FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN EDUACIÓN MATEMÁTICA

COMPRENSIÓN DEL OBJETO SUCESIÓN POR MEDIO DE MODELACIONES FRACTALES

Tesis de Maestría

ADRIANA ROCÍO CAMACHO AGUDELO

Director Dr. Publio Suárez Sotomonte

Tunja, 2021

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN EDUACIÓN MATEMÁTICA

COMPRENSIÓN DEL OBJETO SUCESIÓN POR MEDIO DE MODELACIONES FRACTALES

Tesis de Maestría presentada por Adriana Rocío Camacho Agudelo dentro del programa de Maestría en Educación Matemática para aspirar al grado de Magister en educación Matemática, dirigida por el Dr. Publio Suárez Sotomonte profesor titular de la Universidad pedagógica y tecnológica de Colombia.

Adriana Rocío Camacho Agudelo

Dr. Publio Suárez Sotomonte

RESUMEN

Durante los últimos años la humanidad enfrenta cambios en muchos aspectos, factores que influyen positiva o negativamente en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, en este sentido uno de los factores más notorios es la tecnología, que sin duda alguna hace parte activa en el estudiante promoviendo o limitando sus procesos de aprendizaje. Hoy estamos inmersos en la educación virtual y es ahora donde por medio de reflexión, indagación e investigación se pueden brindar herramientas que fortalezcan la educación matemática.

Mediante esta investigación se pretende mediante las herramientas que brinda el enfoque Ontosemiótico (EOS) comprender la forma de aprendizaje de las sucesiones por medio de talleres que contiene modelaciones fractales, buscando que éstas sean puente para dicha comprensión, apoyando este aprendizaje con

El presente trabajo está conformado por nueve (9) capítulos los cuales están desarrollan la investigación de forma profunda, encaminados cada uno de éstos hacia el objetivo general que es analizar la comprensión del objeto sucesión por medio de medio de las modelaciones fractales, intenta que la Geometría fractal sea el a tractor para la comprensión de dicho objeto matemático.

El trabajo mediante una investigación tipo mixta, analiza los resultados tanto cualitativos como cuantitativos hallados a partir de los resultados obtenidos por los estudiantes, este enfoque permite la posibilidad de una visión más completa de las formas de comprensión de los estudiantes del objeto sucesión.

Tabla de contenido

RESUMEN 3
INTRODUCCIÓN 13
CAPÍTULO 1 15
Justificación 15
Planteamiento del problema 16
Objetivos 19
Objetivo General 19
Objetivos Específicos 19
CAPÍTULO 2 20
Marco Teórico 20
Sucesiones 20
Inicios de las sucesiones 20
Edad media 21
Formalización del termino sucesión en la época contemporánea 21
Concepto de Sucesión 22
Notación de las Sucesiones 23
Geometría Fractal 23
Fractal 24
Autosimilitud 24
Enfoque Ontosemiótico 26
Sucesiones desde el EOS 26
Sistema de Prácticas 26
Significado 27
Significado Institucional de referencia 29
Pensamiento numérico y sistemas numéricos 29
Significado institucional pretendido 34
Configuración y trayectoria didáctica 39
CAPÍTULO 3 42
Metodología 42
Diseño Metodológico 42

Unidad de análisis 42
Fases de la Investigación 43
Instrumentos 44
Procedimiento 45
Elaboración y aplicación de los talleres 45
Representaciones de modelaciones fractales 50
Antecedentes 52
CAPÍTULO 4 54
Análisis y Resultados 54
Configuración epistémica 1 54
Taller No.1: Actividades de Inicio 54
Taller No. 2 Actividad de desarrollo 59
Taller No. 3 Actividad de desarrollo 60
Taller No. 4 Actividades de Modelación 63
Configuración epistémica 2 66
Taller No.1: Actividades de Inicio 66
Taller No. 2 Actividad de desarrollo 68
Taller No. 3 Actividad de desarrollo 71
Taller No. 4: Actividades de Modelación. 73
Taller No. 5. Actividades de Cierre 75
Configuración epistémica 3 75
Taller No. 1. Actividades de Inicio 76
Taller No. 3. Actividades de desarrollo 79
Taller No. 4. Actividades de Modelación. 80
Taller No. 5. Actividades de Cierre 85
Configuración epistémica 4 88
Taller No. 1. Actividades de Inicio 89
Taller No. 2. Actividades de desarrollo. 91
Taller No. 3. Actividades de Desarrollo 93
Dimensión docente 95
Idoneidad didáctica 97

Evaluación de la idoneidad didáctica 97
Indicadores de idoneidad epistémica 98
Indicadores de idoneidad cognitiva 100
Indicadores de idoneidad Interaccional 102
Indicadores de Idoneidad Mediacional 104
Indicadores de idoneidad afectiva 105
Indicadores de idoneidad ecológica 107
El hexágono de idoneidad 108
DISCUSIONES DE LOS RESULTADOS 110
Conclusiones 112
Lista de Referencias 115
Apéndice 118
Apéndice A. Construcciones Fractales Completas en Geogebra usadas en las Investigación. 118
Apéndice B. Construcciones Tipos de Sucesiones Completas en Geogebra usadas en las Investigación. 118
Apéndice C: Consentimiento Informado de los estudiantes para la ser agentes participantes en la investigación. 119

Lista de Tablas

Tabla 1. Estándares Básicos en competencias de Matemáticas y Pensamientos Matemáticos 31

Tabla 2.tomado de Guía de Saberes 9°, Santillana (2017). Propia Elaboración..... 33

Tabla 3. Relación de contenidos, según Guía Saberes 9°, Santillana (2017). Elaboración Propia 34

Tabla 4. Significado Pretendido, clasificación según los Talleres Diseñados. Elaboración Propia 38

Tabla 5. Descripción del contenido de los Talleres Diseñados. Elaboración propia..... 45

Tabla 6. Construcción de los términos de la Sucesión de Poligonos regulares. Elaboración propia. 80

Tabla 7. Relación de la Función Docente entre el EOS y los lineamientos MEN, Tomado y Adaptado de Gaxiola (2006)..... 97

Tabla 8. Evaluación Criterios de Idoneidad Dimensión Epistémica. Tomada y Adaptada de Godino (2011)..... 100

Tabla 9. Evaluación Criterios de Idoneidad Dimensión Cognitiva. Tomada y Adaptada de Godino (2011)..... 102

Tabla 10. Evaluación Criterios de Idoneidad Dimensión Interaccional. Tomada y Adaptada de Godino (2011)..... 104

Tabla 11. Evaluación Criterios de Idoneidad Dimensión Mediacional. Tomada y Adaptada de Godino (2011)..... 105

Tabla 12. Evaluación Criterios de Idoneidad Dimensión Afectiva. Tomada y Adaptada de Godino (2011)..... 107

Tabla 13. Evaluación Criterios de Idoneidad Dimensión Ecológica. Tomada y Adaptada de Godino (2011) 108

Lista de figuras

Figura 1. Representación de una Sucesión gráfico de puntos. 20

Figura 2. Representación de las sucesiones de Fibonacci, Crecimiento de la población de conejos. 21

Figura 3. Sucesión Triángulo de Sierpinski. 24

Figura 4. Autosimilitud del triángulo de Sierpinski. 25

Figura 5. Autosimilitud del cubo. 25

Figura 6. Autosimilitud del Tetraedro de Sierpinski. 25

Figura 7. Tipos de significados institucionales y personales. 28

Figura 8. Autosimilitud del árbol fractal. 32

Figura 9. Configuración de los Objetos Primarios. Tomado de Godino et al. (2009) (pág. 7) 39

Figura 10. Sucesión por medio de Grafico de puntos. 46

Figura 11. Sucesión por medio de Gráfico de puntos. 46

Figura 12. Representación numérica en los talleres propuestas 47

Figura 13. Representaciones Algebraicas en los talleres planteados. 48

Figura 14. Representación de Sucesión Constante. 48

Figura 15. Representación de Sucesión Divergente. 49

Figura 16. Representación de Función Monótona. 49

Figura 17. Representación de Modelaciones Fractales. 50

Figura 18. Representación triángulo se Sierpinski. 51

Figura 19. Resultados a la pregunta presentada 55

Figura 20. Resultados Obtenidos a la pregunta 9 Taller No. 1. 56

Figura 21. Resultados obtenidos a la pregunta 10. Taller No. 1 57

Figura 22. Resultados Obtenidos a la pregunta 12. Taller No. 1 57

Figura 23. Resultados Obtenidos pregunta 13. Taller No. 1 58

Figura 24. Resultados Obtenidos Pregunta 14. Taller No.1 58

Figura 25. Resultados Obtenidos pregunta 1. Taller No. 2 59

Figura 26. Pregunta No. 2. Taller No. 2 60

Figura 27. Resultados Obtenidos Pregunta No.2. Taller No.2 60

Figura 28. Resultados obtenidos Pregunta 1. Taller No. 3 61

Figura 29. Resultados obtenidos Pregunta No.2. Taller No. 3 62

Figura 30. Resultados obtenidos Pregunta No.3. Taller No. 3 62

Figura 31. Segmentación del Cuadrado. 63

Figura 32. Resultados Obtenidos a la Pregunta No. 1 Taller No. 4 64

Figura 33. Construcción Conjunto de Cantor. Elaboración Propia 65

Figura 34. Respuestas Obtenidas Pregunta No. 3 Taller No. 4 65

Figura 35. Resultados Obtenidos en la pregunta No. 16 Taller No. 1 67

Figura 36. Resultados Obtenidos en la pregunta No. 17 Taller No. 1 68

Figura 37. Resultados Obtenidos en la pregunta No. 3 Taller No. 2 69

Figura 38. Resultados Obtenidos en la pregunta No. 4 Taller No. 2 69

Figura 39. Resultados Obtenidos en la pregunta No. 5 Taller No. 2 70

Figura 40. Representación de Sucesión constante. 71

Figura 41. Respuesta Obtenida Pregunta No. 4 Taller No. 3 72

Figura 42. Representación de la Sucesión Monótona. 72

Figura 43. Respuesta Obtenida Pregunta No. 6, Taller No. 3 73

Figura 44. Segmentación del cuadrado. 74

Figura 45. Resultados Obtenidos Pregunta No. 2, Taller No. 4 74

Figura 46. Resultados Obtenidos Pregunta No. 1, Taller No. 5 75

Figura 47. Configuración de Carpeta de Sierpinski. Tomado de Sabogal y Arenas 76

Figura 48. Sucesión Números Cuadrados, Representación gráfica. Elaboración Propia 77

Figura 49. Resultados Obtenidos Pregunta No. 6 Taller No. 1 77

Figura 50.Sucesiónn de los Números triangulares, representación gráfica. 78

Figura 51. Resultados Obtenidos Pregunta No. 7 Taller No. 1 78

Figura 52. Resultados Obtenidos Pregunta No. 8, Taller No. 3 79

Figura 53. Resultados Obtenidos Pregunta No. 11, Taller No. 3 80

Figura 54. Resultados Obtenidos Pregunta No. 1, Taller No. 4 81

Figura 55. Representación gráfica de una Sucesión. 82

Figura 56.Representación Gráfica de una Sucesión. Elaboración de los Estudiantes 82

Figura 57. Representación gráfica de una Sucesión. 83

Figura 58. Representación gráfica de una Sucesión. 83

Figura 59. Representación gráfica de una Sucesión. 84

Figura 60. Representación gráfica de una Sucesión. 84

Figura 61. Tetraedro de Sierpinski. 85

Figura 62. Respuestas Obtenidas Pregunta 6, Taller No. 5 85

Figura 63. Carpeta de Sierpinski. 86

Figura 64. Respuestas Obtenidas pregunta No. 7, Taller No.5 86

Figura 65. Triángulo de Sierpinski. 87

Figura 66. Conjunto de Cantor. 87

Figura 67. Resultados Obtenidos pregunta No. 10, Taller No. 5 88

Figura 68. Respuestas Obtenidas pregunta No. 18, Taller No. 1 89

Figura 69. Respuestas Obtenidas pregunta No. 18, Taller No. 1 90

Figura 70. Análisis a la pregunta No. 18 Taller No. 1 91

Figura 71. Respuestas Obtenidas pregunta No. 6, Taller No. 2 92

Figura 72. Respuestas Obtenidas pregunta No. 6, Taller No. 2 92

Figura 73. Respuestas Obtenidas pregunta No. 9, Taller No.3 93

Figura 74. Respuestas Obtenidas pregunta No. 9, Taller No.3 94

Figura 75. Respuestas Obtenidas pregunta No. 9, Taller No.3 94

Figura 76. Componentes de idoneidad Didáctica. 98

Figura 77. Grafico que relaciona las distintas Representaciones de las Sucesiones usadas en la Investigación. 110

INTRODUCCIÓN

Dentro de los lineamientos en matemáticas establecidos por el Ministerio de Educación Nacional no se encuentra determinado el hecho de ser trabajados en la educación básica y media del bachillerato lo relacionado con los fractales, sin embargo, la sociedad está creciendo en un contexto de auge de nuevas tecnologías y desarrollos más acelerados en cuanto a su acrecentamiento intelectual.

> La geometría euclidiana, la que se imparte durante la enseñanza primaria y secundaria, es la geometría que estudia las propiedades del plano y el espacio tridimensional, siendo muchas veces sinónimo de geometría del plano o simplemente geometría. El término fractal, procedente del latín “fractus” que significa fragmentado o irregular y fue introducido por Mandelbrot para designar conjuntos que poseían esta característica, que no tenían ningún nombre concreto y desde entonces se conoce esta rama de las matemáticas como Geometría Fractal. Cañibano, P. Sastre Vázquez, M. Gandini (2011 pág, 192)

En el estudio y la comprensión de las matemáticas en el grado Décimo es importante el desarrollo de la temática de las sucesiones, sin embargo no debe reducirse esta actividad a procedimientos de tipo algorítmico, puesto que ello propicia en el estudiante un aprendizaje de carácter memorístico sin una comprensión real del por qué y para qué del saber adquirido, o a la resolución de problemas diseñados fuera del contexto, con una estructura prefabricada y características codificadas, limitando el problema a la búsqueda de un método operacional específico, cuya solución conduzca a la obtención de un resultado numérico considerado como la solución definitiva.

La concepción tradicional acerca de las sucesiones que se da a este nivel, impide que el estudiante realice un cuestionamiento real acerca de la información dada, los interrogantes propuestos y la coherencia de las respuestas obtenidas, excluyendo así sus propios razonamientos y construyendo ideas equívocas sobre esta ciencia; en contraste, se propone aprovechar la íntima relación establecida entre las matemáticas y otros campos del saber, para estimular su reflexión y comprensión en relación con la importancia de las matemáticas como medio para satisfacer necesidades reales y resolver problemas prácticos, buscando una mejor asimilación de los objetos matemáticos y sus representaciones, el fortalecimiento de los pensamientos matemáticos y un análisis más apropiado en cuanto a la resolución de situaciones problema en contexto y de tipo aplicativo.

CAPÍTULO 1

Justificación

En la estructuración de los lineamientos curriculares, los derechos básicos de aprendizaje así como de las inteligencias múltiples, han sido un importante apoyo para el que-hacer docente, no obstante, el verdadero reto está dentro del aula, puesto que es allí donde el estudiante debe realizar sus propias construcciones mentales, las cuales se generan a través de vivencias reales que posibiliten el desarrollo de capacidades cognitivas y permitan aplicar los conocimientos adquiridos en un contexto real y fuera del ámbito académico.

Según Belmonte (2009), la noción del infinito tiene sus orígenes eminentemente en la rama de la filosofía, en absolutos matemáticos; el termino lejos de pretender cuantificar lo que procura es calificar un proceso indefinido, proceso que a su vez de a conocer

Los conceptos de infinito, sucesiones, series y modelaciones se encuentran íntimamente ligados, pero a la vez desligados en la incorporación de los mismos en el currículo y en los mismos textos escolares donde

Una vez comprendida la Geometría planteada desde Euclides y propuesta de los lineamientos curriculares desde el Ministerio de Educación Nacional (MEN), en el grado Décimo específicamente, estudiantes se encuentran con las herramientas suficientes para el inicio de ciertas construcciones un poco más complejas, pero con los mismos elementos conocidos hasta el momento. Y de estas a su vez realizar generalidades más complejas numéricas y algebraicas.

Planteamiento del problema

Se vive en un mundo que se engalana con infinidad de formas y estructuras maravillosas, que en la actualidad no solo las podemos describir sino también, tenemos la posibilidad de caracterizar sus propiedades y generalizar su forma para crear nuevas a partir de patrones determinados. La naturaleza, el entorno y el contexto tienen a nuestra disposición distintos instrumentos tan propios como de las ciencias exactas, que pueden ser usados de manera versátil en la enseñanza y aprendizaje de saberes propios de matemáticas.

La geometría fractal brinda herramientas especiales e innovadoras, que pueden ayudar en el desarrollo y comprensión de las matemáticas especialmente las desarrolladas durante la secundaria y media, dichos temas en muchas ocasiones pueden se complejas y quizás de difícil acceso, dado su formación abstracta.

La majestuosidad que se presenta en las estructuras formadas desde la geometría fractal, presenta elementos que pretenden inquietud y asombro, que a su vez pueden convertirse en distractores positivos, que convierten lo perfecto y exacto en maravillas infinitas, en la búsqueda de patrones y similitudes que den razón a sus construcciones.

El ministerio de educación Nacional (MEN) desde sus lineamientos curriculares y especialmente desde su reestructuración en 1997 tiene como objetivo principal: realizar acercamientos a temáticas aisladas o ajenas a los estudiantes y brindar a los alumnos sus aplicaciones contextualizando mediante problemáticas de su entorno para hacer de esos temas propios. Sin embargo, lo relacionado con las sucesiones se queda corto, y hasta nulo lo que hace que se generalice como poco importante en la educación secundaria y media.

La enseñanza de las sucesiones, progresiones y series en la educación básica y media especialmente en grado noveno se quedan en lo mecánico en lo algorítmico y en lo netamente numérico de tal manera que no se hace de manera significativa abstracta y generalizable hacia patrones numéricos n-ésimos, dejando de lado la curiosidad y estímulos alicientes a la creación de nuevas situaciones que describan la teoría aprendida.

En este sentido los estudiantes necesitan de incentivos para involucrar de manera más propia cada una de las temáticas que se enseñen, teniendo como base el desarrollo de estás mediante situaciones de gusto e interés, situaciones que pueden ser relevantes para nuestros alumnos, evitando de alguna manera el hecho de generar cálculos mecánicos y desarrollos ligeros sin importar el aprender y la interiorización que hagan ellos con respecto a las teorías matemáticas enseñadas.

El concepto de geometría hace referencia a la medición, por medio de elementos propios de ella; los ángulos y las longitudes, sin embargo en muchos estructuras dichos elementos no pueden ser descritas por si solas ya que por ejemplo un árbol de cierta forma de ramificación si se quisiera hallar el área de la superficie que lo conforma, no se puede recurrir a figuras exactas figuras de la geometría rigurosa euclidiana, así pues es necesario recurrir a la geometría fractal donde por medio de patrones, similitudes y dimensiones se hallen propiedades y características que hagan esto posible.

Dichos patrones, pueden ser numéricos y generalizables a términos n-ésimos donde se halla en relaciones de adición, sustracción, producto o cociente de los términos, y así clasificar el modelo como esquema matemático original.

¿Cómo las modelaciones Geométricas mejoran comprensión del concepto del objeto sucesión en estudiantes de grado décimo?

Objetivos

Objetivo General

Analizar la comprensión del Objeto Matemático Sucesión, a través de modelaciones geométricas, en estudiantes de grado Décimo.

Objetivos Específicos

- Desarrollar la construcción epistemológica y gnoseológica del objeto sucesión.
- Elaborar un diagnóstico sobre los conceptos previos y las concepciones que los estudiantes tienen a cerca del objeto sucesión.
- Realizar la recopilación teórica del Enfoque Ontosemiótico en Matemáticas.
- Diseñar y aplicar actividades de construcción de algunos fractales por medio de Software Geométricos (GEOGEBRA).
- Evaluar la eficiencia y la eficacia de las actividades diseñadas y aplicadas orientadas hacia la comprensión objeto de sucesión.

CAPÍTULO 2

Marco Teórico

Sucesiones

En la presente investigación se pretende una secuencia numérica a partir de la cual se pueda entender la concepción que tienen los estudiantes de grado décimo delas sucesiones y cómo pueden hacer de estás una excelente abstracción.

Inicios de las sucesiones

Las sucesiones desde sus inicios, así pues a ¿qué se refiere este concepto? Las sucesiones así como varios términos y conceptos matemáticos datan sus inicios de los Babilónicos, así pues acotando un ejemplo pretérito de las sucesiones, desde el antiguo Egipto se preguntaban por calcular ¿En cuánto tiempo se doblaría una cantidad de dinero a un determinado interés compuesto? (2000 a.c. – 600 a.c.).

Ahora desde la antigua Grecia, se precisa que en esta época ya se tenían indicios de los números figúrales a través de los cuales pretendían un sistema de numeración de forma geométrica, donde a partir de representaciones secuenciales hallaban generalidades útiles en sus cálculos diarios, tales como los números triangulares (figura1), los cuadrangulares entre otros.

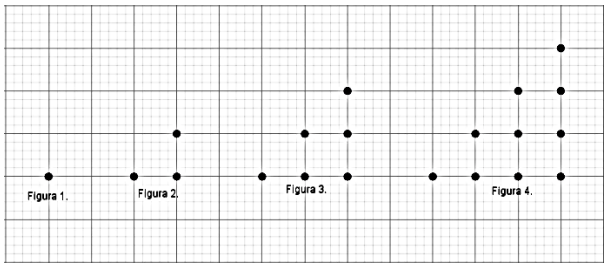


Figura 1. Representación de una Sucesión gráfico de puntos.

Elaboración Propia

Ortega (2012), destaca un aporte de Arquímedes (287a.c.- 212 a.c.) quien trabajó las sucesiones durante su vida, entre las más importantes esta la sucesión de π por medio de los polígonos suscritos en la circunferencia, además de la cuadratura de la parábola.

Edad media

En la Edad media según Ortega (2012), se tiene una sucesión significativa, la sucesión de Fibonacci (1170-1250), sucesión de explica fenómenos naturales como la reproducción de los conejos desde su introducción a un campo donde su población va aumentando de tal manera que cada una de las generaciones de esta población puede ser descrita por esta sucesión numérica.

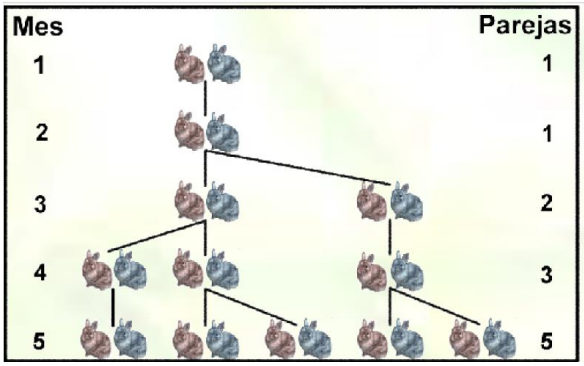


Figura 2. Representación de las sucesiones de Fibonacci, Crecimiento de la población de conejos.

Tomado de Ortega (2012)

Más adelante hacía los años 1400 ya se trabajan las sucesiones en la solución de problemas algebraicos, y aquí inicia la discusión sobre el concepto de infinito en las corrientes matemáticas y filosóficas, donde se destacó el filósofo Nicolás de Cusa (1401-1464).

Formalización del termino sucesión en la época contemporánea

En los últimos años varios matemáticos hicieron valiosos aportes en cuanto a las sucesiones, aportes que hoy son teoría fundamental en el álgebra de la temática.

Leibniz por su parte dedicó varios años al estudio de la generalización para el cálculo de π, difusión que realizó por medio de la suma de términos, una serie:

$$\mathbf{1}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{7}}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{9}}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{11}}+\cdots\frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{4}}$$

Otro matemático importante en la modernidad que tuvo gran influencia en el estudio matemático y especialmente en el estudio de las sucesiones fue Gauss quien a muy corta edad resolvió el problema de la suma de los 100 primeros números, siendo esta una progresión aritmética.

$$\boldsymbol{S}=\mathbf{1}+\mathbf{2}+\mathbf{3}+\mathbf{4}+\mathbf{5}\ldots.+\mathbf{100}$$

$$s=(100+1)+(99+2)+(98+3)+\cdots$$

Lo cual se puede generalizar como:

$$s=\frac{(1+n)\cdot n}{2}$$

Concepto de Sucesión

Una sucesión se define como una función cuyo dominio es el conjunto de los números naturales y su rango está en cualquier otro conjunto numérico generalmente es el conjunto de los números reales.

Además del concepto de las sucesiones a través de las concepciones netas del cálculo, se podría relacionar las sucesiones por medio de algunas modelaciones especialmente geométricas las cuales describen los términos de las sucesiones de forma más precisa, es por esto que identificar si este tipo de representación es la más idónea en la enseñanza aprendizaje de las sucesiones en estudiantes de grado Décimo.

Es importante resaltar que el conjunto de términos de las sucesiones precisa de un orden específico, por lo que es en lo que difiere de los conjuntos, ya que es significativa la organización de los elementos que componen la secuencia numérica.

Notación de las Sucesiones

Las sucesiones al igual que las expresiones algebraicas como tal presentan una forma de notación para identificar tanto su forma general, como cada uno de sus términos por medio del índice de la misma.

$$a_n \rightarrow \text{Sucesión}$$

$$n = Indice$$

Geometría Fractal

Una de las ramas de las matemáticas que más impacta de forma visual y de manera real es la Geometría fractal, ya que se acude a esta ciencia para dar sustento teórico a lo maravilloso a lo estructuralmente bien definido, la perfección. Es por esto que se hizo importante acudir a estas bellas creaciones para la comprensión de las sucesiones matemáticas.

A partir de Sabogal & Arenas, la Geometría fractal nace en la década de los años sesenta del siglo pasado y se enmarca en las áreas del análisis matemático, la geometría, la topología y la matemática aplicada. Enarca un estudio que tiene una envergadura bastante amplia a tal punto que diferentes capos de la investigación tienen interés en su estudio y uso dentro de las mismas.

