

**DIFERENCIAS ENTRE EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRIA CON Y SIN LA
UTILIZACIÓN DE LAS TIC**

ALEXANDRA ALZATE CORREA

PAULA ANDREA CASTAÑEDA PÉREZ

FERNEY DE JESÚS BRAN DAVID

JOSE MANUEL GONZALEZ VÉLEZ

JUAN CAMILO LOPERA GUTIERREZ

WILLIAM DAVID MOLINA SILVA

JHON MARIO MONCADA MONTOYA

SANDRA MILENA RESTREPO AGUDELO

Asesor

GUSTAVO GALLEGU GIRON

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS

MEDELLÍN

2010

AGRADECIMIENTOS

“Mientras el río corra, los montes hagan sombra y en el cielo haya estrellas, debe durar la memoria del beneficio recibido, en la mente del hombre agradecido”.

Virgilio

Queremos dar un agradecimiento sincero y enorme a:

Nuestras familias, por todo su apoyo, amor y paciencia incondicional, durante todo nuestro desarrollo como maestros.

La Institución Educativa INEM José Félix de Restrepo, por permitir que realizáramos nuestras prácticas en sus instalaciones, por facilitar los recursos humanos y logísticos para que se desarrollara con normalidad la investigación.

A nuestros maestros cooperadores por su paciencia y su eficacia en las enseñanzas, pues sin sus consejos no hubiésemos realizado a cabalidad nuestras clases.

A los estudiantes que participaron en la investigación, porque siempre estuvieron dispuestos y atentos a realizar las actividades planteadas y a responder las entrevistas realizadas con toda sinceridad.

A nuestro lector externo Héctor Correa, quien con su apoyo, disposición y paciencia, realizó las correcciones pertinentes al trabajo de investigación.

A los autores de este trabajo, porque sin su ayuda mutua, paciencia, respeto y responsabilidad, no se hubiesen logrado los objetivos planteados durante todo el proceso de práctica.

Y finalmente un agradecimiento sincero a nuestro asesor Gustavo Gallego, pues su acompañamiento en la elaboración, planeación y ejecución del proyecto, fue vital para que se desarrollara a cabalidad y para que nuestro pensamiento como docentes en matemáticas se reestructurara en términos de creación de estrategias de aprendizaje basadas en la aplicación de software educativos.

TABLA DE CONTENIDO

1. PRESENTACIÓN	5
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	7
3. JUSTIFICACIÓN	10
4. OBJETIVOS	12
4.1. OBJETIVO GENERAL:	12
4.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS:	12
5. ANTECEDENTES	13
6. MARCO TEÓRICO.....	36
6.1. ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA	36
6.2. RYC Y GEOGEBRA.....	47
6.3. APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA.....	58
7. DISEÑO METODOLÓGICO.....	71
7.1. DEFINICIÓN DE LA METODOLOGÍA.....	71
7.2. AMBIENTACIÓN	73
7.3. INSTRUMENTOS DE LA RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN	77
7.3.1. Diario De Campo	77
7.3.2. Memo Analítico	79
7.3.3. Didactizaciones.....	80
7.3.4. Guía De Observación.....	81
7.3.5. Guía De Intervención.....	81
7.3.5.1. Plan De Estudios Grado Sexto	84
7.3.5.2. Plan De Estudios Grado 7.....	89
7.3.5.3. Plan De Estudios Grado 8.....	91
7.3.5.4. Plan De Estudios Grado 9.....	96
7.3.6. Entrevista Semiestructurada.....	101
7.3.7. Posprueba	102
7.4. ANÁLISIS	102
8. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	104
8.1. Grado sexto. (Paralelogramos)	105
8.2. Grado Séptimo (Movimientos Rígidos).....	158
8.3. Grado Octavo (Factorización)	207

8.4.	Grado Noveno.....	258
8.4.1.	Tema: superficie y área.....	258
8.4.2.	Tema: Semejanza Y Proporcionalidad	297
9.	CONCLUSIONES.....	344
10.	RECOMENDACIONES	347
11.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	349
12.	ANEXOS.....	356

1. PRESENTACIÓN

El empleo de la tecnología y los medios de información y comunicación en la enseñanza, así como también el surgimiento de nuevos software interactivos para facilitar el aprendizaje de los seres humanos, en tanto éste se torne más activo, es un avance de gran utilidad que ha obtenido importante acogida en los últimos tiempos y es la razón por la cual se comienzan a estudiar las posibilidades que brindan estos medios y se intentan generar mejores formas de llevarlos al aula de clase y utilizarlos para velar por el desarrollo integral de los alumnos. Por lo anterior este grupo de estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad de Antioquia busca con su proyecto de investigación validar la importancia de las TIC en el aprendizaje de las matemáticas específicamente de la geometría, mediante los software interactivos RyC y GeoGebra. Como uno de sus objetivos pretende mostrar las diferencias y/o similitudes más significativas entre el aprendizaje por medio de estos software y en ausencia de los mismos, evaluando las diferencias en el aprendizaje de acuerdo al modelo de Van Hiele.

Se utiliza, una metodología cuasi-experimental mediante la definición de un grupo control y un grupo experimental en los cuales se implementa una posprueba después del proceso de intervención, dicha metodología cuenta a su vez con elementos de una investigación cualitativa, en la medida que se pretende indagar por las diferencias en los procesos de aprendizaje generados en los grupos anteriormente mencionados, a si mismo la información no se recoge al final de la intervención, sino a lo largo del proceso que es continuo durante toda la investigación mediante diferentes instrumentos como, las guías de observación, las entrevistas semiestructuradas, los diarios de campo y los memos analíticos.

El análisis se realiza a partir de la información generada mediante la teoría, la fase de intervención y la fase de evaluación, información que ha sido legitimada mediante un proceso de triangulación entre las fases anteriormente mencionadas; la primera hace referencia a los componentes presentes en marco teórico, en la segunda y tercera fase se presenta la información recogida en los instrumentos: entrevistas semiestructuradas, pospruebas, guías de observación, memos analíticos y diarios de campo, teniendo en cuenta además las categorías preliminares: el aprendizaje de la geometría, la actitud frente a la metodología, el manejo de los instrumentos, el uso de los mismos para resolver problemas; y las posibles categorías emergentes, con el propósito de validarlas. Lo cual se presenta a modo de conclusiones y recomendaciones.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Uno de los avances más significativos que ha tenido la Educación en Matemática, en la actualidad, es la idea de implementar nuevas estrategias de formación e instrucción para mejorar los procesos de aprendizaje en los estudiantes. Uno de los cambios más importantes, a partir de los años 80, radica en la incorporación de los computadores en las aulas de matemáticas. Sin embargo es muy usual observar que este medio ha sido poco usado y, en muchas ocasiones, relegado solo a las clases de informática, olvidando totalmente su potencial real para la educación. De Corte (1996) así lo afirma, pues reconoce que la calidad de la enseñanza por medio del computador es más alta que la impartida en forma tradicional.

De acuerdo con lo anterior, es que algunas Instituciones Educativas, han tratado de implementar las nuevas Tecnologías de Información y Comunicación (TIC) en la enseñanza de la geometría, sin embargo los resultados no han sido muy alentadores, debido a, como afirma De Corte (1996), hay pocos computadores, y muchos de éstos se encuentran en mal estado o no son aptos para incorporar los software educativos, adicionando a ello, que muchos de estos programas (o software) no son adaptables a los planes de estudio de cada institución.

Otro de los problemas que acarrea la incorporación de las nuevas TIC en la Educación Matemática, es la formación de los docentes actuales y futuros, pues, en su gran mayoría, se oponen a la enseñanza de la geometría con la ayuda de estos mediadores, en muchas ocasiones, porque no conocen a propiedad estos instrumentos o porque les da temor cambiar las prácticas educativas que se han dictado desde tiempos remotos.

Otro de los aspectos que es menester mencionar, es el mísero tiempo que se dedica en nuestro país, a la enseñanza de la geometría, lo cual se debe, en gran medida, a la autonomía que presentan las instituciones para el desarrollo de sus planes de estudios (autonomía dada desde la ley general de educación en su artículo 77) ya que le dan primacía a otras áreas del conocimiento, y cuando se presentan las horas para dictar en matemáticas, los planes de ésta se encargan de que la enseñanza de los temas referentes a geometría, se dicten a final de año, en el último periodo, o lo que es más grave, no se dicten; y a esto se le suma que los diferentes libros de texto, presentan esta asignatura, en la última unidad y como una isla aparte de los contenidos matemáticos.

Tomando como referencia, lo planteado anteriormente, se presenta un proyecto de investigación, que busca verificar la eficacia de la implementación de los software educativos en matemática, específicamente la geometría, enmarcando las diferencias que puedan existir entre el aprendizaje con y sin la ayuda de estos mediadores.

El proyecto, tiene como campo de acción la Institución educativa INEM José Félix de Restrepo, ubicada en la comuna 14 de la ciudad de Medellín en la carrera 48 N° 1-125. Ésta institución tiene una gran diversidad de su orientación vocacional y como tal ofrece una modalidad en ciencias y matemáticas lo que le obliga a cuestionar su metodología de la enseñanza de las matemáticas.

El análisis, que se plantea dentro del proceso de investigación, está enmarcado principalmente en el modelo educativo de Van Hiele, con sus fases de aprendizaje y sus niveles de razonamiento, y para su debida aplicación, se hace necesaria la apropiación del currículo de geometría de los grados sexto a noveno de esta

institución, y así establecer estrategias y guías de apoyo, para que de esta manera se conozca, la utilidad didáctica de RyC y GeoGebra y dar respuesta a la siguiente pregunta de investigación:

¿El uso de los software educativos, específicamente RyC y GeoGebra, es eficaz para el aprendizaje de la geometría?

3. JUSTIFICACIÓN

En la actualidad se cuestiona la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas dentro de las escuelas, pues es necesario revisar los currículos de matemática para poder innovar y mejorar la labor del docente. Los Lineamientos Curriculares de las nuevas tecnologías y currículo de matemáticas (MEN, 1999) afirman que hoy por hoy, es importante pensar y reflexionar en el uso de los software educativos y de la gran importancia de estos en el currículo de matemáticas.

Así mismo, la tecnología, en la nueva era, es cada vez más dominante y por tal razón la educación de los estudiantes debe estar centrada en formarlos en valores que los ayude a enfrentar este mundo multicultural. Esto también se debe a que los estudiantes de ahora, son pertenecientes a la era digital ó a la computacional ya que lo antiguo o tradicional, no les llama la atención, y para ello es que se han planteado variadas estrategias que permitan el aprendizaje de una manera más motivadora, óptima y activa. Por otro lado es importante la enseñanza por medio de las TIC, porque se puede preparar a los estudiantes para que se enfrenten a estos cambios de forma responsable y creativa.

El uso de las nuevas tecnologías, permite que las relaciones presentes en la educación, (relaciones como Maestro-alumno, Maestro-saber, estudiante-saber) sean más dinámicas e interactivas dentro del aula, puesto que la utilidad didáctica de estos software así lo permiten, y de esta manera lograr construir y comprender el nuevo conocimiento. Por otro lado, es importante mencionar que éstos software nunca van a reemplazar la labor de un docente, debido a que siempre es necesaria la ayuda de un experto, en este caso el profesor, para que se pueda comprender y entender una temática específica de los contenidos en matemáticas.

Es importante reconocer que la enseñanza de la geometría, anteriormente, se realizaba de forma estática, con poca interacción del estudiante y donde la principales representaciones del objeto matemático debían realizarse en el papel y por lo cual no se podían realizar variaciones significativas para poder establecer relaciones y llegar a propiedades o conclusiones certeras del tema que se trabaja, sin embargo, también vale la pena resaltar, que ahora se tiene a disposición software educativos como RyC y GeoGebra, que permiten en forma dinámica aprender geometría y con las que el estudiante puede realizar cambios en las figuras construidas y puede lanzar conjeturas sobre lo estudiado y de esta forma comprender más el tema trabajado.

Lo que se expone con anterioridad, permite vislumbrar el porqué de la importancia de la elaboración de este trabajo de investigación, pues el mundo actual, por estar inmerso en tantos avances tecnológicos, debe renovarse en muchos campos, y uno de ellos es la educación en Matemáticas, para que se comience a instruir por medio de la interacción con los software educativos, en este caso RyC y GeoGebra, y se incremente, si es posible, la motivación y buena actitud de los estudiantes frente a la materia que desde tantas décadas a presentado tanta dificultad. Sin embargo, para poder efectuar estos cambios, se deben realizar estudios en los que se pueda verificar la eficacia de estos instrumentos, y para ello establecer diferencias entre lo que se hacía anteriormente (Enseñanza tradicional) y lo que se hace en la actualidad.

4. OBJETIVOS

4.1. OBJETIVO GENERAL:

Verificar la eficacia de los software interactivos RyC y GeoGebra en el aprendizaje de la geometría en los grados sexto a noveno de la institución educativa INEM José Félix de Restrepo.

4.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- ✓ Reconocer las principales diferencias entre el aprendizaje tradicional de la geometría y la implementación de los nuevos software dentro del aprendizaje de la misma para los grados de sexto a noveno.
- ✓ Apropiarse del currículo de cada grado, con el fin de definir el tema más adecuado para elaborar las actividades de acuerdo con los software a utilizar.
- ✓ Conocer la utilidad didáctica de los software RyC y GeoGebra en el aprendizaje de la geometría.

