. Se espera que digan que ambos son rombos.
2. Se dará la instrucción de medir los cuatro ángulos de cada rombo.
3. Después de haberles dado el tiempo para desarrollar el ítem dos, se preguntará si encuentran algo en común o una relación entre las medidas, se espera que digan que dos medidas son iguales y las otras dos también.
4. Habiendo notado la relación entre las medidas, se procederá a identificar qué relación tienen o cuáles son los ángulos cuyas medidas son iguales, se espera que digan que son los ángulos opuestos.
5. A partir de lo encontrado en los ítems tres y cuatro, entre todos se formulará la propiedad que tienen los rombos con respecto a las medidas de sus ángulos.

5 ANÁLISIS

A continuación, se presenta una descripción de lo sucedido en la prueba piloto de las tareas, y el respectivo análisis en torno al uso del material SAGOOS y los procesos desarrollados por los estudiantes.

5.1 Sesión 1: Reconocimiento de los segmentos, ángulos y uso de la regla.

Para dar inicio a la actividad, posterior a la presentación de las maestras en formación y de los estudiantes, se hizo entrega de la estructura 1 (el segmento). Se dio tiempo para que cada estudiante lo explorara y entre todos fueran diciendo las características que encontraban; entre ellas que eran de madera, que estas estructuras se podían alargar o encoger y que en los extremos tenía dos huecos (Leer **;Error! No se encuentra el origen e la referencia.**)

Profesora 1: ¿Qué forma tiene?
Estudiante 1: Parece un palo
Estudiante 2: Es un rectángulo
Profesora 2: ¿Qué pueden hacer con esos palos?
Estudiante 2: No sé, yo no sé qué es eso.
Estudiante 3: Se pueden subir y bajar.
Profesora 1: Se puede decir que se pueden alargar o encoger.
Profesora 2: ¿Qué pasa cuando se alargan?
Estudiante: Son más grandes
Profesora 2: ¿Cómo son los extremos de los palitos?
Estudiantes: Tienen dos huecos
Profesora 1: Ese palito con el que ustedes están jugando se va a llamar segmento.

Luego se entregó a cada estudiante una regla. Cabe resaltar que las maestras en formación creían que los estudiantes ya habían tenido un acercamiento a algún tipo de regla especial para ellos, pero no era así, ni siquiera tenían la noción de medir. Dado esto, fue necesario darles tiempo para que identificaran la forma de la regla (Ver Ilustración 20. Regla SAGOOS), la *patica* que tenía en uno de sus extremos, los puntos que tenía encima y qué representaba cada uno de esos puntos (1 cm).

Fragmento 1

Habiendo identificado la regla se procedió a medir el segmento. Para esta parte de la actividad, se dejó que los estudiantes dieran sus ideas de cómo y dónde creían que se debía ubicar la regla, con respecto al segmento para poder medirlo, todos coincidieron en ubicarla sobre el segmento (Ver Ilustración 29. Conociendo la regla).



Ilustración 29. Conociendo la regla

Luego de ubicar el segmento y la regla de manera correcta, se procedió a hallar la medida. Esta tarea fue un poco compleja, dado que, por un lado, los puntos estaban ubicados muy cerca al borde y si el segmento se movía y quedaba ubicado encima de la regla, los estudiantes no lograban identificar ni contar los puntos y, por otro lado, los estudiantes solían contar todos los puntos de la regla, pero no los relacionaban con el extremo del segmento hasta donde debían contar. Para esto fue necesario indicarles que con una mano identificaran el extremo derecho del segmento, tocaran hasta donde llegaba con respecto a la regla y con la otra mano contaran los puntos (Ver Ilustración 30. Midiendo con la regla). Al poner las trabas en los segmentos los estudiantes lograron reconocer que esa era la máxima longitud que podían medir con la regla y contaban todos los puntos que había en ella.

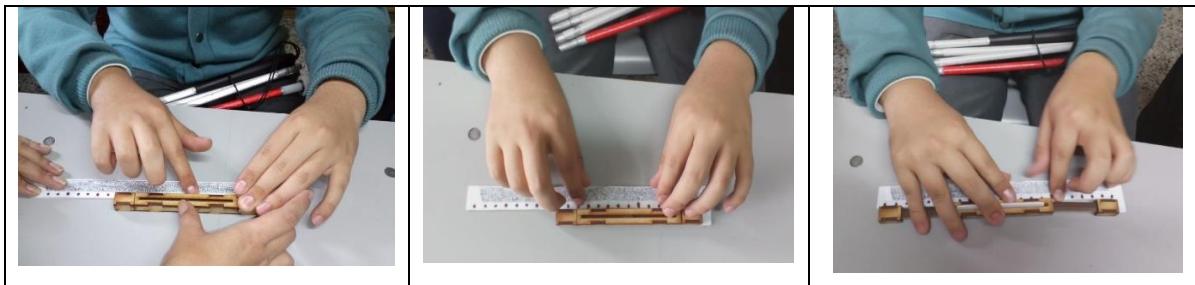


Ilustración 30. Midiendo con la regla

Para finalizar se entregó a los estudiantes la estructura del ángulo, ellos la manipularon por unos minutos y la sesión finalizó, por tanto, se recogió el material y se indicó que se continuaría en el próximo encuentro.

5.2 Sesión 2: Construcción de ángulos y reconocimiento y uso del transportador.

Dado que en la sesión anterior ya habían conocido ambas estructuras, en esta sesión se empezó por entregar dos segmentos y un ángulo a cada estudiante y se les dio la instrucción de encajarlos, para ello debían tener en cuenta los huecos que habían descubierto en los extremos de los segmentos. De esta manera lograron construir el ángulo en donde los segmentos fueran sus lados, es decir “con los lados extendidos” (Ver Ilustración 31. Construyendo ángulos.)

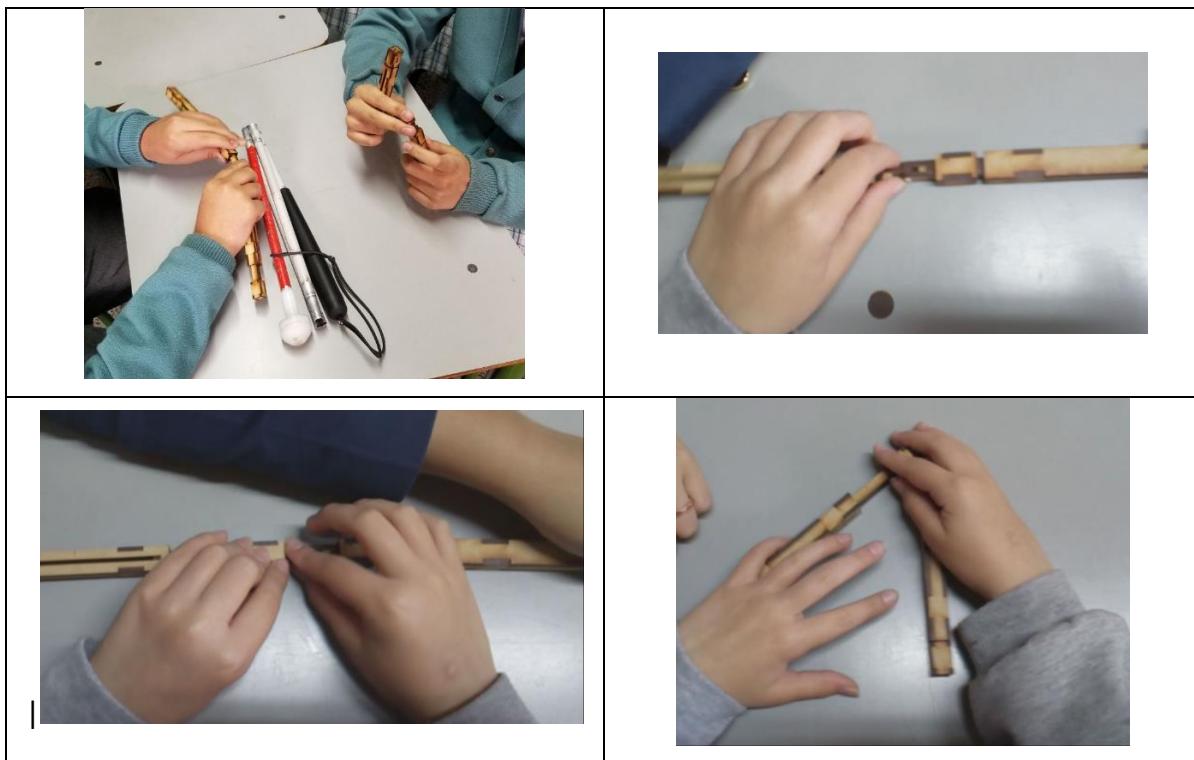


Ilustración 31. Construyendo ángulos.

Posteriormente, se hizo entrega del transportador. En este caso todos los estudiantes dieron el nombre del instrumento, pero al igual que con la regla se les dificultó su uso. Una vez entregado se dio un tiempo para que lo manipularan y mencionaran sus características. Reconocieron que, por la parte delantera, también tenía puntos (ubicados a 10°) y que tenía dos *paticas* una fija y la otra móvil, la cual tenía otro punto encima; por la parte trasera identificaron la muesca en forma de L que tenía el transportador, la cual les serviría para encajarlo en el segmento (Ver Ilustración 21. Transportador SAGOOS). Después de reconocer las partes del transportador y los puntos, se construyeron algunos ángulos. Por ejemplo, para construir un ángulo de 40° , los estudiantes debían empezar a contar los puntos desde la patica fija hasta llegar al punto que marcaba los 40° y encima de este ubicar

la patica móvil (Ver Ilustración 32. Conociendo y midiendo con el transportador. Parte a). Luego se hizo el trabajo contrario; es decir, se les entregaba un ángulo construido con el transportador y ellos debían identificar su medida. Al igual que en la tarea anterior, debían contar la cantidad de puntos que había antes de la patica móvil, empezando desde el punto ubicado encima de la patica fija, y sumar el punto de encima (de la patica móvil).