Fractal

Sabogal y Arenas (2008), definen un fractal como *"que tiene forma, bien sea sumamente irregular, bien sumamente interrumpida o fragmentada, y sigue siendo así a cualquier escala que se produzca el examen"* (pág. 5).

Objeto fractal: *objeto natural que resulta razonablemente útil representarlo matemáticamente por un conjunto fractal.* Sabogal y Arenas (2008), (pág. 5).

Autosimilitud: nos permite considerar una sucesión de graficas las cuales a cada una de las escalas o niveles que veamos está se observe la misma figura, a continuación veremos algunos ejemplos de Autosimilitud:

Autosimilitud del Triángulo de Sierpinski

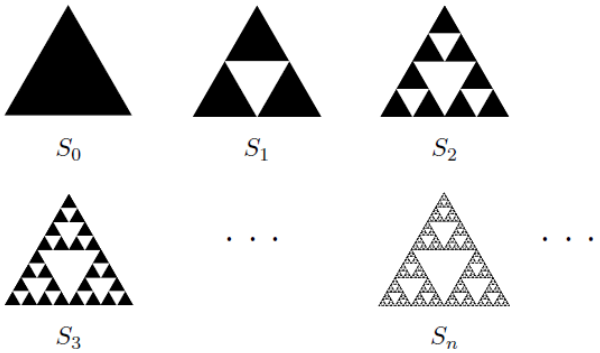


Figura 3. Sucesión Triángulo de Sierpinski.

Tomado de Sabogal y Arenas.

Lo proceso que a escala aún más lejana podríamos observar:

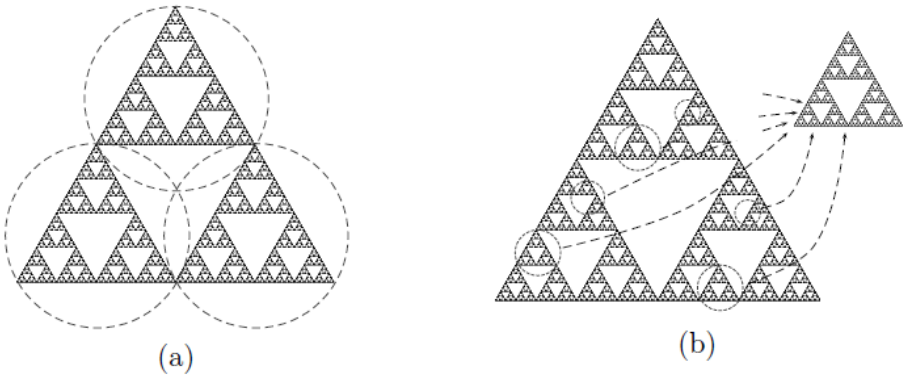


Figura 4. Autosimilitud del triángulo de Sierpinski.

Tomado de Sabogal y Arenas

Autosimilitud del Cubo:

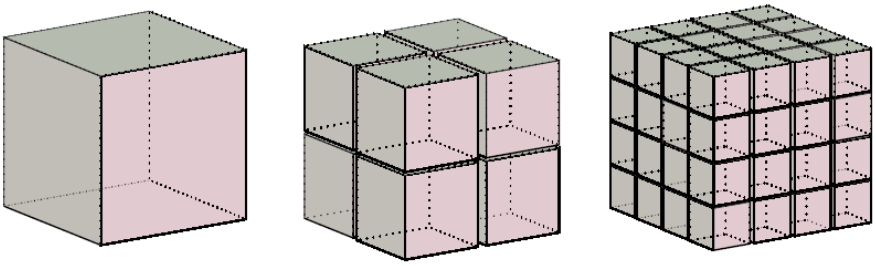


Figura 5. Autosimilitud del cubo.

Tomado de Sabogal y Arenas

Autosimilitud del Tetraedro

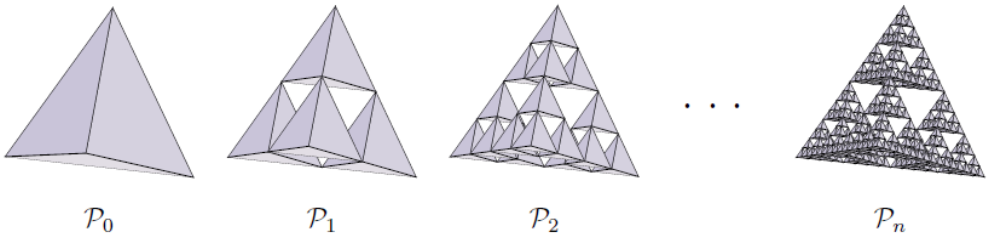


Figura 6. Autosimilitud del Tetraedro de Sierpinski.

Tomado de Sabogal y Arenas

Los anteriores ejemplos de Autosimilitud nos demuestran la relación estrecha que existe entre la Geometría fractal y la comprensión de las sucesiones, es por este motivo que se tomó como eje central en los instrumentos usados en esta investigación.

Enfoque Ontosemiótico

En el desarrollo de la presente investigación se tomó como base didáctica el **Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS)**, ya que implementa varios modelos y representaciones en la Educación Matemática.

Según Godino, et al. (2017), en la resolución de problemas o tareas matemáticas se considera necesario analizar las prácticas matemáticas realizadas con el apoyo de diversos lenguajes, tratando de mostrar las relaciones sinérgicas entre los mismos y los diversos tipos de objetos no ostensivos que necesariamente acompañan a las diversas representaciones.

Según Godino, et al. (2017), la base teórica del Enfoque Ontosemiótico (EOS), es un sistema teórico que trata de integrar diversas aproximaciones y modelos teóricos en la Educación Matemática. En este artículo se presenta 5 momentos que suceden el profesor de Matemáticas en el desarrollo de una temática.

Sucesiones desde el EOS

El desarrollo de esta sección tiene su base en Galaxia (2016), Para realizar este análisis el EOS ha introducido la noción de configuración ontosemiótica de prácticas, objetos y procesos.

Sistema de Prácticas

En el sistema de prácticas, los diversos tipos de objetos según su naturaleza y función que son clasificados en las siguientes categorías:

Lenguajes (términos, expresiones, notaciones, gráficos) en sus diversos registros (escrito, oral, gestual, etc.).

Situaciones-problemas (aplicaciones extra-matemáticas, ejercicios).

Conceptos-definición (introducidos mediante definiciones o descripciones, como, recta, punto, número, media, función).

Proposiciones (enunciados sobre conceptos).

Procedimientos (algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo).

Argumentos (enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos deductivos o de otro tipo).

Significado

Según Gaxiola (2016), los significados forman parte indispensable en los sistemas de práctica, ya que es necesario contar con un significado adecuado respecto a aun conocimiento matemático, por tal motivo los conceptos teóricos deben ser de dos tipos: institucionales y personales.

Según Godino, et al. (2009), (pág. 5), describe los significados personales teniendo en cuenta tres tipos:

-*global:* corresponde a la totalidad del sistema de prácticas personales que es capaz de manifestar potencialmente el sujeto relativas a un objeto matemático.

-*declarado:* da cuenta de las prácticas efectivamente expresadas a propósito de las pruebas de evaluación propuestas, incluyendo tanto las correctas como las incorrectas desde el punto de vista institucional

-*logrado:* corresponde a las prácticas manifestadas que son conformes con la pauta institucional establecida. En el análisis del cambio de los significados personales que tiene lugar en un proceso de estudio interesará tener en cuenta los *significados iniciales* o previos de los estudiantes y los que *finalmente alcancen.*

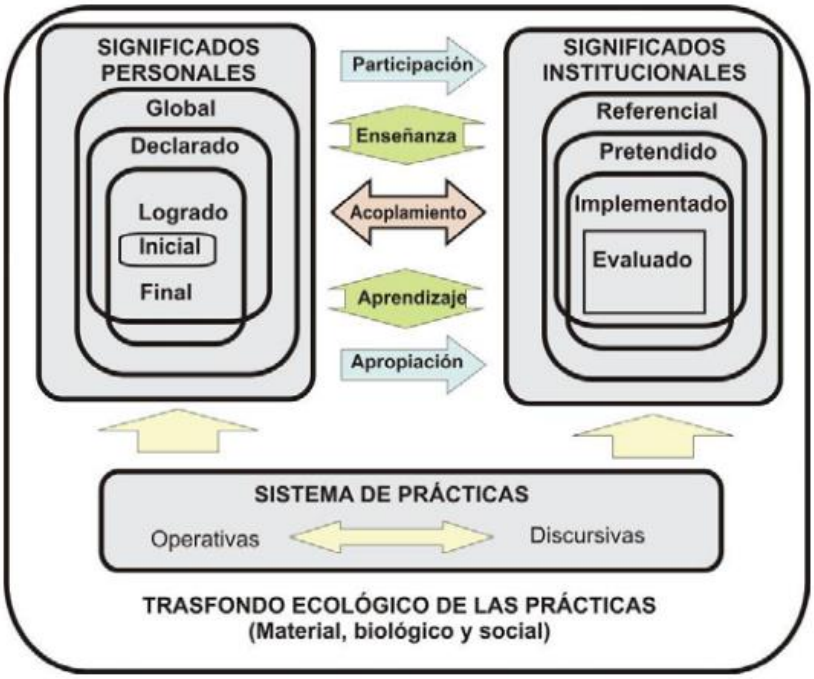


Figura 7. Tipos de significados institucionales y personales.

Tomado de Godino, et al. (2009)

Según Gaxiola (2016) en los estudios institucionales de referencia y pretendido, permite relación entre lo que establece el Nuevo Colegio San Juan Bautista y lo que la institución de MEN ha implementado en los estándares, por este motivo los instrumentos usados se basan en lo

establecido por NCSJB y lo estipulado en los estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.

Significado Institucional de referencia

El significado institucional de referencia está definido por MEN, específicamente en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, donde argumenta "*las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencias más y más complejas" EBCM,* pág. (49).

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

- Utilizo números reales en diferentes representaciones y en diferentes contextos.
- Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.
- Utilizo argumentos de la teoría de números para justificar relaciones que involucran números naturales.
- Comparo y contrasto las propiedades de los números (naturales, enteros, racionales y reales) y las de sus relaciones y operaciones para construir, manejar y utilizar apropiadamente los distintos sistemas numéricos.
- Justifico resultados obtenidos mediante procesos de aproximación sucesiva, rangos de variación y límites en situaciones de medición.

De acuerdo con los anteriores desempeños y en relación con los estándares básicos en competencias de Matemáticos, y el plan de área del NCSB, resulta la siguiente tabla:

ESTÁNDARES BÁSICOS EN COMPETENCIAS DE MATEMÁTICAS

PENSAMIENTOS NUMÉRICO Y VARIACIONAL

Competencias específicas	**Desempeños**
• Reconoce, comprensivamente una sucesión.	• Escribe los primeros términos de una sucesión • Halla el término general de una sucesión. • Halla un término de una sucesión. • Encuentra la suma de los términos de una sucesión. • Reconoce las propiedades de las sumatoria.
• Reconoce, claramente, una serie. • Reconoce, claramente progresiones aritméticas y progresiones geométricas. • Comprende el concepto de sumatoria y lo aplica, correctamente, en la solución de problemas.	• Identifica series. • Comprende el significado de una serie.

Tabla 1. Estándares Básicos en competencias de Matemáticas y Pensamientos Matemáticos

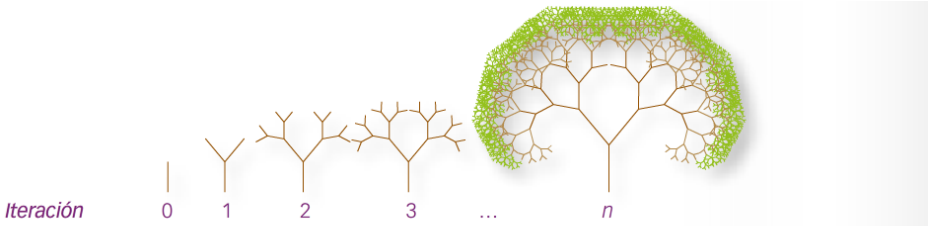
Propia Elaboración

De acuerdo a dichos desempeños que los estudiantes terminando el nivel de 10° y 11° se toma la cartilla Santillana de grado noveno en su edición de 2017, para la construcción del significado referencial:

- Guía de planeación personalizable y estrategias para el aula, Saberes Matemáticas 9° (2017)

Así pues, a parir de estas fuentes se emparejan los conceptos que integran el significado referencial, permitiendo además la articulación de os objetos matemáticos que se establecen el plan de área de la institución educativa donde se realizó la investigación, en primer lugar es importante identificar los conceptos de sucesión y su notación.

Santillana (2017) pág. (178-180)



¿Cuál es la cantidad de ramas que tendrá el árbol fractal terciario en la iteración 5?

Como en cada iteración se forman tres ramas nuevas en cada rama, entonces se puede construir una tabla para conocer la cantidad de ramas en cada iteración, como sigue:

Iteración	1	2	3	4	5
Cantidad de ramas por cada iteración	3	$3 \times 3 = 9$	$9 \times 3 = 27$	$27 \times 3 = 81$	$81 \times 3 = 243$

Figura 8. Autosimilitud del árbol fractal.

Tomado de Saberes 10° Editorial Santillana

El estudio de las sucesiones se aplica en el análisis de patrones.

Toda función cuyo dominio sea el conjunto de los números naturales es llamada una Sucesión.

Para designar una sucesión se usa la expresión $\{a_n\}$ y se emplean subíndices para identificar sus términos. Por ejemplo en la sucesión:

$$\{a_n\} = \{3^n\}$$

El primer término es $a_1 = 3^1 = 3$, el segundo término es $a_2 = 2 = 9$ y así sucesivamente.

Por lo tanto, la sucesión definida por $a_n = 3^n$, corresponde a:

3, 9, 27, 81, 243, …, 3^n,

Primer término cuarto término En-ésimo término

Tabla 2.tomado de Guía de Saberes 9°, Santillana (2017). Propia Elaboración

Como parte del significado institucional de referencia, se pudieron identificar los objetos matemáticos que interviene en el estudio de las sucesiones en el nivel de secundaria a partir de la cartilla establecida, Saberes Santillana 9° (2017), y el plan de estudios de la institución NCSJB Relacionados en la siguiente tabla:

lenguaje	• Gráfico • Natural • Numérico • Algebraico
Situaciones- Problema	• Sucesiones a partir de modelaciones Fractales. • Sucesiones relacionadas con números triangulares, cuadrado, pentagonales. • Sucesiones por medio de gráficos. • Construcción de panal de abejas.
procedimientos	• Suma

	• Multiplicación • Potenciación • Identificación de términos de la sucesión.
Argumentos	• Suma de términos de la sucesión • Formas de representación de las sucesiones. • Generalización de los términos de la sucesión.

Tabla 3. Relación de contenidos, según Guía Saberes 9°, Santillana (2017). Elaboración Propia

Significado institucional pretendido

En la siguiente tabla se relaciona el significado pretendido en cada uno de los tallares trabajados con los estudiantes en la investigación:

	Lenguaje
Taller No. 1	• Natural • Numérico • Tabular • Gráfico
Taller No. 2	• Natural • Numérico

	• Tabular • Gráfico • Algebraico	
Taller No. 3	• Natural • Numérico • Gráfico • Algebraico	
Taller No. 4	• Natural • Numérico • Gráfico • Algebraico	
Taller No. 5	• Natural • Numérico • Gráfico • Algebraico	

	Conceptos	
	intervinientes	Emergentes
Taller No. 1	• Números naturales • Números enteros • Números reales	• Números pares • Números impares • Números

	• Secuencias numéricas • Múltiplos y divisores • potenciación	triangulares • Números cuadrados • Números pentagonales
Taller No. 2	• Números naturales • Números enteros • Números reales • Secuencias numéricas • Múltiplos y divisores • Expresiones algebraicas • Potenciación •	• Sucesiones • Enésimo término
Taller No. 3	• Diferentes representaciones de las sucesiones. • Secuencias numéricas • Múltiplos y divisores • Expresiones algebraicas	• Sucesiones • Enésimo término • Sucesión constante • Sucesión creciente • Sucesión

		convergente • Sucesión divergente • Sucesión monótona
Taller No. 4	• Números naturales • Números enteros • Números reales • Secuencias numéricas • Múltiplos y divisores • Expresiones algebraicas	• Sucesiones • Enésimo término • Sucesión constante • Sucesión creciente • Sucesión convergente • Sucesión divergente • Sucesión monótona • Patrones • Fractales
Taller No. 5	• Números naturales • Números enteros • Números reales • Secuencias numéricas	• Sucesiones • Enésimo término • Sucesión constante • Sucesión creciente

- Múltiplos y divisores
- Expresiones algebraicas
- Sucesión convergente
- Sucesión divergente
- Sucesión monótona
- Patrones
- Fractales

Argumentos

- Patrón
- Secuencia numérica
- Gráfico de puntos

Tabla 4. Significado Pretendido, clasificación según los Talleres Diseñados. Elaboración Propia

Luego de categorizar estos objetos matemáticos, se busca que los estudiantes consigan desarrollar competencias con base a las secuencias numéricas a partir de modelaciones fractales donde puedan aplicar sus conocimientos aritméticos previos.

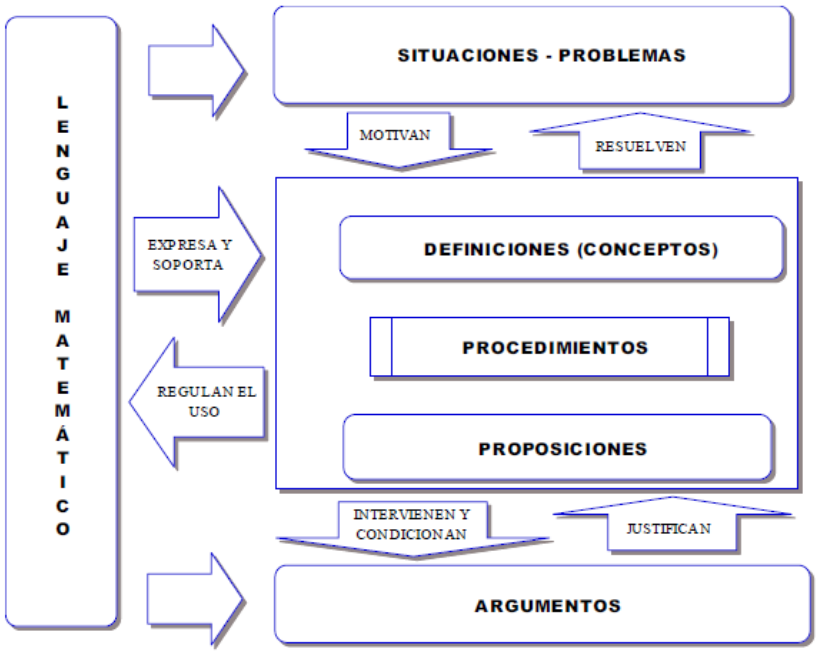


Figura 9. Configuración de los Objetos Primarios. Tomado de Godino et al. (2009) (pág. 7)

Configuración y trayectoria didáctica

Según Gaxiola (2016) en el proceso de la instrucción matemática es posible identificar seis (6) dimensiones: epistémica, docente, mediaciones, cognitiva y emocional, lo cual no define en un mismo grado cada una de éstas en todas los procesos, sino más bien es importante acotar que cada una tiene elementos diferentes y cuando hay interacción es ahí donde nos hallamos con la configuración didáctica y la misma trayectoria didáctica.

Desde Godino, et al. (2006) se tiene que los procesos de instrucción matemática describen la secuencia particular de las funciones y componentes que ha tenido lugar a lo largo del tiempo. De acuerdo a esto se distingue entre seis tipos de procesos y sus correspondientes trayectorias muéstrales:

- ***Trayectoria epistémica:*** *la cual se define como la distribución a lo largo del tiempo de la enseñanza del significado institucional implementado.*

- ***Trayectoria docente:*** *distribución de las tareas/acciones docentes a lo largo del proceso de instrucción.*
- ***Trayectoria discente:*** *distribución de acciones desempeñadas por los estudiantes (una para cada estudiante).*
- ***Trayectoria mediacional****: representa la distribución de los recursos tecnológicos utilizados (software, computador, libros entre otro)*
- ***Trayectoria cognitiva:*** *cronogénisis de los significados personales de los estudiantes.*
- ***Trayectoria emocional****: distribución temporal de los estados emocionales (actitudes, valores, efectos y sentimientos) de cada alumno con relación a los objetos matemáticos y al proceso de estudio seguido.*

De acuerdo con Godino, et al. (2006) es vital identificar en los objetos matemáticos la relación existente con los procesos y la anexión que hay con éstos, donde se hace fundamental la configuración didáctica que consta de las seis dimensiones antes mencionadas, de las cuales se tendrán en cuenta en el trabajo las dimensiones epistémica y docente de la siguiente manera:

- ***Configuración epistémica****:* sistema de objetos y funciones semióticas que se establecen entre ellos relativos a la resolución de problemas.
- ***Configuración docente***: descripción de las actividades o tareas docentes que circunscriben una situación problema asociada a una configuración epistémica.
- ***Configuración discente:*** sistemas de funciones/acciones que desempeña un alumno a propósito de una configuración epistémica.

Godino, et al. (2006) describen la trayectoria epistémica en seis estados posibles, a partir de los cuales se realiza las configuraciones.

- ***Situacional:*** *se enuncia un ejemplar de un cierto tipo de problemas.*
- ***Actuativo:*** *se aborda el desarrollo o estudio de una manera de resolver problemas.*
- ***Lingüístico:*** *se introducen notaciones, representaciones gráficas entre otras.*
- ***Conceptual:*** *se formulan o interpretan definiciones de los objetos puestos en juego.*
- ***Proposicional:*** *se enuncian e interpretan propiedades.*
- ***Argumentativo:*** *se justifican las acciones adoptadas o las propiedades enunciadas.*

CAPÍTULO 3

Metodología

Diseño Metodológico

La presente investigación se basa sus fundamentos en variables cualitativas, ya que el trabajo busca identificar la idoneidad de ocurrencias en diferentes momentos a partir de observación, tratando de interpretar la forma las respuestas dadas.

No obstante la investigación goza de datos cuantitativos, pues en esta son indispensables los datos numéricos y la asignación de algunos valores por medio de argumentos que permite la evaluación del EOS para obtener resultados y conclusiones finales, de igual manera con la ayuda de algunos datos estadísticos generados por medio de los resultados obtenidos de los estudiantes en la realización de cada uno de los talleres planteados.

Por lo anterior expuesto se considera una investigación de enfoque metodológico Mixto a parir de Sampieri, et al. (2010), la cual combina información de tipo cuantitativo y cualitativo, permitiendo una comprensión completa de la realizada de educativa a través de la información recopilada en los instrumentos en el trabajo de la aplicación de los instrumentos. (Jiménez, 2002)

Unidad de análisis

La investigación se desarrolló en el Nuevo colegio san Juan Bautista del municipio de Villapinzón Cundinamarca. La institución es de carácter privado, con un grupo de 40 estudiantes del grado décimo en la modalidad virtual. Son estudiantes entre los 14 y los 17 años pertenecientes a los municipios de Ventaquemada-Boyacá, Villapinzón, Chocontá Suesca y Sesquilé, Cundinamarca.

Fases de la Investigación

A groso modo la investigación tuvo algunas fases las cuales a continuación serán descritas de manera profunda y minuciosa.

- *Localización:* la investigación tiene su inicio en la experiencia como docente de matemáticas durante varios años, en el NCSJB, donde se evidenció que los estudiantes a pesar de tener dentro de su currículo y estar enmarcado en los lineamientos curriculares, la temática se sucesiones, les es de manera momentánea y poco significativa para los estudiantes teniendo conceptos vagos y poco cercanos a ellos, por esto hacer una aproximación por medio de la geometría fractal inmersa en el estudio de las sucesiones.
- *Elaboración:* A partir de las observaciones realizadas se toma la decisión de trabajar con los estudiantes de grado décimo dadas sus conceptos previos de funciones y de números reales en general.
- *Aplicación:* La aplicación de los diferentes talleres se realiza por medio de la aplicación *Forms* anclada ésta a la plataforma *Teams* la cual es el medio de trabajo de la institución, de esta manera se dieron a conocer los talleres realizados para la investigación, así como se realizó elaboración de algunas modelaciones por medio del Software Geogebra software de libre uso, por esto se masificó en línea las diferentes modelaciones Fractales, por medio de enlaces manipulables por los estudiantes.
- *Análisis.* esta etapa se sistematizó e interpretó los datos obtenidos de la información recogida en la etapa de aplicación, usando los fundamentos e idoneidad didáctica de análisis del EOS
- *Resultados:* Se evalúo la comprensión alcanzada por los estudiantes de las sucesiones a través de las modelaciones fractales.

Instrumentos

Para la obtención de información se realizaron cinco talleres los cuales se realizaron siguiendo algunas los argumentos y los lenguajes que los estudiantes usan en la interpretación de las sucesiones.

Taller No. 1	Explora en el estudiante el lenguaje gráfico, numérico y natural de las sucesiones y evalúa que tanto el estudiante sabe o puede deducir de las sucesiones.
Taller No. 2	Trabaja las representaciones numéricas, gráficas y algebraicas de las sucesiones.
Taller No. 3	Muestra algunos tipos de sucesiones, explorados a partir de GeoGebra, donde les permite a los estudiantes sacar conclusiones y generalidades de las mismas.
Taller No. 4	Mediante modelaciones fractales, clasificación de sucesiones, realiza la enumeración de los términos de cada una de las sucesiones y generaliza la sucesión por medio de una expresión algebraica.
Taller No. 5	Se trabajó por medio de modelaciones fractales un taller a modo de evaluación,

	donde los estudiantes tenían la posibilidad de explorar, clasificar, generalizar y modelar sucesiones.

Tabla 5. Descripción del contenido de los Talleres Diseñados. Elaboración propia.

Procedimiento

Elaboración y aplicación de los talleres

Se elaboraron 5 talleres los cuales fueron aplicados en una semana, de manera secuencial, de tal forma que uno llevaba las conclusiones del otro, de tal forma que se realizara una construcción de conocimientos sistemáticos. Dado que la institución donde fueron aplicados trabaja netamente virtual, se aplicaron usando Teams.