5. ANTECEDENTES

Las investigaciones que se presentan en este componente tienen el propósito de mostrar la utilidad y pertinencia del empleo de los software de geometría dinámica (SGD) en los procesos de enseñanza y aprendizaje de conceptos de geometría, algunos de ellos enmarcados en el modelo de Van Hiele.

La utilización y aplicación de los SGD se ha constituido en una herramienta de apoyo que favorece ampliamente la comprensión de conceptos geométricos, sus propiedades, sus relaciones y representaciones gracias a que se basa en el componente visual, fundamental en el proceso de enseñanza y de aprendizaje. La visualización no solo beneficia la comprensión, construcción y manipulación de objetos bidimensionales, sino que además contribuye al reconocimiento de las representaciones, relaciones y propiedades de dichos objetos, ya que, como afirma Crowley: "... a través de la observación y experimentación los estudiantes empiezan a discernir las características de las figuras. Estas propiedades que surgen se usan para conceptualizar clases de formas." (1987, pág. 1)

Por otro lado, la utilización de estos software permite la construcción y manipulación de objetos tridimensionales, cuyas características, generalmente no son perceptibles de manera tan fácil en contextos (espacios) bidimensionales, es así como esta herramienta se convierte en un facilitador en el aprendizaje de la geometría.

En primera instancia se presenta el trabajo realizado por Jesús Salinas Herrera y Ernesto Sánchez en la UNAM, México en el 2007, cuyo nombre es "Identificación De Propiedades Y Relaciones En Un Ambiente De Geometría Dinámica";

publicado en la revista Investigación En Educación Matemática XI, allí “...se reportan los resultados de un estudio, el cual evalúa la manera en que los alumnos de bachillerato perciben el comportamiento de una figura, en un ambiente de geometría dinámica”. (Salinas &, Sánchez, 2007, pág. 343) Para ello se realizan actividades de “cajas negras” en el software Cabri Géometre.

Cabri-Géometre, es el más antiguo de los software de Geometría Dinámica, y por ello tiene la ventaja de tener el mayor número de desarrollos efectuados por usuarios, está incluso incluido en algunas calculadoras gráficas de Texas Instruments. Es sin duda el más utilizado aunque tiene algunos fallos de continuidad debidos a su codificación interna. Desarrollado por Jean- Marie Laborde y FrankBellemain. (PEREZ, 2009, pág. 1)

La justificación del empleo de esta actividad (Cajas negras) radica en que el desarrollo de las actividades en Cabri-Géometre, “...han mostrado eficacia en el estudio de la evolución de los alumnos de mera percepción visual de los dibujos a una comprensión de las figuras con base en las propiedades de las que están compuestas.” (Salinas &, Sánchez, 2007, pág. 344)

Este estudio se realiza con un grupo de 42 alumnos de bachillerato en edades entre 15 y 16 años. Estos estudiantes ya tienen dominio en el uso de regla y compás y además se les ha dado instrucciones sobre el uso de este software. Este grupo es distribuido en parejas para realizar el trabajo que radica en resolver cinco problemas con cajas negras, que consisten es reproducir una figura en Cabri y su comportamiento dinámico, los cuales fueron construidos previamente. Con estas actividades se espera que los alumnos identifiquen los elementos dependientes e independientes, y describan lo que ocurre cuando se manipulan estos elementos independientes y los dependientes, reconociendo entonces, las propiedades geométricas invariantes al manipular dichos elementos y además identificar las relaciones existentes entre elementos independientes y

dependientes. Por tanto, "... en este trabajo se considera la diferencia entre propiedades y relaciones". (Salinas & Sánchez, 2007, pág. 344) Realizada esta tarea se le suministró un cuestionario con cuatro preguntas. Las respuestas se abordaron en parejas. Las preguntas son las siguientes:

¿Cuáles son los elementos independientes y dependientes?

¿Qué observas al arrastrar los elementos independientes?

¿Qué propiedades geométricas están orientando la construcción?

¿Qué relación hay entre los elementos independientes y dependientes?

Las respuestas fueron categorizadas según las características de ellas de la siguiente manera:

- a) Identificación de los elementos dependientes e independientes.
- b) Tipos de "objetos" o fenómenos que perciben los alumnos con el arrastre.
- c) Identificación de algunas relaciones o propiedades geométricas en el comportamiento de la construcción.
- d) Señalan alguna relación geométrica entre los elementos dependientes e independientes.

Las anteriores categorías son valoradas con 2 puntos si la pareja satisface los requerimientos, 1 punto si los requerimientos se satisfacen medianamente, y cero puntos si no se satisfacen.

Después de valoradas las respuestas dadas por los estudiantes a cada una de las preguntas planteadas en los cinco problemas los investigadores concluyen que es posible mejorar niveles de comprensión de las características geométricas de las figuras y de las construcciones teórico-geométricas de los estudiantes, dicha evolución es propiciada, entre otros mediadores como el software de geometría Cabri-Géometre, el lenguaje y las discusiones o socializaciones generadas durante la intervención. De lo anterior se puede afirmar, además, que el uso de Cabri-Géometre propicia el empleo de un lenguaje que describe relaciones que operan como un instrumento psicológico, "... que les permite a los alumnos acceder a nuevos niveles de abstracción." (Salinas & Sánchez, 2007, pág. 353)

En segunda instancia se presenta el trabajo realizado por Jesús Victoria Flores Salazar, en La Pontificia Universidad Católica de São Paulo, PUC-SP/ Brasil, llamado "Visualizando objetos 3D usando geometría Dinámica", el cual es presentado en el ICME 11 - 11th International Congress of Mathematical Education, Monterrey-México, del 6 al 13 de Julio 2008.

Esta investigación se refiere a las dificultades de los estudiantes para visualizar objetos tridimensionales y comprender conceptos geométricos. En la investigación se emplea el software de geometría dinámica Cabri 3D, como la herramienta que posiblemente ayudará a superar las dificultades, dado que los procesos como la percepción, construcción, transformación y el uso de imágenes para solucionar problemas, son aspectos que dependen de la visualización y la interpretación, aspectos que se buscan fortalecer mediante el empleo de este software.

La investigación se desarrolló en Santos (Brasil) con estudiantes de nivel secundario, las actividades propuestas consideraban dos etapas, una de

familiarización en la que los estudiantes hacían uso de software y las herramientas para construir sólidos, y la otra de modelación, en la que los estudiantes construían modelos con animaciones.

Entre los logros de la investigación se destacan:

- Los estudiantes lograron desarrollar diferentes estrategias y usar recursos y herramientas para visualizar y construir objetos geométricos.
- Las interacciones entre estudiantes entre sí y con el profesor fueron de gran importancia para la visualización y apropiación de objetos geométricos.

De lo anterior, se puede decir que tanto el uso de la herramienta como la intervención del profesor son elementos esenciales para la consecución de mayores niveles de abstracción en los estudiantes con los cuales se desarrolla la investigación. Por ende, el uso de las herramientas computacionales, cobra su gran importancia, debido a que permite que los estudiantes comprendan mejor las temáticas y se apropien eficientemente de los conceptos geométricos.

En tercer lugar se presenta el trabajo realizado por Güven y TemelKosa, realizada en la universidad técnica de Karadeniz, Turquía en el año 2007, denominada “the effect of dynamic geometry software on student mathematic teachers’ spatial visualization skills” (El efecto de los software de geometría dinámica en estudiantes de matemáticas y habilidades de visualización espacial de profesores) El propósito era “... determinar el efecto del uso de la computadoras apoyadas en SGD Cabri 3D en el desarrollo de habilidades espaciales en estudiantes de matemáticas” (Güven&Kosa, 2008, pág. 102)

La investigación se realizó con 40 estudiantes, 22 hombres y 18 mujeres, a los cuales se les aplicó un pretest desarrollado por Roland Uruguay en 1976. Este consta de 36 preguntas de selección múltiple, clasificadas en 3 categorías: evolución, rotación y reproducción, cada una de ellas con igual número de preguntas.

La primera categoría consiste en determinar a partir de una plantilla el cuerpo que ésta representa. A continuación se ilustra la situación.

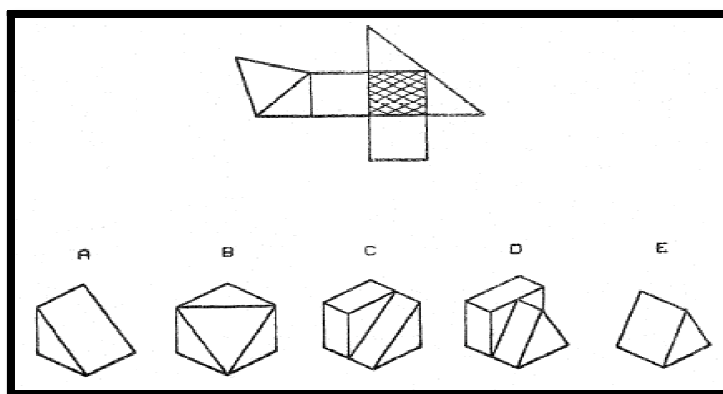


Figura 1: Tomado de (Güven&Kosa, 2008, pág. 103)

La segunda indaga sobre un eje de rotación; mostrando un objeto que después de haber sido rotado muestra una nueva posición. El estudiante debe elegir la figura.

Dada una figura el estudiante debe elegir la representación que corresponde a la rotación realizada a dicha figura siguiendo el patrón antes mostrado. A continuación se ilustra la situación.

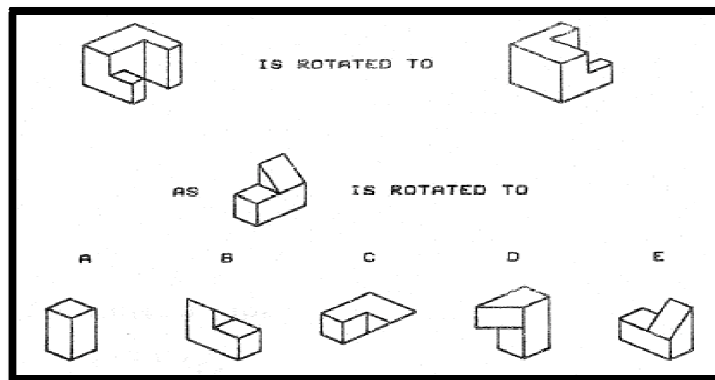


Figura 2: Tomado de (Güven&Kosa, 2008, pág. 103)

En la última categoría un objeto es ubicado en un cubo sellado, se le pide al estudiante elegir la representación de la figura desde una vista determinada, a continuación se ilustra la situación.

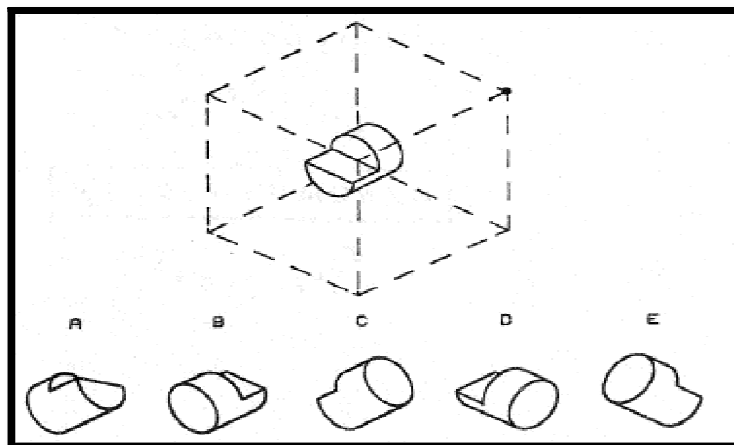


Figura 3: Tomado de (Güven&Kosa, 2008, pág. 103)

Una vez aplicado el test, se evidencian dificultades en la realización de la prueba, estas se atribuyen al empleo de representaciones bidimensionales para abstraer características y propiedades de figuras tridimensionales, y según la investigación: “Debido a esta limitación los estudiantes no tienen la oportunidad de crear y

manipular modelos 3D que tienen vital importancia en el desarrollo de habilidades espaciales.” (Güven y Kosa, 2008, pág. 105)

La segunda dificultad que señala esta investigación, radica en el aprendizaje repetitivo y carente de análisis, reflexión y abstracción, ya que no se generan situaciones, y contextos que permitan estos procesos.

Una vez detectadas estas deficiencias se realiza la intervención con actividades apoyadas en el software de geometría dinámica Cabri 3D, que fue lanzado en 2004 y que permite explorar la geometría tridimensional, ya que es un ordenador que permite visualizar desde diferentes perspectivas figuras geométricas. Esta intervención tiene un tiempo de ejecución de 8 semanas. En la primer semana se pretende aprender acerca de Cabri 3D la formación de objetos geométricos básicos (prismas, esfera, cilindro, cono, etc.), en la semana 2, se pretende la obtención de punto, círculo, elipse y la hipérbola con la ayuda de las intersecciones de conos; en la semana 3 se explica la proyección vertical y las relaciones trigonométricas; en la semana 4, se trabaja sobre la reflexión, la transición y la rotación en las conversiones tridimensionales medio ambiente; en la semana 5, se presenta la formación de diversos objetos por corte de prismas sobre diversas superficies, las explicaciones del uso del Software y el dibujo en sus estados abierto; en la semana 6, se da la estimación de los estados acerca de los objetos dados que se abren en Cabri dibujo y el objeto por el cierre del software; en la semana 7, se trabaja la intersección de los objetos con superficies curvas y la obtención de intersección; y por último la semana 8 en la que se presentan ejercicios libres.

