

**EL CONTEXTO EXTRAESCOLAR COMO MEDIACIÓN EN EL
DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MÉTRICO**

ANGELA ROCIO TUTA MORA



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

ESCUELA DE POSGRADOS

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

TUNJA

2020

**EL CONTEXTO EXTRAESCOLAR COMO MEDIACIÓN EN EL DESARROLLO DEL
PENSAMIENTO MÉTRICO**

ANGELA ROCIO TUTA MORA

Trabajo de grado presentado al programa de Maestría en Educación Matemática de la
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, requisito parcial para optar el título de
Magister en Educación Matemática.

Director: Mg. ARLEY ZAMIR CHAPARRO



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

ESCUELA DE POSGRADOS

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

TUNJA

2020

Tabla de Contenido

Resumen.....	1
Introducción	2
Capítulo I. Descripción de la problemática.....	5
Planteamiento del problema	5
Objetivos	12
Objetivo General.....	12
Objetivo Especifico.....	12
Justificación.....	13
Capítulo II. Marco Referencial.....	17
Antecedentes.....	17
A nivel internacional.....	17
A nivel nacional.....	22
A nivel local.....	27
Marco Teórico	29
Análisis histórico y sociológico de los conceptos de magnitud, cantidad y medida	29
Teorías acerca de la didáctica de la matemática	45
Pensamiento métrico y los procesos de la actividad matemática	55
El contexto extraescolar como mediación pedagógica	62
Marco Legal.....	65

Capítulo III. Metodología	66
Marco metodológico	66
Enfoque y tipo de investigación	66
Fases de la investigación	67
Diseño metodológico	68
Unidades de análisis	75
Instrumentos y técnicas para la recolección de la información	76
Validación de instrumentos para recolección de información.....	85
Estrategias para el análisis de datos	86
Triangulación de instrumentos.	87
Capítulo IV. Resultados	89
Análisis de resultados	89
Análisis de resultados obtenidos mediante el testeo	89
Análisis de resultados prueba diagnóstica: fase uno	90
Análisis de resultados de las secuencias didácticas: fase dos.....	94
Análisis de resultados prueba final: fase tres	126
Discusión de resultados.....	134
Conclusiones y Recomendaciones.....	137
Referencias Bibliográficas	140

Lista de tablas

Tabla 1	<i>Magnitudes fundamentales y complementarias.</i>	44
Tabla 2	<i>Descripción de situaciones S2, S3, S4.</i>	73
Tabla 3	<i>Criterios de evaluación del pensamiento métrico respecto a los procesos generales</i>	80
Tabla 4	<i>Categorías y subcategorías deductivas obtenidas a partir del marco teórico.</i>	87
Tabla 5	<i>Estado actual del desarrollo del pensamiento métrico de acuerdo con los procesos generales en matemáticas</i>	90
Tabla 6	<i>Resultados actividad “la tubería en el barrio”</i>	104
Tabla 7	<i>Resultados actividad “recorrido ciclistico”</i>	109
Tabla 8	<i>Resultados actividad “midiendo superficies”</i>	115
Tabla 9	<i>Resultados actividad “midiendo el volumen”</i>	123
Tabla 10	<i>Resultados prueba final del desarrollo del pensamiento métrico de acuerdo con los procesos generales.</i>	127

Lista de figuras

Figura 1	<i>Mortalidad académica por asignaturas cuarto periodo año 2018</i>	8
Figura 2	<i>Mortalidad académica por asignaturas primer periodo año 2019</i>	9
Figura 3	<i>Mortalidad académica grado séptimo primer periodo año 2019</i>	10
Figura 4	<i>Conflicto de aprendizaje en el proceso de “planteamiento y resolución de problemas”</i>	92
Figura 5	<i>Conflicto de aprendizaje en proceso de “comunicación”</i>	93
Figura 6	<i>Actividad uno de S1 momento grupal</i>	96
Figura 7	<i>Actividad dos de S1 momento individual</i>	98
Figura 8	<i>Mapa ciudad de Sogamoso. Ruta uno trazada por estudiante G3(E3)</i>	103
Figura 9	<i>Construcción de un hexaedro.</i>	121
Figura 10	<i>Proceso y desarrollo en la prueba final pregunta uno</i>	129
Figura 11	<i>Proceso y desarrollo en la prueba final pregunta tres.</i>	129
Figura 12	<i>Proceso y desarrollo en la prueba final pregunta cinco.</i>	130
Figura 13	<i>Proceso y desarrollo en la prueba final pregunta seis</i>	130
Figura 14	<i>Proceso y desarrollo en la prueba final pregunta siete.</i>	131
Figura 15	<i>Proceso y desarrollo en la prueba final pregunta ocho.</i>	131
Figura 16	<i>Proceso y desarrollo en la prueba final pregunta nueve.</i>	132
Figura 17	<i>Proceso y desarrollo en la prueba final pregunta diez.</i>	133
Figura 18	<i>Proceso y desarrollo en la prueba final pregunta doce.</i>	133

Lista de anexos

Anexo 1 <i>Consentimientos informados de padres de familia y a la Institución.....</i>	145
Anexo 2: <i>Prueba diagnóstica.....</i>	147
Anexo 3 <i>Conformación de grupos para el trabajo de las situaciones didácticas</i>	153
Anexo 4 <i>Testeo</i>	154
Anexo 5 <i>Situación didáctica uno: la actividad de magnitud, cantidad y medida.....</i>	155
Anexo 6 <i>Situación didáctica dos: la actividad de medir longitudes</i>	157
Anexo 7 <i>Situación didáctica tres: la actividad de medir superficies</i>	160
Anexo 8 <i>Situación didáctica cuatro: la actividad de medir volumen</i>	165
Anexo 9 <i>Prueba final.....</i>	166

Resumen

Se muestran los resultados del trabajo de investigación, el objetivo principal fue fortalecer el pensamiento métrico en estudiantes de grado séptimo del colegio Cooperativo Reyes Patria de la ciudad de Sogamoso a través de situaciones del contexto extraescolar, luego de aplicar una prueba diagnóstica donde se evidenció el descuido en el proceso escolar en cuanto al concepto de magnitud objeto de la medición, junto con su comprensión. Se optó por un enfoque constructivista que reconoce las matemáticas como producto de la actividad humana y de la teoría de la Gestalt como perspectiva en el proceso de desarrollo cognitivo.

En la investigación se realizó un análisis de tipo mixto dominante en el enfoque cualitativo; desarrollando tres etapas las cuales fueron el diagnóstico, la intervención y el análisis; como resultados se obtuvo un buen desempeño en el desarrollo de las situaciones didácticas logrando mejorar diferentes aspectos del pensamiento métrico en cuanto al concepto de magnitud, cantidad y medida, a la vez se destacó la comprensión de los procesos generales en matemáticas como: la comunicación, la elaboración y ejercitación de procedimientos; situaciones teniendo interacción con el contexto extraescolar y que jugaron un papel importante donde los estudiantes se familiarizaran con cada una de estas actividades que fueron muy útiles para su diario vivir.

Palabras Clave: pensamiento métrico, medición, enseñanza de las matemáticas.

Introducción

En nuestro país las pruebas PISA (Programme for International Student Assessment) son un referente para valorar aspectos cognitivos y de contexto en los estudiantes, donde evalúan conocimientos en las áreas de lectura, ciencias y matemáticas brindando además un panorama detallado del sistema educativo, los resultados de estas pruebas han evidenciado que en Colombia los estudiantes obtienen un rendimiento menor que la media de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico) (Echazarra y Schwabe, 2019) y luego de realizar investigaciones de fondo, se encontraron reiteradas falencias con respecto a la comprensión analítica de textos, la solución de problemas complejos, junto con “errores conceptuales de los estudiantes de acuerdo al pensamiento métrico en áreas y conversiones de unidades” (Yepes y Bedoya, 2014, p. 201); así mismo, lo afirma Gómez (2011) quien menciona que la geometría es una de las asignaturas un tanto olvidadas, donde sugiere dar más importancia a su enseñanza.

En particular, en el Colegio Cooperativo Reyes Patria de la Ciudad de Sogamoso se pudo evidenciar que los estudiantes de grado séptimo mostraron altos niveles de mortalidad académica del grado que cursaban en el año inmediatamente anterior para el cuarto periodo del 2018, evidenciando la dificultad que tuvieron los estudiantes en cuanto a los temas de cantidad, magnitud, estimación, medidas de longitud, área y volumen, dejando ver que geometría es una de las asignaturas con más debilidad y que cuenta con una intensidad semanal de una hora separada de la asignatura de matemáticas.

El Plan de Área de Matemáticas para grado séptimo en el primer periodo académico de la Institución plantea reconocer las unidades básicas de longitud, capacidad, masa, superficie y volumen en problemas de medición, mediante la aplicación de procedimientos y cálculos adecuados, rigiéndose por la competencia de utilizar escalas apropiadas para representar e

interpretar planos, mapas y maquetas con diferentes unidades de área, de la mano con el estándar básico con el cual se quiere identificar relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud. Teniendo también en cuenta los lineamientos curriculares (MEN, 1998), en donde los procesos de medición comienzan a partir de las “primeras acciones con sus éxitos y fracasos codificados como más o menos, mucho o poco, grande o pequeño, en clasificaciones siempre relacionadas en alguna forma con imágenes espaciales y con modelos geométricos, aún en el caso del tiempo” (p. 62); esto plantea la necesidad de implementar situaciones didácticas que le permita a los estudiantes realizar comparaciones empíricas y relacionarlas con los contenidos escolares.

Con los motivos expuestos y los resultados encontrados en la Institución, la investigación muestra otra perspectiva a partir de situaciones del contexto extraescolar con respecto al pensamiento métrico, pero facilitando al estudiante comprender los conceptos relacionados de forma más didáctica y trabajando en el sentido que tienen las medidas de magnitud. Para esto se revisó algunos estudios al respecto, dentro de los cuales se encontraron a nivel internacional, los trabajos de Domenech (2013), González (2014), Picado y Gómez (2015), Pizarro (2015) y López (2018) donde han abordado el problema de la enseñanza de la medida en diferentes contextos y tienen en común el trabajo de situaciones problema en el contexto extraescolar; y a nivel nacional los trabajos de López (2013), Sevillano (2014) y Nitela (2018) que también han coincidido en el desarrollo del pensamiento métrico.

Teniendo en cuenta lo anterior y las especificidades del problema en estudio se optó por un enfoque de investigación mixto dominante en el enfoque cualitativo, ya que este permite la complementariedad tanto de datos cualitativos como de datos cuantitativos, permitiendo una mayor comprensión del fenómeno en estudio y logrando una perspectiva más amplia y profunda

de la situación a estudiar (Hernández, Fernández y Baptista, 2014). Para la investigación se propuso la implementación de situaciones didácticas, como posible alternativa para disminuir las dificultades encontradas en la prueba diagnóstica, debido a que los resultados no fueron tan favorables y fue un motivo para empezar a trabajar con respecto al pensamiento métrico, los procesos generales, los conceptos de magnitud, cantidad y medida, orientados desde los enfoques del marco teórico.

Por último, se presenta un análisis de resultados con relación al problema y los objetivos planteados, donde se interpreta y relaciona la información recolectada por los instrumentos y técnicas utilizados, de acuerdo a las categorías de análisis y a los referentes teóricos. Luego se plantean conclusiones finales que derivan del desarrollo de la investigación y que dan respuesta a los objetivos propuestos, encontrando resultados satisfactorios, ya que se evidenció en la prueba final que los estudiantes ahora se familiarizaban con cada una de estas actividades, trabajando con mucho ánimo de forma grupal e individual, según cada una de las estructuras y dando uso a los procesos del pensamiento métrico.

Capítulo I. Descripción de la problemática

En este capítulo se presentan aspectos que son generales de la investigación, primero se identifican y definen los elementos de la problemática en un contexto particular del Colegio Cooperativo Reyes Patria de la ciudad de Sogamoso, continua con los problemas específicos en cuanto a los conceptos de cantidad, magnitud y medida, luego se enuncia la pregunta de investigación junto con los objetivos a cumplir y por último la justificación.

Planteamiento del problema

Colombia es uno de los países que participa en la aplicación de las pruebas PISA (Programme for International Student Assessment) desde el 2006, ya que con estas se pueden evidenciar beneficios en “la evolución a lo largo del tiempo de capacidades, habilidades y aptitudes asociadas a la lectura, las matemáticas y las ciencias” a la vez haciendo énfasis en la resolución de problemas y situaciones de la vida (Mineducación, 2019), estas pruebas permiten identificar el estado actual de las competencias de los estudiantes y tomar decisiones sobre las modificaciones curricular en las áreas evaluadas.

A partir de los resultados obtenidos en las pruebas PISA se dimensionan cuales son las competencias necesarias que se deben desarrollar en los estudiantes para que los países incentiven su progreso económico y social. Comparativamente con otros países “los estudiantes de Colombia obtuvieron un rendimiento menor que la media de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico)” (Echazarra y Schwabe, 2019), donde se evidencia que el país desmejoró en el área de ciencia y lectura, pero en matemáticas tubo un leve avance con respecto a los resultados del examen 2015, pues alcanzan niveles medios de desempeño comparados con los de América Latina y el Caribe y niveles bajos, en relación con estudiantes del primer mundo.

Con esta situación, es reiterada la observación de los expertos sobre las dificultades en la comprensión analítica de textos, la solución de problemas complejos y los “errores conceptuales de los estudiantes en cuanto al pensamiento métrico en áreas y conversiones de unidades” (Yepes y Bedoya, 2014, p. 201); observación que también corresponde a los análisis de los resultados alcanzados de las pruebas nacionales hechas de años anteriores; además es de resaltar la actitud que muestran los estudiantes hacia la matemática, ya que directamente influye al obtener niveles medios en los resultados de la prueba de conocimientos, pues a mejor actitud mejores resultados.

Si bien es cierto la prueba saber en el área de matemáticas evalúa diferentes competencias (comunicación, modelación, razonamiento, planteamiento y resolución de problemas y elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos), que los estudiantes deben demostrar en tres contextos del conocimiento matemático: uno relacionado con los números, sus operaciones y transformaciones, otro asociado a los problemas propios de la geometría y la medición, finalmente un contexto relacionado con los fundamentos de la estadística.

En el trabajo de Gómez (2011) titulado *Pensamiento Geométrico y Métrico en las Pruebas Nacionales*, se menciona que todos estos contextos presentan dificultad según los resultados de la prueba saber 2010 y anteriores a ella, pero se evidencia que en el componente geométrico-métrico es más notorio, pues una de las causas radica en que los estudiantes no reconocen relaciones entre figuras geométricas ni sus propiedades, por tanto “no hacen inferencias ni proponen relaciones y/o abstracciones a partir de ellas debido al tiempo que se destina para el desarrollo del currículo enseñado y evaluado en la escuela” (Gómez, 2011, p.1)

Para Gómez (2011) la geometría es una de las asignaturas un tanto olvidadas y sugiere que se de más importancia a la enseñanza de la geometría como se le da al componente numérico variacional ya que: “se aseguraría un 66,7% del porcentaje total en la valoración final del

estudiante y por ende de la institución y del país” (p. 57), en su trabajo concluye evidenciando que los estudiantes se ven forzados a solucionar problemas que requieren de la aplicación de conceptos matemáticos; de hecho en ocasiones, no cuentan con las habilidades necesarias para poder resolverlos de la mejor manera, específicamente en la solucionar problemas relacionados con longitudes.

Cabe mencionar que el Ministerio de Educación Nacional (MEN) ha definido en los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN, 1988) algunas orientaciones fundamentales sobre la manera como se deben abordar los contenidos relacionados con la medición y comparación de cantidades. Sin embargo, es frecuente en las instituciones educativas que estos contenidos del área de matemáticas no se aborden en su totalidad, al respecto Yepes y Bedoya (2014) muestran que para el pensamiento métrico

en estudiantes de grado tercero el 47% tienen dificultades al medir una longitud y no reconocen las unidades de medida, no conocen la medición del tiempo en el reloj, ni del peso en la báscula y el 94% no conoce el concepto de área. En grado quinto el 88% confunden los conceptos de área y volumen y no conocen como hallarlos, ni hacen conversión de unidades. En grado noveno más del 80% no reconocen ni hallan áreas ni volúmenes, ni identifican la proporcionalidad de lados de un triángulo. En grado once más del 70% no identifican ni aplican el teorema de Pitágoras, ni el de seno ni el de coseno, ni reconocen ni hallan perímetro, áreas o volúmenes ni realizan conversión de unidades, no conocen el proceso para hallar la distancia entre dos puntos. (p. 201)

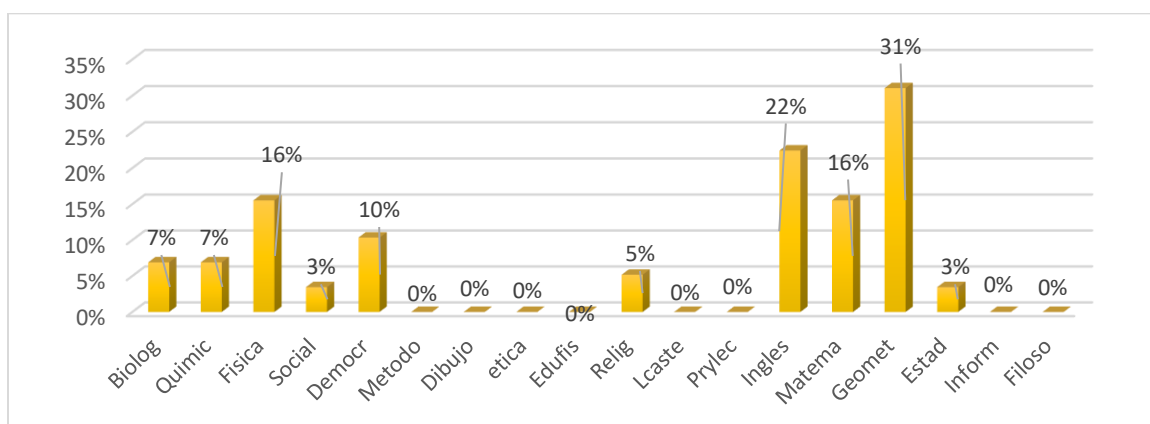
Con estos argumentos se llega a pensar que se descuidan las posibles aplicaciones prácticas, lo cual trae como consecuencia que el estudiante no reconozca el significado real de los

conceptos, ni desarrolle habilidades tales como la estimación, las cuales son muy útiles en la vida diaria.

En el caso del Colegio Cooperativo Reyes Patria de la Ciudad de Sogamoso (Boyacá), se pudo evidenciar que los estudiantes de grado séptimo mostraron altos niveles de mortalidad académica, del grado que cursaban en el año inmediatamente anterior para el cuarto periodo del 2018 (Figura 1), primero cabe mencionar que el logro establecido para este periodo estaba relacionado con el componente geométrico – métrico y los estudiantes presentaron dificultades en cuanto a los temas de cantidad, magnitud, estimación, medidas de longitud, área y volumen, dejando ver que geometría es una de las asignaturas con más debilidad, incluso con respecto a la asignatura de matemáticas, teniendo en cuenta que la asignatura de matemáticas se orienta con una intensidad de cuatro horas a la semana en esta institución y está por separado de las asignaturas de geometría y estadística cada una con una intensidad de una hora semanal respectivamente.

Figura 1

Mortalidad académica por asignaturas cuarto periodo año 2018



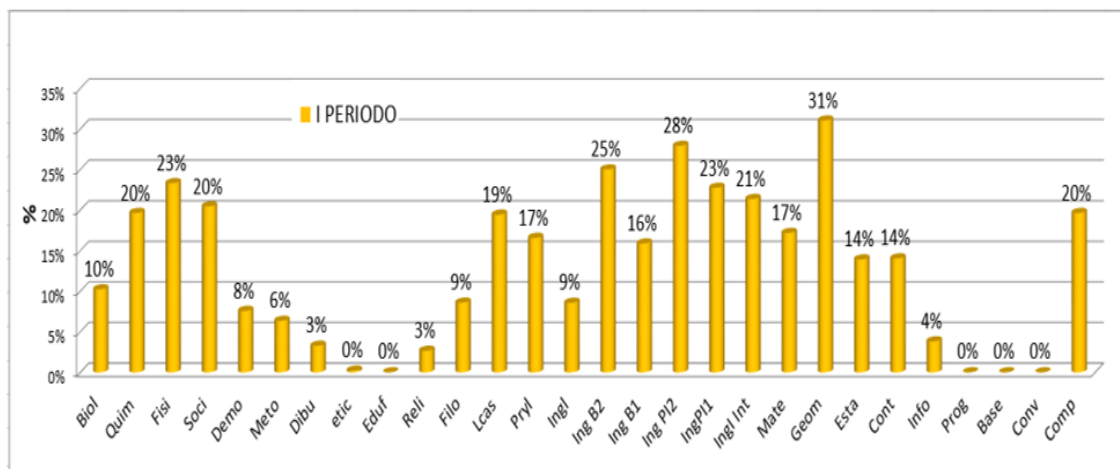
Nota. Fuente: Tabla de datos suministrada por coordinación académica, basada en el porcentaje de la mortalidad académica por asignaturas del 4P año 2018.

Como es acostumbrado al culminar el primer periodo académico, se realiza el informe para el año 2019, evidenciando que, a nivel institucional, según las notas de las pruebas no

estandarizadas que realizan los docentes en las asignaturas, la mortalidad académica más alta está en la asignatura de geometría, a nivel de bachillerato, como se puede ver a continuación en la Figura 2.

Figura 2

Mortalidad académica por asignaturas primer periodo año 2019

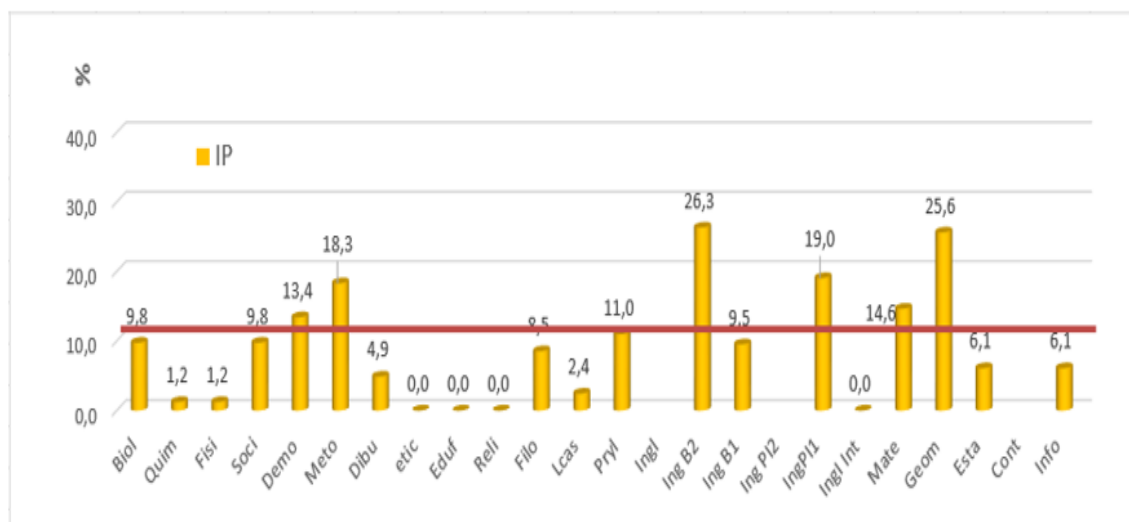


Nota. Fuente: Fuente: Tabla de datos suministrada por coordinación académica, basada en el porcentaje de la mortalidad académica por asignaturas del 1P año 2019.

Por lo anterior, se plantea la necesidad de continuar con estrategias que permitan mejorar y seguir en los primeros puestos a nivel nacional, profundizando más en el componente métrico; también fue necesario discutir la problemática junto con las directivas, planteando la necesidad de realizar proyectos o propuestas orientadas a eliminar estas dificultades; así mismo se decidió que la propuesta de intervención se ejecutara con un grupo donde la investigadora tuviera su acción docente, siendo este el grado séptimo, y se identificó que los estudiantes presentan gran debilidad en el pensamiento métrico y los resultados se evidencian a continuación (Figura 3).

Figura 3

Mortalidad académica grado séptimo primer periodo año 2019



Nota. Fuente: Tabla de datos suministrada por coordinación académica, basada en el porcentaje de la mortalidad académica del grado séptimo.

En el Plan de Área de Matemáticas para grado séptimo en el primer periodo académico de la Institución, se plantea el reconocer las unidades básicas de longitud, capacidad, masa, superficie y volumen en problemas de medición, mediante la aplicación de procedimientos y cálculos adecuados, rigiéndose por la competencia de utilizar escalas apropiadas para representar e interpretar planos, mapas y maquetas con diferentes unidades de área. Igualmente, con el estándar básico se quiere identificar relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud. Teniendo en cuenta los lineamientos curriculares (MEN, 1998), los procesos de medición comienzan a partir de las “primeras acciones con sus éxitos y fracasos codificados como más o menos, mucho o poco, grande o pequeño, en clasificaciones siempre relacionadas en alguna forma con imágenes espaciales, esto es con modelos geométricos, aún en el caso del tiempo” (p. 62).

En el caso de los logros propuestos para los sistemas métricos van encaminados a acompañar a los estudiantes a desarrollar procesos y conceptos de acuerdo como lo plantean los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998, p. 63):

- La construcción de los conceptos de cada magnitud.
- La comprensión de los procesos de conservación de magnitudes.
- La estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de “capturar lo continuo con lo discreto”¹.
- La apreciación del rango de las magnitudes.
- La selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos.
- La diferencia entre la unidad y el patrón de medición.
- La asignación numérica.
- El papel del trasfondo social de la medición.

Con estas descripciones hechas anteriormente se evidencia aún más, que los estudiantes de grado séptimo presentan gran dificultad en lo que respecta a los conceptos de unidades métricas de longitud, área, volumen y capacidad, resultados notorios que fueron evidenciados con pruebas y talleres realizados en el primer periodo académico, donde muestran que se les dificulta la estimación junto con el manejo de conversiones y la contextualización con situaciones de la vida cotidiana.

La investigación se marca en la propuesta curricular del MEN, en la que se proponen desde los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) cinco tipos de pensamiento que se deben desarrollar en esta área a saber: el pensamiento numérico, espacial y métrico, variacional y aleatorio; adicionalmente, se plantea que se deben desarrollar de manera transversal los siguientes procesos

¹ Las comillas son originales del documento.

generales de las matemáticas: formulación, tratamiento y solución de problemas, modelado de procesos y fenómenos de la realidad, formulación, comparación y ejercitación de procedimientos, razonamiento, prueba y refutación, y comunicación. Estas consideraciones son necesarias en la investigación ya que los temas hacen referencia a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones de la vida cotidiana, específicamente centrándose en el concepto y procedimiento de medida para establecer cantidades y magnitudes, siendo el punto de partida de la investigación.

Por este motivo y según los resultados encontrados en la Institución, la investigación propone mostrar el pensamiento métrico desde otra perspectiva, facilitando al estudiante comprender de forma más didáctica y relacionarlo con situaciones de la vida diaria, permitiendo encontrarles sentido a las medidas de magnitud. Por lo anterior, surge el interrogante: ¿de qué manera el contexto extraescolar puede aplicarse como mediación en el desarrollo del pensamiento métrico con estudiantes de grado séptimo de Colegio Cooperativo Reyes Patria?

Objetivos

Objetivo General

Fortalecer el pensamiento métrico en estudiantes de grado séptimo del colegio Cooperativo Reyes Patria a través de situaciones del contexto extraescolar.

Objetivo Especifico

- Determinar el estado actual del desarrollo del pensamiento métrico de los estudiantes de grado séptimo.

- Identificar el vínculo que se puede establecer entre los procesos generales y el desarrollo del pensamiento métrico, mediante el diseño y aplicación de situaciones que involucren el contexto extraescolar.
- Analizar el desarrollo y comprensión que realizan los estudiantes del proceso de medición y la construcción de la magnitud a través de la mediación de situaciones extraescolares.
- Examinar diferentes aspectos del pensamiento métrico que se logran fortalecer y los que son susceptibles de mejorar mediante la aplicación de situaciones del contexto extraescolar.

Justificación

La investigación fue motivada por la búsqueda de una estrategia que permitiera mejorar el bajo desempeño académico de los estudiantes del Colegio Cooperativo Reyes Patria en la asignatura de geometría, específicamente en los contenidos relacionados a cantidad, medida, magnitud y medidas de magnitud. Reconociendo que el desarrollo de estos conceptos además de permitirle al estudiante aplicarlos a su vida diaria, también son de suma importancia en el contexto escolar en otras áreas tales como la física, la química, ciencias naturales, entre otras. Además, con el objetivo de promover el pensamiento matemático como un sistema integrador fortaleciendo a su vez los procesos generales de la actividad matemática (MEN, 1998) y poder mejorar las calificaciones obtenidas en las pruebas tanto nacionales como internacionales.

El papel del docente en el proceso de construir sistemas de significados sobre los conceptos matemáticos es fundamental; lo cual, implica el desarrollo de acciones tanto pedagógicas como didácticas que le permitan al estudiante el desarrollo del pensamiento matemático; de otra parte, el docente también tienen la labor de juzgar la pertinencia de los contenidos en los planes curriculares de cada una de las instituciones, de manera que estos planes no funcionen

prescriptivamente, sino que se puedan adaptar a los ritmos de aprendizaje y los contextos específicos de los estudiantes (Leguizamón, Patiño y Suarez, 2015).

Dentro de este orden de ideas, frecuentemente en el aula de clases se inician los temas de las magnitudes directamente con el manejo de patrones estandarizados de medida, múltiplos y submúltiplos, y éstos en contextos aritméticos, aplicando tablas y factores de conversión, reduciendo la conceptualización de las magnitudes y sus medidas al proceso de agregar y quitar ceros; es decir, que no se establecen nexos entre el tratamiento físico de las magnitudes y el tratamiento matemático (Gutiérrez y Vanegas, 2005); es por esto que se busca que los estudiantes de la Institución en estudio, puedan iniciar el proceso de conceptualización de: magnitud, cantidad y medida, con la ayuda de situaciones del contexto extraescolar como mediador pedagógico.

De otra parte, como lo señala Bishop (2005) desde una perspectiva antropológica, medir es una actividad significativa en todas las culturas, pues se establecen criterios de valoración sobre las cualidades de los objetos o fenómenos del contexto, por esta razón medir es una actividad considerada como una de las prácticas universales de las matemáticas, pues:

es claro que hacer una estimación a “ojo” es una técnica no verbal de uso mundial para medir objetos, pero a medida que la cualidad cobra peso y a medida que el número de objetos aumenta, entonces la lengua desarrolla niveles (v.g., primero, segundo, tercero, etc.) y los adjetivos se hacen nombres (v.g., “pesado” se convierte en “peso”). (p.48)

De esta manera, la riqueza de la exploración del contexto además de acercar al estudiante a una actividad matemática, también le permite acercarse a su cultura, puesto que no es común el identificar un jeme como “la unidad variable de medida consistente en la distancia máxima que hay desde el extremo del pulgar al índice” o como era que los abuelos adquirirían la habilidad de medir los objetos. En relación con los motivos expuestos de la problemática, se puede notar que si

miramos a nuestro alrededor: vemos que vivimos en una sociedad donde el conocimiento esta antes que cualquier otra cosa, incluso es más importante que el dinero, ya que la educación es lo primero en observarse en una persona. De allí la importancia de innovar e implementar estrategias lo suficientemente eficaces para obtener una enseñanza de calidad, para atender a las necesidades que surgen del contexto utilizando las herramientas necesarias que estén a nuestro alcance.

De igual forma el MEN (1998) sugiere unas proposiciones con relación al desarrollo del pensamiento métrico que quizás en diferentes instituciones o en particular en el colegio de estudio donde se desarrolló la investigación se logró evidenciar que no se enseñan los temas relacionados a cantidad, magnitud y medida; o por lo contrario cuando se enseñan no se tienen en cuenta los elementos de carácter didáctico recomendados en los lineamientos con respecto al contexto extraescolar, a lo mejor por causas del tiempo y el acelerado ritmo con el que suceden las cosas.

Además referenciando a Bishop (como se citó en Lordoguin y Pollio, s.f) quien afirma que: quienes están involucrados en la enseñanza y en la Educación Matemática, saben que las matemáticas son consideradas como una de las disciplinas más importantes, pero de las que necesitan más comprensión, pues los estudiantes se sienten intimidados por esta materia, a tal punto que en muchos países es socialmente válido aceptar la ignorancia que se tiene de ella, incluso se puede afirmar que se le tienen fobia. Lo que al respecto Bishop (1991) se pregunta, ¿sabemos realmente en qué razones se basa la actividad matemática que se desarrolla en la escuela?, realmente tenemos confianza en nuestros criterios para juzgar, ¿qué es importante y qué no?

Muchas veces el docente pasa por estas situaciones, al llegar al colegio donde labora se debe basar en el plan curricular que tiene la institución siguiendo unas normas establecidas, pero no juzga la importancia y la validez de la temática que sea pertinente o no para sus estudiantes, de tal forma que ellos puedan ver la importancia que hay en cuanto a nuestro tema de estudio que es

la relación entre las matemáticas y la geometría, específicamente lo relacionado con el pensamiento métrico, en cuanto al proceso de medida de magnitudes también se encuentra una conexión con el contexto extraescolar y un acercamiento a procesos geométricos y aritméticos, sin dejar de lado la resolución de problemas; pues, Bishop (1991) piensa que la medida constituye una de las principales actividades humanas ya que permite comparar, estimar o calcular con más o menos precisión distintas magnitudes, esto nos hace pensar que la actividad matemática está estrechamente relacionada con ciertas actividades universales y da cuenta de la importancia que tiene el proceso de medir en nuestras vidas.

En el aula de clase alguna vez ha surgido la pregunta por parte del docente a los estudiantes, si se necesita avanzar 1 km hacia el sur estando ubicado en el colegio ¿cuál es el punto de llegada?, piensen si los estudiantes saben hasta dónde llegarán, o si se les pregunta ¿cuánto mide la finca que tienen los abuelos?, o ¿cuál es la medida de la puerta de su casa?, y otras situaciones donde los estudiantes pueden hacer estimaciones, pero no saben concretamente calcular las magnitudes. Por su parte, en el contexto extraescolar las medidas de las magnitudes necesitan de una profunda reflexión más aun cuando hay una relación entre las matemáticas y la realidad; pues sucede que los estudiantes están sometidos a procesos de medición complejos, trabajando con tareas de conversión de unidades sin antes haber visto conceptualmente las magnitudes y sus medidas.

Capítulo II. Marco Referencial

En esta sección se muestran los principales aportes de diferentes investigaciones encontradas a nivel internacional, nacional y local con relación a la propuesta planteada, así como también un análisis histórico y sociológico de la temática de la propuesta, métodos, procesos y teorías que van de la mano con la educación matemática, y por último la conexión que hay entre el contexto extraescolar y la mediación pedagógica.

Antecedentes

Investigaciones realizadas en los últimos siete (7) años han señalado que se puede mejorar los procesos de las matemáticas en el área de geometría, con las aplicaciones de estrategias metodológicas para el aprendizaje en el contexto extraescolar, en cuanto al pensamiento métrico, debido a la perspectiva que se tiene con respecto a una clase tradicional en el aula, pues se piensa que son de forma teórica-abstracta; quizás por las concepciones que tienen los estudiantes, profesores y en general la sociedad acerca de la naturaleza de esta disciplina; a continuación se clasificaron algunos trabajos a nivel internacional, nacional y desde el punto de vista local; manteniendo como eje central los conceptos de cantidad, magnitud y medida.

A nivel internacional

Los trabajos de Domenech (2014), González (2014), Picado, Rico y Gómez (2015), Pizarro (2015) y López (2017-2018) han abordado el problema de la enseñanza de la medida en diferentes contextos y tienen en común el trabajo de situaciones problema en el contexto extraescolar.

Domenech (2014) de la Universidad Autónoma de Barcelona, se propuso analizar siete contextos de indagación para detectar y corregir concepciones erróneas sobre magnitudes y unidades. La actividad que se presenta en este artículo tiene dos objetivos: detectar cualitativamente y mediante actividades de indagación qué tipo de concepciones erróneas

manifiesta el alumnado sobre las magnitudes y unidades básicas de volumen, capacidad, longitud, superficie y contribuir a corregirlas y mejorar las habilidades de razonamiento científico mediante el uso de andamios lingüísticos. La experiencia se aplicó durante tres cursos académicos con un total de 180 alumnos de 2º de ESO del Instituto Martha Mata, de Montornès del Vallès, dura 4 sesiones de clase en el laboratorio, y se realizó en paralelo con el trabajo sobre factores de conversión en el aula convencional.

Con este trabajo se permitió detectar algunas concepciones erróneas sobre magnitudes y unidades que pueden estar inconscientemente siendo trabajadas en las clases no manipulativas o de carácter demostrativo. Se considera que la combinación de carácter indagador y manipulador de la experiencia (*hands-on minds on*)² ha contribuido a evidenciar esas concepciones erróneas y constituye una vía para mejorar la enseñanza de conceptos abstractos en las ciencias.

Continuando con el trabajo de Gonzalez (2014) de la Universidad de Cuenca, Ecuador en donde se trabajó con 21 alumnos, del colegio en cantón Cuenca, provincia del Azuay, durante el año lectivo 2010-2011; este trabajo se realizó al ver el promedio general en Matemática que fue de 13,56 sobre 20 y que es el mayor porcentaje de alumnos que repiten el año de esta asignatura, sobre todo en los tres últimos años de Educación Básica Superior; lo cual llevó a preguntarse ¿Cómo las estrategias metodológicas determinan el aprendizaje de la medida en los alumnos del décimo “D” de Educación Básica del Colegio Daniel Córdova Toral?, pues el trabajo de los estudiantes se ha orientado a la realización de talleres para que a partir de la manipulación de material concreto y medición de objetos reales, con instrumentos de medida, se llegue a la

² Hands On, Minds On, describe la importancia de las habilidades cognitivas fundamentales de los niños para el logro académico en alfabetización y matemáticas, así como sus conexiones con otras áreas de preparación escolar, incluida la salud física y el desarrollo social y emocional. También examina la creciente evidencia a favor del juego guiado de objetos (tomado de Gazibara, Senka. (2013). “Head, Heart and Hands Learning” - A challenge for contemporary education. Journal of Education Culture and Society. 2013. 10.15503/jecs20131-71-82.)

formulación de conceptos abstractos y a la realización de operaciones matemáticas relacionadas con la medida.