Cada uno de estos talleres fueron elaborados teniendo en cuenta las distintas formas de respuesta, de tal forma que los resultados fuesen múltiples enriqueciendo de esta manera la investigación. De igual manera la respuesta abierta fue un elemento fundamental en la elaboración.

Representaciones de secuencias gráficas

Mediante esta representación se pretendía realizar introducción a las sucesiones, de tal forma que mediante este lenguaje de gráfico de puntos los estudiantes se involucraran a la temática sin quizás tener algún conocimiento previo.

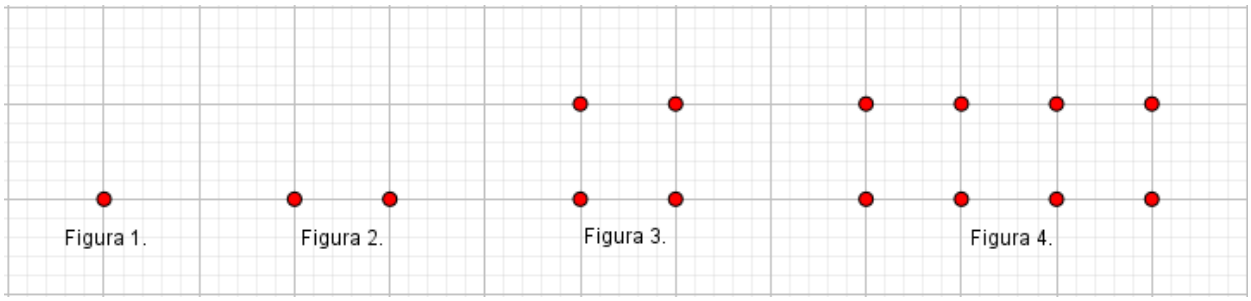


Figura 10. Sucesión por medio de Grafico de puntos.

Elaboración propia

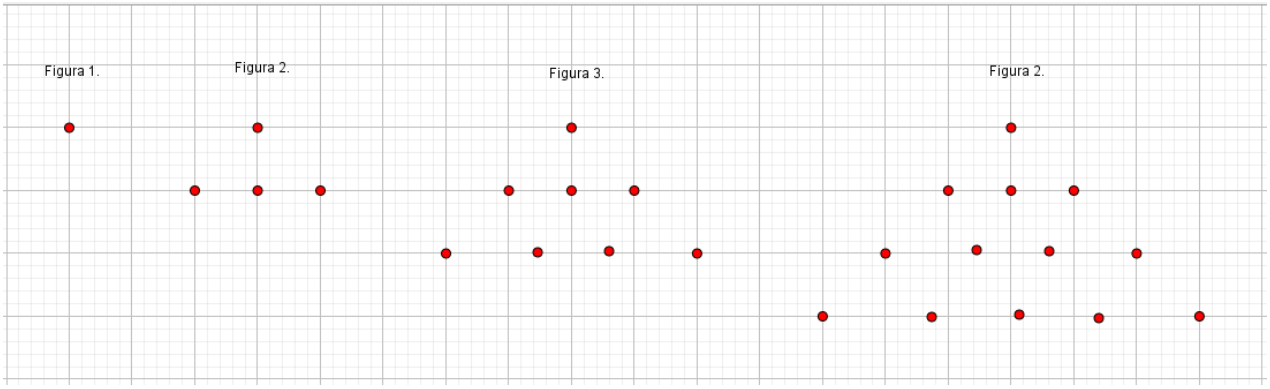


Figura 11. Sucesión por medio de Gráfico de puntos.

Elaboración propia.

Representaciones de secuencias numéricas

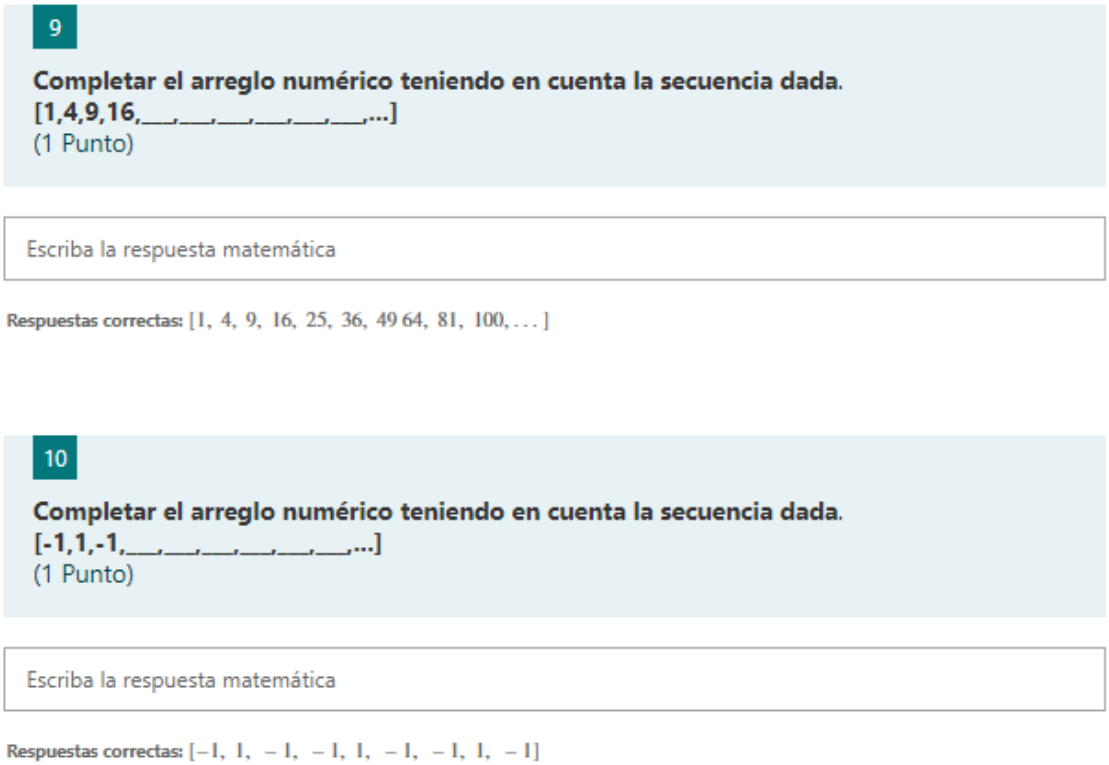


Figura 12. Representación numérica en los talleres propuestas

Representaciones de sucesiones algebraicas

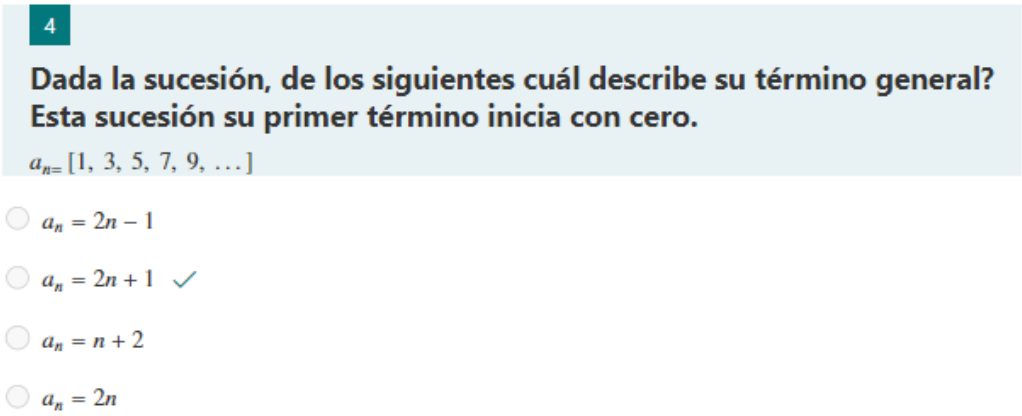


Figura 13. Representaciones Algebraicas en los talleres planteados.

Representaciones de clases sucesiones

Con el fin de optimizar este tipo de representaciones se usó el Software GeoGebra mediante el cual los estudiantes pudieran explorar las sucesiones, sus clases sus tipos y en fin….

Sucesión constante

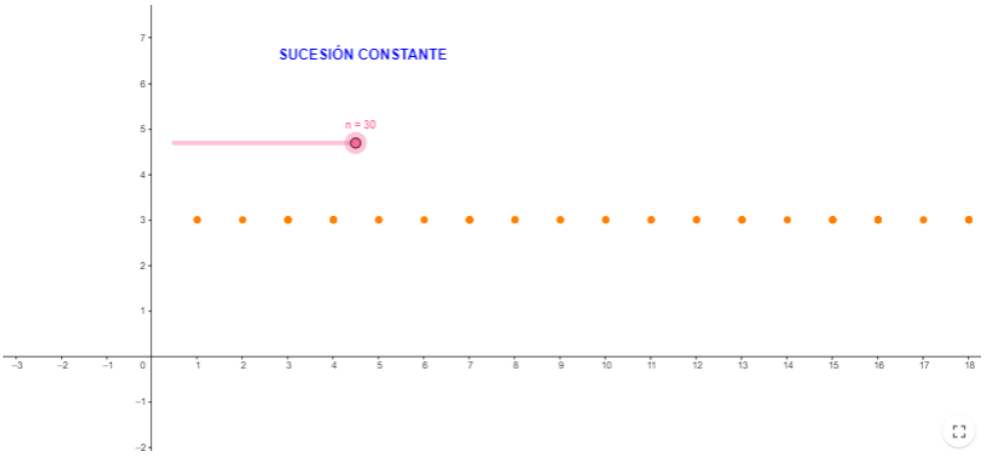


Figura 14. Representación de Sucesión Constante.

Elaboración Propia.

Sucesión divergente

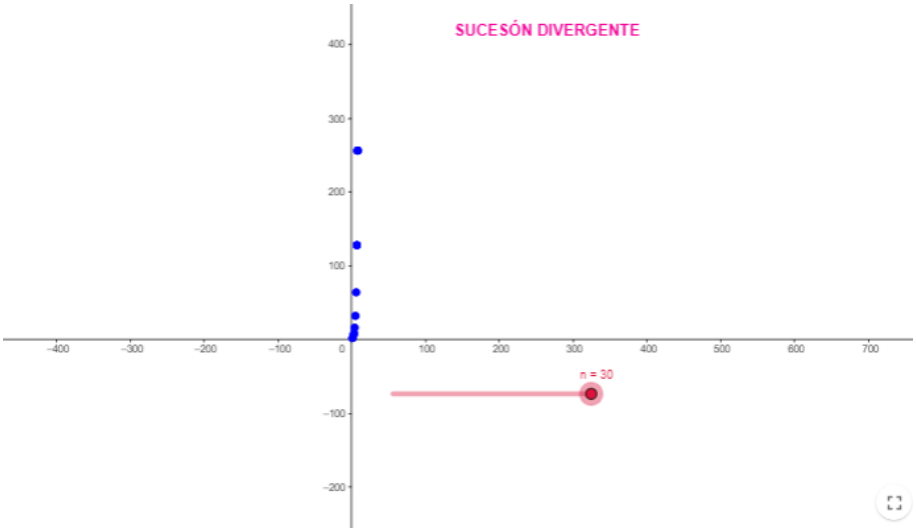


Figura 15. Representación de Sucesión Divergente.

Elaboración Propia

Sucesión monótona

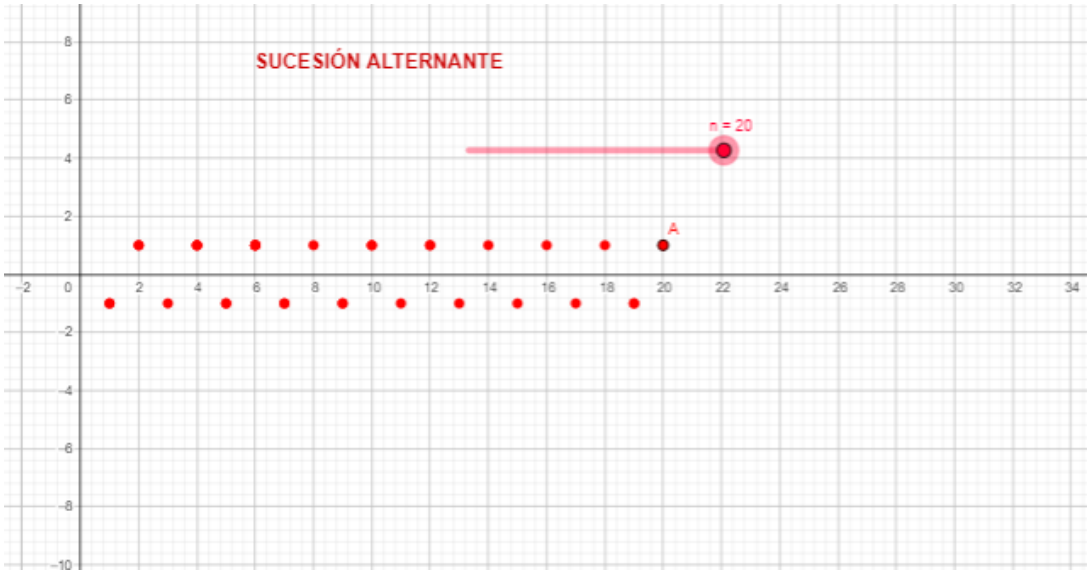


Figura 16. Representación de Función Monótona.

Elaboración Propia.

Representaciones de modelaciones fractales

Modelaciones fractales por medio de Geogebra

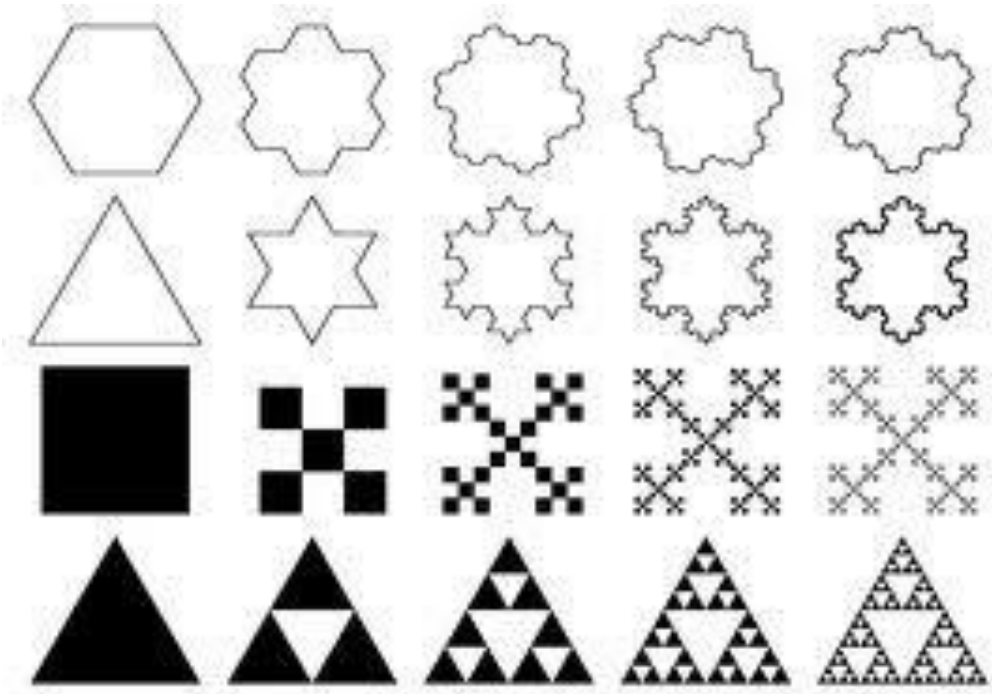


Figura 17. Representación de Modelaciones Fractales.

Tomado de Sabogal y Arenas

Triángulo de Sierpinski

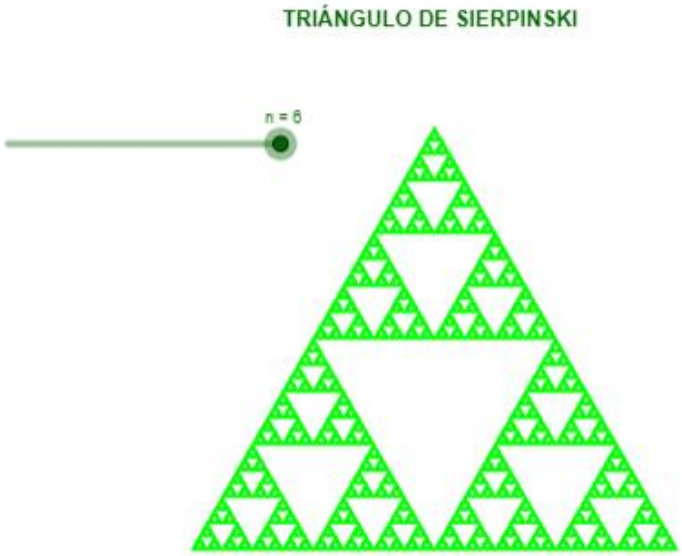


Figura 18. Representación triángulo se Sierpinski.

Elaboración propia.

Antecedentes

Dentro de los trabajos realizados de la temática se encuentra el trabajo realizado por Cano y Giraldo (2017) titulado, USO DE LA HERRAMIENTA GEOGEBRA Y SU INFLUENCIA EN LA COMPRENSIÓN DE LA CONSTRUCCIÓN DEL TRIÁNGULO DE SIERPINSKI EN ESTUDIANTES DE 8° DEL INSTITUTO TÉCNICO INDUSTRIAL PASCUAL BRAVO, MEDELLÍN 2016, teniendo como interrogante principal la pregunta, ¿En qué medida el uso de la herramienta Geogebra influye en la comprensión de la construcción del triángulo de Sierpinski en estudiantes de 8° grado del Instituto Técnico Industrial Pascual Bravo, Medellín 2016?, y de esta manera se traza una meta específica la cual es Determinar en qué medida el uso de la herramienta Geogebra influye en la comprensión de la construcción del triángulo de Sierpinski en estudiantes del grado 8° del instituto Técnico Industrial Pascual bravo, Medellín, 2016. es una investigación pre – experimental en la cual realiza un estudio en cuanto a la construcción del triángulo de Sierpinski haciendo uso de los conceptos básicos de la geometría euclidiana, para dicha investigación se utilizó una metodología de tipo aplicativo, mediante un diseño experimental.

Entre otros trabajos que se encuentran el desarrollo de la comprensión de las sucesiones está el artículo de Gonzalez , Medina, Vilanova, Astiz (2009) titulado, UN APORTE PARA TRABAJAR SUCESIONES NUMÉRICAS CON GEOGEBRA, donde tienen aportes muy significativos en la comprensión de las sucesiones en estudiantes de nivel universitario, la autoras pretenden en este artículo mostrar los errores frecuentes que se cometen en el desarrollo de las temáticas y cómo herramientas tan importantes como el Software Geogebra puede ser una excelente alternativa.

La investigación basa sus fundamentos en la tesis de Gaxiola (2016) titulado, SUGERENCIAS PARA LA ENSEÑANZA DE SUSMAS Y SUCESIONES DE NÚMEROS EN EL BACHILLERATO, tesis de maestría, la cual realiza un gran aporte en la enseñanza de las sucesiones en el nivel universitario, herramientas que son analizadas desde el Enfoque

Ontosemiótico, usando las configuraciones epistemológicas desde cada una de las actividades planteadas.

Otro trabajo importante relacionado con las Sucesiones es la tesis de Maestría titulada UNIDAD DIDÁCTICA. SUCESIONES MATEMÁTICAS. PROGRESIONES ARITMÉTICAS, desarrollado por Ortega, M. (2012), en el desarrollo de la unidad didáctica presenta un desarrollo amplio de las sucesiones desde sus inicios hasta la actualidad, de igual manera, presenta varias actividades para el nivel de bachillerato haciendo un análisis didáctico basando sus fundamentos en el trabajo de Rico (1997), así pues en el desarrollo del trabajo analiza el currículo desde sus diferentes Dimensiones como lo indica Gómez, P. (2007).

CAPÍTULO 4

Análisis y Resultados

En este sentido para realizar el análisis de la información se tomaron los datos de manera virtual, usando instrumentos del EOS que permiten ordenar los datos y realizar observaciones minuciosas a partir de las respuestas obtenidas de los estudiantes. Así pues en dicho análisis se usaron las siguientes las configuraciones epistémicas.

Configuración epistémica 1

Con relación a las actividades realizadas en cada uno de los talleres se identifican cuatro configuraciones epistémicas, en particular la *configuración epistémica 1* está relacionada con lo netamente conceptual, donde los estudiantes establecen la relación entre los conjuntos numéricos especialmente entre los naturales, los enteros, y los reales, usando definiciones muy cotidianas para los estudiantes como lo es la de múltiplos, divisores y factores de los números, configurando así las secuencias numéricas.

Taller No.1: Actividades de Inicio

De esta manera los estudiantes lograron construcciones de secuencias teniendo en cuenta por ejemplo los números pares, los impares, esto haciendo uso de las definiciones previas que los alumnos tienen con respecto a múltiplos y divisores de esta manera:

$$a_n = [2, 4, 6, 8, 10, \dots]$$

El estudiante puede identificar los siguientes términos ya que acude a las propiedades primero que debe ser número par y segundo que sea un numero divisible por 2, de esta misma

manera acude a este tipo de propiedades para generalizar y hallar representaciones algebraicas que generalicen este tipo de secuencias numéricas.

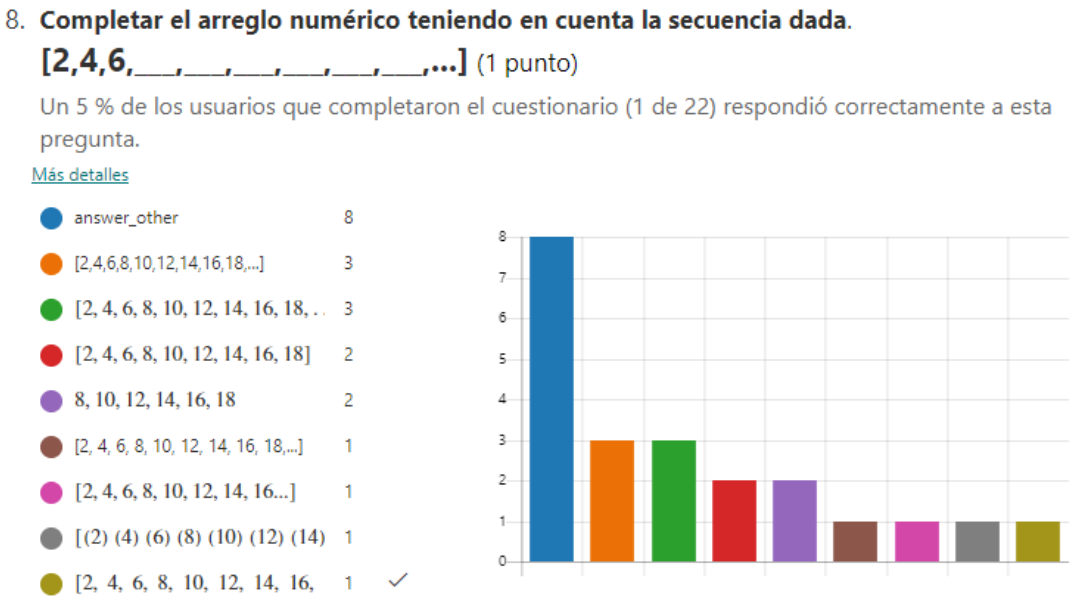


Figura 19. Resultados a la pregunta presentada

En esta pregunta se puede identificar que los estudiantes responden de manera adecuada, sin embargo, la forma de notación que usan para dar su respuesta varía.

Otra secuencia numérica que debían completar los estudiantes es el cuadrado de los números, de tal manera que los estudiantes se debían dar cuenta que:

$$a_n = [1, 4, 9, 16, \dots]$$

Está compuesta los cuadrado de los números naturales,

$$a_1 = 1^2, a_2 = 2^2, a_3 = 3^2, a_4 = 4^2, \dots$$

En este ejercicio los resultados obtenidos fueron

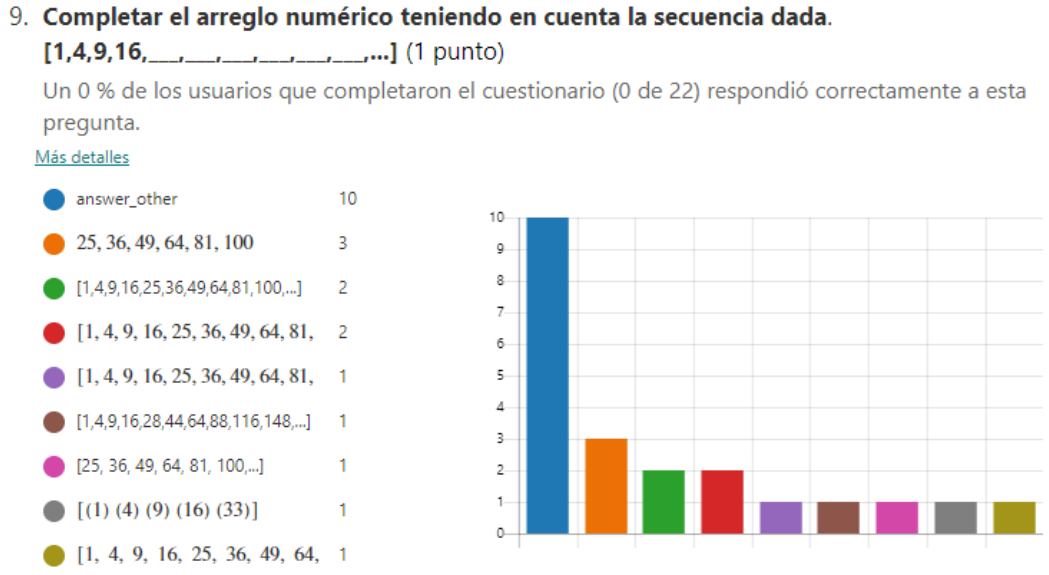


Figura 20. Resultados Obtenidos a la pregunta 9 Taller No. 1.

Se logra evidenciar que la forma que los estudiantes utilizan diferentes notaciones, para escribir una sucesión numérica, esto a pesar de haber dado algunas instrucciones al inicio de la solución.