Finalizada la intervención se aplica un postest que posee características similares a las del pretest.

Los resultados son analizados mediante la técnica de la estadística descriptiva, lo que permite comparar los resultados de ambas pruebas y concluir sobre las habilidades espaciales de los estudiantes antes y después de la intervención y comparar los resultados de ambas pruebas.

A partir de los resultados obtenidos, los investigadores concluyen que la intervención diseñada por SGD Cabri 3D, tiene un efecto positivo en las habilidades espaciales, y tiene un gran potencial para eliminar las limitaciones generadas por la representación bidimensional de cuerpos o figuras tridimensionales.

Gracias a la intervención con estos SGD los estudiantes evidencian un mayor desarrollo de habilidades espaciales al momento de realizar rotaciones, traslaciones, visualizaciones y manipulaciones de cuerpos. La investigación concluye que los SGD contribuyen a que los estudiantes aprendan conceptos geométricos y exploren relaciones con facilidad. Por lo anterior: “Se puede recomendar a los profesores de matemáticas el uso de SGD, Cabri 3D, para el desarrollo de habilidades espaciales en sus estudiantes.” (Güven&Kosa, 2008, pág. 106) Desde este punto de vista este proyecto de investigación cobra sentido en el trabajo que se desarrolla, debido a que muestra la utilidad didáctica de los SGD en la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

Por último, se presenta el trabajo realizado por Ingrid Ivonne Acevedo Gutiérrez, Gabriel Jaime Londoño Yépez Nadia Vanesa Ramírez Gutiérrez, para optar al título de licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas. Universidad de Antioquia, Facultad de Educación, Medellín, 2008, llamado “GeoGebra Como Soporte En El Proceso De Construcción Del Concepto De Angulo *“Un análisis*

desde el modelo de Van Hiele” cuyo problema de investigación pretende dar cuenta de

El papel que cumple el software GeoGebra en la comprensión del concepto de ángulo y sus propiedades, y en los avances que estudiantes de cuarto grado de educación Básica Primaria presentan en sus niveles iniciales de razonamiento según el modelo de Van Hiele (Acevedo, Londoño & Ramírez, 2008, pág. 14).

Adicionalmente se pretendía dar respuesta a la siguiente pregunta:

¿Qué ventajas tiene el software GeoGebra en la comprensión del concepto de ángulo y el avance en los niveles iniciales según el modelo de Van Hiele? (Acevedo, et al, 2008, pág. 14).

Para esto parten de la hipótesis investigativa, que la aplicación del software GeoGebra promueve la comprensión del concepto de ángulo, permitiendo así la transición en los niveles iniciales de razonamiento según el modelo de Van Hiele.

En la primera parte de la investigación se contó con la participación de los estudiantes de la Institución Educativa Javiera Londoño Sevilla, institución de carácter público ubicada en la ciudad de Medellín, esta prueba se realizó en el grados 4º5, conformado por 39 estudiantes de género mixto a los cuales se aplicó la prueba diagnóstica inicial (diagnóstico de los estudiantes mediante el modelo de Van Hiele). De los 39 estudiantes se seleccionaron 10 de acuerdo al proceso realizado en el momento de la prueba para dar continuación al trabajo investigativo entre ellos y ellas 2 niños y 8 niñas. Los estudiantes fueron seleccionados según los siguientes criterios:

- Estudiantes entrevistados (Se escogieron cinco estudiantes de acuerdo a incoherencias presentadas en el momento de ubicarlos en la categorización de la actividad diagnóstica ya que sus respuestas no eran fáciles de interpretar).
- Estudiantes escogidos aleatoriamente (Se escogieron cinco estudiantes de manera aleatoria).

El método de investigación a implementar es el “estudios de caso mixto”, en el cual se guía el diseño, la ejecución y el análisis del proceso investigativo contextualizado, a partir de las tecnologías computacionales en el ambiente escolar y la transversalidad del concepto de ángulo y sus propiedades con los niveles de razonamiento del modelo Van Hiele. Aunque el modelo de Van Hiele determina cinco niveles de razonamiento, en este trabajo de investigación se hace énfasis en los dos primeros niveles, dado que con el diagnóstico realizado a los estudiantes objeto de estudio se concluyó que éstos se encuentran en el nivel de razonamiento 1 (“visualización”), para luego pasar por cada una de las fases de aprendizaje planteadas a través de una serie de actividades realizadas por los estudiantes y así avanzar a un nivel superior de razonamiento, proceso que permite llegar al nivel de razonamiento 2 (“análisis”).

Los datos recolectados serán de carácter mixto teniendo en cuenta que se utilizarán herramientas estandarizadas como pruebas diagnósticas, pruebas para evaluar la comprensión del concepto, pruebas actitudinales mediante la motivación y el agrado por el desarrollo de la prueba, entrevistas personalizadas y grupales y pruebas procedimentales al interpretar y realizar adecuadamente las actividades planteadas, cuestionarios, etc., siendo ésta de carácter experimental cronológico (a través del tiempo), proceso que mediante un antes y un después

del estímulo (aplicación del software GeoGebra) estará demarcada por mediciones diferentes entre el contexto.

Las mediciones se realizarán durante cada uno de los cuatro momentos enfocados en el estudio de caso cuantitativo ABAB, tratándose de igual manera el estudio de caso cualitativo.

Para la metodología implementada se tuvieron en cuenta cuatro momentos según el “estudios de caso cuantitativo” desarrollado por Hernández et. a. (2006, p. 11-19): el primero, fase A, diagnóstico de los estudiantes mediante el modelo de Van Hiele, estas pruebas estarán enfocadas en los conceptos adquiridos por el contexto bajo los lineamientos curriculares y los estándares básicos de calidad para el grado tercero de educación básica primaria; el segundo, fase B, incorporación y aplicación de las actividades mediadas por el software GeoGebra con la finalidad de dinamizar el concepto y aplicación de las fases de aprendizaje que plantea el modelo de Van Hiele; el tercero, fase A, evaluación mediada por el análisis de la intervención respecto a los niveles de razonamiento del modelo Van Hiele; y por último, la fase B, contextualización de la intervención manteniéndose el monitoreo de la evolución cognitiva de los estudiantes según el modelo establecido. En los momentos establecidos se incluye el estudio de caso cualitativo describiendo así evolutivamente el desarrollo de las actividades y del estudiante luego de realizarse una planeación de éstas para pasar por un proceso de análisis, para que así las actividades que prosiguen sean planeadas de acuerdo a las conclusiones obtenidas a partir de los resultados anteriores, secuencia que se asume de acuerdo a las intervenciones realizadas.

Como técnica utilizada en la investigación, se utiliza el estudio de caso mixto “cuantitativo-cualitativo”. Para el caso cuantitativo se establecen las siguientes

fases ABAB: fase A en la cual no hay tratamiento pero existe un análisis de la actividad realizada, fase B en la que se administra un tratamiento y se mide, posteriormente se retira el tratamiento y se continua con la evaluación que es la fase A con sus respectivo análisis. Finalmente, se vuelve a introducir el tratamiento y se mantiene el monitoreo, fase B; prosiguiendo con el proceso se aplica el estudio de caso cualitativo, en el cual se explican las cualidades evolutivas de las pruebas realizadas, siendo éstos los análisis de los respectivos resultados. Para el desarrollo de este proyecto se tienen en cuenta los descriptores de nivel, como su nombre lo indica, describen las cualidades que los estudiantes poseen en relación al concepto para así ser ubicados en un determinado nivel. Estos son tratados en cada uno de los momentos de acuerdo a lo desarrollado conceptualmente, determinando el avance que los estudiantes realizan de un nivel de razonamiento al siguiente.

Para el primer nivel, reconocimiento visual, el estudiante tiene pocas nociones del concepto de ángulo y sus propiedades, utiliza expresiones imprecisas como “algo derecho”, “línea recta”, “regla” para describir atributos de los ángulos, reconoce los ángulos como una figura geométrica de acuerdo a imágenes visuales de sus partes constitutivas: “punta”, “abierto”, “rectas”, percibe los ángulos como objetos individuales (no dice agudos, rectos obtusos o llanos) e identifica las partes constitutivas del ángulo pero no establece relaciones entre ellas. En el segundo nivel, análisis, el estudiante describe las partes constitutivas del ángulo (lados, vértices, abertura), reconoce que el ángulo no depende de la longitud de sus lados, establece la medición del ángulo con la amplitud, clasifica los ángulos a través de atributos sencillos, por ejemplo, a través de su amplitud, describe formalmente los componentes del ángulo, utilizando adecuadamente el vocabulario usual, reconoce la amplitud de los ángulos como representantes de familias, describe tipos de ángulos mediante el uso explícito de sus propiedades en lugar de los nombres respectivos y reconoce los tipos de ángulo por sus nombres respectivos.

Luego de los descriptores de nivel se presentan las intervenciones didácticas, donde cada una de las actividades presenta los resultados con sus respectivas conclusiones, por efecto de este trabajo se presentan algunas. Las intervenciones se presentan en dos momentos, el primero hace referencia al diagnóstico de los estudiantes, mediante el modelo de Van Hiele “FASE A”, en esta se cuenta con situaciones donde se busca identificar las nociones que tienen los estudiantes respecto al concepto ángulo y sus propiedades. En esta actividad se presenta una imagen en la cual el estudiante debe clasificar en tres categorías (agudos, rectos, obtusos) los ángulos, utilizando colores (rojo, verde, azul) que permitan diferenciarlos, Para complementar el trabajo y profundizar en los entendimientos de los estudiantes se desarrolla una entrevista personalizada.

En el momento 2, Incorporación y aplicación de las actividades mediadas por el Software GeoGebra “FASE B”, se presenta el software de Geometría dinámica GeoGebra con las respectivas funciones de cada uno de los comandos; los estudiantes reflejaron interés y manifestaron satisfacción cuando interactuaron con GeoGebra y conocieron cada una de las opciones que este programa les ofreció. En las demás actividades se trabajó los diferentes ángulos tomando como referente aquellos elementos que presentaban semejanza con la amplitud del ángulo recto y llano, donde los estudiantes seleccionaron aquellos que tenían una amplitud menor, mayor e igual; determinando en la tercera fase de aprendizaje “Explicitación” los nombres de cada ángulo de acuerdo a su amplitud.

Dados los momentos descritos anteriormente se presentan varias actividades, la primera, presentación del software, muestra a los estudiantes diapositivas con imágenes del programa en general, teniendo en relevancia aquellas sobre el objeto a estudiar. Posteriormente se realizó una actividad dirigida por medio del video beam buscando que los estudiantes a partir de lo observado exploraran el

programa. La actividad dos, ángulos agudos, consiste en trasladar ángulos con ciertas características a un lugar específico (circunferencia de un color determinado) buscando con ello la clasificación de ángulo agudo. Para la construcción de ángulo agudo se tuvo como referente objetos como la punta de un cuaderno, la punta de una baldosa, las esquinas del tablero, entre otros objetos, donde se les pidió a los estudiantes que seleccionaran a partir de cierta cantidad de ángulos aquellos que cumplieran con la condición de tener una amplitud menor que la amplitud de los objetos en referencia

El desarrollo de la actividad sobre los ángulos agudos se evidencia en la siguiente imagen.

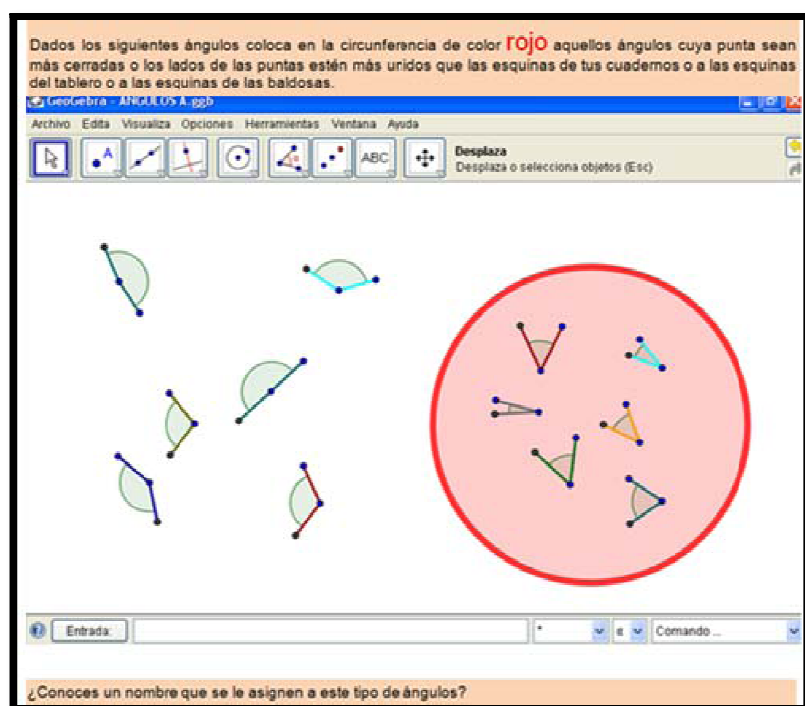


Figura 4: Tomada de (Acevedo, et al, 2008, pág. 64).