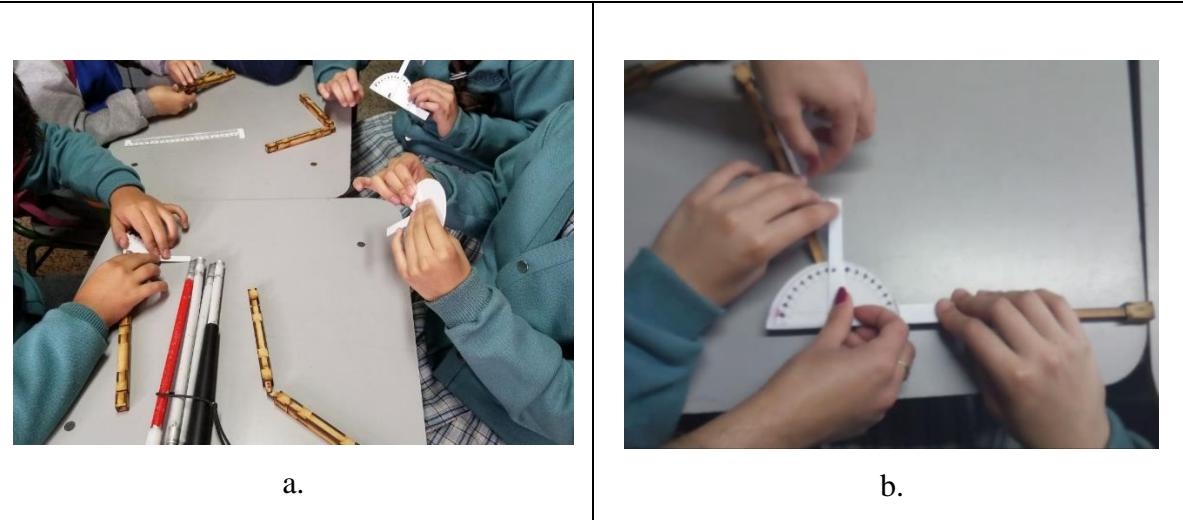


Ilustración 32. Conociendo y midiendo con el transportador.

Teniendo el ángulo construido y conociendo el uso del transportador, finalmente se procedió a hallar la medida del ángulo construido con el material. Se inició ubicando la muesca (en forma de L), en un extremo de uno de los segmentos, de manera tal que la patica fija quedara sobre el segmento, en este punto una de las estudiantes descubrió que el transportador hacía un *clic* cuando quedaba acomodado. Luego, al igual que en la tarea anterior, primero construyeron ángulos y después hallaron la medida de un ángulo construido, para esto, ya teniendo la patica fija ubicada, debían mover el segmento o la patica móvil, dependiendo la tarea que debieran hacer, de manera tal que uno quedara superpuesto en el otro (Ver Ilustración 32. Conociendo y midiendo con el transportador. Parte b).

5.3 Sesión 3: Construcción y definición de cuadriláteros.

Para dar inicio a la sesión se entregó, a cada estudiante, cuatro ángulos y cuatro segmentos, dado que previamente ya habían logrado encajar el ángulo en los huecos de los segmentos,

se les dio la indicación de jugar con las ocho estructuras y realizar las construcciones que se les ocurrieran (Ver Ilustración 33. Construyendo figuras).

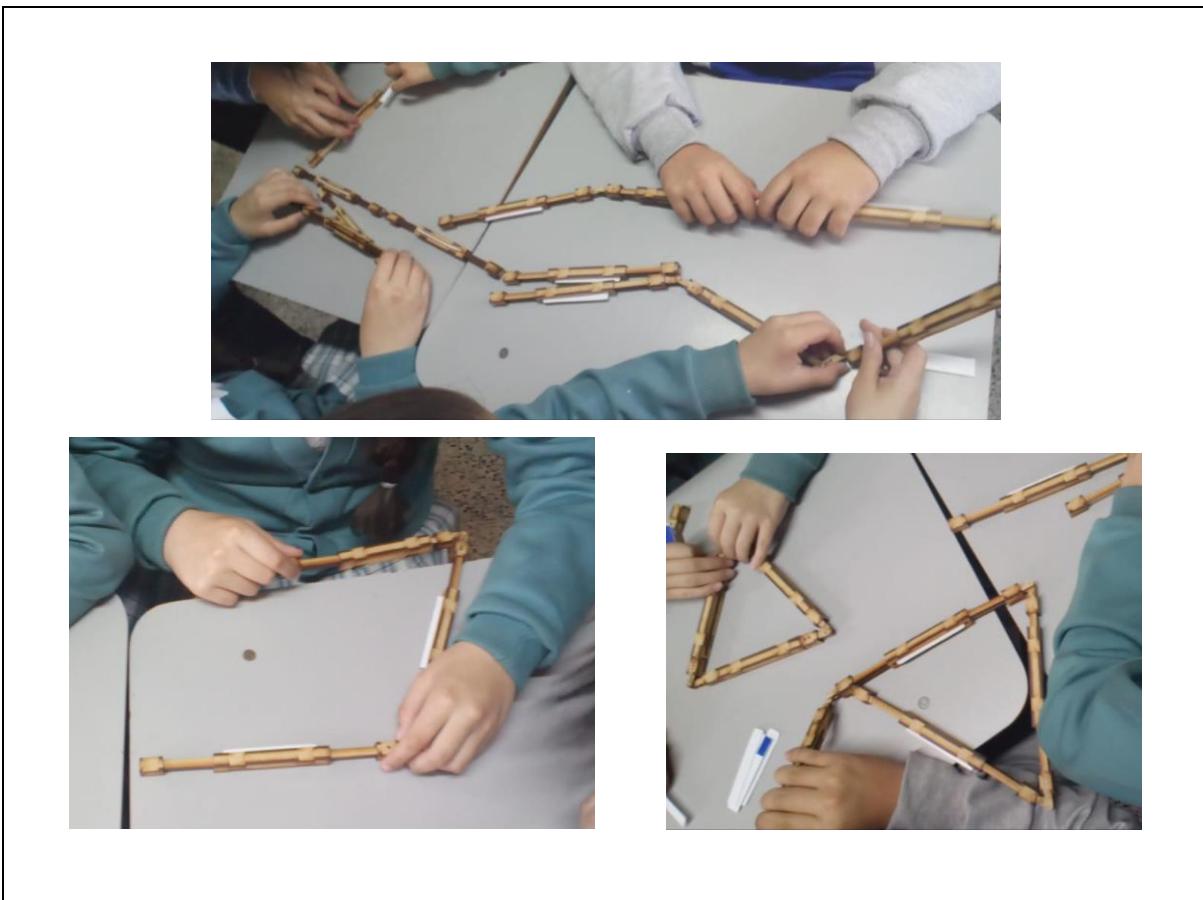


Ilustración 33. Construyendo figuras

Posteriormente se les pidió que construyeran una figura utilizando todas las estructuras:

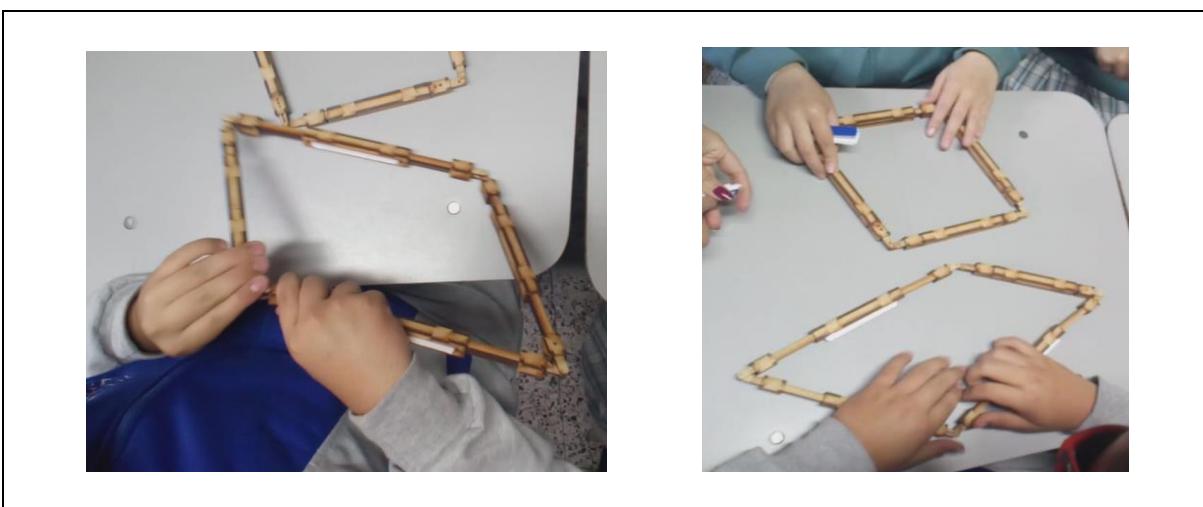


Ilustración 34. Construcción de cuadriláteros

Profesora: ¿Cuántos segmentos tiene la figura que tienen sobre la mesa?

Estudiante 1: Cuatro

Profesora: ¿Y cuántos ángulos?

Estudiante 1: También cuatro

Profesora: Listo y si le agregamos la característica de que sea una figura cerrada, ¿cómo me definirían esa figura que tienen en la mesa?