Usando este mismo tipo propiedades los estudiantes lograron construir los términos de diferentes sucesiones numéricas con representación por extensión.

10. **Completar el arreglo numérico teniendo en cuenta la secuencia dada.**
[-1,1,-1,___,___,___,___,___,___,...] (1 punto)

Un 0 % de los usuarios que completaron el cuestionario (0 de 22) respondió correctamente a esta pregunta.

Más detalles

answer_other	10
[−1, 1, −1, 1, −1, 1, −1, 1, −1,	4
[-1,1,-1,1,-1,1,-1,1,-1,...]	2
[1, -1, 1, -1, 1, -1,...]	1
[−1, 1, −1, 2, −1, 3, −1, 4, −1,	1
[-1,1,-1,-2,2,-1,-3,3,-3,...]	1
[(−1) (1) (−1) (1) (−1) (1) (-	1
[−1, 1, −1, 1, −1, 1, −1	1
[−1, 1, −1, 1, −1, 1, −1	1

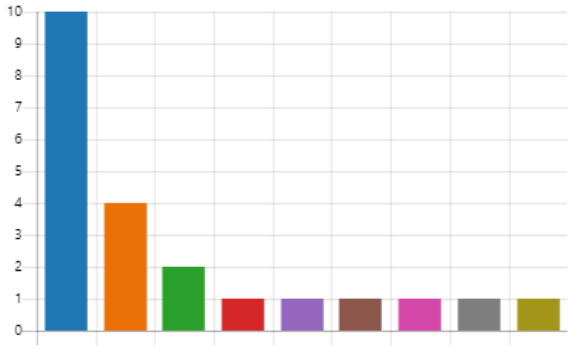


Figura 21. Resultados obtenidos a la pregunta 10. Taller No. 1

12. **Completar el arreglo numérico teniendo en cuenta la secuencia dada.**
[3,6,9,___,___,___,___,___,___,...] (1 punto)

Un 0 % de los usuarios que completaron el cuestionario (0 de 23) respondió correctamente a esta pregunta.

Más detalles

answer_other	9
[3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27,	3
12, 15, 18, 21, 24, 27	3
[3,6,9,12,15,18,21,24,27,...]	2
$3 \times x$	1
[12, 15, 18, 21, 24, 27, 30,...]	1
[3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27,	1
[3,6,9,12,15,18,21,24,28,..]	1
[3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27,	1
[(3) (6) (9) (12) (15) (18) (21	1

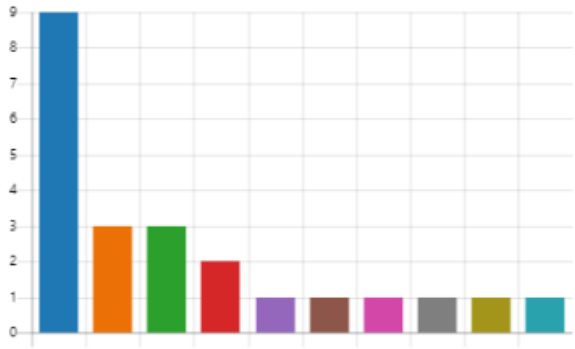


Figura 22. Resultados Obtenidos a la pregunta 12. Taller No. 1

Se plantearon además ejercicios selección múltiple donde los estudiantes lograran reconocer algunos términos específicos de la sucesión dada, se hallaron así los siguientes resultados:

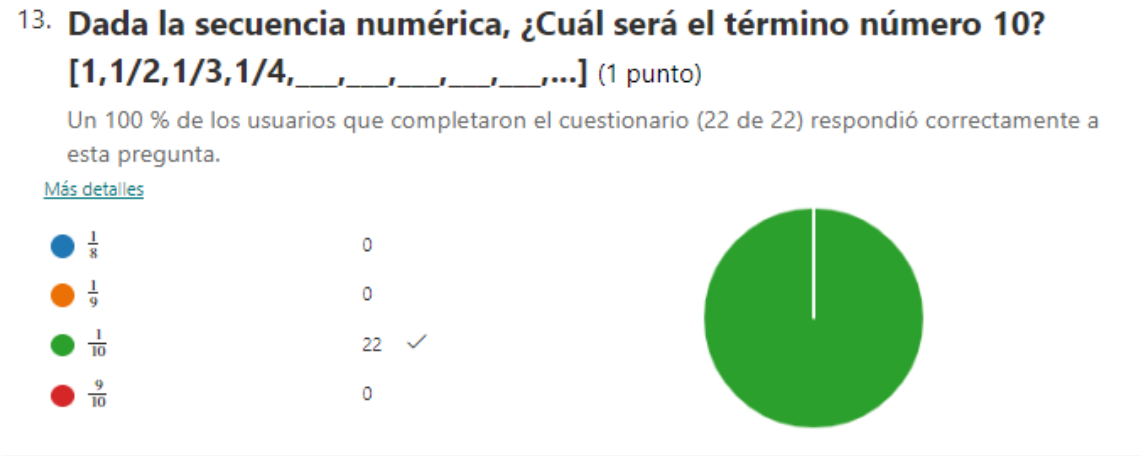


Figura 23. Resultados Obtenidos pregunta 13. Taller No. 1

Aquí se observa excelente comprensión de la pregunta donde todos los estudiantes que respondieron a esta pregunta lograron una respuesta satisfactoria, es decir que las sucesiones que presentan una secuencia continúa son casi inmediatas para los estudiantes.

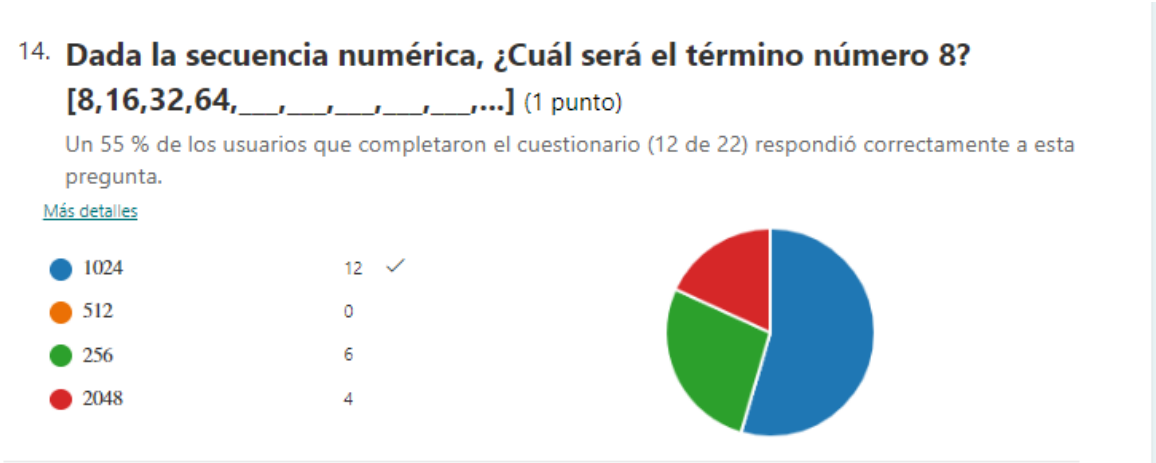


Figura 24. Resultados Obtenidos Pregunta 14. Taller No.1

Ya en esta pregunta no fue tan claro el término que debían hallar los estudiantes, aquí la propiedad fue confusa no todos pudieron lograr la comprensión, de potenciación para llegar al término que debían encontrar.

Taller No. 2 Actividad de desarrollo

En el taller número 2 y continuando una forma sistemática de los conocimientos adquiridos, se continuó con ejercicios donde pudieran identificar por medio de las propiedades que cumplen los números las sucesiones.

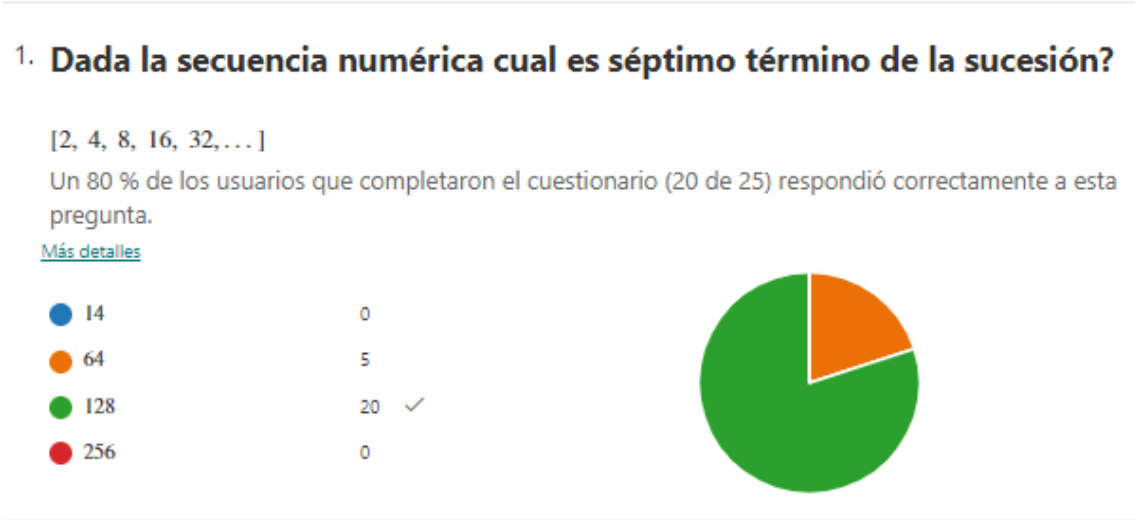


Figura 25. Resultados Obtenidos pregunta 1. Taller No. 2

La primera pregunta indagaba por un término específico de la sucesión, aquí la mayor parte de los alumnos respondieron correctamente.

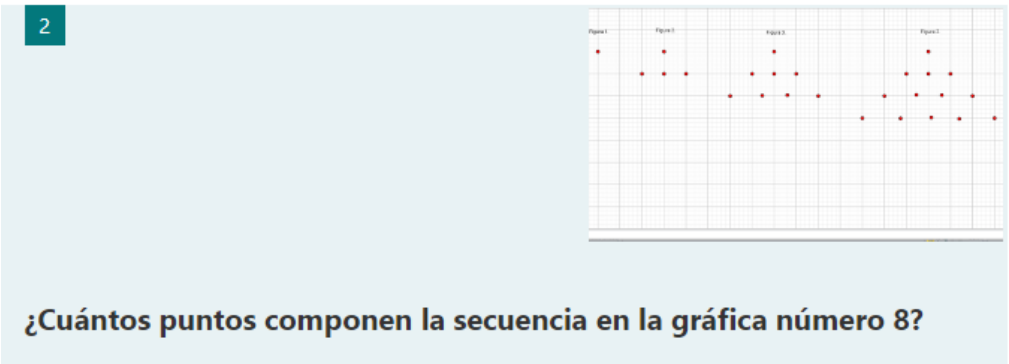


Figura 26. Pregunta No. 2. Taller No. 2

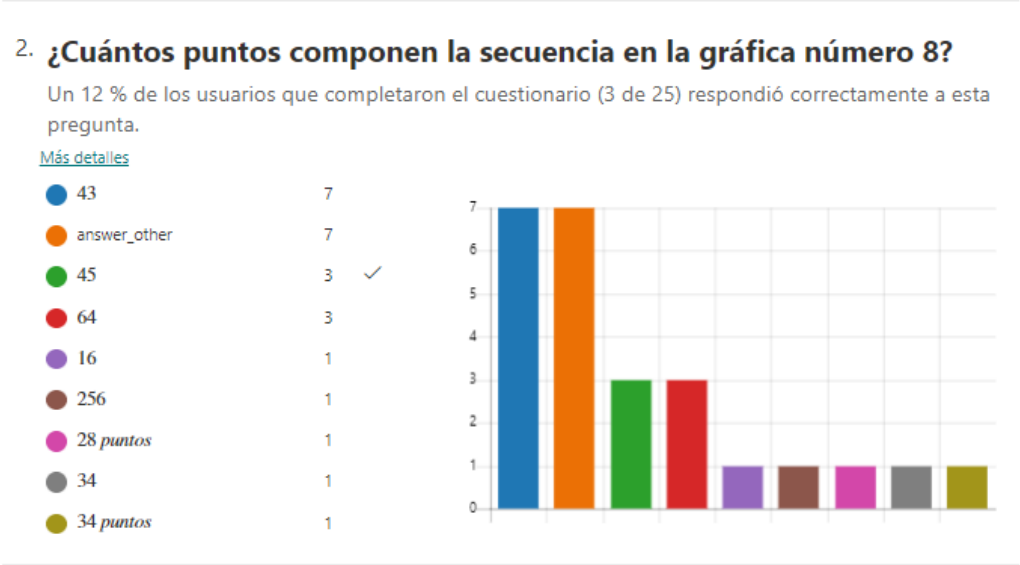


Figura 27. Resultados Obtenidos Pregunta No.2. Taller No.2

Se usó además el gráfico de puntos para representar los términos de la sucesión, de esta manera los estudiantes no tuvieron una buena observación para determinar la cantidad exacta de puntos en un determinado término de la sucesión.

Taller No. 3 Actividad de desarrollo

En los ejercicios planteados en el tercer taller se planteó la representación algebraica para que a partir de esta los estudiantes pudieran hallar los términos de la sucesión. En este sentido se encontraron los siguientes resultados en el planteamiento de los ejercicios:

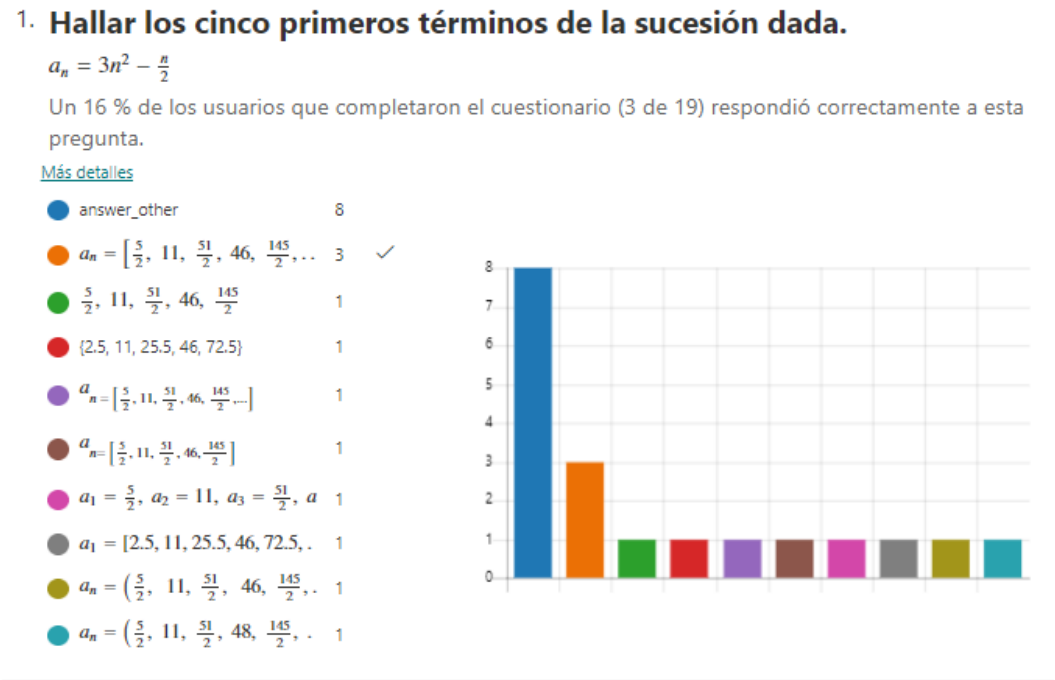


Figura 28. Resultados obtenidos Pregunta 1. Taller No. 3

Así como en los anteriores talleres es repetitivo el hecho de que los estudiantes cada uno utilizan una forma diferente para la notación de la sucesión en representación numérica.

A continuación se pueden observar otras sucesiones en representación algebraica, sobre las cuales se pidió hallar cierta cantidad de términos de la sucesión, se utilizaron diferentes operaciones. Los resultados obtenidos son muy dispersos, y muy pocos estudiantes lograron lo que se pedía, se hallaron diferentes términos.

2. **Hallar los cinco primeros términos de la sucesión dada.**

$a_n = \frac{3n-4}{2}$

Un 11 % de los usuarios que completaron el cuestionario (2 de 19) respondió correctamente a esta pregunta.

Más detalles

answer_other	9
$a_n = \left[-\frac{1}{2}, 1, \frac{5}{2}, 4, \frac{11}{2}, \ldots\right]$ ✓	2
$An = [-1/2, 1, 5/2, 4, 11/2, .$	1
$-\frac{1}{2}, 1, \frac{5}{2}, 4, \frac{11}{2}$	1
$\{1, 2.5, 4, 5.5, 7\}$	1
$a_{n=[1,4,7,10,13,\ldots]}$	1
$a_{n=[1,4,7,10,13]}$	1
$a_1 = \frac{-1}{2}, a_2 = 1, a_3 = \frac{5}{2}, a_4$	1
$a_n = \left(-\frac{1}{2}, 1, \frac{5}{2}, 4, \frac{11}{2}, \ldots\right)$	1
$a_n = \left(-\frac{1}{2}, 1, \frac{5}{2}, 4, \frac{11}{2}, \ldots\right.$	1

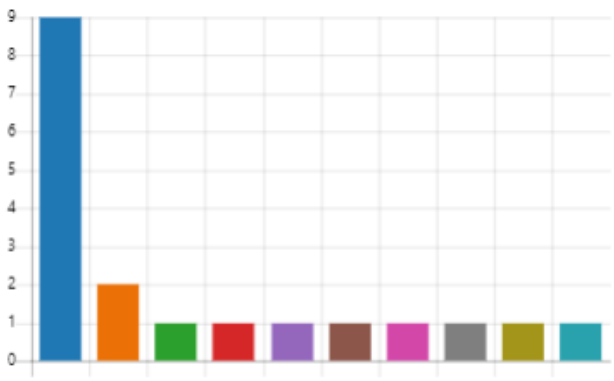


Figura 29. Resultados obtenidos Pregunta No.2. Taller No. 3

3. **Hallar los cinco primeros términos de la sucesión dada, dejar los términos en forma de raíz.**

$a_n = 1 + \sqrt{2n-1}$

Un 0 % de los usuarios que completaron el cuestionario (0 de 19) respondió correctamente a esta pregunta.

Más detalles

answer_other	10
$\{2, 1+\sqrt{3}, 1+\sqrt{5}, 1+\sqrt{7},$	1
$a_{n=[2,1+\sqrt{3},1+\sqrt{5},1+\sqrt{7},4,\ldots]}$	1
$a_{n=[1+\sqrt{1},1+\sqrt{3},1+\sqrt{5},1+\sqrt{7},1+\sqrt{9}]}$	1
$a_1 = \sqrt{2}, a_2 = \sqrt{4}, a_3 = \sqrt{6},$	1
$a_1 = 2, a_2 = 1+\sqrt{3}, a_3 = 1$	1
$a_n = (1+\sqrt{1}, 1+\sqrt{3}, 1+\sqrt{5}$	1
$a_n = (2, 2.73, 3.23, 3.64, 4,$	1
$a_n = [1+\sqrt{1}, 1+\sqrt{3}, 1+\sqrt{5}$	1
$a_n = [2, 1+\sqrt{3}, 1+\sqrt{5}, 1+$	1

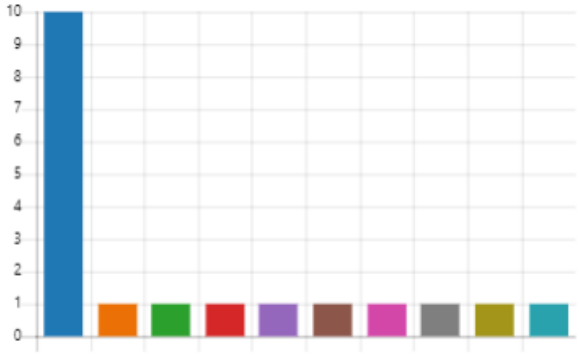


Figura 30. Resultados obtenidos Pregunta No.3. Taller No. 3

Este último ejercicio ningún estudiante logró dar las respuestas correcta, sin embargo varios obtuvieron los términos de la sucesión, pero como la plataforma no admite cambios en ningún símbolo, no se logra la respuesta, es evidente que en el uso de la plataforma se es demasiado estandarizado de tal manera que no es posible la diversidad en la estadística de las respeustas.

Taller No. 4 Actividades de Modelación

En este taller se pide a los estudiantes construir el conjunto de los términos de la sucesión, pero ahora por medio de las modelaciones realizadas, se usó el Software GeoGebra, el cual permite su uso de manera libre, además de la gran facilidad en línea para la exploración de las construcciones. Esta es fue una gran ventaja ya que los estudiantes accedían a los enlaces y a partir de estos buscaban los términos de la sucesión.

Para la primera actividad se pedía que hallara los términos de la sucesión, en la construcción de la segmentación de un cuadrado. (Ver Apéndice A) para la construcción completa.

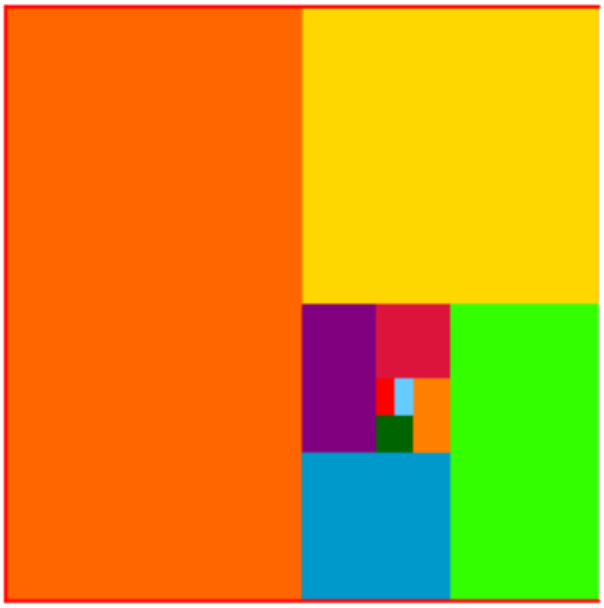


Figura 31. Segmentación del Cuadrado.

Elaboración Propia.

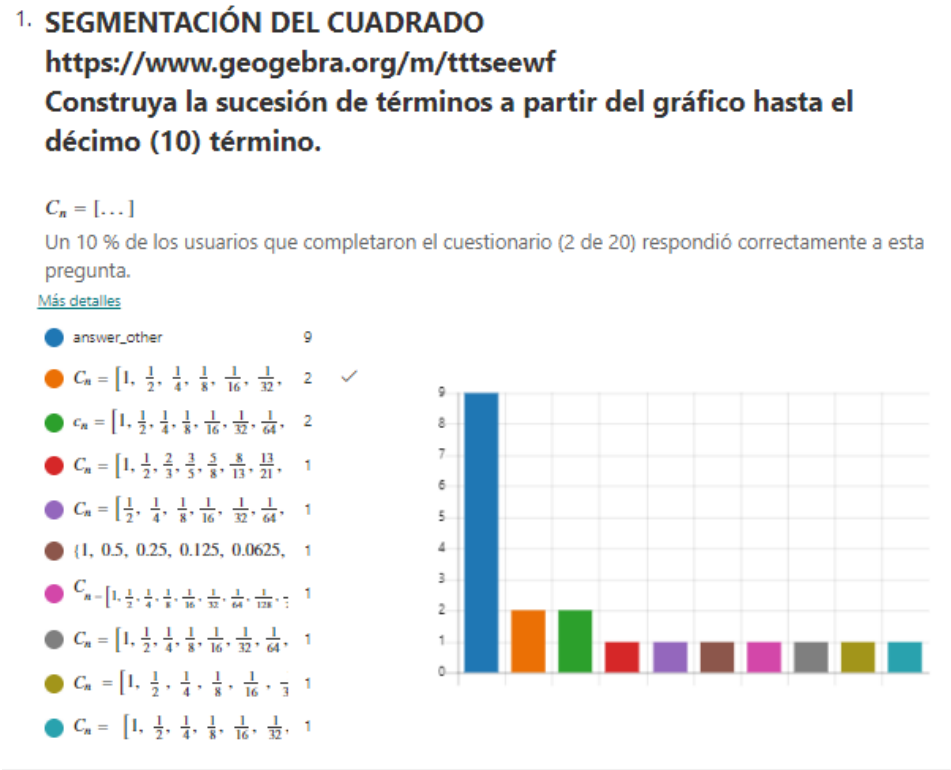


Figura 32. Resultados Obtenidos a la Pregunta No. 1 Taller No. 4

Se planteó a continuación por medio de la modelación del conjunto de Cantor que los estudiantes dieran los cuatro primeros términos de la sucesión, sin embargo la dificultad de las distintas notaciones se evidencia, y es notorio que la mayor parte de los estudiantes no comprendieron como está compuesto el conjunto de Cantor. Ver construcción completa (Apéndice A).

Figura 33. Construcción Conjunto de Cantor. Elaboración Propia

3. **EL CONJUNTO DE CANTOR**
https://www.geogebra.org/m/r7dh3nmr
Hallar los cuatro (4) primeros términos de la sucesión, teniendo en cuenta la construcción de Conjunto de Cantor

$C_n = [\ldots]$

Un 21 % de los usuarios que completaron el cuestionario (4 de 19) respondió correctamente a esta pregunta.

Más detalles

answer_other	7	
$C_n = \left[1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \ldots\right]$	4	✓
$[1, 0.333, 0.111, 0.0370370$	1	
$C_n = \left[1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \ldots\right]$	1	
$C_n = \left[1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27} \ldots\right]$	1	
$C_n = [1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \ldots]$	1	
$c_n = (16, 8, 4, 2)$	1	
$C_n = \left[1, \frac{2}{1}, \frac{4}{2}, \frac{8}{4}, \ldots\right]$	1	
$C_n = \left[1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}\right]$	1	
$C_n = \left[1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \ldots\right]$	1	

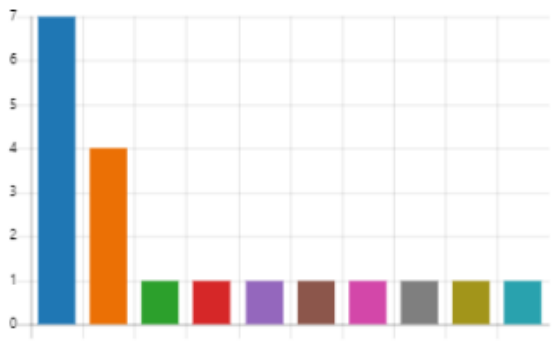


Figura 34. Respuestas Obtenidas Pregunta No. 3 Taller No. 4

Configuración epistémica 2

En segundo lugar se tiene la configuración epistémica que reúne todos los registros relacionados con lo Actuativo, donde se acude a los objetos matemáticos los cuales proporcionan elementos fundamentales para identificar propiedades.