Terminada la actividad de *dragging* surge un diálogo propiciado por la pregunta ¿Qué nombre podría recibir esta clase de ángulo?

Recopilando la información suministrada por los estudiantes se le dijo que los nombres tienen validez puesto que estas eran conjeturas y se presentaban algunas características de los ángulos; lo que conllevó a nombrar esta clase de ángulos como ángulos agudos estableciendo que estos tienen una medida más cerrada que los objetos referentes. Además los estudiantes formularon que aquellos ángulos con una medida más cerrada de los diferentes objetos sin importar su amplitud eran agudos. Y que no importando donde quede la punta (vértice) es decir la “posición en la pantalla desde diferentes perspectivas” siguen siendo ángulos agudos.

Finalmente se realiza el resultado de la actividad, donde se rescata que cuando los estudiantes desplazan las diferentes figuras en toda la pantalla, éstos observan que algunas características son inmodificables como la amplitud de un ángulo lo que da validez a los principios propuestos por la geometría dinámica (la conservación de las propiedades inherentes a la figura).

La actividad tres, ángulos rectos, consiste en seleccionar y arrastrar a la circunferencia de color azul los ángulos cuya abertura es igual a las partes señaladas de los objetos referentes (cuaderno, baldosa, tablero, etc.); estos, se encuentran en diferentes posiciones en la pantalla.

¿Qué nombre podría recibir esta clase de ángulo? (Acevedo, et al, 2008).

Después de las respuestas de los estudiantes, Reflejándose la fase de explicitación, el profesor acuerda con los estudiantes que los ángulos que cumplen con las características mencionadas por ellos reciben el nombre de los ángulos rectos. Las características fueron: Son siempre iguales a la punta de la pantalla

del computador. Son siempre iguales independientemente de la posición (se mostró y se rotó el ángulo a través de la pantalla por lo que se notó que su abertura no difería). Finalmente se presenta el resultado de la actividad.

La actividad cuatro, ángulos obtusos, es semejante a las actividades 2 y 3. Y por último la actividad cinco, ángulos llanos, que consiste en trasladar hacia la circunferencia de color amarillo aquellos ángulos en los cuales sus lados formen una línea recta; los estudiantes al realizar el arrastre tomaron una regla verificando que estos fueron totalmente “rectos”.

Un tercer momento se despliega, “Evaluación mediada por el análisis de la intervención respecto a los niveles de Van Hiele” FASE A, las actividades del momento tres son realizadas con base en los resultados del momento dos reflejando de esta forma el aspecto cualitativo de la metodología implementada, también se desarrolla la tercera y la cuarta fase de aprendizaje del modelo utilizado como sustento teórico, expresando con ello el componente didáctico de las actividades sin dejar de lado el uso de GeoGebra; por otra parte, se tiene en cuenta la intervención de todos los estudiantes que participaron en la prueba diagnóstica, en busca de detallar el progreso del grupo de estudio.

Por lo anterior se presentan las actividades como “clasificación de ángulos en el Software”, esta actividad tiene como finalidad que los estudiantes clasifiquen los ángulos de acuerdo a las particularidades que pueden observar para distinguir la amplitud, establecer cuál es la medida de los ángulos y refinar su vocabulario en construcción de nuevos conceptos.

La actividad inicia con la evaluación de los estudiantes respecto al trabajo de las actividades anteriores, ésta se planea en el software GeoGebra y en el cual por medio de unas instrucciones se pide a los estudiantes que arrastren a las circunferencias de color azul, amarillo, rojo y verde los ángulos rectos, agudos, obtusos y llanos respectivamente, sin que estos pierdan su amplitud; estos ángulos tienen la particularidad de poseer medidas que dan la posibilidad a los estudiantes de establecer una propiedad que tiene relación con los referentes antes trabajados y la amplitud de estos.

La actividad dos, “diseño y graficación de ángulos en el papel y en el software”, pertenece al momento 3 de la fase A del método investigativo estudio de casos Mixtos, el cual promueve las fases 3 y 4 “fase de explicación y fase de orientación libre”. Con la prueba, se busca que el estudiante exprese los conocimientos adquiridos a través de preguntas abiertas que no limita al estudiante a respuestas preconcebidas por el educador.

La actividad consiste en que los estudiantes dibujen cinco ángulos cualesquiera, Posteriormente los estudiantes construyen cinco ángulos utilizando las opciones que le presenta el software, actividad no dirigida por el profesor (a) dado que los estudiantes en actividades anteriores se habían enfrentado a este tipo de construcciones. Luego se pide a éstos que intenten arrastrar al lado izquierdo de la pantalla cada uno de los ángulos sin que estos pierdan su amplitud.

La actividad tres, “evaluación de la población” tiene en cuenta las fases del método investigativo de nuestra tesis el cual es el estudio de caso mixto, se aplicó nuevamente la fase A en la cual se evalúa en los estudiantes los procesos adquiridos anteriormente (fase B de intervención) y buscando así reconocer y observar en el grupo experimental el avance significativo del concepto trabajado.

La actividad se inicia con la organización del grupo 4º5, integrado por 39 estudiantes entre niños y niñas, de los cuales 33 presentaron la prueba.

En los resultados se pudo observar que los La gran mayoría de estudiantes que pertenecen al grupo experimental reconocieron las clases de ángulos en el dibujo presentado.

Los estudiantes que pertenecen al grupo experimental y en el cual su asistencia no fue continua, no obtuvieron el rendimiento esperado, dado que existen pocas intervenciones registradas.

La actividad cuatro, “evaluación del grupo experimental (10 estudiantes)” esta prueba pertenece al momento 3 de la fase A del método investigativo de estudios caso mixto la cual ésta diseñada para promover las fases 3 y 4 “fase de explicación y fase de orientación libre”. Este trabajo se diferencia de las anteriores pruebas, puesto que este se realiza en grupos y no de manera individual, permitiendo que el estudiante interactúe con el otro (relación entre pares) y que a través de sus opiniones y explicaciones se apropien más del concepto.

Teniendo en cuenta que cada estudiante tuviera el material de trabajo “la ficha”, se realiza un reconocimiento visual de los componentes de la misma, concluyendo que en esta se encuentra una casa, un sol, una silla, una mesa, una mariposa y un payaso. Esta introducción se realiza con la intención de relacionar lo trabajado en el momento 2 (Incorporación y aplicación de las actividades mediadas por el software GeoGebra) con el contestó; de igual manera, ésta es una forma de realizar un análisis a priori del material de trabajo.

Dando continuidad se selecciona un lápiz de color rojo planteando la siguiente afirmación: “selecciona todos los ángulos agudos que encuentres”. Luego de esta afirmación se da un tiempo prudente para la selección de dicho ángulo. El planteamiento de las otras afirmaciones respecto a las otras clases de ángulos (rectos, obtusos, llanos) se propone de igual manera como la inicial, utilizando los colores azul, verde y amarillo respectivamente.

Teniendo en cuenta los análisis respectivos de cada actividad respecto al Momento 3 “Evaluación mediada por el análisis de la intervención respecto a los niveles de Van Hiele”, Fase A del método de investigación “estudios de caso mixto”, se ubican los estudiantes en los respectivos descriptores.

El momento cuatro, “Contextualización de la intervención FASE B”, presenta la actividad uno, intervención con los poliedros, en la que se desarrolla el modelo de Van Hiele “Fase de interacción” en la cual el estudiante reconoce que el ángulo tiene diferentes relaciones y propiedades y que estos se pueden encontrar en diferentes contextos o en otras figuras geométricas, permitiendo reafirmar los diferentes atributos que poseen los ángulos en el contexto. Además se favorece lo que plantea la geometría dinámica dado que luego de reconocer las figuras en la pantalla se apropia de estas en el contexto.

En esta actividad se presenta al grupo de investigación, un conjunto de cuerpos geométricos buscando que cada uno de ellos identifique las clases de ángulos en la respectiva estructura tridimensional.

Entre los resultados de esta actividad se observa lo siguiente:

Se puede evidenciar en la intervención la última fase de aprendizaje del modelo de razonamiento Van Hiele, dado que los estudiantes unificaron el ángulo con sus relaciones.

Se nota como los estudiantes a partir de la visualización de diferentes objetos relacionan el concepto de ángulo con sus diferentes propiedades. De igual manera, realizan una correspondencia del concepto con lo trabajado mediante el software. Los estudiantes combinaron los conceptos adquiridos a través de las actividades de intervención evidenciándose al momento de manipular los poliedros.

La actividad permitió que los estudiantes se expresaran a través de un lenguaje más apropiado, también permitió que los estudiantes buscaran ejemplos para explicarse entre ellos, esta interacción de pares es evidenciada a través del trabajo en grupo.

Se evidencia mayor destreza en la clasificación de los ángulos a causa de la conformación de familias respecto a las propiedades de cada una de las clases de ángulos.

El estudiante identificó en los poliedros las clases de ángulos y sus propiedades al momento de manipular el poliedro dado que su argumentación está en relación a lo conocido anteriormente. De igual manera, identificó características de los cuerpos, actividad que permitirá luego el diseño de futuras actividades en relación al concepto en mención.

A través de los objetos experimentales los estudiantes realizaron generalizaciones para el concepto de ángulo y sus propiedades, dado que estos realizaron agrupaciones (familias) de figuras, lo que permitió la identificación de los diferentes ángulos en cada una de ellas.

Con respecto a la lectura de los resultados, se nota que en los cuadros de los *“descriptores de nivel”* pertenecientes al momento 1 y momento 4 se identifica que el razonamiento matemático de los estudiantes frente al concepto de ángulo es diferente, reflejando con esto un progreso conceptual; bajo lo establecido en el modelo de Van Hiele la mayoría de los estudiantes logra la transición del primer nivel de razonamiento “Visualización” al segundo nivel “Análisis”; a parte de reconocer los ángulos por su forma y de utilizar un vocabulario impreciso, en general los estudiantes reconocen los ángulos por su nombre, amplitud y medida, además de reconocen que estos son partes constitutivas de otros cuerpos geométricos.

El análisis del razonamiento de los estudiantes manifestado en los cuadros de los descriptores de nivel, permite establecer que hay pertinencia con la elaboración de las actividades mediadas por el software GeoGebra, asimismo la implementación de las fases de aprendizaje del modelo en la medida que estas son tomadas como las directrices o pasos que aborda el profesor para facilitar el avance al nivel superior.

Es importante rescatar que el trabajo en las actividades transversalizadas por las fases de aprendizaje y el software al igual que con otros medios requiere presencialidad constante por parte de los estudiantes, dado que es un aspecto importante para que el estudiante tenga un progreso continuo y haya un retroceso

con las metas planteadas por el profesor; situación que se expresa con los estudiantes 3, 4 y 10.

De acuerdo a los resultados obtenidos, se presentan conclusiones como GeoGebra fue implementado como un soporte en el desarrollo metodológico; dado que hubo complementariedad entre el trabajo con material físico y el trabajo virtual. El trabajo virtual le imprime un carácter dinámico a los ángulos permitiendo visualizar muchas de sus propiedades, característica no siempre presente en otro tipo de material didáctico. A través de los resultados se refleja las afirmaciones establecidas por los diferentes autores en otras investigaciones confirmando la idea que el software de geometría dinámica permiten identificar lo invariante y elaborar conjeturas que llevan al estudiante a consolidar un concepto; además se observa que los estudiantes presentan características propias de los niveles iniciales y como el apoyo en las fases de aprendizaje complementadas con el soporte del software facilita el avance de un nivel a otro. Una metodología mixta permite aproximarnos a la realidad educativa de una manera más profunda no solo porque permite cuantificar algunos elementos del razonamiento de los estudiantes, sino interpretar los procedimientos, dificultades, cimientos, bases de estos y trascender de la visión tradicionalista de ganar o perder que deja de lado el carácter social de la educación.

6. MARCO TEÓRICO

El presente Marco Teórico está constituido por tres componentes, el primero hace referencia a la Enseñanza de la geometría, la cual abarca tres ejes fundamentales que son: historia de la geometría como saber, historia de la enseñanza de la geometría y por ultimo se trata de reconocer lo que es un Modelo y los aspectos más importantes del modelo educativo de Van Hiele. El segundo componente, RyC y GeoGebra, presenta, el origen de cada programa, sus objetivos y propósitos, y se da un esbozo sobre el realismo matemático y los objetos y formas de representación. El tercer componente, hace una exposición de algunas teorías sobre el aprendizaje de la geometría, como son el conductismo, el aprendizaje por descubrimiento, el aprendizaje significativo, constructivismo; además se presenta una breve descripción de las representaciones semióticas de Duval.

6.1. ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

El segundo componente del marco teórico se refiere a la enseñanza de la geometría, la cual, desde hace solo unas décadas ha comenzado a tomar fuerza en los currículos escolares, pues su eminente abandono, debido principalmente a la llamada Matemática Moderna, hizo reflexionar a los educadores y los teóricos para entender que esta rama de la matemática, es de gran relevancia para el desarrollo del pensamiento lógico y matemático.

En primera instancia se presenta un pequeño esbozo de la historia de la geometría como saber, seguido a esto se presentan algunos rasgos

característicos de la historia de la enseñanza de la geometría y por último se da cuenta de lo que significa un modelo y las características más relevantes del modelo educativo de Van hiele.