Esta propuesta tenía como fin contribuir al mejoramiento del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y en forma particular de la medida, implementando estrategias metodológicas para el aprendizaje de la medida en décimo “D” de educación básica del colegio “Daniel Córdova Toral”. Las estrategias que se trabajaron contemplan medidas de longitud, conversión de unidades de longitud en el Sistema Internacional y el sistema Inglés, cálculo de perímetros y áreas, además medida de ángulos en el sistema sexagesimal y circular; estas estrategias fueron elaboradas tomando en consideración las teorías del aprendizaje constructivista y cognitivista de Piaget, Vigotsky y Ausubel, así como las orientaciones y planteamientos de autores como Godino, Chamorro, Batanero y Roa, entre otros. También se propone una secuencia para el aprendizaje de medida que considera los procesos de construcción del conocimiento a partir de actividades guiadas, en las que se utiliza material concreto, instrumentos de medida, mediciones en situaciones reales y actividades de estimación tanto de medidas de longitud, como de ángulos. Las implementaciones de las estrategias fueron a partir de talleres. Se elaboró una guía de aplicación de las estrategias para el docente, que contiene material de trabajo del alumno y fichas de observación que permiten evaluar las destrezas aplicando la técnica de la observación y su correspondiente registro en la lista de cotejo.

En otro trabajo realizado por Picado, Rico y Gómez (2015), presentaron una investigación en historia de la educación matemática basada en el análisis de textos escolares y apreciación de distintos enfoques que caracterizan la definición, presentación y utilidad de las unidades métrico-decimales. Además, se distingue el significado de los términos científicos, las equivalencias metrológicas y la aplicación de reducciones y conversiones entre sistemas en actividades comunes;

todo ello centrado en la memorización como método de aprendizaje. El objetivo de este trabajo fue presentar la introducción del sistema métrico decimal (SMD) en el sistema educativo español durante la segunda mitad del siglo XIX, cambio curricular que afectó a las matemáticas escolares y se difundió mediante libros de texto, y donde el propósito general de los autores de los textos era integrar las unidades métrico-decimales con la enseñanza de la aritmética. Para ello, se identifican las características didácticas de los libros de texto en lo que se refiere al tratamiento con que se introdujo el SMD en los inicios de esa reforma curricular.

Para esta parte del estudio se hicieron tres tipos de análisis. Primero, el análisis de contenido con sus categorías propias, con las cuales se identifican en cada manual los conceptos, procedimientos, representaciones, situaciones en que aparece y modos de uso de la nueva estructura que se estudia. Segundo, el análisis cognitivo, con cuyas categorías se identifican las expectativas, oportunidades y limitaciones para el aprendizaje de los estudiantes (consideradas por el autor del texto). Tercero, el análisis de instrucción, por medio de categorías abordadas según los tipos y secuencias de tareas, modos de gestión en el aula y recursos didácticos. Para finalizar, la presentación de las unidades de medida se caracteriza por el número de «especies de medida» o magnitudes consideradas y sus unidades principales.

Pizarro (2015) de la Universidad Autónoma de Barcelona realizado durante el año 2012, con la colaboración de 112 maestros, 92 Licenciados en Educación Básica, que es el equivalente al magisterio, es decir, tienen estudios que contemplan un programa que posee entre 4 y 5 años de duración y que concentra tanto asignaturas de las diversas disciplinas que trata la escuela primaria (matemática, ciencias, historia, lengua, etc.) junto a sus respectivas metodologías y/o didácticas y a otros cursos de diferentes ciencias de la educación. Los siete profesores que son Licenciados en Educación Matemática, estudiaron tanto las diferentes ramas de las matemáticas como las ciencias

de la educación durante cinco años. Entre los 112 encuestados también hay un matemático, un ingeniero y una psicopedagoga. Otros tres maestros no dieron información de su profesión. En este trabajo se realizó la pregunta ¿qué conocimiento para enseñar la estimación de medida poseen los maestros de primaria?, pero para esto se planeó el objetivo de caracterizar el conocimiento didáctico del contenido que tienen los profesores de primaria sobre estimación de medida discreta y continua.

La investigación presentada es un estudio exploratorio a partir de las respuestas al cuestionario abierto que se hizo a los maestros de primaria. El foco del análisis fue caracterizar el conocimiento de los docentes sobre la enseñanza de la medida de acuerdo a los referentes teóricos expuestos. Para conseguir resultados interpretables a partir de las respuestas de los docentes, se realizó un análisis cualitativo basado en categorías descriptivas.

Los resultados en este trabajo muestran diferentes aspectos sobre el conocimiento de estimación de medida de los maestros desde tres categorías diferentes, concretamente sobre cómo lo entiende, como lo usa y como lo representa, también siete de los maestros indicaron explícitamente que estimar una medida requiere de las tres componentes (uso de referencia (R), trabajo perceptivo (P) y valoración (V)).

Por último, a nivel internacional se encuentra el trabajo de Lopez (2017-2018) realizado en la Facultad de Educación de Palencia- Universidad de Valladolid como trabajo final de grado de la Maestría en Educación primaria. Este trabajo presenta un acercamiento al Sistema Métrico Decimal a través de una metodología interdisciplinar, globalizadora y basada en la experimentación. A través del mismo se pretende que el alumnado adquiera, en primer lugar, las competencias clave en Matemáticas y Básica en Ciencia Tecnología, así como la Lingüística y, en

segundo lugar, que aumente su motivación por las asignaturas de ciencias y por el conocimiento científico.

La propuesta se desarrolló en la asignatura de Matemáticas de sexto curso de Educación Primaria, en el CEIP Alonso Berruguete, de Paredes de Nava, con este trabajo se pretende aportar una estrategia de aprendizaje que intenta ayudar a los niños a entender el Sistema Métrico Decimal, así como las relaciones que existen entre los múltiplos y submúltiplos de las diferentes magnitudes empleadas para las medidas de masa, longitud y capacidad. Además, intenta, por una parte, que los alumnos tengan una comprensión relacional de los conceptos matemáticos anteriormente descritos y por otra, pretende ayudar a la alfabetización científica, facilitando el acercamiento de los niños a las ciencias, con todas las posibilidades que estas les pueden ofrecer, través de una metodología motivadora, incentivando su curiosidad y sacando de ellos al científico que todos llevamos dentro.

Con este trabajo se mostró a los niños que las matemáticas son para razonar, entenderlas, pero no memorizarlas. Memorizar no es entender. Y para razonar bien hay que dominar el lenguaje, debido que la competencia lingüística y la matemática van unidas como también la ciencia y la matemática. El investigador concluye afirmando que es importante aprovechar lo que tienen a su alrededor para enseñar a los niños a descubrir el mundo, a la vez que les motivaron para que construyan un aprendizaje significativo y duradero.

A nivel nacional

Los trabajos de López (2013), Sevillano (2014) y Nitola (2018) han coincidido en el desarrollo del pensamiento métrico afianzando los sistemas de medida utilizando situaciones problema del contexto extraescolar.

En el trabajo de López (2013) en la Universidad Nacional de Colombia (Manizales) se propuso desarrollar el pensamiento métrico y afianzar los sistemas de medidas en los estudiantes de grado octavo, a través de situaciones problema, contextualizadas en su realidad. Buscaba incentivar en los estudiantes el estudio por las matemáticas, principalmente el sistema de medidas, mediante el desarrollo de situaciones problema encontradas en la realidad. La propuesta se desarrolló a través de una unidad didáctica que contenía un pretest, tres guías y un post-test; en el pre-test se presentan cinco preguntas, cada una con un objetivo específico.

La primera buscaba que los estudiantes hicieran estimaciones, la segunda era la asignación de unidades de longitud a determinados objetos y/o situaciones, la tercera era efectuar conversiones correctamente dentro de algún sistema de medidas (longitud, capacidad o peso), con la cuarta pregunta se pretendió el reconocimiento de los sólidos geométricos y algunas de sus características y con la quinta pregunta se deseaba que los estudiantes relacionaran gráficas con medidas reales.

Una de las conclusiones fue la creación de ambientes propicios para el fortalecimiento del pensamiento métrico a través de situaciones problemas donde los estudiantes vivenciaron la aplicabilidad de la matemática en su cotidianidad, hallaron sentido a lo que estudiaban en la escuela y se les notó más gusto por el aprendizaje; como segunda instancia las situaciones problemas se convirtieron en una fuente de ilustración y apropiación de la realidad, lo que permitió integrar nuevos conocimientos a los procesos de enseñanza aprendizaje de los estudiantes. A la vez el constante acompañamiento a los estudiantes en este proceso permitió que reflejaran avances muy positivos en su aprendizaje. El ambiente fraterno que se vivió les brindó la oportunidad de indagar para aclarar las dudas que se les presentaban hasta satisfacer sus inquietudes y ampliar sus conocimientos. Y por último que a partir de las diferentes actividades realizadas en la unidad

didáctica, los estudiantes coincidieron en que todo lo que les rodea induce a hacer uso de las actividades matemáticas y es necesario tener la capacidad para dar solución correcta a cada situación.

Por otro lado, el trabajo de Sevillano (2014) en la Universidad del valle (Santiago de cali) fundamenta una secuencia de situaciones problema en la que interviene el proceso de medida de las magnitudes: longitud y área a partir de un modelo teórico que relaciona los objetos geométricos, las magnitudes y los números, con el cual diseña e implementa una secuencia de situaciones problemas a partir de un modelo teórico que relaciona los objetos, las magnitudes y los números en un contexto y analiza los resultados a partir de la teoría de situaciones didácticas, su enfoque está centrado en la investigación cualitativa particularmente el estudio de casos, habla sobre la selección de los participantes, sobre las fuentes e instrumentos utilizados para recoger información y del desarrollo metodológico del trabajo.

Para el desarrollo de este trabajo primero él transformó una actividad propuesta en un libro de texto a una secuencia de situaciones problema, entendiendo, desde los lineamientos curriculares, las situaciones problema como un contexto para acercar al conocimiento matemático en la escuela permitiendo poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas.

Adicionalmente, la investigación hace referencia al planteamiento de Guzmán (1993 como se citó en Sevillano, 2014) en el que se propone la enseñanza a partir de situaciones problema que poniendo énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma de los contenidos matemáticos, afirmando además que lo más importante es que: el alumno manipule los objetos matemáticos, que active su propia capacidad mental, que reflexione sobre su propio

proceso de pensamiento con el fin de mejorarlo conscientemente y que se divierta con su propia actividad mental.

Es por esto que se diseñó una secuencia de situaciones problema que permitiera un acercamiento a los procesos de medidas de longitudes y áreas, en el cual los estudiantes pusieran en juego sus conocimientos para explorar otros. Luego de obtener el diseño de la secuencia de situaciones problema se aplicó a un grupo de estudiantes de grado sexto los cuales se organizaron en grupos de dos o tres estudiantes desarrollándose en tres sesiones y por último se realizó el análisis de la información recopilada para poder fundamentar la secuencia con la TSDM (Teoría de Situaciones Didácticas Matemáticas).³

Para finalizar, se menciona que el proceso de medida es un concepto útil en la sociedad, que está presente en actividades comerciales y de la vida cotidiana, pero presenta dificultades al momento de ser enseñado, pues no se articula el concepto con la realidad; en razón a esto el uso de secuencias de situaciones problema puede mostrar dichos conceptos de una manera diferente, sin embargo, deben estar fundamentadas por teorías que permitan discernir un poco las dificultades y organizarlas de acuerdo a las necesidades de los estudiantes.

Simultáneamente, Nitola (2018) de la Universidad Externado de Colombia (Bogotá D.C.), determinó la incidencia del uso de la fotografía como propuesta didáctica, en el aprendizaje de la estimación, específicamente en la medida de longitudes, realizando un diagnóstico a los estudiantes de grado décimo.

En este proyecto el modelo de investigación utilizado fue el crítico-social junto con la investigación acción. Los aspectos que caracterizaron esta investigación permitieron establecer un

³ Perrin (2009) nos afirma que “la TSDM es un medio para estudiar los conocimientos matemáticos específicos para construir situaciones de enseñanza y producir los conocimientos correspondientes” (p. 12)

puente entre la reflexión didáctica y epistemológica asociada a la estimación de medidas de longitud, el diagnóstico permitió identificar un problema, en donde el docente investigador y los estudiantes fueron agentes que participaron constantemente en la misma.

El trabajo se modificó continuamente a partir de los resultados obtenidos en cada uno de los momentos en búsqueda de una mejora, la reflexión sobre el trabajo de aula se realizó sobre elementos concretos (las situaciones), al iniciar el trabajo se previeron unos posibles intervalos de tiempo susceptibles de modificar de acuerdo a los resultados obtenidos en el transcurso del mismo, a medida que se avanzó en el desarrollo de trabajo hubo un enriquecimiento teórico tanto en estudiantes como en el docente investigador. La investigación se realizó a través de cuatro momentos: identificación y planteamiento del problema; recolección de información; análisis e interpretación de la información y análisis de resultados y reflexión final (Geoffrey y Mills, 2011 citado en Nitola, 2018).

A partir del análisis de la información recogida a través de las diferentes fuentes sobre el diagnóstico y cada una de las situaciones desarrolladas con los estudiantes, se pudo concluir que a medida que los estudiantes desarrollaban cada una de las situaciones de la secuencia didáctica, mejoraban su precisión y la variación que dependían de las características de las longitudes de los objetos a medir, a medida que estimaban en cada fotografía su precisión mejoraba con la práctica; la investigación permitió comprobar, que los estudiantes que tienen mayor capacidad para estimar son aquellos que no tienen dificultades conceptuales asociadas a la magnitud y a su medida, y tienen dominio de ciertas componentes asociadas a la estimación como son: la interiorización de referentes y/o la interiorización de unidades de medida, y saben usar adecuadamente la estrategia elegida.

A nivel local

En el trabajo de Villamil, Aldana y Wagner (2017) se trabajó con estudiantes de primer semestre de tecnología en topografía de la Universidad del Quindío. En este trabajo se realizó el análisis de contenido del concepto de área, articulado con la resolución de problemas, el cual tuvo como punto de partida la organización de la enseñanza del objeto matemático, desde el análisis didáctico. El propósito era establecer una comparación del área de dos superficies cuadradas por medio de la razón entre ellas.

El análisis didáctico configura los procedimientos del diseño metodológico de la investigación, ya que proporciona los instrumentos para la organización y el análisis de los datos; con esta información, se hace el análisis cualitativo de los caminos de aprendizaje del análisis cognitivo, para describir cómo los estudiantes articulan la resolución de problemas con el concepto de área en la tarea diseñada durante el análisis de instrucción, según las respuestas en los diferentes instrumentos y procedimientos de evaluación formativa que conforman el análisis de actuación en esta investigación, los protocolos de las entrevistas y la representación en un mapa conceptual que elaboran los estudiantes.

Esta investigación de tipo cualitativa e interpretativa correspondiente al estudio de caso, que es pertinente para comprender los fenómenos educativos que ocurren en un contexto. La investigación se adelantó con el programa de tecnología en topografía, debido a que en el pequeño currículo de geometría plana se incluye el objeto matemático. La población corresponde a dos grupos de estudiantes del primer semestre, que tienen conocimientos previos del área adquiridos en su formación en básica secundaria.

El proceso de investigación del estudio de caso se desarrolló mediante cinco fases (Bisquerra 2009, citado en Villamil, Aldana y Wagner, 2017): selección y definición del caso,

elaboración de una lista de preguntas, localización de las fuentes de datos, el análisis e interpretación y la elaboración del informe. Por último, se logra concluir que antes que el maestro logre diseñar las tareas que va a proponer en el aula para que sean resueltas por los estudiantes, debería establecer el objetivo de aprendizaje que va a contribuir a una serie de competencias y en el desarrollo de la tarea intervendrán un conjunto de acciones tanto del maestro como de los estudiantes. En este sentido, la planificación del profesor le permite anticipar las posibles actuaciones de los estudiantes y los caminos de aprendizaje que se activarán cuando se enfrenten a la tarea.

Para concluir con esta sección se mencionan algunos aportes de gran importancia que dejan los antecedentes de investigación consultados, con respecto a los autores presentados que han trabajado en la línea de la problemática expuesta, ya que todos hablan sobre un panorama en general con respecto al pensamiento métrico enfocados en la enseñanza y aprendizaje del concepto de medida. Es común las dificultades que se presentan en cuanto a docentes y estudiantes, ya que al hacer las indagaciones en los trabajos se evidencia que es necesario corregir concepciones erróneas sobre magnitud y unidades de medida; también se encontró el hecho de revisar los textos escolares y ver que enfoque dan con respecto a las definiciones y la utilidad de las unidades, pues no todos los libros cuentan con unidades que hablen sobre la estimación de medida y vale la pena que los estudiantes lo practiquen y le den buen uso a esta diferenciando concretamente entre cómo lo entiende, como lo usa y como lo representa.

Además, se recalca la importancia de orientar actividades en el aula que traten de vincular al contexto extraescolar o bien haciendo uso de situaciones problema que lleven a un acercamiento del concepto de medida, integrando diferentes estrategias de enseñanza y aprendizaje desde las matemáticas y las ciencias, haciendo uso de materiales concretos, instrumentos de medida, entre

otros; esto con el fin de desarrollar en los estudiantes un concepto de magnitud, cantidad y medida coherente para fortalecer las prácticas educativas.

Marco Teórico

Este capítulo muestra, en la primera parte, los conceptos que apoyan la investigación donde se abordará un marco histórico de los sistemas de medidas. Tiene como propósito reconocer los aspectos socio-antropológicos implícitos del sistema de medidas, la evolución en el tiempo y cómo aparecen los diferentes sistemas e instrumentos de medidas. La teoría matemática, es la que apoya el trabajo realizado utilizando situación en el aula de clases; el trabajo realizado con los estudiantes de acuerdo al pensamiento métrico, luego se revisan los conceptos involucrados en la investigación como lo son la definición del contexto extraescolar en cuanto al contexto de aprendizaje y la mediación pedagógica. Finalmente, la investigación está apoyada por los lineamientos curriculares del área de Matemáticas, los principios y los estándares para la educación matemática.

Análisis histórico y sociológico de los conceptos de magnitud, cantidad y medida

La medida constituye una de las principales actividades humanas a partir de las que se desarrolla la matemática, está presente en todas las culturas puesto que permite comparar, ordenar, estimar o calcular, con más o menos precisión, distintas magnitudes (Bishop, 1999). A continuación, se realiza una breve descripción de la historia y sociología del sistema de medida, pasando por la teoría de las magnitudes y sus medidas, para terminar con el sistema de unidad de medida.

Historia y aproximación sociológica del sistema de medida. El desarrollo de la matemática para Gutierrez y Vanegas (2005) inició con los griegos (siglos VII a III a.c.), se fue dando debido a que conocían las matemáticas egipcias y babilónicas, estas eran conocidas a su vez por sus prácticas comerciales y por el uso que les daban a las construcciones, se consideraba que

el conocimiento práctico no tenía carácter científico, por tanto, no se encuentran muchas evidencias de este.

La mayor contribución de los griegos se puede encontrar en la construcción teórica de muy buena parte de las matemáticas, uno de los ejemplos está en la teoría de las magnitudes, donde se permitió profundizar en algunos otros temas de las matemáticas y de la ciencia; a la vez que se podían superar problemas originados por el descubrimiento de los inconmensurables, por otro lado estaba la imposibilidad para aceptar el infinito actual; tal vez como consecuencia de la dicotomía continuo-discreto que estuvo presente a lo largo de la historia de las matemáticas, siendo superada solo hacia finales del siglo XV con los trabajos que realizó Simón Stevin (citado en Gutiérrez y Vanegas, 2005).

No obstante, a lo largo de la historia griega en la escuela del atomismo matemático no desfalleció el intento por unificar las magnitudes continuas y los números discretos, creadas por Leucipo y Demócrito "como una secuela de su doctrina materialista del atomismo físico" (como se cita en De la Torre, 2003, p.28), según la cual todas las cosas están constituidas por partículas invisibles e indivisibles que por un continuo movimiento de agregados y disgregados dan origen a todas las cosas.

Por otra parte, Boyer (1949) menciona que "el término número no fue entendido por los Pitagóricos, ya que ellos designaron una progresión de múltiplos que comienza con la unidad y una regresión que termina en ella, en este caso los enteros positivos fueron para ellos los números fundamentalmente" (p.20), y para los griegos desde el punto de vista de Gutierrez y Vanegas (2005), mencionan que

un número era discreto y la unidad que lo constituía era indivisible y constituía la esencia del universo de tal forma que los matemáticos griegos estuvieron obligados a pensar en un

continuo físico, sugerido por las magnitudes geométricas debido a la ausencia de argumentos a favor de un continuo numérico (p.61).

A su vez Eudoxo (como se cita en Vanegas, Gutiérrez y Galarcio, 2005) introdujo la idea de magnitud continua, pues no se trataba de un número, sino de entidades geométricas (longitud, área, volumen, etc.), siendo estas continuas, contrario a los números, que eran discretos. Eudoxo descubrió los aportes de los griegos, que fue la definición nueva y universalmente aceptada de la igualdad de dos razones. Gracias al previo uso que daban los griegos al concepto de proporción se fortaleció un proceso extenso para la teoría de las magnitudes.

La teoría de las proposiciones y las razones tuvo una mejor distinción con el tratamiento teórico realizado de las magnitudes y sus medidas, permitiendo mejorar la crisis generada por el descubrimiento de los irracionales, dejando las bases para la teoría moderna de los números reales; De la Torre (1993 como se cita en Gutiérrez y Vanegas, 2005) afirma que:

La noción de cortadura de Dedekind tiene su fuente en la definición del Libro V de Los Elementos. En caso de que existan enteros m y n para los cuales se tengan igualdades $mc = nd$ y $ma = nb$, entonces $c : d = a : b$, razón que es expresable de manera precisa mediante el número racional $\frac{m}{n}$. En esta situación las magnitudes a y b son n conmensurables, así como las magnitudes c y d . Puede suceder sin embargo que no existen enteros m y n que satisfagan la igualdad. En tal caso, las magnitudes a y b son inconmensurables y su razón no es expresable con tal precisión mediante ningún número racional (p. 62).

El mismo autor del párrafo anterior menciona en su investigación que hasta finales del siglo XV se mantuvo la dificultad para entender lo continuo (magnitud)-discreto (número), luego con los trabajos de Simon Stevin, (1548 - 1620) acerca del concepto de número, facilitaron algunas

aclaraciones sobre las contrariedades surgidas con los griegos por conceptos como número, unidad aritmética y unidad geométrica.

En el período comprendido entre los años 1790 y 1840 en Francia, se dio otro gran momento para el proceso de fijación de las magnitudes y sus medidas desde el contexto social, entendida para la medida y su relación con el número. En este período, los feudos eran los que imponían su propia medida, bajo unas reglas poco claras y un tanto arbitrarias; teniendo como base dos medidas: una para comprar y otra para vender, una para cobrar la renta y otra para pagarla. Así lo describe Kula (1980 como se cita en Gutiérrez y Vanegas, 2005)

el parlamento de París en 1710, decide que la renta de las tierras debe seguir siendo pagada en la medida por la que fue creada, y por tal motivo debe haber dos medidas, una para el deudor y otra para el acreedor. (p.303)

Por otra parte, Luis XIV eligió la longitud de su pie como unidad patrón, Jorge III de Inglaterra eligió hacia 1770 como unidad de volumen patrón la capacidad de su orinal (Galón Imperial), enviando como patrón secundario a las colonias americanas el orinal de su mujer (Galón USA); anecdóticamente, las colonias americanas declararon su independencia en 1776, además en 1811 Jorge III fue apartado del trono por enajenación mental. Luego con el clamor de la revolución francesa de 1789, las personas pedían "que no haya más que una sola ley, una sola medida y una sola pesa", donde el Decreto Imperial de 1812 impuso como obligatorio sin derecho a cuestionar para toda Francia el Sistema Métrico Decimal, "pues era el fruto de la labor de los academicistas, pero que nadie entendía; aumentando el caos ya descrito, pues las antiguas medidas eran mantenidas como recurso ante la incomprensión de las nuevas" (Gutiérrez y Vanegas, 2005, p. 65).

Ante tales hechos Kula (1980) (como se cita en Gutiérrez y Vanegas, 2005, pp. 65-66) agrega que para este hecho:

se trató de ilustrar a los ciudadanos pobres por todos los medios posibles. En los lugares más populosos de París el metro estaba expuesto públicamente a fin de solucionar las discrepancias. Las escuelas debían enseñar el sistema métrico (nota del 11 de sept. De 1792). Se fomentaba la redacción de manuales sobre el tema que eran luego revisados. En París y en otras ciudades se organizaban cursos públicos de enseñanza del sistema métrico.

Sin embargo, Martínez (1995) menciona en su trabajo de magnitudes, unidades y medida que al parecer no eran grandes los resultados de tal enseñanza, ya que ésta no era fácil sabiendo que de cierta manera era muy significativo, pero no necesario que las unidades sean universales de tal forma que el valor puede ser independiente de la posible variación de otras magnitudes externas (el tiempo). Así pues, se elige el día como una unidad de tiempo donde la duración del día fuese la misma hoy que ayer o mañana, y a la vez la misma en Italia que en Estados Unidos, por tanto, si se toma el conjunto día-noche, este sistema es lo más aproximado para las actividades de la humanidad.

También se encontró el inconveniente de elegir una unidad de medida de longitud, ya que no aparecen valores tan universales como el día; la longitud del brazo humano adulto no varía mucho entre individuos de una a otra generación o de un país a otro, mucho menos que la longitud de un paso, pero también la incertidumbre resultaba inaceptable en el antiguo Egipto que se tuvo que poner orden estableciendo que el estándar era el codo del faraón (en realidad de una estatua, por razones obvias). Si se eligiese como unidad de medida de temperaturas la temperatura del cuerpo humano, convendría que ésta no variase de un sujeto a otro, ni con la edad, ni con el tiempo. Cuanto más universales son las unidades, más sencillas son las relaciones entre ellas en los

modelos matemáticos que describen el comportamiento observado de la naturaleza como por ejemplo las llamadas "Leyes de la Física" (Martinez, 1995).

Pero el problema radicaba en el sistema decimal y en la nomenclatura, Kula (1980) en su libro *Las medidas y los hombres* menciona que

la nomenclatura no sólo era difícil para la población por romper con las viejas tradiciones o por ser muy nueva. Era engorrosa por estar compuesta de elementos ajenos al idioma francés y susceptible de provocar equívocos. La pequeña diferencia fonética entre deci y deca significaba diferencias de magnitudes nada pequeñas. Los prefijos centi, hecto, Kilo, se enredaban en las mentes humanas. Los creadores del sistema estaban inmensamente orgullosos de estas denominaciones (comisión de medidas y pesas creada en 1794.), llamadas metódicas; el método no se identificaba con la sencillez. Los sistemas tradicionales de medición solían ser funcionales, significaban una cierta realidad social relacionada con el hombre, con su trabajo y con los frutos de ese trabajo. (p. 410)

Años después se dieron dos momentos diferentes, bajo dos conceptos diferentes relacionados con las magnitudes y sus medidas que dan cuenta de la dificultad natural del proceso para mantener una relación entre el reino de las magnitudes y sus medidas con lo numérico; esto en pocas palabras fue lo que se llamó el proceso de "capturar lo continuo con lo discreto" (MEN, 1998).

A modo general Bishop (1999) menciona que a pesar de lo transcurrido en la historia se logra notar que el fenómeno cultural llamado matemáticas es el que permite comprender mejor las raíces del pensamiento matemático, que se pueden ver similitudes matemáticas entre la nueva generación y los antiguos, pudiéndose admitir la posibilidad de que todas las culturas participan en actividades matemáticas, siendo para Bishop contar y medir las más importantes. También, está

en la estructura espacial las actividades de localizar y diseñar que trata de las conceptualizaciones de objetos y artefactos que conduce a la idea fundamental de forma; sin dejar de lado las actividades de jugar y explicar que están orientadas a la relación de unos con otros, vinculándonos como individuos con nuestro entorno social. Bishop (1999) menciona que todas estas actividades "son importantes para el desarrollo de las ideas matemáticas en cualquier cultura. Además, todas implican unos tipos especiales de lenguaje y de representaciones. Todas ayudan a desarrollar la *tecnología simbólica* que llamamos matemáticas" (pp. 42-43).

Contar es la actividad que más sugiere un desarrollo matemático y la cual es la mejor investigada en la literatura cultural, pues sin duda,

contar y asociar objetos con números tiene una historia muy larga y bien documentada, ya que los estudios antropológicos y culturales más recientes nos hacen tomar conciencia de algunos aspectos diferenciales particulares que tienen importancia para la enseñanza de las matemáticas en todos los países. (Bishop, 1999, p.43)

Además, a medida que el desarrollo de sistema de número ha ido creciendo, los métodos de simbolizar y documentar números han tenido que ser cada vez más sofisticados, ya que los números en diferentes sociedades se pueden anotar de diferentes maneras, por ejemplo mediante muescas, trazos de tiza, jeroglíficos, quemaduras de madera, abaco, cuentas y haciendo nudos en cordeles. Así la actividad de contar implica muchos aspectos con minimas variaciones en las formas de representación y los tipos de lenguaje; estos son empleados para comunicar los productos y van de la mano con las necesidades relacionadas en el entorno, además que esta sujeta a diferentes presiones sociales.

El término localizar para Bishop (1999) significaba una actividad indudable, que al principio de la búsqueda de universales era necesario demostrar lo importante del entorno espacial

para el desarrollo de las ideas matemáticas; dado que era de gran ayuda conocer bien el propio terreno por la necesidad de buscar alimento. No obstante es necesario comprender cómo influyen los aspectos reales del entorno espacial en el lenguaje y la representación de localizar, al igual que influye la necesidad societal de coherencia y precisión; pues los mapas son un ejemplo del modelo a escala del entorno y además con los datos antropológicos y culturales nos dejan ver que las representaciones simbólicas del entorno espacial están especializadas culturalmente. Con estas medidas podemos notar que hay distintas maneras de describir y representar localizaciones, pero mediante las similitudes entre el lenguaje y los mapas se puede ver las raíces de muchas de las ideas geométricas

no es por accidente que, *sobre el papel*, el norte esté arriba, que “horizontal” significa a lo largo de la página y “vertical” significa de arriba abajo, o que utilicemos sistemas axiales de dos y tres dimensiones y que gran parte de las imágenes y el lenguaje informal de la geometría se basen en recorridos y localizaciones en espacios a gran escala, por ejemplo “girar 90 grados”, “una línea entre dos puntos”, “la altura de un triángulo”, “rotación sobre un punto”, “reflexión en un plano” y muchas más, es por esto que las ideas geométricas familiares se han desarrollado y continúan en desarrollo, a partir de la actividad universal de localizar. (Bishop, 1999, p.p 54-55)

Por último, la tercera actividad universal más importante es medir, que para Bishop (1999) significa que “se ocupa de comparar, ordenar y cuantificar cualidades que tienen valor e importancia” (p. 55). Normalmente, el entorno local inmediato es el que proporciona las cualidades que se han de medir junto con las unidades de medida, ya que por ejemplo el cuerpo humano fue probablemente el primer dispositivo para medir que se empleó en todas las culturas y con él se adoptó el ana (la anchura de 6 manos o 24 dedos), el codo, el dedo, el pie, el palmo, el paso y la

braza (distancia entre los extremos de dos brazos extendidos), todas estas son medidas prácticas de longitud, que son adoptadas en la mayoría de las sociedades. Sin embargo, otra forma es cuando las personas miden por medio de una imagen mental o “a ojo”, siendo esta última

una técnica no verbal que se emplea en todo el mundo para poner objetos en orden, pero a medida que una cualidad crece en importancia y aumenta el número de objetos, el lenguaje desarrolla tanto palabras para los números ordinales (primero, segundo, tercero, etc) como la “objetivación” de la cualidad (de “pesado” a “más pesado” o a “peso”). Los términos “adjetivos” preceden a los sustantivos. En cuanto al desarrollo de unidades y sistemas de unidades, existe una clara progresión donde la idea principal es que cuanto más fuerte sea la necesidad ambiental y social, más detallada, sistemática y precisa será la medición. (Bishop, 1999, p. 57)

En general, antes de desarrollar unidades de medición existen cualidades mediante algún método comparativo y ordenado, asociando la medición con “más que” y “menos que”, pues la necesidad de medir solo se plantea si se quiere comparar dos o más fenómenos; además que interviene la valoración de la precisión que no es estrictamente necesaria, pues su valor depende del propósito de la medición, ya que el peligro que esto tiene para la nueva generación, tiende a generalizar en exceso esta necesidad de medir con precisión. Actividades que son articuladas y de gran importancia para esta investigación, donde se tendrán en cuenta para la elaboración de las situaciones didácticas.

Teoría acerca del concepto en las magnitudes y sus medidas. Para plantear una estrategia metodológica es necesario conocer el desarrollo que tuvo el pensamiento métrico en estudiantes de básica secundaria, como también, elementos conceptuales donde se pueda reconocer además de la estructura matemática, los aspectos cognitivos que involucran su comprensión y construcción; de esta forma se indaga sobre los conceptos de magnitud, cantidad, medida y el sistema de unidad de medida.

Para Godino, Batanero y Roa (2002) es importante tener en cuenta las ideas de magnitud, cantidad y medida en diversos contextos de las prácticas y el lenguaje, pues estas cambian según el contexto institucional en el que se estudia y se usa la medida, a continuación, se mostraran diferentes definiciones según cada contexto.

- En la matemática informal, magnitud es el conjunto de objetos abstractos (cantidades) que son asignados de una cierta estructura algebraica y medida es un isomorfismo entre dicha estructura y un subconjunto de números reales.
- Para las ciencias humanas y sociales, la magnitud y cantidad tienen restricciones debido a que la magnitud es un uso extensivo del rasgo de tipo cualitativo (clase social, placer, etc), donde las cantidades son las distintas modalidades o valores que puede tomar el rasgo o característica del objeto o fenómeno en cuestión.
- En la vida cotidiana y en las ciencias experimentales las magnitudes se usan para referirse a propiedades o cualidades de los objetos o fenómenos que no pueden tomar diferentes valores numéricos.

“Magnitud es cualquier aspecto de las cosas que puede expresarse cuantitativamente, como la longitud, el peso, la velocidad o la luminosidad”; y

“Cantidad es el aspecto por el que se diferencian entre sí las porciones de la misma

cosa o los conjuntos de la misma clase de cosas, por el cual esas porciones o esos conjuntos se pueden medir o contar” (Diccionario de M. Moliner, 2007 como se cita en Godino, Batanero y Roa, 2002, p. 615).

Por otro lado, es de suma importancia que el profesor además de conocer estos usos en diferentes contextos deba saber cómo y por qué enseñarlos en los diferentes niveles educativos, o en otras palabras, es seleccionar las tareas que se proponen, revisar los papeles del profesor y de los alumnos, los patrones de interacción, los tipos de situaciones didácticas que se van a implementar y los instrumentos de evaluación que se van a usar.

A continuación, se muestran las ideas de Godino, Batanero y Roa (2002) respecto a la medida de magnitudes, a partir de dos problemáticas, la matemática y la didáctica. Para ellos *medir* es la “acción de asignar un código identificativo a las distintas modalidades o grados de una característica de un objeto o fenómeno perceptible, que puede variar de un objeto a otro, o ser coincidente en dos o más objetos” (p. 615). En esta descripción no solo se tiene en cuenta la medida como una característica cuantitativa y continua en el caso de longitud, peso, capacidad, etc., sino que también se considera el “asignar una categoría a rasgos cualitativos como el color de los ojos, la región de nacimiento, el grado de placer que ocasiona un estímulo, etc. Cada modalidad (o grado) es un valor de la variable que representa el rasgo correspondiente” (Godino, Batanero y Roa, 2002, p. 616).

En reiteradas ocasiones el nombre de magnitud que para los autores mencionados en el párrafo anterior son los “atributos o rasgos que varían de manera cuantitativa y continua (longitud, peso, densidad, etc.), o también de manera discreta (el número de personas)” para las cantidades “son los valores de dichas variables, de tal forma que medir una cantidad es determinar las veces

que esa cantidad contiene a la cantidad (o cantidades) que se toma como referencia (unidades de medida)” (Godino, Batanero y Roa, 2002, p. 616).

Es de aclarar que en la educación primaria, y también en la vida cotidiana, las magnitudes que se usan y estudian son cuantitativas o medibles mediante números; pero es importante tener en cuenta que otros rasgos de los fenómenos y objetos con los que se mantienen en relación, admiten también una codificación que refleja las ordenaciones y clasificaciones que se pueden hacer con ellos, ya que existen técnicas estadísticas que permiten encontrar la relación entre los valores de tales variables cualitativas y ordinales; pero también el término cantidad de magnitud es importante ya que con este se pueden distinguir los objetos particulares que poseen un rango (un valor concreto), de la clase de objetos que tienen igual cantidad como valor de dicho rango.

El término cantidad para Godino, Batanero y Roa (2002) “es el valor que toma la magnitud en un objeto particular” (p. 616). Pero para poder saber la cantidad, primero es necesario reconocer que la magnitud puede tener una escala de medida y unos diferentes tipos que se describirán a continuación:

- Escala nominal. Hay rasgos que permiten clasificar los objetos y fenómenos, pero dichos valores no se pueden ordenar. Los códigos asignados funcionan como etiquetas identificativas, pero no se puede operar algebraicamente con ellos.
- Escala ordinal. Las cantidades o valores se pueden ordenar de mayor a menor, pero no se pueden agregar.
- Magnitudes intensivas. Existen rasgos para los que tiene sentido agregar los objetos que los soportan, pero la cantidad del rasgo en el objeto agregado no es proporcionalmente aditiva.

- Magnitudes extensivas. En otros rasgos, como la longitud, el peso, el área, etc.; estas magnitudes se pueden describir como “proporcionalmente agregables”, y la escala de medida correspondiente se dice que es de razón.

En ocasiones puede suceder que al medir cantidades de magnitudes continuas se cometen errores por diferentes causas que pueden ser por el procedimiento o fallos de la persona que mide, entonces los valores que se obtienen son aproximados. Para Godino, Batanero y Roa (2002)

El error de una medida puede estar motivado por los errores sistemáticos del instrumento, que pueden ser por defectos de fabricación, variaciones de la presión, la temperatura o la humedad. Estos errores no pueden eliminarse totalmente y para que su valor sea lo más pequeño posible se realizan pruebas de control que consisten en cotejar las medidas con las de un objeto patrón. En el proceso de medir es importante estimar el error que se comete al tomar ese valor. La precisión de un instrumento de medida es la mínima variación de magnitud que se puede determinar sin error. Un instrumento será tanto más preciso cuanto mayor sea el número de cifras significativas que puedan obtenerse con él. (p. 619)

Así, entonces para estimar la medida de una cantidad, respecto al valor exacto, se debe repetir varias veces la medida, calcular el valor medio y los errores absolutos (diferencia entre el valor medio obtenido y el hallado en la medida); por último, es importante conocer que la Metrología, es la ciencia que tiene por objeto el estudio de las unidades y medidas de las magnitudes (Godino, Batanero y Roa, 2002).