Taller No.1: Actividades de Inicio

Una de las actividades pedía hallar el término general de la sucesión:

$$\boldsymbol{a_1 = 1}$$

$$\boldsymbol{a_2 = \frac{1}{2}}$$

$$\boldsymbol{a_3 = \frac{1}{3}}$$

$$\boldsymbol{a_4 = \frac{1}{4}}$$

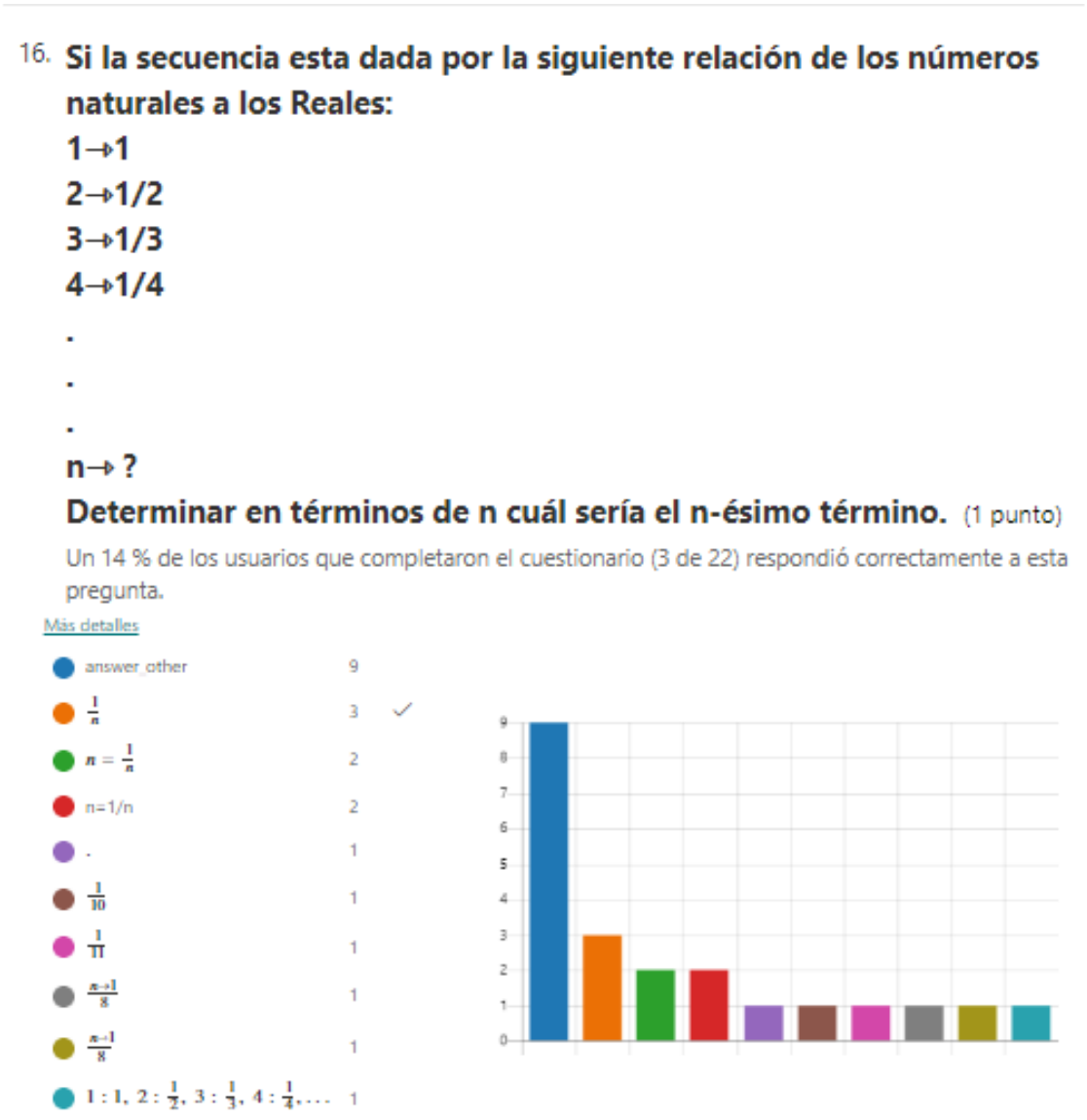
$$\boldsymbol{.}$$

$$\boldsymbol{.}$$

$$\boldsymbol{.}$$

$$\boldsymbol{a_n = \frac{1}{n}}$$

Los resultados obtenidos fueron:



16. **Si la secuencia esta dada por la siguiente relación de los números naturales a los Reales:**

1→1

2→1/2

3→1/3

4→1/4

.

.

.

n→ ?

Determinar en términos de n cuál sería el n-ésimo término. (1 punto)

Un 14 % de los usuarios que completaron el cuestionario (3 de 22) respondió correctamente a esta pregunta.

Más detalles

Figura 35. Resultados Obtenidos en la pregunta No. 16 Taller No. 1

Aquí se permite el estudiante observar, analizar y reflexionar sobre el comportamiento de los términos de la sucesión, para así encontrar una clara argumentación que permita hallar el término general de la sucesión. En el caso particular el estudiante acude a las fracciones y se percata que la sucesión construye sus términos mediante el cambio de valor en su denominador.

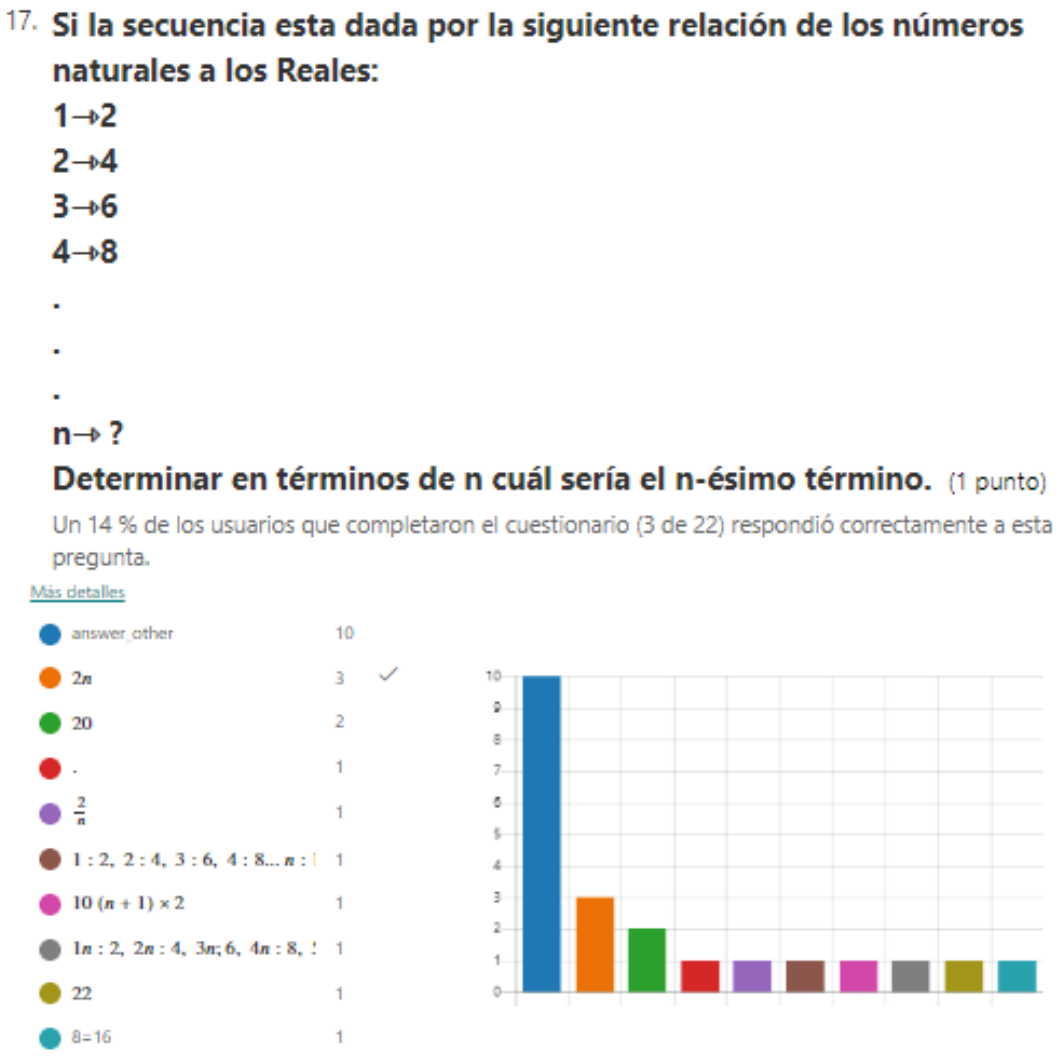


Figura 36. Resultados Obtenidos en la pregunta No. 17 Taller No. 1

En este ejercicio no fue clara para los estudiantes en general, se evidencia en las respuestas encontradas, sin embargo algunos de ellos lograron la generalización de la sucesión.

Taller No. 2 Actividad de desarrollo

En la siguiente sesión se plantearon ejercicios de tal manera que los estudiantes continuaran con la representación algebraica o generalización de las sucesiones, logrando pocos resultados acertados.

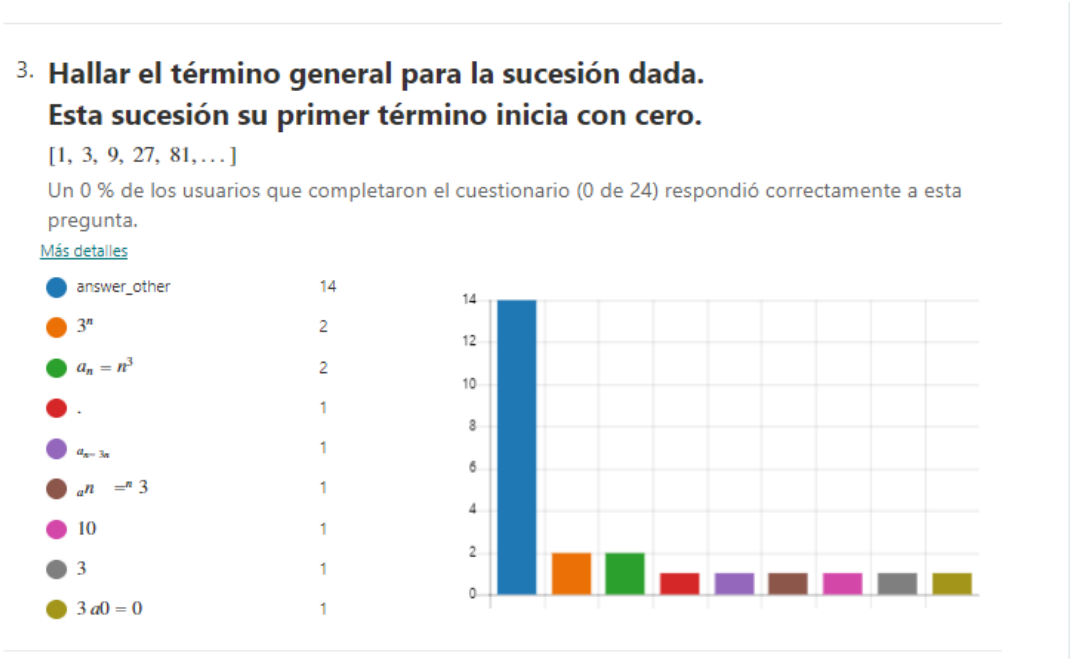


Figura 37. Resultados Obtenidos en la pregunta No. 3 Taller No. 2

Los resultados obtenidos dejan ver que es las propiedades presentes en el conjunto de términos mostrada en la sucesión no fue clara para los estudiantes, obteniéndose resultados diversos, donde se evidencia que ninguno de los estudiantes logro la representación algebraica correcta.

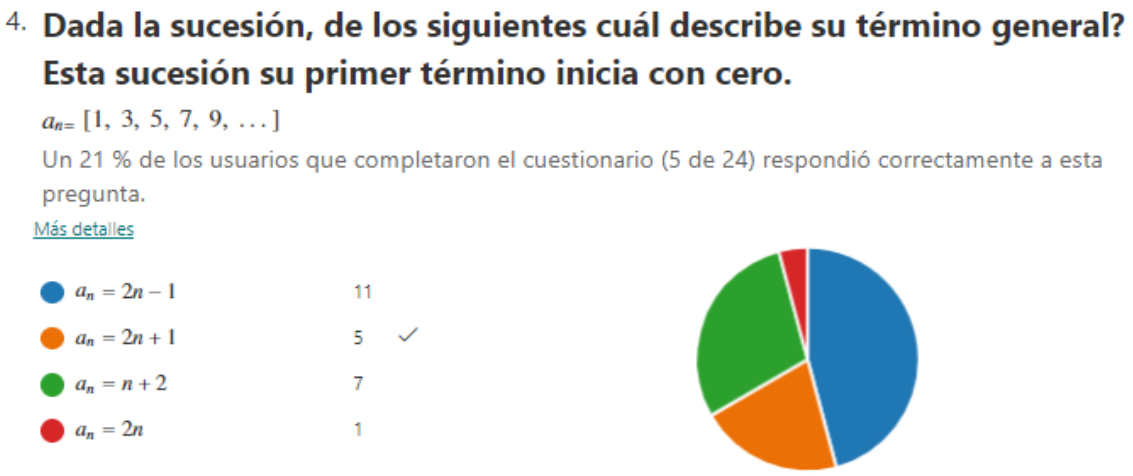


Figura 38. Resultados Obtenidos en la pregunta No. 4 Taller No. 2

Luego se indaga al estudiante por la misma sucesión del punto anterior pero en esta pregunta se cambia la forma de interrogar, pregunta selección múltiple, en esta pregunta, se evidencia que si logran encontrar el término general algunos estudiantes, ya que les permitía no solo explorar las propiedades del conjunto de términos sino también la misma representación algebraica .

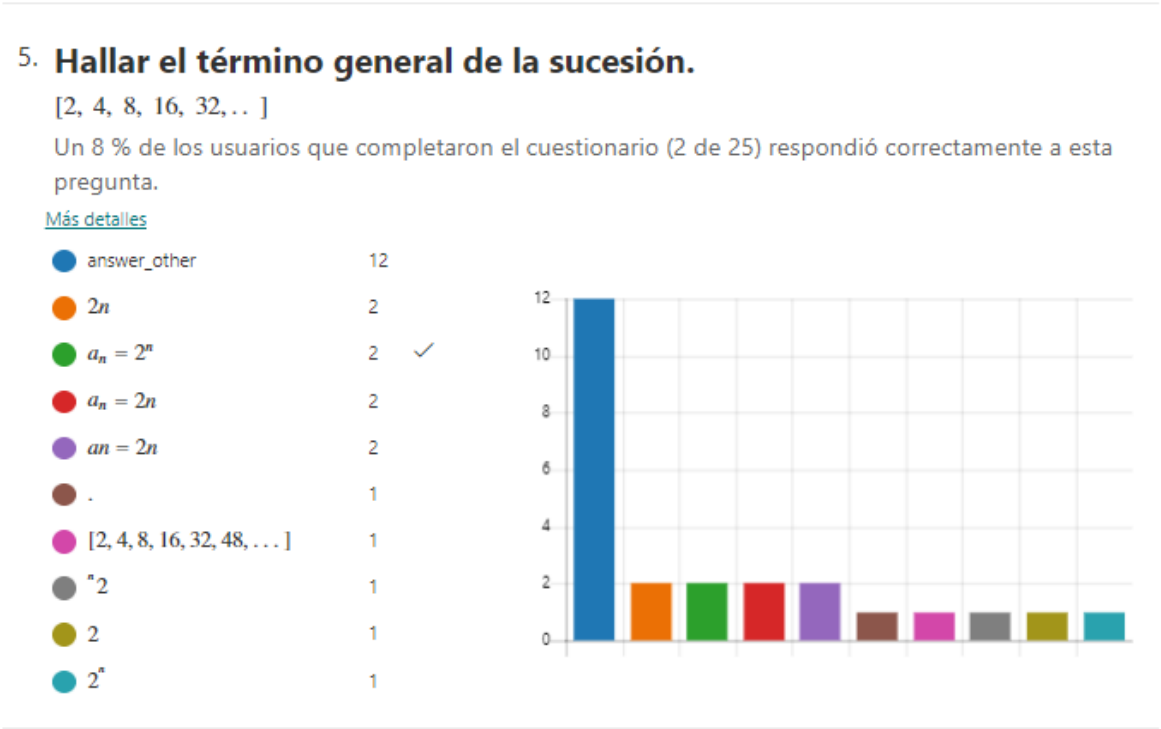


Figura 39. Resultados Obtenidos en la pregunta No. 5 Taller No. 2

A lo largo de esta sesión si bien se logra evidencia de notaciones algebraicas no todos cumple con esta meta o no llegan de manera acertada a esta representación se evidencia que de esta manera no logran identificar claramente las propiedades que los valores numéricos cumplen para que de esta manera logran una generalización.

Taller No. 3 Actividad de desarrollo

En la fase de desarrollo se continua de tal forma que se logre una comprensión de la generalización por medio de las clases de sucesiones, aquí los estudiantes tienen la posibilidad de explorar las sucesiones, y según la clase de ésta escribir una forma de generalización y sus términos que la componen. Las construcciones completas que fueron presentadas a los estudiantes (ver Apéndice B. Construcción completa)

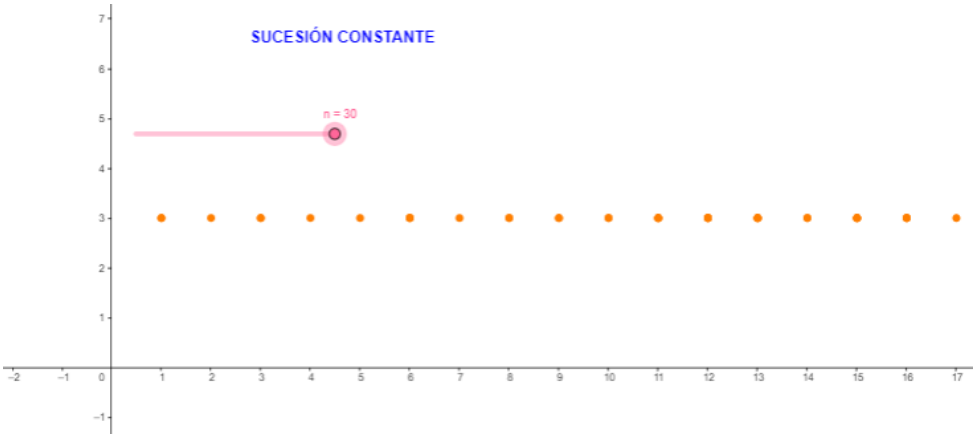


Figura 40. Representación de Sucesión constante.

Elaboración Propia.

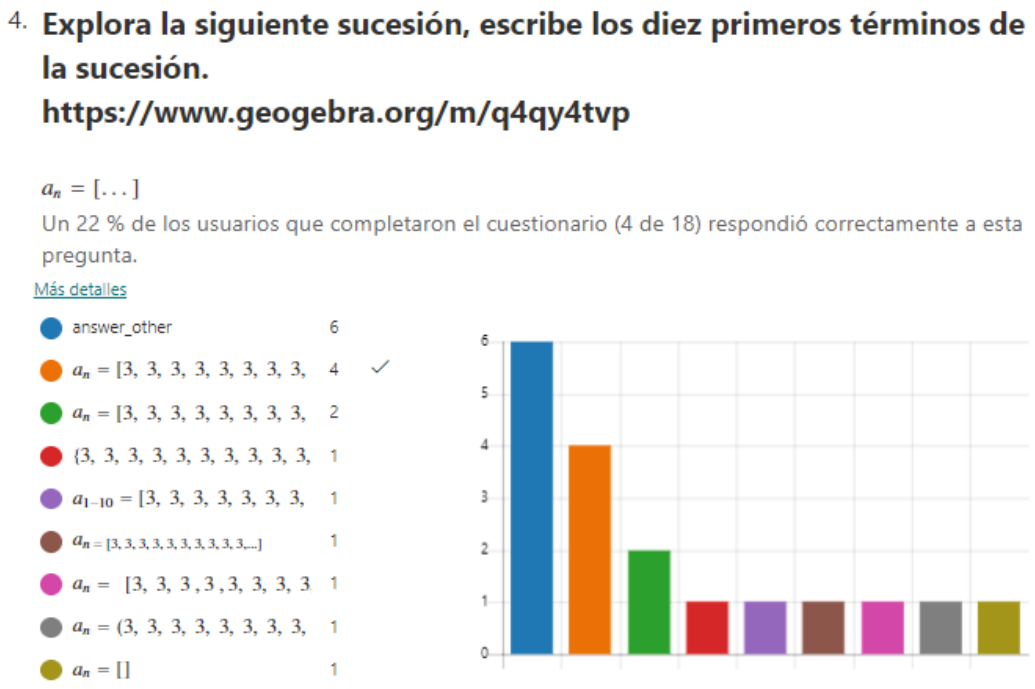


Figura 41. Respuesta Obtenida Pregunta No. 4 Taller No. 3

Las respuestas obtenidas muestran que los estudiantes comprenden la composición de sucesión constante, sin embargo la notación usada para representar el conjunto de números de la sucesión es diversa, por eso los resultados obtenidos son múltiples.

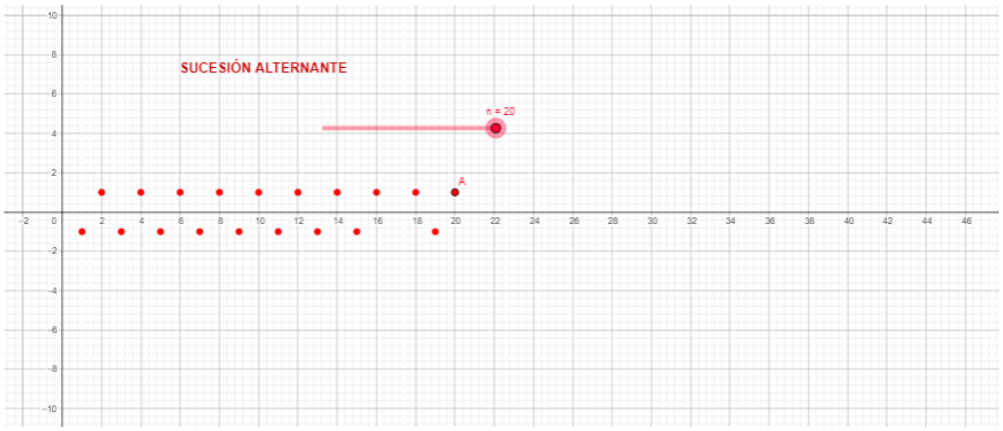


Figura 42. Representación de la Sucesión Monótona.

Elaboración Propia.

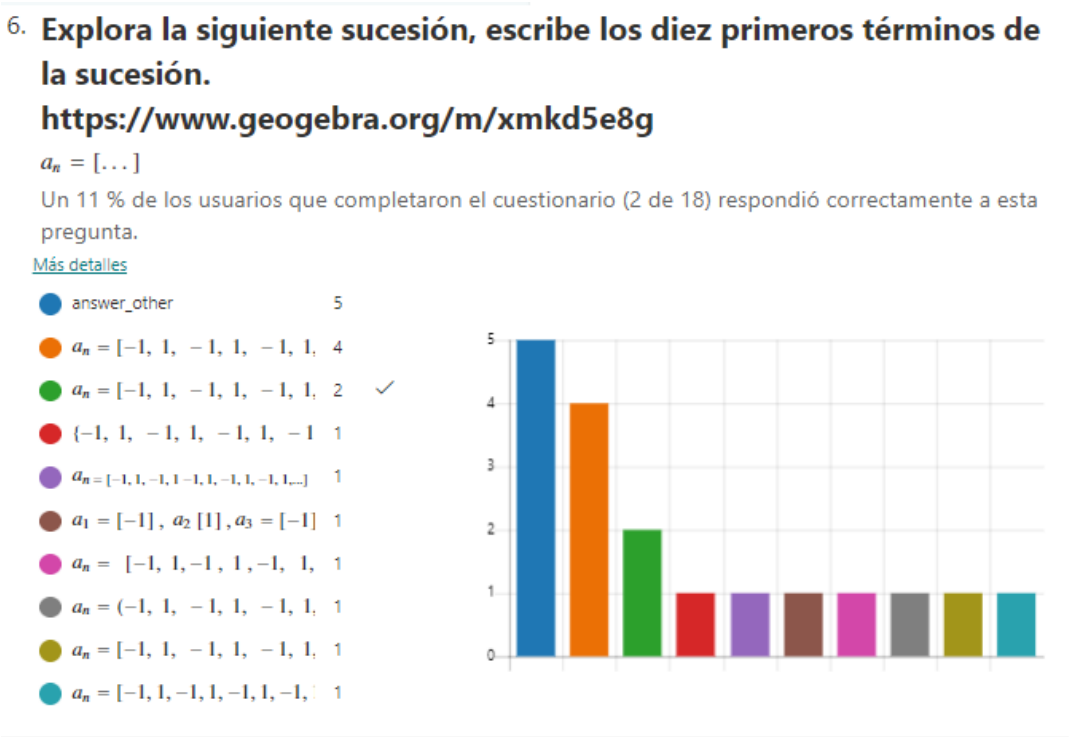


Figura 43. Respuesta Obtenida Pregunta No. 6, Taller No. 3

Taller No. 4: Actividades de Modelación.