La geometría, como saber, tiene sus orígenes en las civilizaciones egipcias y babilónicas; nace de la necesidad de medir la tierra y como consecuencia directa de los cálculos que debían realizarse en arquitectura y astronomía. La palabra geometría posee dos raíces griegas: “Geo”, que significa tierra y “Metrón”, que se refiere a la medición como tal, es por esto que al preguntar ¿Qué significa geometría?, se puede afirmar que ésta significa medida de la tierra.

Cuando los conocimientos presentes en la geometría llagan a Grecia, en el siglo VII A.C. aproximadamente, se presentan grandes avances en cuanto a su desarrollo, y todo ello gracias a geómetras como Thales de Mileto, Pitágoras, Platón, Euclides, Arquímedes, entre otros.

Luego de ello, la geometría comienza con una época de estancamiento, gracias a la caída de la sociedad esclavista. Sin embargo comienza de nuevo a resurgir gracias al nacimiento de las técnicas referentes al desarrollo del capitalismo. Este recomenzar se da principalmente en dos orientaciones, la primera, se refiere al estudio de las figuras geométricas más generales, pero con nuevos métodos y desde esta perspectiva es que se da el surgimiento de la geometría analítica, cuyo precursor es Descartes; la geometría diferencial, cuyos precursores son Euler y Gauss; la geometría proyectiva y la geometría descriptiva con los aportes de Desargues, Pascal y Monge; todo esto se da aproximadamente en los siglos XVII-XVIII.

En la segunda orientación, se presentan las nuevas teorías de la geometría, todo ello gracias a la negación de varios axiomas, uno de los que causó gran revuelo, es la negación del axioma de las paralelas que plantea Euclides, y es gracias a

esto que Lobachevsky, Bolyai y Gauss, desarrollan fuertemente las geometrías no euclidianas, entre otras.

Por estas razones, y otras que no son menester mencionar, es comprensible que distintos matemáticos se esfuercen en construir en forma irreprochable la geometría euclidiana, y es por esto que, en la actualidad, todo teorema que se cree o que tenga relación con los planteamientos de los matemáticos antiguos y modernos, debe ser demostrado.

Dada la importancia expresada al momento de la creación de la geometría, es que se da relevancia a la enseñanza de la misma, teniendo en cuenta que en las épocas antiguas, esta rama de las matemáticas fue dictada principalmente a las personas adineradas o que dentro de la sociedad ostentaban un alto grado de poder. Ya conforme pasaba el tiempo y dada la revolución francesa se comienza a afirmar y defender que “la enseñanza de la geometría debe dejar de ser un privilegio para convertirse en uno de los derechos del ciudadano” (Campos, 1981, pág. 13). Poco a poco comienzan a desaparecer los instructores particulares y comienzan a surgir las universidades laicas, llevando así a la idea principal de la época con respecto a la geometría, y es que así como se debe enseñar a pensar, también debe buscarse la forma de enseñar a aplicar.

Durante muchos siglos la geometría, se ha convertido en la base fundamental de toda ciencia, sin embargo, dadas las dificultades con respecto su entendimiento, es que ha perdido su papel protagónico para dársele entonces al álgebra y al análisis. Más adelante, la enseñanza de la geometría aparece rodeada de un creciente esoterismo, es decir, que solo estaban destinados aprender geometría las personas que eran consideradas como “iluminadas”.

Sin interesar la gran importancia que se daba a la enseñanza de la geometría, en el seminario internacional celebrado en Royamount, se presenta la idea de dejar a un lado la enseñanza de la geometría y enfatizar en temáticas, que son consideradas como importantes, como son la enseñanza de la lógica y de los conjuntos; el movimiento que implantó dichas reformas se denominó “Matemática Moderna”, de esta forma

La geometría queda en muchos de los casos relegada al estudio de los aspectos métricos, calculo de áreas y volúmenes de figuras planas y en muchas presentaciones incursiones en el terreno axiomático que obliga a los estudiantes a memorizar y recitar propiedades. (Gallo, et al. 2006, pág. 17).

En el año de 1995, el ICMI (International Commission on Mathematical Instruction) centra su atención sobre las diferentes perspectivas sobre la enseñanza de la geometría, entre las que se destacan “la geometría como ciencia del espacio, la geometría como método para observar conceptos y procesos matemáticos y la geometría como punto de encuentro entre la matemática como teoría y como modelo.”(Gallo, et al. 2006, pág. 17)

Desde entonces, la enseñanza de la geometría aparece con un aire de renovación en los nuevos currículos, donde las clases se dictan por medio de una metodología basada en el constructivismo, por lo cual se vuelve más dinámica, más activa y en la que el estudiante tiene la oportunidad de interactuar y de explorar con todas aquellas herramientas que proporciona la contemporaneidad.

Debido a que en la enseñanza de la geometría, en la época moderna, se presentan contenidos basados únicamente a los planteamientos de Euclides, es que se torna estática, de ahí que el propósito de cada docente es hacerla

dinámica, y esto no es posible si se sigue dando a los estudiantes una serie de tareas de forma ordenada que debe realizar, por ello la enseñanza de la geometría “[...]debe reflejar una preocupación por desarrollar actividades en las distintas dimensiones buscando lograr en los alumnos una amplia experiencia y una perspectiva multifacética de lo que significa, elementos claves para ganar en conocimiento geométrico útil” (MEN, 2004, pág. 2)

En la actualidad, los planes de área de matemática, en cuanto a la temática de geometría, han cambiado notablemente, proporcionando de esta manera, espacios de aprendizaje con nuevas posibilidades de representación. Por lo cual, si en la actualidad se usan software de geometría dinámica es posible que los estudiantes exploren esta rama de las matemáticas y así tener la posibilidad de plantear afirmaciones o conjeturas sobre las temáticas trabajadas, para que logren llegar a preguntas como ¿Por qué...? ¿Qué pasa si...? dando pasos hacia el pensamiento deductivo. (MEN, 2004, pág. 3)

Pero ¿Cómo saber si lo enseñado si ha sido aprendido, comprendido y en qué nivel se encuentran los estudiantes? Para resolver esta inquietud, se han presentado a lo largo de la historia de la enseñanza de la geometría varios modelos que permiten dilucidar este problema.

Para André Revuz, citado por Alberto Campos en su libro “La Educación Geométrica” (1981, pág. 75), “un modelo es una esquematización de la situación por medio de sus características esenciales, que deben ser descritas en términos matemáticos, a fin de poder emplear en su estudio las herramientas matemáticas de que disponemos”. Dada una situación, resulta perfectamente posible encontrar numerosos modelos de ella, pues para representar dicha situación, elegir un modelo es una tarea difícil. Desde esta perspectiva un modelo debe poseer la

cualidad de facilidad de empleo, la posibilidad de dar cuenta de diferentes situaciones y ser capaz de adecuarse a dichas situaciones.

Existen gran variedad de modelos educativos donde su objeto de estudio es el proceso de enseñanza y aprendizaje. La variedad de estos modelos se debe a que éstos no son validos para todas las circunstancias y para todas las personas, es decir, ningún profesor debe caer en el error de esperar que, aplicando algún tipo de modelo, los alumnos comprendan y aprendan (comprenderán y aprenderán) matemáticas sin esfuerzo. Los modelos educativos en matemáticas más representativos son los realizados por Piaget, Dubinsky, Bloom, Brownell, Van Hiele, entre otros.

Por efectos de la investigación se ahondara únicamente en el modelo educativo de Van Hiele, puesto que es una propuesta metodológica, que facilita al docente los procesos de comunicación con los alumnos y de esta manera lograr niveles de enseñanza y aprendizaje más óptimos.

El modelo de Van Hiele surge debido a las preocupaciones presentadas por Dina y Pierre Van Hiele al momento de enseñar geometría, esto se evidencia en la siguiente cita:

Había partes de la materia en cuestión que yo podía explicar y explicar, y aún así los alumnos no entendían. Podía ver que ellos lo intentaban realmente, pero no tenían éxito. Especialmente al comienzo de la geometría, cuando había que demostrar cosas muy simples, podía ver que ellos daban al máximo de sí, pero la materia parecía ser demasiado difícil. Pero debido a que yo era un profesor inexperto también tenía que considerar la posibilidad de que yo fuera un mal profesor. Y ésta última y desagradable posibilidad se afirmaba por lo que ocurría posteriormente: de pronto parecía que comprendían la materia en cuestión. Podían hablar de ella con bastante sentido y a menudo decían: “no es tan difícil, pero ¿Por

qué nos los explicó usted de forma tan complicada? En los años que siguieron cambié mi explicación muchas veces, pero, las dificultades se mantenían. Parecía como si siempre estuviera hablando en una lengua distinta y considerando esta idea descubrí la solución, los diferentes niveles de pensamiento. (Van Hiele, 1986, pág.39)

El modelo educativo de Van Hiele investiga el aprendizaje y la enseñanza de la geometría, como también la relación entre ellas. Éste modelo se compone de tres partes: la percepción (*insight*), en la cual los estudiantes comprenden lo que hacen, porqué lo hacen y cuándo lo hacen; los niveles de razonamiento por medio de los cuales aumenta la capacidad de razonamiento matemático de los individuos desde que inician su aprendizaje hasta que llegan a su mayor grado de desarrollo intelectual en el campo de la geometría; y las fases de aprendizaje que brindan a los maestros directrices sobre cómo pueden ayudar a sus alumnos para que puedan alcanzar con mejor facilidad un nivel superior de razonamiento.

Los van hiele definen percepción de la siguiente manera: una persona muestra Insight si se enfrenta a una situación no familiar; donde debe actuar correctamente y apropiadamente para resolver de forma adecuada cualquier problema.

En un tratado de 1986, Structure and Insight: una teoría de la educación en matemáticas;

Van Hiele condujo sus metas en términos de su teoría. Estas metas son: que los estudiantes aprendan a pensar con respecto a las matemáticas (es decir, adquirir algún conocimiento matemático) y, más importante, que los estudiantes aprendan a pensar matemáticamente. Primero, el disertó sobre la adquisición del conocimiento, él cree que es alcanzado a través del aprendizaje de estructuras. Segundo, él disertó sobre el desarrollo de la habilidad para pensar matemáticamente, es decir, adquirir conocimiento a través de la aplicación de

pensamiento puro, de percibir una estructura matemática, de desarrollar insight (Jaramillo y duarte, 2002, pág. 7).

En cuanto a la aprehensión de los niveles de razonamiento de Van hiele, se afirma que son secuenciales y ordenados. Además de que cada uno de ellos implica una interpretación, clasificación y definición geométrica diferente.

Van Hiele propone cinco niveles de desarrollo del pensamiento geométrico que muestran un modo de estructurar el aprendizaje de la geometría, estos niveles son, desde los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, planteados por el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1998, pág. 38-39):

- ***El Nivel 1.*** Es el de la visualización, llamado también de familiarización, en el que el alumno percibe las figuras como un todo global, sin detectar relaciones entre tales formas, o entre sus partes. En este nivel, los objetos sobre los cuales los estudiantes razonan son clases de figuras reconocidas visualmente como de “la misma forma”.
- ***El Nivel 2.*** Es el de análisis, de conocimiento de los componentes de las figuras de sus propiedades básicas. Estas propiedades van siendo comprendidas a través de observaciones efectuadas durante trabajos prácticos como mediciones, dibujo, construcción de modelos, entre otros. En este nivel los objetos sobre los cuales los estudiantes razonan son las clases de figuras, piensan en términos de conjuntos de propiedades que asocian con esas figuras.
- ***El Nivel 3.*** Llamado de ordenamiento o de clasificación; las relaciones y definiciones empiezan a quedar clarificadas, pero sólo con ayuda y guía. Ellos pueden clasificar figuras jerárquicamente mediante la ordenación de sus propiedades y dar argumentos informales para justificar sus clasificaciones. En este nivel, los objetos sobre los cuales razonan los estudiantes son las propiedades de clases de figuras.
- ***El Nivel 4.*** Es ya de razonamiento deductivo; en él se entiende el sentido de los axiomas, las definiciones, los teoremas, pero aun no se hacen razonamientos abstractos, ni se entiende suficientemente el significado de rigor de las demostraciones.

- Finalmente, **el nivel 5**. Es el de rigor, es cuando el razonamiento se hace rigurosamente deductivo. Los estudiantes razonan formalmente sobre sistemas matemáticos, pueden estudiar geometría sin modelos de referencia y razonar formalmente manipulando enunciados geométricos tales como axiomas, definiciones y teoremas.