Estudiante 2: Es una figura cerrada que tiene cuatro segmentos y cuatro ángulos

Profesora: Perfecto, a esta figura le pondremos el nombre de cuadrilátero

A partir de las diferentes construcciones hechas por los estudiantes, se notó que tenían idea de algunos cuadriláteros, puesto que al decirles que nombraran qué era lo que tenían en la mesa, decían que tenían rectángulos o cuadrados. Como se obtuvieron diferentes respuestas se dijo que todas las figuras que habían nombrado las podríamos agrupar en un solo conjunto (El de los cuadriláteros) y que después encontraríamos en que se diferenciaban cada una de las figuras que habían nombrado.

Fragmento 2

Teniendo la definición de cuadrilátero (Leer Fragmento 2), se les preguntó con cuáles objetos de su entorno lo podían relacionar, cuáles objetos que conocieran tenían forma de cuadrilátero, pero no dieron respuesta alguna. Dado esto la profesora les dio el ejemplo del cuaderno. Para afianzar más la noción de cuadrilátero a cada estudiante se le pidió poner sobre la mesa un cuaderno y que dijeran si era o no un cuadrilátero, al principio dijeron que efectivamente sí lo era, pero al pedirles que abrieran el cuaderno y volvieran a responder dijeron que no, porque dejaba de estar “cerrado” y por ende ya no cumplía todas las características para ser cuadrilátero. Por lo tanto, se hizo la claridad de que se debía mirar el contorno del objeto y este era el que debía ser cerrado, lo cual permitió que los estudiantes tocaran el borde del cuaderno y notaran que si estaba abierto o cerrado seguía siendo un rectángulo, luego se preguntó si la mesa en la que estaban trabajando lo era, tocaron el contorno y notaron que sí era cuadrilátero.

5.4 Sesión 4: Definición de rectángulo y propiedad de los segmentos opuestos.

Para dar inicio a esta sesión se hizo un repaso de la definición de cuadrilátero planteada previamente, para ello, las profesoras habían construido dos rectángulos (uno por pareja),

los cuales fueron fijados con plastilina en las mesas. Se les dio tiempo para que tocaran la figura y dijeran cuántos ángulos y cuántos segmentos la conformaban, llegando así a que era un cuadrilátero.

Posteriormente, dada la ubicación de los estudiantes, a cada uno se le asignaron dos de los cuatro ángulos del rectángulo, en particular los dos que se encontraban inmediatamente en frente de ellos. Inicialmente se les pidió que midieran el que estaba ubicado a su derecha y luego el de la izquierda. En ambos casos llegaron a que la medida era de 90° y por ende los cuatro ángulos eran rectos. (Ver **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**).

	<p>Profesora 1: Bueno, ya sabemos que nuestra figura es un cuadrilátero, ¿cierto? Estudiante 3: Sí Profesora 1: ¿Por qué? Estudiante 3: Porque tiene cuatro ángulos y cuatro segmentos Estudiante 2: Y porque es cerrada. Profesora 2: Muy bien y además de ser cuadrilátero, ¿Cuál característica acabaron de encontrar con respecto a la medida de los ángulos? Estudiante 4: Que todos miden 90. Estudiante 2: Que todos son rectos. Profesora 2: Correcto y si unimos esas características y le ponemos el nombre de <i>rectángulo</i> a esa figura ¿cómo la definirían? Estudiante 3: Un rectángulo es un cuadrilátero que tiene cuatro segmentos y cuatro ángulos y todos sus ángulos son rectos. Profesora 1: Casi, le sobra un pedacito. Cuando hablamos de cuadrilátero a qué nos referimos. Estudiante 2: A una figura cerrada con cuatro segmentos y cuatro ángulos. Profesora 1: Exacto, entonces si decimos cuadrilátero ya sabemos que tiene cuatro ángulos y cuatro segmentos y no es necesario decirlo de nuevo. Profesora 2: Pueden decir que es un cuadrilátero con los cuatro ángulos rectos o que es una figura con cuatro ángulos y cuatro segmentos y que sus ángulos miden 90° o son rectos. Pero no es necesario decir las dos cosas. ¿Claro hasta ahí? Estudiantes: Sí. Profesora 1: Bueno, entonces Estudiante 2, ¿cómo nos definirías rectángulo? Estudiante 2: Un rectángulo es una figura cerrada con cuatro ángulos y cuatro segmentos y cuatro ángulos rectos.</p>
---	---

Ilustración 35. Definición de rectángulo.

Fragmento 3

Luego de definir rectángulo (Leer Fragmento 3), se procedió a hallar características con respecto a las medidas de sus lados. Teniendo en cuenta que dos estudiantes estaban trabajando con el mismo rectángulo y que estaban sentados uno en frente del otro, a cada uno se le asignó la tarea de medir dos segmentos de la figura. Inicialmente se les pidió que midieran el lado del rectángulo ubicado frente a cada uno de ellos (Ilustración 36. Propiedad de los rectángulos. Parte a) y luego el lado que estaba ubicado al costado izquierdo (Ilustración 36. Propiedad de los rectángulos. Parte b). La medida del lado ubicado frente a ellos les dio igual a 23 centímetros y la medida del lado ubicado al costado izquierdo fue igual a 14 centímetros.

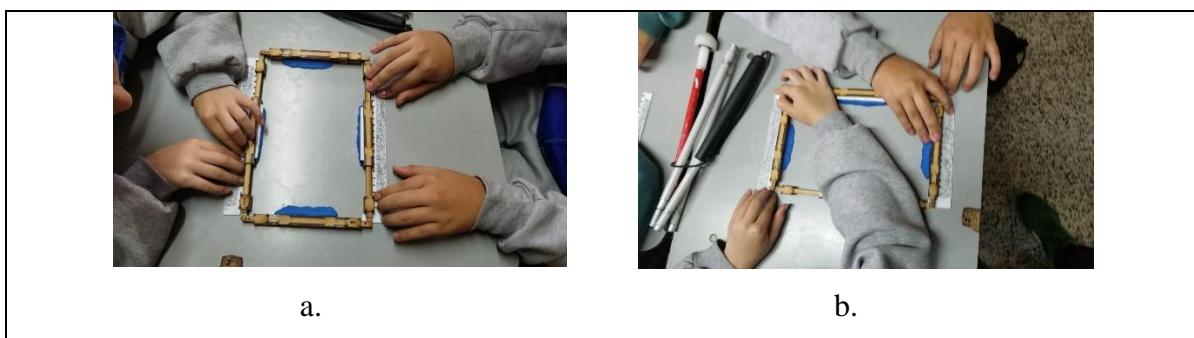


Ilustración 36. Propiedad de los rectángulos.

Profesora 2: ¿Cuál fue la medida del segmento que tienen en frente?

Estudiantes: 23 centímetros.

Profesora 1: ¿Eso qué quiere decir? Si los segmentos tienen la misma medida, quiere decir que sus medidas son...

Estudiante 2: Iguales.

Profesora 1: Bien, ahora ¿cuál fue la medida de los segmentos que están ubicados a la izquierda?

Estudiante 3 y 4: 14 centímetros.

Estudiante 2: Esos segmentos también serían iguales.

Profesora 2: Exacto. Esos segmentos que están ubicados, así como están sentados ustedes, uno en frente del otro, se llaman *lados opuestos*. ¿Claro a cuáles segmentos nos referimos?

Estudiante 1: Sí señora.

Profesora 1: Bueno, entonces Estudiante 1, queremos que nos señales cuáles son los segmentos opuestos en ese rectángulo que tienes sobre la mesa.

[Señaló correctamente como segmentos opuestos, aquellos que estaban ubicado frente a ellos, pero a la hora de señalar los que se encontraban a la izquierda y derecha se le dificultó un poco].

Profesora 1: Ya sabemos que la figura es un...

Estudiante 1: Rectángulo.

Profesora 2: Sí señora. Con respecto a las medidas de sus segmentos, ¿Cuál fue la característica que acabaron de hallar?

Estudiante 4: Que sus segmentos miden lo mismo

Profesora 2: ¿Seguro? ¿Cualquiera de los segmentos o algunos en

En este punto de la sesión se evidenció que los estudiantes tuvieron un acercamiento al proceso de conjeturación, puesto que cada pareja de estudiantes identificó la característica en el rectángulo que le correspondía.

Pues a partir del caso estudiado plantearon una afirmación sobre la propiedad de los rectángulos, con sus propias palabras (Leer Fragmento 4).

especial?

Estudiante 4: Los que están en frente.

Estudiante 3: Los opuestos.

Profesora 1: Sí, entonces teniendo en cuenta lo que dijo el Estudiante 4 y el Estudiante 3 ¿cómo escribiríamos de manera “bonita” la característica del rectángulo?

Estudiante 2: Que los segmentos opuestos miden igual.

Fragmento 4

Como se dijo previamente, en el proceso de construir conjeturas los estudiantes implementan varios procesos y, en este caso se pudo evidenciar uno de ellos. Lograron visualizar (teniendo en cuenta lo establecido en el Capítulo 2. Marco teórico, Sección 2.3. Procesos de conjeturar y definir para estudiantes con discapacidad visual), dado que, teniendo construido el rectángulo, lograron encontrar la relación que había entre las medidas de los lados, luego de haber hallado cada una de las medidas. Esto les permitió a los estudiantes hacer una representación gráfica mental del rectángulo. De igual manera lograron, en cierta medida, generalizar por medio del enunciado, utilizando ciertos términos matemáticos, pero no se llegó a que el enunciado fuera expresado de una forma condicional. Tampoco se logró verificar la veracidad del enunciado.

5.5 Sesión 5: Definición de cuadrado

Se inició la sesión recordando las definiciones de cuadrilátero, como figura cerrada con cuatro ángulos y cuatro segmentos, y la de rectángulo, como cuadrilátero con cuatro ángulos rectos. De igual manera se recordó la propiedad que cumplían los lados del rectángulo.

