

**LA CONSTRUCCIÓN DE LA ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA EN LOS  
NIÑOS**

**Por:**

**MARGARITA GALLEGO CC. 43.427.899**

**YOBANA RUIZ CC. 42.691.500**

**LUZ ENITH SALGADO CC.43.538.192**

**ALBA NEIRE SUCERQUIA CC. 32.516.969**

**LINETH URIBE CC. 43.633.719**

**TESIS**

**ASESOR**

**GILBERTO OBANDO ZAPATA**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
MEDELLÍN 15 DE JUNIO DE 2004**

## TABLA DE CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN
2. JUSTIFICACIÓN
3. CARACTERIZACIÓN DE LA POBLACIÓN
  - 3.1. INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUVENIL NUEVO FUTURO
    - 3.1.1. COMPOSICIÓN SOCIAL DE LA INSTITUCIÓN
    - 3.1.2. PLAN DE ESTUDIO DE MATEMATICAS
    - 3.1.3. MISIÓN
    - 3.1.4. VISIÓN
  - 3.2. COLEGIO SAN JOSE DE CALASANZ
    - 3.2.1. COMPOSICIÓN SOCIAL DE LA INSTITUCIÓN
    - 3.2.2. VISIÓN
    - 3.2.3. MISIÓN
    - 3.2.4. P.E.I
    - 3.2.5. PLAN DE ESTUDIOS
4. DIAGNÓSTICO
5. OBJETIVOS
  - 5.1. OBJETIVO GENERAL
  - 5.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS
6. MARCO TEORICO
  - 6.1. CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE NÚMERO
  - 6.2. CAMPOS CONCEPTUALES
    - 6.2.1. CÁLCULOS RELACIONADOS
7. ESTRUCTURAS ADITIVAS
8. LA MULTIPLICACIÓN COMO OPERACIÓN TERNARIA
  - 8.1. RELACIONES CUATERNARIAS
  - 8.2. LA MULTIPLICACIÓN COMO RELACIÓN CUATERNARIA
9. LA PROPORCIONALIDAD EN LA MULTIPLICACIÓN
10. INTRODUCCIÓN A LOS IRRACIONALES
11. ACTIVIDADES
  - 11.1. LA LIMONADA
    - 1.1. OBJETIVO
    - 1.2. RECURSOS
    - 1.3. DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD
    - 1.4. ESTÁNDARES MATEMATICOS
    - 1.5. GUIA DE TRABAJO
    - 1.6. SUGERENCIAS
    - 1.7. ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD
    - 1.8. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS
  - 11.2. LA BANDERA

- 11.2.1. OBJETIVOS
- 11.2.2. RECURSOS
- 11.2.3. DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD
- 11.2.4. ESTÁNDARES MATEMATICOS
  - 11.2.4.1. PENSAMIENTO NÚMÉRICO
  - 11.2.4.2. PENSAMIENTO MÉTRICO
- 11.2.5. GUIA DE TRABAJO
- 11.2.6. ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD
- 11.2.7. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS
- 11.2.8. SUGERENCIAS
- 11.3. PASEO AL PARQUE DE LAS AGUAS
  - 11.3.1. OBJETIVOS
  - 11.3.2. RECURSOS
  - 11.3.3. DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD
  - 11.3.4. CONCEPTOS MATEMÁTICOS
  - 11.3.5. GUIA DE TRABAJO
  - 11.3.6. SUGERENCIAS
  - 11.3.7. ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD
    - 11.3.7.1. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
    - 11.3.7.2. MANEJO DE ALGORITMOS
  - 11.3.8. ANÁLISIS DE RESULTADOS
- 11.4. CANASTA MAGICA
  - 11.4.1. OBJETIVO
  - 11.4.2. RECURSOS
  - 11.4.3. DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD
  - 11.4.4. CONCEPTOS MATEMÁTICOS
  - 11.4.5. GUIA DE TRABAJO
  - 11.4.6. SUGERENCIAS
  - 11.4.7. ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD
  - 11.4.8. ANÁLISIS DE RESULTADOS
- 11.5. JUEGO DE BOLOS
  - 11.5.1. OBJETIVO
  - 11.5.2. RECURSOS
  - 11.5.3. DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD
  - 11.5.4. CONCEPTOS MATEMÁTICOS
  - 11.5.5. GUIA DE TRABAJO
  - 11.5.6. ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD
    - 11.5.6.1. RELACIONES DE ORDEN
    - 11.5.6.2. ESTRATEGIAS DE CÁLCULO
    - 11.5.6.3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
    - 11.5.6.4. EFECTO DE OPERACIONES BASICAS
    - 11.5.6.5. INTERPRETACIÓN DE LA TABLA
  - 11.5.7. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS
- 11.6. LA TIENDA

- 11.6.1. OBJETIVOS
- 11.6.2. RECURSOS
- 11.6.3. DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD
- 11.6.4. GUIA DE TRABAJO
- 11.6.5. SUGERENCIAS
- 11.6.6. ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD
- 11.6.7. ANÁLISIS DE RESULTADOS
- 11.7. REGLETAS
  - 11.7.1. OBJETIVOS
  - 11.7.2. RECURSOS
  - 11.7.3. DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD
  - 11.7.4. CONCEPTOS MATEMÁTICOS
  - 11.7.5. GUIA DE TRABAJO
  - 11.7.6. ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD
    - 11.7.6.1. FRACCIÓN
    - 11.7.6.2. USO DE MEDIDAS
    - 11.7.6.3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
    - 11.7.6.4. RELACIÓN ENTRE PARTES
    - 11.7.6.5. NOCIÓN DE EQUIVALENCIA
  - 11.7.7. ANÁLISIS DE RESULTADOS
  - 11.7.8. SUGERENCIAS
- 11.8. CINTA DE COLORES
  - 11.8.1. OBJETIVOS
  - 11.8.2. RECURSOS
  - 11.8.3. DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD
  - 11.8.4. ESTÁNDARES
    - 11.8.4.1. PENSAMIENTO NÚMÉRICO
    - 11.8.4.2. PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS
  - 11.8.5. GUIA DE TRABAJO
  - 11.8.6. ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD
  - 11.8.7. ANÁLISIS DE RESULTADOS
- 11.9. EL TANGRAM
  - 11.9.1. OBJETIVO
  - 11.9.2. RECURSOS
  - 11.9.3. DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD
  - 11.9.4. ESTÁNDARES
  - 11.9.5. GUIA DE TRABAJO
  - 11.9.6. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS
  - 11.9.7. ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD
- 11.10. PRODUCCIÓN LECHERA
  - 11.10.1. OBJETIVO
  - 11.10.2. RECURSOS
  - 11.10.3. DESCRIPCIÓN
  - 11.10.4. ESTÁNDARES

- 11.10.4.1. PENSAMIENTO NÚMÉRICO Y SISTEMA NÚMÉRICO
- 11.10.4.2. PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMA DE MEDIDAS
- 11.10.4.3. PENSAMIENTO ALEATORIO Y SISTEMAS DE DATOS
- 11.10.5. GUIA DE TRABAJO
- 11.10.6. ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD
  - 11.10.6.1. CONTEO
  - 11.10.6.2. CUANTIFICAR
  - 11.10.6.3. OPERACIONES BASICAS
- 11.10.7. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS
- 12. ELABORACIÓN DE MATERIALES UTILIZADOS EN EL PROYECTO.
- 13. CONCLUSIONES
- 14. DIFICULTADES DE LAS PRACTICANTES DURANTE EL DESARROLLO DEL PROYECTO.
- 15. BIBLIOGRAFÍA

## 1 INTRODUCCION

Este proyecto fue realizado con base en la corriente constructivista que permite que el sujeto, construya sus conocimientos luego de manipular e interactuar con el entorno.

Esta propuesta de intervención, consta de variedad de actividades que además de ser llamativas en su aplicación tienen un propósito didáctico y es que los estudiantes a la vez juegan alcanzan aprendizajes significativos mediante la solución de situaciones problema que permiten la adaptación de nuevos conocimientos y la construcción de nuevos esquemas mentales para la comprensión y asimilación de núcleos temáticos.

Para ello se diseñaron diferentes actividades, entre ellas algunos juegos didácticos, para los cuales se utilizaron materiales elaborados con elementos reciclables con el fin de que los estudiantes accedieran al aprendizaje de algunos contenidos matemáticos mediante actividades recreativas y de manipulación.

Es importante enfatizar en que no se trata sólo del juego por el juego sino aprovechar situaciones de la vida cotidiana, para involucrar al niño en la enseñanza- aprendizaje de las matemáticas dado que cada juego y actividad va seguida de una profunda reflexión en forma individual y con el grupo en general.

Tratando de darle cuerpo al trabajo y para tener mayor claridad frente al mismo, se consultaron autores que apoyan el modelo constructivista iniciado por Jean Piaget entre ellos, a Constance Kamii, Vergnaud, Carmen Gómez entre... Se decidió retomar y trabajar esta corriente, por considerar que el modelo conductista, tan manejado en las diferentes instituciones, está lejos de permitir el análisis y movilización del pensamiento, por el contrario forma estudiantes enseñados a memorizar y mecanizar ejercicios, lecciones y operaciones lo cual no les capacita para ejercer competencias argumentativas, interpretativas y propositivas que les exige la escuela y la sociedad hoy.

## 2 JUSTIFICACIÓN

Esta propuesta de intervención, es la continuación del proyecto "PENSAMIENTO NUMERICO" iniciado en el 2001-2002 con una población de estrato socioeconómico bajo. En esta segunda fase se integra una nueva población perteneciente a un estrato alto, con la cual se trabajó la misma metodología obteniendo iguales resultados, debido a que la profesora titular venía trabajando con ellos el mismo proceso.

El objetivo principal de este proyecto en su primera fase, era trabajar las estructuras aditivas, el valor posicional, el conteo múltiple con énfasis de 5 en 5, 10 en 10 y números pares que son más fáciles de aprender por los educandos en los primeros grados. Todo esto enfocado en situaciones problemas. En la segunda fase se pretende continuar con la metodología de situación problémica y las actividades recreativas; que refuercen los anteriores conceptos pasando luego por las estructuras multiplicativas, que es donde se hará mayor énfasis.

Al iniciar el año escolar se realizó un diagnóstico para hallar fortalezas y debilidades arrojadas por el proyecto en su primera etapa. En éste, se pudo evidenciar que algunos niños aún presentan confusión en el valor de posición, y en la resolución de situaciones problemas. El conteo de cinco en cinco y de diez en diez, lo realizan sin ningún problema, por lo menos en lo que respecta a la parte verbal, porque en el momento de interpretar datos registrados en las diferentes tablas que se utilizaron en los juegos (canasta mágica, bolos), se limitaban a sumar por columnas anotando como resultado final el total de todas las cifras sin discriminar las unidades de las decenas (ver tabla evidencias). La pertinencia de la metodología se observa al ver el progreso que los alumnos van mostrando a medida que se realizan nuevas actividades y avanza el año escolar especialmente con los estudiantes que vienen en el proceso. Se hace esta aclaración porque al grupo llegaron niños provenientes de otros cursos o colegios encontrándose con una metodología totalmente nueva para ellos, lo

que les confundía bastante y no les permitía avanzar al mismo paso que sus compañeros. Este percance se fue solucionando poco a poco en la medida que ganaban confianza, participaban en los juegos y compartían ideas con el resto del grupo y las practicantes.

El proyecto contó con tropiezos por parte de los alumnos, y de los padres de familia, que constantemente pedían que a sus hijos, se les colocara gran cantidad de ejercicios con algoritmos de las operaciones básicas para que según ellos "aprendieran bastante", y por parte de algunos profesores, que acostumbrados a una metodología conductista, se rehusaban a prescindir de ella.

Lo anterior deja claro que para garantizar el éxito del proyecto, es necesario realizar talleres formativos con los estudiantes y toda la comunidad educativa (docentes, directivos, padres de familia y todos los que estén involucrados en el proyecto), de tal forma que se hable el mismo lenguaje y sanear los posibles inconvenientes que se puedan presentar.



### **3. CARACTERIZACIÓN DE LA POBLACIÓN**

Este proyecto se realizo en dos instituciones:

#### **3.1 INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUVENIL NUEVO FUTURO**

Ubicado en Medellín: Barrio 12 de octubre Crr 80 # 104c-36

##### **3.1 .1 Composición social de la Institución:**

- La población pertenece a un nivel socioeconómico bajo.
- El entorno social es conflictivo.
- La estructura familiar es diversa ( Padres separados, madres solteras, padres o madres cabeza de familia, sustitución de los padres).
- El acompañamiento de algunos padres de familia en el ámbito educativo es poco (Por su trabajo).

##### **3.1.2 Plan de estudios de matemáticas**

Considerada la ciencia madre por la exactitud en sus demostraciones analíticas, lógicas y razonables, indispensable como instrumento en la solución de problemas que se presentan en la vida cotidiana. Tenida hasta hace poco como materia primordial, frente a las demás áreas; motivo por el cual era vista por los estudiantes como algo dificultoso y odioso, hoy según el artículo 23 (de la ley general de educación) que habla de las áreas obligatorias y fundamentales, es tomada como área igual que las otras que necesariamente se tendrá que ofrecer de acuerdo con el currículo y el PEI..

### **3.1.3 Misión:**

Con el trabajo curricular del área de matemáticas se pretende que el estudiante participe activamente en los procesos y aplique los conocimientos adquiridos, en su vida cotidiana siendo partícipe en la solución de problemas aplicados en el área del conocimiento permitiéndole el razonamiento lógico, crítico y

### **3.1.4 Visión**

Se debe formar un pensamiento crítico analítico en las diferentes situaciones de la vida cotidiana, aplicando conceptos lógicos y numéricos, tratando que el área tome el orden jerárquico en las demás áreas del conocimiento, estipuladas por la ley que necesariamente se tendrán que ofrecer de acuerdo con el currículo y el proyecto educativo institucional.

## **3.2 COLEGIO SAN JOSÉ DE CALASANZ**

### **3.2.1 composición social de la institución**

- Ubicado en Medellín. Barrio la floresta.
- La población pertenece a un nivel socioeconómico medio alto
- El entorno social no es conflictivo.
- La estructura familiar ( Algunos padres son separados)
- El acompañamiento de los padres de familia en el ámbito educativo es aceptable.

**3.2.2 Visión:** El proceso educativo pretende fundamentalmente formar con amor disciplina a los niños y a los jóvenes de tal forma que desde sus más tiernos años aprendan a vivir rectamente, a construir su propia felicidad y a participar en la transformación de la sociedad.

**3.2.3 Misión:** Los maestros escolapios laicos cooperadores de la verdad como san José de Calasanz han procurado evangelizar a los niños y a los jóvenes desde los más tiernos años, mediante la piedad y las letras. Para servir a la iglesia y transformar a la sociedad según los valores evangélicos de justicia, solidaridad y paz.

#### **3.2.4 P.E.I**

Objetivos generales:

Identificar el marco de referencia que permita caracterizar el Proyecto Educativo Institucional de la comunidad educativa del colegio Calasanz de Medellín, posibilitando la toma de decisiones sobre su desarrollo y el cumplimiento de su valor fundamental que es la formación integral de los alumnos en sus dimensiones personal, social, cultural, humana y cristiana.

Diseñar estrategias para la realización de una gestión empresarial de servicio social.

Preparar un ser humano con conciencia clara de su formación permanente para toda su vida.

**3.2.5 Plan de estudios:** Integra desde el preescolar hasta undécimo grado, junto a la estructura de la naturaleza académica, el desarrollo de algunas actividades lúdicas de las que participan del deporte y la recreación.

#### 4. DIAGNÓSTICO

Al iniciar el año lectivo y en la segunda fase del proyecto, se realizó un diagnóstico para comprobar cómo estaban los estudiantes de los grados tercero y cuarto, en cuanto al manejo del conteo. Se observó que no lo realizaban de manera fluida, necesitaban ayudarse con los dedos, con rayas, dibujos, además de resolver todos los problemas por medio de la suma. Partiendo de los aspectos mencionados se diseñó una propuesta de intervención pedagógica que permitiera solucionar las dificultades y posibilitara continuar el trabajo con el pensamiento multiplicativo mediante la resolución de situaciones problemas, eje principal de este proyecto desde su fase inicial, por ello se continuó con esta misma metodología y la implementación de nuevas estrategias.