Tomando como referencia a Gutiérrez (1990, pág.311), se puede afirmar que estos niveles de razonamiento poseen algunas características primordiales como las siguientes:

- 1) *La jerarquización y secuencialidad de los niveles. Los niveles representan diferentes grados de sofisticación, en el razonamiento matemático que puede usar una persona, además cada nivel de razonamiento se apoya en el anterior; por tal motivo una persona no esta en la capacidad de pensar según el segundo nivel, sin haber razonado antes en el primer nivel y de igual forma pasa con los demás niveles.*
- 2) *Hay una estrecha relación entre el lenguaje y los niveles. Las diferentes capacidades de razonamiento asociadas a los niveles de Van Hiele no sólo se reflejan en la forma de resolver los problemas propuestos, sino en la forma de expresarse y en el significado que se le da a determinado vocabulario. Las implicaciones que esto tiene para la actividad de los profesores en sus clases son evidentes y trascendentales: si un docente quiere hacerse comprender por sus alumnos, debe hablarles en su nivel de lenguaje, es decir, debe amoldarse al nivel de razonamiento de los estudiantes para, a partir de ahí, tratar de guiarles para que lleguen a un nivel superior.*
- 3) *El paso de un nivel al siguiente se produce de forma continua. Cada nivel de Van Hiele se caracteriza por varias habilidades de razonamiento importantes, de forma que sólo se puede considerar adquirido un nivel de razonamiento cuando se tenga un dominio adecuado de todas esas destrezas.*

En cuanto a las Fases de Aprendizaje se puede decir que son unos parámetros que se le ofrecen a los docentes para que le ayuden a sus estudiantes a pasar de

un nivel de pensamiento al nivel inmediatamente superior, los Van Hiele propusieron una especie de fórmula que se debe seguir al momento de impartir la instrucción correspondiente.

Para Van Hiele, citado por Andrés de la Torre Gómez, en su tesis “*La Modelización Del Espacio Y Del Tiempo: Su Estudio Vía El Modelo De Van Hiele*” (2000), las fases de aprendizaje son una receta que se compone de cinco fases, al final de las cuales el alumno habrá alcanzado el nuevo nivel de pensamiento. La necesidad del aprendizaje para poder progresar en los niveles de pensamiento fue establecida por Van Hiele en la forma siguiente: “la transición de un nivel de pensamiento al siguiente no es un proceso natural, sino que tiene lugar bajo la influencia de un programa de enseñanza y aprendizaje. La transición no es posible sin el aprendizaje de un nuevo lenguaje”.

Van Hiele, con respecto a la consecución de un nivel de razonamiento a otro afirma que:

La maduración que lleva a un nivel superior tiene lugar de una forma especial. Se pueden revelar varias fases en ella (esta maduración debe considerarse, por encima de todo, como un proceso de aprendizaje y no como una maduración de tipo biológico). Por lo tanto es posible que el profesor ayude y acelere. El objetivo del arte de enseñar es precisamente enfrentarse a la cuestión de saber cómo se pasa a través de estas fases y cómo se puede prestar ayuda al estudiante de forma eficaz. (De la Torre, 2000. Pág. 30)

Las cinco fases de aprendizaje desde Gutiérrez, (1990, pág. 333-335) son las siguientes:

- **FASE 1. Información;** en esta fase el profesor debe informar a los estudiantes sobre el campo de estudio en el que van a trabajar, que tipo de problemas se van a plantear, que materiales van a utilizar, etc.
Esta es también una fase de información para el profesor, pues sirve para que este averigüe los conocimientos previos de los estudiantes sobre el tema que se va a abordar. La experiencia extraescolar no debe despreciarse, sino que puede

aprovecharse como fuente de motivación; además, es conveniente evitar hacer un trabajo repetido o tratar de enseñar cosas que los alumnos ya saben.

- **FASE 2.** *Orientación dirigida; en esta fase los estudiantes empiezan a explorar el campo de estudio por medio de la investigación basada en el material que les ha sido proporcionado. Es decir, el objetivo de esta fase es conseguir que los estudiantes descubran, comprendan y aprendan cuales son los conceptos, propiedades, figuras, etc. Principales en el área de geometría que están estudiando. En esta fase se construirán los elementos básicos de la red de relaciones del nuevo nivel.*
- **FASE 3.** *Explicitación; la finalidad de esta fase es hacer que los estudiantes intercambien sus experiencias, que comenten las regularidades que han observado, que expliquen cómo han resuelto las actividades, todo ello dentro de un contexto de diálogo en el grupo. Esta fase también permite que los estudiantes terminen de aprender el nuevo vocabulario, correspondiente al nuevo nivel de razonamiento que están empezando a alcanzar. Es decir, aquí se hace la revisión del trabajo hecho antes, de puesta a punto de conclusiones y de práctica y perfeccionamiento en la forma de expresarse.*
- **FASE 4.** *Orientación libre; aquí los alumnos deberán aplicar los conocimientos y el lenguaje que acaban de adquirir a otras investigaciones diferentes de las anteriores. Cabe anotar que el núcleo de esta fase está formado por actividades de utilización y combinación de los nuevos conceptos.*
- **FASE 5.** *Integración; a lo largo de las fases anteriores, los estudiantes han adquirido nuevos conocimientos y habilidades, pero toda vía deben adquirir una visión general de los contenidos y métodos que tienen a su disposición, relacionando los nuevos conocimientos con otros campos que hayan estudiado anteriormente: se trata de condensar en un todo el dominio que ha explorado su pensamiento.*

Estas etapas antes mencionadas son la graduación y organización de las actividades que debe realizar un estudiante para adquirir las experiencias que le lleven al nivel superior de razonamiento. A lo largo de estas fases, el profesor debe procurar que sus estudiantes construyan la red mental de relaciones del nivel de razonamiento al que deben acceder, creando primero las bases de la red y luego la conexión entre ellas.

Para terminar, cabe destacar que en los modelos educativos aparece un grado de aleatoriedad derivado de que los sujetos del modelo son seres humanos. Así, “no se puede pretender que un modelo educativo sea perfecto o infalible, en el sentido que garantice su eficacia para los procesos de enseñanza y aprendizaje bajo cualquier circunstancia.” (*Jaramillo y Duarte, 2002, pág.5*)

6.2. RYC Y GEOGEBRA

Para hablar de las herramientas computacionales en el aprendizaje y en la enseñanza de la geometría, específicamente de la implementación de software interactivos en el aula de clase es importante conocer el tipo de representaciones que ofrecen y la naturaleza de los objetos que intervienen.

Balacheff & Kaput (1996), señalan que el mayor impacto de estas herramientas es de carácter epistemológico, refiriéndose con ello al hecho que las herramientas computacionales han generado un nuevo realismo matemático. En efecto, los objetos virtuales que aparecen sobre la pantalla se pueden manipular de tal forma que se genera una sensación de existencia casi material.

Es de esta forma como la pregunta por la característica que define los objetos que se observan en la pantalla del computador obtiene respuesta con Balacheff y Kaput (1996) al considerarlos modelos manipulables de objetos matemáticos que contribuyen a que los estudiantes con mayor confianza establezcan interrelaciones entre la exploración y la sistematicidad, puesto que les ofrece niveles más elevados de cálculo, poder de expresión y flexibilidad para reconocer diferentes sistemas de representación, anexo a estas sobresalientes habilidades en los

estudiantes es preciso enunciar la forma como se puede concebir una forma de realidad virtual que esté relacionada a los objetos conceptuales del área de geometría al ofrecer la posibilidad de virtualizarlos en la pantalla donde pueden ser intervenidos con facilidad.

En tal caso Balacheff y Kaput (1996) afirman que se pueden imaginar los sistemas de representación como herramientas de mediación, cuya forma general de representación tiene una característica central: la ejecutabilidad. Que es precisamente lo que ocurre en los ambientes de aprendizaje en los que interviene la geometría dinámica, es decir la geometría mediada por software interactivos como por ejemplo los software RyC y GeoGebra, mediante los cuales el estudiante puede manipular los objetos sin que varíen las propiedades y relaciones estructurales de los mismos y esto es precisamente lo que los autores anteriormente mencionados denominan como realismo matemático.

En esta medida, se puede afirmar que el computador se convierte en un sistema cognitivo mediante el cual se establece la comunicación y la solución de problemas ello gracias a que el estudiante interactúa con el saber y tiene la posibilidad de construir su propio conocimiento. De esta manera en concordancia con lo que plantean Balacheff y Kaput (1996) desde la perspectiva del profesor, la computadora es un nuevo agente de enseñanza, mientras que el conocimiento que “vive” en la computadora es un referente para el estudiante, en el proceso de socializar su conocimiento.

Por lo anterior es posible afirmar que el poder de los nuevos medios de la información y la comunicación se basa en una reificación de objetos y relaciones matemáticas, (Balacheff y Kaput, 1996), que sobrepasa la enseñanza tradicional de la geometría pues los estudiantes tienen la facultad de intervenir directamente los objetos, concibiéndolos como manipulables, lo que sucede por ejemplo con los

software interactivos RyC y GeoGebra, los cuales permiten que las metodologías tradicionales de la enseñanza y aprendizaje de la geometría se vean altamente complementada por la intervención de este tipo de tecnología.

De acuerdo con los planteamientos anteriormente enunciados, este componente teórico, que soporta el proyecto de investigación, se centra en los software RyC y GeoGebra, los cuales se han seleccionado con el fin de contribuir al surgimiento y enriquecimiento de diversos ambientes de aprendizaje que permitan a los estudiantes lograr destrezas novedosas, posibilitando el acceso a ciertos tópicos y problemas y ofreciendo nuevas maneras de representar y manipular información matemática, haciendo posibles alternativas sobre contenido y pedagogía que nunca antes se habían tenido.

El software RyC favorece la ejecución de actividades de exploración de propiedades y relaciones geométricas, que pueden ser verificadas mediante el uso de mecanismos de control que están incorporados al programa. El software cuenta con una serie de herramientas que permiten desarrollar a plenitud los diferentes temas sobre geometría plana e incluso algunas representaciones tridimensionales. Una de las principales ventajas de ésta herramienta es que permite animar las construcciones geométricas conservando sus propiedades básicas, es decir que le agrega movimiento a la clásica geometría euclidiana (Álvarez, citado en Sandoval, 1994, pág. 1.)

El software GeoGebra se vincula a la educación para interactuar dinámicamente con la matemática, en un ámbito en que se reúnen la Geometría, el Álgebra y el Cálculo, permite realizar construcciones tanto con puntos, vectores, segmentos, rectas, secciones cónicas como con funciones que a posteriori pueden modificarse dinámicamente; se pueden ingresar ecuaciones y coordenadas directamente, como también hallar derivadas e integrales de funciones y ofrece un repertorio de

comandos propios del análisis matemático, para identificar puntos singulares de una función, como Raíces o Extremos.

El software RyC fue creado por René Grothmann, profesor de una prestigiosa universidad alemán, destinado para diversos niveles educativos, sus usuarios pueden ser alumnos de Primaria, secundaria, universitarios y profesores.

El principal objetivo de RyC, es el de

Convertir la geometría en algo dinámico, que el alumno pueda realizar construcciones geométricas y que estas puedan variar según vayan moviéndose los puntos de base. Así como también trazar el lugar geométrico de un punto cuando otro es desplazado, lo cual puede servir para lograr una mejor comprensión de conceptos geométricos (ALOALO, recuperado en el 2009)

Una de las ventajas del software RyC, es lograr una mayor

Versatilidad, la interface permite reducir las herramientas necesarias para un manejo simple del programa, ocultando muchos de los detalles necesarios en diálogos. El usuario tiene a su disposición un ambiente gráfico estándar, en el que se sentirá cómodo. Así, el botón izquierdo del ratón servirá para construir junto con los botones de herramientas, mientras el botón derecho servirá para desplazar los objetos o editar sus propiedades. Otro objetivo es lograr respuestas automáticas. Por ejemplo, el usuario puede generar un segmento haciendo clic sobre la pantalla dos veces, sin haber creado con anterioridad los extremos. Los puntos de intersección también pueden generarse automáticamente y en ello radica su principal utilidad en la enseñanza de la geometría (Grothmann, recuperado en el 2009)

Así mismo, otras de las acciones que puede realizar el estudiante con este software que no puede realizar mediante el papel y lápiz son: Variaciones rápidas

de los puntos de base para observar como cambia la construcción; dibujo de lugares geométricos; cambio de colores, estilos, grosor o nombres; posibilidad de enviar la construcción por email o de publicarla en Internet, de manera que el lector puede cambiarla de manera interactiva; macros, con los cuales pueden automatizarse las construcciones y finalmente, la descripción de una construcción.

Dentro de las principales características del software RyC se encuentran: Funciona bajo Windows, OS/2, Linux, Apple Macintosh, Solaris y otras plataformas con Java 1.1, así como en un navegador con Java; el software es libre, incluso el código fuente puede obtenerse bajo una licencia GNU; Su documentación está registrada en HTML, tutorial y demos, posee simulación de construcciones de geometría euclidiana plana con regla y compas; posee una interfaz moderna e intuitiva con shortcuts, descripción de íconos, ventanas de diálogo y menús; permite crear automáticamente puntos e intersecciones. Como también longitudes de segmentos, posición de puntos, radio de circunferencias, amplitud de ángulos, truncar las circunferencias, ocultar construcciones intermedias, ocultar el color de objetos que lo posean así como también mostrar los nombres y valores de éstos, cambiar el número de decimales por separado para ángulos y magnitudes, construir rápidamente perpendiculares, paralelas y puntos medios así como también lugares geométricos de puntos.

De igual manera permite crear macros para facilitar la repetición de construcciones, definición de ejercicios de construcción que pueden funcionar localmente o en un navegador y la presentación de éstas en internet con un navegador normal como también la posibilidad de exportarlas automáticamente en paginas HTML, con comentarios, Style-Sheets y enlaces a las soluciones y, finalmente, genera expresiones aritméticas para definir magnitudes, longitud de segmentos, radios de circunferencias y amplitud de ángulos, así como coordenadas de puntos.