Posteriormente, en la mesa se ubicó un cuadrado. En este caso los cuatro estudiantes trabajaron con la misma figura.

Se recordó que previamente ellos habían dado el nombre a ciertos cuadriláteros, que ya habían identificado las características del rectángulo y que en esta sesión encontrarían las características de otro cuadrilátero.



Ilustración 37. Estructura del cuadrado

En el trabajo con este nuevo cuadrilátero a cada uno de los estudiantes se le asignó la tarea de hallar la medida de uno de los lados y uno de los ángulos de la figura ubicada sobre la mesa. Acto seguido procedieron a desarrollar la tarea, nuevamente haciendo uso del transportador y la regla que habían usado en sesiones anteriores. (Ver Ilustración 38. Definición de cuadrado).



Ilustración 38. Definición de cuadrado

Al igual que en el caso del rectángulo, llegaron a la conclusión que los cuatro ángulos eran rectos, pero en este caso las medidas de los segmentos no variaban, en todos, la medida les había dado 23 centímetros. A partir de estas características llegaron a la definición de cuadrado (Leer Fragmento 5)

Profesora 1: Listo, en la sesión anterior habíamos definido un rectángulo. ¿Cómo se definió? A ver vamos a hacer una prueba a ver quién se saca cinco definiendo cuadrilátero y rectángulo.

Estudiante 3: Un cuadrilátero es una figura cerrada, el contorno, que tiene cuatro ángulos y cuatro segmentos.

Profesora 1: Muy bien, ya el Estudiante 3 se sacó un cinco en ese punto. Ahora Estudiante 2, ¿cómo definirías el rectángulo?

Estudiante 2: Es un cuadrilátero con cuatro segmentos y cuatro ángulos que (...)

Profesora 2: Estudiante 4, ¡ayúdale!

Estudiante 4: Un rectángulo se define como un cuadrilátero cuyos cuatro ángulos son rectos.

Profesora 2: ¡Muy bien!, ya se sacaron dos cincos en el examen. Se acuerdan que habíamos dicho que veríamos otro cuadrilátero y cómo se diferenciaba del rectángulo. Ya sabemos que en ambas figuras los cuatro ángulos son rectos, pero ¿Qué pasa con los segmentos?

Estudiante 1: Que en esta figura (el cuadrado) todos los segmentos miden 23 y en el rectángulo unos medían 23 y otros 14.

Profesora 1: Sí señor, cuando dices que todos los segmentos miden 23 ¿quéquieres decir?, que todas sus medidas son (...)

Estudiante 1: Iguales.

Profesora 1: Bien. Ya sabemos que esta figura tiene los cuatro ángulos rectos y que todos los segmentos miden 23 centímetros, es decir que la medida de todos sus segmentos es igual ¿Claro hasta ahí? Y si a esa figura le ponemos el nombre de *cuadrado* ¿cómo la definirían?

Estudiante 2: Un cuadrado es una figura con cuatro lados y cuatro ángulos, sus ángulos son rectos y sus segmentos miden 23.

Profesora 2. ¿Y cómo se llamaban esas figuras de cuatro lados y cuatro segmentos? Fue una de las que nombramos al principio.

Estudiante 1: El cuadrilátero.

Profesora 1: Y, ¿recuerdan que para hacer más corta la definición, sólo decíamos que era cuadrilátero y ahí ya sabíamos que era una figura cerrada de cuatro lados y cuatro ángulos? [Afirmación con las cabezas].

Bueno entonces Estudiante 3, ¿cómo volverías a definir el cuadrado?

Estudiante 3: Un cuadrado es un cuadrilátero con sus cuatro ángulos de 90° , es decir, cuatro ángulos rectos y sus cuatro segmentos de 23 centímetros.

Profesora 1: Ya casi. Cuando dices que todos los segmentos miden 23 centímetros, quieres decir que sus medidas son (...)

Estudiante 3: La misma.

Profesora 2: Es decir, que las medidas son iguales. De manera general los cuadrados tendrán las medidas de los segmentos iguales, pero no siempre serán de 23 centímetros. Miremos con este nuevo objeto [Se hizo uso de un tablero de ajedrez que se encontraba en el aula]. Primero lo van a tocar y nos van a decir si es cuadrilátero [Los niños tocaron el contorno y dieron respuesta afirmativa]. Ahora queremos que midan los lados del tablero de ajedrez [Dado que la regla era más pequeña que los lados del tablero sólo uno de los estudiantes logró dar una medida aproximada].

Estudiante 3: ¡Wow! Mide 46 centímetros.

Profesora 1: Muy bien, pero como habían dicho que los lados debían medir 23, ¿este tablero dejaría de ser cuadrado?

Estudiante 4: No porque todos los lados miden lo mismo.

Profesora 2: Bueno, entonces sí quiero definir cualquier cuadrado cómo lo definirías.

Estudiante 4: Un cuadrado es un cuadrilátero con los segmentos iguales y los ángulos rectos.

Profesora 2: ¿Segura? ¿Los segmentos son iguales o sus medidas?

Estudiante 4: Ay sí, perdón. Entonces un cuadrado sería un cuadrilátero con las medidas de los cuatro segmentos iguales y los cuatro ángulos rectos.

Fragmento 5

5.6 Sesión 6: Definición de rombo

De igual manera que en la sesión anterior, esta se inició haciendo un breve recuento de las definiciones vistas hasta el momento y la propiedad de los rectángulos.

Se recordó que previamente ellos habían dado el nombre de ciertos cuadriláteros, que ya habían visto las características del rectángulo y el cuadrado y que en esta sesión encontrarían las características de uno nuevo.

Posteriormente en la mesa se ubicó un rombo, con los cuatro segmentos con las trabas y a cada uno de los estudiantes se le volvió a asignar un segmento y un ángulo para que tomaran sus respectivas medidas.

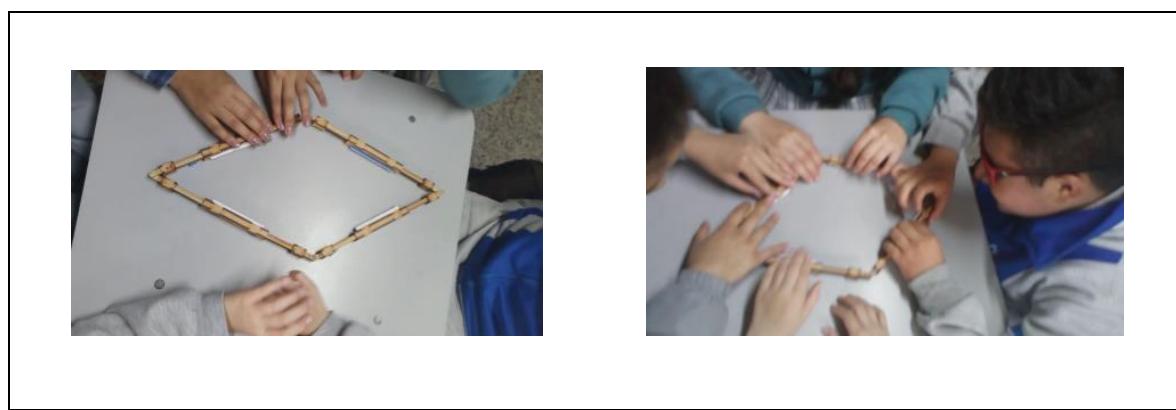


Ilustración 39. Estructura del rombo

Iniciaron por medir los segmentos y de igual manera que el caso del cuadrado las cuatro medidas obtenidas fueron de 23 centímetros, es decir, que sus medidas eran iguales (Ver Ilustración 40. Midiendo los rombos. Parte a). Luego se les pidió que midieran cada uno su respectivo ángulo, dada la poca precisión de los transportadores y que, debido a la manipulación de estos, a algunos se les habían caído los puncitos, las medidas halladas fueron de 120° , 120° , 60° y 50° . De allí lograron deducir que los ángulos no debían ser rectos (a diferencia del rectángulo y el cuadrado) y que dos de ellos (opuestos) tenían la misma medida (Ver Ilustración 40. Midiendo los rombos. Parte b).

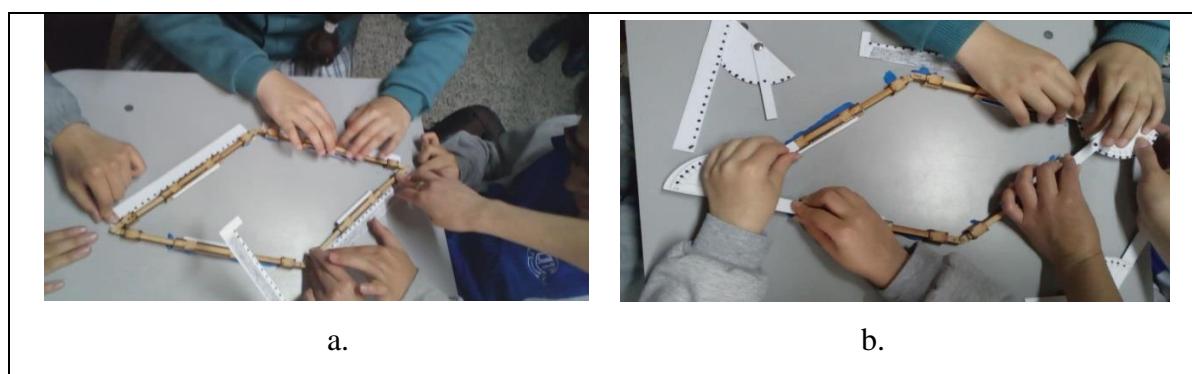


Ilustración 40. Midiendo los rombos

Dado esto se logró llegar a la definición de rombo, pero la propiedad de los ángulos opuestos de un rombo no se logró enunciar formalmente, aunque una de las estudiantes intentó enunciar la propiedad (Leer Fragmento 6)

Profesora 1: Listo, entonces ¿Qué podemos decir después de medir todos los ángulos?
Estudiante 3: Que el de la parte de al frente de la derecha y el de la parte de atrás de la izquierda son iguales.
Profesora 1: ¿Cómo así... te refieres a la medida del ángulo que midieron tus compañeros de los lados?
Estudiante 3: Sí.
Profesora 1: Mm... Listo, ahora de manera general ¿qué pueden decir de este cuadrilátero con respecto a las medidas de los segmentos?
Estudiante 2: Que miden 23.
Profesora 2: Entonces las medidas son (...)
Estudiante 2: Iguales.
Profesora 2: ¿Y en los ángulos las medidas son iguales?
Estudiante 1: No, son diferentes.
Profesora 2: Listo, teniendo eso claro quién me dice ¿Qué es un rombo?
Estudiante 2: Un rombo es una figura con (...) 4 segmentos y 4 ángulos.
Profesora 1: ¿De qué otra manera podemos decir que tiene 4 segmentos y 4 ángulos?
Estudiante 1: ¡Que es un cuadrilátero!
Profesora 1: Listo entonces hasta ahí, un rombo es un cuadrilátero con (...)
Estudiante 2: La medida de los segmentos iguales y la medida de los ángulos diferentes.