Los estudiantes realizaban correctamente el cálculo mental con algunas cifras pequeñas, pero al tratar de resolverlas por escrito, no encontraban el resultado correcto, dado que confundían el valor de posición tomando en ocasiones las decenas como unidades y viceversa (ver anexos). En cuanto a las situaciones problema, se pudo comprobar que se les dificultaba resolver algunas, dado que carecen de una buena comprensión textual debido al poco interés que muestran por la lectura; esto se refleja en el momento de resolver cualquier situación toda vez que ésta exige -para su comprensión- devolverse al primer enunciado, punto o momento. al no tener presente esta estrategia, se perdían en la forma de resolverla recurriendo a preguntas como ¿profe con qué se resuelve con suma o con resta? ¿Qué tengo que hacer?

También llamó la atención que la mayoría de los estudiantes no dejaban escritos los procedimientos que utilizaban para resolver cualquier problema lo que dificultaba saber en qué etapa del proceso se encontraban. Después de las aclaraciones y explicaciones correspondientes, se consiguió que los niños entregaran las pruebas de los trabajos por escrito, siendo este uno de los

logros que permitió constatar la importancia del proceso y la necesidad de continuarlo.

Para obtener mayores y mejores avances este proyecto se realizó con base en el paradigma investigación acción - educativa con un enfoque cualitativo el cual permite que el docente este involucrado en el proceso, se haga partícipe de el y esté en una reflexión constante sobre la acción y reflexión en la acción.

#### ESTUDIO DE CASOS (GRUPOS)

El estudio de casos se centró en aspectos como:

Realizar descripciones con profundidad de las situaciones observadas en el aula.

- El docente no solo debe tomar nota de los datos obtenidos en la practica pedagógica, sino también reflexionar sobre ellos confrontando las metas con los resultados.
- A partir de la evaluación de las actividades determinar que nuevas decisiones se toman para continuar con el proceso.

## **5.OBJETIVOS**

### **5.1. OBJETIVO GENERAL**

Implementar una propuesta de intervención pedagógica que facilite el desarrollo del pensamiento aditivo y multiplicativo de los discentes de los grados tercero y cuarto de primaria.

### **5.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS**

Valorar los conocimientos previos de los estudiantes en la adición que sirvan como punto de partida en la construcción de la estructura multiplicativa.

Implementar diferentes formas de intervención en el aula que faciliten la comprensión de los conceptos trabajados.

Determinar la incidencia de las actividades ( Diseño, materiales) en los procesos de aprendizaje de la multiplicación.

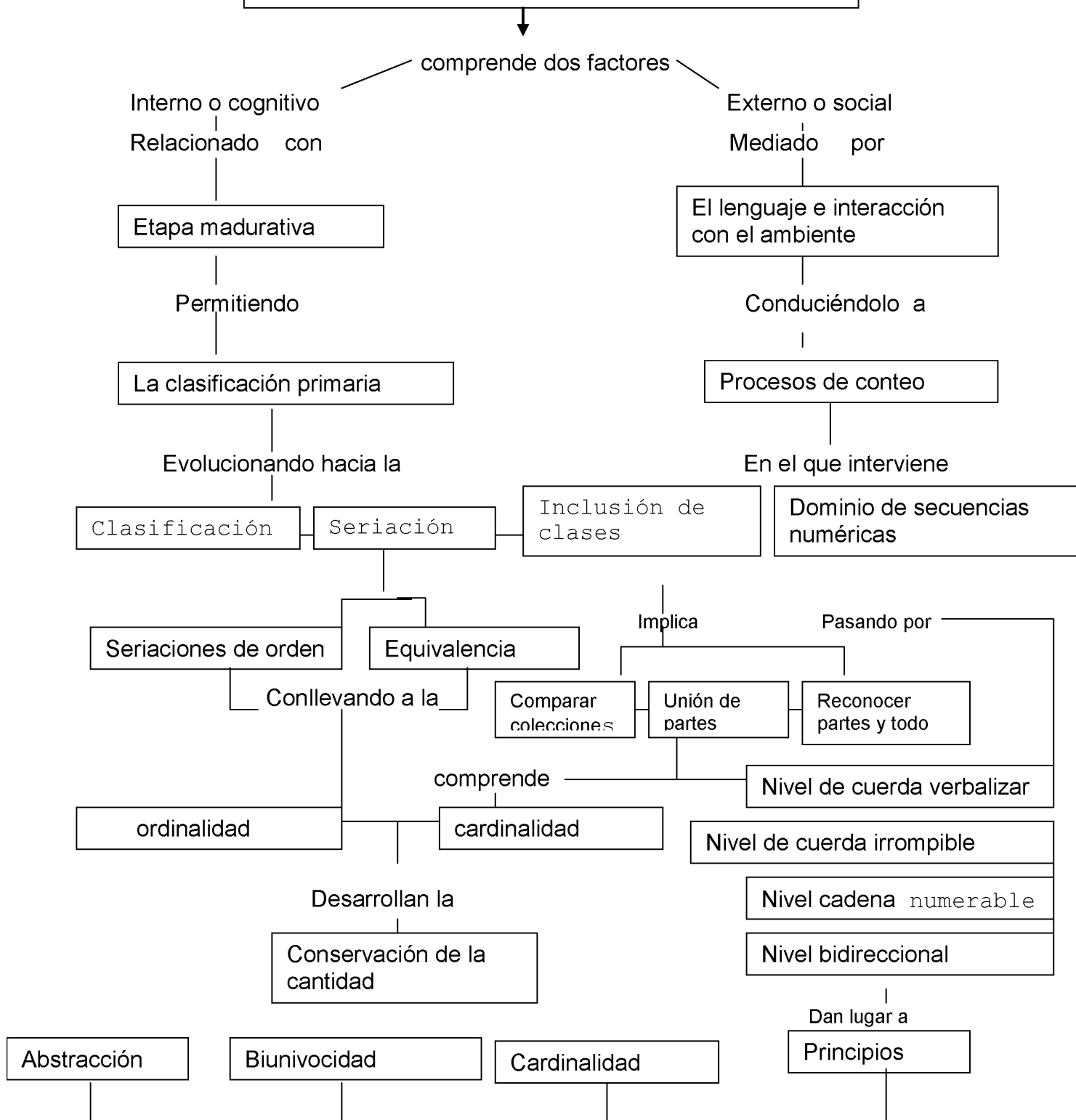
- Evaluar permanentemente el proceso conceptual y procedimental, para evidenciar fortalezas y debilidades en los discentes, de tal forma que permita tomar correctivos y así obtener mejores resultados.

Valorar la incidencia del proyecto en general, en el proceso de enseñanza aprendizaje de las estructuras aditivas y multiplicativa

## 6. MARCO TEÓRICO

6.1.

### CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE NÚMERO



" El número es un concepto que se va formando mediante la inducción, manipulación y acción directa, es decir se da el aprendizaje por descubrimiento y experimentación, como lo propone la corriente constructivista. Luego de que el sujeto lo ha interiorizado puede hacer con él, todas las combinaciones posibles y operaciones fundamentales en las cuales se requiera su uso".

La adquisición de todo conocimiento supone un proceso de construcción intelectual, en el que intervienen factores internos y externos que producen en el sujeto desequilibrio al tratar de acomodar nuevos esquemas a los ya existentes. La construcción del concepto de número no escapa a este proceso, y como lo plantea Piaget, en esta construcción el niño debe entender la lógica de las seriaciones, la clasificación la inclusión de las clases y establecer relaciones de orden y equivalencia.

La inclusión de las clases implica comparar colecciones, unión de partes, reconocimiento de las partes y el todo. Según kammi (1997), la inclusión de clases se da cuando el niño adquiere el concepto de reversibilidad; Se refiere a la capacidad para realizar simultáneamente acciones mentales opuestas, en este caso separar el todo en partes y reunir las partes en un todo. Ejemplo: Flores = claveles y rosas; Claveles y rosas = flores.

Según Piaget, cuando los niños establecen toda clase de relaciones, con toda clase de contenidos, su pensamiento se hace más móvil. Uno de los resultados de esta movilidad creciente se refiere a la capacidad para establecer relaciones en inclusión de clases. La clasificación y la seriación son componentes conceptuales imprescindibles en la elaboración de concepto de número. La clasificación, es un sistema cuyos elementos son o bien clases disyuntas, o bien clases que guardan una relación de inclusión jerárquica. En la primera no hay elementos comunes entre sí, y en la segunda una clase de orden superior incluye a otra de orden menor.

En la clasificación el niño inicialmente atiende a un atributo determinado (color, forma o tamaño) y a medida que interactúa con los objetos y establece relaciones de inclusión, se da clasificación atendiendo a dos o más criterios.



En la seriación, el niño ordena los elementos de acuerdo a las diferencias, estableciendo en forma simultánea las relaciones asimétricas entre ellas (consiste en ordenar los elementos de forma crecientes o decrecientes).

Posteriormente en la acción de contar se consolidan las relaciones entre diferentes tipos de conocimiento, por los cuales puede acceder el niño a la realización de operaciones más complejas. En cuanto a la construcción del cardinal y el ordinal no se da separadamente sino que se constituyen de modo inseparables a partir de la reunión de las clases y de la relación de orden.

Así mismo, en el proceso de conteo, el niño pasa por la etapa de dominio de la secuencia numérica, que comprende subniveles como: nivel de cuerda (verbalización), nivel de cadena irrompible, nivel de cadena numerable y nivel de cadena bidireccional, que a su vez están relacionados con los siguientes principios esenciales para el correcto aprendizaje de la técnica de contar: abstracción, biunivocidad, principios de cardinalidad.

"El número aparece así como una síntesis de la seriación y de la inclusión, ya que constituye una estrecha relación con esos dos agrupamientos" (J. Piaget B.Inhelder pp102-109).

Como se evidencia en lo anterior, el niño logra asimilar el concepto de número luego de pasar por diferentes fases; esto debe tenerlo en cuenta el educador antes de pasar a enseñarle nuevos conceptos u operaciones. En acciones concretas de añadir y de quitar el educando va interiorizando operaciones como la suma y la resta comprendiendo a su vez la relación inversa que se da entre ellas.

Cuando el niño ha interiorizado los conceptos de ordinal y cardinal puede iniciar el proceso de conteo que se va desarrollando lentamente, mediante la interacción con el entorno, acción y manipulación de objetos concretos, igualmente es necesario saber, que los elementos básicos en la construcción del número se desarrolla más lentamente comparado con la rapidez que muestran los niños en la adquisición del lenguaje.

Aunque a la mayoría de adultos el conocimiento y uso de los primeros nueve números naturales les parece asunto sencillo, un niño normal necesita alrededor de cinco años para aprender a manejarlos coherentemente y saber

como aplicarlo a una variedad de situaciones cotidianas. Una de las formas en que se utilizan los números consiste en especificar el tamaño de una colección de objetos; aparece entonces del aspecto cardinal del número el cual le sirve para distinguir visualmente los objetos, pero no le ayuda mucho al tratar de diferenciar entre las cantidades de dos colecciones. Por lo tanto contar no consiste en recitar una lista de palabras sino que comporta un buen número de facultades adicionales como la de ir señalando un objeto por vez y establecer correspondencia biunívoca entre el objeto y el número correspondiente, dejando claro que el niño ya ha interiorizado tanto el aspecto ordinal, como el cardinal del número necesarios, para comprender los números naturales tal como lo plantea Piaget.

De acuerdo al nivel de abstracción en el que se encuentre el niño, en cuanto al proceso de conteo el educador irá introduciéndolos en la realización de operaciones con números, mediante la formulación y resolución de problemas sencillos que complejizará según el nivel de comprensión de los estudiantes.

## **6.2. CAMPOS CONCEPTUALES**

La matemática es una de las ciencias exactas que si bien en unas personas causa apatía, en otras en cambio ha ejerce gran fascinación e interés por trabajarla, descubriendo en ella teoremas, conceptos, sucesiones, proporciones e innumerables elementos que hacen posible que esta ciencia esté al alcance de todos, comprendiéndola y aprovechando sus beneficios para llevarla a la práctica en todos los ámbitos de la vida.

Entre las numerosas investigaciones en educación, tenemos las de Gerard Vergnaud(1991), las cuales se centran en analizar las adquisiciones de los contenidos matemáticos cuyo objetivo es desarrollar una teoría sobre la construcción de los **campos conceptuales**. La teoría de los campos conceptuales apunta a una visión del desarrollo cognitivo en términos de formación de conceptos, en la relación de unos con otros. Esta relación se manifiesta por filiaciones o continuidades y por formar sistemas. Vergnaud

propone la teoría de los campos conceptuales para analizar la construcción por el individuo de las filiaciones conceptuales, sus sistemas y sus rupturas en un largo periodo y en las situaciones en que surgen y se emplean. En esta teoría Vergnaud recoge ideas de Piaget y Vigotsky, fundamentalmente las nociones Piagetianas de esquemas e Invariantes, así como las de mediación a través de las personas o los símbolos. Según Vergnaud un campo conceptual es un "conjunto de situaciones cuyo tratamiento implica esquemas, conceptos y teoremas en estrecha conexión, así como las representaciones del lenguaje y simbólicas susceptibles de ser utilizadas para representarlos. La importancia de los campos conceptuales radica en que los conceptos simples no se constituyen de manera aislada sino en relación con otros conceptos y diferentes esquemas de significantes". El concepto para ser tal, requiere ser operativo, es decir, permite abordar una solución. También se puede interpretar como la interacción que se da entre el niño, el entorno y la intervención pedagógica del docente donde se ponen en juego los conocimientos previos y los nuevos. Por ello se define el campo conceptual como integrador de lo mental, lo pragmático las representaciones, sin priorizar uno sobre otro sino que se dan simultáneamente. Según Vergnaud dicho campo conceptual está dado básicamente por:

- 1) **Las situaciones o referentes:** que adquieren sentido en función de las múltiples situaciones en que aparecen, se caracterizan por su variedad y por su historia. La variedad de las situaciones le permite al individuo que las vive, concebir el conjunto de posibilidades que se abre en cada caso y su clasificación: deja camino al análisis, a la descomposición de la situación en sus elementos simples y a la combinación de esas posibilidades. El segundo carácter de las situaciones en su historia, el progresivo dominio de las continuidades que va dando sentido a los conceptos que se forman, en tanto se descubre semejanzas y diferencias. La historia de una situación orienta al niño hacia la búsqueda de referencias anteriores que lo ayuden a dar sentido a las situaciones nuevas o desconocidas.

**2) Conocimiento o significado:** los datos recogidos de la situación, los significados emergentes de la acción y su representación simbólica están relacionados y enriquecidos entre sí.

Para dilucidar los procesos de pensamiento de los sujetos en situación de resolver problemas que implican significados matemáticos Vergnaud (1991) elige como unidad de análisis la categoría de ESQUEMA, ésta la concibe como una "totalidad dinámica y organizada". La cual debe ser puesta en marcha en cada situación particular; no es un estereotipo sino una función temporalizada a argumentos, que permiten generar series diferentes de acciones y de empleo de informaciones en función de las variables de la situación. Las inferencias que realiza el sujeto en el caso particular son indispensables para el empleo del esquema que es siempre universal. **Invariante operatoria:** esta expresión designa el conocimiento contenido en los esquemas que permiten reflejar las propiedades cualitativas y cuantitativas de los objetos y los que posibilitan la realización de inferencias o deducciones. En otras palabras se podría decir que son las cualidades que no cambian en las relaciones y que permiten tener un mejor acercamiento y profundizar sobre la idea inicial que se tiene acerca del objeto observado. (Son las relaciones que permanecen constantes entre las acciones). La noción de Invariante fue propuesta por Piaget desde la teoría de la conservación. Vergnaud da a la noción de invariante un sentido más amplio incluyendo en ella tres tipos: teoremas en acto, conceptos en acto y argumentos.

- **Teoremas en actos:** es una relación entre conceptos que está ligada a las estructuras cognitivas y que tienen que ver con las proposiciones y funciones proposicionales las cuales pueden ser falsas o verdaderas, ej. Cuando el niño relaciona dos variables como en el caso de la multiplicación o en la tabla de doble entrada así: tiene una colección de figuras las cuáles debe organizar por colores y tamaño y se le pide que encuentre rápidamente ambas cualidades en una misma figura, en este sentido el niño debe haber interiorizado el concepto de inclusión de clases.