Dentro de los cambios más significativos que ha tenido el software se encuentran: la versión 1.20: versión para Java 1.3 la cual permite gráficas mejoradas; la versión 1.21: en la cual puede grabarse más de una macro; la versión 1.22: la cual ofrece la posibilidad de usar ISO-8859-1 en lugar de UTF-8; la versión 1.24: Java 1.3 con gráficas mejoradas que pueden usarse automáticamente; la versión 1.25: la cual permite señalar circunferencias o segmentos como parámetros, reconociendo el centro (extremo) como parámetro secundario, en ésta además los nombres de los objetos ya no se muestran al comienzo, sólo si la herramienta mostrar nombre está seleccionada, La versión 1.26: la cual presenta documentación en Inglés, mejoras en la documentación, Control-Clic oculta los objetos y las rectas pueden ser truncadas; la versión 2.7: en la cual se pueden fijar los segmentos sobre rectas o semirrectas y corregir un error al fijar los ángulos. Y finalmente, la versión más actualizada que es la 8.90. (UIS, 2009)

Por otro lado se encuentra GeoGebra, cuyo proyecto dio inicio en el 2001 en el curso de la tesis de maestría de Markus Hohenwarter y avanzó hacia la tesis de doctorado en Educación Matemática en la Universidad de Salzburgo (Austria) para la enseñanza de la matemática escolar. Actualmente, GeoGebra continúa su desarrollo en la Universidad de Boca Ratón, Florida Atlantic University (USA).

A continuación se pueden observar los cambios más significativos que ha tenido en software GeoGebra, en cuanto a sus versiones

VERSIÓN	FECHA	VERSIÓN	FECHA
0.1	28 de enero 2002	2.2	22 de marzo de 2004
1.1	15 de enero de 2003	2.3	17 de mayo de 2004
1.2	14 de octubre de 2003	.4	13 septiembre de 2004
1.2.1	22 de octubre 2003	2.5	28 de marzo de 2005
1.3	5 de diciembre de 2003	2.6	29 de junio de 2005
1.3.5	15 de diciembre de 2003	2.7	18 de mayo de 2006
2.0	9 de enero de 2004	3.0	23 de mayo de 2008
2.1	27 de enero de 2004	3.1	La más actualizada

Tabla 1: versiones de GeoGebra, desde la primera hasta la más actual

Las versiones que incorporaron al software las modificaciones más significativas son las siguientes:

La Versión 1.0 del 28 de enero de 2002, esta versión presenta objetos disponibles: punto, vector, ángulo, número, recta, sección cónica; permite la exposición /u omisión de objetos así como también el acercamiento o alejamiento vía "zoom", facilita el desplazamiento, relación, traslación de la zona gráfica y cuenta con un menú contextual de objetos.

Dentro de las principales construcciones que facilita el software se encuentran: un nuevo punto; intersección de dos objetos; vector entre dos puntos; recta dados

dos de sus puntos; paralelas, perpendiculares, mediatrices, bisectrices, tangentes a cónica, secciones cónicas, círculo por centro y punto de la circunferencia, circunferencia dados tres de sus puntos y cónicas dados cinco de sus puntos.

Los comandos que ofrece son: animación, ingreso directo de números, ángulos, puntos, vectores, rectas y cónicas; coordenadas polares y cartesianas; recta en formato implícito, explícito o paramétrico; sección cónica implícita, formato especial; operación aritmética; relación; elimina; longitud; distancia; pendiente; radio; parámetro; longitud eje principal; longitud eje secundario; excentricidad; punto medio; foco; vértice; intersección; vector; dirección; vector; vector perpendicular; paralela; mediatriz; bisectriz; tangente; asíntota; directriz; ejes: eje principal; eje secundario; polar; diámetro; círculo; elipse; hipérbola; parábola; movimientos: desplazamiento, rotación, reflexión; además, se ofrece el software en idioma: Inglés / Alemán / Español.

La versión 2.0 del 9 de enero de 2004, esta versión presenta funciones de x ; derivadas; integrales; función de translación de $f(x)$; tangente de $f(x)$ en $x=a$; funciones hiperbólicas (cash, sin, tan, achos, asan, atan); coordenadas de función $x()$, $y()$; exposición de ecuaciones perfeccionada y aproximación o alejamiento vía un "zoom" mejorado.

La Versión 2.5 del 28 de marzo de 2005, esta versión tiene como características principales: diales deslizantes para números y ángulos; imágenes; semicírculo, arcos y sectores; transformaciones geométricas (traslada, rota, refleja, dilata) también para polígonos e incluso imágenes; impresión y exportación de zona gráfica en medida real y en escala (en cm); lugar geométrico recto – Locus; mejores intersecciones de segmentos, semi-rectas y arcos; relación arbitraria entre ejes; caja de diálogo de propiedades para la zona gráfica; estilos "puntuales": puntos o cruces

La siguiente versión presenta como nuevas modalidades disponibles en la barra de herramientas: rota alrededor de un punto, punto medio; segmento de una longitud determinada a partir de un punto fijado como extremo; vector desde un punto; recta diametral o polar; círculo por centro y radio; semicírculo; arco circular dado el centro y dos de los puntos por los que cruza; arco circumcircular que atraviesa tres puntos; sector circular dado el centro y dos de los puntos por los que cruza; sector circumcircular que atraviesa tres puntos; objeto reflejado a través de un punto; objeto reflejado a través de una recta; objeto rotado alrededor de un punto; objeto trasladado por un vector; objeto dilatado desde un punto; ángulo; ángulo de medida fijada; distancia; dial, deslizador; locus - lugar geométrico; intercala imagen; ampliación por zoom de aproximación; reducción por zoom de alejamiento; expone, oculta objeto; expone, oculta rótulo; copia del estilo visual; eliminación de objeto; caja de diálogo de propiedades de la zona gráfica; locus; admisión de puntos de intersección en prolongaciones.

Continuando con la versión 2.6 Los comandos correspondientes para este nuevo modo son: segmento; ángulo; imágenes: extremo [,] fija el enésimo extremo ($n = 1, 2, 3$ o 4) de una imagen; transformaciones geométricas de imágenes; nuevos comandos (disponibles también como modalidades desde la barra de herramientas); transformaciones geométricas por nuevos comandos; modo "polar o recta diametral": recta polar por punto y sección cónica y recta diametralmente conjugada por recta/vector y sección cónica, modo "ángulo": creación simple de un ángulo dados: tres puntos, dos segmentos, dos rectas, dos vectores, un polígono: se establecen todos los ángulos interiores; modo "distancia": distancia entre: punto-punto, punto-recta, recta-recta; dilata (modo también disponible); apertura de archivos arrastrándolos desde el explorador de Windows a la zona gráfica (draga & dropa - arrastra / coloca); impresión en la medida efectiva y en cualquier escala (en cm); exporta (archivos ping o es) en medida real y en cualquier escala

(en cm); mejor respaldo de fórmulas \LaTeX dinámicas; factoriza funciones polinómicas; selección de varios objetos sobre la zona gráfica y en la ventana algebraica (pulsando la tecla Ctrl y dando clic).

Así mismo se puede pulsar el botón derecho del mouse sobre la selección para exponer propiedades de todos los objetos seleccionados; seleccionar varios objetos con la tecla Ctrl también funciona cuando está expuesta la caja de diálogo de propiedades; múltiples ventanas posibles: menú "Ventana"; diferentes escalas de ejes disponibles se pulsa el botón derecho del mouse sobre la zona gráfica para cambiar la razón, relación entre los ejes; diales, deslizantes para números y ángulos (modo en la barra de herramientas); ángulo exponiendo este objeto (pulsando el botón derecho del mouse y seleccionando "expone objeto"); valores límites de números y ángulos dentro de un intervalo; para cada ángulo dependiente se puede especificar si podrá admitírsele reflejo o no (propiedades);

La versión 2.9 incluye a demás nuevos comandos para coordenadas polares: ángulo entre eje-x y vector a ángulo entre eje-x y ubicación vector de A, longitud de la ubicación vectorial de A; Integral: integral definida de $f(x)-g(x)$ desde a hasta b, dibuja el área entre el gráfico de la función de f y g; nuevas operaciones aritméticas; protocolo de construcción: colores, exportación de la imagen de la ventana algebraica a la ventana posible estilo puntual: puntos o cruces (global); cero, extremo, punto de inflexión ahora trabajan con funciones polinómicas que tienen también parámetros en sus exponentes: Arcos y sectores de círculos y elipses ; semicírculo: semicírculo sobre el segmento AB; arco circular: arco circular con punto medio M entre dos puntos A y B; arco.

La versión GeoGebra 3.0 del 23 de marzo de 2008 tiene como sus principales herramientas: polígonos regulares, curvas paramétricas, listas, casillas para tildado; herramientas definidas por usuarios y barra de útiles ajustable a decisión;

exportación sencilla de páginas web, incluyendo las barras de útiles y las de menús; área, pendiente, longitud y perímetro; secuencias e interpolaciones polinomiales; exportación de imágenes a pdf, svg, emf, pstricks; muchos comandos nuevos: Min, Mod, Curvatura, etc.; ajustes grabables, nuevas propiedades de diálogo; 39 idiomas.

Dentro de las partes de GeoGebra se encuentran los menús desplegables, barra de herramientas que permiten crear objetos geométricos de manera cómoda; ventana algebraica que es un listado con la expresión algebraica de todos los objetos geométricos que se definen; ventana gráfica, que es la zona estrella del GeoGebra, donde se ven y manipulan nuestros gráficos; línea de comandos, que permite crear objetos geométricos mediante su expresión algebraica.

Las dos formas principales de introducir información en el GeoGebra son la barra de herramientas y la línea de comandos, la primera se compone de una serie de iconos muy descriptivos de la función que realizan. Haciendo clic en el pequeño triangulito que tienen en su esquina inferior derecha, se obtiene un menú desplegable con diferentes posibilidades. Cuando se selecciona una de ellas, a la derecha de los iconos un breve texto se explica de manera precisa como usar la herramienta seleccionada. La segunda se refiere a que cualquier acción hecha a través de la barra de herramientas puede introducirse a través de esta línea de entrada. Sin embargo, esta acción requiere conocer el correspondiente comando, lo cual da mayor versatilidad. El editor de textos completa automáticamente el nombre del comando que se introduce, esto está detallado en la ayuda a la que se accede pulsando la interrogación de la esquina inferior izquierda, a la derecha de la línea hay un menú desplegable con la lista de comandos. Si se pulsa en el botón "Entrada" se puede seleccionar un objeto del área gráfica, para introducirlo como parámetro en la expresión.

En general, se puede puntualizar que, tanto RyC como GeoGebra, son herramientas tecnológicas que ofrecen al maestro de matemáticas la oportunidad de crear ambientes de aprendizaje enriquecidos para que los estudiantes la perciban como una experiencia rica, pertinente e interesante que estimula la investigación y la exploración, además también suministra espacios para la discusión y la reflexión sobre los objetos que muestra la pantalla y los efectos que generan las diferentes transformaciones y construcciones, lo que permite que los estudiantes se acerquen a un aprendizaje más significativo.

6.3. APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA

Para hablar del aprendizaje de la geometría como otro de los soportes teóricos de éste proyecto, es necesario tomar conciencia sobre el cómo se desarrolla el aprendizaje, el cual está ligado a la forma como se accede al conocimiento, y es en este ámbito donde se hace necesario hacer una revisión de los trabajos de investigación de didáctica y psicología del aprendizaje, relacionados con el aprendizaje de la geometría.

A través de la historia se han presentado posiciones, posturas o teorías sobre el aprendizaje de las matemáticas. Es importante hacer un alto para reflexionar de que manera ha venido evolucionando y progresando la forma en la que se aprenden las matemáticas a lo largo del tiempo. Esta concepción ha dado origen a movimientos pedagógicos que se han preocupado por analizar cómo aprenden los alumnos. Con respecto a este cuestionamiento se consideran algunas de las

tendencias psicológicas que han influido en el desarrollo de las teorías del aprendizaje matemático, tales como la conductista, la cognitiva, el aprendizaje por descubrimiento, el aprendizaje significativo, la concepción social y el constructivismo, al mismo tiempo que se considera la influencia de las representaciones semióticas y la teoría de la visualización en el aprendizaje de las matemáticas y finalmente, se describirá el Modelo de razonamiento geométrico de los esposos Van Hiele como una de las escuelas psicopedagógicas que han aportado respecto a la didáctica psicológica de la enseñanza y el aprendizaje de la geometría.

El conductismo como tal parece no tener una definición concreta, ya que se ha dejado modificar por las directrices de otras disciplinas. Una visualización para Orton (1996, pág.55) de conductismo, *“se trata de una creencia en que el aprendizaje tiene lugar a través de relaciones estímulo-respuesta, en que la conducta humana puede ser analizada desde el punto de vista del estímulo y de la respuesta”*

El canal que ha permitido al conductismo influir en las prácticas docente ha sido el *aprendizaje programado*, el cual se ayuda de un computador (o cualquier máquina para enseñar) en el que se presenta la información de cualquier campo dividido en una gran cantidad de pasos pequeños, los cuales se deben realizar para continuar con el siguiente paso (la retroalimentación se da cuando se da la opción correcta). Las actividades (estímulos) que se deben realizar en cada paso, son por lo general completar una información o responder a preguntas. Teclear una respuesta correcta quizás no garantiza que el alumno realmente se esté retroalimentando. El aprendizaje de éste tipo se suele llamar *instruccional*.