Fragmento 6

En las sesiones 3, 4, 5 y 6, en las cuales se definió cuadrilátero, rectángulo, cuadrado y rombo, respectivamente, aunque los estudiantes tenían una noción previa de estas figuras geométricas, no eran capaces de expresar sus ideas. Consideramos que en el desarrollo de las sesiones en cierta medida se logra desarrollar el proceso de *definir* de manera descriptiva, con base en lo expuesto por Silva (2013). Se les presentaba una imagen de las figuras geométricas mencionadas anteriormente, por medio del sentido del tacto y usando los instrumentos (regla y transportador), realizaban una exploración y visualización para descubrir las características de cada una de las figuras geométricas y después de esto, se formulaba la definición del concepto geométrico.

Por otro lado, aunque sí hay un proceso de construcción puede que los estudiantes una vez formulada la definición se empeñaran en aprendérsela y repetirla de memoria, pero no necesariamente llegaron a relacionar el significado del concepto con su imagen, porque en algunas ocasiones se les preguntaba sobre la definición y la recitaban de manera correcta, al pedirles que la relacionaran con algún objeto de su contexto, se les dificultaba hacer esta relación (en el caso del cuadrado y el rectángulo) así que fue necesario darles ejemplos, por lo tanto, los estudiantes tuvieron clara la definición del concepto, pero no les era tan sencillo tener la imagen del mismo.

6 CONSIDERACIONES FINALES

- SAGOOS es un material nuevo. En ninguna institución distrital cuentan con él. Los estudiantes mencionaron la necesidad de este para aprender geometría e incluso los docentes de la institución estaban muy interesados en el material debido a la innovación que trae al aula y su funcionalidad. El niño puede manipular y construir ángulos. Esto es una actividad de gran complejidad para ellos y sobre todo mentalmente se hacen una imagen de lo que están estudiando. Este material es innovador dado que la mayoría del material didáctico usado por la población en condición de discapacidad visual está limitado a hojas con relieve. Después de aplicar las actividades y observar el uso del material, consideramos que es un material que puede ayudar a generar inclusión en el aula. Por supuesto hay que mejorarlo, para que una vez encajado el segmento en el ángulo no se salga fácilmente, buscar que la longitud del segmento sea fácil de graduar e igualmente que la amplitud del ángulo quede fija, hacer uso de otro tipo de material más económico y más resistente.
- En cuanto al proceso de *definir* que se esperaba desarrollaran los estudiantes, para una futura ocasión, se debe tener en cuenta que no es sólo que logren construir la definición del concepto que se esté trabajando, si no presentarles diversos ejemplos y no ejemplos en donde puedan “encontrar” dicho concepto, ejemplos no solo verbales si no físicos, que les permitan relacionar la definición del concepto, con la imagen que puedan generar de este.
- Respecto al proceso de *conjeturar*, debido a la falta de experiencia en el trabajo con estudiantes en condición de discapacidad visual y a las características particulares de esta población, las instrucciones dadas durante la implementación de las tareas fueron muy guiadas, lo que limitó el trabajo autónomo de los estudiantes con respecto a las mismas y al uso del material. Sin embargo, consideramos que el material si puede contribuir a desarrollar procesos de conjeturación, siempre y cuando se mejore la gestión del profesor.

- Es importante que, en los programas de formación de maestros, de cualquiera que sea la especialidad (matemáticas, física, química, entre otras) se incluya la enseñanza de conocimientos básicos del trabajo en un aula inclusiva. Por ejemplo, en el caso de los estudiantes con discapacidad visual todas las tareas y sus soluciones se dieron a conocer de manera oral, puesto que las maestras en formación no tenían mucha en la escritura y lectura del lenguaje Braille. En este caso se logró sortear la comunicación de esta forma. Sin embargo, al abordar un aula con 30 estudiantes se hace más complejo desarrollar los talleres de manera oral, así como prestar atención a cada estudiante y responder las dudas que se vayan generando.
- Aun cuando ya es una obligación de las instituciones el trabajo con estudiantes que presentan necesidades especiales, es poca la formación que se da a los maestros. Es ahí cuando dichos estudiantes quedan rezagados en el aula de clase, bien sea porque el profesor no sabe cómo abordar la enseñanza con ellos o porque no quiere. Por otro lado, algunos colegios cuentan con docentes de apoyo especializados en el trabajo con dicha población, pero en algunos casos se quedan cortos con respecto a los conceptos que se están enseñando en el área de matemáticas, o tal vez conocen el concepto, pero se les dificulta la explicación o la creación de material que los beneficie a ellos y a los estudiantes.
- Aunque la inclusión en el aula ya es una realidad, se hace una invitación a seguir generando material didáctico, tangible y preferiblemente en 3D, que permita a los estudiantes con discapacidad tener un mejor acercamiento a lo estudiado en el aula. Que no sólo se quede en palabras la inclusión, si no que en realidad se generen cambios significativos para que tanto los estudiantes que tienen alguna discapacidad como los que no, puedan tener un igual acceso a la información impartida por los docentes.
- Como maestras en formación quisimos intervenir en el aula con un material diferente, innovador y llamativo. Aunque en un inicio no sabíamos el impacto que

iba a tener consideramos que los niños disfrutaron la experiencia y el material tuvo impacto en ellos; esto lo pudimos evidenciar en algunas expresiones de los estudiantes como “*Esto es lo que necesito para estudiar geometría*”. Además, reconocimos que en algunas clases o para algunos procesos ellos son ignorados, pues ni la regla ni el transportador sabían usar, y en el material ellos evidencian la posibilidad de participar de manera más activa en la clase de geometría.

- Este trabajo de grado nos mostró que es difícil pensar en las diversas condiciones que puede tener un grupo de estudiantes, y que es posible hacer un cambio. Cuando queremos, como profesores, no solo ser un ente académico sino un ser social, nos interesan nuestros estudiantes y cómo ellos se relacionan en el aula con los saberes. Las personas en condición de discapacidad visual quieren aprender y deja un sinsabor evidenciar que, en algunas ocasiones, son excluidos en el aula. Esta experiencia nos genera el interés de seguir formándonos en este campo, buscar y/o crear herramientas que puedan llegar a cambiar la vida o rutina de ellos, su forma de aprendizaje e incluso la manera en la que enseñe un docente en un aula inclusiva, en donde se les brinde la importancia que merecen, para hacer de su educación algo gratificante.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barrios, E. A., Muñoz, G., & Zetién, I. G. (2008). *El proceso cognitivo de la visualización por estudiantes de nivel superior mediante el uso de software dinámico (CABRI) en la resolución de problemas geométricos.* (Maestría en Educación). Universidad del Norte. Barranquilla: Colombia.
- Campo, J. E. (1986). *La enseñanza de las matemáticas a los ciegos.* Recuperado de http://sid.usal.es/idocs/F8/FDO1443/ense%C3%B1anza_matematicas_ciegos.pdf
- Clemens, S. O'Daffer y Cooneyet. T (1998). Geometría con aplicaciones y solución de problema. Recuperado de www.colegiomanzanares.edu.co/archivos/jasonoro/Geometria-Clemens.pdf
- Figueroba, A (2017). *Las once partes del ojo.* Recuperado de <https://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:BXZyH8dcgqEJ:https://psicologiaymente.net/neurociencias/partes-del-ojo+&cd=4&hl=es-419&ct=clnk&client=firefox-b-ab>
- Fuentes, F. (s.f). *Diseño de imágenes para ciegos, material didáctico para niños con discapacidad visual.* Universidad Politécnica de Valencia. Valencia: España.
- García, C. (2012). *Guía de atención educativa para estudiantes con discapacidad visual.* Instituto de Educación de Aguascalientes. Aguascalientes: México.
- García, D., & Lopez, M. J. (S.F). *El sistema háptico-perceptivo.* Madrid: España.
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA*, 7(3), 251-292. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/1537/>
- Guzmán Rojas, L. E. (2015). *Acompañamiento y Adaptación de Recursos Didácticos Para la Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas en el Aula Inclusiva: Una Experiencia con Niños Ciegos.*
- MEN (2007). *Educación para todos.* Altablero. Recuperado de <https://www.mineducacion.gov.co/1621/article-141881.html>
- MEN. (2017). *Documento de orientaciones técnicas, administrativas y pedagógicas para la atención educativa a estudiantes con discapacidad en el marco de la educación inclusiva.* Recuperado de https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-360293_foto_portada.pdf