- **Los conceptos en actos:** Forman bloques conceptuales para la construcción de proposiciones (ideas de colección, de cambios en la cantidad, de localización entre otros).
- **De argumentos:** Necesaria para la construcción matemática, estos argumentos pueden ser objetos, materiales, relaciones, personajes etc. En ellos se centran las funciones proposicionales ej. Ana tiene más años que Dora. o, el triple de un número natural, es mayor que dicho número.

**6.2.1 Cálculos relacionales:** Son las inferencias o deducciones que se realizan a partir de los Invariantes operatorios. Es decir permiten establecer relaciones entre objetos pertenecientes a una misma clase. Están regidos por: **Reglas de acción o procedimientos:** son las que organizan las conductas que se han de seguir. Generan el comportamiento observable del sujeto en posibilidad de resolver situaciones problemáticas. O sea la capacidad que tiene el sujeto de discernir a partir de su observación para darle una correcta solución a una situación problemática. Por ejemplo: en la enumeración de pequeñas colecciones que hace un niño de cinco años o el algoritmo de la adición de los números naturales, cuyo soporte se centra como mecanismo a partir de actos comprensivos. **Predicciones:** Son las anticipaciones sobre los efectos de las acciones del sujeto sobre la realidad o sobre un evento con probabilidad asertiva o errónea. Para Vergnaud el significado de un contenido matemático no es independiente de las situaciones que ponen en juego los sistemas de significantes (dibujos, diagramas, escritura, etcétera) que se utilizan en la solución de problemas. Por ejemplo éstas se dan cuando se recurre a esquemas anteriormente formados para aplicarlos o transferirlos a los nuevos esquemas en formación

Cada uno de estos conceptos matemáticos tienen diferentes propiedades algunos de los cuales pueden ser comprendidos antes que otros, igualmente cada concepto matemático lleva al conjunto de esquemas movilizados por el sujeto en determinada situación.

El reconocimiento de Anticipaciones, Reglas de acciones y Conocimiento en acto, conduce al niño a inferir o deducir sobre determinado problema real que se le presente.

2) **Las representaciones:** las formas que representan a través de signos, gráficos o fónicos, los elementos de una situación, sus relaciones y la acción que se cumple y sobre ellas constituyen el tercer vértice del campo conceptual.

Estos símbolos o referentes cumplen una triple función:

- a) De evocación: recuerdan esquemas, tanta como los evoca las situaciones.
- b) De designación: Facilitan la representación y la comunicación.
- b) De apoyo al razonamiento y a la planificación de acción.

En las tares matemáticas, la simbología tiene una gran importancia dentro del proceso del aprendizaje de éstas.

## 7. ESTRUCTURAS ADITIVAS

La suma es el relato numérico de una operación con conjuntos: la reunión de dos conjuntos disyuntos (o ajenos), es decir conjuntos entre los cuales la intersección no contiene ningún elemento. A cada reunión de conjuntos disyuntos corresponde la adición de sus "propiedades numéricas" (cardinales). Cuando se suman números, se calcula el cardinal de la reunión de dos conjuntos a partir del conocimiento de sus respectivos cardinales. Por ejemplo, en un conjunto hay dos peras y en otro tres: "2" y "3" son las propiedades numéricas de estos dos conjuntos. Se reúnen las dos peras con las tres peras, y se calcula la propiedad numérica sumando  $2+3$ .

El ejemplo anterior corresponde a las relaciones ternarias según Vergnaud ya que dentro de estas aparecen algunas operaciones aritméticas elementales como leyes de composición de dos números de la misma naturaleza, cuyo resultado se encuentra en el mismo campo. Por esto a esta representación se le denomina ley de composición interna. Un ejemplo claro de esto es la suma de distancias recorridas, (longitud) pues tratándose de dos cantidades de la

misma magnitud las que intervienen en la adición, la suma es también una cantidad de longitud.

Según Vergnaud, las estructuras aditivas están conformadas por:

*"El conjunto de las situaciones cuyo tratamiento implica varias adiciones o sustracciones, y el conjunto de los conceptos y teoremas que permiten analizar esas situaciones como tareas matemáticas. Son de esta forma constitutiva de las estructuras aditivas, los conceptos de cardinal y de medida de transformación temporal por aumentos o disminución ( perder o ganar dinero), de relación de comparación cuantificada ( tener tres dulces o tres años más que) de composición binaria de medidas, (¿cuánto en total?), de composición de transformaciones y de relaciones, de operación unitaria, de número natural y de número relativo, de desplazamiento orientado y cuantificado",... ( Vergnaud, 1990 Pp 96 y 97. Citado por Obando).*

Las transformaciones también hacen parte de los problemas aditivos cuando en ellos intervienen seis tipos de estructuras aditivas, estas son:

- a) Dos estados fijos se unen en un tercer estado. "Tengo \$ 40 en el pantalón y \$ 30 en el saco" ¿ Cuanto tengo entre todo?.
- b) Una transformación actúa sobre un estado fijo, ejemplo: "Tenia 9 bolitas y jugando gané 3". ¿ Cuantos tengo ahora?.
- c) Una comparación se establece entre dos estados fijos o medidas, ejemplo. " Laura tiene 9 años, el hermano tiene 2 años. ¿Cuál es la diferencia de edades?.
- d) Dos transformaciones se componen en una transformación total, ejemplo. " Estoy en un edificio subo tres pisos y luego subo dos pisos" ¿Cuántos pisos ascendí?
- e) Una transformación opera sobre un estado relativo para originar otro estado relativo. Ejemplo. "Le debo 7 bolitas a Pablo, le devuelvo 4" ¿Cuántas le debo ahora?.

- f) Dos estados relativos se componen para originar un nuevo estado relativo, ejemplo. "Un comerciante A le debe \$ 200 a otro comerciante B, pero B le debe \$ 170 a A" ¿Cuál es la situación después de abonarse ambas cuentas?.

*(Alfredo Gadino. 1993, pág. 36 ).*

Vergnaud clasifica los problemas desde el punto de vista semántico, en categorías de **cambio, combinación, comparación o igualación**. Estos tipos de problemas a la vez que orientan al estudiante hacia una resolución y análisis más consciente, implican varios niveles de exigencia en cuanto al pensamiento, porque a un mismo enunciado se le hacen variaciones lingüísticas con el fin de que los niños trabajen el mismo problema de distintas maneras.

- **Cambio:** se incluyen en esta categoría los problemas verbales en los que las relaciones lógicas aditivas están incluidas al darse unas acciones en un tiempo determinado de perder o ganar. Es ahí que se produce un problema. y se distinguen tres momentos diferentes en los que se describe cómo una cantidad inicial es sometida a una acción, directa que la modifica. Las tres cantidades presentes en el problema reciben los nombres de cantidad inicial, final y de cambio o diferencia entre la inicial y la final. Vergnaud (1982) califica estos problemas con la etiqueta de ETE: estado- transformación-estado. Estos problemas, en los cuales una cantidad dada sufre incremento o decremento consta de seis tipos de situaciones de cambio posibles



	inicial	Cambio	final	Crecer	Decrecer
Cambio 1	d	D	i	*	
Cambio 2	d	D	i		*
Cambio 3	d	l	d	*	
Cambio 4	d	l	d		*
Cambio 5	i	D	d	*	
Cambio 6	i	D	d		*

d= cantidades conocidas.

i= incógnita.

**Cambio 1:** Juan tenía **a**. Le dan **b**. ¿cuántos tiene ahora? Ej.

Juan tenía doce globos. Le dieron cinco globos ¿cuántos tiene ahora?

La ecuación de este problema sería:  $12+5 = X$ . Este problema les da entender a los niños que la cantidad final aumenta por lo tanto proceden a sumar las dos cantidades.

En este tipo de problemas la cantidad inicial y de cambio son conocidas, y la incógnita es la cantidad final. Aquí la cantidad sufre un incremento.

**Cambio 2:** Juan tiene **a**. Da **b**. ¿cuántos le quedan?( Juan tiene 17 globos. Da cinco. ¿Cuántos le quedan?)

La ecuación del problema se define así:  $17- 5= 2$ . En este problema los niños se dan cuenta que la cantidad final decrece y lo resuelven con procedimientos de completar, contando a partir de la cantidad menor hasta llegar a la cantidad mayor hasta hallar el resultado.

Como en el cambio uno se conocen la cantidad inicial y de cambio. Se debe hallar la cantidad final. Contrario al cambio uno en este tipo de problemas la cantidad sufre un decremento.

**Cambio 3:** Juan tenía **a**. Pedro le dio algunos. Ahora tiene **c**. ¿cuántos le dio Pedro? (Juan tenía doce galletas. Pedro le dio algunas. Ahora tiene 17. ¿Cuántas le dio Pedro?).

La ecuación sería  $12+x = 17$ . Es posible que algunos niños resten del resultado la cantidad inicial para hallar la incógnita. Pero es más factible que hallen la incógnita completando a partir de la cantidad menor.

Se conoce la cantidad inicial y la cantidad final, debe hallarse la cantidad de cambio o diferencia. En este caso la cantidad sufre un incremento

**Cambio 4:** Juan tenía **a**. Dio algunos a Pedro. Ahora tiene **c**. ¿cuántos le dio a Pedro? (Juan tenía 17 galletas. Dio algunas a Pedro. Ahora tiene 12 ¿Cuántas dio a Pedro?)

La ecuación sería  $17-X=12$ . En este enunciado se da una cantidad inicial, la segunda se desconoce y el resultado se disminuye, los niños lo resuelven mediante proceso de completación

La única diferencia con el cambio tres es que en este caso la cantidad sufre un decremento

**Cambio 5:** Juan tenía algunos. Pedro le dio **b**. ahora tiene **c**. ¿cuántos tenía Juan?

La ecuación sería  $X +12 = 17$ . Este enunciado le indica al niño que al aumentar el resultado se deben sumar las cantidades, pero su solución la realiza por medio de una resta.

Se conoce la cantidad final y la de cambio diferencia se debe hallar la cantidad inicial. En este caso se da una relación de incremento

**Cambio 6:** Juan tenía algunos. Dio **b** a Pedro. Ahora tiene **c**. ¿cuántos tenía? (Juan tenía algunas galletas. Dio cinco a Pedro. Ahora tiene 12. ¿Cuántas galletas tenía Juan?)

La ecuación sería  $X- 5 = 12$ . Este enunciado les indicaba a los niños que existe una disminución o decremento en su cantidad final. El niño resuelve sumando las cantidades conocidas o mediante una resta.

Al igual que en el cambio cinco se conoce la cantidad final y la cantidad de cambio diferencia. La incógnita es la cantidad inicial. A diferencia del caso anterior en este caso la cantidad sufre un decremento

Puede verse que cambio 1, cambio 3 y cambio 6 se resuelven mediante una suma y las demás mediante una resta. Es preciso señalar que si un dato son globos, el otro tiene que ser necesariamente globos y la pregunta del problema ha de versar también sobre globos o sea que en los problemas de cambio, las tres cantidades son homogéneas.

- **Combinar.** Se incluyen en esta categoría los problemas en los que se describe una relación entre conjuntos que responde al esquema parte-parte-todo. La pregunta del esquema puede versar acerca del todo, o acerca de una de las partes con lo que hay dos tipos posibles de problemas de combinación. Combinar 1 se resuelve mediante una suma y combinar 2 mediante una resta.

	parte	Parte	Todo
<b>Combinar 1</b>	d	D	I
<b>Combinar 2</b>	d	I	d

**Nota:** no hay un tercer tipo (i, d, d) porque las partes son intercambiables.

**Combinar 1.** Hay **a** hombres. Hay **b** mujeres. ¿ Cuántas personas hay? O también: hay seis rosas y hay cinco claveles. ¿ Cuántas flores hay?

**Combinar 2:** Hay **a** hombres. Hay **b** personas. ¿ Cuántas mujeres hay? Ej. Hay cinco claveles. Hay once flores. ¿ Cuántas rosas hay?

En estos problemas la relación entre las proposiciones está dada por sustantivos, adjetivos, localizaciones etc. en los problemas que sirven de modelo, son los sustantivos "hombres", "mujeres" y "personas", cuyos significados mantienen las relaciones de parte-parte-todo característicos de este tipo de problemas.

**Comparar:** Se incluyen en esta categoría los problemas que presentan una relación estática de comparación entre dos cantidades. (relacion constanste entre las preguntas. Ejemplo: quien es mas joven que, quien es mas viejo que) las palabras del enunciado encargadas de demostrar la relacion de comparación son del c estas palabraas aparecen en el contexto de"tener" que es el mas simple.

Entre la categoría de los problemas de "comparación " se ubica la estructura de los problemas de igualación por ser similar en su forma, estos problemas de igualación se caracterizan por que hay en ellos, una comparación entre las cantidades establecidas por medio del comparativo de igualdad "Tantos como"

Las cantidades presentes en el problema se denominan cantidades de referencia, cantidad comparada y diferencia; para facilitar la lectura de la tabla de modelos la cantidad de referencia es siempre la de Juan y la comparada la de Pedro; además con las letras a, b y c se representan los números correspondientes a las cantidades de referencia, comparada y diferencia, respectivamente.

	referencia	Comparad a	Diferencia	Meno s	más
Comparar 1	d	d	I		*
Comparar 2	d	d	I	*	
Comparar 3	d	i	D		*
Comparar 4	d	i	D	*	
Comparar 5	i	d	D		*
Comparar 6	i	d	D	*	

**Comparar 1.** Juan tiene **a**. Pedro tiene **b**.¿ cuántos tiene Pedro más que Juan? En la referencia se conoce la cantidad inicial y la comparada. Siendo la cantidad final una incógnita y sufre un incremento.

**Comparar 2.** Juan tiene **a**. Pedro tiene **b**. ¿cuántos tiene Pedro menos que Juan?

Es similar a la número uno solo que la cantidad final sufre un decremento.

**Comparar 3.** Juan tiene **a**. Pedro tiene **c** más que Juan. ¿ Cuántos tiene Pedro?

Se conoce la referencia y la diferencia. La comparada es una incógnita y la cantidad final se aumenta.

**Comparar 4.** Juan tiene **a**. Pedro tiene **c** menos que Juan. ¿ Cuántos tiene Pedro?

Es igual al número tres solo que la cantidad final se disminuye.

**Comparar 5.** Pedro tiene **b**. Pedro tiene **c** más que Juan. ¿ Cuántos tiene Juan?

Se desconoce la referencia pero se conoce la comparada y la diferencia; esta última sufre un incremento.

**Comparar 6.** Pedro tiene **b**. Pedro tiene **c** menos que Juan. ¿ Cuántos tiene Juan?

Es similar al número cinco sólo que sufre un decremento. Como su nombre lo indica, se puede observar que las anteriores categorías mantienen una relación estática entre sí, y se caracterizan por las palabras más que, y menos que.

Los problemas de este tipo comparten con los de combinar por su carácter estático, pero mientras que en los de combinar la relación se establece entre conjuntos, en los anteriores se establece entre cantidades, de manera que lo que en aquellos eran relaciones de inclusión entre conjuntos, pasan a ser aquí relaciones de comparación entre cantidades.