En este taller se pide generalizar la las sucesiones que se dieron a exploración, inicialmente se presenta la segmentación del cuadrado para que los estudiantes generalicen los términos de la sucesión por medio de su representación algebraica, y se hallan resultados múltiples ya que los alumnos hallan los términos de la sucesión pero aun no les es claro el paso a la representación algebraica.

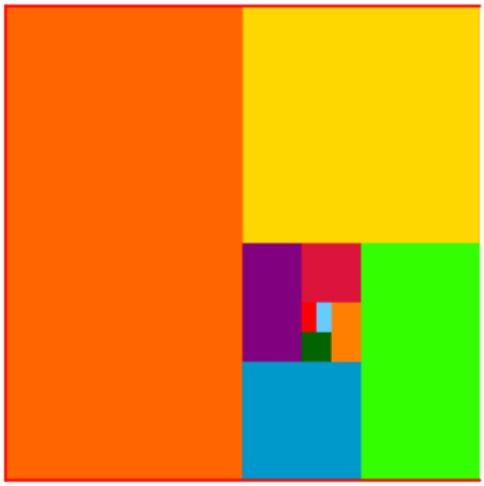


Figura 44. Segmentación del cuadrado.

Elaboración Propia

2. **Construya el término general para la sucesión anterior.**

$C_n = ?$

Un 0 % de los usuarios que completaron el cuestionario (0 de 19) respondió correctamente a esta pregunta.

Más detalles

$C_n = \frac{1}{n^2}$	5
answer_other	4
$C_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$	3
$\frac{1}{2}$	1
$\frac{n}{2}$	1
$C_{n-}\left(\frac{1}{2}\right)^n$	1
$C_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$	1
$C_n = \frac{1}{n}$	1
$C_n = \frac{1}{2}$	1
$C_n = \frac{1}{2n}$	1

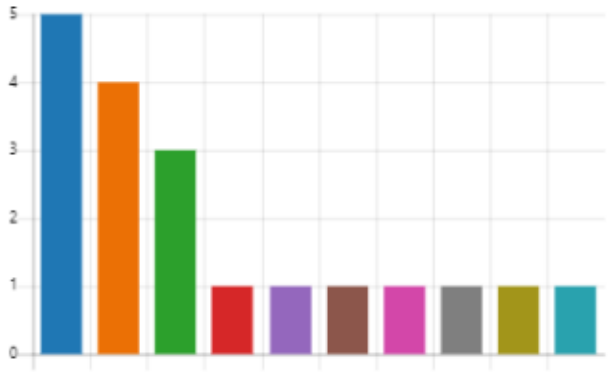


Figura 45. Resultados Obtenidos Pregunta No. 2, Taller No. 4

Taller No. 5. Actividades de Cierre

En la última sesión de trabajo (Taller No.5) se evidencia de forma masiva que el estudiante reconoce el objeto sucesión en su representación algebraica.

Figura 46. Resultados Obtenidos Pregunta No. 1, Taller No. 5

De esta manera con certeza el estudiante usa las propiedades y hace uso de los conceptos construidos en las anteriores actividades proporcionando generalidad en los términos y quedando clara la representación algebraica de una sucesión.

Configuración epistémica 3

En la configuración epistémica 3 se encamina y recapitula lo realizado en los talleres, acudiendo a los objetos matemáticos usados de manera que se puedan institucionalizar los conocimientos matemáticos que se pusieron en juego en cada una de las actividades realizadas, adoptando modelaciones que permitan aprendizaje significativo en los estudiantes. Esta configuración centra sus bases en lo *lingüístico* (representaciones) y *argumentativo*.

Por ejemplo en la siguiente secuencia de imágenes en la configuración de la Carpeta de Sierpinski, generaliza el concepto y la composición de la sucesión, por medio de los patrones que se observan.

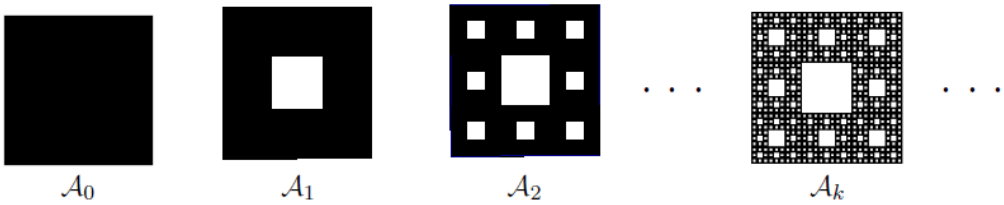


Figura 47. Configuración de Carpeta de Sierpinski. Tomado de Sabogal y Arenas

Taller No. 1. Actividades de Inicio

Dado que el fin último de la investigación es la comprensión de las sucesiones por medio de modelaciones desde el primer taller se usan modelaciones secuenciales de tal manera que los alumnos realicen por medio de patrones, que cada uno adopte por medio de los objetos matemáticos que se van construyendo de manera sistemática en el desarrollo de los ejercicios.

En el primer taller se adaptaron modelaciones de la siguiente forma de representación gráfica (figura 47) que permite que los estudiantes modelos generales y poder hallar un gráfico en cualquier otro nivel, se evidencia en la forma de responder que se comprende la construcción y que mediante el contero llegan a la respuesta final.

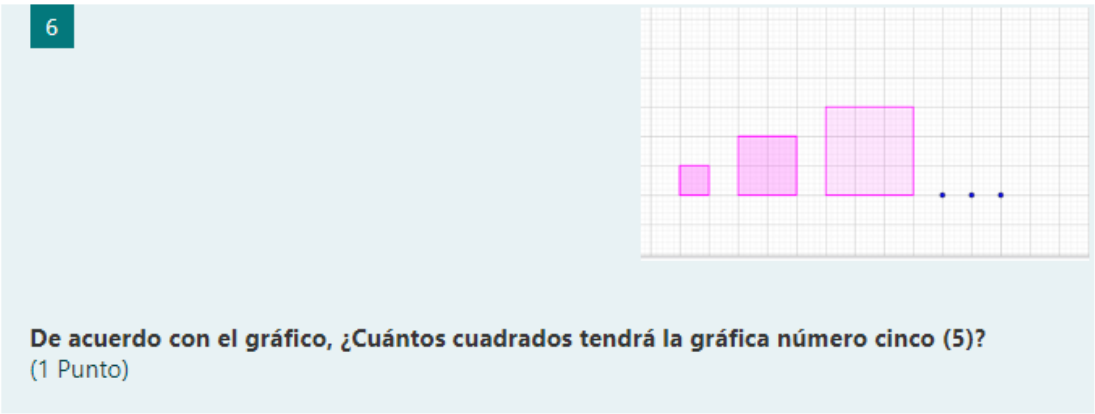


Figura 48. Sucesión Números Cuadrados, Representación gráfica. Elaboración Propia

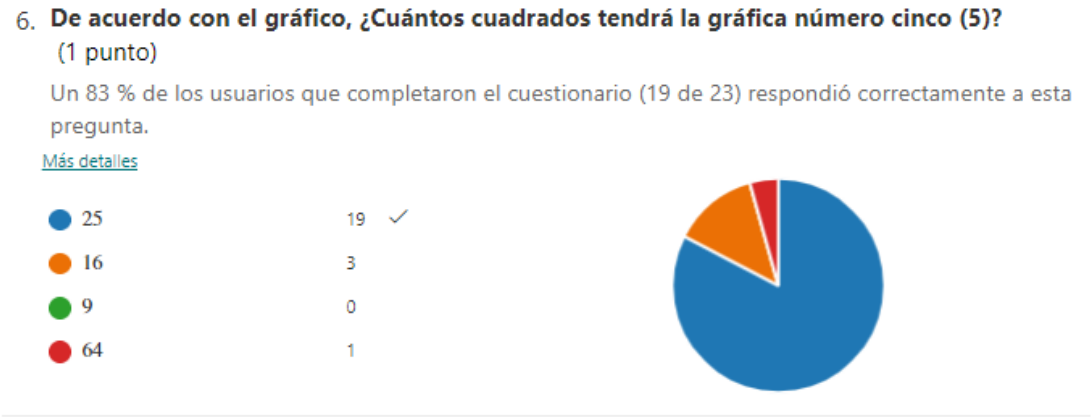


Figura 49. Resultados Obtenidos Pregunta No. 6 Taller No. 1

En esta pregunta es evidente que la mayoría de los estudiantes comprendieron la composición de los términos de la sucesión, esto evidencia que si la sucesión permite una representación gráfica el estudiante fácilmente puede interpretar lo que se indaga y puede responder con claridad, además de ser vistoso y claro a la hora del conteo para identificar los términos de la sucesión.

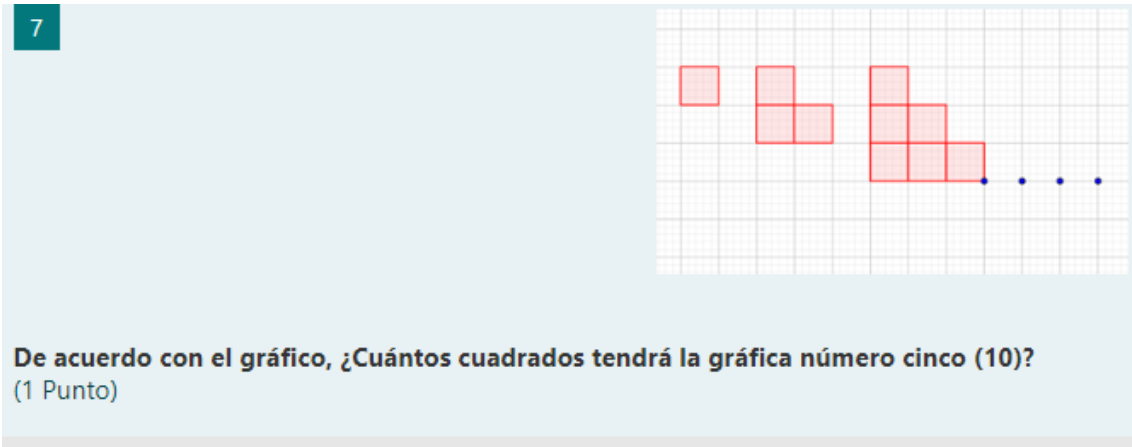


Figura 50.Sucesiónn de los Números triangulares, representación gráfica.

Elaboración Propia.

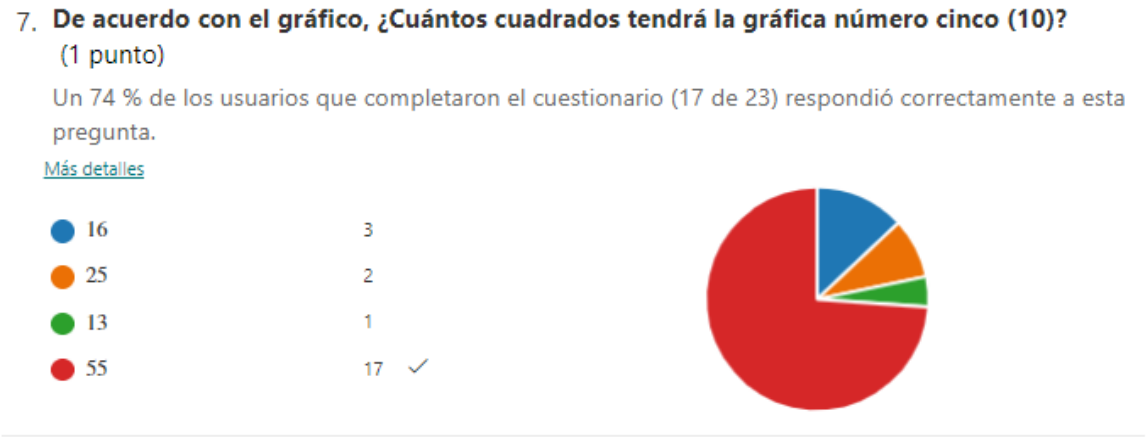


Figura 51. Resultados Obtenidos Pregunta No. 7 Taller No. 1

En esta pregunta donde se interrogaba por los términos que componen la sucesión de los números triangulares se evidencia que la mayor parte de los estudiantes responde correctamente sobre el término específico de la sucesión que se pedía, parece ser una representación clara para identificar el patrón de construcción.

Este tipo de modelaciones parecen simples pero son una excelente forma de representar las sucesiones y de hacer significativo el aprendizaje de las sucesiones.

Taller No. 3. Actividades de desarrollo

De igual manera se usaron representaciones de las sucesiones en plano cartesiano, éstas se usaron como modelación de los diferentes tipos de sucesiones, esta representación ayudó a la definición de sucesión como función, así pudieron relacionar estos conceptos y construir el conjunto de los términos que la componen.

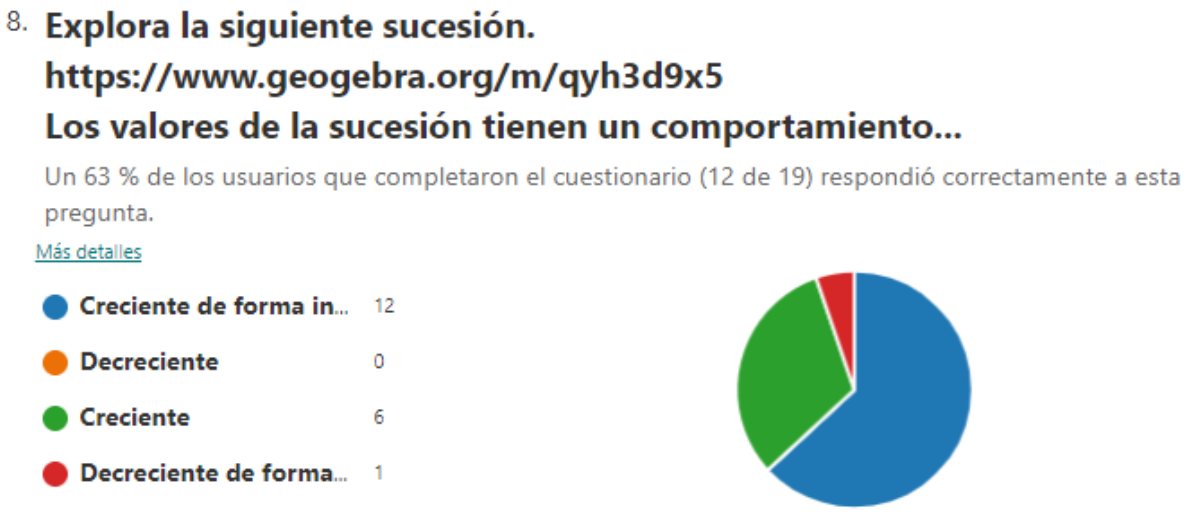


Figura 52. Resultados Obtenidos Pregunta No. 8, Taller No. 3

Una de las representaciones más antigua de las sucesiones es la realizada por Arquímedes quien construyó la sucesión de términos que mediante la sumatoria de los mismos usaría para determinar el valor de π, esto lo realizó por medio de los polinomios inscritos en una circunferencia, por esto se realizó un ejercicio para trabajar esta sucesión mediante la exploración de esta construcción (Apéndice B)

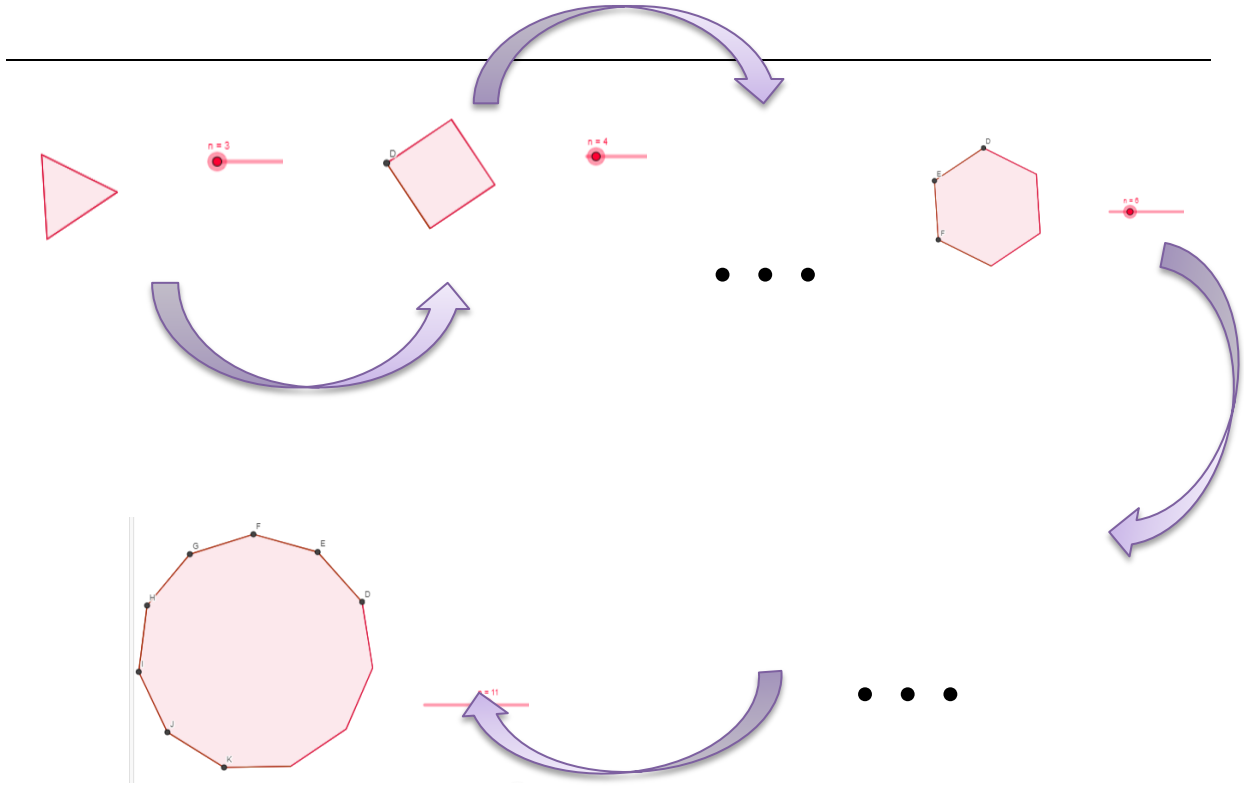


Tabla 6. Construcción de los términos de la Sucesión de Poligonos regulares. Elaboración propia.

Figura 53. Resultados Obtenidos Pregunta No. 11, Taller No. 3

Taller No. 4. Actividades de Modelación.

A partir de la modelación de Segmentación del cuadrado (Apéndice A) se trabajaron los términos de la sucesión, de tal manera que debía comprender la forma de construcción para dar

cada uno de los términos de esta sucesión, se evidencia que la notación que cada estudiante adoptó para responder hizo que se hallaran resultados distintos sin embargo es visible en las respuestas que la mayoría de las respuestas son equivalentes.

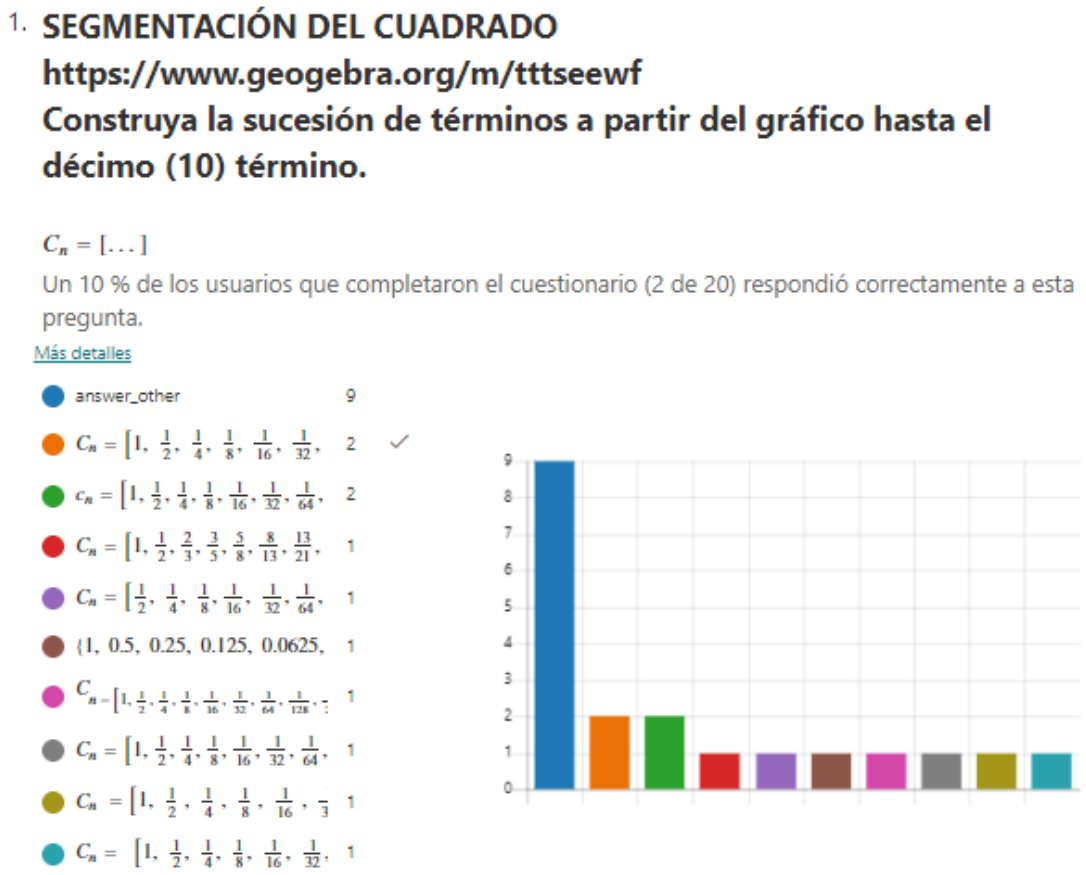


Figura 54. Resultados Obtenidos Pregunta No. 1, Taller No. 4

En Taller No. 4, taller de las modelaciones, se pidió a los estudiantes diseñar, modelar, graficar un manifiesto que representara una sucesión, los estudiantes podían realizar esta modelación de forma manual o usando el software Geogebra, a continuación se presentan algunas de las modelaciones logradas por los estudiantes.