Ahora, viendo las conexiones que Godino, Batanero y Roa, (2002) hacen entre distintas magnitudes: primero se encuentran las *magnitudes discretas* y *número natural* donde hay muchas situaciones prácticas en la que se interesan por una característica de las colecciones de objetos que se pueden designar como "la numerosidad", y donde se pueden encontrar diferentes técnicas de

contar, siendo la más eficaz, y generalmente usada, se puede llegar a llamar "cantinela numérica". Estas expresiones corresponden a cantidades de las magnitudes discretas "número de personas", "número de árboles" (o bien, la cantidad o numerosidad). Si se observa la diferencia entre las cantidades de estas magnitudes y las palabras o símbolos, 1, 2, 3, ... que sólo son instrumentos lingüísticos para contar. Con ellos se pueden realizar operaciones (suman, restan, multiplican, dividen que se comparan, obteniendo una estructura algebraica bien caracterizada), pero estas son de una naturaleza esencialmente diferentes a las que se pueden realizar con las cantidades de magnitudes discretas (agregar, componer, descomponer, entre otras), El mismo autor menciona que

hay un isomorfismo formal entre los números naturales, la suma, menor o igual y cualquier magnitud discreta, de manera que podemos decir que el conjunto de cantidades de cualquier magnitud discreta es un conjunto naturalmente ordenado. Pero esta identificación formal no debe llevar a considerar a los números naturales, la suma y menor o igual, como otra magnitud discreta. Los números naturales son el sistema de símbolos usados para medir las magnitudes discretas, pero ellos en sí mismos, no deberían ser considerados como una magnitud, a pesar de que tengan la misma estructura matemática (Godino, Batanero y Roa, 2002, p. 621).

Luego se encuentra *masa* y *peso* que desde el punto de vista físico son magnitudes diferentes; ya que la masa de un cuerpo es el contenido en materia de dicho cuerpo, mientras que el peso es la fuerza con que la Tierra atrae a un objeto. La diferencia que se logra establecer entre estas dos palabras es debido a que objetos de la misma masa tienen un peso diferente en la Luna que en la Tierra; de otra forma se puede ver que objetos de igual masa situados en un mismo lugar de la Tierra tienen el mismo peso, además, los instrumentos usados para medir masas en realidad

miden pesos. Ahora veamos *volumen* y *capacidad*, donde volumen se usa para designar la característica de todos los cuerpos de ocupar un espacio, esta es una magnitud extensiva, derivada, cuya unidad principal es el metro cúbico (m^3). Y la capacidad se usa para designar la cualidad de ciertos objetos (recipientes) de poder contener líquidos o materiales sueltos (arena, cereales, etc.).

en realidad, no se trata de una magnitud diferente del volumen: la capacidad de un recipiente coincide con el volumen del espacio interior delimitado por las paredes del recipiente, y viceversa, el volumen de un cuerpo coincide con la capacidad de un recipiente que envolviera completamente a dicho cuerpo. Cuando se habla de capacidades la unidad principal es el litro (l) que es el volumen de 1 dm^3 (Godino, Batanero y Roa, 2002, p. 622).

Por último, encontramos *área* y *superficie* que, fijándonos en los cuerpos o figuras geométricas, se puede encontrar una diferencia entre la forma que tienen (esférica, piramidal, rectangular, plana, alabeada, etc.) y la mayor o menor extensión que ocupan; vean que palabra superficie designa la forma del cuerpo o figura (superficie plana, alabeada, triangular), y el área designa la extensión de la superficie. El rasgo o característica de los cuerpos que se pueden medir cuantitativamente es el área o extensión.

Sistema de unidad de medida. Godino, Batanero y Roa (2002) en su trabajo mencionan que en la XI Conferencia General de Pesos y Medidas (París en 1960) se estableció un sistema universal, unificado y coherente de unidades de medida, basado en el sistema mks (metro-kilogramo-segundo), este sistema se conoce como SI (Sistema Internacional) de unidades; pero además en esta conferencia se definieron los patrones para seis unidades fundamentales y dos unidades complementarias. Luego en 1971 se añadió una séptima unidad fundamental, el mol (equivale a la masa de tantas unidades elementales, para átomos, moléculas, iones, electrones,

entre otros). A continuación, en la Tabla 1 se indican cuáles son las unidades fundamentales y complementarias.

Tabla 1

Magnitudes fundamentales y complementarias.

Magnitud	Nombre de la unidad básica	Símbolo
Longitud	Metro	m
Masa	Kilogramo	kg
Tiempo	Segundo	s
Intensidad de corriente eléctrica	Amperio	A
Temperatura termodinámica	Kelvin	K
Cantidad de sustancia	Mol	mol
Intensidad luminosa	Candela	cd

Magnitudes complementarias:

Ángulo plano	Radián	rad
Ángulo sólido	Estereoradián	sr

Nota. Fuente: Godino, Batanero y Roa (2002) Medida de magnitudes y su didáctica para maestros.

Luego de reconocer las magnitudes, ahora se puede analizar las cantidades de una magnitud que pueden ser medidas directamente usando los instrumentos de medida como “el metro, sus múltiplos y divisores para las longitudes; el kg, sus múltiplos y divisores para el peso” (Godino, Batanero y Roa, 2002, p. 623); con esta medición, de forma directa, se pueden repetir las unidades de medida la cantidad de veces que se desee hasta lograr cubrir la longitud que se quiere medir, consiguiendo equilibrar la balanza, o la precisión deseada. También se habla de medida indirecta cuando haya casos donde el objeto no pueda medirse directamente por su tamaño o forma, pero se pueda descomponer en varias partes donde la medida sea conocida, así se podrá determinar la medida del objeto mediante operaciones aritméticas.

Teorías acerca de la didáctica de la matemática

A partir de la didáctica de la matemática que tiene como objeto de estudio la relación entre los saberes, la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos propios de la matemática; se pudo trabajar en la investigación con el Constructivismo y la Teoría Gestalt, ya que brindan la suficiente pertinencia para que los estudiantes logren mostrar resultados satisfactorios en cuanto a su desempeño para los temas propuestos.

Constructivismo. En esta teoría se comparten varias ideas con respecto a las corrientes pedagógicas, pero entre ellas se pueden mencionar representantes como Piaget, Vigotsky, Ausubel, Bruner y la psicología cognitiva. Es importante destacar que los estudiantes a través de sus experiencias y socializándolas con las experiencias de otros, van logrando poco a poco construir un nuevo conocimiento, el docente se convierte en un guía, de tal forma que los estudiantes puedan indagar y buscar la información que les sea pertinente.

De acuerdo con lo anterior, fue preciso utilizar el constructivismo en esta investigación, tomando aporte de Vigotsky a partir de la construcción social del conocimiento ya que se mantiene el rol activo del docente y en cuanto a las actividades mentales de los estudiantes se desarrollan de forma natural, por medio de la construcción de significados. Además, se tienen en cuenta los enfoques que dan otros representantes de esta teoría. En los aportes de Piaget, como principal impulsor del constructivismo, muestra su interés en el desarrollo cognitivo del individuo y Bruner, ve la experiencia como la oportunidad para desarrollar nuevas estructuras mentales. Cada uno de ellos tienen su enfoque y definición con respecto al concepto, pero dentro de todas las definiciones encontradas, Mario Carretero, menciona que en el constructivismo

El individuo (en los aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos) no es un único producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones

internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos dos factores. En consecuencia, según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano. ¿Con qué instrumentos realiza la persona dicha construcción? Fundamentalmente con los esquemas que ya posee, es decir, con lo que ya construyó en su relación con el medio que le rodea. (Carretero, 2005, pp. 24-25).

En el constructivismo, como lo menciona el autor anteriormente, se encontró un supuesto fundamental donde los seres humanos construyen, por medio de las experiencias vividas su propio conocimiento y no solo reciben la información que es procesada para comprenderla y usarla de forma inmediata; es por esto que es necesario crear modelos mentales que se puedan cambiar, amplificar, reconstruir y acomodar a nuevas situaciones. Esta teoría del aprendizaje se basa en que los seres humanos construyen su propia concepción de la realidad y del mundo que los rodea. Cada una de las personas genera su propio conocimiento, sus propias reglas y modelos mentales con los que se dan sentido y significado a las experiencias y acciones. Por otra parte, el aprendizaje, es el proceso que ajusta nuestras estructuras mentales para poder hacer una interpretación y relación con el ambiente. Desde esta forma, el aprender se puede convertir en la búsqueda de sentidos con la construcción de significados, por tanto, es un proceso de construcción y generación, más no de memorizar y repetir la información.

Por último, para Maturana (1990, como se citó en Rosas y Balmaceda, 2008) el constructivismo está dado por la dualidad sujeto cognoscente-realidad externa independiente, es muy importante la persona que sirve como observador ya que puede interactuar de un organismo con su medio y además verifica una conducta adecuada que interpreta intencionalmente el medio,

de acuerdo con el conocimiento de su operatividad constructiva y con el medio al cual el estudiante pertenece.

También, se atribuyen conocimientos al sistema observado y por ende evalúa las acciones de este como indicio de operaciones cognitivas, ya que las considera como convenientes y adecuadas. También, como lo menciona Maturana y Pörksen (2010, como se citó en Durán, 2013) la preservación de la vida es, en este sentido, expresión del conocer, manifestación de una conducta adecuada en el dominio de la existencia. O de otra forma, vivir es conocer y conocer es vivir.

Maturana plantea que la educación es un proceso de transformación que surge de la convivencia con adultos, en el cual se persigue el logro de la autonomía y el desarrollo del ser humano; así mismo, advierte que quien quiera enseñar autonomía y reflexión no puede basarse en la coerción como método, sino que debe crear un espacio abierto para el pensar y el actuar en común. A su juicio, en la educación no debe haber coerción; cuando el profesor no sabe hacer sus clases entretenidas y participativas, es ahí cuando se hace necesaria la coerción. Si un maestro se comporta respetuosamente, no atemoriza a sus alumnos, invita a la cooperación y reflexión, en eso se manifiesta una forma especial de interacción.

Así, entonces Maturana (1990, p. 208, como se citó en Durán, 2013) asegura que la educación puede estar basada en una práctica amorosa del proceso enseñanza y aprendizaje, entendiendo el amor como el afecto por el cual se respeta la integridad del otro, contribuyendo a su crecimiento y felicidad, en la construcción y práctica constante de la convivencia, del respeto mutuo, de la colaboración reflexiva, crítica y creativa de la capacidad continua para vivir en comunidad, en la escucha constante y en el buen uso de la inteligencia. Él menciona que el alumno, más que aprender del profesor, aprende al profesor; este debe saber guiar al alumno para la formación que se pretende lograr en él, “todos los seres humanos son inteligentes, poseen una

inteligencia elemental que debe ser valorada, y sus modos de pensar obedecen a los dominios de experiencia en los que operan y se desarrollan” (Maturana y Pörksen, 2008, pp. 60-75, citado en Durán, 2013).

Unidad de análisis. En el constructivismo es necesario tener presente la unidad de análisis que para Coll, C.; Martín, E.; Mauri, T.; Miras, M.; Onrubia, J.; Solé, I.; Zabala, A. (2007) se define como

el conjunto ordenado de actividades y estructuras articuladas para un objetivo educativo en relación a un contenido concreto. Estas unidades están constituidas por un proceso de enseñanza/aprendizaje, el cual comporta la necesidad de identificar los principales componentes de ésta: el contenido de aprendizaje y el correspondiente objetivo educativo, el papel que otorga al profesor y al alumno, los materiales curriculares y el uso que se les ha de dar, y los medios, momentos y criterios para la evaluación. (p. 147)

Lo más importante de una unidad de análisis, es el sentido total de la secuencia y el lugar que ocupa cada actividad, cómo se articula y se estructura en esta secuencia; ya que será un modelo para el desarrollo de las secuencias diácticas en esta investigación según las especificaciones que se encuentran más adelante. Se opta por esta enseñanza donde su función va más allá de los saberes culturalmente organizados, pues abarca no solo la formación de algunas capacidades cognoscitivas, sino que también las unidades de análisis alcanza el mayor desarrollo de la persona en todas sus capacidades, lo cual implica que “las estrategias de enseñanza, los tipos de agrupamientos y el mismo papel del profesorado, así como la organización de los contenidos, posean unas características que posibiliten este desarrollo global” (Coll et al. (2007), p. 149).

A continuación se describirán cada uno de los momentos que son necesarios para el desarrollo de las situaciones didácticas utilizando el modelo constructivista de Coll et al. (2007):

- Interacciones educativas. Papel del profesor y del alumno: el profesor puede utilizar diversas formas en la estructuración de las interacciones educativas con sus alumnos, sirviendo de mediador entre el alumno y la cultura, puede intervenir o dirigir cuando sea necesario, además de realizar un seguimiento e intervención en diferentes momentos. En el constructivismo, es adecuado pensar en una organización de interacciones a distinto nivel en cuanto a la relación grupo o clase; con ocasiones de una exposición, en relación a grupos de trabajo, si la tarea lo requiere o lo permite. También, las interacciones individuales, que permiten ayudar a los alumnos de forma más específica. Por parte del alumno, debe promover la actividad mental autoestructurante, en todo caso que posibilite el establecimiento de relaciones, la generalización, la descontextualización y la actuación autónoma, es decir ver como el alumno está comprendiendo por medio de acciones y el porqué lo hace, tomando conciencia del proceso a seguir. Esto en todo caso permite reconocer sus dificultades, no obstante se puede experimentar lo aprendido, motivándolo sin duda a continuar con sus esfuerzos. (p. 151)
- Organización de los contenidos: los contenidos pueden estructurarse y relacionarse de diferentes maneras; las actividades más desarrolladas en el aula, establecen distintos grados de relación entre los contenidos de aprendizaje aportando a las distintas materias, asignaturas o disciplinas; esto significa que el objeto de estudio puede ser un contenido específico. En la tradición escolar se organizan las materias de enseñanza en grupos que tienen una coherencia académica en cuanto a matemáticas, lengua, historia, geografía y otras. Es necesario que las actividades de enseñanza promuevan que los aprendizajes sean en lo posible más significativos y funcionales, que tengan sentido y muestren una actitud favorable al realizarlas, que puedan tener el mayor número de relaciones entre los distintos

contenidos que constituyen la estructura de conocimiento, que faciliten la comprensión y que la forma de organizar los contenidos muestre un *enfoque globalizador* (Zabala, 1989 citado en Coll et al., 2007).

- Organización social del aula o formas de agrupamiento: existen tres especificaciones para las distintas metodologías, por las cuales se puede formar agrupamientos y que Coll et al. (2007) mencionan como: “necesidades organizativas, necesidades de atender la diversidad del alumnado e importancia que las propuestas metodológicas atribuyen a los contenidos procedimentales y actitudinales” (p. 154). Además, que desde el siglo XVI el trabajo en grupos ha sido una forma de llamar la atención de los alumnos y el profesor solo actúa como si fuera uno de ellos, pero el discurso es unidimensional junto con la forma de enseñanza y aprendizaje que es un esquema que se lleva a cabo por medio de una “exposición, memorización de los expuestos, verbalización de lo memorizado mediante una prueba oral o escrita y sanción sobre el resultado” (p. 154). El gran grupo puede ser el mismo para todas las actividades, además si pertenecen al mismo grupo, los alumnos “planifican conjuntamente las actividades, exposiciones, distribuciones de tareas, explicaciones, presentación de modelos, debates, asambleas, etc.” (155), así que de esta forma se puede dar instrucciones o pasar información que no implique grandes dificultades en su procedimiento.
- Distribución del espacio y el tiempo: uno de los espacios que convendrían para el desarrollo de estas actividades son “los rincones, talleres, bibliotecas, laboratorios, huertos, imprenta o informática que cobran sentido como espacios fijos de la clase o del centro según la importancia que estos planteamientos metodológicos les otorguen como estructuradores del desarrollo de las actividades” (p. 156). Las características de los

espacios fijos y diferenciados en el aula se determinan según lo que deban realizar los estudiantes, esto será según la tarea impuesta que va de la mano con el aprendizaje de contenidos de carácter procedimental o la conceptualización de actividades de experimentación; actividades que tienen cierto grado de estructuración, tanto el tipo de materiales encontrado en este, como las tareas que se proponen, además los distintos grados de abordaje que permitan las ayudas individuales por parte del profesor o de otro alumno más experto.

- Materiales curriculares: estos pueden ser un recurso necesario y facilitador del aprendizaje si intentamos articular en una visión de conjunto las estrategias más apropiadas para cada tipo de contenido, la adaptación de las unidades a las necesidades específicas de cada marco educativo y las posibilidades de cada medio de comunicación, podrá establecer las características y el uso de los diversos materiales curriculares. (Coll et al., 2007, p. 158)

Para los autores citado anteriormente, con las estrategias de aprendizaje, se puede analizar cada tipo de contenido, que lleva a la determinación de unas secuencias de actividades que son sustancialmente distintas según los contenidos que se trabajan, tanto en su desarrollo como en el tiempo que ocupa su aprendizaje (p. 158); además los materiales curriculares que se utilicen deben estar adecuados a esas características y necesidades específicas de cada contexto educativo y por consiguiente a las características individuales de los alumnos.

- La evaluación: se entiende, según Coll et al. (2007), “como el sistemático conocimiento de cómo los alumnos están aprendiendo a lo largo de una secuencia de enseñanza aprendizaje que está estrechamente relacionada con la metodología que éste emplea” (p. 159). El conocimiento del cómo se aprende centrándose en la concepción constructivista del

aprendizaje, como lo menciona el autor anteriormente explica, que todo proceso evaluador debe estar compuesto por una evaluación inicial, otra reguladora o formativa y una evaluación final y sumativa.

Es importante conocer el grado de aprendizaje que tienen los alumnos para de esa forma intervenir de una forma adecuada, e ir adaptando las actividades y las ayudas según éstas se desarrollen a lo largo del proceso de enseñanza y así se podrá saber que tanto conocimiento adquirió el alumno al finalizar la unidad didáctica, “por esta razón es necesario documentarse de recursos sistemáticos al principio, a lo largo y al final de cualquier unidad didáctica” (Coll et al., 2007, p. 159).

Teoría Gestalt. En el pasado se reconocía a la Gestalt (origen Alemán) por sus técnicas, pero hoy en día es un enfoque práctico hacia la sicoterapia basado en una visión orgánica y holística de la persona y sus procesos (relación con el pensamiento holístico y la teoría de campos) (Latner, 1994).

Bolán, Junquet, Pais y Puyó (sf) en su trabajo definieron a la Gestalt de una forma más sencilla, ya que se ocupa de estudiar la percepción visual para tratar de comprender la actitud y la conducta de los seres humanos ante las imágenes que se encuentran alrededor. La mente se encarga de configurar los elementos que son recibidos por canales sensoriales o de la memoria. A continuación se definirán tres niveles dentro de la teoría que son:

- Objeto real. El que corresponde con la realidad que se ve.
- Estimulo visual. Es la imagen retiniana.
- Experiencia perceptiva. Tiene lugar en el cerebro, es donde se organizan los estímulos y se produce el reconocimiento de las formas.

Latner (1994) en su libro menciona que los gestaltistas contribuyeron más al estudio de la percepción que a otras áreas de la psicología, para ellos el término alemán Gestalt equivale a 'forma' o 'figura', aunque su intención significativa quizá se traduzca mejor por 'configuración'; con esta teoría realizaron importantes adelantos en educación, aprendizaje, pensamiento y psicología social. En la Gestalt existen unos fenómenos perceptuales que contribuyen para poder explicar mejor su teoría, como son: la agrupación, organización figura-fondo, marcos de referencia, bondad configuracional y movimiento aparente.

La formación de gestalts está principalmente en la percepción y la comprensión, se puede decir que la mente configura, a través de ciertas leyes, los elementos que llegan a ella a través de los canales sensoriales (percepción) o de la memoria (pensamiento, inteligencia y resolución de problemas); ambas preceden a cualquier análisis de las partes constituyentes de la gestalt. Principalmente lo que se ve al alrederor es un conjunto de todo, pero luego se difencia. Hay cualidades que, por observación y experimentación se ha comprobado que caracterizan a las gestalts. En la psicología gestalt clásica, estas cualidades en la forma incluyen la pregnancia (cualidad que poseen las figuras que pueden captarse a través del sentido de la vista) como: conclusión, buena continuación o buena forma, proximidad y semejanza; pero estas a su vez según Bolán, Junquet, Pais y Puyó (sf) se pueden agrupar bajo el término 'Leyes o principios de la percepción' o 'leyes de la Gestalt', que se describirán a continuación:

- Principio de simetría: propone que las imágenes simétricas se perciben como iguales, es decir, como un único elemento a la distancia, la imagen se ve como un todo único, pero observando en detalles se identifica el principio.
- Ley de pregnancia: existen figuras que tienden a producir un mayor impacto visual, es decir, se identifican primero y a simple vista.

- Principio de continuidad: se establece cuando los elementos mantienen un patrón, se tiende a percibirlos continuos, aunque estén interrumpidos.
- Ley de la proximidad: los elementos que están más cercanos se percibirán como un objeto coherente; la mente tiende a agrupar parcial o secuencialmente los elementos, basándose en la distancia.
- Ley de la semejanza: los elementos que son vistos como similares se percibirán como parte de la misma forma; nuestra mente agrupa los elementos semejantes como un todo.
- Principio de relación entre figura y fondo: un objeto no puede establecer una imagen al mismo tiempo como figura y como fondo.
- Ley de la conclusión o cierre: la Gestalt debe tener la cualidad de estar completa de no ser así esta buscará cerrarse; en este principio, se puede ver como las líneas paralelas pueden encerrar objetos produciendo un solo objeto a simple vista.
- Principio de dirección común: los elementos que se ubican en la misma dirección suelen formar una imagen.

La relación figura/fondo, es la diferenciación y focalización de la atención de una parte del ambiente en un lugar de centralidad e importancia para el organismo, sin que se pierda el contacto de este organismo con el resto del medio. “Una Gestalt es lo que resulta de interés para el organismo y que necesita de su autorregulación, es la creación de figuras que el organismo aprecia en el proceso de satisfacción de sus necesidades” (Latner, 1994, p. 36).

La figura trata de mantener su constancia, el todo organizado como una figura siempre será o llegará a ser tan regular, simétrico, simple y estable como lo permitan las condiciones prevalentes; ésta es la ley de *prägnanz*. Por otra parte, una figura incompleta o abierta tiende a cerrarse o completarse, este fenómeno opera en el pensamiento y en el aprendizaje. “Un problema

no resuelto o una tarea específica no aprendida es una Gestalt incompleta que origina tensión. Al resolver el problema, se efectúa el cierre y se descarga la tensión” (Castanedo, 1997, p. 45-46). El cierre gestáltico se refiere a la tendencia inherente al ser humano de completar percepciones incompletas o confusas (Ley de la prágnanz, por ejemplo, una letra hecha de puntos tiende a percibirse como si los puntos formaran una línea continua citado en Castanedo, 1997) plantea que el cierre se rige por el principio de que el individuo lucha activamente para completar la percepción o acción y no está satisfecho hasta conseguirlo, es un proceso de equilibrio y una figura incompleta es una situación inconclusa.

Resumiendo lo planteado anteriormente, con la teoría constructivista y Gestalt se dará uso en cada una de las situaciones didácticas, ya que en cada una se realizará el proceso de participación del maestro, momento grupal e individual, puesta en común e institucionalización; además las actividades se relacionarán con algunas de las leyes de la Gestalt.

Pensamiento métrico y los procesos de la actividad matemática

En el diario vivir de las matemáticas intuitivamente se logran encontrar los lineamientos curriculares que lo conforman tres grandes líneas como son los procesos generales que tienen que ver con el aprendizaje, que de otra forma se encuentran como el razonamiento, el planteamiento y la resolución de problemas, la comunicación, la modelación, la elaboración, la comparación y la ejercitación de procedimientos. Los conocimientos básicos que son los mismos procesos que se desarrollan específicamente en el pensamiento matemático junto con los sistemas propios de las Matemáticas, en cuanto al pensamiento numérico y los sistemas numéricos, el pensamiento espacial y los sistemas geométricos, el pensamiento métrico y los sistemas de medidas, el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos. Las situaciones del contexto relacionadas con los ambientes que rodean

al estudiante bien sea dentro o fuera del colegio, dándole sentido a las Matemáticas que aprende, a través de las situaciones problemáticas que se le presentan de la misma área, de la vida diaria o de otras ciencias (Gallo y otros, 2006).

El pensamiento métrico y los sistemas de medidas. En Colombia el sistema educativo, a diferencia de otros países, funciona a partir de un currículo unificado para todo el territorio nacional, que fue definido por el MEN en el marco de las políticas de renovación curricular de los años 80, y que para el área de matemáticas la propuesta contempla tanto las diferentes tendencias y concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas, como las corrientes pedagógicas y didácticas que para ese momento eran conocidas por la comunidad de investigadores en Educación Matemática. Esta propuesta se consolida en un documento denominado Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN, 1998), que describe los conocimientos básicos que todo estudiante en Colombia debe desarrollar para desenvolverse tanto en el ámbito escolar como en la vida cotidiana, mediante el desarrollo del pensamiento matemático.

Para lograr que los estudiantes del país sean matemáticamente competentes, los Lineamientos Curriculares en Matemáticas plantean una perspectiva tanto pedagógica, como una serie de consejos didácticos. La perspectiva pedagógica de los Lineamientos se basa en el desarrollo de un *enfoque de sistemas*, en el cual se considera la interrelación entre los diferentes conocimientos básicos, los procesos generales de la actividad matemática y los contextos.

Los conocimientos básicos en matemáticas buscan desarrollar en el estudiante diferentes estructuras de pensamiento, así como la apropiación de los diferentes sistemas con los que se operan los objetos matemáticos. Los conocimientos básicos se han organizado mediante tipos de pensamiento y sistemas a saber: pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento

espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistema de medidas, pensamiento aleatorio y sistema de datos, y finalmente el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

El pensamiento métrico y sistemas de medidas promueve una interacción dinámica entre las acciones de medir en el entorno y los estudiantes. De tal forma que el estudiante pueda relacionar también las actividades diarias tales como las compras, los juegos, la cocina, entre otras, con las matemáticas que aprende en el contexto escolar y analice de estas actividades las cualidades que son medibles.

Es frecuente que al momento de abordar un tema los estudiantes pregunten para qué sirve éste, sin embargo, una de las ventajas para la enseñanza de los sistemas de medidas es la gran posibilidad de explorar variadas situaciones cercanas al contexto del estudiante para analizar las cualidades físicas y sus medidas. Sin embargo, como lo afirma Osborne (1976 como se cita en MEN, 1998):

en las escuelas actuales, gran parte de lo que se aprende sobre medición es de naturaleza puramente incidental. Los conceptos de medida aparecen en situaciones cuyo propósito es enseñar y aprender sobre el número. Se supone que la medida es intuitiva y está lo suficientemente poseída y comprendida por los alumnos como para servir de marco intuitivo en cuyo seno explicar las operaciones aritméticas. Tal presunción ha de ser puesta en tela de juicio. Además, la naturaleza de la forma en que los niños aprenden a medir y se valen de medidas en el contexto de esta transferencia exige cuidadosa atención. (p. 62)

Es de gran importancia que el estudiante pueda interactuar con el entorno para aprender los procesos de medir, pues se encuentran situaciones de utilidad y aplicación donde el docente puede

intervenir y enviar a los estudiantes a una exploración con el contexto extraescolar, que ellos mismos se den cuenta para qué les sirve este tema.

No es de extrañarse que en el contexto extraescolar los estudiantes tienen a la mano el mundo de las medidas y esto lo pueden comprobar con instrumentos refinados y complejos, pero como bien se dijo anteriormente, al estar todo al alcance de la mano, hace que se descuide la necesidad de construcción de la magnitud objeto de la medición y la comprensión y el desarrollo de procesos de medición. Otro aspecto descuidado son los marcos históricos, que le permitan al estudiante reconocer los grandes esfuerzos de las civilizaciones por tratar de llegar a la medida como una “noción de igualdad socialmente aceptada” al comparar el tamaño, la importancia, el valor, etc., en situaciones comerciales o de trueque (MEN, 1998).

Para que el estudiante comprenda los procesos de medición se debe iniciar básicamente con imágenes especiales donde pueda identificar si el objeto es más o menos que otro, mucho o poco, grande o pequeño preferiblemente con modelos geométricos, aún en el caso del tiempo. Es de aclarar que es importante referirse por separado a los sistemas geométricos, que pueden iniciarse con modelos cualitativos del espacio, y los sistemas métricos, que pueden llegar a cuantificar numéricamente las dimensiones o magnitudes que surgen de la construcción de modelos geométricos y en reacciones de los objetos externos a nuestras acciones.

Para acompañar a los estudiantes a desarrollar procesos y conceptos con el sistema métrico se propone la construcción de los conceptos de cada magnitud, la comprensión de los procesos de conservación de magnitudes, la estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de “capturar lo continuo con lo discreto”, la apreciación del rango de las magnitudes y la selección de unidades, la selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos, la diferencia entre la unidad y el patrón de medición, la asignación numérica y el trasfondo social de la medición.

Es de anotar que antes de la selección de la unidad y la ejecución del proceso particular de asignación numérica, los objetos o procesos ya vistos selectivamente desde el punto de vista de la magnitud, así sea sólo a escala ordinal, pueden considerarse como instancias concretas de la magnitud respectiva. Así entonces, “con respecto al desarrollo de unidades sistemas de unidades se da de nuevo una progresión clara, cuyo sentido principal es que entre más fuerte es la necesidad ambiental y social, más exacta es la medición” (Bishop, 2005, p.49).

Los *procesos generales de la actividad matemática* son competencias transversales a los conocimientos básicos y desarrollan habilidades de pensamiento matemático. Los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN, 1998) plantean cinco procesos generales, a saber: resolución y planteamiento de problemas, razonamiento, comunicación, modelación, y finalmente, la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.

La resolución y el planteamiento de problemas son un elemento de gran importancia para las matemáticas, pues se cree que la resolución de problemas debe ser un eje central y abarcarlo en su totalidad para el currículo de las matemáticas, ya que hace parte integral de la actividad diaria siendo un objetivo primario en la enseñanza matemática, y abarcando un contexto en el cual los conceptos y herramientas sean aprendidos (Chaparro, Ávila y Caro, 2017). Cuando los estudiantes van resolviendo problemas paso a paso y con cada una de las temáticas, van ganando confianza en el uso de las matemáticas, pues van adquiriendo una mente perseverante y abierta, aumentan su capacidad de comunicación matemática y pueden desarrollar procesos de pensamiento de más alto nivel.

En todo trabajo matemático de los estudiantes es conveniente que el razonamiento matemático esté presente ya que puede dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones. Al razonar, el estudiante justifica las estrategias y los

procedimientos que pone en acción en el tratamiento de problemas, también estimula la necesidad de formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones, buscar contraejemplos, usar hechos conocidos, encontrar patrones y expresarlos matemáticamente, proponer y usar argumentos propios para expresar ideas, es decir razonar pone en acción la capacidad de pensar.

En el aula de clases se puede evidenciar la habilidad para expresar ideas matemáticas y la interacción que tienen entre los estudiantes, pero que por motivos o limitantes de tiempo no se le presta tanta importancia y se cree que esto les compete a otros docentes de otras áreas (Pachón, Parada y Chaparro, 2016). En diversos estudios se ha identificado que la comunicación es un proceso importante para poder aprender matemáticas y para resolver problemas ya que

ayuda a los niños a construir los vínculos entre sus nociones informales e intuitivas y el lenguaje abstracto y simbólico de las matemáticas; cumple también una función clave como ayuda para que los alumnos tracen importantes conexiones entre las representaciones físicas, pictóricas, gráficas, simbólicas, verbales y mentales de las ideas matemáticas. Cuando los niños ven que una representación, como puede serlo una ecuación, es capaz de describir muchas situaciones distintas, empiezan a comprender la potencia de las matemáticas; cuando se dan cuenta de que hay formas de representar un problema que son más útiles que otras, empiezan a comprender la flexibilidad y la utilidad de las matemáticas (NCTM, 1989 como se cita en MEN, 1998, p. 95).

Usualmente, cuando se habla de las actividades matemáticas en el colegio se puede destacar que el estudiante aprende matemáticas trabajando en ellas, pero esto va de la mano con la resolución de problemas en el contexto extraescolar, ya que esta tiene una gran conexión con las

aplicaciones y la modelación que es la forma de describir la relación que hay entre el mundo real y las matemáticas.

El matemático holandés Hans Freudenthal (1905-1990), destaca algunos elementos básicos de la construcción de modelos, ya que se habla que el punto de partida de la modelación es una situación problemática real donde esta situación debe ser simplificada, idealizada, estructurada, sujeta a condiciones y suposiciones, y debe precisarse más, de acuerdo con los intereses del que resuelve el problema. Con lo descrito anteriormente se puede conducir a una formulación del problema siempre y cuando se pueda manejar en el aula de clases. Treffers y Goffree (1985) describen la modelación como “una actividad estructurante y organizadora, mediante la cual el conocimiento y las habilidades adquiridas se utilizan para descubrir regularidades, relaciones y estructuras desconocidas” (MEN, 1998, p. 98).

En el currículo de matemáticas es de gran importancia el aprendizaje de procedimientos o la forma de saber hacer, ya que facilitan la aplicabilidad de las matemáticas en la vida cotidiana, en general se entienden los procedimientos como métodos de cálculo o algoritmos (conjunto de pasos específicos que dan un resultado preciso) (Chaparro y Leguizamón, 2015). No solo es el hecho que el estudiante razone, se comunique matemáticamente y elabore modelos de los sistemas complejos de la realidad, sino que llegue a realizar cálculos correctamente, siga instrucciones, utilice de manera adecuada la calculadora para efectuar operaciones, mida correctamente longitudes, áreas, volúmenes, etc. y pueda ejecutar tareas matemáticas.

Muchas veces vemos en el entorno social lo indispensable de realizar cálculos o ejercitarlos, más cuando hay por medio una profesión que depende de esto, pues la persona no puede fallar en lo más mínimo del procedimiento ya que si no se lleva a cabalidad puede que el resultado no sea tan favorable. Por ejemplo, si un odontólogo va a colorar una calza debe saber a

qué distancia la coloca, ni un centímetro más o menos porque de lo contrario no obtendrá el éxito esperado, y así sucede con muchas más cosas.

El contexto extraescolar como mediación pedagógica

Inicialmente Valero (2002) define el contexto como aquello que “acompaña” a un “texto”, que en otras palabras es la serie de circunstancias que rodean un evento, pero en cuanto a la investigación en educación matemática este término en ocasiones se usa para acordar tal significado o como referencia general a un espacio y/o tiempo que se hace presente pero que no necesariamente se concibe como esencial o constitutivo de los fenómenos más localizados a los que el investigador presta atención. El contexto “está” y “es”, pero no necesariamente afecta lo que sucede en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. (p. 50)

Uno de los significados entre la conexión de “contexto” y “educación matemática” se refiere al contexto de un problema, pues las teorías constructivistas del aprendizaje resaltan la necesidad de atender a “aquello que acompaña” el aprendizaje cuando los estudiantes desarrollan una actividad matemática, ya que el contexto de un problema se puede referir al campo de nociones o a los procedimientos matemáticos en los cuales se ubica un problema, o viéndose de otra forma son las referencias que la formulación de un problema evoca en el estudiante.

La importancia de un problema en contexto, lleva a involucrar al estudiante en la construcción del conocimiento en forma activa, ya que necesita enfrentarse a problemas con un contexto que le permita una conexión con la matemática y la vida real para que pueda aumentar las posibilidades de que organice y asimile su pensamiento. Por otra parte, “la concepción del contexto implica, en la práctica, la necesidad de que el maestro sea consciente de la importancia de proveer estos contextos como parte esencial de las actividades que propone a sus estudiantes” (Valero, 2002, p. 51).

Además, el estudiante debe mantener una formación ciudadana con un contexto que incluya referencias “reales” que involucren hechos o problemas sociales; para Carraher, Carraher y Schlliemann (1991) el hecho de que un estudiante resuelva en la calle un problema con números usando sus propios métodos, pero estos compartidos por otros estudiantes y adultos, muestra que el fenómeno puede trabajarse desde diferentes ciencias, por ejemplo en matemáticas se ve el hecho de que el estudiante resuelve un problema, en psicología el estudiante razona y en educación se quiere saber cómo aprendió a resolver problemas de esa manera, de tal forma que “podemos separar las matemáticas de la psicología del pensamiento como ciencias, pero no podemos separarlas como fenómenos que acontecen en la práctica” (Carraher, Carraher y Schlliemann, 1991, p. 11).

Es un hecho que las matemáticas que desarrolla un estudiante no son independientes de su pensamiento por cuanto lo produce, pero puede llegar a ser congelado y volverse parte de una ciencia, ya que las matemáticas que se orientan en el colegio, se aprenden fuera y dentro de ella; los estudiantes además desarrollan estrategias propias, cuando por ejemplo, están trabajando como vendedores pues encuentran fácilmente cómo resolver problemas de aritmética (con las cuatro operaciones básicas). Pero dentro del contexto extra-escolar Carraher, Carraher y Schlliemann (1991) hablan sobre los estudios del desarrollo del razonamiento lógico-matemático en el contexto del trabajo, pues se tiene como fin no solo aclarar cómo es el desarrollo del conocimiento en contextos naturales, sino que también se puede determinar cómo ayuda la escolarización formal en este desarrollo.

En los estudios de Greenfield (1966); Luria (1976); Rogoff (1981); Scribner y Cole (1981); Sharp, Cole y Lave (1979); Stevenson, Parker, Wilson, Bonevaux y Gonzales (1978) (como se cita en Carraher, Carraher y Schlliemann, 1991) “se demuestra que los niños o adultos escolarizados

presentan un mejor desarrollo que individuos no escolarizados en varias tareas destinadas a evaluar el desarrollo cognitivo” (p. 74). Esto es debido a que los estudiantes escolarizados están viendo nuevos temas objeto de estudio el cual un espacio de aprendizaje en cada una de las asignaturas propuestas por la institución y puede que de cada una de estas se llegue a explotar el conocimiento; mientras que las personas no escolarizadas puedan aprender de forma empírica pero no abordan con precisión cada una de las asignaturas.

Es por esto que los últimos estudios realizados muestran que la influencia de la escolarización no siempre se da de la misma forma, pues en ciertas circunstancias, la contribución de la llamada educación informal puede llegar a ser más eficiente que la educación formal. Cuántas veces hemos visto que los abuelos que no llegaron a tener tanta posibilidad de estudio y que solo lograron hacer algunos grados de escolaridad, tuvieron que iniciar un trabajo con bases débiles ya que no tenían la suficiente preparación de estudios pero que hoy en día se desempeñaron muy bien en sus cargos laborales y que la vida los ha hecho expertos en los cálculos matemáticos en diferentes temas; mientras que los estudiantes que tienen todas las posibilidades de estudiar no saben aplicar los conocimientos básicos en las situaciones de la vida cotidiana. Un ejemplo de esto es la plaza de mercado, cuando la persona que es comerciante vende a sus clientes la papa por bultos, por medias, por cuartos o por libras, esta persona que no tiene suficiente escolaridad logra defenderse y las mismas circunstancias de la vida o la experiencia es la que le ha enseñado; cosa que de pronto no sabe un estudiante de grado séptimo al momento de ir a comprar una libra de papa a la plaza, esto es debido a que hace falta la contextualización en el aula de clase según la asignatura que corresponda para tener relaciones con situaciones de la vida cotidiana.