- **Igualación.** Las tres categorías anteriores son las categorías básicas; (Carpenter & Moser 1983-citados por Puig y Cerdán), distinguen una cuarta categoría: problemas de igualación. Estos problemas se caracterizan porque hay en

ellos una comparación entre las cantidades que aparecen establecidas por medio del comparativo de igualdad "tantos como". Una acción (cambio) se realiza con una de las cantidades con el fin de igualar la otra con la que ha sido comparada. En esta categoría hay también seis tipos de problemas y se utiliza la misma tabla que en los anteriores.

	referencia	comparada	diferencia	Más	Menos
<b>Igualar 1</b>	d	D	I	*	
<b>Igualar 2</b>	d	D	I		*
<b>Igualar 3</b>	d	I	D	*	
<b>Igualar 4</b>	d	I	D		*
<b>Igualar 5</b>	i	D	D	*	
<b>Igualar 6</b>	i	D	D		*

**Igualar 1.** Juan tiene **a**. Pedro tiene **b**. ¿ cuántos tiene que ganar Pedro para tener tantos como Juan?

**Igualar 2.** Juan tiene **a**. Pedro tiene **b**. ¿ cuántos tiene que perder Pedro para tener tantos como Juan?

**Igualar 3.** Juan tiene **a**. Si Pedro gana **c**, tendrá tantos como Juan. ¿ Cuántos tiene Pedro?

**Igualar 4.** Juan tiene **a**. Si Pedro pierde **c**, tendrá tantos como Juan ¿ cuántos tiene Pedro?

**Igualar 5.** Pedro tiene **b**. Si Pedro gana **c**, tendrá tantos como Juan. ¿ Cuántos tiene Juan?

**Igualar 6.** Pedro tiene **b**. Si Pedro pierde **c**, tendrá tantos como Juan. ¿Cuántos tiene Juan?

Los dos primeros problemas se clasifican sin dificultad como de cambio y de combinación, respectivamente; sin embargo el tercer problema es de clasificación dudosa porque en él, aparece la acción del primer problema, y la relación entre conjuntos del segundo, por lo tanto es una mezcla entre cambio y combinación.

## 8. LA MULTIPLICACIÓN COMO OPERACIÓN TERNARIA

La estructura ternaria multiplicativa, responde a la operación numérica de los cardinales de dos conjuntos entre los que se ha efectuado un producto cartesiano.

Se llama producto cartesiano de dos conjuntos A y B, al conjunto de todos los pares ordenados, cuyo primer componente es un elemento del conjunto A y el segundo componente es un elemento del conjunto B.

Tomando como ejemplo un conjunto de consonantes cuyos elementos son M, L, S, y un conjunto de vocales con los elementos A, I, se señala como primer componente de cada par, una de las consonantes mencionadas y como segundo componente de cada par una de las vocales mencionadas por tanto el producto cartesiano de dichos conjuntos está integrado por los pares ordenados: MA, MI, LA, LI, SA, SI.

La multiplicación correspondiente en este caso entre los cardinales de los conjuntos es  $3 \times 2=6$ , responde a un producto de estados fijos o medidas.

### 8.1 RELACIONES CUATERNARIAS

Se plantean como funciones con cuatro variables. Ej. : "Montevideo es a Uruguay, lo que Lima es a Perú; 2 es a 5, lo que 4 es a 10".

Vergnaud interpretado por Gadino cita como relaciones cuaternarias:

- La multiplicación por un operador externo,

- La división como reparto y agrupamiento,
- Las fracciones como doble operador,
- Las funciones biyectivas.

## 8.2 La multiplicación como relación cuaternaria

Puede resultar incomprensible que a la multiplicación se le designe como relación cuaternaria, pero el siguiente ejemplo lo aclara:

"En una estantería del supermercado hay 6 cajas, cada una de las cuales contiene 4 jabones. ¿ Cuántos jabones hay en ese estante?"

Esta situación se representa así:

1 caja	4 jabones
6 cajas	jabones?

se trata de una situación de proporcionalidad en la que uno de los términos es 1, y se puede resolver a través de dos caminos:

Solución 1: así como se pasa de 1 a 6(columna cajas) multiplicando por 6 (no es una medida sino un factor escalar), el 4 debe ser multiplicado por el mismo factor(6)para saber cuántos jabones hay en total.

Solución 2: al reconocer que hay una función(4 jabones por cada caja)denunciada en el primer renglón, se aplica esa misma función en el segundo(4 jabones/1 caja)x 6 para llegar al resultado buscado.

Afirma Gadino que en las experiencias tenidas con niños, éstos comprenden más fácil y rápidamente la primera solución.

*" Siguiendo el modelo constructivista es el educador quien debe permitir que el alumno construya por sí mismo las tablas de multiplicar por medio de actividades o juegos en las cuales se repita un mismo número, varias veces".*  
*Ejemplo: la canasta mágica, los bolos, y otros juegos los cuales se detallarán mas adelante en las actividades. También con situaciones cotidianas como:*

Un banano cuesta \$50



Dos bananos valen 2 veces \$ 50

Tres bananos valen 3 veces \$ 50

Y así sucesivamente hasta llegar al número 9 ó 10, lo que se puede aprovechar para la construcción y comprensión de la tabla de multiplicar.

Igualmente conviene hacerles variaciones lingüísticas con el fin de obligar a los niños a pensar, ya que en éstos, deben manejar dos o más variables a la vez ejemplo:

Una torta para 12 personas vale \$12.500.¿ para 48 personas cuántas tortas necesitan y cuánto valen?

Estos problemas los resuelven más fácilmente los niños mediante una tabla donde se anotan unos datos y el estudiante debe deducir los restantes.

Ejemplo:

Producto	Valor
2 yogures valen	1.800 pesos
4 yogures valen	\$
6 yogures valen	\$
8 yogures valen	\$

Los problemas en esta forma a la vez que les facilita la comprensión de la multiplicación, los acerca a la proporcionalidad y les ayuda al razonamiento lógico hay que tener especial cuidado en no exigir una memorización total de la tabla, dado que el énfasis no hay que ponerlo en la repetición, sino en la comprensión (hojas pedagógicas, cap. 3 pág.39).

## 9. LA PROPORCIONALIDAD EN LA MULTIPLICACIÓN

Es frecuente escuchar en los niños la definición de proporcionalidad como "una cantidad es proporcional porque si aumenta una, aumenta la otra" o "es una proporción inversa porque si disminuye una, aumenta la otra".

Es importante que los niños reconozcan que la razón establecida entre dos números puede reconocerse en otro par de números. Por ejemplo;

Paleta	valor
1	\$ 200
2	\$ 400

En este caso de proporcionalidad directa se puede observar que al aumentar las unidades, aumenta el valor en la misma proporción. Si se aumenta el doble de la cantidad de paletas, aumenta el valor el doble por lo tanto se cumple la proporcionalidad.

De lo que se trata es de que los docentes generen situaciones didácticas para que los estudiantes utilicen estrategias para transferir y aplicar el saber en una nueva situación, aunque hay que tener en cuenta el riesgo que se corre al proponer esta clase de problemas, y es que los niños no reflexionen sobre la condición de proporcionalidad en sí misma y se ponga el énfasis en los procedimientos empleados para arribar a la solución.

Para una mejor comprensión de la proporcionalidad, la vida diaria ofrece problemas con determinadas características como presentar **tres** datos para la búsqueda de un cuarto dato desconocido, dos de cada uno de ellos pertenecen a la misma magnitud; estas y otras características (como la repetición de ciertas situaciones o argumentos) le permiten detectar al niño que "se trata de un problema de proporcionalidad" y puedan recurrir a los procedimientos que sabe exitosos para resolverlo. Es importante examinar si los elementos considerados conforman una relación de proporcionalidad como los ejemplos que se ven a continuación:

- Un bebé pesa 3.200 Kg al cumplir un mes. ¿Cuánto pesará a los 12 meses?
- Un libro de 50 páginas costó \$ 8000. se puede afirmar ¿cuánto cuesta otro libro de la mitad de páginas?
- Un auto que circula a velocidad constante a 40 km./h demoró 30 minutos entre el lugar de partida y el de llegada. Si al regresar se demoró 15 minutos ¿ a qué velocidad retornó?
- Un auto que va por la carretera en % de hora recorrió 20 hm. Si mantiene constante su velocidad ¿ cuánto habrá recorrido en % hora?

Análisis:

- a) No es un caso de proporcionalidad directa, ya que la razón entre el peso y la edad no es constante. La respuesta no se puede determinar con exactitud tomando en cuenta los datos del enunciado.
- b) En este, no se puede determinar el precio del libro a partir de los datos dados. No es un caso de proporcionalidad directa porque en el precio del libro inciden otros elementos además de la cantidad de páginas.
- c) Este es un caso de proporcionalidad inversa porque el producto de las variables,  $(v) \cdot (t)$  es constante:  $d=v \cdot t$  es un ejemplo adecuado para analizar la proporcionalidad inversa y construir positivamente a partir de la premisa errónea que dice: "Es proporcionalidad inversa porque si una aumenta la otra disminuye."
- d) En este caso la velocidad es constante por lo tanto  $d/t=v$  constante es decir  $d$  y  $t$  son directamente proporcionales en consecuencia si  $t$ , se duplica  $d$ , también se duplica.

La interpretación mental de la división comporta una multiplicación en la que se busca uno de los factores. La división no existe como operación independiente. Ésta es una operación inversa a la multiplicación, se apoya en dos clases de elementos y una relación constante: objeto-dinero-niños. No se podría confundir el algoritmo de la división con el mecanismo de racionalización en la identificación de situaciones; si esto se confundiera no se podría distinguir una situación multiplicativa de una de división.

"El aprendizaje de la división debe ir en simultáneo con el de la multiplicación. Su mayor dificultad se encuentran en el doble papel que puede representar el divisor en los diferentes modelos: número de partes en la que se divide la cantidad inicial, o bien cantidad fija que sirve para ir formando las diferentes partes en que se divide la cantidad total.

Hay que decir que, a diferencia del aprendizaje de su algoritmo, los casos simples de división resultan sencillos y los diferentes modelos llegan a manejarse con soltura. La dificultad real de la división aparece en la mecanización de su algoritmo y en el paso a conceptos más elaborados como

los de fracción, razón y número racional " (Castro E., Rico L. Y Castro E. 1999 pag. 39)

Teniendo en cuenta los ejemplos trabajados en la actividad de la tienda para la multiplicación, se procede a plantearseles la pregunta a la inversa observándose que se les dificulta bastante deshacer la acción; es decir, no tienen un adecuado manejo de la reversibilidad. Ejemplo:

¿Cuántos caramelos de tres pesetas puedes comprar con 18 pesetas? Hace grupos de tres pesetas y responde que puede comprar 6 caramelos. Luego se le pregunta ¿qué otras cosas puedes comprar de otros valores que igualmente se gaste 18 pesetas?, a lo que responde que solo puede comprar 18 objetos de una peseta cada uno. Como puede verse, los niños no logran evidenciar que con una misma cantidad se pueda hacer diferentes composiciones con conjuntos equivalentes, encuentran como única solución eliminar la variable conjuntos y pasarlo todo al mismo rango, el de las unidades. "La dificultad de operar con variables de rango diferente constituye un problema general que afecta a numerosas actividades matemáticas, como es el caso de las operaciones con decenas, centenas, etc., en las que los errores más comunes provienen del hecho de que el niño trata todo como si fueran unidades." (ibid)

Poco a poco el niño se va dando cuenta que para multiplicar debe tener en cuenta tres variables multiplicando, multiplicador y resultado final, evolución que se va dando desde un tanteo inicial, hasta un tanteo sistemático que agota todas las posibilidades, efectuando rápidas distribuciones del todo, lo que demuestra que han logrado comprender la reversibilidad de la multiplicación, la división, dado que mediante estrategias de tanteo el niño va haciendo diferentes particiones en un mismo todo, a la vez que reorganiza los conjuntos encontrando así la reciprocidad que se da entre las variables  $\langle n \rangle$  y  $\langle x \rangle$ .

Puede afirmarse que el recurso de la división pertenece al último nivel por el que pasa el niño, luego de un proceso de conceptualización, y que no se trata de un simple mecanismo aprendido en la escuela educador debe permitir que el alumno descubra por si mismo la relación existente entre ambas

operaciones, por medio de actividades o juegos en las cuales se repita un mismo número varias veces.

## 10. INTRODUCCIÓN A LOS RACIONALES

En la enseñanza usual de los números racionales se propone un trabajo desde la fracción centrada en actividades de dividir la unidad en partes iguales y separar algunas de las partes en que se ha dividido. Este tipo de actividades conlleva a una gran cantidad de dificultades para la conceptualización de los alumnos, entre las que se pueden destacar como más importantes:

Centrar la atención en el número natural y no en la fracción como tal, en otras palabras se trata de centrar la atención en el número de partes que representa el numerador y el número de partes que representa el denominador. En este sentido no se hace énfasis en la medición sino en el conteo quedando sustentada la equivalencia en la igualdad física de las partes en que se ha dividido la unidad. El significado de la fracción no se da desde relaciones numéricas sino desde acciones físicas.

Además, las actividades centradas en la partición y el conteo, hacen que las fracciones impropias (mayores que la cantidad) no tengan mucho sentido para los estudiantes.

Para superar estas dificultades es necesario replantear la enseñanza de los números racionales, teniendo en cuenta aspectos como:

- Que la fracción sea el resultado de una relación cuantitativa entre la parte y el todo. Esto implica que las situaciones deben rescatar el proceso de medir, y que la fracción debe ser el resultado de comparar los resultados de dicha medición. Un ejemplo claro se podría dar en el sentido de preguntas como: el área sombreada de determinada figura ¿cuánto es del área total de la misma?

"La fuente a través de la cual se dota de significado a la fracción, debe ser ante todo las relaciones y operaciones que le dan sentido numérico. Esto es, se debe realizar un trabajo que permita significar las fracciones, no sobre las

propiedades físicas de los objetos con las que se actúa, sino sobre las relaciones cuantitativas establecidas a partir de las mediciones, y fundamentalmente, sobre las composiciones aditivas y multiplicativas que se deriven de estas relaciones cuantitativas. Es decir, dar sentido numérico a la fracción y por ende al número racional, desde sus propiedades aritméticas. Esto es, entenderse la fracción como relación parte todo entendiendo esta como una "nueva cantidad" que expresa la relación cuantitativa entre una cierta cantidad tomada como unidad (todo) y otra cantidad tomada como parte. La relación cuantitativa debe ser entendida como una operación mental realizada por el sujeto, de la cual surge una nueva cantidad" Obando.

- Tomar en cuenta los aspectos epistemológicos y psicológicos relacionados con el tipo de unidad y de magnitud. Una enseñanza de los números racionales que tenga en cuenta esta situación debe considerar las características epistemológicas de lo continuo vs. Lo discreto:

Lo continuo	Lo discreto
Divisible infinitamente	Divisible un número finito de veces
Da origen a las unidades geométricas	Da origen a la unidad aritmética
Está relacionado con las magnitudes	Está relacionado con las colecciones
La unidad es divisible infinitamente	La unidad no es divisible

Al hacer este reconocimiento de la unidad como magnitud es indispensable hacer referencia a la matemática de las cantidades y por lo tanto considerar el establecimiento de la relación parte - todo en la cual se miden las cantidades involucradas.

- Un uso cuidadoso del lenguaje utilizado en la presentación de las situaciones. En este sentido se trata de utilizar conceptos que permitan generar el mínimo de confusión conceptual

La fracción como una composición aditiva. Este aspecto se logra a partir de unas actividades que centran la reflexión en procesos de medición y hacen

ver la fracción como una relación cuantitativa entre cantidades. También se podría lograr a través de actividades que presenten la conceptualización de la fracción a partir de procesos aditivos. En este sentido se plantea una conceptualización de la fracción a partir de las operaciones que le dan sentido numérico.

## 11. ACTIVIDADES

### 11.1 NOMBRE DE LA ACTIVIDAD: LA LIMONADA

**11.1.1 OBJETIVO:** Posibilitar en los niños el desarrollo de habilidades, en la resolución de problemas que involucren el concepto de fracción ( mitades, cuartos):

#### 11.1.2 RECURSOS:

Limones, agua, cucharón, azúcar, vasos, exprimidor, recipiente, tabla para registro de datos.

#### 11.1.3 DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD:

Esta actividad consta de dos momentos: práctico y teórico.

En el momento práctico el maestro prepara una limonada en compañía de sus alumnos teniendo en cuenta la cantidad de los ingredientes utilizados en su elaboración con el fin de que los niños establezcan relaciones entre fracciones y fracciones mixtas

En el momento teórico, el profesor elabora una guía con preguntas para que el grupo las responda de acuerdo a lo visto en el momento práctico de la limonada. (ver tabla 1)

#### 11.1.3 ESTÁNDARES MATEMÁTICOS:



- Pensamiento y sistemas numéricos: Describir situaciones de medición utilizando fracciones comunes.

Pensamiento métrico y sistemas de medidas: reconocer atributos mensurables de los objetos y eventos (longitud, superficie, capacidad, masa y tiempo) en diversas situaciones.