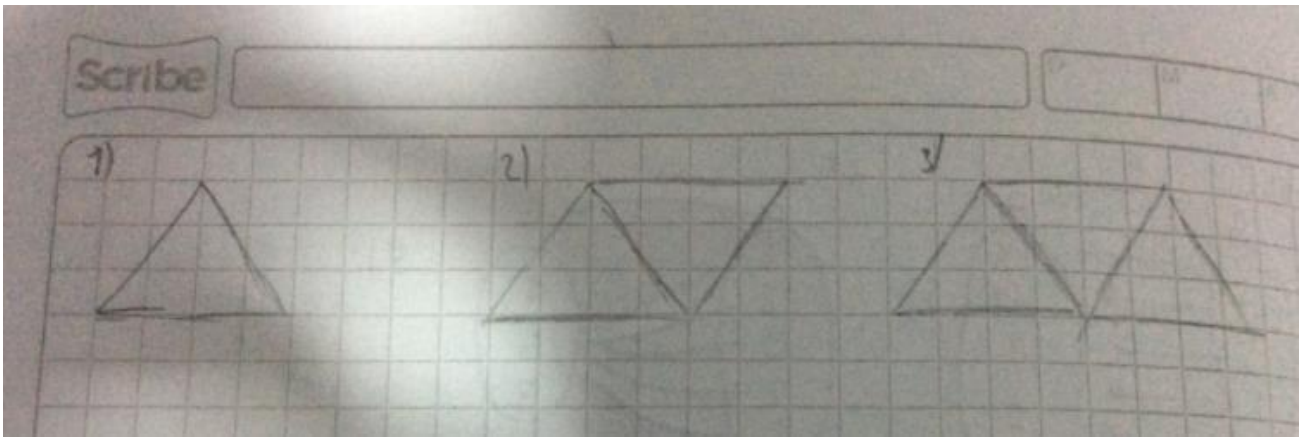


Figura 55. Representación gráfica de una Sucesión

Elaboración de los Estudiantes

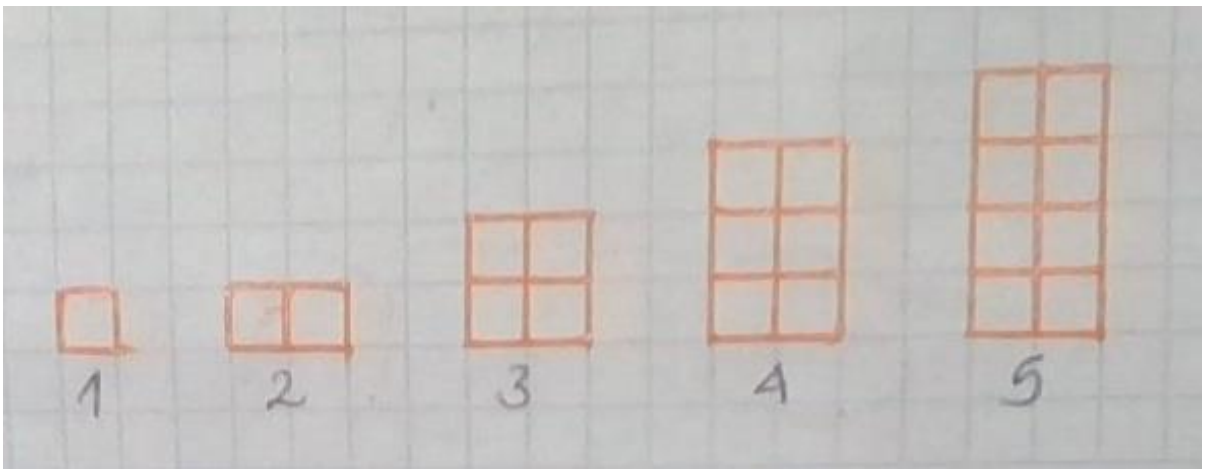


Figura 56.Representación Gráfica de una Sucesión. Elaboración de los Estudiantes

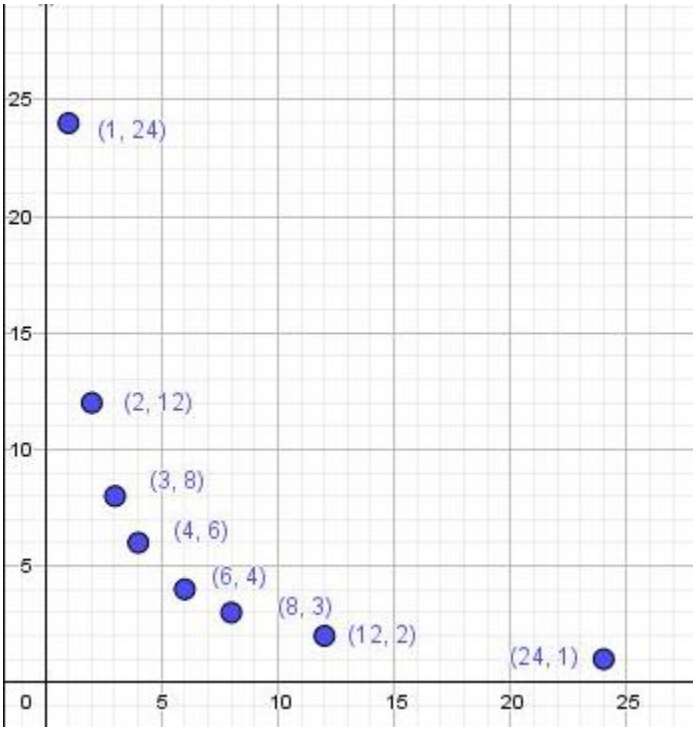


Figura 57. Representación gráfica de una Sucesión

Elaboración de los Estudiantes

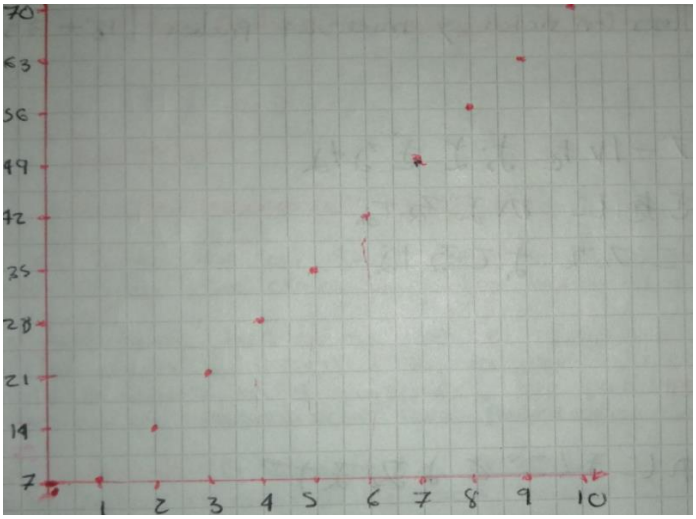


Figura 58. Representación gráfica de una Sucesión

Elaboración de los Estudiantes

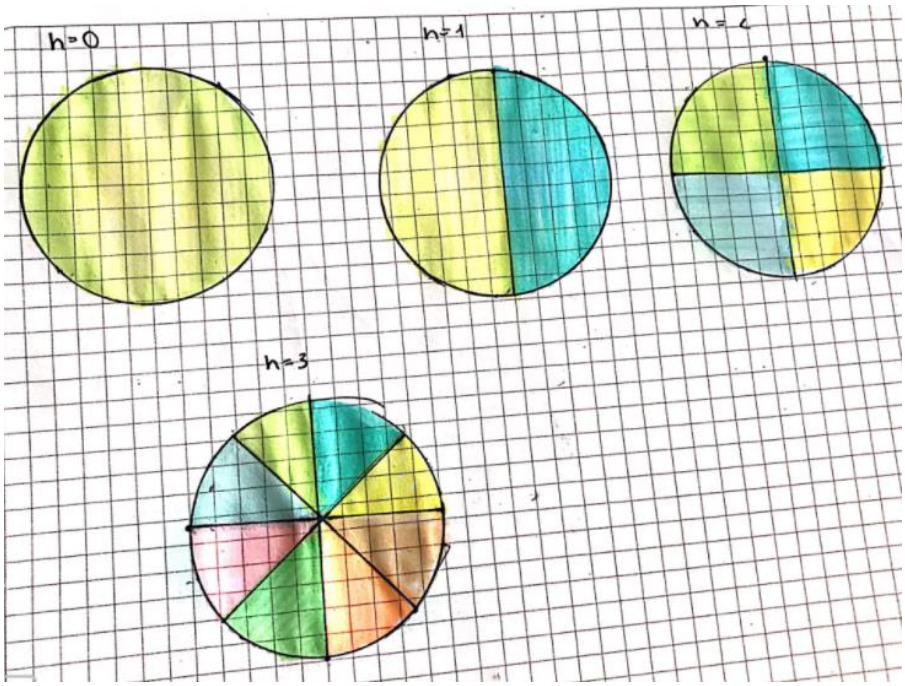


Figura 59. Representación gráfica de una Sucesión

Elaboración de los Estudiantes

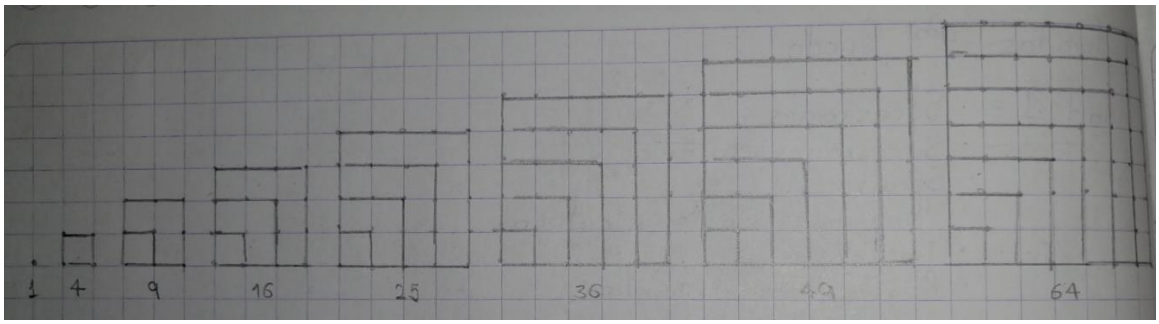


Figura 60. Representación gráfica de una Sucesión

Elaboración de los Estudiantes

Las modelaciones realizadas por los estudiantes evidencian la comprensión del término sucesión y el uso del lenguaje gráfico de forma significativa, lograron diferentes modelaciones, por lo que los estudiantes usan los objetos matemáticos previos para llegar a esta configuración epistémica.

Taller No. 5. Actividades de Cierre

Se trabajaron en todos los ejercicios planteados modelaciones fractales donde se pedía hallar los términos de la sucesión y la forma general de la misma, a continuación se muestran las construcciones fractales usadas y exploradas por los estudiantes. (Ver Apéndice A, construcciones completas)

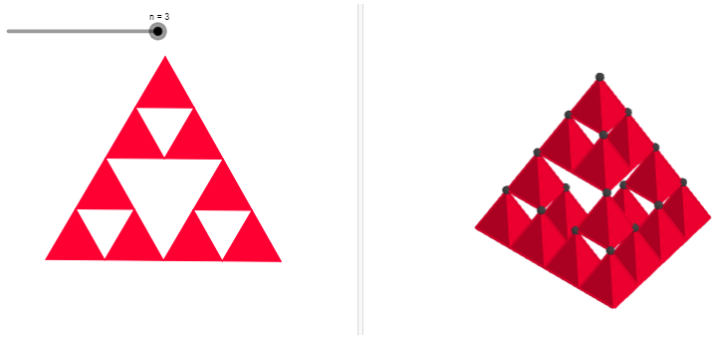


Figura 61. Tetraedro de Sierpinski.

Elaboración Propia

6. A partir de la sucesión anterior el Triángulo de Sierpinski 3D, teniendo en cuenta que para el primer nivel n=1, el volumen del tetraedro es 1, ¿Cuál será el volumen del tetraedro cuando n=3?

17 Respuestas

Id. ↑	Nombre	Respuestas
1	Edwin Santiago Monroy Garzon	12
2	Juan David Montenegro Lopez	$\frac{21}{36}$
3	Jonathan Stiven Vela Gordillo	$\frac{1}{8}$
4	Julian Camilo Lopez Barrero	$n_3 = \frac{4}{6}$
5	Gabriela Fernandez Mendez	$\frac{16}{36}$
6	Juan Esteban Cortes Gomez	$n_3 = \frac{4}{6}$
7	Jared Sebastian Farfan Guevara	0.8
8	Jhon Sebastia Mancipe Malagon	$n_3 = 52$

Figura 62. Respuestas Obtenidas Pregunta 6, Taller No. 5

En esta pregunta se pidió dar el volumen del Tetraedro de Sierpinski en el nivel 3, a partir de la exploración de la modelación (Apéndice A), de esta manera las respuestas fueron diversas, no se halló un patrón a esta respuesta, es evidente la poca comprensión a la pregunta.

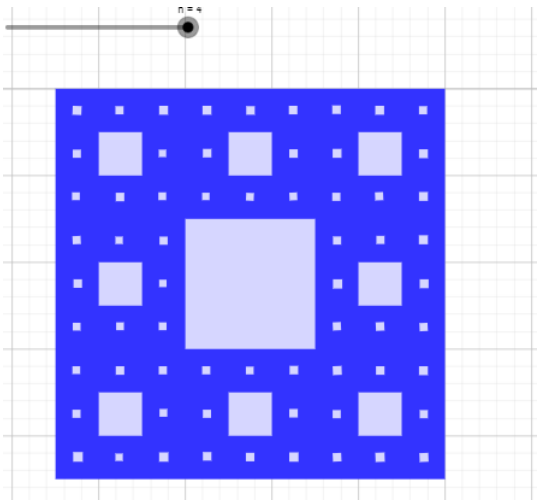


Figura 63. Carpeta de Sierpinski.

Elaboración Propia

7. LA CARPETA DE SIERPINSKI
https://www.geogebra.org/m/njygtq6f
Halle los términos de la sucesión, hasta n=4

18 Respuestas

Id. ↑	Nombre	Respuestas
1	Edwin Santiago Monroy Garzon	1, 9, 73.
2	Juan David Montenegro Lopez	$a_n = \left[1, \frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \ldots\right]$
3	Jonathan Stiven Vela Gordillo	$a_n = \left[1, \frac{1}{9}, \frac{9}{17}, \frac{73}{81}, \ldots\right]$
4	Julian Camilo Lopez Barrero	$a_n = \left[1, \frac{1}{9}, \frac{9}{17}, \frac{73}{81}\right]$
5	Gabriela Fernandez Mendez	$\left[1, \frac{1}{9}, \frac{9}{17}, \frac{73}{81}\right]$
6	Jared Sebastian Farfan Guevara	$\left[1, \frac{8}{9}, \frac{64}{81}, \frac{512}{729}\right]$
7	Jhon Sebastia Mancipe Malagon	$n = \frac{83}{84}$
8	Johan Thomas Muñoz Sintura	$a_n = \left[1, \frac{1}{9}, \frac{9}{17}, \frac{73}{81}\right]$

Figura 64. Respuestas Obtenidas pregunta No. 7, Taller No.5

En el desarrollo de esta pregunta a partir de la carpeta de Sierpinski es evidente que fue entendida y llegaron a respuestas positivas y poco aisladas.

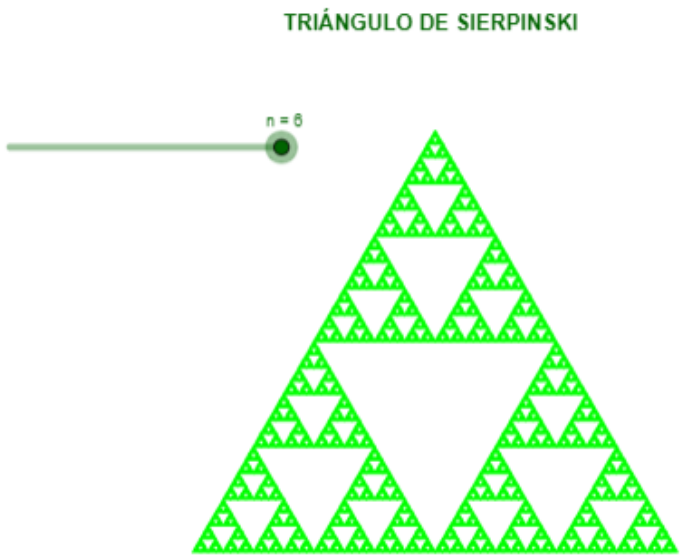


Figura 65. Triángulo de Sierpinski.

Elaboración Propia

Figura 66. Conjunto de Cantor.

Elaboración Propia

10. A partir de la construcción del conjunto de Cantor.
https://www.geogebra.org/m/r7dh3nmr
hallar la sumatoria de los segmentos en n=5.

17 Respuestas

1	Juan David Montenegro Lopez	$\sum_{n=1}^{5}\left[1+\frac{2}{3}+\frac{4}{9}+\frac{8}{27}+\frac{16}{54}\right]$
2	Jonathan Stiven Vela Gordillo	11
3	Julian Camilo Lopez Barrero	$n_5 = \frac{203}{81}$
4	Gabriela Fernandez Mendez	$\frac{203}{81}$
5	Jared Sebastian Farfan Guevara	$\left[1+\frac{2}{3}+\frac{4}{9}+\frac{8}{27}+\frac{16}{81}\right]$
6	Jhon Sebastia Mancipe Malagon	$\sum_{n=1}^{5}\left[1+\frac{2}{3},\frac{3}{6},\frac{4}{9},\frac{5}{12},\ldots\right]$
7	Johan Thomas Muñoz Sintura	$\sum_{n=1}^{5}\left[1+\frac{2}{3}+\frac{4}{7}+\frac{8}{15}+\cdot\right]$
8	Laura Daniela Garcia Garcia	$\sum_{n=1}^{5}\left[1+\frac{2}{3}+\frac{4}{7}+\frac{8}{15}+\frac{14}{29}\right]$
9	Sara Sofia Contreras Ruiz	$\sum_{n=1}^{5}\left[1+\frac{2}{3}+\frac{4}{7}+\frac{8}{15}+\frac{14}{29}\right]$

Figura 67. Resultados Obtenidos pregunta No. 10, Taller No. 5

En este punto se pretendía dar introducción a sumatoria de términos de la sucesión, al término de serie por medio de los términos de la sucesión que conforman el conjunto de Cantor, los resultados no fueron ajenos a los que se pedía, para los estudiantes no había un conocimiento previo para tema y sin embargo se evidencia un buen comienzo a esa sumatoria, resultaron distantes las notaciones,

Configuración epistémica 4

Por último la *configuración epistémica 4* en ésta se enmarca el lenguaje natural que los estudiantes usaron para responder a preguntas abiertas que se plantearon con el fin de evidenciar

la comprensión que los estudiantes tenían de las sucesiones en la realización de cada una de las actividades.

Taller No. 1. Actividades de Inicio

En el primer taller se planteó la pregunta ¿Qué entiende por sucesión? Para la cúal se hallaron varias respuestas como se presenta a continuación:

18. ¿Qué entiende por sucesión?
Escriba una descripción del término sucesión con sus palabras, evite copiar de internet

23 Respuestas

Id.	Nombre	Respuestas
1	Juan Diego Fernandez Gomez	Algo que va después
2	Brayan Alexander Gomez Camelo	Sucesion, es como una ecuacion que remplazandola con valores/constantes va a dar una dicha secuencia
3	Laura Mariana Gualteros Galvis	Una sucesión significa números ordenados
4	Maria Juanita Gonzalez Carrillo	Una sucesión es como un seguimiento o el después de una letra o un número , qué pasa después de un número determinado o una letra
5	Nestor David Lopez Castañeda	Sucesion es una funcion que solo va con numeros positivos
6	Daniel Jose Guevara Lopez	conjunto de numeros o variables que tienen continuidad
7	Cristian Leonel Camelo Castro	Seguir un patron
8	Edgar Andres Alvarez Muñoz	es un conjunto de numeros ordenados, donde cada numero ocupa una posicion y un orden.
9	Karen Yulieth Contreras Gomez	es un análisis matemático de una aplicación de conjuntos de números naturales
10	Andrea Esmeralda Castro Peñaloza	es una funcion, es una secuencia
11	Jhon Sebastian Sisa Casallas	es un cambio

Figura 68. Respuestas Obtenidas pregunta No. 18, Taller No. 1

18. ¿Qué entiende por sucesión?
Escriba una descripción del término sucesión con sus palabras, evite copiar de internet

23 Respuestas

13	Eileen Gissela Fernandez Rojas	La palabra "sucesión" es sinónimo de consecuente, luego, etc. por lo que significa que si hay una sucesión de x cosa, hay algo después de eso.
14	Jeimmy Andrea Gonzalez Gordillo	una sucesion es como una secuencia que parte de unas pistas con un orden especifico
15	Daniela Alejandra Pedraza Gomez	la sucecion es la agrupacion de numeros
16	Fernando Lopez Bermudez	Ejercicios que tienen cierto orden y tienen una secuencia
17	Yenny Katherin Lopez Rodriguez	una sucesion es una serie de secuencias que tienen un orden determinado. para poder desarrollarlas se tiene que anailzar su inicio o final.
18	Eduard Santiago Gutierrez Carrillo	Una serie de elementos puede ser finita o infinita.
19	Maria Paula Huertas Beltran	Es un conjunto de numeros a los que se le llaman terminos.
20	Angela Sofia Porras Riaño	Una sucesión es una secuancia de elementos.
21	Paula Andrea Santana Castro	Es un patrón de cualquier cosa, objeto, figura, número o cualquier otro articulo; Siguen una secuencia definida de fenómenos diferentes en cada sucesión.
22	Carlos Alberto Cardona Pulido	Es una funsion la cual da una secuencia a cierto patron de números
23	Yulieth Vanessa Jimenez Arevalo	en terminos matematicos se refiere a una secuencia de numeros que se suceden teniendo algo en comun

Figura 69. Respuestas Obtenidas pregunta No. 18, Taller No. 1

En el análisis de esta pregunta se tomó como referencia la generalidad de lo que quería decir cada estudiante con la respuesta presentada por lo que se dio un valor textual a cada respuesta, en este sentido se hallaron los siguientes resultados:

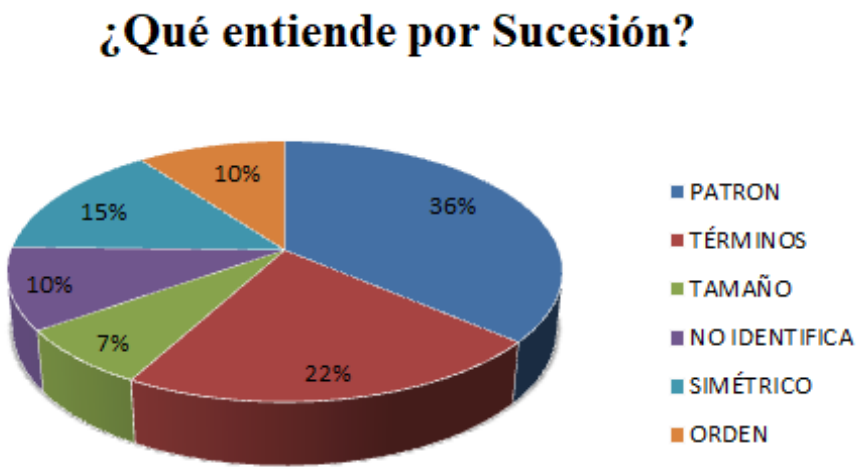


Figura 70. Análisis a la pregunta No. 18 Taller No. 1

A parir del anterior gráfico se puede decir que los estudiantes en su mayoría entienden y definen una sucesión como un patrón, otra gran parte de los estudiantes la define como término, y un grupo reducido de los estudiantes no comprende para realizar una definición de las sucesiones.

Taller No. 2. Actividades de desarrollo.

En el segundo también se realizó una pregunta abierta acerca de las sucesiones, en esta pregunta los estudiantes usan lenguaje un poco más formal para describir el término general de una sucesión, usando incluso otros conceptos matemáticos.

Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

6. ¿Cómo podría describir con sus palabras el término general de la sucesión? evite copiar de internet.

25 Respuestas

d. ↑	Nombre	Respuestas
	Nestor David Lopez Castañeda	El termino general es una formula y a partir de ella nosotros podemos hallar un determinado numero de resultado
	Maria Juanita Gonzalez Carrillo	*la formula para facilitar o descubrir la sucesion pedida*
	Daniel Jose Guevara Lopez	El termino general de la sucesión representa cualquier termino de esta.
	Brayan Alexander	*Una sucesion es una ecuacion desde la cual remplezando variables por ter* min *os podemos llegar a u*

Figura 71. Respuestas Obtenidas pregunta No. 6, Taller No. 2

6. ¿Cómo podría describir con sus palabras el término general de la sucesión? evite copiar de internet.

25 Respuestas

	Guevara Lopez	
	Brayan Alexander Gomez Camelo	*Una sucesion es una ecuacion desde la cual remplezando variables por ter* min *os podemos llegar a u*
	Cristian Leonel Camelo Castro	Termino general es el que ocupa un lugar cualquiera en la misma
	Laura Mariana Gualteros Galvis	*Una sucesion es un conjunto de numeros ordenados*
	Fernando Lopez	*una especie de* sec *uencia que tiene un patron en comun*

Figura 72. Respuestas Obtenidas pregunta No. 6, Taller No. 2

Taller No. 3. Actividades de Desarrollo

En el Taller No. 3, en la pregunta de percepción, pedía describir con sus palabras la sucesión que exploraban en Geogebra de una sucesión creciente, representada en el plano cartesiano, en donde era fácil identificar las características y el comportamiento de sucesión, aquí los estudiantes usan lenguaje natural-formal, usan términos como “proporcional”, “dependencia”, independencia”, “variables”, conceptos que ayudan a formalizar su respuesta, enriqueciendo el lenguaje natural que usan para describir los objetos matemáticos.

9. Explora la siguiente sucesión.
https://www.geogebra.org/m/h8huggqr
Describa con sus palabras la gráfica que se observa en esta sucesión.

17 Respuestas

Id. ↑	Nombre	Respuestas
1	Juan David Montenegro Lopez	se observa que la sucesión al principio decrece considerablemente en comparacion con el final de esta
2	Edwin Santiago Monroy Garzon	cada termino de la sucesion va aumentando
3	Jhon Sebastia Mancipe Malagon	es una grafica que sube de a poquito y hasta llegar al punto 4 de la parte Y
4	Ana Sofia Quintero Alvarez	es una gráfica inversamente proporcional
5	Jared Sebastian Farfan Guevara	una curva decreciente pero la distancia entre los puntos no cambia
6	Gabriela Fernandez Mendez	su variante dependiente es decreciente y la independiente es creciente por lo tanto es posible inferir que es una variable cuya sucesion es indirectamente proporcional

Figura 73. Respuestas Obtenidas pregunta No. 9, Taller No.3

9. Explora la siguiente sucesión.
https://www.geogebra.org/m/h8huggqr
Describa con sus palabras la gráfica que se observa en esta sucesión.

17 Respuestas

3	Jhon Sebastia Mancipe Malagon	es una grafica que sube de a poquito y hasta llegar al punto 4 de la parte Y
4	Ana Sofia Quintero Alvarez	es una gráfica inversamente proporcional
5	Jared Sebastian Farfan Guevara	una curva decreciente pero la distancia entre los puntos no cambia
6	Gabriela Fernandez Mendez	su variante dependiente es decreciente y la independiente es creciente por lo tanto es posible inferir que es una variable cuya sucesion es indirectamente proporcional
7	Shara Maria Vargas Silva	inversamente proporcional
8	Julian Camilo Lopez Barrero	Los términos de esta sucesión empiezan descendiendo y luego se estabilizan en un punto fijo.
9	Johan Thomas Muñoz Sintura	Es una sucesión que va de derecha a izquierda de forma decreciente y la cual termina, por lo tanto es finita.

Figura 74. Respuestas Obtenidas pregunta No. 9, Taller No.3

9. Explora la siguiente sucesión.
https://www.geogebra.org/m/h8huggqr
Describa con sus palabras la gráfica que se observa en esta sucesión.

17 Respuestas

		punto de quedar constante.
11	Jonathan Stiven Vela Gordillo	los puntos van en forma curviliena hacia abajo.
12	Franklin Julian Muñoz Otalora	Es una grafica convergente ya que la sucesion de sumas parciales tiene un limite en el espacio que se denomina como seria divergente
13	Laura Daniela Garcia Garcia	En la sucesion anterior podemos ver una SUCESIÓN CONVERGENTE (tiene un limite finito)
14	Jenny Alejandra Torres Garzon	Observamos una sucesión convergente es decir cuenta con limite finito.
15	Sara Valentina Gutierrez Gutierrez	Hay puntos de manera curvilínea hacia abajo
16	Karen Adriana Contreras Otalora	La sucesión convergente se acerca cada vez más al punto 0, pero no pasa al lado negativo.
17	Sara Valentina Gomez Fernandez	.

Figura 75. Respuestas Obtenidas pregunta No. 9, Taller No.3

Este tipo de preguntas se elaboró con el fin de explorar primero, el lenguaje matemático que poseen los estudiantes para la definición de los objetos matemáticos, en segundo lugar para evaluar comprensión que manifestaban los estudiantes del objeto sucesión en la realización de las actividades propuestas, así es valioso en las conclusiones, pues los estudiantes manifestaron sus conocimientos sobre las sucesiones en lenguaje *natural-formal.*

Dimensión docente

De acuerdo con Godino, et al. (2006) (pág), se considera la función del docente, de acuerdo a todas las actuaciones que debe realizar en el proceso de su práctica docente, acciones que deben ir encaminadas hacía el cumplimiento de las metas enmarcadas a través de las dimensiones epistémica y cognitiva, los autores ya mencionados las configuran de la siguiente forma:

- ***Planificación:*** diseño de proceso, selección de los contenidos y significados a estudiar (construcción del significado pretendido y de la trayectoria epistémica previa)
- ***Motivación:*** creación de un clima de efectividad, respeto y estímulo para el trabajo individual y cooperativo, a fin de que implique ene l proceso de instrucción.
- ***Asignación de tareas:*** dirección y control del proceso de estudio, asignación de tiempos, adopción de tareas, orientación y estímulo de las funciones del estudiante.
- ***Regulación:*** fijación de relgas (definiciones, enunciados, justificaciones, resolución de problemas, ejemplificaciones), recuerdo e interpretación de conocimientos previos necesarios para la porgresion del estudio, readaptación de la planificación prevista.
- ***Evaluación:*** observación y valoración del estado del aprendizaje logrado en momentos críticos (inicial, final y durante el proceso) y resolución de las distintas dificultades individuales observadas.