Marco Legal

Para el desarrollo de la investigación se tuvo en cuenta la protección de la información de los niños atendiendo a la Ley Estatutaria 1581 (2012) por la cual se dictan disposiciones generales para la protección de datos personales; Adicionalmente la Ley 115 de Febrero 8 (1994) que es la Ley de educación en la cual señala las normas generales para regular el Servicio Público de la Educación que cumple una función social acorde con las necesidades e intereses de las personas, de la familia y de la sociedad.

Capítulo III. Metodología

En este capítulo se describen los aspectos metodológicos que se asumieron en la investigación. Además, las actividades necesarias para cumplir los objetivos planteados en ésta, junto con los criterios metodológicos que dieron cuerpo y forma a la investigación, las unidades, categorías y subcategorías de análisis, así como las técnicas de recolección de la información.

Marco metodológico

La metodología utilizada para el desarrollo del estudio se describe a continuación, puntualizando en el enfoque utilizado y tipo de investigación, el contexto y las fases de la investigación.

Enfoque y tipo de investigación

Debido a que los problemas y fenómenos que enfrenta el ámbito educativo son cada vez más complejos y variados, se vio la necesidad de utilizar un enfoque mixto de investigación (Morse 1999, como se cita en Tashakkori y Teddlie, 2003), debido a que se enriquece de información obtenida de datos naturales tanto cuantitativo como cualitativo, los cuales se pueden triangular. Además, uno de los pioneros en los esfuerzos por integrar los métodos cualitativos y cuantitativos es sin duda John W. Creswel (como se cita en Campos Arenas, 2009) el cual presenta en su obra “los primeros intentos de conciliar y complementar los dos métodos, así como los primeros intentos de terminología apropiada y tres posibles modelos, a partir de los diseños, de dos fases, de método dominante- menos dominante y metodología mixta” (p. 38).

En el cual esta investigación se acoge a la metodología dominante- menos dominante, donde lo dominante esta en lo cualitativo, pues toma en cuenta varias perspectivas a partir del pensamiento métrico pero enfocados en los temas de magnitud, cantidad y medida; clarificando los resultados con las pruebas inicial y final que logran una perspectiva más amplia y profunda de

la situación a estudiar, adaptándose al objetivo planteado, ya que permite complementar las dos visiones tanto del paradigma cuantitativo como del cualitativo (Hernández, Fernández y Baptista, 2014); este enfoque muestra la introducción de una variedad de nuevos instrumentos metodológicos junto con herramientas de nuevas tecnologías que son de gran utilidad en el momento de trabajar en el ambiente escolar o extraescolar. Además, se trabaja de forma transversal con respecto a distintas ciencias y disciplinas como lo es en nuestro caso con física y con un poco de ciencias sociales.

Los datos cuantitativos se obtuvieron por medio de información documental institucional sobre el desempeño de los estudiantes en el área de matemáticas, a nivel general del colegio y en particular en la asignatura de geometría del grado séptimo en donde se identificó la problemática, de otra parte, los datos cualitativos se obtuvieron mediante la aplicación de una prueba diagnóstica que buscó analizar en un primer momento el desempeño de los estudiantes en los diferentes procesos en matemáticas y su relación con el pensamiento métrico, adicionalmente, también fue objeto de análisis el material documental producido por los estudiantes y los diarios de campo durante la implementación de las situaciones matemáticas relacionadas con los temas de magnitud, cantidad y medida. Para concluir se aplicó una prueba final que permitiría identificar en que aspectos se pudo mejorar según la aplicación hecha con las situaciones didácticas.

Fases de la investigación

Las fases de la investigación se describirán en cinco etapas: diseño metodológico, unidad de análisis, técnicas e instrumentos para la recolección de información, validación de instrumentos para la recolección de información y las estrategias para el análisis de datos.

Diseño metodológico

La investigación se diseñó en tres fases: diagnóstica, intervención y analítica, las cuales se correlacionan con los objetivos específicos planteados. La fase diagnóstica consistió en la aplicación de una prueba escrita en la que los estudiantes trabajaban situaciones matemáticas que implicaban el uso del pensamiento métrico y la aplicación de los procesos generales en matemáticas; con esta prueba se buscó determinar el estado actual del desarrollo del pensamiento métrico de los estudiantes de grado séptimo (Anexo 2), realizando un análisis cuantitativo; en la fase de intervención se buscó identificar la relación tanto de los procesos generales como el pensamiento métrico por medio de la aplicación de las situaciones didácticas, analizando a su vez la comprensión y desarrollo que los estudiantes realizaron sobre el concepto de magnitud en situaciones extra escolares, utilizando el método cualitativo; por último se examinaron los aspectos del pensamiento métrico que podían ser mejorados con la aplicación de las situaciones en el contexto extraescolar aludiendo al objetivo cuatro de la presente investigación.

Fase diagnóstica. Tuvo un alcance descriptivo, donde se buscó determinar el estado actual del desarrollo del pensamiento métrico de los estudiantes que participaron en el estudio; en esta fase se buscó responder a preguntas tales como: ¿cuál es la relación entre?, ¿cómo es?, ¿qué diferencias existen?, ¿cómo se comporta?, ¿cómo se clasifica?, es decir se utiliza como paso inicial; o de otra forma “un estudio descriptivo determina e informa los modos de ser de los objetos” (Gay, 1996 en Ñaupás, Mejía , Novoa y Villagómez, 2014, p.92). En consideración a lo descrito, se planteó realizar una prueba diagnóstica, donde se utilizaron situaciones a partir de los Lineamientos Curriculares que involucraron el pensamiento métrico, los procesos generales en matemáticas y situaciones del contexto escolar y extraescolar, esto con el fin de ver las debilidades y saber en qué profundizar al diseñar las situaciones didácticas a aplicar.

Para acompañar a los estudiantes a desarrollar procesos y conceptos con el sistema métrico se proponen los siguientes logros obtenidos de los Estándares Básicos de Competencias en Matemática (MEN, 2006, p. 47) que son los que están relacionados con cada uno de los puntos de la prueba diagnóstica:

- La construcción del concepto de magnitud: el concepto de magnitud empieza a construirse cuando se sabe que hay algo que es más o menos que otra cosa y se pregunta más qué o más de qué (la longitud, largo, ancho, espesor, altura, profundidad, etc.)
- La comprensión de los procesos de conservación de magnitudes: es la captación de aquello que permanece invariante a pesar de las alteraciones de tiempo y espacio (longitud, área, volumen, peso, tiempo, etc.)
- La estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de “capturar lo continuo con lo discreto”, están íntimamente relacionados con los conceptos de medida y conteo. Para avanzar en los procesos de medición es importante desarrollar la estimación aproximada de las longitudes/distancias, áreas, volúmenes/capacidades, duraciones, pesos/masas, amplitudes angulares, temperaturas, etc.; en los Lineamientos Curriculares, Bright (1976) define la estimación de magnitudes como “el proceso de llegar a una medida sin la ayuda de instrumentos de medición. Es un proceso mental, aunque frecuentemente hay aspectos visuales y manipulativos en él” (p. 382) siendo esta última definición uno de los puntos a trabajar en las situaciones matemáticas de la investigación.
- La apreciación del rango de las magnitudes y la selección de unidades, son habilidades poco desarrolladas en los niños y aún en las personas adultas debido al tratamiento descontextualizado que se le da a la medición dentro de las matemáticas escolares. Es necesario, antes de seleccionar una unidad o patrón de medida, hacer una estimación del

rango en que se halla una magnitud concreta. De la misma forma se encuentra el rango siendo una franja más amplia de orden de magnitud; es útil en los kilómetros, pero en distinto orden de magnitud: una distancia es del orden de los centenares, y la otra del orden de los miles de kilómetros. (p. 187)

- La selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos, en estas no es necesario seleccionar unidades en un proceso de medición. Éste puede terminar con la ubicación de la cantidad respectiva en un rango de magnitudes, y en la afirmación o negación de una comparación con una instancia conocida de la misma magnitud, no necesariamente con la unidad. Pero si se requiere refinar el resultado de la medición, es necesario seleccionar una unidad de medida apropiada para el rango ya determinado. Tiene que ser la cantidad o instancia de la magnitud que pueda identificarse lo suficientemente bien para poder utilizarla en combinación con un sistema numérico ya previamente construido.
- La diferencia entre la unidad y el patrón de medición. El patrón es más concreto, la unidad es más abstracta a pesar de que la unidad no tiene por qué estar ligada a un patrón determinado.
- La asignación numérica. Tiende a tener una inexactitud, pues la abstracción de la magnitud concreta y de la magnitud abstracta provienen de comparaciones, y la igualdad de magnitud, o equivalencia con respecto a la magnitud, es una relación derivada de la desigualdad o inequivalencia, precisamente cuando el orden falla si es de mayor a menor o viceversa. Y el fracaso de esa ordenación depende de la precisión del aparato o calibrador respectivo (así sea un órgano de nuestro cuerpo como el pulgar y el índice; de todas maneras, la última instancia de cualquier calibrador es un órgano de nuestro cuerpo, generalmente el ojo), y depende además de la habilidad en su utilización.

- El trasfondo social de la medición: es suficiente saber manejar las conversiones de unidades y las operaciones en unos cuantos contextos diferentes en donde uno domine el trasfondo social y tenga interés en obtener resultados correctos.

Fase de intervención. Esta fase fue pensada para desarrollar cuatro situaciones didácticas en el aula de clases que involucraron elementos del contexto escolar y extraescolar, relacionados con el pensamiento métrico y procesos generales en matemáticas; cada una de las sesiones de clase de las situaciones se desarrollaban de acuerdo a cinco momentos (participación del docente, momento individual y grupal, puesta en común e institucionalización, correlación, evaluación y planificación).

En la primera situación (S1-Anexo 5) era necesario hacer una profundización específicamente sobre el tema magnitud, cantidad y medida, junto con las unidades de medida, ya que este tema se trabaja en las siguientes situaciones didácticas y era de gran importancia ya que la prueba diagnóstica no había mostrado resultados tan satisfactorios con respecto a esto. De forma general se presentan diferentes objetos en los cuales hay que hacer una descripción, en lo posible completa, de cada uno de ellos. En otras situaciones se pide encontrar el patrón de media, esto con el ánimo de conocer para los estudiantes cuál es la diferenciación entre los conceptos de magnitud, cantidad y medida en contextos escolares y extraescolares a través de los procesos de la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos junto con la comunicación reiterando que son los procesos con más dificultad para los estudiantes. De forma específica, los estudiantes primero, debían hacer un reconocimiento de forma grupal sobre los conceptos claves (magnitud, cantidad y medida) y algunos instrumentos de medida y unidades que se usan para medir longitudes; también se les presentó una imagen de un automóvil donde se indicaban cantidades de varias magnitudes con sus unidades correspondientes y los estudiante debían saber agrupar los

conceptos claves con cada una de sus respuestas dadas, luego se dio paso al momento individual donde cada estudiantes con base a el último ejercicio debían describir la figura dada, por medio de la similitud donde también debían asociar los conceptos dados con su objeto.

La situación S2, S3 y S4 (Anexos 6,7,8), se describen en la Tabla 2 con más detalle debido a que cada una presenta una temática específica en cuanto a los conceptos de longitud, el área y el volumen respectivamente, pero todas relacionadas con los conceptos vistos en S1 (magnitud, cantidad y medida) junto con los procesos generales y las situaciones del contexto.

Tabla 2*Descripción de situaciones S2, S3, S4*

Categorías	S2 (Longitud)	S3 (Área)	S4 (volumen)
Aspectos de magnitud, medida y cantidad (C1, C2, C3).	De forma individual se debía realizar mediciones en cuanto al largo, al ancho, también a objetos como su puesto de trabajo; donde podían utilizar instrumentos de medida como el pie, la cuarta, el metro o un patrón estandarizado de una medida.	Se les prestaban ficha de diferentes formas y tamaños, además los estudiantes debían encontrar los perímetros y áreas de estas figuras.	Se debía elaborar una caja de forma cúbica (la medida igual para todos los estudiantes), ellos debían traer de su casa una pelota plástica pequeña y un recipiente de almacenamiento.
Procesos Generales (C7)	De forma individual debe hacer ejercitación (tomar medidas), comparaciones (las medidas tomadas) y elaboración (conclusiones de las medidas tomadas), además comunicar a sus compañeros las rutas más apropiadas para cada caso según la pregunta propuesta. Además, era necesario reconocer entre la aproximación y la estimación.	Con cada una de las fichas entregadas ellos tenían que colocarlas dentro de la figura hasta que quedara recubierta totalmente, comparando con otros compañeros las cantidades de figuras utilizadas entre ellos y elaborando la respuesta dada para los conceptos de longitud y área. Además, comunicando como encontrar el área de la fachada de su casa por medio de una estimación.	El estudiante probaba cuantas veces cabía la caja cúbica hecha anteriormente dentro de un casillero, luego debían comparar con los demás estudiantes su medida encontrada y elaborar una respuesta para cada pregunta planteada; además ellos tenían que realizar comparaciones en la arena con los diferentes recipientes de almacenamiento del grupo.
Situaciones de contexto escolar (C5)	Se debía tomar medida del largo y el ancho del salón donde toma clases con la unidad de medida que era el pie; con las cuartas y con el metro tomar la medida del largo del pupitre.	Con las diferentes figuras dadas, el estudiante puede hacer su medición viendo cuantas veces cabe cada ficha en su mesa del pupitre.	Elaborar una caja de forma cubica y ver cuántas veces la caja cabe dentro del casillero.
Contexto extra-escolar (C5)	Se presentaba primero de forma individual un mapa con un plano de la ciudad de Sogamoso, donde el estudiante	Con las mismas fichas dadas anteriormente, los estudiantes por grupos, pueden ver como rellenar el	Con los objetos que ellos traían, la pelota y la caja elaborada en clase los estudiantes

debía tomar rutas según la medida o patrón dado para llegar de un punto dado a otro.

Luego, los estudiantes de forma grupal debían tomar dediciones sobre una tubería que se colocaría entre estos dos puntos y con él la ruta más corta que entre ellos tuviesen, pues el problema demandaba la optimización del material en la tubería

Pero también dando uso a la aplicación de Earth buscar una ruta dada por el docente si se fuese en cicla y calcular cuántas vueltas daba la rueda.

croquis de la ciudad de Sogamoso con todas las figuras que ellos tienen.

debían contestar a una situación problema planteada en la guía de trabajo y además realizar comparaciones en la arenera de la institución, mostrando evidencias de la capacidad de los objetos.

Nota. Fuente: Elaboración propia, basada en la descripción de cada una de las acciones para las situaciones S2, S3 y S4

Fase analítica. Para esta fase la observación fue de gran importancia, ya que permitió plasmar todos los hechos, detalles, procesos e interacciones entre los estudiantes que participaron en este estudio, se examinaron paso a paso las situaciones aplicadas que configuraron la estrategia didáctica, desde el enfoque del constructivismo, involucrando aspectos de la Gestalt (figura fondo, similitud, entre otros) y la indagación de sus efectos en el aprendizaje de las matemáticas en contexto. En esta fase se contrastó la información por grupos de trabajo, seleccionados de forma aleatoria con las evidencias de los procesos de comprensión que presentaron los estudiantes hacia las concepciones, sobre los temas magnitud, cantidad y medida, no dejando de lado la relación con el pensamiento métrico y las categorías analíticas que se describirán con detalle más adelante.

Unidades de análisis

El estudio fue realizado en el Colegio Cooperativo Reyes Patria, el cual se encuentra ubicado en la ciudad de Sogamoso-Boyacá. Actualmente, la institución de carácter privado cuenta con mil doscientos cuarenta (1240) estudiantes, desde párvulos a undécimo grado, de los cuales cuatro cursos son de grado séptimo⁴ con ochenta estudiantes y corresponden a la población objetivo, pero la unidad de análisis fue el grado 7D (con 22 estudiantes) seleccionado de manera intencional, ya que una vez realizada la prueba diagnóstica fue el grupo que presentó mayores dificultades respecto a los demás grupos del mismo grado (7A, B y C) y se realizó pilotaje al momento de diseñar las situaciones y los instrumentos de recolección de información; adicionalmente, la investigación contempló consideraciones éticas frente a la participación de los estudiantes que conformaron la unidad de análisis, ya que aceptaron participar de manera voluntaria, luego de que la investigadora informara sobre los alcances y posibles riesgos a los que pudiesen ser expuestos, quienes expresaron su decisión de aceptar participar en esta investigación,

⁴ Estudiantes que hacen parte de un nivel de escolaridad nacional de educación básica y están en un rango etario de 12 a 13 años

permitiendo que fuese de forma voluntaria y contando con el permiso tanto de la Institución como de los acudientes de los estudiantes, de lo cual se tiene constancia en los consentimientos informado (Anexo 1)

Instrumentos y técnicas para la recolección de la información

Debido a la complementariedad de los métodos contemplados en la investigación, se consideraron varios métodos y técnicas de recolección de información, que de acuerdo con Hernández, Fernández y Baptista (2014)

la recolección de los datos consiste en obtener las perspectivas y puntos de vista de los participantes (sus emociones, prioridades, experiencias, significados y otros aspectos subjetivos). También resultan de interés las interacciones entre individuos, grupos y colectividades. (p.9)

Además, estos autores plantean la necesidad de involucrar “técnicas para recolectar datos tales como la observación no estructurada, entrevistas abiertas, revisión de documentos, discusión en grupo, evaluación de experiencias personales, registro de historias de vida, interacción e introspección con grupos o comunidades” (p.10), debido a que son herramientas de gran utilidad permitiendo una fácil recolección de la información, más amplia para este enfoque de investigación.

En razón a esto, los principales instrumentos de recolección de información utilizados en la investigación, fueron la observación directa en el aula, los registros documentales, un cuestionario de preguntas abiertas tanto inicial como final, el diario de campo, grabaciones y fotografías del trabajo realizado según las fases en cada una de las situaciones didácticas; cabe destacar que la observación y principalmente los registros escritos de lo observado fueron importantes para producir descripciones de calidad, ya que los registros se producen sobre una

realidad trabajada con los estudiantes y desde la cual se definió magnitud, cantidad y medida como objetos de estudio.

Observación directa en el aula. En la observación Hernández, Fernández y Baptista (2014) mencionan que el investigador necesita estudiar muy bien sobre la situación a trabajar, debe hacer parte activa y participativa del estudio y mantener un grado de reflexión permanente. En este caso, el observador fue el mismo investigador quien participó permanentemente realizando anotaciones descriptivas de hechos, sucesos, acciones y opiniones de los estudiantes para luego hacer sus correspondientes interpretaciones. Para Bonilla y Rodríguez (1997) observar de acuerdo a la indagación científica,

implica focalizar la atención de manera intencional, sobre algunos segmentos de la realidad que se estudia, tratando de capturar sus elementos constitutivos y la manera cómo interactúan entre sí, con el fin de reconstruir inductivamente la dinámica de la situación.
(p. 118)

En la investigación, la observación fue de tipo participante ya que el observador podía anotar directamente lo que sucedía a medida que trascurrían las acciones, sin embargo, su participación fue mayor al inicio de cada sesión. Como complemento de la observación directa se utilizó una cámara de video para filmar las escenas más importantes junto con grabaciones de audio.

Registros documentales. Estos corresponden a los reportes de notas del primer periodo académico tanto a nivel de bachillerato en cada una de las asignaturas cursadas como en forma particular para los estudiantes de grado séptimo. Además, se encuentran las notas de campo donde un integrante de cada grupo de estudiantes debía realizar una correlatoría narrando paso a paso el trabajo de la sesión de la situación didáctica ya que es indispensable para captar la lógica

subyacente a los datos, si bien es cierto el diario de campo es un instrumento que permite día a día sistematizar las prácticas que se van a investigar, fue necesario complementarlo para mejorar las descripciones. Para Bonilla y Rodríguez (1997)

el diario de campo debe permitirle al investigador un monitoreo permanente del proceso de observación. Puede ser especialmente útil [...] al investigador en él se toma nota de aspectos que considere importantes para organizar, analizar e interpretar la información que está recogiendo. (p. 129)

Además, en la investigación también se encuentran grabaciones y fotos que documentan el trabajo de los estudiantes en cada situación didáctica estudiada.

Prueba Diagnóstica. Esta se diseñó partiendo de la problemática encontrada en los reportes de notas, con el ánimo de mejorar los procesos generales de la actividad matemática que se relacionan con el pensamiento métrico y sus características. Se buscó, mediante situaciones del contexto extraescolar, analizar cualidades con respecto los conceptos de magnitud, medida y cantidad. Como criterios de validación de este instrumento se realizó inicialmente un juicio de expertos y una prueba piloto para identificar inconsistencias, preguntas mal formuladas o con términos desconocidos por los estudiantes.

La prueba diagnóstica contenía 20 preguntas con respecto a la asignatura de geometría y al grado en el que se encontraban cursando los estudiantes (Anexo 2); estas preguntas se organizaron a partir de conceptos trabajados en previamente entre ellos: la construcción de los conceptos de magnitud, la comprensión de los procesos de conservación de magnitudes, la estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de “capturar lo continuo con lo discreto”, la apreciación del rango de las magnitudes y la selección de unidades, de patrones y de instrumentos, la diferencia entre la unidad y el patrón de medición, la asignación numérica y el trasfondo social de la

medición. Con estas temáticas se quiso hacer una correlación con los procesos generales de la actividad matemática de tal forma que cada pregunta estaría asociada a un proceso.

Para el análisis de la prueba diagnóstica de tipo cuantitativa, se establecieron unos criterios de evaluación basados tanto en el desempeño del pensamiento métrico como en los procesos generales (Tabla 3), de tal forma que se lograra determinar cómo los estudiantes se aproximan a los diferentes conceptos de medida cuándo se enfrentan a situaciones más próximas de su contexto.

Tabla 3

Criterios de evaluación del pensamiento métrico respecto a los procesos generales

Procesos generales	Bajo	Básico	Alto	Preguntas relacionadas del Anexo 2
La resolución y el planteamiento de problemas	El estudiante presenta dificultad para expresar ideas, interpretar, evaluar, representar, usar diferentes tipos de lenguaje y describir relaciones entre magnitudes (longitud, largo, ancho, espesor, altura, profundidad, etc.) en situaciones cotidianas comprendiendo el problema, creando una concepción de un plan y ejecutándolo.	El estudiante sabe en algunas ocasiones expresar ideas, interpretar, evaluar, representar, usar diferentes tipos de lenguaje y describir relaciones entre magnitudes (longitud, largo, ancho, espesor, altura, profundidad, etc.) en situaciones cotidianas comprendiendo el problema, creando una concepción de un plan y ejecutándolo.	El estudiante sabe correctamente expresar ideas, interpretar, evaluar, representar, usar diferentes tipos de lenguaje y describir relaciones entre magnitudes (longitud, largo, ancho, espesor, altura, profundidad, etc.) en situaciones cotidianas comprendiendo el problema, creando una concepción de un plan y ejecutándolo.	8, 11
Razonar	El estudiante presenta dificultad al ordenar ideas en la mente para llegar a una conclusión sobre la comprensión de los procesos de conservación de magnitudes, para esto debe explorar, comprobar, aplicar ideas, dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a una conclusión de	El estudiante sabe en algunas ocasiones ordenar ideas en la mente para llegar a una conclusión sobre la comprensión de los procesos de conservación de magnitudes, para esto debe explorar, comprobar, aplicar ideas, dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a una conclusión de los	El estudiante sabe correctamente ordenar ideas en la mente para llegar a una conclusión sobre la comprensión de los procesos de conservación de magnitudes, para esto debe explorar, comprobar, aplicar ideas, dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a una conclusión de los conceptos de longitud, área, volumen, peso, tiempo, etc.	1,2,3,4,9

	<p>los conceptos de longitud, área, volumen, peso, tiempo, etc.</p> <p>Al estudiante se le dificulta expresar ideas escribiendo, demostrando y describiendo visualmente de diferentes formas la apreciación del rango de las magnitudes junto con la selección de unidades, para esto debe comprender, interpretar y evaluar ideas que son presentadas oralmente, por escrito y en forma visual realizando una buena estimación del rango en que se halla una magnitud concreta.</p>	<p>conceptos de longitud, área, volumen, peso, tiempo, etc.</p> <p>El estudiante algunas veces puede expresar ideas escribiendo, demostrando y describiendo visualmente, de diferentes formas, la apreciación del rango de las magnitudes junto con la selección de unidades, para esto debe comprender, interpretar y evaluar ideas que son presentadas oralmente, por escrito y en forma visual realizando una buena estimación del rango en que se halla una magnitud concreta.</p>	<p>El estudiante sabe correctamente expresar ideas escribiendo, demostrando y describiendo visualmente de diferentes formas la apreciación del rango de las magnitudes junto con la selección de unidades, para esto debe comprender, interpretar y evaluar ideas que son presentadas oralmente, por escrito y en forma visual realizando una buena estimación del rango en que se halla una magnitud concreta.</p>	<p>10,12,13,15,16, 18</p>
<p>Modelación</p>	<p>Al estudiante se le dificulta dar conclusiones, calcular y revisar ejemplos concretos, aplica métodos y resultados matemáticos conocidos, como también desarrollando diferencias entre las unidades y el patrón de medición, teniendo en cuenta la asignación numérica. Estos resultados deben ser validados trasladándose al mundo real, para ser</p>	<p>El estudiante algunas veces puede dar conclusiones, calcular y revisar ejemplos concretos, aplica métodos y resultados matemáticos conocidos, como también desarrollando diferencias entre las unidades y el patrón de medición, teniendo en cuenta la asignación numérica. Estos resultados deben ser validados trasladándose al mundo real, para ser interpretados en</p>	<p>El estudiante sabe correctamente dar conclusiones, calcular y revisar ejemplos concretos, aplica métodos y resultados matemáticos conocidos, como también desarrollando diferencias entre las unidades y el patrón de medición, teniendo en cuenta la asignación numérica. Estos resultados deben ser validados trasladándose al mundo real, para ser interpretados en relación con la situación original.</p>	<p>5,6,20</p>

interpretados en relación con la situación original.

Al estudiante se le dificulta realizar estrategias, métodos, técnicas, usos y aplicaciones diversas, dejando ver en él la poca capacidad de enfocar y resolver cálculos correctamente en el trasfondo social de la medición de una forma habilidosa e independiente, más estratégica y eficaz, con prontitud, precisión y exactitud, manejando las conversiones de unidades y las operaciones en unos cuantos contextos diferentes que contengan longitudes, áreas, volúmenes, etc. y pueda ejecutar tareas matemáticas.

La elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos

El estudiante sabe en ocasiones realizar estrategias, métodos, técnicas, usos y aplicaciones diversas, dejando ver en él la capacidad media de enfocar y resolver cálculos correctamente en el trasfondo social de la medición de una forma habilidosa e independiente, más estratégica y eficaz, con prontitud, precisión y exactitud, manejando las conversiones de unidades y las operaciones en unos cuantos contextos diferentes que contengan longitudes, áreas, volúmenes, etc. y pueda ejecutar tareas matemáticas.

El estudiante sabe correctamente realizar estrategias, métodos, técnicas, usos y aplicaciones diversas, dejando ver en él la capacidad de enfocar y resolver cálculos correctamente en el trasfondo social de la medición de una forma habilidosa e independiente, más estratégica y eficaz, con prontitud, precisión y exactitud, manejando las conversiones de unidades y las operaciones en unos cuantos contextos diferentes que contengan longitudes, áreas, volúmenes, etc. y pueda ejecutar tareas matemáticas.

7,14, 17,19

Nota. Fuente: Elaboración propia, basada en la descripción de cada uno de los procesos generales en matemáticas, para la valoración de la prueba diagnóstica

Secuencias didácticas. Para que el estudiante logre el aprendizaje es necesario proceder a la realización de varios procesos, programando diferentes actividades en el aula de clase, una de estas actividades son las secuencias didácticas que para Godino, Batanero y Font (2004) significa que:

El diseño de unidades didácticas implica la toma de decisiones en distintos ámbitos de concreción hasta culminar en un documento en el que el profesor concreta los objetivos, contenidos, actividades, recursos y materiales, instrumentos de evaluación y selección de estrategias metodológicas. Este documento será un instrumento de planificación y gestión del trabajo en clase con los alumnos, en un período corto de tiempo (unas 3 o 4 semanas) y se centra en un contenido matemático que tiene una cierta unidad temática, y que organiza el tratamiento de un cierto tipo de problemas en el nivel educativo correspondiente (p 112).

Por tanto, en esta investigación se realizaron las situaciones didácticas respecto a los resultados presentados en la prueba diagnóstica, ya que no fueron muy favorables, pero si un motivo para empezar a trabajar con respecto al pensamiento métrico, los procesos generales, los conceptos de magnitud, cantidad y medida, orientadas desde los enfoques del marco teórico. Las situaciones didácticas se aplicaron en un periodo de cuatro semanas, diseñadas a partir de un modelo constructivista con el siguiente plan de trabajo, primero el docente investigador intervenía durante cinco minutos para dar pautas del desarrollo de la situación didáctica, pasaban al momento individual con una duración de treinta minutos (se debía realizar de forma única, sin consultar a los compañeros, al docente o a cualquier libro o informador), donde los estudiantes seguían las indicaciones y contestaban algunas preguntas; a continuación, se les daba una hora para el momento grupal, se reunían siempre cuatro o cinco estudiantes (formados al inicio para trabajar

siempre los mismos). Cada grupo se reunía en todas las sesiones, lo más alejado posible unos de otros.

Para este momento de trabajo se buscaba un relator o secretario, el cual prestaba más atención a la discusión y tomaba nota, también se nombraba un coordinador para que dirigiera el trabajo, otro estudiante grababa el audio de todo lo dicho en el trabajo y un estudiante más, grababa la actividad por medio de un video en el celular, esta información se enviaba a un grupo de WhatsApp creado que la docente con fines de trabajo de clase únicamente. A continuación, cada estudiante leía (sin comentarios) lo que escribió en la parte individual acerca de las preguntas, al terminar se abría la discusión y la investigación según lo relacionado en la guía de trabajo, tomando como ayuda inicial la consulta en: libros, enciclopedias, copias e internet, etc. Con todo lo presentado e investigado se hacía el informe o presentación grupal, mostrando lo más general (gráficas o fórmulas en una cartelera o papel Bond).

Después se pasaba al momento de la puesta en común con un tiempo de 20 minutos, donde, luego de concluir el trabajo en grupos, se reunía toda la clase en círculo. El docente coordinaba la discusión, sin intervenir. Cada uno de los relatores o secretarios de grupo lee y hace la presentación de lo que trabajaron, esa presentación podía ser en un cartel; además uno de los estudiantes tomaba nota de todo lo que se decía y observaba; cabe aclarar que cada sesión se encargaba a diferentes estudiantes del papel de relator, coordinador y el que tomaba nota de forma general al final para no llenar de trabajo a un mismo estudiante.

Al finalizar se realizaba el momento de la institucionalización (recapitulación, correlación, evaluación, planificación), donde al concluir la puesta en común, con todos los estudiantes, el docente hacía un resumen y recapitulación de todo lo realizado, investigado, discutido y observado en los estudiantes para la sesión. Explicaba las relaciones que hay entre lo discutido y las

exigencias de contenidos, áreas o temas. Así se daba por concluida la secuencia didáctica una a una.

Prueba Final. Esta prueba final se realizó una vez se dio por terminada de aplicar las situaciones didácticas; esta es similar a la diagnóstica, contenía doce puntos donde se repetían siete ítems de la primera prueba, modificando algunos aspectos en la cual se analizaría el desarrollo y comprensión de los estudiantes, en cuanto al proceso de medición y la construcción de los conceptos de magnitud, cantidad y medida, a través de las mediaciones de las situaciones extraescolares; esta prueba final fue de gran importancia porque revela los avances realizados por los estudiantes de forma cuantitativa, donde se ve o no el progreso de haber aplicado las situaciones didácticas que para la investigación, se evidencia el fortalecimiento o no del pensamiento métrico de los estudiantes de grado séptimo a través de situaciones del contexto extraescolar.

Validación de instrumentos para recolección de información.

Los instrumentos resaltan la importante capacidad que tienen para recoger la información que es la que sustenta esta investigación. Para obtener una información efectiva se recurrió a la validación de expertos conformado por dos docentes universitarios con formación en el área de educación matemática y con formación complementaria de maestría y doctorado, estudiantes de cuarto semestre de la Maestría Educación Matemática de la UPTC y docentes de la Institución donde se realizó la investigación.

Además, para la aplicación de la prueba inicial, las situaciones didácticas y la prueba final se realizaba primero una prueba piloto que era validada por los estudiantes de los grados Séptimo A, B, C, esta prueba ayudaba a ver el grado de aceptación y entendimiento por parte de los estudiantes o mejorar y verificar las preguntas en cuanto a la redacción de las instrucciones, los términos, las actividades y el tiempo que se había propuesto, modificando así algunas preguntas

para después poder aplicarlas con los estudiantes de séptimo D que fueron los estudiantes objeto de estudio.

Estrategias para el análisis de datos

Lo primero que se realizó fue la prueba diagnóstica, una vez que se aplicó esta, se clasifica cada una de las preguntas de acuerdo a una descripción hecha para cada proceso general en matemáticas, después se da paso al diseño y elaboración de las cuatro situaciones didácticas, donde la primera estaba diseñada para trabajar los conceptos de magnitud, cantidad y medida, la segunda relacionando el tema de longitudes, la tercera en relación con el área y la última con base al volumen.

En cada una de las situaciones didácticas se tuvo en cuenta el dominio del tema con relación a los procesos de comunicación y ejercitación y en cuanto a los conceptos de magnitud, cantidad y medida ya que se trabajan situaciones que involucran el contexto extraescolar desde el aula de clases; para el análisis de cada una de las situaciones didácticas se utilizará las abreviaciones de S1,S2,S3,S4, en el caso de los grupos y los estudiantes se mencionan G1E1 para referirse al Grupo 1, Estudiante 1 (Anexo 3).

También se realizó una prueba final semejante a la diagnóstica donde se pudiera evidenciar el desempeño de los estudiantes, viendo en que aspectos mejoraron o fueron susceptibles a mejorar una vez terminadas de aplicar las situaciones didácticas.

Además, se tuvo en cuenta las categorías mencionadas como C1, C2, hasta C7 y subcategorías de análisis deductivas (Tabla 4) y obtenidas a partir del marco teórico que se toman como referencia para la investigación según la información recolectada, se interpretan también según las causas activas que presentaron mayor relevancia en cuanto al pensamiento métrico y los procesos generales en matemáticas, se evidencian los aportes por parte de los estudiantes

participantes en la investigación; por último se examinó y caracterizó el grado de receptividad que presentaron los estudiantes en el proceso de intervención frente a las estrategias didáctica, como se muestra en la Tabla 4.

Tabla 4

Categorías y subcategorías deductivas obtenidas a partir del marco teórico.

Categorías (C)	Subcategorías (deductivas)
C1. Magnitud	Fundamental Derivadas
C2. Cantidad	Números naturales, enteros y racionales (de acuerdo al grado de escolaridad en estudio)
C3. Medida	Unidades convencionales y no convencionales
C4. Medidas Convencionales y no convencionales	Longitud Área Volumen
C5. Contexto	Escolar Extraescolar Similitud
C6. Gestalt	Proximidad Pregnancia Figura y fondo Comunicación
C7. Procesos generales de matemáticas	Formulación, comparación y ejercitación de procedimientos.

Nota. Fuente: Elaboración propia, basada en las categorías para el análisis de situaciones didácticas.

Triangulación de instrumentos. A partir de los aportes de Bonilla (2005), la triangulación se realizó partiendo de la revisión del material empírico que se obtuvo de la aplicación de instrumentos, los cuales fueron sistematizados por medio de las categorías analíticas obtenidas desde el marco teórico, para luego consolidar los resultados de los estudiantes durante el trabajo

en las situaciones didácticas, clasificados en dos momentos del desarrollo de las actividades el grupal e individual.

Capítulo IV. Resultados

En este capítulo se presenta un análisis de la información recogida junto con los instrumentos y técnicas que fueron utilizados, por medio del marco metodológico.

Análisis de resultados

Los resultados se formularon en tres fases: la primera corresponde a la prueba diagnóstica la cual permitió formular la pregunta de investigación y caracterizar las principales dificultades de los estudiantes. La segunda fase hace referencia a la intervención con situaciones didácticas en donde se tiene presente según las categorías y subcategorías el desarrollo y comprensión por parte de los estudiantes del proceso de medición y las construcciones con respecto a los temas de magnitud, cantidad y medida a través de la mediación de situaciones extraescolares, y la tercera fase se muestra los resultados de la prueba final de manera comparativa con los de la prueba diagnóstica; estos resultados se presentan de forma cualitativa y cuantitativa.

Análisis de resultados obtenidos mediante el testeo

El testeo fue realizado con el ánimo de ver que tanta receptividad tendría la pregunta de investigación, la cual estaba enfocada para ver ¿De qué manera se logra relacionar el contexto extraescolar para potenciar el aprendizaje de las magnitudes en el contexto escolar?, esta pregunta junto con otras que se pueden ver en el (Anexo 5) fueron contestadas por compañeros licenciados de la Maestría en Educación Matemática, docentes compañeros de trabajo del colegio en estudio, docentes de licenciatura en Matemáticas y tal cual persona adulta que no está escolarizada; todos incurrían a las mismas respuestas de forma acertada y coincidían con lo que se pretendía en la investigación, como lo es el trabajo con la medición de áreas que están conectadas con el trabajo de zonas verdes, canchas, salones de clase, medias de una pared o una puerta, el área de una finca, etc.; medición de volumen de la lluvia que cae en el colegio, uso de baldes, canecas, medir con

diferentes herramientas hasta comparar los líquidos que llevan para tomar de onces, capacidad que tiene un camión para llenarlo de cajas; también medir longitudes desde la casa hasta el colegio por medio de pasos, el ancho de una carretera o la medida de los lados de un vidrio.

Luego del testeo y con las preguntas planteadas al inicio, junto al docente director de tesis, se reorganizó la información y se tomó como referencia las respuestas, para dejar la pregunta que contemplara todo lo relacionado con la investigación dejando claro que lo que se quería era analizar y mostrar ¿de qué manera el contexto extraescolar puede aplicarse como mediación en el desarrollo del pensamiento métrico?

Análisis de resultados prueba diagnóstica: fase uno

A continuación, se presentan los resultados de la prueba diagnóstica que se relaciona con el objetivo de la investigación, el cual pretendía determinar el estado actual del desarrollo del pensamiento métrico de los estudiantes de grado séptimo.

Tabla 5

Estado actual del desarrollo del pensamiento métrico de acuerdo con los procesos generales en matemáticas

	Bajo (%)	Básico (%)	Alto (%)
La resolución y el planteamiento de problemas	<u>50</u>	17	33
Razonar	23	24	<u>52</u>
Comunicar	<u>52</u>	8	40
Modelación	46	9	44
La elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos	<u>67</u>	15	18

Nota. Fuente: elaboración propia, basada en los instrumentos de recolección de información, prueba diagnóstica.