- MinSalud. (2014). *Política pública Nacional de discapacidad e inclusión social 2013-2020*. Recuperado de <https://www.minsalud.gov.co/sites/rid/.../politica-publica-discapacidad-2013-2022.pdf>
- Nuñez, M. A., & Salamanca, O. N. C. E. (2001). *La deficiencia visual*. In Memorias del III Congreso “La atención a la diversidad en el sistema educativo”, Universidad de Salamanca, Instituto Universitario de Integración en la Comunidad. ONCE. Recuperado de <https://campus.usal.es/~inico/actividades/actasuruguay2001/10.pdf>.
- ONCE. (s.f.). *Concepto de ceguera y deficiencia visual*. Recuperado de <http://www.once.es/new/servicios-especializados-en-discapacidad-visual/discapacidad-visual-aspectos-generales/concepto-de-ceguera-y-deficiencia-visual>
- Pérez Addassus, B., & Hernández, S. A. (2015). *Análisis de la inclusión educativa de un alumno ciego a las clases de química de la universidad*. IV Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales. Recuperado de www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/trab_eventos/ev.8130/ev.8130.pdf
- Plazas, T., & Samper, C. (2013). *Acciones del profesor que promueven actividad demostrativa con estudiantes de sexto grado*. Revista científica, 2, 435-440. Recuperado de <https://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie/article/download/6537/8064>
- Radillo, M. (2011). *Obstáculos y Errores en el Aprendizaje de la Geometría Euclideana, relacionados con la Traducción entre Códigos del Lenguaje Matemático, en el nivel licenciatura*. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/4835/>
- Revuelta, R. L. (1993). *Palmo a palmo: la motricidad fina y la conducta adaptativa a los objetos en los niños ciegos*. Organización Nacional de Ciegos Españoles, Sección de Educación. Carácter, S.A. Fdez. de la Hoz, 60. Madrid: España.
- Rico, L (1995). *Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/486/>
- Rico, L. (2007). *La Competencia Matemática en PISA*. España: Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo (INECSE) Ministerio de educación y Ciencia. Módulo de Razonamiento cuantitativo. Bogotá: Instituto Colombiano para la Evaluación de la educación (ICFES).

- Samper, C., Leguizamón, C., & Camargo, L. (2001). Razonamiento en geometría. *Revista EMA*, 6(2), 141-158.
- Samper, C., & Molina, Ó. (2013). *Geometría plana*. Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia. Recuperado de editorial.pedagogica.edu.co/docs/files/Geometria%20Plana-2.pdf
- Santacruz, L. X., & Sinisterra Santana, L. P. (2013). *Una secuencia didáctica para estudiantes en situación de discapacidad visual: el caso de los cuadriláteros en grado 3er de educación básica* [recurso electrónico] (Tesis doctoral). Universidad del Valle. Cali: Colombia.
- Santana, E., Y Sparza, A. Y. (2015). Un acercamiento a nuevas formas de pensar intentando dominar conjuntos de relaciones numéricas diferentes, en un aula inclusiva. *RECME*, 1(1), 744-748. Recuperado de funes.uniandes.edu.co/8675/1/Santana2015Acercamiento.pdf
- Silva, L. (2013). *Argumentar para definir y definir para argumentar*. (Magíster en Docencia de la Matemática). Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.

ANEXOS

Anexo 1. Taller SAGOOS en Cuadriláteros parte 1.

**Universidad Pedagógica Nacional
Colegio Distrital José Feliz Restrepo
Trabajo de grado
Geometría Fuera de vista**

Taller - SAGOOS en cuadriláteros

Parte 1: Conociendo SAGOOS.

1. Juegue y explore la estructura 1, a la cual llamaremos segmento. Responda verbalmente ¿Qué características tiene el segmento? ¿Qué se puede hacer con él? ¿La longitud del segmento siempre es la misma?
2. Juegue y explore la estructura 2, a la cual llamaremos ángulo, la parte redonda corresponde al vértice y las partes móviles serán los lados del ángulo. Responda verbalmente ¿Qué características tiene el ángulo? ¿Qué se puede hacer con él? ¿La medida del ángulo siempre es la misma?
3. Ahora con esas dos estructuras y otro segmento. Encaje cada segmento en cada uno de los lados del ángulo. Los lados del ángulo son extendidos al ser encajados en los segmentos.

Anexo 2. Taller SAGOOS en Cuadriláteros Parte 2

Parte 2: Construyendo ángulos con SAGOOS.

1. Construya un ángulo cuya medida sea 90° . Responda verbalmente ¿Cómo se llama este ángulo?
2. Construya un ángulo cuya medida sea menor de 90° . Responda verbalmente ¿Cómo se llama este ángulo?
3. Construya un ángulo cuya medida sea mayor de 90° y menor de 180° . Responda verbalmente ¿Cómo se llama este ángulo?

Parte 3: SAGOOS para definir.

1. Construya con los cuatro ángulos y los cuatro segmentos diferentes figuras. Dibuje los contornos de estas construcciones.
2. *Una figura es cuadrilátero, si y solo si es una figura geométrica cerrada formada por cuatro segmentos y cuatro ángulos.* Teniendo en cuenta la anterior definición de cuadrilátero compare y clasifique las figuras realizadas en el punto 1. Responda verbalmente ¿Cuántos cuadriláteros logró construir?
3. Construya diferentes tipos de cuadriláteros e intente relacionarlos con figuras que usted conozca en su diario vivir. Responda verbalmente ¿Con qué elementos de su contexto los relacionó?

Parte 4: Cuadrilátero SAGOOS tipo 1

1. Teniendo la figura uno, entregada por las profesoras, y el transportador, halle la medida de todos los ángulos del cuadrilátero e indique cuál es su medida

Ángulo 0:

Ángulo 1:

Ángulo 2:

Ángulo 3:

2. Responda verbalmente ¿Qué característica tienen las cuatro medidas halladas?
3. Teniendo en cuenta que la figura es un cuadrilátero y la característica hallada en el punto anterior. Responda verbalmente ¿Cómo definiría este tipo de figuras?

Parte 5: Cuadrilátero SAGOOS tipo 2

1. Teniendo la figura dos, entregada por las profesoras, halle la medida de cada segmento y tome nota de las respectivas medidas.

Segmento 0:
Segmento 1:
Segmento 2:
Segmento 3:

2. Responda verbalmente ¿Qué relación tienen las cuatro medidas halladas?
3. Teniendo en cuenta que la figura es un cuadrilátero y la característica hallada en el punto anterior. Responda verbalmente ¿Cómo definiría este tipo de figuras?

Parte 6: Cuadrilátero SAGOOS tipo 3

1. Teniendo la figura tres, entregada por las profesoras, halle la medida de cada uno de los ángulos y cada uno de los segmentos y tome nota de las medidas.

Ángulo 0:
Ángulo 1:
Ángulo 2:
Ángulo 3:

Segmento 0:
Segmento 1:
Segmento 2:
Segmento 3:

2. Responda verbalmente ¿Qué relación tienen las cuatro medidas halladas de los ángulos?
3. Responda verbalmente ¿Qué relación tienen las cuatro medidas halladas de los segmentos?
4. Teniendo en cuenta que la figura es un cuadrilátero y las características halladas en los dos puntos anteriores. Responda verbalmente ¿Cómo definiría este tipo de figuras?

Parte 7: Cuadrilátero SAGOOS tipo 4

1. Teniendo la figura cuatro, entregada por las profesoras, halle la medida de cada segmento y tome nota de las respectivas medidas.

Segmento 0:
Segmento 1:
Segmento 2:
Segmento 3:

2. Responda verbalmente ¿Identifica alguna característica entre las medidas de los segmentos? ¿Cuál?
3. Teniendo en cuenta que la figura es un cuadrilátero y las características halladas en los dos puntos anteriores. Responda verbalmente ¿cómo definiría este tipo de figuras?

Parte 8: Propiedad 1 cuadrilátero SAGOOS.

1. Teniendo la figura entregada por las profesoras. Responda verbalmente ¿cuál cuadrilátero es y cómo se definió?
2. Halle la medida de cada segmento y tome nota de las respectivas medidas.

Segmento 0:

Segmento 1:

Segmento 2:

Segmento 3:

3. Responda verbalmente ¿Identifica alguna característica entre las medidas de los segmentos? ¿Cuál?
4. Teniendo en cuenta que la figura es un rectángulo y las características halladas en los dos puntos anteriores. Responda verbalmente ¿cómo enunciaría esta característica de los rectángulos?

Parte 9: Propiedad 2 cuadrilátero SAGOOS.

1. Teniendo la figura entregada por las profesoras. Responda verbalmente ¿cuál cuadrilátero es y cómo se definió?
2. Halle la medida de cada ángulo y tome nota de las respectivas medidas.

Ángulo 0:

Ángulo 1:

Ángulo 2:

Ángulo 3:

3. Responda verbalmente ¿Identifica alguna característica entre las medidas de los ángulos? ¿Cuál?
4. Teniendo en cuenta que la figura es un rombo y las características halladas en los dos puntos anteriores. Responda verbalmente ¿cómo enunciaría esta característica de los rombos?