- Pensamiento aleatorio y sistemas de datos: interpretar información presentada en gráficas a partir de un conjunto de datos.
- Resolver y formular de proporcionalidad directa ( mercancías y sus precios, niños y reparto ampliación de

### 11.1.5 GUIA DE TRABAJO

Al pasar al momento teórico, el maestro dibuja la siguiente tabla, en ella se anotan los ingredientes de una limonada para dieciséis personas.

Personas	Limones	Cucharadas Azúcar	Litros de agua
16	20	24	8
8			
4			
2			
1			

(Tabla 1)

Luego se le hace al grupo las siguientes preguntas llenando la tabla a medida que van respondiendo.

Sabemos cuantos ingredientes se necesitan para hacer una limonada para 16 personas, entonces:

A- Para 8 personas ¿cuántos ingredientes se necesitan?

B- ¿Cuántos ingredientes se requieren para hacer una limonada para 4 personas?

C- Para 2 personas ¿cuántos ingredientes se necesitan?

D- Y si la hiciéramos para una persona ¿cuántos ingredientes necesitaríamos?

Con base en la tabla anterior el maestro puede realizar múltiples preguntas a los estudiantes, entre ellas:

¿Cómo supo la cantidad que se necesitaba de cada uno de los ingredientes, para 8 personas?

¿ Cuántos ingredientes se necesitan para 36 personas?

Si se mira en la segunda y tercera fila de arriba hacia abajo de la tabla, se puede observar que la cantidad de personas de la tercera fila es la mitad de personas de la segunda fila. Esta relación también la guardan los ingredientes de la tabla. ¿Qué otras parejas de filas guardan la misma relación?

#### 11.1.6 SUGERENCIAS :

- Con esta actividad se puede trabajar de lo general a lo particular y a la inversa. Desde lo general se pretende que los niños establezcan relaciones de mitades, cuartos y octavos al comparar las cantidades mayores con las menores (a lo particular) y a la inversa, empezando con la fila de los números de menor valor continuando con los de mayor valor(a lo general).
- Esta actividad se puede trabajar con otras recetas. Por ej. Arroz con leche, pastel de manzana etc.

#### Arroz con leche

Personas	Arroz tazas	Leche tazas	Azúcar tazas	Pasas cajas	Agua tazas
10					
8	4	6	4	2	6
4					
2					
1					

Con los datos dados para 8 personas, los niños deben encontrar los ingredientes para el resto de la tabla.

### Pastel de manzana

Personas	Manzanas	Azúcar Tazas	Maicena gramos	Leche tazas
2				
4	3	2	200	3
8	6	4	400	6
16				

Calcular los ingredientes que se necesitan para 2 y 16 personas.

#### 11.1.7 ANALISIS DE LA ACTIVIDAD

- fracción: se dieron al llenar la tabla de registro o guía de trabajo donde debían responder la cantidad de ingredientes en forma de fracción que se necesitan para 8, 4, 2 y 1 persona.
- Relación parte-todo: al partir el limón en cuartos y tomar 1 % para hacer limonada para una persona.
- Relación parte-parte: al tomar  $\frac{2}{4}$  de limón para dos personas y decir que parte es de la unidad.
- Interpretar fracciones en diferentes contextos: En la elaboración de la limonada al igual que en otras recetas...

#### 11.1.8 ANALISIS DE LOS RESULTADOS

El 91% de los niños no presentó dificultad al encontrar los datos que se refieren a las mitades, ésta se evidenció cuando los niños intentaron establecer las relaciones entre la cantidad de personas que implica el manejo de cuartos y octavos.

- Los niños expresaban en forma oral, la cantidad de ingredientes necesarios para una y dos personas, aún tratándose de fracciones; la dificultad se presentó al encontrar fracciones mixtas y no saber como se podían expresar, ej.

Para 2 personas, 2 % limones.

Al realizar la reflexión en sentido inverso de la tabla ( de abajo hacia arriba) el 90% de los estudiantes no pudieron dar respuesta acertada a la relación existente entre las diferentes cantidades seleccionadas, ejemplo: cuánto es el dos con respecto al ocho y viceversa, y así sucesivamente otras comparaciones entre las cantidades.

Esta diferencia se debe a que los niños dominan con más facilidad las actividades donde se descompone la unidad en sus partes. La dificultad aparece cuando tratan de incluir nuevamente las partes con el todo ej. ¿Qué fracción representan dos personas respecto a un grupo de ocho personas?

Para superar éstas dificultades se dejó que los niños manipularan los ingredientes necesarios para la limonada como los limones partidos, cucharadas de azúcar, vasos con agua. Simultáneamente se socializaron las inquietudes, las respuestas dadas por ellos anteriormente y se aclararon las dudas.

- De la anterior actividad el 90% de los niños, respondieron acertadamente con la cantidad de limones y azúcar que se necesitaba, hecho que demostró que tienen interiorizado el concepto de mitades. El 10% de los niños no establecieron la relación de mitades existentes entre los ingredientes de la limonada.

Con respecto a la cantidad de agua que se necesitaba, el total del grupo no la supo responder, ya que tenía un grado de dificultad mayor y exigía del trabajo con fracciones mixtas. Además para los niños fue más complicado comprender que los líquidos se pueden repartir en partes iguales, como se puede evidenciar en algunas de sus respuestas:

Profesora el agua no se puede partir como los limones.

Profesora. ¿Y cómo se divide el agua? ...

Para superar dicha dificultad fue necesario tomar una botella de gaseosa litro vacía, llenarla de agua y luego vaciar el contenido en cuatro vasos. Estos a su vez se vertieron en otro recipiente, la acción fue repetida hasta obtener la cantidad de agua deseada.

Las dificultades que se presentaron en esta actividad, remiten a lo complejo que es la construcción del significado de las fracciones por parte de los niños, ellos comprenden que el todo es más que la parte pero no logran entender esta relación en términos fraccionarios ya que como lo afirma Piaget, " Para que el niño llegue al concepto de fracción es necesario que tenga interiorizada la noción de inclusión de clases, la identificación de la unidad. Que todo, es lo que se considera como unidad, según con el material con el que se esté trabajando (concreto o discreto), conservación de la cantidad y manejar la idea de área".

## De la Actividad

la limonada para preparar una limonada para 10 personas se necesita

personas	Limones	Cucharadas de azúcar	litros de agua
16	20	24	8
8	10	12	4
4	5	6	2
2	$\frac{2.5}{1}$	3	1
1	$\frac{1}{1}$	$\frac{1.5}{1}$	$\frac{1}{1}$

2° como supo la cantidad que se necesitaba de cada uno de los ingredientes para 8 personas

3° si estos son los ingredientes que se necesitan por persona

4° cuantos ingredientes se necesitan

R = son 16 personas de limones  
24 cucharadas 8 litros de agua

2

R: para 8 personas se necesitan  
70 limones 12 cucharadas de azúcar  
4 litros de agua

3R: para cada persona se necesitan

7/7 limon 2 cucharadas de azúcar y  
un cuarto de litro

## **11.2 ACTIVIDAD: LA BANDERA**

### **11.2.1 OBJETIVOS:**

Utilizar la actividad como una situación que potencie la noción de medición, mediante el trabajo con fracciones.

### **11.2.2 RECURSOS**

Una bandera, papel globo amarillo, rojo y azul (una cantidad suficiente para el grupo con el que se desea trabajar), colbón,

### **11.2.3 DESCRIPCIÓN**

A los niños se les pide que averigüen las características de la bandera de Colombia (colores y medidas). Luego se realiza con los estudiantes una reflexión en donde se pone en común las características de ella.

Al tener claro esto se le lleva a los niños papeles de color amarillo, azul y rojo partidos en diferentes medidas. Se les propone a los niños que se reúnan por equipos y acuerden que papeles necesitarían y con que tamaño para hacer la Bandera de Colombia de acuerdo a sus características. Luego cada estudiante toma las respectivas franjas de papel del tamaño que crea correcto para proceder a elaborar la Bandera Colombiana.

### **11.2.4 ESTÁNDARES MATEMÁTICOS**

#### **11.2.4.1 Pensamiento numérico:**

- Reconocer significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, Comparación, codificación, localización entre otros).
- Describir situaciones de medición utilizando fracciones comunes.



#### 11.2.4.2 Pensamiento métrico

- Reconocer atributos mensurables de los objetos y eventos (longitud, superficie, capacidad, masa y tiempo) en diferentes situaciones.

#### 11.2.5 GUÍA DE TRABAJO

Se les pide a los niños consulten acerca de la bandera de Colombia, sus colores y la medida de cada franja.

El maestro lleva al salón buena cantidad de papel globo de los tres colores cortado en franjas de distinto tamaño en el ancho (  $\frac{1}{2}$  de pliego,  $\frac{1}{4}$  de pliego,  $\frac{1}{8}$  de pliego). La

longitud debe ser la misma en todo los colores.

A cada estudiante se le da a escoger las franjas, tamaños y colores que éste crea conveniente para construir la bandera de Colombia, de acuerdo a lo previamente consultado.

A continuación el maestro hace al grupo las siguientes preguntas:

¿Cuánto es cada color respecto al amarillo?

¿Cuánto es el color amarillo de toda la bandera?

¿El color rojo qué fracción de la bandera ocupa?

De toda la bandera ¿el color azul qué cantidad es?

Tenemos cuatro pliegos de color azul para armar ocho banderas de Colombia

¿cómo tengo que dividir el papel para hacer las ocho banderas?

#### 11.2.6 ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD

**11.2.6.1 Concepto de fracción:** al descubrir que el color rojo y el azul, son mitades del amarillo y éste a su vez, es el doble de las franjas del color rojo y azul.

**11.2.6.2 Relación entre partes y la unidad:** al comparar que fracción es cada color, con respecto a toda la bandera.

**11.2.6.3 Resolución de problemas:** : al solucionar problemas de fracciones en otros contextos(ver sugerencias).

**11.2.6.4 Equivalencias:** estar en condiciones de deducir que el azul equivale a uno rojo, dos azules equivalen a uno amarillo, un amarillo equivale a dos rojos.

### **11.2.7 Análisis de los resultados**

Al momento de elegir el papel, el 40% de los niños escogieron los pliegos de igual tamaño quedando la bandera con las tres franjas iguales. El 25% eligió el papel adecuadamente, pero procedieron a recortar la franja amarilla de tal forma que las tres franjas quedaron de igual tamaño. El 35% escogieron las franjas adecuadamente y elaboraron la bandera de acuerdo a sus características.

En el momento de realizar la reflexión, se pudo evidenciar que las preguntas estaban redactadas de forma abierta, por ende éstas se prestaban para dar múltiples respuestas tales como:

¿Qué parte es el color amarillo de toda la bandera?

Las respuestas más comunes que se obtuvieron fueron:

- ° Es la primera parte.
- ° Es la parte de arriba.
- ° Es la tercera parte.

Otras respuestas fueron:

Pregunta 1. El 80% dijo: cada color respecto al amarillo es un tercio. El 20% estableció la relación de mitad existente entre cada color con respecto al amarillo.

Pregunta 2. El 75% dijo: el color amarillo de toda la bandera es un tercio, La razón dada por los niños era que como la bandera tiene tres franjas, cada color es una tercera parte o un tercio. Un 25% dijo que era la mitad, ya que de

acuerdo a lo consultado por ellos la franja amarilla ocupa la mitad de la totalidad de la bandera.

En la pregunta 5, aproximadamente un 6% la respondió acertadamente.

Las respuestas dadas por los niños indica que aún no establecen la relación que existe entre las partes y la unidad total, tampoco comprenden que para que una cantidad sea la fracción de otra, debe haber un punto de comparación entre éstas y la unidad.

Con lo anterior se evidenció que las preguntas no estaban cumpliendo el objetivo de la actividad, debido a que su redacción permitía confusión en las respuestas, por esto la actividad se replanteo y se realizo nuevamente con los estudiantes.

Al realizar nuevamente la actividad se evidenció que el primer momento les dio bases para responder adecuadamente las preguntas realizadas.

#### Preguntas

1. Se desea hacer una bandera de igual tamaño a la bandera de Colombia pero totalmente roja. ¿Cuántas franjas se requieren? ¿Por qué?
2. Para hacer una bandera de un solo color y que tenga la mitad del tamaño de la bandera de Colombia, ¿cómo la harías tú?
3. Tenemos 4 pliegos azules para hacer 8 banderas de Colombia, ¿cuántos pliegos amarillos necesitamos?
4. Con 5 pliegos de papel amarillo, elaboro 10 banderas, ¿cuántos pliegos azules y rojos se necesitan y cómo los divido?
5. Hay 4 pliegos de papel rojo para hacer 20 banderas de Colombia, ¿cuántos pliegos de amarillo y azul necesitan? ¿Por qué?

- Las preguntas una y dos, el 85% del grupo la respondieron según lo esperado. En las preguntas tres y cuatro acertó el 60%.Y en la pregunta cinco, acertó un 12%(aprox. 5 niños).

Al finalizar este segundo momento se pudo observar que el 80% del grupo, tuvo buen manejo de las relaciones entre las cantidades de las franjas de la

bandera, al resolver con éxito las preguntas planteadas. Ello indica que la primera actividad les dio bases para una buena comprensión de las fracciones en contextos diferentes.

### **11.2.8 SUGERENCIAS**

Esta actividad se puede realizar aprovechando los días de Fiestas Patrias. El ancho de cada color de franjas, puede ser: 6 cm. 10 cm. y 14 cm. y un montoncito con papel amarillo que sea el doble de una de las tres medidas que se dieron. Esta actividad se presta para la elaboración de otros talleres y juegos que tengan el mismo sentido para fortalecer el concepto de fracción en los estudiantes.

Grado : 4: C

① SE NECESITAN 4 FRANJAS ROJAS DEL MISMO COLOR.

② LAS PODRIAMOS DIVIDIRLAS EN DOS PARTES IGUALES.

③ NECESITARÍAMOS 8 PLIEGOS AMARILLOS Y 4 PLIEGOS ROJOS.

④ NECESITO 2  $\frac{1}{2}$  DE PLIEGOS ROJOS Y AZULES.

PORQUE LA MITAD DE 5 ES 2  $\frac{1}{2}$  Y EL AZUL Y EL ROJO ES LA MITAD QUE EL AMARILLO.

⑤ NECESITAMOS 70 PLIEGOS AMARILLOS, 5 PLIEGOS ROJOS Y 5 PLIEGOS AZULES

PORQUE EL AZUL Y EL ROJO

el amarillo con respecto al azul  
el azul es la terser parte  
si el amarillo se divide  
en dos partes el rojo seria  
la cuarta parte de la bandera  
y la parte del amarillo  
que se encuentra arriba es la  
primera parte

### **11.3 NOMBRE DE LA ACTIVIDAD: PASEO AL PARQUE DE LAS AGUAS.**

**11.3.1 OBJETIVO:** Realizar diagnóstico frente a las diferentes estrategias utilizadas por los niños en la resolución de problema.

**11.3.2 RECURSOS:** guía de trabajo con preguntas

#### **11.3.3 DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD:**

Se planteo una situación problema mediante la simulación de un paseo al parque de las aguas; para ello los niños disponían de una guía de trabajo donde debían responder diferentes citasiones problemicas de comparación, igualación, diferencia, combinación.

#### **11.3.4 CONCEPTOS MATEMÁTICOS**

- Usar diferentes estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.
- Resolver problemas de proporcionalidad directa.
- Usar la estimación para establecer soluciones razonables acordes con los datos del problema.

#### **11.3.5 GUÍA DE TRABAJO:**

- Averigua el valor de la entrada para cada niño. Luego calcula la entrada para cinco niños.
- Un almuerzo cuesta \$3.500. ¿Cuál es el valor de cinco almuerzos?
- Compré dos paquetes de papitas, dos tuti fruty dos porciones de torta. ¿Cuánto cancelé?
- El transporte de cada niño vale \$1.500. ¿Cuánto cuesta para todo el grupo?
- Compré unas gafas de piscina por \$ 1.900, si pagué con un billete de \$5.000 ¿Cuánto me devolvieron?

¿Cuánto valió en total el paseo para cada niño?