Estos resultados muestran el *porcentaje* de desarrollo de los estudiantes de grado séptimo D, con sus respectivas debilidades y fortalezas, que se valoran a partir de los criterios según cada proceso de la actividad matemática (Tabla 5), relacionados con el pensamiento métrico (magnitud, cantidad y medida), que se vinculan a su vez con las preguntas de la prueba diagnóstica, de tal forma que la pregunta número uno está afín con el tema de medida, donde los estudiantes relacionan imágenes del contexto escolar y extraescolar que midan más de un metro, pero que también está conectada con el proceso de razonar, ya que ellos pueden seguir procesos de conservación de magnitudes; la tabla deja ver que 21 estudiantes no contestaron a esta pregunta, quizás porque no está claro el concepto de medida o no lo pueden relacionar con facilidad; 22 contestaron solo la mitad de la pregunta, mostrando que el proceso no es completo y que aún quedan vacíos e interrogantes por aclarar; y 47 estudiantes saben encontrar medidas correctamente según el contexto que se les presente.

Entrando en detalle, en primer lugar, se puede evidenciar que, para la resolución y el planteamiento de problemas, a los estudiantes se les dificultó expresar ideas, interpretar, evaluar, representar, usar diferentes tipos de lenguaje y describir relaciones entre magnitudes (longitud, largo, ancho, espesor, altura, profundidad, etc.) en situaciones cotidianas. De acuerdo con esto, no logran comprender el problema, ni crear una concepción de un plan para poder ejecutarlo.

En cuanto al razonamiento, los estudiantes logran ordenar ideas para plantear un esquema explicativo que les permita llegar a una conclusión, evidenciado a través de las dificultades para comprender procesos de conservación de magnitudes (solo se transforma de unas formas en otras). Para esto, debían explorar, comprobar, aplicar ideas, dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguieron para llegar a una conclusión de los conceptos de longitud, área, volumen, peso, tiempo, etc.

En la comunicación, se puede ver que a los estudiantes se les dificulta expresar ideas escribiendo, demostrando y describiendo visualmente de diferentes formas la apreciación del rango de las magnitudes junto con la selección de unidades. Para esto, debían comprender, interpretar y evaluar ideas que fueron presentadas por escrito y en forma visual realizando una buena estimación del rango en que se halla una magnitud concreta. Para la modelación, se pudo observar que algunos estudiantes no lograron dar conclusiones, calcular y revisar ejemplos concretos, aplicar métodos conocidos y dar resultados matemáticos, a la vez se les dificulta encontrar una diferencia entre las unidades y el patrón de medición, teniendo en cuenta la asignación numérica. Estos resultados deben ser validados trasladándose al mundo real, para ser interpretados en relación con la situación original.

Por último, en la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos, se encontró que algunos estudiantes no logran realizar estrategias, métodos, técnicas, usos y aplicaciones diversas, dejando ver la poca capacidad de enfocar y resolver cálculos correctamente en el trasfondo social de la medición de una forma hábil e independiente, más estratégica y eficaz, con prontitud, precisión y exactitud, también mostraron algunos estudiantes la dificultades al manejar las conversiones de unidades y las operaciones en unos cuantos contextos diferentes que contenían longitudes, áreas, volúmenes, etc.

Figura 4

Conflicto de aprendizaje en el proceso de “planteamiento y resolución de problemas”

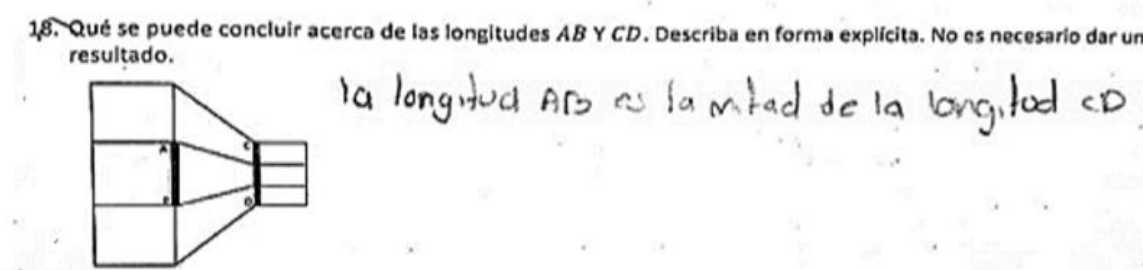
8. El patio del colegio es un cuadrado que mide 150 metros de lado. Ruth recorre todo el borde del patio. ¿Cuál es la distancia que recorrió Ruth? Explique el procedimiento con el cual llegó a la respuesta (lo más detallado posible).

Handwritten student work showing a calculation: $150 \times 4 = 600$. The student has written 10 and 20 in the tens and hundreds places respectively, and 925 in the units place. To the right, the student has written "Ruth corrió 600 metros".

A manera de ilustración, en la pregunta número ocho (Figura 4), se presenta el resultado de una situación que se caracterizó dentro del pensamiento métrico y está relacionado en cuanto a la construcción de los conceptos de cada magnitud; si bien el estudiante reconoce una de las propiedades geométricas de la figura referida a la pregunta (un cuadrado), confunde en el contexto del problema la información y la asocia con el perímetro de la figura, esto hace pensar que le están preguntando por la medida de uno de los lados del cuadrado, cuando realmente le están preguntando por el perímetro total de la figura dado un lado. Con esta situación se pudo evidenciar que las deficiencias en los procesos de conceptualización y el análisis de magnitudes de longitud, llevan al estudiante a realizar cálculos que no son los adecuados para el contexto del problema.

Figura 5

Conflicto de aprendizaje en proceso de “comunicación”



En cuanto a la pregunta número dieciocho (Figura 5), se relaciona con la comprensión de los procesos de conservación de magnitudes, ya que esta es la captación de aquello que permanece invariante a pesar de las alteraciones de tiempo y espacio. Acá, los estudiantes debían concluir acerca de las longitudes que se mostraban en la imagen describiendo en forma explícita sin necesidad de dar un resultado, pero los estudiantes en general no saben comunicar o se les dificulta expresar ideas escribiendo, demostrando y describiendo visualmente de diferentes formas la apreciación del rango de las magnitudes junto con la selección de unidades. Lo que se espera es que el estudiante logre comprender, interpretar y evaluar ideas que fueron presentadas por escrito

y en forma visual realizando una buena estimación del rango en que se halla una magnitud concreta.

Análisis de resultados de las secuencias didácticas: fase dos

Para el análisis de las situaciones didácticas (Anexo 2), se tienen en cuenta las categorías y subcategorías que tienen que ver con el pensamiento métrico y los procesos generales, donde se explicita en detalle los hallazgos más significativos trabajados por los estudiantes, afrontando además sus diferentes posturas dentro del proceso de comprensión y construcción del concepto de magnitud; en ésta sección se analizaron las cuatro situaciones desarrolladas con respecto a los temas que son: magnitud, cantidad, medida, longitud, área y volumen; situaciones que fueron trabajadas a partir del contexto extraescolar y utilizando dos momentos uno individual y el otro grupal.

Para el análisis e interpretación de la información, se utilizó la codificación descrita en la metodología para cada una de las situaciones didácticas, para la identificación de los grupos se menciona la letra y el número G1 a G5, como parte de los acuerdos de anonimato establecidos en los aspectos éticos, los nombres de los estudiantes fueron cambiados por las etiquetas E1 a E5 de acuerdo a los integrantes de cada grupo. Adicionalmente, se designó las notaciones Gn(En) para designar al estudiante en un grupo específico, por ejemplo: Grupo dos, Estudiante cinco G2(E5).

Análisis de resultados S1. Los resultados en esta sección se presentan clasificados en el pensamiento métrico y procesos generales de matemáticas, según el material relacionado en el Anexo 5.

Resultados actividad de magnitud, cantidad y medida. La situación didáctica inicia con la participación de la docente, donde orienta a los estudiantes para el desarrollo de la actividad a realizar. Luego, en el momento grupal los estudiantes debían buscar un objeto, visualizarlo bien y

describirlo con sus propiedades; ellos tomaban objetos que estaban a su alcance como por ejemplo relojes, gafas, borradores, reglas, cuadernos, tablero, pupitre, carpeta, mesa, computador y realizaban una descripción de cada objeto, desde los diferentes tipos que hay, sus características y la función que cumplen; después, pasaban a realizar una búsqueda para las preguntas dadas, revisando libros, en google, enciclopedias o hasta ellos mismos podían dar su punto de vista según lo que conocen empíricamente.

Respuesta, en la cual coincidieron en que una magnitud es una propiedad de los cuerpos, esta puede ser medida, también se encuentran magnitudes físicas medibles en un sistema físico, donde la medición consiste en determinar qué proporción existe entre una medición de algún objeto y una cierta unidad de medida; dibujaban instrumentos de medida de forma correcta como reglas y cintas métricas; además encontraron balanzas, pipetas, termómetros y pesas como unidades de medida, pero no cumplen con las medidas de longitud.

Al terminar de contestar las preguntas ellos evidencian que, para medir una magnitud, se utilizaban unidades de patrón que pertenecen a un sistema de medidas, las cuales se derivan de las unidades internacionales de medida, utilizadas por la mayoría de países del mundo, según esto las unidades permiten calcular diferentes magnitudes y de estas se derivan otras. A continuación, ellos debían encontrar la unidad acorde a cada situación presentada evidenciando el patrón de medida, consiguiendo identificar que para la cantidad de medida que hay en un recipiente se utilizan los litros o mililitros, para la capacidad de carga de un camión es en kilogramos, para la cantidad de gasolina que necesita un carro para recorrer 100 km son galones y para el tiempo que gasta un atleta en recorrer 7 km son minutos.

De esta forma los estudiantes se preparaban para dar paso a la primera actividad de forma grupal y la segunda de forma individual, allí se pudo evidenciar la comprensión del concepto de magnitud, cantidad y medida.

En la primera se les presentó un automóvil con sus características, donde los estudiantes de forma grupal lograron clasificar las magnitudes, cantidades y medidas de cada una de las descripciones de la Figura 6, como se evidencia a continuación.

Figura 6

Actividad uno de S1 momento grupal



En esta actividad del momento grupal los estudiantes indagan cuáles son las magnitudes, entre ellos dan opiniones según lo que encontraron en las preguntas dadas al inicio de la situación didáctica, evidenciando que las propiedades del automóvil pueden ser el tamaño y las características como el consumo, las puertas, el precio y la velocidad, “aun ellos veían que se podrían encontrar más como la longitud de la circunferencia de las llantas, el radio o la longitud de los espejos, etc.” (Diario de campo #1, 21/10/2019).

Además, de acuerdo a los videos (archivo del investigador) analizados de esta primera actividad se encontró en el minuto 02:29' del video número uno el siguiente análisis (G-grupo; E-estudiante del grupo; P- profesora):

G1(E1): Entonces precio, entonces igual veinticinco millones, capacidad de depósito 50 litros.

G4(E4): Cantidad veinticinco millones.

G4(E4): Será de pronto 180 kilómetros por hora, tal vez solo kilómetros.

En este caso los estudiantes encontraban las cantidades que representan las magnitudes entre enteros positivos y racionales representados en forma de fracción y decimal. En el video dos (archivo del investigador), minuto 02:43´ exponen lo siguiente:

G4E2: ¿Cómo se halla la medida?, no sabemos cuál es.

P: ¿Qué entiendes como medida?

G4E1: ¿la forma en que se mide, con objetos?

P: ¿es la forma?

G4E1: la unidad de medida, ¿eso?

P: exactamente

G4E1: listo

Se puede evidenciar que los estudiantes evocan el concepto de medida, pero un grupo dudó en el caso de la medida asociándolo a las unidades o la forma de medir, ya que habían trabajado al inicio con objetos de medición y pensaban que tenían que nombrar los objetos con los que medirían; en general los demás grupos mencionaban de forma correcta las unidades de medida convencionales como peso, longitud, kilómetro o metro. Por otro lado, los estudiantes se familiarizaron con el automóvil de la imagen, ya que lo asocian con automóvil de la familia, “recordaban el precio de sus autos familiares o la velocidad a la que los padres manejan frecuentemente” (Diario de campo #1, 21/10/2019) siendo esta situación una contextualización extraescolar pues también se fijaban en la figura y en el fondo, ellos se preguntaban si “era posible que un carro fuera tan caro o tan barato” (Diario de campo #1, 21/10/2019) como lo mencionaban

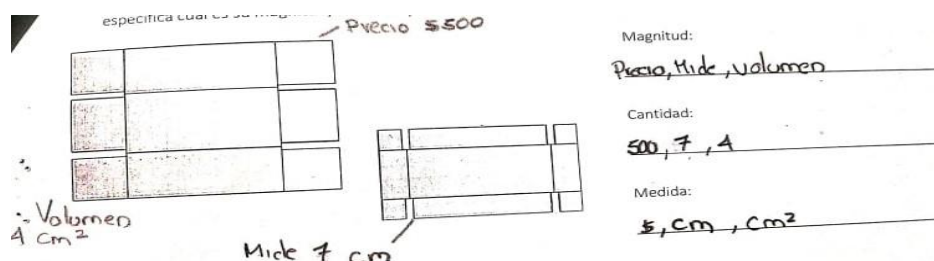
en la imagen, o que fuera a esa velocidad como estaba descrita, estas características ponían de manifiesto que en el fondo había datos que no eran tan reales como los describían.

Para la segunda actividad los estudiantes debían trabajar de forma individual, se les pedía describir la imagen, realizando primero una construcción visual del objeto, para luego realizar las descripciones de magnitud, cantidad y medida. Esta actividad se desarrolló de forma individual con el ánimo de reconocer lo comprendido en cuanto al concepto a trabajar en esta situación didáctica, pues de esta forma los estudiantes son responsables de lo que aprenden por medio de ellos mismo, sin necesidad de darles toda la información, esto según la teoría y el modelo constructivista que se está siguiendo.

Los estudiantes lograron cumplir con la actividad, a pesar de que no fue tan sencilla, al iniciar tuvieron dificultades ya que la imagen se les presentaba en forma de desarrollo plano; algunos estudiantes observaban un carro y otros no sabían que podría ser; la docente intervino diciéndoles que trataran de armar la figura para poder comprender mejor, algunos estudiantes se valieron de la hoja y trataron de doblarla para formar la figura, llegando a ver que era una caja y la otra parte su tapa; para luego realizar el análisis correspondiente. Como se muestra en la figura 7.

Figura 7

Actividad dos de SI momento individual



Un estudiante confunde la medida convencional en el caso de las unidades cuadradas con unidades cúbicas para mencionar la medida en el volumen, también se evidencia que algunos colocaron valores aleatorios sin dimensionar el objeto presentado y la cantidad que ellos colocaban, como por ejemplo mencionar que cuatro es el volumen, que aparentemente la cantidad no se relacionaría con el tamaño que se ve en la hoja; además la cantidad del volumen no coincide con la cantidad de la longitud, significa que colocan los valores sin reflexionar sobre el significado real de éstos.

De forma general los estudiantes desarrollaron la situación didáctica S1, describiendo las magnitudes, cantidades y medidas de cada una de las actividades propuestas, a pesar de algunas dudas que se tuvo; en el proceso del último momento que es la puesta en común los estudiantes exponen sus respuestas y en la institucionalización se fija el concepto que se construyó, de tal forma que los estudiantes comprendan el proceso de medición y a partir de esta situación logren empezar a identificar propiedades de medida en diversos objetos, además dejándoles la incógnita sobre la manera cómo usualmente mencionaban las medidas, y que de ahora en adelante los objetos lleven una unidad de medida ya que no solo es mencionar la cantidad.

Análisis de resultados S2. Para los resultados de esta situación didáctica es importante mencionar que la teoría en la cual está basada esta investigación sigue un modelo constructivista que permite a los estudiantes, a través de sus experiencias y socializándolas con otros, lograr construir su conocimiento, donde el docente solo acompaña en el proceso, observa y toma nota. Es por este motivo que se realizaron dos momentos de trabajo uno individual y otro grupal, de tal forma que los estudiantes en el primer momento puedan explorar y contestar algunas preguntas que podrán aclarar y complementar la información cuando pasen al momento grupal.

Resultados actividad de medir longitudes. Para iniciar la situación didáctica S2 la docente realiza la siguiente pregunta ¿qué significa para ti estimar?, a la cual los estudiantes respondían, pero no con exactitud por el momento, esperando que luego del trabajo del día de clase, logran aprender algo nuevo. Después de esto se inició el momento individual donde los estudiantes en sus guías tenían unos enunciados y debían completar nombrando la palabra de las unidades de medida más apropiada, donde los estudiantes relacionaban de forma correcta que la altura de una persona se medía en metros o centímetros, la cantidad de agua en un recipiente estaba dada por metros cuadrados, la cantidad de pintura en litros o galones, el ancho del salón de clase en metros y centímetros; por último, la distancia que recorre un carro en kilómetros; luego, ellos pasaban a medir el largo y el ancho del salón de clases en pasos comparando con sus compañeros, por lo general los pasos de los estudiantes en el largo variaban entre 30 y 33 pasos y el ancho entre 22 y 24 pies; ellos mencionaban que “unos estudiantes tenían los pies más pequeños que otros y que esto sucedía de acuerdo a la estatura, por eso les daban medidas diferentes” (Diario de campo # 2 del 24/10/2019)

G1(E1): yo en el ancho del salón 26.5 pies, largo 33 pies, mi compañera G4(E4) 23.5 y de largo 30 pies. Se puede concluir que la longitud de mi pie es menor a la de G4(E4) por lo tanto registro más pies en las medidas del salón.

G3(E3): Haciendo las comparaciones se puede concluir que todos los resultados son diferentes debido a que la medida del pie es diferente.

Los estudiantes lograron realizar comparaciones de números enteros y racionales de acuerdo a las cantidades de las mismas medidas no convencionales en pasos. Los estudiantes, al utilizar medidas no convencionales, evidenciaron que, para unos, la medida en pasos era un pie, seguido del otro pie sin dejar distancia, mientras que un estudiante medía abriendo las piernas lo

más lejos posible un pie del otro (Diario de campo # 2 del 24/10/2019); también se evidenció que compartían respuestas y analizaban unos con otros, expresando a sus compañeros de forma correcta la información, utilizando el proceso general de matemáticas (comunicación). Además, contestaron de forma correcta a la pregunta ¿qué es más conveniente utilizar el metro, la cuarta o el paso, para medir el espacio que ocupan los muebles de una sala, y saber si cabe un sillón de 60 cm de ancho por 150 cm de largo?

G1(E1): Conviene los metros, porque permite una medición más exacta.

G1(E2): Es más conveniente utilizar el metro ya que las medidas del sillón son muy grandes para medir en cuarta y pies además a cada persona le daría una medida diferente.

G2(E5): El metro porque este mide longitudes.

G3(E3): Es más conveniente utilizar el metro debido a que con este podemos obtener un resultado más exacto.

Los estudiantes reconocen la magnitud, cantidad y medida en la situación planteada, comparando medidas convencionales como el metro y no convencionales como las cuartas o los pies. El paso a seguir era comparar diferencias observadas entre la forma de medir el pupitre con cuartas y con el metro.

G1(E2): El pupitre mide 3.5 cuartas y 55 cm. Se puede concluir que las dos medidas son diferentes debido a la cantidad que se representa.

G3(E3): Largo del pupitre en cuartas tres y en metros 73.2 centímetros. Se obtiene diferente resultado debido a que la cuarta y el metro son distintas unidades y cada una de estas tiene distinta medida.

Los estudiantes muestran dos puntos de vista, en primera instancia, realizan diferencias entre cantidades comparando números racionales con naturales; en la segunda, algunos estudiantes

no diferencian entre las unidades de medida de la cuarta y el metro ya que las dos están expresados en centímetros y a pesar de que tiene razón en decir que tienen distinta medida, no se puede realizar una precisión cuando se cuenta con cuartas ya pueden variar entre unos centímetros más o menos.

Luego se les preguntó si los resultados en las mediciones anteriores son exactos o aproximados y qué significaba para ellos estimar; algunos estudiantes, contestaban:

G1(E1): Los valores utilizados si son exactos porque tuve tres cuartas exactas y 54 cm exactos con el metro.

G4(E4): Son exactos porque no sobraba nada.

En esta situación, se dio a entender que los estudiantes comprendían el concepto de “exactitud” pues sus medidas eran números enteros, aunque no tenían claro el concepto de “aproximar” ya que al realizar mediciones con cuartas puede variar el largo entre el dedo pulgar y el índice según como lo tomara el estudiante, una medida puede ser más grande unas veces o en otras más pequeña. También mencionaban que estimar es

G3(E3): Aproximar el valor de un objeto o de una cosa.

G1(E5): Especular la longitud de un objeto.

Para estas respuestas se puede evidenciar qué en la primera es incorrecto afirmar que es una aproximación ya que son dos definiciones diferentes, aproximar consisten en acercar la cantidad de la magnitud a una unidad entera una vez se haya realizado la medición, mientras que estimar es dar la cantidad de la magnitud “a ojo” sin necesidad de realizar una medición y mencionar la medida que cree puede ser, repuesta a la que llevo el segundo estudiante.

A continuación, a los estudiantes se les presentaba un mapa de la ciudad de Sogamoso, con dos puntos señalados y una unidad de medida trazada. ellos debían encontrar cuatro caminos diferentes, o rutas en el mapa, para ir de punto a otro y expresar las medidas de las longitudes entre

estos puntos con la indicación de tres cantidades de la misma unidad que se les daba; en este caso los estudiantes, de forma individual, buscaban sus caminos; unos los elegían más largos que otros, además debían realizar una estimación según la medida dada que estaba en unidades, logrando dar una buena estimación, como se evidencia en la Figura 8.

Figura 8.

Mapa ciudad de Sogamoso. Ruta uno trazada por estudiante G3(E3)



De la anterior imagen se puede evidenciar que los estudiantes logran trabajar con magnitudes fundamentales de longitud (l), ya que mencionan una cantidad por estimación, de acuerdo con cada una de las unidades dadas con respecto a las longitudes de a, b, c, trabajando con números enteros y racionales e identificando que la unidad de medida está dada en centímetros (cm), utilizando medidas no convencionales ya que a ellos no se les permitía utilizar regla ni ningún instrumento de medida.

A continuación, se presenta la tabla de resultados con respecto al análisis por categorías, de la segunda situación didáctica, con respecto a dos actividades realizadas a partir de lo planteado anteriormente del mapa de la ciudad de Sogamoso “encontrando caminos”; las dos actividades siguientes llevan el nombre “la tubería en el barrio” y “recorrido ciclista” (Anexo 6) estas son

trabajadas de forma grupal con los estudiantes; al pasar a los grupos, ellos debían escoger cual fue la ruta más corta y más larga que dibujaron, para luego analizar y resolver la situación planteada.

Tabla 6

Resultados actividad “la tubería en el barrio”

Actividad “la tubería en el barrio”		
<i>Momento grupal</i>		
	Evidencias	Resultado
<i>Identificación de magnitud</i>	<p>Video dos (archivo del investigador)- Actividad dos 00:03'00'' G2 (E1): Ahora miremos los caminos. El camino más corto mío en la primera imagen es este. G2 (E4): El mío es este que tiene 15. G2 (E3): Ahora vamos a ver el camino más largo. G2 (E4): Cuantas tiene, porque el mío en la segunda imagen tiene 27. G2 (E1): De todas las imágenes el camino más corto es el suyo G2(E3). P: Pilas porque acá en este mapa, se supone que ustedes tenían un punto P y un punto Z, tenían que llegar de aquí hasta acá, este camino no está recubriendo todo los, dos puntos. Debe quedar por ejemplo como el de la compañera G2(E1). Entonces este camino hay que arreglarlo. ok.</p>	<p>Los estudiantes realizan un buen reconocimiento a partir de longitudes trazando rutas entre dos puntos P y Z, de esta forma identifican magnitudes fundamentales. A pesar de que un estudiante no sigue instrucciones, formando rutas a su acomodo.</p>
	<p>Video cuatro (archivo del investigador)- Actividad dos 00:06'00'' G4(E3): Al mirar el camino más largo para nuestro grupo decimos que fue el de G4(E1) ya que alargó la distancia en este punto. En el camino más corto hubo dos personas que apuntaron a la misma dirección excepto por una cuadra y obtuvieron resultado en comparación mínimos.</p>	
	<p>Video cinco (archivo del investigador)- Actividad dos 00:06'00''</p>	

G5(E2): El camino más corto es prácticamente el recto porque entre más curvo uno más se demora en llegar, el más largo es

G5(E4): Es el que tiene más cuadas y entonces pues haciendo vueltas hay más cuadas.

**Video ocho (archivo del investigador)-
Actividad dos**

00:00'12''

G1(E1): La recta más corta que es la de G1(E5) y mide 21 centímetros.

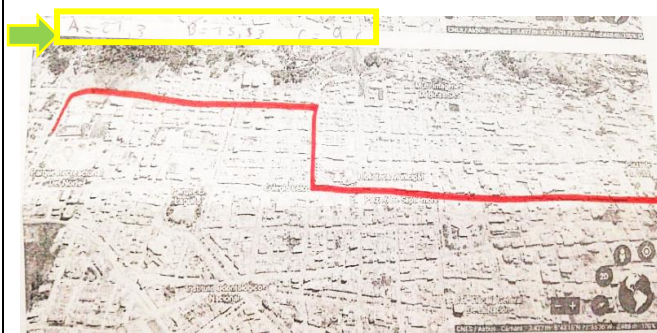


Adaptado de: Morales, Salgado, Nivia, Acosta y Orjuela (2004). Aritmética y Geometría II, Bogotá, D. C., Colombia, Editorial Santillana.

$a = 21$ $b = 11$ $c = 6$



*Identificación
de cantidad*



como unidades
 $a =$ una unidad; $b =$ dos unidades; $c =$ tres unidades



Adaptado de: Morales, Salgado, Nivia, Acosta y Orjuela (2004). Aritmética y Geometría II, Bogotá, D. C., Colombia, Editorial Santillana.

Los estudiantes realizan comparaciones entre números enteros y racionales en forma decimal para comparar qué ruta es la más corta o larga.

También identifican la cantidad de la medida patrón dada y trabajan de forma correcta la multiplicación de la longitud de la ruta por el valor al que equivalen el costo del tubo.

- El costo del tubo a es de \$300.000
- El costo del tubo b es de \$600.000
- El costo del tubo c es de \$900.000

→ Ruta corta = 21 cm

$a = 21 = 6'300.000$
 $b = 10.5 = 6'300.000$
 $c = 7 = 6'300.000$

Ruta larga = 29.3 cm

$a = 29.3 = 8'900.000$
 $b = 14.65 = 8'900.000$
 $c = 9.7 = 8'900.000$

Video tres (archivo del investigador)-

Actividad dos

00:01'06''

G3(E3): Para hallar el menor costo de la obra si nos dan el precio de estas magnitudes de los tubos, entonces el menor costo se obtiene utilizando la ruta a y el mapa realizado por G3(E1), luego se multiplica la cantidad por el precio del tubo.

Video cinco (archivo del investigador)-

Actividad dos

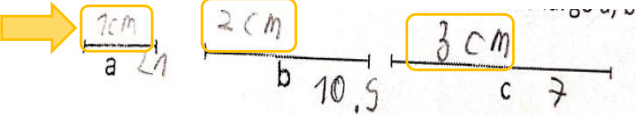
00:00'36''

G5(E2): El menor costo de la obra, cuanto más sea el diámetro y la medida del tubo, más aumenta el precio y entre más pequeño sea el tubo mejor.

P: les pregunto una cosa, yo pienso de pronto que entre más largo sea el tubo, puede valer un poco más, pero se van a necesitar menos. ¿qué piensan de eso?

G5(E4): Se necesitan menos ya que son más largos, pero igual va a valer lo mismo (va a valer más), o sea si yo quiero formar un tubo de una cuadra completa así utilicemos de a c de a c , vamos a utilizar lo mismo del tubo y se va a gastar el mismo dinero.

Otro grupo logró identificar la ruta más corta, dividieron la cantidad entre la unidad de medida dada o el patrón para saber cuántos tubos necesitarían de acuerdo a la medida dada y multiplicarlo por el costo de cada tubo, pero no tuvieron en cuenta la demás información, importante para concluir.

	<p>Video seis (archivo del investigador)- Actividad dos 00:04'00''</p> <p>G1(E2): Pues cogimos la ruta más corta y la ruta más larga y los centímetros que medía y lo dividimos cuantas veces cabía el tubo <u>a</u>, <u>b</u>, <u>c</u> y la cantidad de cuanto valían esos tubos.</p> <p>P: y tuviste que hacer uniones entre los tubos, porque se supone que cada unión entre dos tubos vale doscientos mil pesos, o sea tienes que sumarle más plata, pero si tiene que recortar algún tubo porque le quedo grande la tubería o si les hizo falta el corte cuesta sesenta mil pesos, eso tienen que tenerlo en cuenta.</p> <p>G1(E2): a ya eso no lo entendíamos.</p> <p>P: terminenlo.</p> <p>Video once (archivo del investigador)- Actividad dos 00:00'01''</p> <p>G1(E2): Pues 21 veces cabe en él tubo <u>a</u>, el tubo a cabe 21 veces en la ruta más corta.</p> <p>00:01'28''</p> <p>G1(E2): Ahora 21 dividido en dos es diez punto cinco, entonces el tubo <u>b</u> cabría diez punto cinco veces.</p> <p>G1(E1): El <u>c</u> vale 7 veces. Ahora calculando esto podríamos sacar el precio y cuál es más conveniente, entonces tendríamos que multiplicar 21 por trescientos mil, 10.5 por seiscientos mil y siete por novecientos mil.</p> 	
<p><i>Identificación de medida</i></p>	<p>Video uno (archivo del investigador)- Actividad dos 00:01'00''</p> <p>G1(E1): Con la regla el tubo <u>a</u> mide un centímetro, en el tubo <u>b</u> mide dos centímetros y en el tubo <u>c</u> mide tres centímetros; entonces digamos que, por cada centímetro, tenemos que vale \$300.00</p>	<p>Los estudiantes trabajan con unidades de medidas convencionales como son los centímetros ya que logran asociar el patrón dado no como dice en las</p>

	<p>Video cinco (archivo del investigador)- Actividad dos 00:00'47'' G5(E4): Digamos que el tubo <u>a</u> como se ve que es más corto que los demás, entonces va a costar mucho menos, como <u>b</u> es el doble que el <u>a</u> entonces va a constar el doble y así sucesivamente con el <u>c</u>.</p>	<p>indicaciones con unidades, sino que asocian a la unidad de medida de forma correcta y adecuada. Otros realizan mediciones por estimación haciendo comparaciones entre las medidas.</p>
<p><i>Identificación de medidas convencionales y no convencionales</i></p>	<p>Video uno (archivo del investigador)- Actividad dos 00:46'00'' G1(E2): Toma la regla para que midas la ruta más corta. G1(E1): esto es un centímetro; esto es no, esto es un centímetro coma quince. G1(E4): vea y si simplemente lo medimos con centímetros normales, y de acuerdo a eso lo dividimos o multiplicamos. G1(E1): Bueno esto mide 28 coma cinco. G1(E3): Como así estas distancias para que son. G1(E2): Estas son las veces que cabe C en la ruta del punto P al punto Z.</p>	<p>Los estudiantes logran realizar mediciones convencionales con instrumentos como la regla o medidas no convencionales utilizando una unidad de patrón o un objeto que les sirva como instrumento de medida pasándolo tantas veces como sea necesario en la ruta.</p>
<p><i>Identificación del contexto</i></p>	<p>Video siete (archivo del investigador)- Actividad dos 00:00'32'' G1(E5): La ruta más larga es cuando llegan por la seis de septiembre y la más corta obviamente, es cuando uno se va por la 11 caminando. Video nueve (archivo del investigador)- Actividad dos 00:01'34'' G1(E4): La ruta más larga sería bajando, subiendo... G1(E4): Sería salimos del Reyes Patria, bajamos por los pinares del parque, salimos a este cruce...</p>	<p>Los estudiantes reconocen los lugares geográficos que están trabajando con respecto a la relación que hay del punto P al punto z; de acuerdo a esto es que pintan las rutas más cercanas o lejanas según las experiencias vividas.</p>

Nota. Fuente: Elaboración propia, basada en los instrumentos de recolección de información actividad dos.

De esta actividad realizada, los estudiantes lograron identificar magnitudes entre longitudes utilizando rutas largas y cortas, además realizaron comparaciones entre cantidades con números enteros y racionales según el patrón que se les había asignado, algunos estudiantes

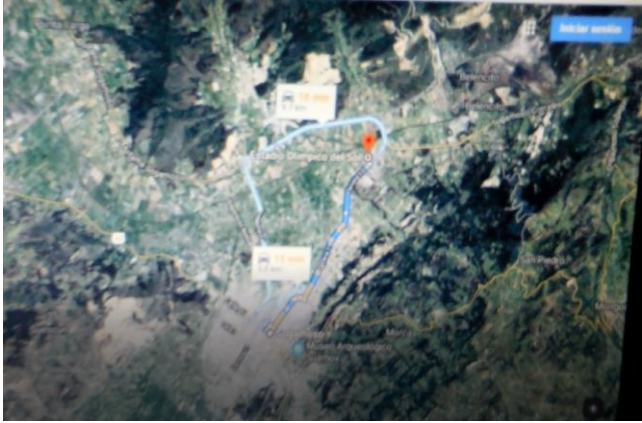
realizaron estimaciones con la medida del patrón dada y la ruta, ya que no podían utilizar ningún instrumento de medida; a pesar de esto algunos grupos realizaban comparaciones con instrumentos de medida como la regla, indicando correctamente las unidades de medida convencionales en centímetro, pero otros aun sabiendo que el patrón de medida estaba en unidades no evidenciaban en su hoja las unidades de medida, dejando ver en los registros fílmicos que ellos tenían clara la unidad de medida y no la copian en su guía. Es de resaltar que los grupos realizaron un correcto análisis, aunque no lo terminaron con la situación de la tubería, lograron encontrar con la ruta más corta la cantidad de tubos que se necesitarían y el costo que tendría, aunque algunos no utilizaron la información completa. Esta situación les sirvió para que ellos también analizaran cuáles fueron los lugares geográficos que se ubicaron desde el punto P hasta el Z, lugares que ellos ya conocen y que les sirvió para poder decidir sobre el camino más corto o más largo.


Para la siguiente tabla se describirá la actividad “Recorrido ciclistico” última de la situación didáctica dos, donde se realizó el análisis por categorías para el momento grupal; en esta situación los estudiantes primero debían encontrar un recorrido ciclistico de 15 km en la ciudad de Sogamoso desde el estadio el Sol, pasando por el hospital Regional y regresar al mismo punto de inicio; también debían realizar un circuito con unos lugares específicos e indicar cuál fue la distancia recorrida.

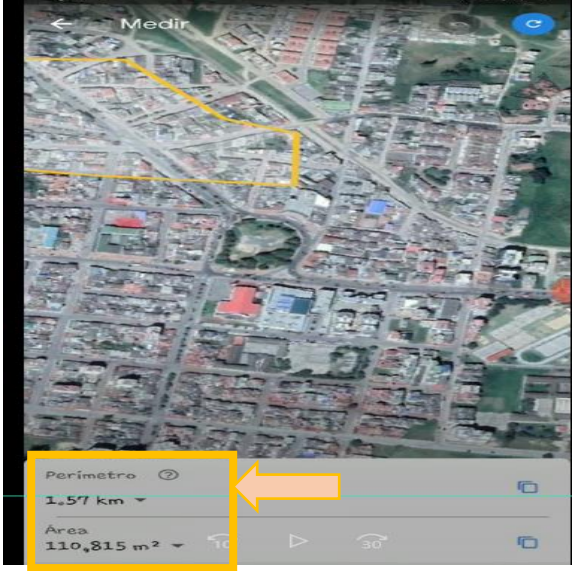
Tabla 7


Resultados actividad “recorrido ciclistico”

Actividad “recorrido ciclistico”		
<i>Momento grupal</i>		
<i>Identificación de magnitud</i>	Evidencias	Resultado
	Video uno (archivo del investigador)- Actividad tres 00:00'01''	Los estudiantes hacen reconocimiento de magnitudes

	<p>G2(E3): Cinco kilómetros y le damos la vuelta.</p> <p>G2(E4): volvemos van 5 y faltan 10, para terminar acá mismo creo.</p> <p>G2(E3): Entonces que avance un poco más en ese sentido.</p>  <p>Video uno (archivo del investigador)- Actividad tres 00:01'12'' P: ¿Qué están haciendo ahí? G4(E2): Mira profe Sogamoso el estadio Olímpico. P: ¿Que van a hacer ahí? G4(E4): La ruta de la cicla de los 15 kilómetros, desde el estadio olímpico hasta el hospital y de vuelta. G4(E4): Son 15 minutos y cinco kilómetros desde el estadio hasta el hospital. G4(E3): ¿Caminando cuánto es? G4(E2): A pie es una hora y 20 minutos.</p> <p>Video dos (archivo del investigador)- Actividad tres 00:00'08''</p>	<p>fundamentales como son las longitudes buscando un recorrido en el mapa de la ciudad de Sogamoso, según dada la cantidad y medida. También encuentran magnitudes fundamentales como el tiempo familiarizándose con respecto a la distancia para ver qué tiempo tardan en llegar.</p>
--	---	--

	<p>G5(E3): Ahora vamos a llegar al hospital y nos vamos a devolver hasta el Estadio Olímpico, estamos pasando por el Parque Recreacional del Norte y llegamos al Estadio Olímpico, donde nos han dado unas 12574.36 m.</p> 	
<p><i>Identificación de cantidad</i></p>	<p>Video dos (archivo del investigador)- Actividad tres 00:00'36'' G5(E3): El recorrido nos han dado unas 12574.36 m. P: Y eso ¿en kilómetros cuánto es? G5(E3): 12 kilómetros aproximándose a 13 kilómetros</p> <p>Video cinco (archivo del investigador)- Actividad tres 00:00'09'' G4(E1): Serian 12 kilómetros que gastamos en el recorrido.</p>	<p>Los estudiantes evidenciaron el manejo de comparaciones entre cantidades con números entero y decimales, logrando realizar aproximaciones entre las distancias.</p>
<p><i>Identificación de medida</i></p>	<p>Video dos (archivo del investigador)- Actividad tres 00:00'36'' G5(E3): El recorrido nos han dado unas 12574.36 m. P: Y eso ¿en kilómetros cuánto es? G5(E3): 12 kilómetros aproximándose a 13 kilómetros</p>	<p>Para esta situación los estudiantes realizan de forma apropiada conversiones entre unidades de medidas fundamentales de metros a kilómetros.</p>
<p><i>Identificación de medidas convencionales y no convencionales</i></p>	<p>Video cuatro (archivo del investigador)- Actividad tres 00:01'29'' G3(E3): Y ahora nos vamos a devolver al parque el laguito.</p>	<p>Los estudiantes identifican medidas convencionales en el mapa recorriendo diferentes lugares e</p>

	<p>P: Y ese recorrido para que lo están haciendo</p> <p>G3(E2): Para demostrar cuantos kilómetros recorre el ciclista.</p> <p>G3(E3): Y es el perímetro de todo el recorrido.</p> <p>Video cinco (archivo del investigador)- Actividad tres 00:00'16''</p> <p>G4(E1): Para esto utilizamos Google maps.</p> <p>Video seis (archivo del investigador)- Actividad tres 00:00'08''</p> <p>G5(E3): En el circuito ciclístico gastamos 1,37 Kilómetros para el perímetro ohhhh, y área 110,815 metros cuadrados.</p> 	<p>identificando la longitud con el perímetro del recorrido y su área. Además, utilizan medidas no convencionales con las aplicaciones de internet como son google earth y maps.</p>
<p><i>Identificación del contexto</i></p>	<p>Video uno (archivo del investigador)- Actividad tres 00:00'24''</p> <p>G2(E1): Hay que ir al estadio Olímpico y del Hospital al estadio son cinco kilómetros.</p> <p>00:03'32''</p> <p>G1(E5): ¿Dónde queda el Hospital Regional de Sogamoso?</p> <p>G1(E4): Buscamos en la aplicación y lo ubicamos, mira.</p>	<p>Los estudiantes se familiarizan con situaciones de la vida cotidiana averiguan distancias entre puntos con la aplicación Earth y descubren caminos o rutas para ir de un punto dado a otro.</p>

	<p>Video cuatro (archivo del investigador)- Actividad tres 00:00'09'' G2(E1): Nos vamos a coger ruta desde el parque el laguito, después vamos a seguir hasta la cra. 12, y después Plaza 6 de septiembre, la biblioteca municipal, el colegio Celco y luego</p>  <p>vamos a llegar otra vez al parque el Laguito, ahí se está mostrando el recorrido que se va a implementar.</p>	<p>También logran identificar lugares los cuales ellos no recordaban o no sabían que quedaba allí.</p>
--	---	--

Nota. Fuente: Elaboración propia, basada en los instrumentos de recolección de información actividad tres.