Anexo 3. Consentimiento diligenciados por padres para las fotos, videos y audios tomados en las sesiones de aplicación

	FORMATO CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA LA PARTICIPACIÓN EN INVESTIGACIONES ADULTO RESPONSABLE DE NIÑOS Y ADOLESCENTES	
Código: FOR025INV	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 02-06-2015	Página 1 de 3	
Vicerrectoría de Gestión Universitaria Subdirección de Gestión de Proyectos – Centro de Investigaciones CIUP Comité de Ética en la Investigación		
<p>En el marco de la Constitución Política Nacional de Colombia, la Ley 1098 de 2006 – Código de la Infancia y la Adolescencia, la Resolución 0546 de 2015 de la Universidad Pedagógica Nacional y demás normatividad aplicable vigente, considerando las características de la investigación, se requiere que usted lea detenidamente y si está de acuerdo con su contenido, exprese su consentimiento firmando el siguiente documento:</p>		
PARTE UNO: INFORMACIÓN GENERAL DEL PROYECTO		
Facultad, Departamento o Unidad Académica	Departamento de Matemáticas – Licenciatura en Matemáticas	
Título del proyecto de investigación	Geometría fuera de vista	
Descripción breve y clara de la investigación	El trabajo de grado, nombrado anteriormente, se desarrolla en el marco de la Geometría y tiene como finalidad la creación de un material didáctico que permita mejorar el proceso de aprendizaje en estudiantes con discapacidad visual, en particular el aprendizaje de los cuadriláteros, tales como: cuadrado, rectángulo, rombo y cometa, y algunas de sus propiedades.	
Descripción de los posibles riesgos de participar en la investigación	No aplica.	
Descripción de los posibles beneficios de participar en la investigación.	Ser parte de la prueba piloto en la implementación de un nuevo material, diseñado para la enseñanza y aprendizaje de los polígonos.	
Datos generales del investigador principal	Nombre(s) y Apellido(s): Laura Viviana Canchón Martínez Lisset Dahanna González Salazar Nº de Identificación: C.c.: 1075677919 C.c.: 1015461709 Teléfono: Cel: 300 602 9012 Cel: 319 319 6268 Correo electrónico: dma_lvcanchonm076@pedagogica.edu.co dma_lgonzalezs638@pedagogica.edu.co Dirección: Carrera 13 # 10 -76, Zipaquirá Calle 64d # 73a - 25, Bogotá	

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>UNIVERSITY OF NATIONAL PEDAGOGY</small>	FORMATO CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA LA PARTICIPACIÓN EN INVESTIGACIONES ADULTO RESPONSABLE DE NIÑOS Y ADOLESCENTES	
Código: FOR025INV	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 02-06-2016	Página 2 de 3	

PARTE DOS: CONSENTIMIENTO INFORMADO

Yo Karen Andrea Sotá Uribe, mayor de edad, identificado con Cédula de Ciudadanía N° 53026366 de Bogotá, con domicilio en la ciudad de Bogotá.
 Dirección: Cra. 34 N° 9-70 Teléfono y N° de celular: 3006874566
 Correo electrónico: uribe29@gmail.com
 Como adulto responsable del niño(s) y/o adolescente(s) con:

Nombre(s) y Apellidos:	Tipo de Identificación	N°
<u>Sophie Alexandra</u>	<u>I.D: 1014665785</u>	<u>1014665785</u>
<u>Parra Sotá</u>		

Autorizo expresamente su participación en este proyecto y

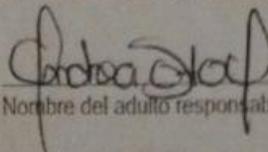
Declaro que:

1. He sido invitado(a) a participar en el estudio o investigación de manera voluntaria.
2. He leído y entendido este formato de consentimiento informado o el mismo se me ha leído y explicado.
3. Todas mis preguntas han sido contestadas claramente y he tenido el tiempo suficiente para pensar acerca de mi decisión de participar.
4. He sido informado y conozco de forma detallada los posibles riesgos y beneficios derivados de mi participación en el proyecto.
5. No tengo ninguna duda sobre mi participación, por lo que estoy de acuerdo en hacer parte de esta investigación.
6. Puedo dejar de participar en cualquier momento sin que esto tenga consecuencias.
7. Conozco el mecanismo mediante el cual los investigadores garantizan la custodia y confidencialidad de mis datos, los cuales no serán publicados ni revelados a menos que autorice por escrito lo contrario.
8. Autorizo expresamente a los investigadores para que utilicen la información y las grabaciones de audio, video o imágenes que se generen en el marco del proyecto.
9. Sobre esta investigación me asisten los derechos de acceso, rectificación y oposición que podré ejercer mediante solicitud ante el investigador responsable, en la dirección de contacto que figura en este documento.

Como adulto responsable del menor o adolescente autorizo expresamente a la Universidad Pedagógica Nacional utilizar sus datos y las grabaciones de audio, video o imágenes que se generen, que reconozco haber conocido previamente a su publicación en: Trabajo de grado – Geometría fuera de vista

En constancia, el presente documento ha sido leído y entendido por mí, en su integridad de manera libre y espontánea.

Firma el adulto responsable del niño o adolescente,



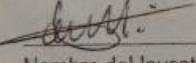
Nombre del adulto responsable del niño o adolescente: Karen Andrea Sotá Uribe

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>UNIVERSIDAD DE EDUCACIÓN</small>	FORMATO CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA LA PARTICIPACIÓN EN INVESTIGACIONES ADULTO RESPONSABLE DE NIÑOS Y ADOLESCENTES	
Código: FOR026INV	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 02-06-2016	Página 3 de 3	

Nº Identificación: 53076366
 Fecha: 13 de Marzo de 2018
 Teléfono: 3006874566

Declaración del Investigador: Yo certifico que le he explicado al adulto responsable del niño o adolescente la naturaleza y el objeto de la presente investigación y los posibles riesgos y beneficios que puedan surgir de la misma. Adicionalmente, le he absuelto ampliamente las dudas que ha planteado y le he explicado con precisión el contenido del presente formato de consentimiento informado. Dejo constancia que en todo momento el respeto de los derechos el menor o el adolescente será prioridad y se acogerá con celo lo establecido en el Código de la Infancia y la Adolescencia, especialmente en relación con las responsabilidades de los medios de comunicación, indicadas en el Artículo 47.

En constancia firma el investigador responsable del proyecto,


 Nombre del Investigador responsable: Laura Anchón
 Nº Identificación: 1075677419
 Fecha: 06 - marzo - 2018

La Universidad Pedagógica Nacional agradece sus aportes y su decidida participación

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>ESTADO PLURICULTURAL</small>	FORMATO CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA LA PARTICIPACIÓN EN INVESTIGACIONES ADULTO RESPONSABLE DE NIÑOS Y ADOLESCENTES		
Código: FOR025INV		Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 02-06-2016		Página 2 de 3	

PARTE DOS: CONSENTIMIENTO INFORMADO

Yo Doris Diaz mayor de edad, identificado con Cédula de Ciudadanía N° 5193033 de Bta, con domicilio en la ciudad de Bta. Dirección: D6 3 D # 10-59 Este Teléfono y N° de celular: 313346A60

Correo electrónico:

Como adulto responsable del niño(s) y/o adolescente (s) con:

Nombre(s) y Apellidos: Dylan Santiago Tipo de Identificación: T.I N° 1001286545
Ballen Diaz

Autorizo expresamente su participación en este proyecto y

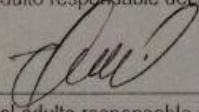
Declaro que:

1. He sido invitado(a) a participar en el estudio o investigación de manera voluntaria.
2. He leído y entendido este formato de consentimiento informado o el mismo se me ha leído y explicado.
3. Todas mis preguntas han sido contestadas claramente y he tenido el tiempo suficiente para pensar acerca de mi decisión de participar.
4. He sido informado y conozco de forma detallada los posibles riesgos y beneficios derivados de mi participación en el proyecto.
5. No tengo ninguna duda sobre mi participación, por lo que estoy de acuerdo en hacer parte de esta investigación.
6. Puedo dejar de participar en cualquier momento sin que esto tenga consecuencias.
7. Conozco el mecanismo mediante el cual los investigadores garantizan la custodia y confidencialidad de mis datos, los cuales no serán publicados ni revelados a menos que autorice por escrito lo contrario.
8. Autorizo expresamente a los investigadores para que utilicen la información y las grabaciones de audio, video o imágenes que se generen en el marco del proyecto.
9. Sobre esta investigación me asisten los derechos de acceso, rectificación y oposición que podré ejercer mediante solicitud ante el investigador responsable, en la dirección de contacto que figura en este documento.

Como adulto responsable del menor o adolescente autorizo expresamente a la Universidad Pedagógica Nacional utilizar sus datos y las grabaciones de audio, video o imágenes que se generen, que reconozco haber conocido previamente a su publicación en: Trabajo de grado – Geometría fuera de vista

En constancia, el presente documento ha sido leído y entendido por mí, en su integridad de manera libre y espontánea.

Firma el adulto responsable del niño o adolescente,



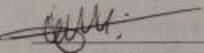
Nombre del adulto responsable del niño o adolescente: Doris Diaz

 <small>UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL SISTEMA UNIVERSITARIO</small>	FORMATO CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA LA PARTICIPACIÓN EN INVESTIGACIONES ADULTO RESPONSABLE DE NIÑOS Y ADOLESCENTES	
Código: FOR025INV		Versión: 01
Fecha de Aprobación: 02-06-2016		Página 3 de 3

Nº Identificación: _____
 Fecha: _____
 Teléfono: _____

Declaración del Investigador: Yo certifico que le he explicado al adulto responsable del niño o adolescente la naturaleza y el objeto de la presente investigación y los posibles riesgos y beneficios que puedan surgir de la misma. Adicionalmente, le he absuelto ampliamente las dudas que ha planteado y le he explicado con precisión el contenido del presente formato de consentimiento informado. Dejo constancia que en todo momento el respeto de los derechos el menor o el adolescente será prioridad y se acogerá con celo lo establecido en el Código de la Infancia y la Adolescencia, especialmente en relación con las responsabilidades de los medios de comunicación, indicadas en el Artículo 47.