### **11.3.6 SUGERENCIAS:**

Se pueden aprovechar las diferentes salidas que tengan los niños en el colegio para plantear situaciones similares y trabajar las cuatro operaciones básicas.

### **11.3.7 ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD:**

Al pedirles que averigüen el valor de la entrada para un niño y luego para cinco debe usar diferentes estrategias de cálculo para resolver este problema, que bien puede ser resuelto mediante la suma o la multiplicación en donde cuyo caso se trataría de proporcionalidad directa: Cuando debe responder de cuanto es la diferencia entre lo pagado y la devuelta se estaría usando la estimación.

**11.3.7.1 Resolución de problemas** al darle solución a cada una de las preguntas derivadas de la situación problema.

**11.3.7.2 Manejo de algoritmos** cuando resolvían los problemas haciendo uso de las operaciones básicas.

### **11.3.8 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS:**

La actividad esta planteada con el propósito de conocer que estrategias utilizaban los niños en la resolución de problemas, que resultado difícil dado que de 40 niños el 60% de los niños se limitaba a dar una respuesta acertada sin dejar evidencias de cómo encontraron el resultado.

El 30% respondió mediante el manejo de algoritmos de suma, resta, y multiplicación.

El 0.8sumo o multiplico todos los datos sin tener en cuenta las preguntas relajadas, el 9.92% no realizo ningún procedimiento.

Se esperaba que los niños respondieran mediante el manejo de los algoritmos y poder observar así, los diferentes procedimientos utilizados para hallar las



respuestas. Sin embargo la mayoría de los niños se limitaron a dar la solución por escrito pero sin dejar huella de los procedimientos que utilizaron para las respuestas. Decían no saber que operación realizaron.

## 11.4 NOMBRE DE LA ACTIVIDAD: CANASTA MÁGICA

**11.4.1 Objetivo:** Realizar conteo con diferentes cantidades como preámbulo a la multiplicación.

### 11.4.2 Recursos

- Canastas vacías de huevos pintadas con diferentes colores(x 30)
- Vinilos de colores
- Pinceles
- Monedas en desuso de igual tamaño y peso
- Tiza para delimitar distancia.
- Tabla para registrar el puntaje obtenido.
- Patio o cancha.

### 11.4.3 DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD:

A cada equipo se le asigna una canasta, cinco monedas y una tarjeta con sus nombres en la que anotarán los puntajes obtenidos.

El juego consiste en que cada niño lance la moneda a la canasta. Gana el equipo que más puntaje obtenga.

#### Reglas:

- Cada color tiene los siguientes valores: **rojo** = 10 puntos.  
**Amarillo y azul** = 5 puntos **y verde** = repite el turno.
- Cada niño lanzará la moneda a la canasta (por tres rondas) anotando el número de puntos en la tarjeta
- El puntaje se obtiene según el color donde caiga la moneda.
- Los lanzamientos se hacen a una distancia de metro y medio. aprox. Seis baldosas de 25 cm.
- Si la moneda cae fuera de la canasta pierde el turno.

- Los niños que sobren después de formar los equipos, harán de jueces encargados de vigilar que se cumplan las reglas del juego.
- El equipo que no cumpla las reglas anteriores no participa en el juego.

#### 11.4.4 CONCEPTOS MATEMÁTICOS:

Pensamiento y sistemas numéricos

- Relaciones de orden.
- Estrategias de cálculo.
- Efecto de operaciones básicas en el conteo.
- Interpretación de tablas.
- Solución de problemas (comparación, igualación, multiplicación y repartición).

#### 11.4.5 GUÍA DE TRABAJO

##### Equipo # 3

Integrantes	Turno 1°	Turno 2°	Turno 3°	Total
Juan				
Pedro				
Daniel				
Karen				

**Ejemplo de la tabla individual.**

**Ejemplo de tabla de todo el grupo.**

<b>Equipo # 1</b>	
<b>Equipo # 2</b>	
<b>Equipo # 3</b>	
<b>Equipo # 4</b>	
<b>Equipo # 5</b>	
<b>Equipo # 6</b>	
<b>Equipo # 7</b>	
<b>Equipo # 8</b>	

El maestro escribe en el tablero el puntaje total de cada equipo para proceder a las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál equipo sacó mayor puntaje?
2. ¿Cuál sacó menor puntaje?
3. ¿Cuántos puntos de ventaja le lleva el equipo # 6 al equipo # 4?
4. ¿Cuántos puntos le faltan al equipo # 4 para igualar al equipo # 8?
5. Organiza los puntajes de los equipos de menor a mayor. Otro ejemplo de tabla que se les hizo en el tablero para que pensarán en la repartición es la siguiente:

Para que pensarán en la división o repartición se les propuso otro ejemplo de tabla como la siguiente:

Nombre	Turno 1	Turno 2
Juan	¿?	5
Carlos	10	¿?

¿Qué posibles valores sacarían Juan y Pedro para tener 35 puntos?

También se puede dejar la tabla sin valores y poner un puntaje total y preguntarles:

- Juan y Carlos son los ganadores con 30 puntos. ¿Cuánto tuvieron que sacar en cada turno?

#### 11.4.6 SUGERENCIAS:

El maestro puede acoplar las preguntas y cambiarlas de acuerdo al grado que esté trabajando y al contexto en que se encuentre.

Para que las botellas se sostengan en el piso, conviene llenarlas un poco con material pesado. ( Arena, piedrillas, arcilla, semillas secas entre otras).

#### 11.4.6 ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD

- Relaciones de orden: al comparar los puntajes entre los equipos y organizar los puntajes de los equipos en orden descendente y ascendente.
- Estrategias de cálculo: en las diferentes formas que emplean los niños para hallar los totales (rayitas, sumando varias veces un mismo número, calculando mentalmente los valores).
- Efecto de operaciones básicas: al ver que las cantidades variaban (aumentaban, disminuían y permanecían constantes).
- Interpretación de tablas: cuando revisaban los datos contenidos en la tabla para desarrollar las preguntas planteadas.
- Resolución de problemas: en la solución de los problemas de comparación, igualación, multiplicación y repartición.

#### 11.4.8 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS:

En esta actividad se presentaron las siguientes dificultades:

\*Los niños no establecieron las diferencias evidentes entre dos cantidades ( mayor y menor).

\*No se presentaron dificultades en cuanto a las estrategias de conteo utilizadas por los estudiantes como:

El 90% realizaron el conteo de cinco en cinco

El 2% mentalmente

El 6% multiplicando

El 2% ubicaron los números en 3 columnas y tres filas realizaron una suma, dándole como resultado un número demasiado alto no correspondiente con el real.

En el momento que los niños dieron los resultados de los puntos obtenidos en el juego, se evidenció en el 98% de los estudiantes un correcto dominio de la estructura aditiva.

Los niños mediante el agrupamiento de números comprenden la composición de ellos a partir de las unidades que lo componen. Es por ello que no presentaron mayor dificultad en cuanto al conteo, dificultad más frecuente de los estudiantes fue convertir una cantidad menor en otra mayor y viceversa.

equipo #1	60 Pnt
equipo #2	63 Pnt
equipo #3	42 Pnt
equipo #4	30 Pnt
equipo #5	76 Pnt
equipo #6	81 Pnt
equipo #7	75 Pnt
equipo #8	70 Pnt

1. ¿cuál equipo sacó mayor puntaje?

R= el equipo que tiene mayor puntaje es el equipo #6

2. ¿cuál sacó menor puntaje?

R= el equipo que tiene menor puntaje es el equipo #4

3. ¿cuántos puntos de ventaja le lleva el equipo #6 al equipo #4?

sigue

	_____ \
le (7 ' ntcf)'	
irrr y ....	
•f l Cünf)4-n c pOpjnSE^	
( # 4 óftio \qt)úl a r q p i * j " v	
YA-- t V J . ' 4 "	
Ád eoniPo mSm	
— — — — — —f ZT — — — — — ^	
4 / c J 1 n V - ios ortflVfi^ le las í <sup>L</sup> ' dprppn/ f q tfnnr	
.. Sa - á S - A o « o *	
	x... - 5

## **11.5 NOMBRE DE LA ACTIVIDAD: JUEGO DE BOLOS**

**11.5.1 OBJETIVO:** Se espera que los niños por medio del conteo se aproximen a la comprensión del pensamiento multiplicativo.

### **11.5.2 RECURSOS:**

- Botellas plásticas de Coca-cola pintadas con de diferentes colores.
- Pelota mediana.
- Tabla para anotar los puntajes

### **11.5.3 DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD**

Se divide el grupo en equipos ( de acuerdo a la cantidad de niños en cada grupo).

A cada equipo se le entregan diez bolos, una pelota y una tabla para anotar sus puntajes obtenidos en cada turno. Se ubican los bolos de colores enfrente de cada equipo. Cada niño tiene tres turnos para tumbar la mayor cantidad de bolos. A medida que se van tumbando los bolos los niños anotan los puntos obtenidos por cada turno en la tabla.

Cuando todos los niños terminen sus turnos y anoten los puntos, el equipo procede a sumar su puntaje total.

### **Reglas del juego**

- Los lanzamientos deben hacerse a una distancia de dos metros.
- Cada equipo debe estar enumerado.
- Los bolos tienen diferentes colores, donde cada color indica un valor y una operación. En esta tabla está con valor de 4 pero se hizo con diferentes valores.
- En cada juego se dispondrá un solo color de acuerdo a la operación que se desee trabajar.



- Para la resta los bolos que queden parados quitan puntos a los que caigan.

#### 11.5.4 CONCEPTOS MATEMÁTICOS

- Estrategias de conteo.
- Relaciones de orden.
- Resolución de problemas ( comparación, igualación, multiplicación, y repartición).
- Efecto de operaciones básicas.

#### 11.5.5 GUÍA DE TRABAJO

A cada grupo se le entrega una tabla en donde anota los datos que resulten del juego. Ejemplo:

Niño	Turno 1	Turno 2	Turno 3
1			
2			
3			
4			

Se realiza la siguiente reflexión con los estudiantes en forma grupal, de acuerdo a los datos obtenidos en la actividad.

- ¿Cuántos puntos sacó cada integrante?
- ¿Cuántos puntos obtuvo el equipo?
- ¿Cuál equipo sacó mayor puntaje?
- ¿Cuántos puntos le faltan al equipo número 2 para igualar al equipo ganador?
- ¿Cuántos puntos de ventaja le lleva el equipo ganador al equipo que sacó menor puntaje?
- ¿Cuál es el puntaje total de todos los equipos?
- Ordenar de menor a mayor y viceversa los puntajes de los equipos

### 11.5.6 ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD

- **11.5.6.1 Relaciones de orden:** Este concepto matemático se evidenció al establecer comparaciones entre los diferentes puntajes de cada equipo y organizarlos de menor a mayor y viceversa.
- **11.5.6.2 Estrategias de cálculo:** Se evidencia en las diferentes formas que emplean los estudiantes para hallar el total de puntos obtenidos por cada equipo, tales como: círculos, rayas, suma( en algoritmo y mentales), entre otras cosas.
- **11.5.6.3 Resolución de problemas:** En la solución de las preguntas planteadas que implicaban la utilización de una operación matemática, algorítmica o mental.
- **11.5.6.4 Efecto de operaciones básicas:** Cuando el estudiante analiza las cantidades que aumentan o disminuyen y no varían.
- **11.5.6.5 Interpretación de la tabla:** Cuando le encuentra significado a los datos que escriben en la tabla, como medio para solucionar las preguntas planteadas.

### 11.5.7 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Esta actividad se realiza posterior a la canasta mágica, tratando de superar las dificultades encontradas en la actividad de la canasta. En ésta ya se obtuvieron mejores resultados.

## **11.6 NOMBRE DE LA ACTIVIDAD: LA TIENDA.**

### **11.6.1 OBJETIVOS:**

- Resolver problemas de proporcionalidad directa como las mercancías y sus precios.
- Usar estrategias de cálculo mental que le permitan resolver problemas de la vida cotidiana.
- Reconocer el uso de las operaciones matemáticas en las situaciones cotidianas.

### **11.6.2 RECURSOS**

Billetes, imágenes de diferentes productos, lista de precios

### **11.6.3 DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD**

Para esta actividad se elaboró material que consta de laminas de diferentes productos (aseo personal, aseo hogar, legumbres, verduras, frutas, carnes, ropa y abarrotes) recortadas y plastificadas con sus respectivos precios (ver anexo láminas pag) y billetes de diferentes denominaciones (\$50, \$100, \$200, \$500, \$1.000, \$5.000, \$10.000 y \$20.000), carteles para promocionar los productos y lista de precios para el vendedor mayorista y para el público. Los niños se organizan en sus grupos de compradores y vendedores y un distribuidor mayorista quien entrega a los vendedores los productos financiados, además se entregarán algunos billetes de diferentes denominaciones que serán utilizadas para la compras (público).

La tienda constará de siete líneas de productos así:

Aseo hogar

Aseo personal

Legumbres y verduras

Frutas

Carnes

Ropa

Abarrotes

La lista de precios irá en una tabla donde se especifican los precios al distribuidor y precio al público. (ver guía de trabajo)

#### 11.6.4 GUIA DE TRABAJO

PRODUCTO	PRECIO DISTRIBUIDORES	PRECIO AL PUBLICO

#### Preguntas ( guía para el público)

- ¿Cuánto dinero le pagó cada sección al distribuidor?
  - ¿Durante la venta se obtuvieron pérdidas o ganancias? ¿De cuánto?
  - ¿ Cuánto dinero ganó cada sección? ¿Cuál sección ganó más? ¿Cuál sección ganó menos?
  - ¿Cuánto dinero se le entregó a cada grupo de compradores? ¿Cuánto dinero se gastó? ¿Cuánto dinero le sobró?
  - ¿Qué productos compró cada equipo?
- Si un comprador pagó sus artículos que le valían \$14800 con \$20000.¿ cuánto dinero le devolvieron?

### **11.6.5 SUGERENCIAS**

Se pueden realizar preguntas que lleven al niño a reflexionar sobre aquellos productos que son necesarios para la canasta familiar y que solo es posible comprar con una determinada cantidad.

- Cambiar de sección, para que el trabajo no se vuelva monótono.
- Sugerir a los niños hacer promociones.
- Hacer carteles para las promociones y propaganda a los productos.
- Formar dos secciones con los mismos productos para crear competencia entre ellas.

### **11.6.7 ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD**

Teniendo en cuenta que el principal objetivo de la actividad realizada fue la utilización del cálculo mental, el uso de la estimación y la formulación de problemas aditivos de comparación e igualación.

Los niños no tienen problemas con el uso del cálculo mental y el uso de la estimación, ya que los compradores al realizar sus compras hacen sus cuentas utilizando bien este aspecto.

Por otra parte los tenderos a la hora de vender y luego hacer el inventario de los productos vendidos y no vendidos utilizaban adecuadamente el cálculo mental para hacer sus cuentas tanto para pagarle al distribuidor como a la hora de saber las ganancias obtenidas.

Al realizar las compras los niños utilizaban el cálculo mental para saber cuanto dinero iban gastando.

Para pagar un producto escogían un billete cuya denominación se aproximara al valor total de la compra

### **11.6.7 ANÁLISIS DE RESULTADOS:**

En general el 90% de los niños tienen un manejo adecuado del cálculo mental y el uso de la estimación.

Su dificultad radica en la ubicación de los números para realizar determinada operación, por ejemplo suma. Este aspecto quedó demostrado cuando los compradores procedieron a realizar la cuenta del dinero gastado para comprar los productos necesarios para una semana.

En el manejo para dar el total del dinero gastado en la compra y venta de los productos el 30% de los niños no presentó ninguna dificultad.

Al 50% se les dificultó hallar el total entre las pérdidas y ganancias de los productos.







Carlos Alberto Zapata 3-7-25

¿Cuánto dinero pago cada sección al Frutas y Verduras =

Carne	Topo	Agarotes
63.500	43.950	85.830
39.850	41.550	43.880
103.350	135.500	129.710

durante la venta se obtuvo pérdidas o ganancias?  
 de los productos ganaron  
 ganaron 38.320 de los carne.  
 ganaron 103.350 de la topo  
 ganaron 135.500 a los agarotes  
 ganaron 129.710.

¿cual sección gano mas lo que gano mas fue 10.000 y lo que gano menos fue 39.850

¿cuanto dinero se le entrego a los compradores?