Para las actividades anteriores los estudiantes evidencian buen manejo dando uso y aplicación a google Earth, donde se divertieron encontrando rutas, buscando sus casas, mirando direcciones y encontrando perímetros de lugares dados. en los grupos se evidenció que trabajaron con magnitudes fundamentales como: la longitud y derivadas, como es el tiempo, trabajaron con cantidades enteras y decimales, con medidas convencionales como el metro y pasar las distancias a kilómetros; además les sirvió para encontrar lugares los cuales quizás ellos no sabían que allí los podrían encontrar, trabajando con situaciones del contexto extraescolar como lo es el recorrido ciclístico y viendo la proximidad entre dos lugares dados, que en este caso es detectar qué lugares conocidos habían en su trayectoria o ruta. Al realizar el momento de la plenaria se encontró las similitudes que había al realizar el recorrido ciclístico de los 15 km ya que la mayoría coincidieron en algunos lugares por donde pasaban.

Análisis de resultados S3

Resultados de la Actividad de medir superficies. En esta actividad primero la docente realizó su participación introduciendo al tema, les indicó que se les entregaba a cada estudiante figuras como cuadrados, triángulos, círculos y pentágonos de 5 y 10 cm de lado correspondiente para cada figura, y las mismas cantidades para el radio en el caso de los círculos, ellos inician con el momento individual y debían realizar recubrimientos en los objetos propuestos como la superficie que utilizan para escribir en el pupitre colocando en una tabla la cantidad de figuras (Anexo 7) utilizadas tanto pequeñas como grandes, utilizando solo cuadrados, triángulos, círculos y pentágonos; al realizar estos recubrimientos los estudiantes coincidieron en las respuesta utilizando cantidades de números enteros y solo uno utilizó decimales; el rango variaba entre 10 y 14 para los cuadrados grandes y de esta manera variaban muy poco coincidiendo en la cantidad de figuras utilizadas; luego ellos debían contestar si con todas las figuras se podía realizar la actividad, respuesta a las que llegaron de forma general, que si se podía utilizar todas las figuras para el recubrimiento aunque con algunas figuras como los círculos o pentágonos no se logrará llenar todos los espacios o no encajan muy bien por la forma del puesto, incluso en los cuadrados grandes sobraba la mitad de los cuadrados obteniendo una estimación (Diario de campo # 3 del 31/10/2019). Además, se les preguntaba si se podía estimar el área de la superficie con las figuras, lo cual contestaban que se podría estimar usando el perímetro de las figuras siendo esta respuesta errónea, ya que con el perímetro solo se encontraría el borde de cada una de las figuras, y otros mencionaban que:

G3(E3): Se podía estimar con las figuras del cuadrado siendo el área la multiplicación de lado por lado.

Acá se evidencia que se realizó un buen proceso en cuanto a la cantidad, trabajando con números naturales y las medidas convencionales de la figura, con respecto a los centímetros y centímetros cuadrados, los estudiantes encontraban magnitudes derivadas como es el área para cada una de las figuras y realizaban medidas no convencionales utilizando cada una de las figuras para recubrir la superficie que ellos utilizan para escribir en su pupitre; incluso algunos estudiantes unían dos figuras de los triángulos que formaran un cuadrado para por la media y de esta forma mencionaban que era posible hacer una estimación del área ya que con algunas figuras no era tan precisa la respuesta.

A continuación, se analiza la actividad uno, para la tercera situación didáctica en cuanto al momento grupal, los estudiantes debían tomar un croquis de la ciudad de Sogamoso y recubrir la superficie utilizando todas las figuras dadas en la actividad anterior de forma combinada, mostrando evidencias del proceso de cada una de las categorías, como se muestra en la Tabla 8.

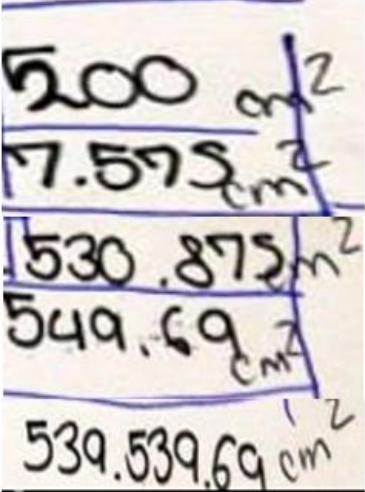
Tabla 8

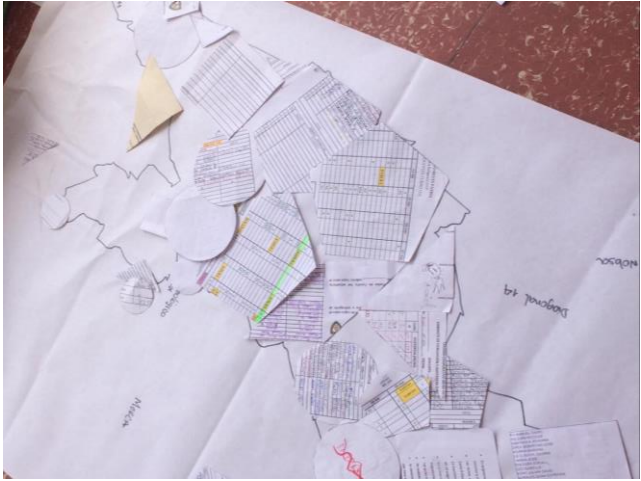

Resultados actividad “midiendo superficies”

Actividad “midiendo superficies”		
<i>Momento grupal</i>		
	Evidencias	Resultado
<i>Identificación de magnitud</i>	<p>Video dos (archivo del investigador)- Actividad uno 00:00'27'' G2(E1): Estamos en el procedimiento de mirar cuantas figuras nos recubren el mapa. P: Ustedes creen que todas las figuras les sirven. G2(E1): No porque nos sobran muchas. P: Pero por ejemplo los pentágonos les sirven para recubrir el mapa. G2(E2): Los pentágonos en algunas G2(E1): Pues es que dependiendo de la forma de los lados de las figuras y del mapa nosotros vamos cuadrándolas.</p>	<p>Los estudiantes utilizan magnitudes derivadas como el área, utilizando figuras ellos logran rellenar el croquis de la ciudad de Sogamoso, sin sobreponer figuras, ellos manifiestan que sobran algunos espacios mínimos debido a que</p>

	<p>Video tres (archivo del investigador)- Actividad uno 00:00'09'' G4(E1): Hay unas figuras que pueden ser eliminadas por ejemplo el cuadrado con el círculo, pues si los usamos juntos no se podría.</p> <p>00:00'43'' G4(E4): Se puede decir que sumamos para el área de la ciudad de Sogamoso el área de las figuras, pero hay espacios pequeños que no se pueden recubrir y quedan vacíos. P: ¿Se puede decir es que una estimación o una aproximación? G4(E1): Es una aproximación ya que tenemos las medidas de las figuras, pero como hay partes que no están llenas entonces la medida se aproxima.</p> <p>Video cuatro (archivo del investigador)- Actividad uno 00:00'25'' G1(E1): Hay nos dicen que si con todas las figuras se puede realizar la actividad y si porque cada una podría ocupar un espacio determinado y las que no se pueden combinar fácilmente son el pentágono y el círculo, tienen que tener un interviniente para que puedan combinarse porque o si no.., ya que el círculo no tiene lados, entonces es complicado de unirlos.</p> <p>Video cinco (archivo del investigador)- Actividad uno 00:00'53'' P: ¿ustedes ven que es fácil rellenar el mapa? G3(E3): Más o menos P: ¿Todas las figuras les sirven?, ¿qué pasa con las figuras? G3(E2): No porque tienen diferentes tñanos y diferentes G3(E2): formas. P: y cuales son para ustedes las más complicadas para ubicar en el mapa. G3(E2): Los pentágonos y los círculos. Porque los círculos no tienen la misma forma que el mapa o no coincide con la forma del croquis.</p>	<p>algunas figuras no logran recubrir el espacio. En algunos grupos llevan el croquis con solos cuadrados o solos círculos, pero la docente intervenía indicándoles que en la guía decía que las figuras podían ir combinadas.</p>
--	---	--

	<p>P: ¿Cuáles figuras son las más apropiadas para llenar el mapa?</p> <p>G3(E2): Los cuadrados y los triángulos.</p>																																											
<p><i>Identificación de cantidad</i></p>	<p>Video tres (archivo del investigador)- Actividad uno 00:01'18''</p> <p>G4(E4): Utilizamos 6 cuadrados grandes- 6 pequeños, 5 triángulos grandes- 6 pequeños, 8 pentágonos grandes- 5 pequeños y 1 círculos grande- 9 pequeños.</p> <table border="1" data-bbox="506 793 1177 1060"> <thead> <tr> <th>Figuras</th> <th>A</th> <th>Cantidad</th> <th>B</th> <th>A</th> <th>B</th> <th>Total</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Cuadrados</td> <td>2</td> <td></td> <td>6</td> <td>75 cm²</td> <td>600 cm²</td> <td>675 cm²</td> </tr> <tr> <td>Triángulos</td> <td>10</td> <td></td> <td>9</td> <td>129 cm²</td> <td>450 cm²</td> <td>579 cm²</td> </tr> <tr> <td>Pentágonos</td> <td>6</td> <td></td> <td>1</td> <td>257,25 cm²</td> <td>171,875 cm²</td> <td>429,125 cm²</td> </tr> <tr> <td>Círculos</td> <td>4</td> <td></td> <td>5</td> <td>78,52 cm²</td> <td>392,65 cm²</td> <td>471,17 cm²</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>2150,295 cm²</td> </tr> </tbody> </table>	Figuras	A	Cantidad	B	A	B	Total	Cuadrados	2		6	75 cm ²	600 cm ²	675 cm ²	Triángulos	10		9	129 cm ²	450 cm ²	579 cm ²	Pentágonos	6		1	257,25 cm ²	171,875 cm ²	429,125 cm ²	Círculos	4		5	78,52 cm ²	392,65 cm ²	471,17 cm ²							2150,295 cm ²	<p>Los estudiantes trabajaran con números naturales siendo estas cantidades el número de las figuras utilizadas para recubrir el croquis de la ciudad de Sogamoso.</p> <p>Primero encontraban la cantidad, luego la multiplicaban el área de la figura por la cantidad de fichas y por último sumaban los resultados obtenidos.</p>
Figuras	A	Cantidad	B	A	B	Total																																						
Cuadrados	2		6	75 cm ²	600 cm ²	675 cm ²																																						
Triángulos	10		9	129 cm ²	450 cm ²	579 cm ²																																						
Pentágonos	6		1	257,25 cm ²	171,875 cm ²	429,125 cm ²																																						
Círculos	4		5	78,52 cm ²	392,65 cm ²	471,17 cm ²																																						
						2150,295 cm ²																																						
<p><i>Identificación de medida</i></p>	<table border="1" data-bbox="532 1396 1172 1617"> <thead> <tr> <th>Figuras</th> <th colspan="2">Cantidad</th> <th colspan="2">Área</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Cuadrados</td> <td>4</td> <td>4</td> <td>700 cm²</td> <td>400 cm²</td> </tr> <tr> <td>Triángulos</td> <td>6</td> <td>3</td> <td>75 cm²</td> <td>350 cm²</td> </tr> <tr> <td>Pentágonos</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>171,5 cm²</td> <td>857,25 cm²</td> </tr> <tr> <td>Círculos</td> <td>8</td> <td>5</td> <td>157,02 cm²</td> <td>787,65 cm²</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>2525,55 cm²</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Figuras	Cantidad		Área		Cuadrados	4	4	700 cm ²	400 cm ²	Triángulos	6	3	75 cm ²	350 cm ²	Pentágonos	4	5	171,5 cm ²	857,25 cm ²	Círculos	8	5	157,02 cm ²	787,65 cm ²				2525,55 cm ²		<p>Los estudiantes dieron respuesta a la pregunta ¿cuál es el área? Ellos utilizaron unidades de medidas convencionales como son los centímetros cuadrados ya que contaban con figuras que tenían 5 cm y 10 cm de lado, luego de tener el área para cada figura realizaban operaciones entre</p>												
Figuras	Cantidad		Área																																									
Cuadrados	4	4	700 cm ²	400 cm ²																																								
Triángulos	6	3	75 cm ²	350 cm ²																																								
Pentágonos	4	5	171,5 cm ²	857,25 cm ²																																								
Círculos	8	5	157,02 cm ²	787,65 cm ²																																								
			2525,55 cm ²																																									

		<p>las mismas unidades de media.</p>
<p><i>Identificación de medidas convencionales y no convencionales</i></p>	<p>Video tres (archivo del investigador)- Actividad uno 00:00'29'' G4(E1): Nos sobraron unas figuras y en total utilizamos 43 figuras de triángulos grandes y pequeños, cuadrados grandes y pequeños, círculos pequeños y grandes y pentágonos pequeños y grandes.</p> <p>00:01'34'' P: Pero si utilizaran por ejemplo solo los cuadrados, haciendo una aproximación ¿Se podría? G4(E1): Si se podría, pero quedarían algunas partes, si llenar para las partes curvas no se podría rellenar P: Y con solos círculos. G4(E1): Lo mismo quedarían algunas partes donde el mapa es recto que no se podrían rellenar P: ¿Que es mejor para llenar la superficie, un cuadrado o un círculo? G4(E1): Un cuadrado P: Por qué.</p>	<p>En los grupos los estudiante dedujeron que utilizando medias no convencionales como son las figuras geométricas para medir área, es un poco complejo porque las figuras no encajaban exactamente con el croquis por tanto se podrían usar estas figuras pero era necesario realizar una aproximación ya que habían espacios que no se podrían ocupar y al utilizar las medias de cada una de las figuras como área se realizaba la aproximación.</p>

	<p>G4(E1): Los círculos solo puede cubrir la parte de la mitad del mapa, y los cuadrados las</p>  <p>esquinas y las partes rectas del mapa, junto con lo de adentro.</p>	
<p><i>Identificación del contexto</i></p>	 <p>Video dos (archivo del investigador)- Actividad uno 00:00'02''</p> <p>G2(E1): Nos dieron un mapa de la ciudad de Sogamoso y también nos dieron unas figuras geométricas, para recubrir el mapa.</p>	<p>Los estudiantes trabajan con situaciones del contexto extraescolar utilizando extensiones para los mapas, en específico para el croquis de la ciudad de Sogamoso, los estudiantes manifestaban que siendo de Sogamoso no sabían cómo era el croquis de su ciudad y les parecía interesante aún más cuando lo rellenaban con figuras geométricas ya que no sabían que el área se podría encontrar de esta forma.</p>

Nota. Fuente: Elaboración propia, basada en los instrumentos de recolección de información actividad uno.

De forma general para esta situación didáctica, los estudiantes manifestaron la apropiación del tema ya que aprendieron nuevas formas para calcular área, también recordaban las áreas de las figuras geométricas como el cuadrado, triángulo, círculo y pentágono. Ellos dieron buen manejo a las magnitudes derivadas recubriendo el croquis de la ciudad de Sogamoso para poder encontrar áreas, trabajado con cantidades de números naturales, medidas de unidades convencionales como los centímetro y centímetros cuadrados, además que utilizaban medidas no convencionales como eran las figuras geométricas realizando cálculos en términos de área, los estudiantes se dieron cuentas que estas medias no eran exactas ya que en el croquis quedaban espacios vacíos y por tanto ellos debían realizar una aproximación para dar el área.

Análisis de resultados S4

Resultados la Actividad de medir volumen. La última situación didáctica se inició con la introducción y las orientaciones de la docente, luego los estudiantes pasaban al momento individual donde debían contestar algunas preguntas (Anexo 8) como ¿qué es un poliedro? y ¿qué mencionara sus elementos?, respuestas a las que llegaban a mencionar que son cuerpos formados por figura planas y la mayoría nombraba que estos poliedros tenían cara, vértices, diagonales, aristas y ángulos; además se les preguntaba sobre que es un hexaedro mencionando que es un poliedro regular que tiene seis caras, después los estudiante debían elaborar en cartulina un hexaedro de 8 centímetros de lado como herramienta de trabajo para la situación que desarrollarían de forma grupal.

Figura 9

Construcción de un hexaedro.



En este momento grupal los estudiantes desarrollan dos actividades, la primera constaba de verificar cuántas cajas de las que ellos mismos elaboraron cabrían en un casillero.

Video uno (archivo del investigador)- Actividad uno

00:00'01''

G1(E4): 3.5 veces, acá 3.5 veces y hacia arriba cabe 4 veces el cubo, al multiplicar 3.5 por 3.5 da 10.25 por los 4 de la altura da 41 exactos.

Video dos (archivo del investigador)- Actividad uno

00:00'27''

G2(E3): Para nosotros nos caben 12 cubitos en el casillero.

P: ¿y de alto?

G2(E3): 4 y medio, en total serian 54 cubitos.

Video tres (archivo del investigador)- Actividad uno

00:00'07''

G3(E3): Ya medimos y de ancho caben 4 cajas, de largo caben 3.5 cajas y de altura caben 5 cajas, entonces al multiplicar eso y al sumarlo, al hacer sus operaciones correspondientes nos da que caben 70 cajas de este tamaño.

Video cuatro (archivo del investigador)- Actividad uno

00:00'07''

G4(E1): Caben 41 veces porque son 3.25 y acá son 3.25 y de para arriba es cuatro, entonces si multiplicamos 3.25 por 3.25 da 10.5 multiplicado por cuatro da 41.

Video cinco- Actividad uno

00:00'23''

G2(E1): Aquí hay 4 aproximadamente de ancho (4 cubitos) y de largo hay 4 entonces multiplicamos 4 por 4 eso da 16 entonces la parte inferior aproximadamente hay como 16 cubos y de alto hay 5 y multiplicando aproximadamente dentro todo del volumen de este espacio seria 80 cubitos de estos.

Para esta actividad se logró evidenciar que los estudiantes utilizaban instrumentos de medidas no convencionales como son los hexaedros, pasando cierta cantidad de veces la caja por lo ancho, largo y alto, para luego multiplicar esos resultados y de esta forma poder encontrar cuantas cajas cabrían en el casillero, en estas mediciones los estudiantes tuvieron resultado aleatorios pues no coincidió ningún grupo ya que las mediciones no las realizaban con exactitud pero uno de los grupos sí mencionó que daba aproximadamente 80 cubitos que es el que se acercó más a la respuesta ya que estaba entre 70 y 80 cubitos. Con estas mediciones algunos grupos lograron identificar que al encontrar cuantos cubitos cabrían en el casillero se podría encontrar

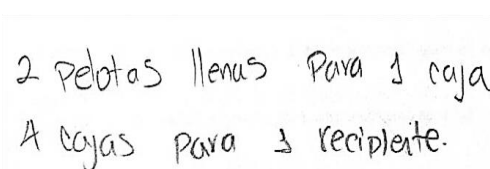
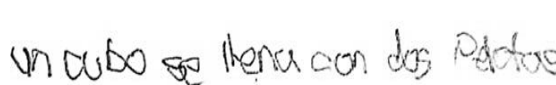
aproximadamente el volumen de este, además que usaron de forma correcta las cantidades donde trabajaban con números entero y racionales, aunque se evidencia que solo un grupo realizó la operación de forma incorrecta pero no variaba mucho ya que mencionaron que el resultado era 41 cubitos cuando debía dar 42.2 cubitos.

Para la segunda actividad a los estudiantes se les planteaba una situación en donde ellos son dueños de una veterinaria y deben vender arena para gatos en recipientes de forma hexagonal y esférica, pero para esto, ellos deben estimar la medida de cada uno de los objetos mirando cual recipiente contiene más arena: ellos tenían primero que llenar la esfera con arena y luego por medio de llenado ocupar el hexaedro, luego debían encontrar la fórmula del volumen y poder indicar con exactitud el volumen de los objetos y así poder dar un precio si se sabe que cada centímetro cubico equivale a \$2.000 de tal forma que ellos supieran el valor a cobrar de los dos objetos y poder vender la arena para gatos en su veterinaria. A continuación, se muestran las evidencias de esta actividad según el análisis por categorías.

Tabla 9

Resultados actividad “midiendo el volumen”

Actividad de medir volumen		
<i>Momento grupal</i>		
	Evidencias	Resultado
<i>Identificación de magnitud</i>	<p>Video uno (archivo del investigador)- Actividad dos 00:00'02'' G2(E1): Primero tenemos que llenar toda la esfera con arena, luego la vaciamos en el cubo y casi me llena todo el cubo, pues faltó un poquito y voy a llenar más; vuelvo a llenar toda la esfera y voy a vaciarla en el cubo a ver si llena todo; se llena con una y media.</p> <p>G2(E2): A mi dos yo llene el cubo con dos esferas exactamente.</p> <p>Video dos (archivo del investigador)- Actividad dos 00:00'02''</p>	Los estudiantes reconocen magnitudes derivadas realizando procesos de llenado de un objeto a otro de tal forma que podían identificar cuantas esferas se necesitaban para llenar el cubo.

	<p>G1(E2): Con una y media esfera lleno el cubo.</p> <p>Video tres (archivo del investigador)- Actividad dos 00:00'01''</p> <p>G5(E4): Con una pelota podemos ver que se llena aproximadamente la mitad del recipiente</p> <p>P: Y como sabemos con cuantos se llena completamente.</p> <p>G5(E4): Cuando volvemos a llenar la pelota y vaciamos en el recipiente. Se necesita uno y medio para llenar el cubo completo y después cerrarlo.</p>	
Identificación de cantidad	 <p>2 pelotas llenas para 1 caja A cajas para 3 recipiente.</p>	<p>Los estudiantes trabajaron con números entero y racionales en forma decimal ya que algunos mencionaban que se necesitaban 2 esferas completas para llenar el cubo, mientras que otros proponían que solo uno y medio.</p>
Identificación de medida	 <p>un cubo se llena con dos pelotas</p>	<p>Los estudiantes tenían como unidad de medida la esfera y de esta forma ellos podían decir la cantidad de veces que tuvieron que usar la esfera para que se llenara el cubo.</p>
Identificación de medidas convencionales y no convencionales	<p>• El objeto con menor capacidad fue la jeringa y el de mayor capacidad fue el vaso.</p> <p>c) A continuación, cada integrante del grupo debe llenar el objeto que trae con arena.</p> <p>• Contesta de forma individual ¿Cuál crees que de los objetos que trajeron tus compañeros comparados con el tuyo le cabe mayor contenido de arena? un vaso plástico tiene mayor capacidad que el vaso de vidrio.</p> <p>Traducción: “Un vaso plástico de vidrio tiene mayor capacidad que un recipiente”</p>	<p>En esta situación los estudiantes realizaban el proceso de llenado de arena con la pelota y el hexaedro, además comparaban la capacidad de diferentes objetos.</p>

<p><i>Identificación del contexto</i></p>	<p>Video cuatro (archivo del investigador)- Actividad dos 00:00'01'' G2(E1): Yo tengo un balde que lo llene todo con arena. G1(E5): Yo tengo acá un tarro que lo llene con arena. G1(E2): Una botella G3(E2): Una jeringa P: entre esos cuatro objetos cual creen que tiene mayor capacidad. G3(E2): El de G1(E5) que es el tarro. P: Y por qué. G1(E5): Se ve más grande con más espacio. G1(E2): Tiene más volumen. Tiene más capacidad. P: Y cuál es el que tiene menos. G3(E2): El mío. P: Por qué. G3(E2): Tiene menos volumen G1(E2): Tiene menos capacidad.</p>	<p>Los estudiantes traían objetos de casa para mostrando la capacidad de cada uno de ellos, ellos comprendieron el concepto de capacidad y por tanto asumían que se estaba trabajando el volumen, además tenían claro cuáles objetos tenía más capacidad.</p>
---	--	---

Nota. Fuente: Elaboración propia, basada en los instrumentos de recolección de información actividad dos.

Terminada esta situación didáctica se pudo evidenciar el correcto manejo de los estudiantes en cuanto a magnitudes derivadas como lo es la medida de volumen, ellos lograron identificar la capacidad de los objetos, trabajando con cantidad numéricas como números enteros y racionales en forma decimal, donde sus unidades de medida eran los objetos y por medio del llenado de arena construyeron el concepto de volumen, notando que tanta capacidad tienen los objetos uno de otros o cual de los objetos que traían de casa tenían el mismo volumen que el de algún otro compañero, deduciendo que todos los objetos que trajeron tenían diferentes capacidades pero algunos eran muy aproximados a otros.

De forma general para todas las situaciones didácticas aplicadas se puede mencionar la aplicación de la teoría Gestalt, donde está la similitud y se pudo evidenciar las comparaciones que se realizaban con el llenado de la arena en cada uno de los recipientes, ya que los estudiantes agrupan objetos similares de la misma capacidad o que son aproximadamente iguales. En la proximidad los estudiantes realizan agrupaciones de acuerdo a las magnitud, cantidad y medida de

las dos situaciones aplicadas en cuanto a la imagen del carro y en la elaboración del desarrollo plano de la caja con su tapa. En la preñancia, se identificó las figuras como: los cuadrados, círculos, triángulos y pentágonos, para que los estudiantes colocaran las figuras dentro del croquis del mapa de Sogamoso lo más sencillo posible sin dejar espacios y ocupándolo con la mayor cantidad posible de figuras. También se identificaron los conceptos de figura y fondo, donde los estudiantes debían realizar rutas en los mapas de Sogamoso de formas largas o cortas, pero además de eso, ellos también descubrían lugares geográficos que estaban ubicados dentro de las rutas, o mencionaban los lugares por los cuales ellos pasan de manera frecuente para llegar al colegio. Por otro lado, en cada una de las situaciones los estudiantes trabajaron el proceso general de matemáticas en cuanto a la formulación, comparación, ejercitación y procedimientos, ya que ellos tenían instrumentos de medida y a partir de estos podrían hacer comparaciones, como también el proceso de comunicación fue de gran importancia, porque usualmente en estas actividades primero se trabajaba de forma individual, para que luego en los grupos de trabajo pudiesen compartir el trabajo realizado pero al finalizar en el momento de la plenaria entre todos los estudiantes expusieran las ideas encontradas y se pudiese llegar a una conclusión de las temáticas compartiendo lo aprendido en el día de clase.

Análisis de resultados prueba final: fase tres

Una vez se culminaron las situaciones didácticas, se dio paso a la prueba final (Anexo 9) donde se pretendía analizar y ver qué tanta receptividad tuvo el estudiante, mostrando evidencias del desarrollo y comprensión en cuanto al proceso de medición y la construcción del concepto de magnitud. Esta prueba contenía algunas preguntas de la prueba diagnóstica, donde se pretendía realizar una comparación del antes y después, de tal forma que indicara en que aspectos se pudo

mejorar, si los estudiantes continuaron igual o si por el contrario retrocedieron en alguno de los procesos generales en matemáticas.

En esta Tabla 10, se evidencia el *porcentaje* del resultado de los estudiantes de grado séptimo en cuanto a las debilidades o fortalezas, para cada uno de los criterios que se tenían de los procesos generales de matemáticas en la prueba final, lo cual pretendía que el estudiante evidenciara mejorar la comprensión en cuanto a la respuesta realizada por primera vez, después de trabajar las situaciones didácticas, que ahora pueda contestar según lo aprendido.

Tabla 10

Resultados prueba final del desarrollo del pensamiento métrico de acuerdo con los procesos generales.

Esta tabla (Tabla 10) muestra el grado de receptividad por parte de los estudiantes ya que mejoraron en cada uno de los procesos generales mostrando que, para la resolución y el planteamiento de problemas, los estudiantes ahora pueden expresar mejores ideas, interpretan, evalúan, representan, usan diferentes tipos de lenguaje y describen relaciones entre magnitudes (longitud, largo, ancho, espesor, altura, profundidad, etc.) en situaciones del contexto extraescolar; así mismos, ahora comprenden un problema, creando un plan para poder ejecutarlo.

	Bajo (%)	Básico (%)	Alto (%)
La resolución y el planteamiento de problemas	<u>27</u>	5	68
Razonar	0	7	<u>93</u>
Comunicar	13	7	80
Modelación	18	5	77
La elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos	<u>25</u>	5	70

Nota. Fuente: Elaboración propia, basada en los instrumentos de recolección de información de la prueba final dada en porcentaje.

Para el razonamiento, la mayoría de los estudiantes ahora saben correctamente ordenar ideas mentalmente para poder dar una conclusión, esto se puede evidenciar cuando los estudiantes cuentan lo que están pensando y se reflejaba en las grabaciones de los videos. Para que esto sucediera los estudiantes debían explorar, comprobar, aplicar ideas, dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguieron para llegar a una conclusión de los conceptos de longitud, área y volumen.

En cuanto a la comunicación, los estudiantes mostraron que ahora pueden expresar ideas demostrando y describiendo visualmente de diferentes formas la apreciación del rango de las magnitudes junto con la selección de unidades, ellos ahora comprenden, interpretan y evalúan las ideas que fueron presentadas por escrito y en forma visual realizando una buena estimación del rango en que se halla una magnitud concreta. En cuanto a la modelación, aún hay muy pocos estudiantes que no pueden dar conclusiones, calcular y revisar ejemplos concretos, aplicar métodos conocidos y dar resultados matemáticos, pero la mayoría de ellos pueden encontrar una diferencia entre las unidades y el patrón de medición, teniendo en cuenta la asignación numérica. Estos resultados deben ser validados usando aplicaciones que están de la mano con situaciones del contexto extraescolar, para ser interpretados en relación con la situación original.

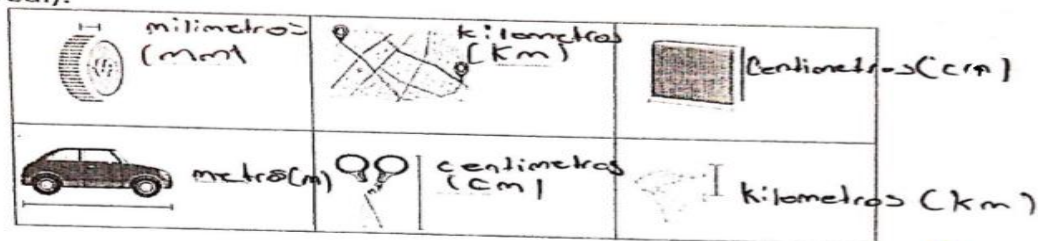
Para finalizar en la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos, los estudiantes ahora buscan estrategias, métodos, técnicas, usos y aplicaciones diversas, dejando ver en él la capacidad de enfocar y resolver cálculos correctamente en el trasfondo social de la medición de una forma habilidosa e independiente, más estratégica y eficaz, la mayoría de los estudiantes trabajan con prontitud, precisión y exactitud, muestran un buen manejo de las conversiones de unidades y las operaciones en unos cuantos contextos diferentes que contenían longitudes, áreas, volúmenes, etc.

A continuación, se presentan las evidencias del proceso y desarrollo para algunas preguntas de la prueba final donde muestran el análisis según la categoría para cada caso (figura 10),

Figura 10

Proceso y desarrollo en la prueba final pregunta uno

1. En las siguientes imágenes, escriba la unidad de medida más apropiada, para medir el objeto que se presenta a continuación (suponga la medida del objeto real).

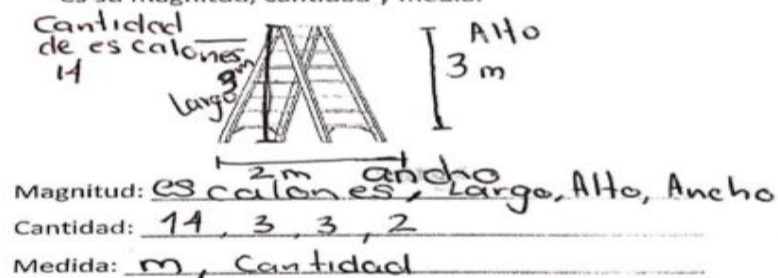


Para esta pregunta los estudiantes mostraron que ahora lograron identificar mejor las unidades de medidas convencionales para cada uno de los objetos que se les presentan como son las unidades de longitud con sus múltiplos y submúltiplos, además se relacionan los objetos con situaciones del contexto extraescolar.

Figura 11

Proceso y desarrollo en la prueba final pregunta tres.

3. Del objeto que aparece en la imagen, especifica cuál es su magnitud, cantidad y medida.



En esta pregunta (Figura 11) se evidencia que los estudiantes ahora logran identificar magnitudes convencionales como longitud y derivadas como los escalones; además trabajan con

cantidades numérica con enteros y racionales; también identifican las medidas convencionales como los metros.

Figura 12

Proceso y desarrollo en la prueba final pregunta cinco.

5. El patio del colegio es un cuadrado que mide 150 metros de lado. Ruth recorre todo el borde del patio. ¿Cuál es la distancia que recorrió Ruth? Explique el procedimiento con el cual llegó a la respuesta (lo más detallado posible).



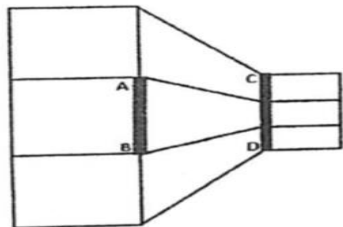
Res: ya que dice borde
 debemos sacar perimetro
 $(150m + 150m + 150m + 150m /$
 $150m \cdot 4)$ es decir da
 600m.

Para esta pregunta (Figura 12) los estudiantes mostraron un avance en cuanto a la resolución de problemas junto con la ejercitación de procedimientos, se evidencia que los estudiantes lograron identificar magnitudes convencionales como la longitud y perímetro del borde del patio, además que ellos identifican las unidades de medida convencionales ya que están dadas en metros, sumando correctamente cada una de las medidas.

Figura 13

Proceso y desarrollo en la prueba final pregunta seis

6. Qué se puede concluir acerca de las longitudes AB y CD . Describa en forma explícita. No es necesario dar un resultado.



que AB, CD
 son los mismos
 Pero una más
 Profunda que otra

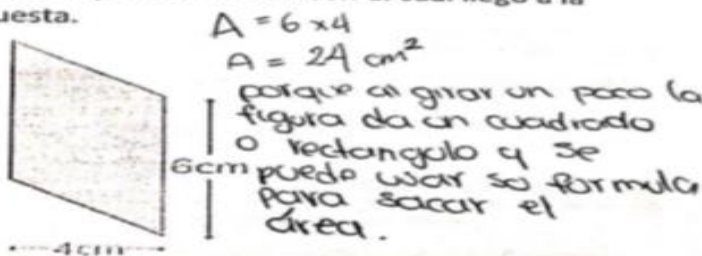
En la pregunta seis (Figura 13) los estudiantes realizan correctamente comparaciones entre longitudes, ellos dan buen uso a las medidas no convencionales ya que no contaban con

instrumentos de medida para realizar las comparaciones, además que trabajan la similitud entre la comparación de los dos lados utilizando la teoría Gestalt.

Figura 14

Proceso y desarrollo en la prueba final pregunta siete.

7. ¿Qué área ocupa, aproximadamente, la siguiente figura?, ¿Qué estrategia usarías para resolverla? Explique el procedimiento con el cual llego a la respuesta.

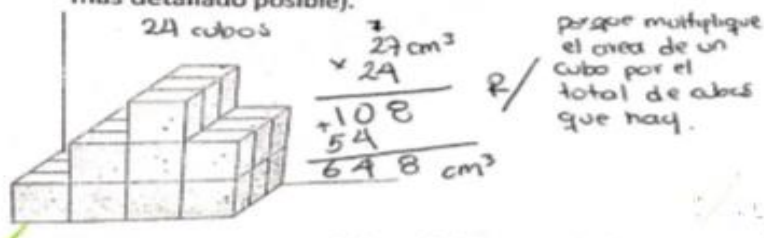


Para esta pregunta (Figura 14) la mayoría de los estudiantes identificaron magnitudes derivadas como es el área, trabajando con cantidades enteras y unidades de medidas en metros cuadrados, pero también algunos estudiantes confundieron el área del cuadrado con el del triángulo. En la imagen se evidencia el razonamiento de la resolución de problemas y que además los estudiantes ahora logran comunicar de forma específica la justificación de sus procesos.

Figura 15

Proceso y desarrollo en la prueba final pregunta ocho.

8. Ana junta las cajas en el rincón de la habitación como se muestra en la siguiente imagen. Todas las cajas son del mismo tamaño y cada una tiene un volumen de 27 cm^3 . ¿Cuánto espacio ocupan las cajas en la habitación? Explique cómo llego a la respuesta (lo más detallado posible).




Los estudiantes en esta pregunta (Figura 15) trabajan con magnitudes derivadas como el volumen, donde tienen cantidades enteras y unidades de medidas convencionales como son los centímetros cúbicos; además que comprenden situaciones que tienen que ver con el contexto extraescolar como lo es sus habitaciones, ellos comunican correctamente sus procesos llegando a la respuesta correcta.

Figura 16

Proceso y desarrollo en la prueba final pregunta nueve.

9. Observa la capacidad de los recipientes y contesta de forma explícita:



a) ¿Cuántas jarras se pueden llenar con el agua de la botella? 4 jarras $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2$

b) ¿Cuántas tazas se pueden llenar con el agua de la jarra? 2 tazas

c) ¿Cuántas tazas se pueden llenar con el agua de la botella? 8 tazas

Los estudiantes para esta pregunta (figura 16) mostraron un mejor desempeño comparado con la prueba diagnóstica, ahora ellos se desempeñan mejor con las medidas no convencionales ya que tiene como referencias los objetos y deben realizar comparaciones, evidenciando el desarrollo con operaciones entre cantidades racionales y trabajando con situaciones del contexto extraescolar.