En constancia firma el investigador responsable del proyecto,


 Nombre del Investigador responsable: Laura Anchón
 Nº Identificación: 1075677919 Zipaquirá.
 Fecha: 06 - marzo - 2018

La Universidad Pedagógica Nacional agradece sus aportes y su decidida participación

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA <small>NACIONAL</small> <small>UNIVERSITATIS PEDAGOGICAE</small>	FORMATO CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA LA PARTICIPACIÓN EN INVESTIGACIONES ADULTO RESPONSABLE DE NIÑOS Y ADOLESCENTES	
Código: FOR025INV	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 02-06-2016	Página 2 de 3	

PARTE DOS: CONSENTIMIENTO INFORMADO

Yo Johanna Montaño mayor de edad, identificado con Cédula de Ciudadanía N° 52 603640 de Pacho cund., con domicilio en la ciudad de Bogota. Dirección: Calle 13 sur # 10C-07 Este Teléfono y N° de celular: 5101343 - 3044594056. Correo electrónico: miosito85@hotmail.com. Como adulto responsable del niño(s) y/o adolescente (s) con:

Nombre(s) y Apellidos:	Tipo de Identificación	Nº
<u>Maria Camila</u>	<u>Tarjeta identidad</u>	<u>1010760304</u>
<u>Morales Montaño</u>		

Autorizo expresamente su participación en este proyecto y

Declaro que:

1. He sido invitado(a) a participar en el estudio o investigación de manera voluntaria.
2. He leído y entendido este formato de consentimiento informado o el mismo se me ha leído y explicado.
3. Todas mis preguntas han sido contestadas claramente y he tenido el tiempo suficiente para pensar acerca de mi decisión de participar.
4. He sido informado y conozco de forma detallada los posibles riesgos y beneficios derivados de mi participación en el proyecto.
5. No tengo ninguna duda sobre mi participación, por lo que estoy de acuerdo en hacer parte de esta investigación.
6. Puedo dejar de participar en cualquier momento sin que esto tenga consecuencias.
7. Conozco el mecanismo mediante el cual los investigadores garantizan la custodia y confidencialidad de mis datos, los cuales no serán publicados ni revelados a menos que autorice por escrito lo contrario.
8. Autorizo expresamente a los investigadores para que utilicen la información y las grabaciones de audio, video o imágenes que se generen en el marco del proyecto.
9. Sobre esta investigación me asisten los derechos de acceso, rectificación y oposición que podré ejercer mediante solicitud ante el investigador responsable, en la dirección de contacto que figura en este documento.

Como adulto responsable del menor o adolescente autorizo expresamente a la Universidad Pedagógica Nacional utilizar sus datos y las grabaciones de audio, video o imágenes que se generen, que reconozco haber conocido previamente a su publicación en: Trabajo de grado – Geometría fuera de vista

En constancia, el presente documento ha sido leído y entendido por mí, en su integridad de manera libre y espontánea.

Firma el adulto responsable del niño o adolescente,

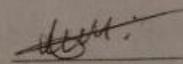
Johanna Montaño Rojas
 Nombre del adulto responsable del niño o adolescente: Johanna Montaño Rojas

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA</small>	FORMATO CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA LA PARTICIPACIÓN EN INVESTIGACIONES ADULTO RESPONSABLE DE NIÑOS Y ADOLESCENTES	
Código: FOR025INV		Versión: 01
Fecha de Aprobación: 02-06-2016		Página 3 de 3

Nº Identificación: 52603 640
 Fecha: 13 - Marzo - 2018
 Teléfono: 5101343 - 3044594056

Declaración del Investigador: Yo certifico que le he explicado al adulto responsable del niño o adolescente la naturaleza y el objeto de la presente investigación y los posibles riesgos y beneficios que puedan surgir de la misma. Adicionalmente, le he absuelto ampliamente las dudas que ha planteado y le he explicado con precisión el contenido del presente formato de consentimiento informado. Dejo constancia que en todo momento el respeto de los derechos el menor o el adolescente será prioridad y se acogerá con celo lo establecido en el Código de la Infancia y la Adolescencia, especialmente en relación con las responsabilidades de los medios de comunicación, indicadas en el Artículo 47.

En constancia firma el investigador responsable del proyecto,


 Nombre del Investigador responsable: Laura Lanchón
 Nº Identificación: 1075677919
 Fecha: 06 - marzo - 2018

La Universidad Pedagógica Nacional agradece sus aportes y su decidida participación

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL SANTO TOMÁS DE AQUINO	FORMATO CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA LA PARTICIPACIÓN EN INVESTIGACIONES ADULTO RESPONSABLE DE NIÑOS Y ADOLESCENTES	
Código: FOR025INV	Versión: 01	
Fecha de Aprobación: 02-06-2016	Página 2 de 3	

PARTE DOS: CONSENTIMIENTO INFORMADO

Yo _____ mayor de edad, identificado con Cédula de Ciudadanía N° _____ de _____, con domicilio en la ciudad de _____.

Dirección: _____ Teléfono y N° de celular: _____

Correo electrónico: _____

Como adulto responsable del niño(s) y/o adolescente (s) con:

Nombre(s) y Apellidos: _____ Tipo de Identificación: _____ N°: _____

*Melany Alejandra
Castano Escobar* _____

Autorizo expresamente su participación en este proyecto y

Declaro que:

1. He sido invitado(a) a participar en el estudio o investigación de manera voluntaria.
2. He leído y entendido este formato de consentimiento informado o el mismo se me ha leído y explicado.
3. Todas mis preguntas han sido contestadas claramente y he tenido el tiempo suficiente para pensar acerca de mi decisión de participar.
4. He sido informado y conozco de forma detallada los posibles riesgos y beneficios derivados de mi participación en el proyecto.
5. No tengo ninguna duda sobre mi participación, por lo que estoy de acuerdo en hacer parte de esta investigación.
6. Puedo dejar de participar en cualquier momento sin que esto tenga consecuencias.
7. Conozco el mecanismo mediante el cual los investigadores garantizan la custodia y confidencialidad de mis datos, los cuales no serán publicados ni revelados a menos que autorice por escrito lo contrario.
8. Autorizo expresamente a los investigadores para que utilicen la información y las grabaciones de audio, video o imágenes que se generen en el marco del proyecto.
9. Sobre esta investigación me asisten los derechos de acceso, rectificación y oposición que podré ejercer mediante solicitud ante el investigador responsable, en la dirección de contacto que figura en este documento.

Como adulto responsable del menor o adolescente autorizo expresamente a la Universidad Pedagógica Nacional utilizar sus datos y las grabaciones de audio, video o imágenes que se generen, que reconozco haber conocido previamente a su publicación en: Trabajo de grado – Geometría fuera de vista

En constancia, el presente documento ha sido leído y entendido por mí, en su integridad de manera libre y espontánea.

Firma el adulto responsable del niño o adolescente,

Maribel Escobar

Nombre del adulto responsable del niño o adolescente: *Maribel Escobar*

Documento Oficial. Universidad Pedagógica Nacional

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA <small>NACIONAL</small> <small>UNIVERSITY OF NATIONAL PEDAGOGY</small>	FORMATO CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA LA PARTICIPACIÓN EN INVESTIGACIONES ADULTO RESPONSABLE DE NIÑOS Y ADOLESCENTES	
Código: FOR025INV		Versión: 01
Fecha de Aprobación: 02-06-2016	Página 3 de 3	

Nº Identificación: 52852334
 Fecha: Marzo 13/2018
 Teléfono: 3045522309.

Declaración del Investigador: Yo certifico que le he explicado al adulto responsable del niño o adolescente la naturaleza y el objeto de la presente investigación y los posibles riesgos y beneficios que puedan surgir de la misma. Adicionalmente, le he absuelto ampliamente las dudas que ha planteado y le he explicado con precisión el contenido del presente formato de consentimiento informado. Dejo constancia que en todo momento el respeto de los derechos el menor o el adolescente será prioridad y se acogerá con celo lo establecido en el Código de la Infancia y la Adolescencia, especialmente en relación con las responsabilidades de los medios de comunicación, indicadas en el Artículo 47.

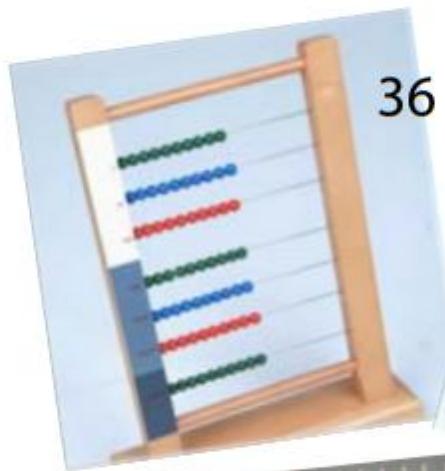
En constancia firma el investigador responsable del proyecto,

[Signature]
 Nombre del Investigador responsable: Laura Canchón
 Nº Identificación: 1075677919
 Fecha: 06-marzo-2018

La Universidad Pedagógica Nacional agradece sus aportes y su decidida participación

Anexo 4. Material didáctico para estudiantes con discapacidad visual.

36



37



38



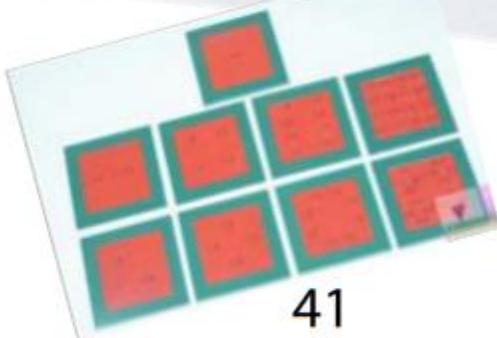
39



40



41



42



1	9	1
2	8	2
3	7	3

43



44



48



49



1	9	2
⋮	⋮	⋮

50



53



52



51



54



55



56