PLAN EVALUACION

1) ¿Cuanto dinero pago cada sección al distribuidor p frutas y verduras?  
 40.000 \$

2) Durante la venta se obtuvo pérdida o ganancia? de cuanto fue el valor?  
 Frutas y verduras ganaron 38.320

3) cual sección gano más cual sección gano menos?

4) cuanto dinero se le entrego a los compradores?

5) si un comprador pago sus artículos que le faltan

14.800 \$ con 20.000 \$ cuanto dinero le devolvieron?  
 R// gano 06.800

$$\begin{array}{r} 20.000 \\ - 14.000 \\ \hline 06.000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 700 \\ 200 \\ 500 \\ 1000 \\ 2000 \\ 3000 \\ 10000 \\ 20000 \\ \hline 36300 \end{array}$$

5) si un comprador pago sus artículos que le faltan

14.800 \$ con 20.000 \$ cuanto dinero le devolvieron?

$$\begin{array}{r} 20.000 \\ - 14.800 \\ \hline 5.200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 78.320 + \\ 40.000 \\ \hline 38.320 \end{array} \quad \text{R// gano } 38.320$$

$$\begin{array}{r} 63.500 - \\ 39.850 \\ \hline 24.650 \end{array} \quad \text{R// gano } 24.650$$

$$\begin{array}{r} 93.950 - \\ 41.550 \\ \hline 52.400 \end{array} \quad \text{R// gano } 52.400$$

$$\begin{array}{r} 85.830 - \\ 43.880 \\ \hline 41.940 \end{array} \quad \text{R// gano } 41.940$$



## **11.7 NOMBRE DE LA ACTIVIDAD: REGLETAS.**

**11.7.1 OBJETIVO:** Comparación de longitudes utilizando medidas arbitrarias como inicio a las fracciones.

### **11.7.2 RECURSOS:**

Cartón paja, vinilos, ficha con preguntas y aula de clase.

### **11.7.3 DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD:**

Por pareja se les entrega cuatro regletas de colores y tamaños diferentes ( negra, morada, verde y blanca). y permitir por un buen rato, que los alumnos las observen, midan y establezcan relaciones.

### **11.7.4 CONCEPTOS MATEMÁTICOS**

- Concepto fracción.
- Selección de medidas convencionales y estandarizadas para la medición.
- Resolución de problemas.
- Relación entre partes.
- Nociones de equivalencia.

### **11.7.5 GUÍA DE TRABAJO:**

El maestro lleva al aula las regletas de los siguientes colores y tamaños: **negra=32 cm. Morada=16 cm. Verde=8 cm. Y blanca=4 cm.** Pide a cada pareja de niños, que midan unas con otras y describan que relaciones hallaron en esta actividad.

Después de socializar las respuestas e inquietudes del grupo, el maestro o practicante entrega a cada estudiante la ficha con las preguntas, para que las

respondan y poder observar de esta manera, la comprensión obtenida por la mayoría de los niños.

Las preguntas de la ficha son las que siguen:

1. ¿ Con cuántas cintas blancas se forma el largo de la cinta negra?
2. ¿ La cinta verde cuántas veces está contenida en la longitud de la cinta negra?
3. Para obtener el largo de la cinta negra ¿cuántas blancas se requieren? ¿Y cuántas verdes? ¿Y cuántas moradas?
4. La cinta blanca. ¿Qué largo es de la cinta verde?
5. La cinta verde. ¿ Qué largo es de la cinta morada?
6. La cinta morada. ¿ Qué largo es de la cinta negra?

#### **11.7.6 ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD:**

**11.7.6.1 Fracción:** cuando ven que entre las regletas existe relación de mitades, cuartos y octavos.

**11.7.6.2 Uso de medidas:** al utilizar una regleta para medir las otras.

**11.7.6.3 Resolución de problemas:** respondiendo las diferentes preguntas planteadas en el taller.

**11.7.6.4 Relación entre partes:** al diferenciar las longitudes de las regletas entre sí.

**11.7.6.5 Nociones de equivalencia:** al establecer la relación de igualdad que hay entre varias regletas.

### **11.7.7 ANÁLISIS DE RESULTADOS:**

Inicialmente se les dificultó responder las preguntas del taller. Al pedir que se les aclararan dudas fue más fácil para ellos, responder en términos de medidas; en cuanto a las equivalencias presentaron bastante confusión; aquí se puede observar que los niños no tenían claro que las fracciones se dan en términos de medición y de comparación. Comprendieron un poco cuando la orientadora tomó de nuevo el material y procedió a demostrarles las equivalencias existentes entre todas las regletas.

### **11.7.8 SUGERENCIAS:**

Para esta actividad se sugiere el material, medidas y colores pero se puede variar según las necesidades y circunstancias.

Llevar material de sobra por si surge algún contratiempo.

octubre 28 de 2003  
 grado .jq

Reflexión sobre las tiras de cartón paja de colores,  
 cuatro tiras de 32 cm, 16 cm, 8 cm, y 8 cm,  
 colores: negra, morada, verde y blanca.

1. Con cuántas cintas blancas se forma el largo de la cinta negra?
2. La cinta verde cuántas veces está contenida en el largo de la cinta negra y de la cinta morada?
3. Para obtener el largo de la cinta negra necesitamos:

Íl cintas blancas      cintas verdes      cintas moradas,

4. Una cinta Manca qué largo es de la cinta verde?
5. La cinta verde qué largo es de la cinta morada?
6. La cinta morada qué largo es de la cinta negra?

^ 6 0 0 8 "W06 Bhou^

om Ot^ra cbv^ cooreñido ¿n coquo veces

® lo cima Qdaiw ce un cuerno de 1q arflaverde

<Wro verek a\* 1Q WITQCI 6C idmofQcjq

© (q ama rootocta es ta oorrad de lo fj^tq

Reflexión sobre las tiras de  
cartón

- 1) Cuantas cintas blancas se  
forman en el largo de una cinta negra?  
R/ a lo largo de una cinta  
negra se forman 4 cintas  
cada una de 8 centímetros  
8 centímetros 8 centímetros 8 centímetros 8 centímetros

- 2) La cinta verde cuantas veces  
de la cinta negra y de la cinta blanca  
contenida en el largo de una  
cinta negra? R/ 5 veces  
4 veces cada una de  
a 8 centímetros

## 11.8 NOMBRE DE LA ACTIVIDAD: CINTA DE COLORES

**11.8.1 OBJETIVO:** proporcionar a los niños instrumentos de diferentes medidas como inicio a la medición de perímetro.

### 11.8.2 RECURSOS:

cartulina de colores para las cintas(verde, roja, amarilla)

cartulina blanca para las figuras geométricas

### 11.8.3 DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD:

En esta actividad se trabaja con cintas de colores hechas en cartulina utilizadas como unidad de medida y presentando las siguientes características, de un centímetro de ancho y una longitud que varía según el color de la cinta así: verde = 20 centímetros, roja = 10 centímetros y amarilla = 5 centímetros.

20 CM



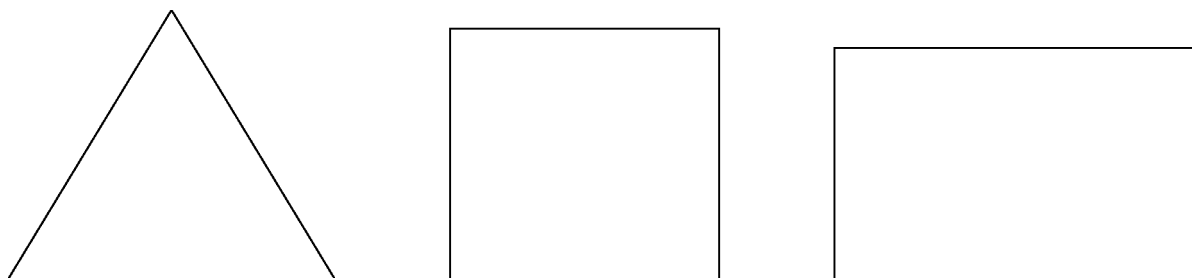
10 CM



5 CM

El grupo de estudiantes se divide por equipos equitativos. Se les entrega una cinta de un color para medir los lados (perímetro) y tres figuras geométricas.

Las figuras geométricas son: un triángulo equilátero de 15x 15 cm, un cuadrado de 20x 20 cm y rectángulo de 15 x 30 cm. Con este material los niños desarrollarán la guía de trabajo.



#### **11.8.4 ESTÁNDARES**

##### **11.8.4.1 Pensamiento numérico:**

- Reconocer significados el número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros).

Describir situaciones que requieran el uso de medidas relativas.

##### **11.8.4.2 Pensamiento métrico y sistemas de medidas**

- Reconocer atributos mensurables de los objetos y eventos (longitud, superficie, capacidad, masa y tiempo) en diversas situaciones.
- Realizar y describir procesos de medición con patrones arbitrarios y algunos estandarizados.

#### **11.8.5 GUÍA DE TRABAJO**

La orientadora entrega a cada grupo una cinta de diferente medida y tres figuras geométricas, para que ellos midan sus lados (perímetro) con la cinta.

Acto seguido se realiza la siguiente reflexión para establecer las comparaciones que hubo entre las medidas:

1. Los que tienen la cinta verde, ¿cuántas veces la utilizaron para medir la figura?

2. Los que tienen la cinta roja, ¿cuántas veces la utilizaron para medir la figura?
3. Los que tienen la cinta amarilla, ¿cuántas veces la utilizaron para medir la figura?
4. ¿Qué diferencia encontraron al medir cada figura?
5. ¿Por qué con cada figura necesitaron utilizar más o menos veces la cinta?
6. ¿Qué piensan de las diferentes medidas que obtuvo cada equipo?

En cada una de las preguntas, la orientadora anota los datos en el tablero con el fin de llevar un registro y dar una explicación adecuada.

#### **11.8.6 ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD.**

- Medición con instrumentos arbitrarios, al medir los lados de cada figura con cintas.
- Noción de perímetro: los niños comprenden, que la suma de todos los límites de una figura se llama perímetro.
- Comparación de medidas: cuando el grupo entiende que se pueden emplear diferentes medidas para hallar un mismo perímetro.

#### **11.8.7 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS**

De la muestra Total (40 niños) el 20 % hizo lo que se esperaba, que era lo siguiente:

Tomaron la cinta dada en este caso la cinta roja (10cm) con la que midieron el triángulo (15x 15), al medir un lado de la figura con la cinta y ver que no les era suficiente, optaron por marcar con lápiz el lugar que terminaba la cinta, la tomaban de nuevo y hacían lo mismo hasta terminar de medir dicha figura. En una hoja anotaban el número de veces que utilizaron la cinta para medir las figuras entregadas. Y luego lo sumaban concluyendo que para medir el triángulo se necesitan 4 y 1/2 cinta roja, para el rectángulo se necesitaron 9 cintas y para el cuadrado 8.



El 80% median con la cinta y al ver que no daba exacta recortaban el sobrante cuantas veces fuera necesario, ejemplo: al medir el rectángulo con la cinta verde median el largo dejando un espacio en blanco de 10 cm, tornaban a medir el ancho cortando de la cinta el pedazo sobrante, no tenían en cuenta el espacio en blanco.

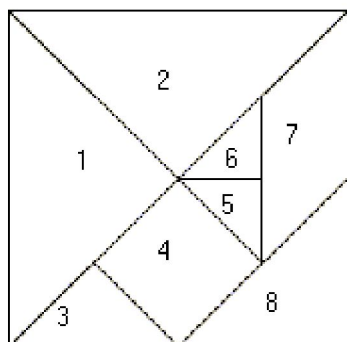
Al recortar en repetidas veces la cinta se redujo su longitud y por lo tanto ya no daba la medida esperada, pidiendo otra nueva porque ésta y no servía.

Al realizar esta actividad, les dió un alto grado de dificultad porque no caían en cuenta que no debían cortarles a las cintas, sino, por el contrario pensar que tenían que hacer para que la medida de las figuras les diera correctamente. Con el triángulo la medición les dio más dificultad rectángulo y el cuadrado.

Lo que se esperaba la realizar esta actividad era que los niños establecieran las relaciones entre mitades y cuartos, el doble de y cuádruple de. También que identificaran unidades de medida no estandarizadas para hallar el perímetro de una figura.

Al finalizar la actividad se hizo reflexionó con ellos sobre que instrumentos de medida conocían; si la cinta servía igual que los conocidos por ellos y que otros objetos se podían medir con las cintas.

## 11.9 NOMBRE DE LA ACTIVIDAD: TANGRAM



**11.9.1 OBJETIVO.** Representar el espacio circundante para establecer relaciones espaciales

### 11.9.2 RECURSOS:

Fommi, papel, tiza.

### 11.9.3 DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD:

La realización de la actividad se hace en dos momentos.

En el primer momento los niños exploran el tangram y realizan algunas figuras con el

Los niños se dividen en grupos de a dos, se les entrega un juego de tangram con una medida de 15 x 15, conformado por figuras geométricas planas: triángulos, paralelogramo, cuadrado. ( ver figura).

### 11.9.4 ESTÁNDARES

- Pensamiento espacial y sistemas geométricos
  - \* 5 Reconocer y aplicar traslaciones de una figura en el plano
- Pensamiento numérico y sistema numérico
  - \* 4 Describir situaciones de medición utilizando fracciones comunes.

### 11.9.5 GUÍA DE TRABAJO

En un primer momento de la actividad, se les permite a los niños que lo exploren, lo manipulen, lo observen y hagan preguntas acerca de las inquietudes que le surjan. los niños desarrollan el siguiente taller

1-Retirar las dos piezas más grandes del juego y con las seis restantes obtienes algunas figuras geométricas ¿Cuáles reconoces?

2-Construye un cuadrado con las seis piezas más pequeñas

3- Utilizando las ocho piezas construye el cuadrado.

4- Construye un rectángulo y partir de este moviendo unas pieza un triángulo podrás armar.

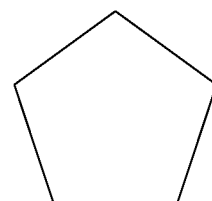
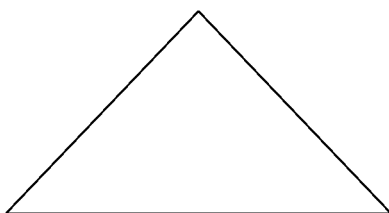
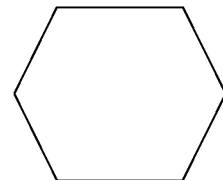
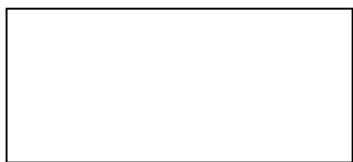
5.Preguntas:

¿Con cuáles figuras del tangram podremos armar uno de los dos triángulos grandes?

¿Cuáles triángulos conforman la mitad del triángulo grande?

¿Si mueves el tangram en varias direcciones (izquierda, derecha), cambia la forma?

Luego el profesor dibuja las siguientes figuras en el tablero (trapezio, pentágono, hexágono, cuadrado, rectángulo y triángulo).



En el segundo momento a cada pareja de niños se le entrega un juego de tangram. A cada una de la figuras del juego se le asigna un número, para el desarrollo de las siguientes preguntas:

- ¿Cuántas veces cabe el triángulo 1 en todo el tangram? ¿Por qué?
- ¿Cuántas veces cabe el triángulo 3 en la figura 4?
- ¿Cuántas veces cabe el triángulo 8 en cuadrado formado con todas las figuras del tangram?
- ¿Cuántas veces cabe el triángulo 5 en todo el tangram?
- ¿Cuántas veces cabe la figura 4 en la uno?
- ¿El tamaño de la figura 4, es igual al tamaño 8? ¿Por qué?
- ¿Cuántas veces cabe la figura 5 en la figura 3? ¿Y la figura 5 y 6 en la figura 3?
- ¿Cuántas veces cabe la figura 5 en la figura 7?
- ¿Cuántas veces cabe la figura 7 en la 4?

#### **11.9.6 ANÁLISIS DE RESULTADOS**

Se trabajo con una muestra de 40 niños. El 100% desarrollo muy bien el primer momento pues al tratarse de una actividad libre construían todas las figuras que estaban a su alcance.