Figura 17

Proceso y desarrollo en la prueba final pregunta diez.

10. ¿Cuántos centímetros de lana se necesita para hacer las letras de este trabajo en artes? Explique el procedimiento con el cual llego a la respuesta (lo más detallado posible).

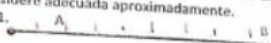

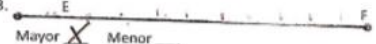


15 cm
 porque aproximadamente cada cuadrado mide 1 cm de largo.

Esta pregunta (Figura 17) tuvo un grado de dificultad, en la cual algunos estudiantes lograron realizar aproximaciones, dado que daban una medida para el lado del cuadrado, además se evidenciaba el trabajo con cantidades enteras y unidades de media convencionales como los metros.

Figura 18

Proceso y desarrollo en la prueba final pregunta doce.

12. Dados los siguientes segmentos de recta, escriba una X en cada espacio si la medida del segmento es mayor o menor de 8 cm. Luego, determine la medida de cada segmento sin usar regla y escriba el resultado con la unidad que considere adecuada aproximadamente.
- 12.1.  Mayor Menor igual
 Resultado aproximado en cm 8.
- 12.2.  Mayor Menor
 Resultado aproximado en cm 17.
- 12.3.  Mayor Menor
 Resultado aproximado en cm 10.

Para esta última pregunta (Figura 18) algunos estudiantes lograron trabajar de forma correcta las magnitudes fundamentales como es la longitud, además que trabajaron con cantidades numéricas en enteros y otros con racionales, tomando como referencias las unidades de medida como fueron los centímetros, pero en otros casos, algunos estudiantes utilizaron unidades de

medida no convencionales realizando marcas a las líneas de acuerdo a cada centímetro, aproximándose demasiado a la respuesta correcta.

Discusión de resultados

Al revisar los resultados obtenidos respecto al concepto de magnitud se encontró que los estudiantes lograron describir relaciones entre magnitudes tanto fundamentales como derivadas (longitud, largo, ancho, espesor, altura, profundidad, etc.) en situaciones del contexto; este logro fue alcanzado gracias a los aporte de Godino, Batanero y Roa (2002), ya que para ellos la magnitud en diversos contextos de las prácticas y el lenguaje cambian según el contexto institucional en el que se estudia, ya que en la vida cotidiana se habla de magnitudes para referirse a propiedades o cualidades de los objetos o fenómenos susceptibles de tomar diferentes valores numéricos; perspectiva que fue complementada con los aportes de Domenech (2013) quien considera que la combinación de carácter indagador y manipulador de la experiencia (hands-on minds on) han contribuido a evidenciar esas concepciones erróneas y constituye una vía para mejorar la enseñanza de conceptos abstractos en las ciencias.

Luego del trabajo de intervención en el aula se logró evidenciar en los estudiantes un buen manejo de operaciones con cantidades numérica tanto enteras como racionales, donde en ocasiones debían también realizar aproximaciones, aspecto que fue incorporado en el diseño e implementación de las situaciones matemáticas a partir del enfoque de Godino, Batanero y Roa (2002) donde mencionan que las “cantidades” vienen a ser las distintas modalidades o valores que puede tomar el rasgo o característica del objeto o fenómeno en cuestión, situaciones que también son justificadas en cada una de las investigaciones realizadas y que se encuentran en el capítulo de antecedentes.

El trabajo de las medidas tanto convencionales y no convencionales con los estudiantes tubo buena receptividad, ya que al final ellos lograron identificar unidades de medida para cada una de las magnitudes correspondientes (longitud, área y volumen), además dieron un correcto uso a los instrumentos de medida como era la regla, el metro, cuartas, pasos, objetos, etc. Si bien es cierto para Bishop (1999) la medida constituye una de las principales actividades humanas a partir de las que se desarrolla la matemática; está presente en todas las culturas puesto que permite comparar, ordenar, estimar o calcular, con más o menos precisión, distintas magnitudes, afirmación que se apoya en el trabajo de Sevillano Corrales (2014) donde menciona que el proceso de medida es un concepto útil en la sociedad que está presente en actividades comerciales y de la vida cotidiana, y con la ayuda de secuencias de situaciones problema se logra articular el concepto con la realidad y muestra a los estudiantes el concepto de una manera diferente.

Las situaciones del contexto escolar y extraescolar fueron de gran utilidad al momento de realizar las situaciones didácticas, es decir los estudiantes logran evidenciar en las situaciones de contexto el uso correcto de conceptos de magnitud, cantidad o medida, logro establecido gracias a los aportes del MEN (1998) donde mencionan en el contexto extraescolar el hecho que los estudiantes tienen a la mano el mundo de las medidas y esto lo pueden comprobar con instrumentos refinados y complejos, en todo caso en muchas ocasiones se puede ver todo al alcance de la mano, pero se descuida la necesidad de la construcción de magnitud objeto de la medición, la comprensión y el desarrollo de procesos de medición; en todo caso Guzmán (1993 como se citó en Sevillano, 2014) propone la enseñanza a partir de situaciones problema de acuerdo a los procesos de pensamiento en el aprendizaje y toma de los contenidos matemáticos, afirmando la importancia de manipular los objetos matemáticos por el alumno, para activar su propia capacidad

mental, reflexionando sobre su propio proceso de pensamiento con el fin de mejorarlo conscientemente para divertirse con su propia actividad mental.

Conclusiones y Recomendaciones

El diagnóstico de la primera prueba permitió evidenciar las falencias de los estudiantes de grado séptimo con respecto al desarrollo del pensamiento métrico, en cuanto a los procesos de magnitud, cantidad y medida; mostrando poca interacción al formular, comparar, ejercitar, realizar procedimientos y por tanto comunicar los procesos de matemáticas.

Se logró establecer vínculos entre las situaciones en contexto y los procesos generales, destacando la comunicación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos, pues los conceptos matemáticos se comunicaron de forma más clara a partir del lenguaje usual trabajando diferentes operaciones en unos cuantos contextos diferentes que contenían longitudes, áreas y volúmenes ejecutando tareas matemáticas. Además, en una de las situaciones didácticas “La tubería del barrio” se logró vincular también el proceso de la resolución de problemas, en la cual los estudiantes mostraron resultados satisfactorios en cuanto al trabajo con magnitudes, cantidades y medidas; con la modelación se trabajaron situaciones del contexto de los estudiantes, permitiéndoles una manipulación mucho más cercana a su realidad, situaciones que fueron trabajadas a partir de un modelo constructivista y que tuvieron gran aceptación, de tal forma que los estudiantes fortalecieron el pensamiento métrico y junto a él los conceptos vinculados.

Los estudiantes inicialmente presentaron dificultades en los conceptos de magnitud, cantidad y medida junto con las aproximaciones de una cantidad, debido a la poca experimentación en una situación cotidiana y que no se ven reflejadas en aulas convencionales. Luego de presentarles situaciones de contexto extraescolar y trabajando en ellas, los estudiantes pudieron

desarrollar habilidades mostrando que son capaces de realizar estimaciones con la media del patrón que se les presentaba; encontraron nuevas formas de trabajar el concepto de área como recubrimiento del espacio con figura geométricas para establecer aproximaciones de áreas, también lograron identificar aspectos cualitativos y cuantitativos de la capacidad para llegar a dar un buen manejo de la temática en cuanto al pensamiento métrico.

Con el modelo constructivista a partir de los aporte de Vigotsky, se permitió generar un flujo de trabajo didáctico en clase en donde el estudiante explora las situaciones; tanto en forma individual como grupal, además de reconocer y trabajar los conceptos establecidos, en cuanto a la teoría de la Gestalt, sirvió para reconocer diferentes aspectos desde la percepción que involucra el desarrollo del pensamiento métrico, reconociendo también la figura fondo, la pregnancia y la proximidad para agrupar objetos similares y cercanos de acuerdo al tamaño. También el contexto extraescolar jugó un papel muy importante para estas situaciones didácticas ya que los estudiantes se familiarizaban con cada una de estas actividades, trabajando con mucho ánimo, según cada una de las estructuras dando uso a los procesos del pensamiento métrico.

En contraste entre la prueba inicial y final se encontró que de forma general los estudiantes en la prueba diagnóstica presentaron debilidades en el pensamiento métrico cuando se compararon los procesos generales de la actividad matemática como lo es el proceso de comunicación, ya que ellos no sabían explicar el procedimiento que se debía realizar en cada pregunta, no interpretaban los conceptos ni simbolizaciones, situación que luego fue cambiando con el trabajar de las situaciones didácticas, pues los resultados de la prueba final mostraron que ahora los estudiantes expresan ideas escritas y demuestran visualmente de diferentes formas la apreciación del rango de

las magnitudes junto con la selección de unidades, realizando una buena estimación del rango en que se halla una magnitud concreta.

Esta investigación junto con la aplicación de las secuencias reflejaron una buena aceptación por parte de los estudiantes, ya que ellos se sentían motivados, mostraban buena actitud, realizaban consultas, preguntaban y mantenían una participación activa en cada una de las situaciones didácticas, así que se recomienda para futuras investigaciones, la manipulación de diferentes elementos trabajándose en diferentes situaciones el pensamiento métrico, pues los estudiantes cuentan con muchas herramientas matemáticas cercanas a su realidad con múltiples aplicaciones; si se realizan este tipo de exploraciones ellos verán las matemáticas como una herramienta útil y además encontrarán un vínculo con sus nociones intuitivas, junto con el trabajo de manipulación en diferentes situaciones y con materiales que aborden el desarrollo de los procesos generales.

Referencias Bibliográficas

- Bishop, A. (1991). *Enculturación Matemática, la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona España: Paidós Editorial.
- Bishop, A. (1999). *Enculturación Matemática, la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona España: Paidós Editorial.
- Bishop, A. (2005). *Aproximación sociocultural a la educación matemática*. Santiago de Cali, Colombia: Editorial Universidad del Valle.
- Bolán, M. A., Junquet, M., Pais, M. V., & Puyó, J. E. (sf). *Teoría de la Gestalt*. Palermo en Argentina.: Universidad de Palermo.
- Bonilla, E., & Rodríguez, P. (2005). *Más allá del dilema de los métodos. La investigación en ciencias sociales*. Colombia: Norma.
- Boyer, C. (1949). *The History of the Calculus and its Conceptual Development*. New York: Dover Publications, Inc.
- Campos Arenas, A. (2009). *Métodos mixtos de investigación*. Bogotá D. C.: Investigar Magisterio.
- Carraher, T., Carraher, D., & Schliemann, A. (1991). *En la vida diez, en la escuela cero*. Mexico: Siglo XXI editores, s.a. de c.v.
- Carretero, M. (2005). *Constructivismo y educación*. Mexico, D. F.: Progreso, S. A. de C. V.
- Castanedo, C. (1997). *Terapia Gestalt*. Madrid: Herder, S.A., Barcelona.
- Chaparro, A. Z., & Leguizamón, J. F. (2015). Interacciones sociales en el patio de recreo que tienen el potencial de apoyar el aprendizaje del concepto de probabilidad. *Rle- Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(3), 8-24.
- Coll, C., Martín, E., Mauri, T., Miras, M., Onrubia, J., Solé, I., & Zabala, A. (2007). *El constructivismo en el aula*. Barcelona: Graó, de Irif, s.l.

- De la Torre, S. (2003). *Dialogando con la creatividad. De la identificación a la creatividad paradójica*. Barcelona: Octaedro.
- Domènech Casal, J. (2014). ¿Cómo lo medimos? Siete contextos de indagación para detectar y corregir concepciones erróneas sobre magnitudes y unidades. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias (11-3)* , p. 398-409.
- Durán, P. (2013). *Reflexiones en torno al valor pedagógico del constructivismo*. Chile: Universidad de Tarapacá.
- Echazarra, A., & Schwabe, M. (2019). Programme for international student assessment (PISA) results from PISA 2018. *OECD* , 1.
- Gallo Mesa, O. F., Gutierrez Mesa, J. M., Jaramillo López, C. M., Monsalve Posada, O., Múnera Córdoba, J. J., Obando Zapata, G., . . . Vanegas Vasco, M. D. (2006). *Serie Didáctica de las matemáticas*. Medellín: Artes y Letras Ltda.
- Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Granada, : España: Proyecto Edumat- Maestros.
- Godino, J., Batanero, C., & Roa, R. (2002). *Medida de magnitudes y su didáctica para maestros*. Granada. (España): Los autores.
- Gómez Cedeño, M. (2011). *Pensamiento Geométrico y Métrico en las Pruebas Nacionales*. Bogotá.
- Gonzalez Prado, M. R. (2014). *Estrategias Metodológicas para el aprendizaje de medida en los estudiantes del 10mo "D" de Educación Básica del colegio Daniel Córdoba Toral (Tesis de Maestría)*. Universidad de Cuenca, Ecuador.
- González Ruiz, I., & Molina, M. (2015). Representaciones y fenómenos que organizan la relación de equivalencia. Un estudio experimental con maestros en formación inicial en el contexto de la geometría básica. *Dialnet*, 311.

- Gutiérrez Mesa, J. M., & Vanegas Vasco, M. D. (2005). *Desarrollo del pensamiento métrico en la Educación Básica secundaria*. Medellín.
- Gutierrez Mesa, J. M., & Vanegas Vasco, M. D. (2005). *Desarrollo del pensamiento métrico en la Educación secundaria*. Medellín.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2014). *Metodología de la Investigación*. México: McGraw-Hill / Interamiraca Editores, S.A. de C.V.
- Kula, W. (1980). *Las medidas y los hombre*. Madrid. España: Siglo XXI de España.
- Latner, J. (1994). *Fundamentos de la Gestalt*. Santiago de Chile: Editorial Cuatro Vientos.
- Leguizamón , J., Patiño , O., & Suarez, P. (2015). Tendencias didácticas de los docentes de matemáticas y sus concepciones sobre el papel de los medios educativos en el aula. *Revista Educación Matemática*, 27(3), 151-174.
- Ley 115 de Febrero 8. (1994). ley general de educación.
- Ley Estatutaria 1581. (2012). Por la cual se dictan disposiciones generales para la protección de datos personales. .
- Lopez Soriano, C. (2017-2018). *Una propuesta didáctica para trabajar la interconversión de medidas del sistema métrico decimal sin usar “escaleras” (Tesis de Maestría)*. Universidad de Valladolid, Palencia, España.
- López, L. D. (2013). *El entorno, pieza fundamental en el momento de desarrollar el pensamiento métrico en los estudiantes de grado octavo a través de situaciones problema contextualizadas en su realida (Tesis de Magister)*. Universidad Nacional de Colombia, Manizales, Colombia.
- Martinez, I. (1995). *Magnitudes, unidades y medida*. Obtenido de http://webserver.dmt.upm.es/~isidoro/ot1/Units_es.pdf

- MEN. (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Bogotá D. C.: Editorial Magisterio.
- Mineducación, M. d. (2019). Pruebas Pisa Mayo-2018: Un reto por la calidad. Recuperado de: <https://www.mineducacion.gov.co/portal/salaprensa/Noticias/391050:Pruebas-Pisa-Mayo-2018-Un-reto-por-la-calidad>.
- Ministerio De Educación Nacional. (1998). *Matemáticas Lineamientos Curriculares MEN*. Santa Fe de Bogotá.
- Nitola Zabala, M. A. (2018). *La estimación en la medida de longitud: la fotografía como herramienta de aprendizaje (Tesis de Magister)*. Universidad Externado de Colombia, Bogotá D.C..
- Ñaupas, H., Mejía, E., Novoa, E., & Villagómez, A. (2014). *Metodología de la investigación cuantitativa-cualitativa y redacción de la tesis*. Bogotá: Ediciones desde la U.
- Picado Alfaro, M., Rico Romero, L., & Gómez Alfonso, B. (2015). Enseñanza de las unidades métricas en España en la segunda mitad del siglo XIX. *Enseñanza de las ciencias* (33.3-3), p. 175-196.
- Pizarro Contreras, R. N. (2015). *Estimación de medida: el conocimiento didáctico del contenido de los maestros de primaria (Tesis doctoral)*. Universitat Autònoma de Barcelona, España.
- Rosas, R., & Balmaceda, C. (2008). *Piaget, Vigotski y Maturana: constructivismo a tres voces*. Buenos Aires: Aique Grupo Editor.
- Sevillano Corrales, C. (2014). *Propuesta de enseñanza del proceso de medida de longitudes y áreas a partir de la articulación entre lo métrico y lo numérico (Tesis de pregrado)*. Universidad del Valle, Cali, Colombia.
- Tashakkori, A., & Teddlie, C. (2003). *Handbook of Mixed Methods in Social & Behavioral Research*. California: Sage Publications.

Valero, P. (2002). *Consideraciones sobre el contexto y la educación*. Dinamarca: Universidad de Aalborg.

Villamil Rincón, D. L., Aldana Bermúdez, E., & Wagner Osorio, G. (2017). Análisis de contenido del concepto de área en educación superior. *Investigación, desarrollo e innovación (8-2)*, p. 265-278.

Yepes Montoya, A. M., & Bedoya Sánchez, J. R. (2014). Análisis estadístico de la educación matemática en la ciudad de Pereira. *Scientia et Technica*, 202.

Yontef, G. (1995). *Proceso y dialogo en psicoterapia Gestaltica*. Argentina: Cuatro vientos.

Anexos

Anexo 1

Consentimientos informados de padres de familia y a la Institución.

Sogamoso, 17 de Junio de 2019

Estimado Señor (Señora) Padre (Madre) de familia o Acudiente.

La Licenciada en Matemáticas y Estadística ANGELA ROCIO TUTA MORA, estudiante de la Maestría en Educación Matemática de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC) y actualmente docente del área matemáticas de su hijo (a) _____ se encuentra adelantando el proyecto **“El contexto extraescolar como mediación en el desarrollo del pensamiento métrico”** como requisito para obtener el título de Magíster en Educación Matemática. El objetivo principal de este proyecto es Fortalecer el pensamiento métrico en estudiantes de grado séptimo a través de situaciones del contexto extra escolar. El desarrollo de este proyecto espera generar conciencia y reflexión sobre el pensamiento métrico de tal forma que los estudiantes sepan realizar aproximaciones en cuanto al tema de medida en la asignatura de geometría y así poder contribuir a los procesos de planeación académica.

Durante varias sesiones el estudiante realizará actividades que serán valoradas en el 20% y estarán enfocadas al objetivo ya mencionado y se recolectarán datos escritos y audio grabados los cuales serán estrictamente confidenciales y usados para fines netamente académicos. Por lo tanto, este proyecto no tendrá incidencia en evaluaciones o ningún otro asunto propio de la institución educativa. En todo caso, el estudiante tiene el derecho de retirarse de la investigación en cualquier momento que Usted considere necesario. Los resultados obtenidos en esta investigación serán utilizados únicamente para generar informes de la misma, presentarlos en actividades académicas y para elaborar artículos o libros de tipo científico y se espera que sea de gran ayuda en el aprendizaje de Geometría de su hijo.

Apreciaría sinceramente su autorización para poder contar con su hijo/a como participante de este proyecto.

Angela Rocio Tuta Mora

Investigadora principal

Yo _____ identificado con cc _____ autorizo a mi hijo/a _____ para que participe en el proyecto de investigación **“El contexto extraescolar como mediación en el desarrollo del pensamiento métrico”** adelantado por la Lic. Angela Rocio Tuta Mora perteneciente al colegio cooperativo Reyes Patria Sogamoso.

Firma _____

Sogamoso, 17 de Junio de 2019

Rector:
OSCAR HERNÁN PORRAS OLARTE
Colegio Cooperativo Reyes Patria Sogamoso
E. S. D.

Cordial saludo:

Por medio de la presente me dirijo a Usted con el fin de informarle que como parte de mis actividades y deberes académicos de la maestría en Educación Matemática que estoy cursando actualmente en la *Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia*, me encuentro adelantando mi propuesta de investigación “**El contexto extraescolar como mediación en el desarrollo del pensamiento métrico**”. El objetivo principal de este proyecto es Fortalecer el pensamiento métrico en estudiantes de grado séptimo a través de situaciones del contexto extra escolar. El desarrollo de este proyecto espera generar conciencia y reflexión sobre el pensamiento métrico de tal forma que los estudiantes sepan realizar aproximaciones en cuanto al tema de medida en la asignatura de geometría y así poder contribuir a los procesos de planeación académica.

Durante varias sesiones el estudiante realizará actividades enfocadas al objetivo ya mencionado y se recolectarán datos escritos y audio grabados los cuales serán estrictamente confidenciales y usados para fines netamente académicos. Con el fin de respetar la confidencialidad de la información y el buen nombre de la institución los padres de familia firmarán un formato en el cual ellos son informados acerca de los fines y metodologías del proyecto y aceptan la participación de sus hijos en este estudio.

Agradecería sinceramente su autorización para desarrollar mi propuesta en su institución con la esperanza de que traiga muy buenos resultados y beneficios en nuestro quehacer pedagógico.

Cordialmente,

Angela Rocio Tuta Mora
Investigadora principal

Mg. Arley Zamir Chaparro
Director de la Tesis.

Anexo 2:*Prueba diagnóstica***PRUEBA DIAGNÓSTICA**

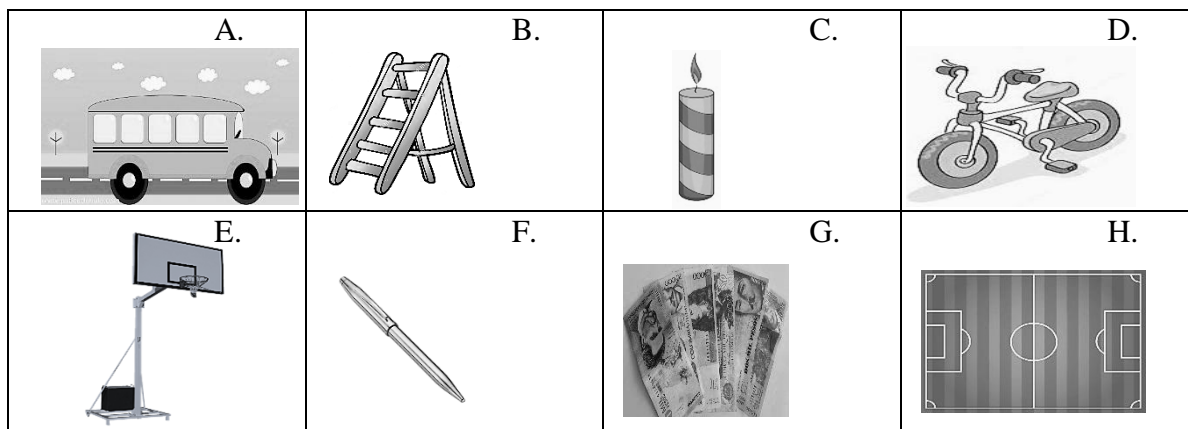
Nombre Estudiante: _____ Edad: _____ Grado: _____

OBJETIVO: El objetivo principal de esta investigación es utilizar herramientas que permitan fortalecer el pensamiento métrico en estudiantes de grado séptimo a través de situaciones del contexto extra escolar.

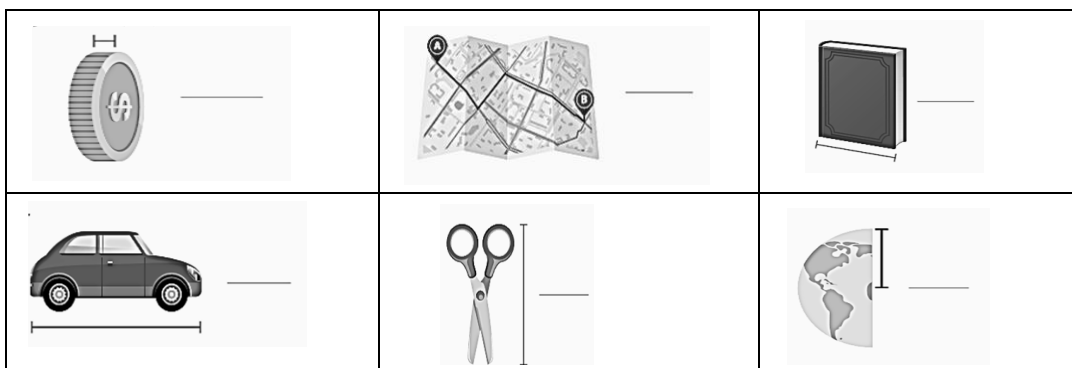
INSTRUCCIONES GENERALES

- La prueba consta de 20 preguntas con respecto a la asignatura de Geometría y al grado en el que se encuentra cursando; están organizadas por temáticas que ya conoce y ha visto en años anteriores y en el primer periodo académico en la Institución Educativa a la que hace parte.
- En forma ordenada y con buena letra realice los procedimientos que considere necesarios para encontrar la solución en cada punto, según lo que indique el enunciado.
- El tiempo máximo para contestar la prueba es de 100 minutos.

1. Sin necesidad de efectuar ninguna medición, marque con una X la letra del objeto que usted cree que mide más de un metro de ancho o de largo (suponga la medida del objeto real, para encontrar la respuesta adecuada):



2. En las siguientes imágenes, escriba la unidad de medida más apropiada, para medir el objeto que se presenta a continuación (suponga la medida del objeto real).



3. De las unidades indicadas en cada caso, marque con una X la unidad más adecuada para hacer las siguientes mediciones (suponga la medida del objeto real):

3.1. Medir el grosor de un vidrio:

Kilometro metro decímetro milímetro

3.2. Medir la distancia entre Barranquilla y Quibdó:

Kilometro Hectómetro decímetro centímetro

3.3. Medir la altura de un edificio:

Hectómetro metro centímetro milímetro

3.4. Medir el largo y el ancho de un computador:

metro decímetro centímetro milímetro

3.5. La longitud de un lápiz:

milímetro centímetro metro Decámetro

3.6. La estatura:

centímetro milímetro Kilometro Hectómetro

3.7. La altura de un árbol:

metro Kilometro milímetro Decámetro

4. De las siguientes frases, subraye aquellas que tengan sentido (suponga la medida del objeto real):

4.1. El padre de Manuel tiene una estatura de 4,5 Dam

4.2. El ancho de la pantalla de un televisor es 120 cm

4.3. La altura de una casa es 9 m

4.4. El grosor de una hoja de papel es 20 dm

5. Dados los siguientes segmentos de recta, escriba una X en cada espacio si la medida del segmento es mayor o menor de 8 cm. Luego, determine la medida de cada segmento sin usar regla y escriba el resultado con la unidad que considere adecuada o aproximada.



Mayor ____ Menor ____
 Resultado aproximado en cm ____.

5.2.

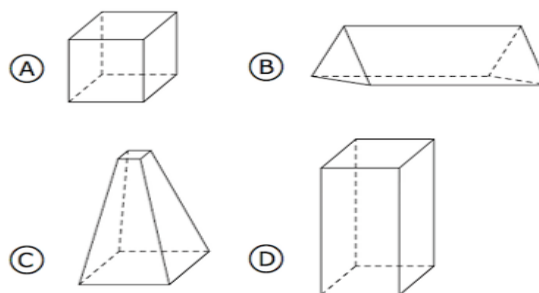
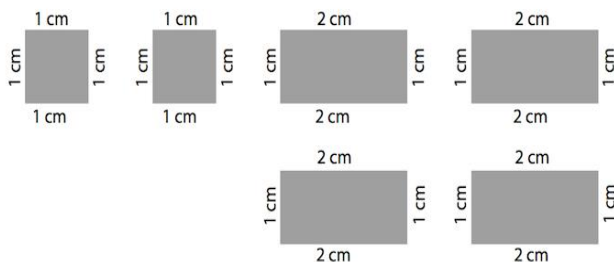


Mayor ____ Menor ____
 Resultado aproximado en cm ____.



Mayor ____ Menor ____
 Resultado aproximado en cm ____.

6. Observa las seis piezas de cartón de Susana del lado izquierdo y luego, elige con una X en la letra de la imagen de la derecha ¿Cuál de las siguientes figuras podría construir Susana utilizando todas estas 6 piezas sin cortarlas?



7. ¿Cuánta capacidad tiene en total? Señale con una X donde está la respuesta correcta y explique el procedimiento con el cual llegó a la respuesta (lo más detallado posible).

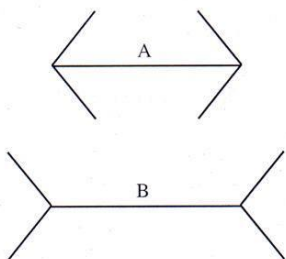


8. El patio del colegio es un cuadrado que mide 150 metros de lado. Ruth recorre todo el borde del patio. ¿Cuál es la distancia que recorrió Rut? Explique el procedimiento con el cual llegó a la respuesta (lo más detallado posible).

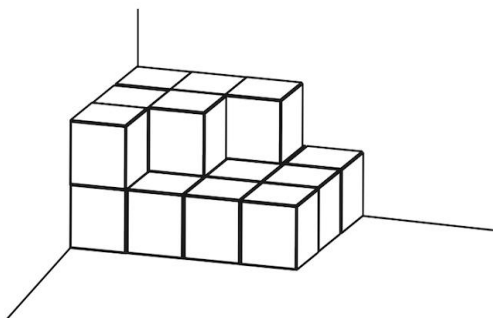
9. De la siguiente situación responda. ¿Cuál de estas superficies se podrían medir con un metro cuadrado?

- A. La cancha de tenis
- B. Las tapas del libro
- C. La mesa del comedor
- D. Una cartelera.

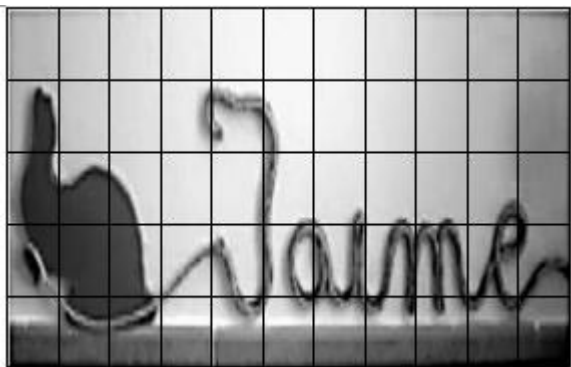
10. ¿Qué se puede concluir de las siguientes imágenes A y B? Describa en forma explícita. No es necesario dar un resultado.



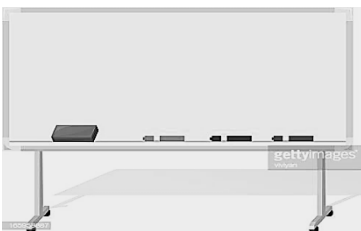
11. Ana junta las cajas en el rincón de la habitación como se muestra en la siguiente imagen. Todas las cajas son del mismo tamaño y cada una tiene un volumen de 27 cm^3 . ¿Cuánto espacio ocupan las cajas en la habitación? Explique cómo llegó a la respuesta (lo más detallado posible).



12. ¿Cuántos centímetros de lana se necesita para hacer las letras de este trabajo en artes? Explique el procedimiento con el cual llegó a la respuesta (lo más detallado posible).

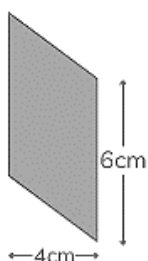


13. ¿Cómo se podría saber el área de la pizarra sin tener ningún instrumento de medida? Describa en forma explícita el proceso que seguiría. No es necesario dar un resultado.



14. ¿Qué área ocupa, aproximadamente, la siguiente figura?, ¿Qué estrategia usarías para resolverla?

Explique el procedimiento con el cual llegó a la respuesta.

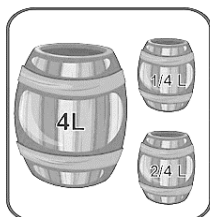


15.Cuál es la diferencia entre: un cuadrado “de” un centímetro de lado y “un” centímetro cuadrado (Explique lo más detallado posible).

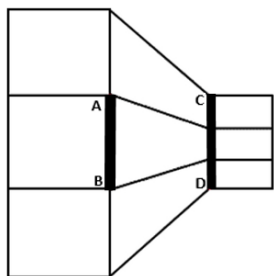
16. ¿Qué se puede concluir de la cantidad de objetos que contiene cada tarro? Explique cómo llegó a la respuesta (lo más detallado posible).



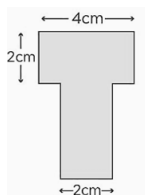
17. ¿Cuánta capacidad tienen los siguientes barriles para llenarlos de gaseosa? Explique cómo llegó a la respuesta (lo más detallado posible).



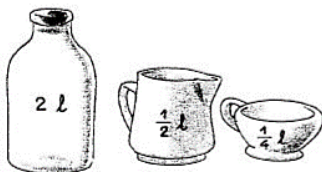
18. Qué se puede concluir acerca de las longitudes AB Y CD . Describa en forma explícita. No es necesario dar un resultado.



19. ¿Cuál es el área de la siguiente figura? Explique el procedimiento con el cuál llego a la respuesta.



20. Observe la capacidad de los recipientes y conteste de forma explícita:



- 20.1. ¿Cuántas jarras se pueden llenar con el agua de la botella?
- 20.2. ¿Cuántas tazas se pueden llenar con el agua de la jarra?
- 20.3. ¿Cuántas tazas se pueden llenar con el agua de la botella?

INFOGRAFÍA:

<https://www.youtube.com/watch?v=6Rp7DvK4iwk>

<https://www.alamy.es/foto-escalera-de-dibujos-animados-171496279.html>

https://es.123rf.com/photo_69086764_icono-de-la-vela-ilustraci%C3%B3n-de-dibujos-animados-de-vectores-icono-de-la-vela-para-la-web.html

<https://sp.depositphotos.com/57911573/stock-illustration-bicycle-cartoon.html>

<https://tchol.org/download>

<http://www.canalgif.net/Gifs-animados/Oficina/Boligrafos.asp>

<https://www.pulzo.com/economia/cuanto-cuesta-fabricar-billetes-colombia-PP466302>

<https://co.pinterest.com/pin/321233385921586672/>

http://www.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/plan_choco/matematicas_7_bim2_sem2_est_2.pdf

<http://evaluacion.educalab.es/timsspirils/tests/34/pregunta/1>

<https://www.mundoprimaria.com/fichas-para-imprimir/ejercicios-matematicas>

<https://www.amazon.es/Homcom-Colchoneta-Rompecabezas-Abecedario-Resistente/dp/B07C84T2FJ>

<https://studylib.es/doc/5139885/estimaci%C3%B3n-de-medida>

<https://www.gettyimages.es/ilustraciones/pizarra-blanca>

file:///C:/Users/ANGELA/Desktop/TESIS%20MEDIDAS%20DE%20MAGNITUD/marco%20teorico/medida%20y%20magnitudes_%20godino.pdf

<https://laimagenfija.wordpress.com/la-imagen-la-percepcion-ilusiones-opticas/ilusiones-opticas/>

<http://piziadas.com/2012/10/ilusion-optica-basada-en-la-perspectiva.html>

Anexo 3

Conformación de grupos para el trabajo de las situaciones didácticas

Grupo	Estudiante
G1	E1, E2, E3, E4, E5
G2	E1, E2, E3, E4, E5
G3	E1, E2, E3, E4
G4	E1, E2, E3, E4
G5	E1, E2, E3, E4

Anexo 4

Testeo

TESTEO



Compañero Profesor sírvase colaborar en responder las siguientes preguntas, las cuales serán utilizadas para el desarrollo de un proyecto de investigación.

1. ¿Cómo enseñaría el concepto de magnitud?
2. ¿Cómo enseñaría el concepto de medida?
3. ¿Cómo relaciona las magnitudes en el contexto escolar?
4. ¿Qué concepción tienen acerca de la relación del concepto magnitud en los contextos escolar y extraescolar?
5. ¿Cómo haría para utilizar el contexto extraescolar en la enseñanza del concepto de magnitud?
6. ¿Cómo aplican los estudiantes en su contexto extraescolar el concepto de magnitud una vez el profesor lo ha explicado en clase?
7. ¿De qué manera se relacionan las magnitudes y la medida en el contexto extraescolar para que se logre potenciar un aprendizaje?
8. ¿Cómo se logra articular las medidas de magnitud en contextos extraescolares?
9. ¿Cómo se logra comparar la medición en contextos extraescolares?
10. ¿Qué es lo que diferencia en el contexto extraescolar la medida y la magnitud?
11. ¿A qué puede llamar magnitud en el contexto extraescolar?
12. ¿Crees que es importante aprender el concepto de medición con tareas reales de la vida cotidiana o del contexto extraescolar?
13. ¿Cómo se lograría una conexión entre las magnitudes y la medición en el contexto escolar y extraescolar?
14. ¿Cómo crees que el estudiante puede experimentar en el contexto extraescolar la multitud de propiedades que se pueden medir y cuantificar (magnitudes)?
15. ¿De qué manera podríamos medir y usar las magnitudes con la resolución de tareas reales y que atiendan a la curiosidad del alumnado?
16. ¿Cómo crees que el estudiante podría adquirir mejor el conocimiento de medida y magnitud en cuanto al que primero sea en el contexto escolar o en el contexto extraescolar?
17. ¿Cómo se logra hacer la medición de una longitud para comparar el objetivo a medir con una unidad de medida adecuada?

Agradezco su apoyo y colaboración.

Anexo 5

Situación didáctica uno: la actividad de magnitud, cantidad y medida

	COLEGIO COOPERATIVO REYES PATRIA 2019 “Amor, libertad y disciplina”	
Temática: Medida de Magnitud	DOCENTE: Angela Rocio Tuta Mora	GRADO : SEPTIMO
ÁREA: Matemáticas	ASIGNATURA: GEOMETRÍA	PERIODO: Cuarto
ESTUDIANTE:		FECHA:

LOGRO: Reconoce la unidad de medida que se requiere de acuerdo con la magnitud a medir.

LA ACTIVIDAD DE MAGNITUD, CANTIDAD Y MEDIDA.

1. PARTICIPACIÓN DEL MAESTRO: (5 min)

Pautas para el desarrollo de la situación de aula.

2. MOMENTO GRUPAL: (1 hora)

- Todos los estudiantes del grupo deben buscar cinco objetos, visualizarlos muy bien y describir sus propiedades.
- Ahora deben contestar a las siguientes preguntas:
 - ✓ ¿Qué es una magnitud?
 - ✓ ¿Qué son las magnitudes físicas?
 - ✓ ¿En qué consiste la medición?
 - ✓ Dibujar 2 instrumentos que sirvan para medir longitudes.
 - ✓ ¿Qué otras unidades de medida se usan para medir longitudes? Dibujar 5 instrumentos utilizados para estas medidas.

Para medir una magnitud, se utilizan unidades de patrón que pertenecen a un sistema de medidas, las cuales se derivan de las unidades internacionales de medida, acordadas por la mayoría de países del mundo; según esto las unidades permiten calcular diferentes magnitudes y de éstas se derivan otras.