- ***Investigación:*** reflexión y análisis del desarrollo del proceso para introducir cambios en futuras implementaciones del mismo, así como la articulación entre los distintos momentos y partes del proceso de estudio.

Es indispensable establece la relación de la función docente en lo estipulado por el MEN y los lineamientos curriculares, así como lo pretende el NCSJB, en su perfil docente, desde lo que el EOS define como función docente, lo anterior se desarrolla a través del siguiente gráfico.

Organiza su formación continua lo largo de su trayectoria profesional.	• Planificación • Investigación
Domina y estructura los saberes para facilitar experiencias de aprendizaje significativo	• Planificación • Asignación de tareas • Regulación
Planifica los procesos de enseñanza y de aprendizaje atendiendo al enfoque por competencias, y los ubica en contextos disciplinares, curriculares y sociales amplios	• Regulación • Motivación
Lleva a la práctica procesos de enseñanza y de aprendizaje con enfoque formativo.	• Regulación • Evaluación
Construye ambientes de aprendizaje	• Motivación

autónomo y colaborativo.	• Regulación
Construye a la generación de ambiente que facilite el desarrollo sano e integral de los estudiantes.	• Motivación • Asignación de tareas
Participa en los proyectos de mejora continua de su institución y apoya la gestión de la misma.	• Investigación

Tabla 7. Relación de la Función Docente entre el EOS y los lineamientos MEN, Tomado y Adaptado de Gaxiola (2006).

Idoneidad didáctica

Evaluación de la idoneidad didáctica

Para fomentar la idoneidad de los talleres realizados en miras a la comprensión de las sucesiones en los estudiantes es necesario evaluar los componentes de las fases y la relación que hay entre ellas, de tal forma que se logren conclusiones sólidas sobre las actividades realizadas.

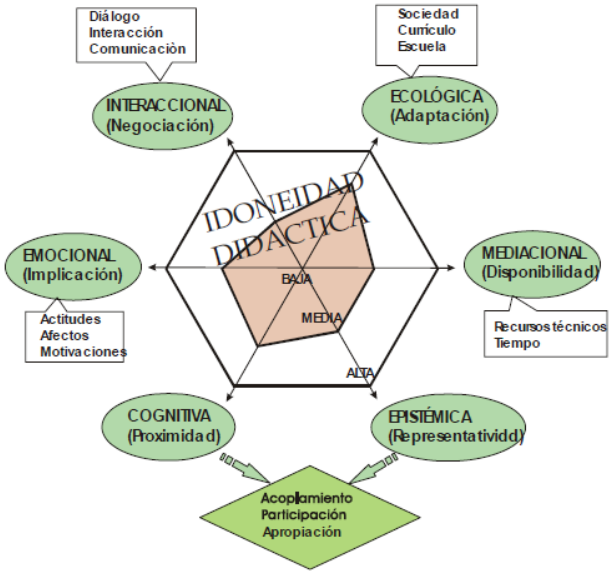


Figura 76. Componentes de idoneidad Didáctica.

Tomado de Godino et al. (2009) (pág.15)

Indicadores de idoneidad epistémica

La idoneidad matemática es un instrumento facilitador del EOS, por medio del cual se puede reflexionar sobre la pertinencia de los objetos y conocimientos matemáticos, en este sentido es necesario valorar el nivel de idoneidad que presentan los talleres realizados y así evaluar la comprensión de las sucesiones por los estudiantes.

Godino (2011) plantea seis dimensiones que componen el proceso de la instrucción matemática

COMPONENTES	INDICADORES	VALORACIÓN
Situaciones-problemas	Se presenta una muestra representativa y articulada de las situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación del estudio de sucesiones numéricas.	MEDIA

	Se proponen situaciones de generalización de problemas (problematización).	ALTA
Lenguajes	Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica…), traducciones y conversiones entre las mismas.	ALTA
	Uso de nivel adecuado en el lenguaje que se emplea para dirigirse a los estudiantes.	ALTA
	Se proponen situaciones de expresión matemática e interpretación.	ALTA
Reglas (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	Las definiciones y procedimientos son claros y concretos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen.	MEDIO
	Se presentan enunciados y procedimientos fundamentales el tema para nivel educativo dado.	ALTO
	Se proponen situaciones donde los estudiantes tengan que generar o negociar definiciones proposiciones o procedimientos.	MEDIO
Argumentos	Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel	MEDIO

	educativo a que se dirigen.	
	Se promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar.	
Relaciones	Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí.	ALTO
	Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas matemáticas.	

Tabla 8. Evaluación Criterios de Idoneidad Dimensión Epistémica. Tomada y Adaptada de Godino (2011)

Indicadores de idoneidad cognitiva

La idoneidad cognitiva ajusta la representatividad de los significados pretendidos, de esta manera se considera como medio para evaluar el significado institucional pretendido a partir de los conocimientos matemáticos que los estudiantes construyeron a lo largo de la solución de las actividades.

COMPONENTES	INDICADORES	VALORACIÓN
Conocimientos previos (se tienen en cuenta los mismos elementos	Los estudiantes tiene los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio)	MEDIO

que para idoneidad epistémica)	Los conocimientos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes	MEDIO
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo.	MEDIO
	Se promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes.	ALTO
Aprendizaje: Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica.	Los diversos modos de evaluación indican que los estudiantes logran la apropiación de los conocimientos, comprensiones y competencias pretendidas: ▪ Comprensión conceptual y proposicional; competencia comunicativa y argumentativa; fluencia procedimental; comprensión situacional; competencia metacognitiva. ▪ La evaluación tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia. ▪ Los resultados de las	ALTO

	evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones.	

Tabla 9. Evaluación Criterios de Idoneidad Dimensión Cognitiva. Tomada y Adaptada de Godino (2011)

Indicadores de idoneidad Interaccional

La idoneidad interaccional permite evaluar la relación existente entre los sujetos involucrados en la investigación (profesor-estudiantes, entre estudiantes), se hace fundamental ya que permite evaluar los sistemas de prácticas de los sujetos y valorar los conocimientos adquiridos, su influencia en su construcción y la forma de trabajo.

COMPONENTES	INDICADORES	VALORACIÓN
Interacción docente-discentes	El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.).	ALTO
	Reconoce y resuelve los conflictos de los estudiantes (se hacen preguntas y respuestas adecuadas, etc.).	MEDIO

	Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento.	MEDIO
	Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para ampliar y captar la atención de los estudiantes.	ALTO
Interacción entre los estudiantes	Se facilita la inclusión de los estudiantes en la dinámica de la clase.	ALTO
	Se fortalece el diálogo y comunicación entre los estudiantes.	BAJO
	Tratan de convencerse a sí mismos y a los demás dela validez de sus afirmaciones, conjeturas y respuestas, apoyándose en argumentos matemáticos.	MEDIO
	Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión.	ALTO
Autonomía	Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (plantean cuestiones y presentan soluciones; exploran ejemplos y	ALTO

	contraejemplos para investigar y conjeturar; usan una variedad de herramientas para razonar, hacer conexiones, resolver problemas y comunicarlos).	
Evaluación formativa	Observación sistemática del progreso cognitivo de los estudiantes.	MEDIO

Tabla 10. Evaluación Criterios de Idoneidad Dimensión Interaccional. Tomada y Adaptada de Godino (2011)

Indicadores de Idoneidad Mediacional

Aquí se evalúan los materiales usados para llevar a cabo la investigación, y el tiempo de realización, así como la efectividad de éstos.

COMPONENTES	INDICADORES	VALORACIÓN
Recursos materiales (Manipulativos, calculadoras, ordenadores)	Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido.	ALTO
	Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones.	ALTO

	El número y la distribución de los estudiantes permiten llevar a cabo la enseñanza pretendida.	ALTO
Número de estudiantes, horario y condiciones del aula	El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a la ultima hora).	ALTO
	El aula y la distribución de los estudiantes es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido.	ALTO
Tiempo de enseñanza colectiva/tutorizada; tiempo de aprendizaje	El tiempo (presencial y no presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida.	MEDIO
	Se dedica suficiente tiempo a los contenidos más importantes del tema.	MEDIO
	Se dedica suficiente tiempo a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión.	MEDIO

Tabla 11. Evaluación Criterios de Idoneidad Dimensión Mediacional. Tomada y Adaptada de Godino (2011)

Indicadores de idoneidad afectiva

En esta faceta se evalúa el interés que se promueve en el conocimiento matemático, especialmente en las sucesiones numéricas, aquí se reflexionará sobre esas situaciones problema

plantadas en las actividades, si son o no de interés central para los estudiantes y además si promueven la instrucción matemática.

COMPONENTES	INDICADORES	VALORACIÓN
Intereses y necesidades	Las tareas tienen interés para los estudiantes.	MEDIO
	Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional.	MEDIO
Actitudes	Se promueve participación en las actividades, perseverancia, responsabilidad, etc.	BAJO
	Se fortalece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quien lo dice.	MEDIO

Emociones	Se promueve el autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas.	MEDIO
	Se resaltan las cualidades de estética y precisión matemática.	MEDIO

Tabla 12. Evaluación Criterios de Idoneidad Dimensión Afectiva. Tomada y Adaptada de Godino (2011)

Indicadores de idoneidad ecológica

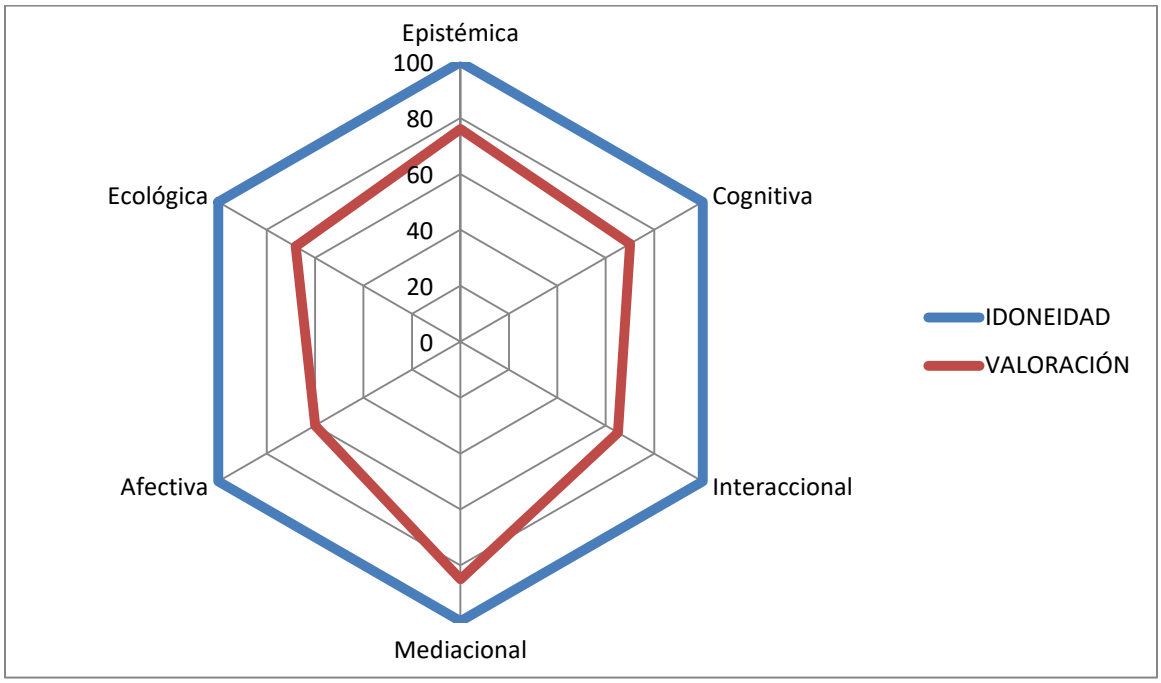
Aquí se evalúa la pertinencia y coherencia de los contenidos plantados según estándares de competencias en matemáticas MEN, y el enfoque que se llevó a cabo si es o no lineal con los libros reglamentarios.

COMPONENTES	INDICADORES	VALORACIÓN
Adaptación al currículo	Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares.	ALTO
Apertura hacia la innovación didáctica.	Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva.	ALTO
	Integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo.	

Adaptación socio-profesional y cultural.	Los contenidos contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes.	MEDIO
Educación en valores.	Se contempla la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico.	MEDIO
Conexiones intra e interdisciplinar	Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinares	ALTO

Tabla 13. Evaluación Criterios de Idoneidad Dimensión Ecológica. Tomada y Adaptada de Godino (2011)

El hexágono de idoneidad



A partir de la anterior evaluación , se evidencia que la los talleres tienen una inclinación positiva hacía lo epistémico, y mediacional, y de igual manera se evidencia que las dimensiones afectiva e interaccional arrojan contrariedad, esto debido a la presentación de los talleres por

medio virtual donde estos aspectos cambian o no se evidencian en los tiempos los resultados. Por esto se puede concluir que las herramientas presentan un nivel medio de idoneidad, tendientes a mejoras para mejores resultados.

DISCUSIONES DE LOS RESULTADOS

A lo largo de la investigación se logró construir y evaluar instrumentos permitiendo la reflexión sobre la enseñanza y el aprendizaje de las sucesiones en nivel de Media en estudiantes entre 14 y 17 años, de la INSTITUCIÓN Nuevo Colegio San Juan Bautista de Villapinzón - Cundinamarca, quienes tuvieron excelente disposición (Apéndice C, consentimiento informado) desde casa en estudio de modalidad virtual, para la participación de la investigación.

Además permitió evaluar la forma de enseñanza y la adaptación de ciertas temáticas a la virtualidad, usando herramientas que permitan la comprensión y el buen desarrollo de las temáticas a largo de la resolución de las actividades planteadas, permitiendo observar la no equivalencia de las comprensión de los conocimientos, por diferentes aspectos, como los medios, la interacción, la atención y la concentración a la que están expuestos desde casa los alumnos.

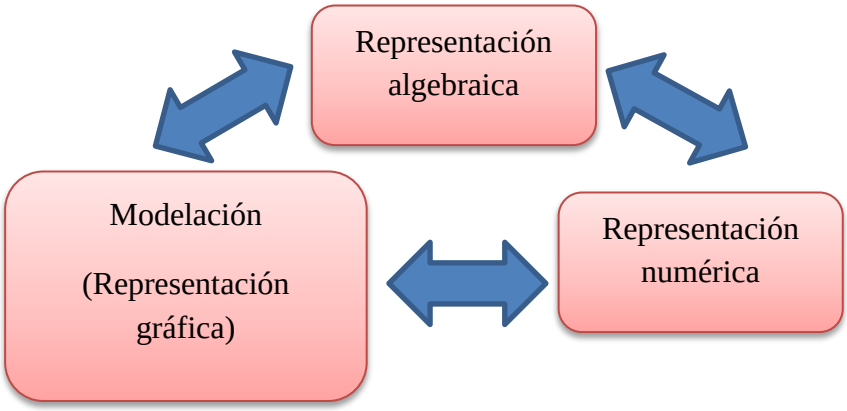


Figura 77. Grafico que relaciona las distintas Representaciones de las Sucesiones usadas en la Investigación. Elaboración propia

En la configuración epistémica de los objetos matemáticos, se lograron diferentes formas de representación de las sucesiones, gráfica, numérica, algebraica, y lenguaje natural, pasando de

una a otra y de la otra a la una, especialmente la relación estrecha entre las representaciones algebraicas, numéricas y gráficas.

Dentro de los aspectos negativos que se hallaron en la investigación, se encuentra la recolección de los datos pues se adoptó la aplicación y sistematización por medio de la aplicación *Forms* de la plataforma *Teams* la forma de notación que los estudiantes usaron para dar las respuestas no fue uniforme a pesar de ser semejantes la plataforma es totalmente rígida en la forma de escritura para unificar resultados, por este motivo en el análisis de resultados se puede notar que los resultados no tienen patrones regulares, siendo sin embargo datos importantes a la hora de realizar el análisis.

El hecho de acudir a los modelaciones fractales como el *Triángulo de Sierpinski*, *el conjunto de Cantor*, *el tetraedro de Sierpinski*, entre otros, marcó la diferencia en la comprensión de las sucesiones ya que no se quedó como un concepto matemático abstracto y algorítmico sino que se puedo evidenciar el interés de los estudiantes por el análisis de estas formas Geométricas (representaciones graficas) para hallar sus patrones, hallar sus respectivos términos de la sucesión (representación numérica) y hallar para generalizar mediante el término general (representación algebraica).

Mediante el análisis Ontosemiótico permitió analizar varios aspectos de la secuencia hasta el tiempo de realización, y la adecuación de los talleres dados los conocimientos previos, sin embargo también es claro que se puede mejorar en la introducción de actividades que emerjan más al estudiante hacía actividades con más situaciones que involucren fractales.

Conclusiones

La investigación tuvo como meta identificar la identificar cómo las modelaciones fractales tenían un impacto significativo en el aprendizaje del Objeto Sucesión, por tal motivo se diseñaron varios fractales clásicos, los cuales permitieron además de la introducción de las sucesiones en el bachillerato, la exploración de diseños poco comunes para los estudiantes, pero si llamativas y atractivas que incentivaron su conocimiento.

Fue evidente en la exploración que en el desarrollo de las diferentes temáticas y su respectiva comprensión uno de los factores que tiene gran influencia es la Dimensión Afectiva y la respectiva Interacción de los estudiantes tanto con sus mismos compañeros como con el profesor, ya que desde casa cohíbe exploración, por diferentes agentes que interactúan mientras esta en sus actividades académicas, por esto la meta final de la investigación redujo sus resultados por la modalidad virtual en que fue desarrollada.

El trabajo culminó con su objetivo principal, además de aportar conocimientos relevantes a los estudiantes de grado décimo, quienes encaminan hoy su futuro profesional, en las manifestaciones de los estudiantes acerca de la investigación creen que los contenidos matemáticos deben estar más contextualizados ya que así no son aislados y por ende difíciles de entender, así que las herramientas quedan para la institución la cual gracias a su colaboración en el desarrollo de la misma, implementando además de las actividades, las estrategias que se aportan con los resultados de la presente investigación.

Acerca de la aplicación

Es importante resaltar el uso de herramientas como el Software *Geogebra* ya que permite la exploración de diferentes representaciones que contribuyen al aprendizaje de los estudiantes ya que es una forma visual llamativa de las temáticas. Para el caso particular de la investigación en el aprendizaje de las sucesiones, generó un ambiente significativo y didáctico para la compresión activa de la temática en los estudiantes.

Fue considerablemente notoria la constante dificultad para organizar los datos numéricos de una manera uniforme, no fue posible unificar la escritura de los estudiantes y por ser resultados que enviaban por plataforma se distorsionan dichos resultados y dificulta el análisis.

Acerca de la modelación de los fractales

En el momento de dar las sucesiones por medio de modelaciones fractales tuvo un impacto positivo ya que los estudiantes manifestaron que las creaciones eran muy llamativas y a pesar de no ser muy claras en cada uno de sus niveles, exploraron más del tiempo necesario hasta lograr una respuesta a lo planteado a partir de estas modelaciones. Se trabajaron algunos de los fractales Clásicos más importantes (ver construcción completa en ANEXOS), sin embargo esto nos indica que al introducir más fractales e incluso aquellos que están inmersos en la naturaleza.

En el plan de área de la institución Educativa San Juan Bautista donde fue realizada la investigación está consignada la temática, así como en los estándares Básicos en Competencias de Matemáticas, pero con poca profundidad, por esto durante varios años fue una temática aislada y fue los que me llevó a la indagación de la comprensión del objeto sucesión, hoy se

puede tener la certeza que los estudiantes comprendieron lo que es una sucesión y sus diferente formas de representación.

Uno de los elementos más importantes de la investigación fue la elección de los objetos matemáticos y las herramientas teóricas, ya que estas permitieron, primero que la aplicación fuera pertinente y adecuada para los estudiantes y segundo el análisis fuera adecuado para hallar la armonía entre los objetos usados y los resultados obtenidos.

Es claro en el desarrollo de la investigación que las *Sucesiones* son un concepto antiguo, relevante e inmerso en las temáticas propias del *Álgebra*, siendo indispensable en muchos otras ciencias y por ende relevante para los estudiantes en sus estudios superiores, por tal motivo la comprensión del concepto de forma significativa es trascendente para más adelante, así pues los fractales son una herramienta considerable para la enseñanza y aprendizaje de las sucesiones.

Para futuros trabajos encaminados a esta investigación queda el desarrollo de una unidad didáctica, que involucre los aciertos y que mejore los desaciertos de la actual investigación, unidad didáctica que brinde más herramientas a la realidad virtual en la que emergemos a partir de la pandemia y que se quedará como alternante para la escolaridad.

Lista de Referencias

Arboleda, L., & Gloria Castrillón Castro (2007). Educación Matemática, Pedagogía y Didáctica. revemat - revista eletrônica de educação matemática. v2.1, p.5-27.

Cantoral Ricardo (2010) ¿Qué es la matemática educativa? Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, vol. 13, nNo3, p. 253.

D' Amore, B. (2006) Objeto, significados, representaciones semióticas y sentido. *Revista latinoamericana de Investigación en Matemática educativa (Número Especial),* 177-195

D' Amore, B., & Fandiño, M. (2015) *propuestas metodológicas que constituyen ilusiones en el proceso de enseñanza de la matemática. Educación Matemática,* 7-43. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40544202001.

Educación y Tecnología: Estrategias didácticas para la integración de las TIC. Madrid, España: Editorial UNED

Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas*. Granada.

Font, V., Godino, D., & D'Amore, B. (2007) Enfoque Ontosemiótico de las representaciones en Educación Matemática.

Gaxiola, C., (2016) Sugerencias para la enseñanza de sumas y sucesiones de números en el bachillerato.

Godino, J., & Batanero, C., (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 14*(3), 325-355.

Juan D. Godino (2004). Didáctica de las matemáticas para maestros. GAMI, S. L. Fotocopias

Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 39*(1-2), 127-135.

Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2009). Un enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Versión ampliada y revisada al 8/Marzo/2009 del artículo,

Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics education. ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 39 (1-2), 127-135.

Godino, J., Font, V., Wilhelmi, M. & Lurduy, O. (2009). Systems of practices and configurations of objects and processes as tools for the semiotic analysis in mathematics education. *Semiotic Approaches to Mathematics, the History of Mathematics and Mathematics Education*. 3rd Meeting. Aristotle University of Thessaloniki. July 16-17.

Godino, J., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V., (2017) Enfoque Ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de Matemáticas. ISSN 1980-4415

Instituto Internacional GeoGebra. (11 de Junio de 2014). *Manual de GeoGebra*. Obtenido de http://wiki.geogebra.org/es/Manual

IBM Corporation. (27 de Abril de 2014). *Manual del usuario del sistema básico de IBM SPSS Statistics 20.* Obtenido de http://goo.gl/Vpjm3Z

Johnson, R.B., y Onwuegbuzie, A. (2004). Mixed methods research: a research paradigm whose time has come. *Educational Research, 33*(7), 14-26.

Linares, S. y Sánchez, M. V. (1990). Teoría y práctica en educación matemática. Sevilla: Alfar

Ministerio de Educación nacional. Lineamientos Curriculares Matemáticas – derechos básicos de aprendizajes. Cooperativa editor magisterio

Ministerio de educación nacional de Colombia (2014). foro educativo nacional 2014: ciudadanos matemáticamente competentes

Morales, F. (2013). *Desarrollo de competencias educativas: guía para la elaboración de secuencias didácticas para el docente de bachillerato.* México: Trillas.

Moreno, A. (2014). Las TIC en el proceso de enseñanza aprendizaje. En M. Cacheiro (Ed.),

Ortega, M. (2012). Unidad Didáctica. Sucesiones Matemáticas. Progresiones Aritméticas y Geométricas. Tesis de Maestría.

República de Colombia. Ministerio de Educación Nacional. (2002). *Tecnologías computacionales en el currículo de matemáticas.* Bogotá: Dirección de Calidad de la Educación Preescolar, Básica y Media.

Sampieri, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación* (5 ed.). México: McGrawHill.

Yves Chevallard , Marianna Bosch, Josep Gascón (1997). estudiar matemáticas El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje. Editorial Horsori. Apart. 22.224 (08080) Barcelona.

Apéndice

Apéndice A. Construcciones Fractales Completas en Geogebra usadas en las Investigación.

Construcción de la segmentación de Cuadrado

https://www.geogebra.org/m/tttseewf

Construcción del triángulo de Sierpinski

https://www.geogebra.org/m/cwj6depg

Construcción de la Carpeta de Sierpinski

https://www.geogebra.org/m/njygtq6f

Construcción del Tetraedro de Sierpinski

https://www.geogebra.org/m/dpqz5ed4

Construcción del Conjunto de Cantor

https://www.geogebra.org/m/r7dh3nmr

Apéndice B. Construcciones Tipos de Sucesiones Completas en Geogebra usadas en las Investigación.

Construcción sucesión Constante

https://www.geogebra.org/m/q4qy4tvp

Construcción sucesión Creciente

https://www.geogebra.org/m/q4qy4tvp

Construcción sucesión Convergente

https://www.geogebra.org/m/h8huggqr

Construcción sucesión monótona

https://www.geogebra.org/m/xmkd5e8g

Construcción sucesión divergente

https://www.geogebra.org/m/qyh3d9x5

Construcción de los polígonos Reglares

https://www.geogebra.org/m/bxu9nx8p

Apéndice C: Consentimiento Informado de los estudiantes para la ser agentes participantes en la investigación.

4. **Por medio del presente consentimiento acepto que fui informado(a), para ser parte de la investigación de la Docente Adriana Camacho, en su tesis de Maestría, donde actuaré en el rol de participante en el contexto de recolección de datos, siendo estudiante del Nuevo Colegio San Juan Bautista.**

Más detalles

Si Acepto	40
No Acepto	0