Entre las construcciones hechas por los niños reconocieron las siguientes:  
Cuadrado, triángulo, paralelogramo y trapecio.

En los dos últimos no supieron dar el nombre correspondiente a dichas figuras. En cuento al segundo momento se presento dificultad en un 75% por ser las figuras del tangram desiguales, por lo que se confundieron en el desarrollo del taller propuesto debido a esto se sugirió a los niños dibujar un cuadrado con el mismo perímetro del tangram para que la superponer las figuras se pudiera ver la relación entre las partes y el todo.

El 10% imitaban a sus compañeros sin prestar mucha atención a la actividad y el 25% mostró más comprensión ante la actividad ya que establecían comparaciones y relaciones entre las partes y la unidad.

#### **11.9.7 ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD**

Traslaciones de una figura en el plano, esto se evidenció con la construcción de las figuras realizadas con las piezas del tangram ejemplo: Con la construcción del triángulo, a partir de la traslación de las figuras 1 y 2.

Describir situaciones de medición utilizando fracciones comunes. Al comparar las figuras y establecer relaciones  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{1}{8}$ .

maría paulina otras cuantas

1

Respuesta = 4 veces

Porque = porque en un cuadrado ~~se~~ ~~van~~ ~~los~~ ~~triángulos~~  
cabrían cuatro triángulos

2

Respuesta = 2 veces

Porque = porque  $\triangle$  entonces es 2 triángulos para formar  
un cuadrado

3

Respuesta = 8 veces

Porque = porque ~~en~~ el cuadrado se pueden colocar  
8 triángulos del número 8.

4

Respuesta = 16 veces  $\times 16 = 32$

Porque = porque  $2 \times 8 = 16$  y  $2 \times 8 = 16 = 32$  porque el  
triángulo pequeño cabe 8 veces en el triángulo grande y 4 triángulos grandes cabe  
cuatro veces en cada la figura

5) Respuesta = ~~8~~ 2 porque con dos cuadrados se tapa la figura 8

Porque = porque ~~1 x 4 = 4~~ el cuadrado se puede colocar dos  
veces en ese triángulo

6 Respuesta = es igual a la figura 8.

Porque = porque  $2 = 2$  ocupa el mismo espacio.

## **11.10 ACTIVIDAD: PRODUCCIÓN LECHERA.**

**11.10.1 OBJETIVO:** Evaluación de los resultados obtenidos durante todo el proyecto

### **11.10.2 RECURSOS:**

Hoja guía

### **11.10.3 DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD**

La actividad se desarrolla en tres momentos. A cada niño se le entrega la hoja guía.

Esta es la actividad estrella del trabajo, ya que mediante ella se evidencia los avances alcanzados por los niños en la resolución de problemas, mediante las operaciones básicas rescatando entre ellas la multiplicación eje central de este proyecto.

### **11.10.4 ESTÁNDARES**

#### **11.10.4.1 PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICO**

1. Reconocer significado de número en diferentes contextos (Medición, conteo, comparación, codificación, localización entre...).
2. Describir, comparar y cuantificar situaciones con diversas representaciones de los números, en diferentes contextos.
6. Reconocer el efecto que tienen las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) sobre los números.
7. Usar diferentes estrategias de calculo ( especialmente calculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.

11. Resolver y formular problemas de composición, transformación y de proporcionalidad directa ( Mercancía y sus precios, niños y reparto igualitario de golosinas, ampliación de una foto).

#### **11.10.4.2 PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMA DE MEDIDAS**

5. Utilizar y justificar el uso de estimaciones de medidas en la resolución de problemas relativos a la vida social, económica y de las ciencias.

#### **11.10.4.3 PENSAMIENTO ALEATORIO Y SISTEMA DE DATOS.**

3. Describir situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos

#### **11.10.5 GUIA DE TRABAJO: SITUACION PROBLEMA PRODUCCION DE LECHE**

Los estudiantes recién egresados de la facultad de Ciencias Agropecuarias de la UDEA decidieron formar una cooperativa que gire alrededor de la producción de leche y sus derivados. Para ello compraron 32 vacas y las dividieron en tres corrales que se llaman Rosita, Mariposa y Mirella.

##### **Primer momento.**

En el corral Rosita, se ubicaron 14 vacas. Cada una de ellas produce 12 litros de leche diariamente.

En el corral Mariposa, hay 10 vacas. Cada vaca de este corral produce 20 litros de leche al día.

Finalmente, en el corral Mirella se deja el resto de las vacas. Cada una de las vacas de este corral produce 16 litros de leche al día.

Con la información anterior responde las siguientes preguntas:

- a. ¿Cuántos litros de leche se recogen diariamente en cada corral?
- b. En los tres corrales, ¿cual es el total de leche recolectada?
- c. Las 32 vacas ¿cuantos litros de leche producen en una semana?



**Segundo momento.**

De la leche que se recoge diariamente en los tres corrales, la mitad es vendida a una pasteurizadora la cual paga el litro a \$ 500 pesos.

De la mitad restante se utilizan 100 litros para la producción de quesos. Se necesitan 2 litros de leche para la producción de una libra de queso, la cual se vende a 2.300 pesos.

Responde:

- a. ¿cuánto dinero se recoge por la venta de la leche?
- b. ¿Cuántos quesos se preparan con la leche que se destina para ello?
- c. ¿Cuál es el valor total de los quesos?
- d. ¿qué es mas rentable, vender la leche a la pasteurizadora o producir quesos para la venta?

**Tercer momento:**

Después de vender la mitad de la leche a una pasteurizadora y procesar los 100 litros para hacer los quesos, la leche restante es utilizada de la siguiente manera:

Se utilizan 80 litros para alimentar 20 terneros. Todos toman igual cantidad de leche diariamente.

Se dejan 50 litros para hacer yogur. Un litro de yogur se hace con dos litros de leche y cada litro de yogur se vende por 2.500 pesos.

La leche restante se deja para el consumo de la casa (para hacer mantequilla, mezclarle a los jugos, a la mazamorra entre otros)

Responde:

- a. ¿Cuántos litros de leche se toman diariamente cada uno de los terneritos?
- b. ¿Cuánto dinero se le realiza a la venta de los yogures?

- c. ¿Qué es más rentable, producir yogur o producir quesos? ¿Por qué?
- d. Cuántos son los litros de leche que finalmente quedan para el gasto e la casa?

### **11.10.6 ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD**

**11.10.6.1 Conteo :** Al resolver las preguntas del primer momento

**11.10.6.2 Cuantificar:** Se evidencio cuando se resolvieron la pregunta d, en el segundo momento y la pregunta c del tercer momento.

**11.10.6.3 Operaciones básicas** ( sumas, restas, multiplicaciones, división). Durante toda la solución de la guía, puesto que los estudiantes requerían de dichos procesos para dar respuestas.

Usar diferentes estrategias de cálculo al identificar que operación se requiere para dar solución al problema o pregunta planteada.

Estimación: se evidenció en el momento en que los estudiantes se remitían a dar una posible solución al problema.

Proporcionalidad: se reflejó en el segundo momento de la guía en los puntos a, y b.

### **11.10.7 ANALISIS DE RESULTADOS**

En el primer momento el 90% hizo el procedimiento para dar la respuesta adecuada. El 10% no la respondió como se esperaba por que como se puede ver en el anexo confundieron el total de vacas con la respuesta que pedía dar el total de litros de leche. En este punto se puede observar que los estudiantes al no leer con atención el enunciado no resolvían satisfactoriamente este primer momento.

En el segundo y tercer momento por tener un nivel de complejidad mas alto que el anterior se vio disminuido el porcentaje de niños que acertaron en las

respuestas (70%). Debido a esto fue necesario una orientación que les facilitara la comprensión de estos últimos momentos.

2003/Noviembre

cristian Alexis Arboleda G.

Primer momento

~~A7~~ R= / en el corral de Rosita  
hay 12 Litros de Leche

~~A7~~  
NO

A7 R= / en el corral de Mariposa  
hay 32 Litros de Leche

A7 R= / en el corral de Mirella  
hay 8 Litros de Leche

Segundo momento

Alejandro mesa

2) cabe 2 veces  
El espacio del triángulo es el mismo.

3) cabe 5 veces, es lo mismo

1) Caben 4 veces porque al formar la figura hay armando el espacio

4) muchas veces porque es más pequeña

6) NO porque la siete es Largo

7) 2 porque se colocaron 2

8) 6 veces porque ocupan el mismo espacio

9) no cabe

Maria Alejandra Arango ♡ #3

b

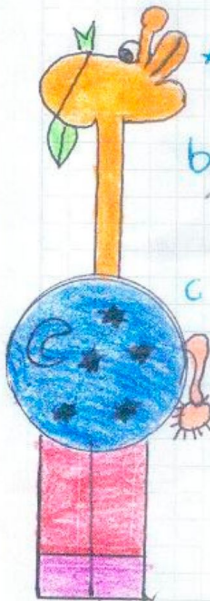
$$\begin{array}{r} 406 \\ 72 \\ \hline 2772 \end{array} \quad R) \quad \begin{array}{r} 2772 \overline{) 2772} \\ \underline{27} \\ 07 \\ \underline{07} \\ -6 \\ \underline{-6} \\ -14 \\ \underline{-14} \\ -16 \\ \underline{-16} \\ -12 \\ \underline{-12} \\ 00 \end{array} \quad R) \text{ se rooje } \$ 1386$$

c

$$\begin{array}{r} 2300 \\ 50 \\ \hline 115000 \end{array} \quad R) \text{ el valor de los quesos es } \$ 115000$$

d R) vender quesos

tercer momento



A

$$\begin{array}{r} 80 \overline{) 320} \\ \underline{80} \\ 0 \end{array} \quad R) \text{ toman 4 litros de leche}$$

b

$$\begin{array}{r} 50 \overline{) 250} \\ \underline{10} \\ 40 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2500 \\ 25 \times \\ \hline 12500 \\ + \\ 5000 \\ \hline 62500 \end{array} \quad R) \text{ se realiza } 62.500$$

c R) vender yogurts

D Sobran 25 litros para la casa

## 12. ELABORACIÓN DE MATERIALES UTILIZADOS EN EL PROYECTO

Para la elaboración de los materiales con los cuales se trabajó los juegos se utilizaron materiales reciclables.

Reciclar significa re =repetir, ciclo =periodo de tiempo. Con esta técnica se pretende proteger los recursos naturales mediante la separación de materiales como: vidrio (botellas, frascos, ventanas), papel y cartón (cajas periódico, cuadernos, revistas directorios), plástico (bolsas, empaques, botellas plásticas de gaseosa), metal y chatarra (cobre, aluminio, plomo, latas, partes de carro). Además también deben ser separados los desechos orgánicos (residuos de comida y de jardín). Este proceso de reciclaje requiere de varios pasos fundamentales que son:

- Recolectar
- Separar
- Almacenar
- Transportar
- Transformar

Pero el proceso de reciclaje no se queda en la simple manipulación de los elementos, sino que este a la vez trae algunos beneficios como:

1. Beneficios sociales.
  - Mejoramiento de la salud
  - Educación a la comunidad.
2. Beneficios económicos
  - Generación de empleo
  - Aumento de ingresos
  - Más materia prima a menos precio
  - Ahorro de energía

Si vamos a contaminar nuestro medio con materiales que bien pueden ser reutilizados, mejor reciclemos, por nuestra vida y la de los demás.

### 13. CONCLUSIONES

La realización de este proyecto arrojó buenos resultados relacionados con la comprensión y ampliación de conceptos manejados por los niños y la utilización de estrategias para dar solución a las diferentes situaciones que se les presentaba ya que las adiciones sucesivas permitieron que los niños vieran el conteo en términos de veces.

Mediante juegos y actividades acompañadas cada una de su respectiva reflexión se contextualizaron los saberes matemáticos obtenidos por los estudiantes.

Con la reflexión los niños crearon conciencia de que las actividades no eran solo juego, éstas tenían un propósito el cual era involucrar conceptos matemáticos para que ellos construyeran su propio saber desde el contexto.

Luego del desarrollo de cada actividad se pasaba a una reflexión con el grupo, entre las practicantes y luego con el asesor para evaluar los resultados y darle continuidad al proceso de conceptualización.

En general la actitud frente a la enseñanza de las matemáticas fue de forma positiva, por la manera consciente como se desarrollaron los contenidos y los propósitos planteados, esto se dio a través del juego.

Con relación a los procesos del pensamiento multiplicativo entendido como el inicio conceptual de la proporcionalidad, se pudo lograr que mediante actividades como bolos, encestar y otras, algunos estudiantes establecieran la relación de operador que hay entre dos cantidades para comprender que la adición y la multiplicación son estructuras diferentes, aunque algunas multiplicaciones se resuelvan con sumas.

En el trabajo con fracciones podría decirse que se lograron grandes avances, toda vez que fue posible que los niños establecieran relaciones entre las partes y el todo, no como partes aisladas, que es lo que se ha trabajado tradicionalmente. Además se hizo hincapié en el manejo cotidiano que los niños realizaban con fraccionarios como comprar media libra de mantequilla, % de café. Y se utilizaron actividades como la limonada, el tangram y las regletas, que permitió tener un acercamiento con material concreto, para luego pasar a realizar operaciones mentales de relación entre fracciones.

## **14. DIFICULTADES DE LAS PRACTICANTES DURANTE EL DESARROLLO DEL PROYECTO**

Falta de concientización de la importancia del proyecto por parte de los padres de familia que reclaman constantemente el trabajo con el método tradicional (algoritmos).

Falta de cooperación de algunas profesoras titulares que no respetaban el horario destinado para nuestra intervención.

La programación de actividades extracurriculares en los horarios destinados para la matemática, que impedían el avance en el proyecto.

La intervención de las profesoras titulares que se empeñaban en trabajar con el método tradicional, lo que es contrario con lo propuesto en el proyecto y confunde los estudiantes.

Presión por parte de los padres de familia que reclaman un mayor avance en el manejo de las operaciones algorítmicas, sin importar la comprensión que los niños tengan de ellas, dado que el diseño y objetivos del proyecto, hacen que el proceso sea un poco lento.



## 15. BIBLIOGRAFÍA

- PIAGET, Jean. (1998). Psicología y epistemología. Emece editores. Buenos Aires.
- VERGNAUD, Gerard. (1993) La teoría de los campos conceptuales. En lecturas de didáctica de las matemáticas, escuela francesa. Compilación de Ernesto Sánchez y Gonzalo Zubieta.
- VERGNAUD, Gerard. (1998). El niño, las matemáticas y la realidad. Editorial Trillas. México.
- OBANDO, Zapata Gilberto de Jesús ( 2003). La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo. Revista EMA. Volumen 8, N° 2, julio de 2003, p 157- 181. Editorial Una empresa docente. Bogotá.
- ORTON, Antony (1996). Didáctica de las matemáticas, cuestiones, teoría y práctica en el aula. Ministerio e educación y ciencia. 2ª edición.
- ABRANTES, Paulo. Al at, y otros (2002). La resolución de problemas en matemáticas. Editorial Laboratorio Educativo. 1a edición.
- SILVA, Guillermo. Al at y otros (1994). Estado y movilización del pensamiento lógico matemático en niños de educación básica primaria. Tesis.
- GADINO, Alfredo (1996). Las operaciones aritméticas, los niños y la escuela. Editorial Magisterio del río de la plata, Buenos Aires.
- EVERT W. Beth y Jean Piaget (1980). Epistemología matemática y psicología. Editorial Crítica; Barcelona, 2a edición.

- MAZA GÓMEZ, Carlos. Multiplicar y dividir. Editorial Síntesis
- KAMII, Konstance. Reinventando la aritmética.
- RICO, Luis y CASTRO, Enrique (1995). Fundamentos para una aritmética escolar, capítulo II. Editorial Teide.
- MAZA GÓMEZ, Carlos (1994). Cálculo y proporcionalidad. Colección cultura y aprendizaje.
- MINISTERIO E EDUCACIÓN NACIONAL. (1998). Matemáticas, lineamientos curriculares. Creamos alternativas Sociales. Ltda, Santafé de Bogotá.
- RESNICK B, Lauren y FORD W, Wendy. (1998). La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos. Editorial Paidós.