- Encontrar el patrón de medida que se debe utilizar para calcular la magnitud en cada caso.
 - a) La cantidad de agua que hay en un recipiente.
 - b) La capacidad de carga de un camión.
 - c) La cantidad de gasolina que necesita un carro para recorrer 100 km.
 - d) El tiempo que gasta un atleta en recorrer 7 km.
- En el carro que se presenta a continuación aparecen cantidades de varias magnitudes, con su unidad correspondiente. Mencionen qué es para el grupo: magnitud, cantidad y medida referidas al carro



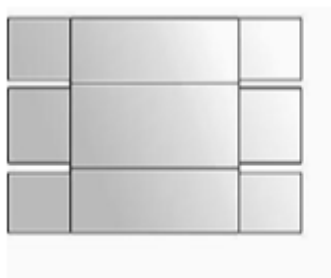
Magnitud: _____

Cantidad: _____

Medida: _____

3. MOMENTO INDIVIDUAL: (15 min)

- Describe lo que ve en la siguiente imagen; primero tendrás que construir visualmente el objeto que se puede formar y luego, especifica cuál es su magnitud, cantidad y medida.



Magnitud:

Cantidad:

Medida:

4. PUESTA EN COMÚN: (20 min)

Luego de concluir el trabajo en grupos, se reúne toda la clase. El maestro coordina la discusión, sin intervenir. Cada uno de los relatores o secretarios de grupo lee y hace la presentación de lo que trabajaron. Esa presentación puede ser en un cartel. Uno de los estudiantes toma nota de todo lo que se dice y observa.

5. INSTITUCIONALIZACIÓN (RECAPITULACIÓN, CORRELACIÓN, EVALUACIÓN, PLANIFICACIÓN) (15 min):

- Los estudiantes deben contestar: ¿Qué significa medir?

EJERCICIO (para contestar en el cuaderno):

Para concluir, todo el grupo resuelve las siguientes situaciones:

a) En cada una de las siguientes fases, indica de qué magnitud se trata y la unidad de medida que se utiliza:

1. El diámetro del planeta Júpiter es 11 veces el de la Tierra.
2. La película dura una hora y media.
3. La dosis de ese jarabe es de dos cucharaditas y media antes de comer.

b) Fíjate en las distintas unidades que utilizaron Ana, Esther y Carlos para medir la superficie del muro de la figura.



es un

1. ¿Qué medida obtuvo cada uno de ellos?
2. ¿Con qué unidad la medida de la superficie del muro es un número entero?

Misión: Consulta otras unidades de medida de longitud antiguas, trae una foto impresa de cada uno con su cicla al lado y descargar la aplicación google earth explórala muy bien.

CULMINACIÓN DE LA ACTIVIDAD DE CLASE.

Anexo 6

Situación didáctica dos: la actividad de medir longitudes

	COLEGIO COOPERATIVO REYES PATRIA 2019 “Amor, libertad y disciplina”		
Temática: Medir Longitudes	DOCENTE: Angela Rocio Tuta Mora	GRADO :	
ÁREA: Matemáticas	ASIGNATURA: GEOMETRÍA	PERIODO:	
ESTUDIANTE:			FECHA:

LOGRO: Identifica relaciones entre unidades para medir diferentes magnitudes de longitud. Resolver y formular problemas que requieren técnicas de estimación.

LA ACTIVIDAD DE MEDIR LONGITUDES

1. PARTICIPACIÓN DEL MAESTRO: (5 min)

Ubicados en una clase de geometría ¿qué significa para ti estimar?

2. MOMENTO INDIVIDUAL: (30 min)

- Contesta las siguientes preguntas nombrando (la palabra) unidades de medida apropiados para cada caso:

Altura de una persona _____ El ancho del salón de clase _____

Cantidad de agua de una piscina _____ Distancia que recorre un carro _____

La cantidad de pintura _____

- Completa el siguiente enunciado: Un metro equivale a _____ decímetros y _____ kilómetros.
- La medición es indispensable cuando se desea describir un objeto físicamente. Sin embargo, cuando se requiere precisión, se acostumbra a medir en cuartas (manos) o en pasos (pies).⁵
 - Mide en pasos el largo y el ancho del salón de clase, registra tu dato; luego pídele el dato a un compañero, compara tu solo los resultados obtenidos y contesta ¿Qué se puede concluir de la comparación? Explica la respuesta.
 - Se desea medir el espacio que ocupan los muebles de una sala, para saber si cabe un sillón de 60 cm de ancho por 150 cm de largo. ¿Qué es más conveniente utilizar, el metro, la cuarta o el paso? ¿Por qué?
 - Mide el largo del pupitre, primero en cuartas y luego utilizando el metro. ¿Qué diferencia se observa entre las dos formas de medir? Explica tu respuesta.
 - ¿Los resultados obtenidos en las mediciones anteriores son exactos o aproximados? ¿Por qué?
 - Para ti que es estimar.
- A continuación, revisa en forma individual la siguiente imagen en donde se encuentra un plano de un sector de la ciudad de Sogamoso. En éste se indican varios caminos para recorrer desde el punto P al punto Z señalados en el plano; encuentra 4 caminos o rutas en mapas diferentes para ir de punto a punto. Expresa las medidas de las longitudes entre los puntos PZ, siguiendo las trayectorias indicadas, en términos de a, b, c, como unidades

(a = una unidad; b = dos unidades; c = tres unidades).



⁵ Adaptado de: Morales, Salgado, Nivia, Acosta y Orjuela (2004). Aritmética y Geometría II; Bogotá, D. C., Colombia; Editorial Santillana.



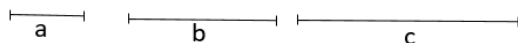
MOMENTO GRUPAL: (1 hora) ⁶

Socialicen la actividad del plano de un sector de Sogamoso donde cada uno describió cuatro formas diferentes para ir del punto P al punto Z, marcando en hojas diferentes dichos recorridos. El grupo contestará ¿Cuál creen que es la ruta más corta de las que dibujaron?, ¿Cuál creen que es la ruta más larga de las que dibujaron?

Situación 1: “La tubería en el barrio”

A continuación, analicen la siguiente situación: Se quiere contratar una firma de ingenieros para construir una alcantarilla, de un metro de diámetro y en tubos de cemento, en un barrio entre los puntos P y Z, siguiendo la trayectoria más corta en el centro de las calles. Se contratará la obra que resulte más económica y con las especificaciones dadas, estudios preliminares dicen que:

- En el mercado se consiguen tubos de largo a, b, c, como aparece en la siguiente imagen.



- El costo del tubo a es de \$300.000
- El costo del tubo b es de \$600.000
- El costo del tubo c es de \$900.000

⁶ Adaptado de: Gallo, Gutiérrez, Jaramillo, Monsalve y otros (2006). Módulo 3-Pensamiento Métrico y Sistemas de Medida; Serie

sabiendo que los tubos se pueden cortar según su diámetro y al material con que están hechos, el costo del corte es de \$60.000

- Cada unión entre dos tubos aumenta el costo en unos doscientos mil pesos porque requiere de obras secundarias. ¿Cuál es el menor costo de la obra?

Situación 3: “Recorrido ciclistico”

¿Para ti, qué es el número π ?

Para esta situación cada estudiante trae la imagen (foto) de él mismo con su bicicleta. Los estudiantes estimaran el radio y el diámetro de la rueda de su bicicleta. Calculará cada uno el perímetro de la rueda con la formula (investígala).

Ahora utilizando un mapa de la ciudad de Sogamoso con la aplicación Earth, el grupo debe señalar un recorrido de una competencia ciclistica de 15 Km, para un circuito por las vías del centro y sus alrededores.

Téngase en cuenta que:

- Se sabe que entre el Estadio Olímpico del Sol y el Hospital Regional de Sogamoso, hay 5.145,84 metros.
- La competencia parte, en sentido norte – sur, del Estadio Olímpico del Sol; allí mismo es la llegada.
- Se debe respetar el sentido de las calles y carreras para la circulación de vehículos en situación normal.
 - a) Tomar una foto del recorrido realizado.
 - b) Realizar las operaciones necesarias para indicar cuantos giros daría la llanta de la bicicleta de cada uno en el recorrido anterior.
- Si el circuito ciclistico pasa por los siguientes lugares: Parque el Laguito, frente a la clínica el laguito, carrera 12, Plaza 6 de septiembre, biblioteca Municipal, Colegio Celco, hasta llegar de nuevo al Parque el Laguito.
- De los datos anteriores y con la aplicación de Earth ¿cuál es el perímetro de todo el recorrido?

3. **PUESTA EN COMÚN: (15 min)**

4. **INSTITUCIONALIZACIÓN (RECAPITULACIÓN, CORRELACIÓN, EVALUACIÓN, PLANIFICACIÓN):**



Demostración del perímetro de la circunferencia.

Para concluir, todo el grupo resuelve las siguientes situaciones: Nombra objetos de 3 m que sean del contexto extraescolar.

CULMINACIÓN DE LA ACTIVIDAD DE CLASE.

Anexo 7

Situación didáctica tres: la actividad de medir superficies

	COLEGIO COOPERATIVO REYES PATRIA 2019 “Amor, libertad y disciplina”	
Temática: Medir superficies	DOCENTE: Angela Rocio Tuta Mora	GRADO: SEPTIMO
ÁREA: Matemáticas	ASIGNATURA: GEOMETRÍA	PERIODO: Cuarto
ESTUDIANTE:		FECHA:

LOGRO: Utilizar técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas; además calcular áreas a través de recomposición y descomposición de figuras y cuerpos.

LA ACTIVIDAD DE MEDIR SUPERFICIES

1. PARTICIPACIÓN DEL MAESTRO: (5 min)

¿Qué magnitud le podrías encontrar a la ciudad de Sogamoso (a la extensión)?

2. MOMENTO INDIVIDUAL: (30 min)

Seguir las indicaciones dadas:

- Con cuadrados (5 y 10 cm de lado); Triángulos rectángulos con dos lados igual que los cuadrados. Pentágonos y círculos con diámetro igual al lado del cuadrado.
- Llena la tabla con la información que recoges de la siguiente actividad

○ Figuras	○ Cantidad
○ Cuadrados	○
○ Triángulos	○
○ Pentágonos	○
○ Círculos	○

- Recubre la superficie que utilizas para escribir en tu pupitre con los cuadrados sin que queden huecos (espacios) ni se superpongan las figuras (escribe la cantidad de cuadros que utilizaste en la tabla anterior)
- Realiza la actividad anterior con los triángulos equiláteros solamente, luego con los pentágonos solamente y por último con los círculos solamente.

Ahora conteste a las siguientes preguntas:

- ¿Con todas las figuras se puede realizar la actividad? Justifica tu respuesta.
 - ¿Con cuál figura no?
 - ¿Puedes dar una razón para ello?
 - ¿Puedes estimar el área de la superficie con las figuras?, ¿Cuál sería el área?
- ##### 3. MOMENTO GRUPAL: (1 hora)
- Ahora con la imagen dada del croquis de la ciudad de Sogamoso intenten en grupo recubrir la superficie utilizando todas las figuras dadas anteriormente en forma combinada.
 - ¿Con todas las figuras se puede realizar la actividad?
 - ¿Cuáles no se pueden combinar? ¿Por qué?
 - Estima el área de la ciudad de Sogamoso con las figuras.

Figuras	Cantidad
Cuadrados	
Triángulos	
Pentágonos	
Círculos	

- Ahora revisen el video que se encuentra en la plataforma del colegio en enlaces, sobre la Construcción del área del círculo y otras figuras para que puedan llenar la siguiente tabla.

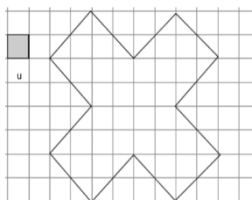
	Perímetro	Área
Cuadrado		
Triángulo		
Paralelogramo		
Rectángulo		
Trapezio		
Pentágono		
Círculo		

- A continuación, encuentren el área de cada figura con las medidas dadas inicialmente, con esta información estime el área de la superficie del pupitre y el área de la superficie del croquis de la ciudad de Sogamoso.
- Por último, con la imagen de la casa y la estatura de cada uno, estime el área de la fachada de la casa y explique cuál fue el procedimiento que utilizaste para encontrarla.

4. **PUESTA EN COMÚN: (20 min)**

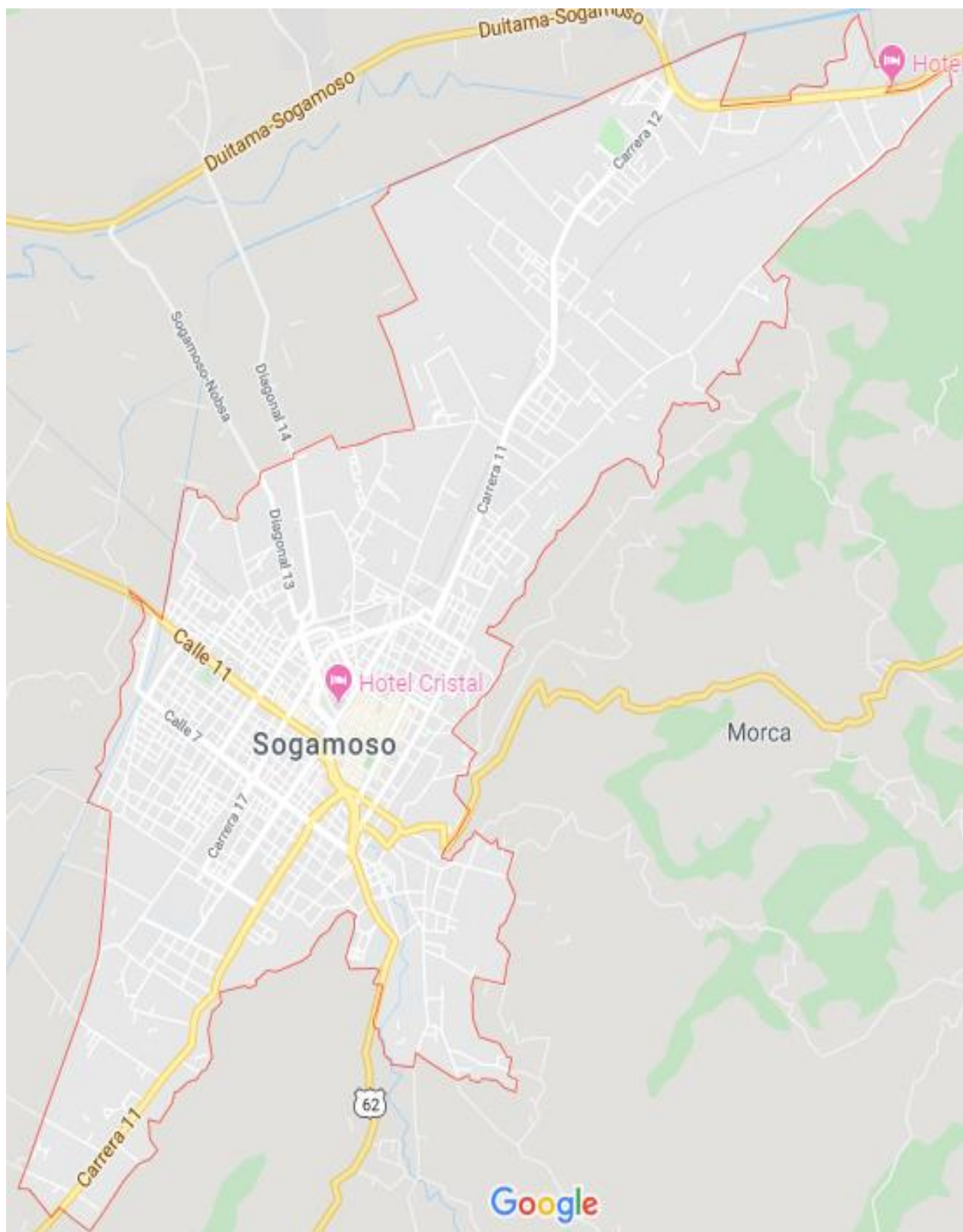
5. **RECAPITULACIÓN, CORRELACIÓN, EVALUACIÓN, PLANIFICACIÓN:**

- ¿Cuántas veces cabe el cuadrado U en cada una de las figuras?

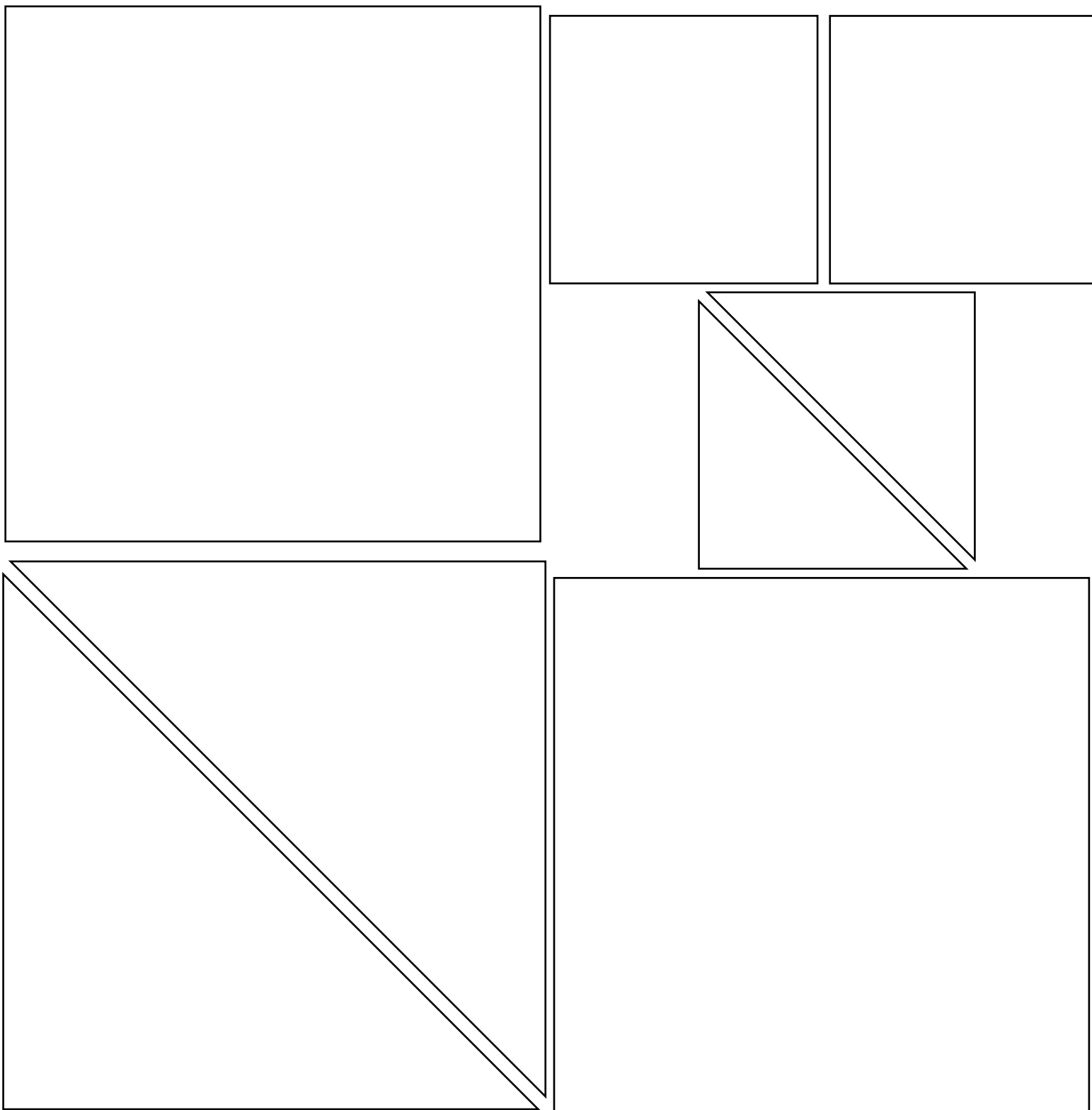


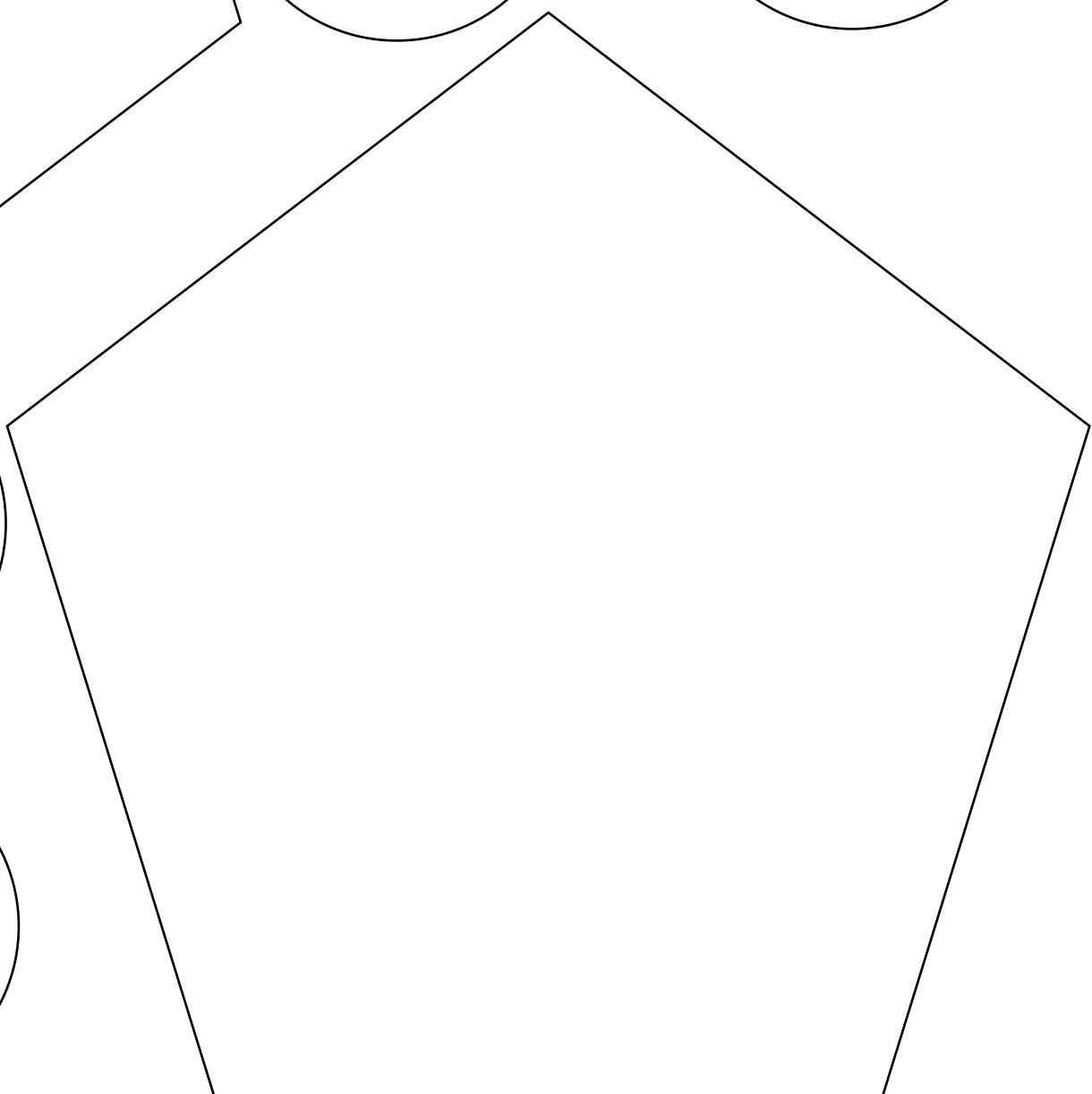
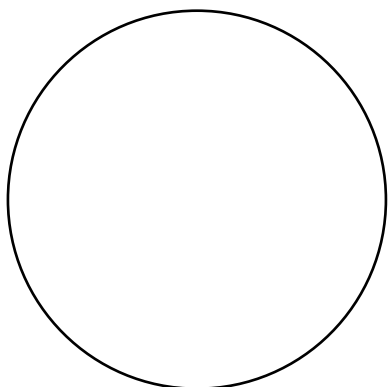
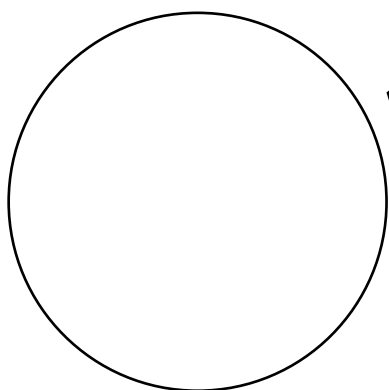
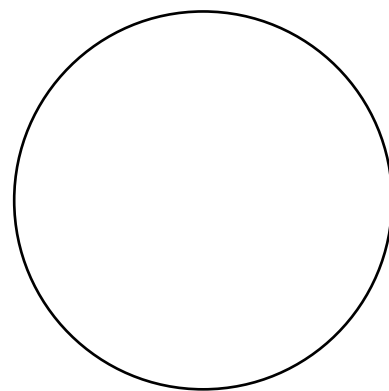
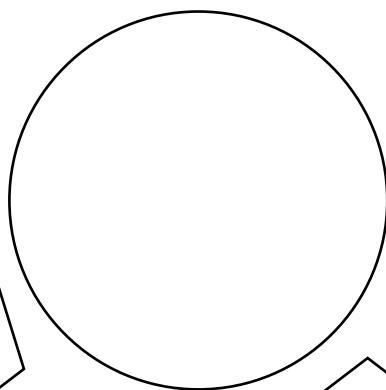
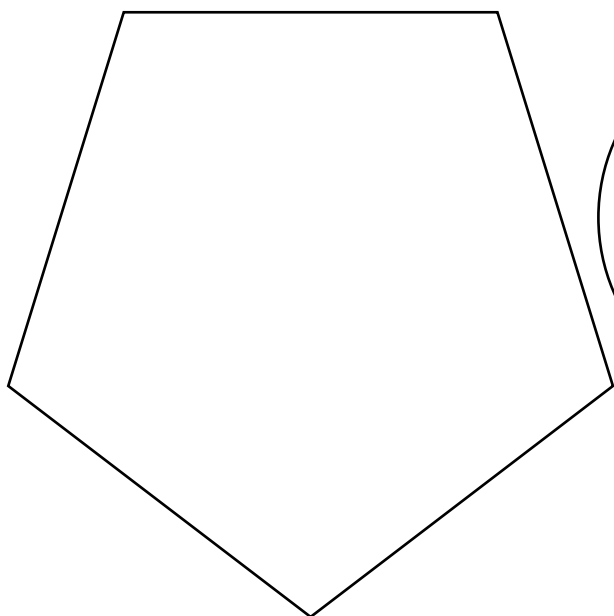
CULMINACIÓN DE LA ACTIVIDAD DE CLASE.

Anexo: Mapa de la Ciudad de Sogamoso- Boyacá



Anexo: Figura geométricas para el desarrollo de la situación didáctica.





Anexo 8

Situación didáctica cuatro: la actividad de medir volumen

	COLEGIO COOPERATIVO REYES PATRIA 2019 “Amor, libertad y disciplina”	
Temática: Medir volumen	DOCENTE: Angela Rocio Tuta Mora	GRADO :
ÁREA: Matemáticas	ASIGNATURA: GEOMETRÍA	PERIODO: Cuarto
ESTUDIANTE:		FECHA:

LOGRO: Reconocer las unidades de medida y hallar el volumen de sólidos de algunos cuerpos.

LA ACTIVIDAD DE MEDIR VOLUMEN

1. PARTICIPACIÓN DEL MAESTRO: (5 min)

En contextos geométrico ¿Qué entiendes por el volumen de un objeto?

2. MOMENTO INDIVIDUAL: (30 min)

Tarea: Traer un objeto pequeño que se pueda llenar con arena.

- Explica, ¿Qué es un poliedro? y sus elementos. (ver video: <https://www.youtube.com/watch?v=yQjFgDtUKXQ>)
 - Ahora para ti, ¿Qué es un hexaedro?
- Realiza en cartón cartulina un hexaedro de lado 8cm en cartón cartulina (ver video: <https://www.youtube.com/watch?v=JGX59QWIEWc>); utiliza cinta.

3. MOMENTO GRUPAL: (1 hora)

- a) Estimar el volumen de cuántas cajas cabrían en un locker.
- b) Ahora tengan en cuenta que ustedes son los dueños de una veterinaria y quieren sacar a la venta arena para gatos, y han pensado en venderla en recipientes de forma hexagonal y esférica. Para esto tengan en cuenta las siguientes condiciones:
 - Llenar la esfera para estimar el volumen del objeto.
 - Estime el volumen de la esfera mediante la comparación del volumen del cubo construido en clase a través del proceso de llenado.
 - ¿Qué pueden concluir de estas dos comparaciones?
- c) A continuación, cada integrante del grupo debe llenar el objeto que trae con arena.
 - Contesta de forma individual ¿Cuál crees que de los objetos que trajeron tus compañeros comparados con el tuyo le cabe mayor contenido de arena?
- d) Cuáles de esos objetos que trajeron posiblemente tengan el mismo volumen. Explique las razones por las cuales llegaron a esta conclusión.
- e) Realizar las comparaciones de los diferentes objetos mediante el proceso de llenados para determinar el volumen de cada uno de ellos.
- f) Por último, encuentren la fórmula de cada uno de los objetos trabajados en clase, con las medidas dadas para decir exactamente cuál es el volumen de cada figura geométrica.

4. PUESTA EN COMÚN: (20 min)

5. RECAPITULACIÓN, CORRELACIÓN, EVALUACIÓN, PLANIFICACIÓN:

Con el volumen de cada una de las figuras (el cono y la esfera) y sabiendo que el precio de 1 cm cúbico equivale a \$2.000. ¿Cuál es el precio para la venta de arena por cajas de forma cubica o esférica?

CULMINACIÓN DE LA ACTIVIDAD DE CLASE.

Anexo 9

Prueba final

PRUEBA FINAL

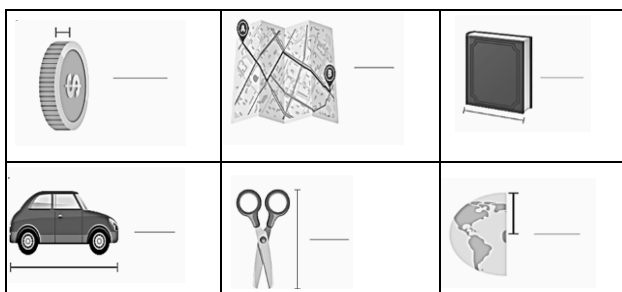
Nombre Estudiante: _____ Edad: _____ Grado: _____

OBJETIVO: El objetivo principal de este proyecto es analizar el desarrollo del pensamiento métrico en estudiantes de grado séptimo a través de situaciones del contexto extra escolar.

INSTRUCCIONES GENERALES

- La prueba consta de 12 preguntas con respecto a la asignatura de Geometría y al grado en el que se encuentra cursando; están organizadas por temáticas que ya conoce, ha visto en años anteriores y situaciones que se han aplicado en clase y en la Institución Educativa a la que hace parte.
- En forma ordenada y con buena letra realice los procedimientos que considere necesarios para encontrar la solución en cada punto, según lo que indique el enunciado.
- El tiempo máximo para contestar la prueba es de 100 minutos.

1. En las siguientes imágenes, escriba la unidad de medida más apropiada, para medir el objeto que se presenta a continuación (suponga la medida del objeto real).



2. De las unidades indicadas en cada caso, marque con una X la unidad de medida más adecuada (encima de la palabra) para hacer las siguientes mediciones (suponga la medida del objeto real):

2.1. Medir el grosor de un vidrio:

Kilometro	metro	decímetro	milímetro
-----------	-------	-----------	-----------

2.2. Medir la distancia entre Barranquilla y Quibdó:

Kilometro	Hectómetro	decímetro	centímetro
-----------	------------	-----------	------------

2.3. Medir la altura de un edificio:

Hectómetro	metro	centímetro	milímetro
------------	-------	------------	-----------

2.4. Medir el largo y el ancho de un computador:

metro	decímetro	centímetro	milímetro
-------	-----------	------------	-----------

2.5. La longitud de un lápiz:

milímetro	centímetro	metro	Decámetro
-----------	------------	-------	-----------

2.6. Tu estatura:

centímetro	milímetro	Kilometro	Hectómetro
------------	-----------	-----------	------------

2.7. La altura de un árbol:

metro	Kilometro	milímetro	Decámetro
-------	-----------	-----------	-----------

3. Del objeto que aparece en la imagen, especifica cuál es su magnitud, cantidad y medida.

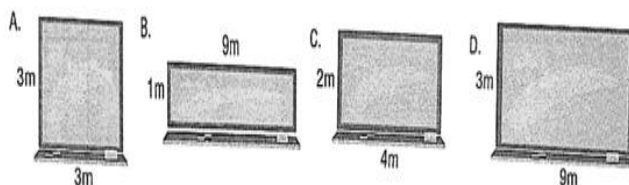


Magnitud: _____

Cantidad: _____

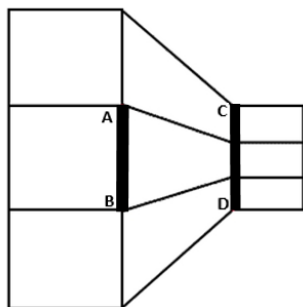
Medida: _____

4. La profesora Ángela necesita un tablero con las siguientes características: Superficie del tablero: 9 metros cuadrados y Perímetro del tablero: 12 metros. El tablero que tiene estas dos características es:



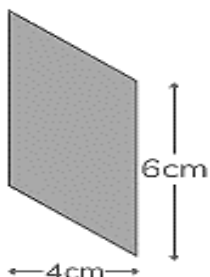
5. El patio del colegio es un cuadrado que mide 150 metros de lado. Ruth recorre todo el borde del patio. ¿Cuál es la distancia que recorrió Ruth? Explique el procedimiento con el cual llegó a la respuesta (lo más detallado posible).

6. Qué se puede concluir acerca de las longitudes AB Y CD . Describa en forma explícita. No es necesario dar un resultado.

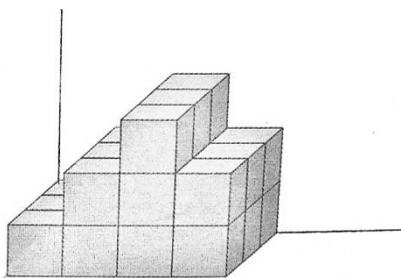


7. ¿Qué área ocupa, aproximadamente, la siguiente figura?, ¿Qué estrategia usarías para resolverla?

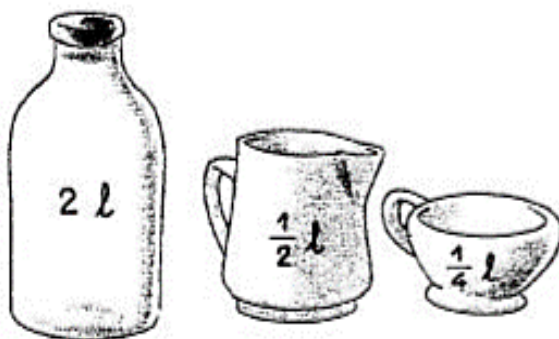
Explique el procedimiento con el cual llego a la respuesta.



8. Ana junta las cajas en el rincón de la habitación como se muestra en la siguiente imagen. Todas las cajas son del mismo tamaño y cada una tiene un volumen de 27 cm^3 . ¿Cuánto espacio ocupan las cajas en la habitación? Explique cómo llego a la respuesta (lo más detallado posible).



9. Observa la capacidad de los recipientes y conteste de forma explícita:



a) ¿Cuántas jarras se pueden llenar con el agua de la botella?

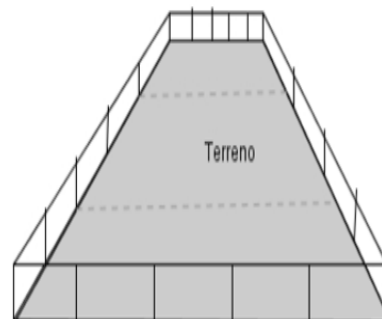
b) ¿Cuántas tazas se pueden llenar con el agua de la jarra?

c) ¿Cuántas tazas se pueden llenar con el agua de la botella?

10. ¿Cuántos centímetros de lana se necesita para hacer las letras de este trabajo en artes? Explique el procedimiento con el cual llegó a la respuesta (lo más detallado posible).



11. Una parte de una finca completamente plana va a ser repartida entre 3 familias. La superficie es tan grande que cada familia podría tomar lo suficiente para vivir cómodamente. Para evitar que se sientan engañados se les da la oportunidad de escoger el tamaño de su parcela, pero para evitar abusos a cada propietario se le hace entrega de sólo una cuerda de alambre de 480 metros de larga para encerrar su terreno en forma rectangular y con una sola pasada (hilada).



¿La familia que escoja el sector del fondo tiene menos terreno que la que eligió el terreno inicial?

12. Dados los siguientes segmentos de recta, escriba una X en cada espacio si la medida del segmento es mayor o menor de 8 cm. Luego, determine la medida de cada segmento sin usar regla y escriba el resultado con la unidad que considere adecuada aproximadamente

12.1. A  B

Mayor ____ Menor ____

Resultado aproximado en cm ____.

12.2.

C  D

Mayor ____ Menor ____

Resultado aproximado en cm ____.

12.3.

E  F

Mayor ____ Menor ____

Resultado aproximado en cm ____

INFOGRAFÍA:

<https://www.youtube.com/watch?v=6Rp7DvK4iwk>
<https://www.alamy.es/foto-escalera-de-dibujos-animados-171496279.html>
https://es.123rf.com/photo_69086764_icono-de-la-vela-ilustraci%C3%B3n-de-dibujos-animados-de-vectores-icono-de-la-vela-para-la-web.html
<https://sp.depositphotos.com/57911573/stock-illustration-bicycle-cartoon.html>
<https://tchol.org/download>
<http://www.canalgif.net/Gifs-animados/Oficina/Boligrafos.asp>
<https://www.pulzo.com/economia/cuanto-cuesta-fabricar-billetes-colombia-PP466302>
<https://co.pinterest.com/pin/321233385921586672/>
http://www.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/plan_choco/matematicas_7_bim2_sem2_est_2.pdf
<http://evaluacion.educalab.es/timsspirals/tests/34/pregunta/1>
<https://www.mundoprimaria.com/fichas-para-imprimir/ejercicios-matematicas>

<https://www.amazon.es/Homcom-Colchoneta-Rompecabezas-Abecedario-Resistente/dp/B07C84T2FJ>
<https://studylib.es/doc/5139885/estimaci%C3%B3n-de-medida>
<https://www.gettyimages.es/ilustraciones/pizarra-blanca>
<https://file:///C:/Users/ANGELA/Desktop/TESIS%20MEDIDAS%20DE%20MAGNITUD/marco%20teorico/medida%20y%20magnitudes%20godino.pdf>
<https://laimagenfija.wordpress.com/la-imagen-la-percepcion-ilusiones-opticas/ilusiones-opticas/>
<http://piziadas.com/2012/10/ilusion-optica-basada-en-la-perspectiva.html>