La obra de Piaget fue el principal promotor de las teorías cognitivas del aprendizaje, aunque sus estudios no estuviesen enfocados en presentar una teoría de aprendizaje como tal. Plantea que, según el desarrollo intelectual en el que se encuentra un niño se ubica en una determinada etapa, y no posee las capacidades suficientes para operar en niveles posteriores. Llevando su trabajo al plano de las nociones matemáticas, la etapa piagetiana en la que se encuentra un niño capaz de realizar abstracciones y cálculos mentales se conoce como *etapa de las operaciones formales*, que se adquiere una vez el niño ha reemplazado la operatividad que realiza con objetos reales en la *etapa de las operaciones concretas* por el uso de actividades mentales para realizar las mismas operaciones.

“El espacio es el conjunto de las conexiones establecidas entre los objetos que percibimos o concebimos o, mejor dicho, el conjunto de las relaciones que utilizamos para estructurar esos objetos. El espacio es, en primer lugar, un sistema de operaciones concretas, inseparables de la experiencia que informan y transforman a su manera y, progresivamente al separarse de los vínculos de las experiencias, esas mismas operaciones pueden volverse formales” (Piaget, 1978, de Penalva, 1998, pág. 98)

Para Piaget la adquisición del conocimiento requiere de una participación activa del alumno y depende en gran medida del entorno en el que se desenvuelve; además es necesario que el alumno logre un equilibrio, a través de la *asimilación* (aceptación de nuevas ideas) y de la *acomodación* (todo aquello necesario para que se dé la asimilación). Estos factores, según Piaget, son indispensables para la construcción del conocimiento en cada niño. Así que el progreso en el proceso cognitivo depende de cada niño. Esas ideas son tomadas como base para el aprendizaje por descubrimiento, que es otra concepción alternativa utilizada en el aprendizaje de las matemáticas.

Unos de los principales precursores del aprendizaje por descubrimiento fue Bruner en la década de los setenta. Como ya se mencionó, la teoría del aprendizaje por descubrimiento está basada en la obra de Piaget, ya que su principal filosofía se centra en la idea de la construcción del conocimiento a partir de la interacción activa del sujeto con su entorno. En los estándares matemáticos propuestos por el MEN se hace referencia al aprendizaje activo, al presentar a la “geometría activa” como una alternativa para refinar el pensamiento espacial, considerándola una herramienta prescindible en la exploración y la representación del espacio. Al respecto, (Biggs 1972, en Orton, 1996, pág. 111) afirma que “los métodos de descubrimiento proporcionaban a los alumnos la oportunidad de pensar por sí mismos, y de que sólo de esa manera ellos podían advertir todo su potencial”.

Por ejemplo: Considere un cuadrilátero que posee 2 diagonales, un pentágono que posee 5 y un hexágono que tiene 9. En general, visualice el número de lados de polígonos con más de tres lados versus el número de diagonales asociadas a cada polígono. Se puede vislumbrar una secuencia, y es posible determinar el número de diagonales de cualquier número dado de lados, a partir de éste esquema numérico. La teoría del aprendizaje por descubrimiento propone que se puede confiar a los niños la realización de ésta tarea, la de obtener una fórmula para determinar el número de diagonales en términos de los lados.

Un opositor de ésta teoría fue Ausubel, quien argumentaba que el aprendizaje por descubrimiento algunas veces podría resultar desalentador para los alumnos cuando no se descubría nada, por lo que era necesaria la intervención del profesor para dirigir el trabajo. Este autor afirmaba que una buena enseñanza expositiva podía ser también motivadora y capaz de lograr que el niño adquiriera los conocimientos necesarios. Propone que el aprendizaje por descubrimiento es útil solo en niños pequeños.

Según Orton, 1996, la teoría del aprendizaje significativo propuesta por Ausubel (1968), constituía un proceso a través del cual se asimilaba el nuevo conocimiento, relacionándolo con algún aspecto relevante y ya existente de la estructura cognitiva individual, sin adquirir la totalidad o ni siquiera quizás gran parte del conocimiento por un proceso de descubrimiento. Una buena enseñanza expositiva puede garantizar que el nuevo conocimiento quedase ligado a ideas relevantes ya existentes.

La teoría piagetiana, como ya se ha expuesto, se enfoca en la adquisición cognitiva de cada individuo como un proceso netamente interno, pero hay corrientes en la que para dicha adquisición es primordial la interacción del individuo con el medio social que lo rodea. La concepción social de Vygotski es una de ellas, en la cual él.

Otorga al lenguaje una gran significación, pues permite al sujeto actuar sobre la realidad, a través de otros y lo pone en contacto con el pensamiento de los demás, la cultura, que influyen recíprocamente con él. El lenguaje y través de él, la cultura, tienen una influencia decisiva en el desarrollo individual, por lo que en el proceso de aprendizaje, no se puede prescindir de él, de carácter eminentemente social” (Lastra, 2005, pág. 20)

Es claro para Vygotski que los conocimientos a adquirir son ajenos al individuo, hacen parte de las obras mismas que otros individuos han llegado a la humanidad.

El desarrollo cognitivo se concibe entonces como la apropiación, por parte del individuo, de las actividades humanas depositadas en el mundo de la cultura. El mundo social influye en el sujeto a través de otros sujetos, de los objetos socioculturales, de las prácticas que han sido creadas por generaciones anteriores. (Moreno, 2002, pág.49)

El constructivismo se basa en la siguiente premisa: “Uno de los supuestos fundamentales de la psicología cognitiva del aprendizaje [que] consiste en que el aprendiz construye gran parte del conocimiento nuevo” (Resnick Y Ford, 1984, en Orton, 1996, pág. 200). Esto es, el conocimiento es algo que cada alumno debe construir de forma individual y por sus propios medios. “Actuando sobre el medio, el sujeto reconstruye el mundo físico y social que lo rodea, lo objetiviza y lo representa” (Moreno, 2002, pág. 47). Por esta razón, en ésta teoría no hay cabida para la transmisión de saberes de ninguna forma; “sólo [a] lo que nosotros mismos construimos a partir de la experiencia; necesariamente todo saber se construye” (Goldin, 1989, en Orton, 1996, pág. 201). Se puede establecer, entonces, que se da un avance significativo en el conocimiento en la medida en la que sea el individuo el principal actor en la construcción del mismo, siempre y cuando se dé una interacción con el entorno que lo rodea.

“En la actualidad, como consecuencia del planteamiento constructivista y social del aprendizaje, se empieza a considerar la influencia de aspectos sociales y culturales en el proceso de construcción individual del conocimiento matemático” (Penalva, 1998, pág. 17).

De acuerdo al recorrido histórico acabado de emprender a través de las diversas teorías psicológicas sobre el aprendizaje, se puede afirmar, precisamente, que la psicología durante el siglo veinte ha jugado un papel primordial en el conocimiento de las potencialidades intelectuales, tanto individuales como sociales de los estudiantes, lo cual ha consentido una restructuración en el ámbito escolar, permitiendo definir y desarrollar los contenidos escolares que se deben enseñar.

Los maestros en formación tienen un gran compromiso con las nuevas generaciones de estudiantes a las que va a enseñar, ya que deben desligarse de

las formas tradicionales con las que fueron educados, para pensar la educación matemática usando como mediador las nuevas tecnologías. La meta ahora es idear estrategias que se fundamenten en la construcción, el dibujo, moldeamientos a través del software, variadas actividades que enriquezcan los procesos en el aula. Hacerse conscientes de la utilización de estos medios para ofrecer propuestas innovadoras y que permitan desarrollar en los alumnos destrezas para enfrentar problemas espaciales, con el fin de mejorar el aprendizaje en el área de la matemática.

“El sistema educativo colombiano tiene entre sus grandes desafíos modificar las estructuras curriculares, organizadas hoy en día a partir de contenidos temáticos y centrados en el trabajo de papel y lápiz, hacia la búsqueda del desarrollo intelectual que incorpore las tecnologías informáticas con miras a fortalecer las actividades cognitivas”. (Moreno, 2002. Presentación, pág. XV)

En esta misma dirección, este proyecto investigativo reflexiona sobre el papel que juega las tecnologías en el aprendizaje como recursos didácticos mediadores, que están al alcance en el contexto. Cuando nos referimos a tecnología, hay que precisar que no es esa tecnología en sí misma el objeto central de nuestro interés, sino el pensamiento geométrico que pueden desarrollar los estudiantes bajo la mediación de dicha tecnología: “el objetivo central del pensamiento actual en el uso de tecnologías es hacer que el construir y el aprender sean visibles y la tecnología sea invisible, que lo importante sea la tarea del aprendizaje y no la tecnología.”(Lastra, 2005 pág. 26).

Se ha percibido que en el aprendizaje de la geometría, ésta está compuesta por un conjunto de dibujos acompañada de unos símbolos, desligando cualquier conexión entre ellos, con otros conocimientos y con el entorno, presentando así a la geometría como una asignatura de conceptos fragmentados, quedándose en lo intuitivo, en lo que se puede apreciar de forma global al graficar simplemente el

objeto geométrico en estudio, ya que el trabajo con lápiz y papel no permite una generalización de las relaciones que se puedan establecer con el mencionado objeto. “Como todos los sistemas, los geométricos tienen tres aspectos: los elementos de que constan, las operaciones y transformaciones con las que se combinan, y las relaciones o nexos entre ellos.” (Estándares en matemáticas pág. 62). Es por esto, que una de las mayores dificultades que tienen los alumnos es precisamente diferenciar lo que se intuye a primera vista sobre un objeto geométrico de los conceptos generales que se pueden abstraer de él: *“el significado de los puntos, de las líneas y de los planos es algo que está determinado por las relaciones que podemos establecer entre ellos”* (Hilber en Moreno, 2002 pág. 62)

El aprendizaje se entorpece cuando en el aula se dan los conocimientos geométrico a un nivel de formalización elevado, sin dar lugar a la didactización ni a la reorganización de los conceptos, por lo cual no se proporcionan a los estudiantes instrumentos que le permitan hacer la construcción de dichos conceptos, es decir “confundimos la matemática del matemático con las matemáticas escolares”, (Moreno 2002, pag.62) impidiendo así el gusto por la geometría , ya que no se les permite a los alumnos ver y considerar relaciones, que al final son las que le darían una significación mas valida a los conceptos geométricos; no se les permite a los estudiantes pasar de los dibujos a estos como objetos geométricos.

El ambiente cotidiano de los estudiantes está plagado de una diversidad de tecnologías asociadas a Internet. El avance de este y el desarrollo de software educativo en la web, implica que la educación sea contextualizada. Los software de juegos educativos y simulaciones, por su dinámica y tipo de requerimientos cognitivos para el alumno, son los que incorporan un mayor valor educativo

agregado como apoyo a procesos pedagógicos de estimulación y motivación al aprendizaje de la geometría.

La importancia de las herramientas tecnológicas para el aprendizaje de la geometría está asociada al dinamismo que estos instrumentos ofrecen a los estudiantes, ya que hacer un triángulo, por ejemplo, con lápiz y papel puede ser similar a dibujarlo en un computador, la diferencia está en que con los software ese dinamismo hace posible desplazar las figuras a partir de sus puntos, segmentos y ángulos conservando relaciones de las mismas, haciendo posible un aprendizaje más estructurado y lleno de significados, ya que una imagen puede decir más que muchas palabras y con el uso de los software se pueden generar muchas más imágenes.

Lo que tenemos sobre las pantallas son, en consecuencia, modelos manipulables de objetos matemáticos” (Moreno2002, pág. 46) en particular de objetos geométricos. Por lo tanto, “el estudiante va captando, gradualmente, que los hechos geométricos a los que se hace mención en los teoremas, son propiedades generales, válidas por ejemplo, para todos los triángulos [al referirse a una propiedad de los triángulos] y NO para ese particular que esta dibujado en su cuaderno (Moreno 2002, pág. 143)

Se puede observar un dibujo que aparentemente hace parte de una construcción geométrica en la pantalla de un computador, pero solo es posible saber si realmente es un cuerpo geométrico si no se destruye al modificar, mediante el arrastre, algunos de los componentes de dicha construcción. Cuando una construcción está geoméricamente bien realizada, entonces es capaz de pasar el *test del arrastre*. Esta prueba es difícil de validar si no se realiza con un software de geometría dinámica, ya que no es posible apreciarlo haciendo uso simplemente de un cuaderno. Es importante hacer énfasis en el papel que juega “el arrastre” en la generalización de los conceptos, lo que hace posible “pensar en un teorema

como una propiedad que no puede destruirse mediante los desplazamientos del entorno” (Moreno 2002, pág. 64). Todo este dinamismo que ofrecen las herramientas tecnológicas está asociado también a una teoría de la visualización, la cual puede definirse de diversas formas, más allá de la idea inmediata de observar algo o utilizar el sentido de la vista. En matemáticas, visualizar no significa simplemente ver al objeto matemático, ya sea una figura, gráfica, representación algebraica o cualquiera otra, sino que refiere a un proceso más complejo en donde las imágenes estimulan el pensamiento abstracto del que las percibe o genera.

Para Zimmermann y Cunningham (1991), por ejemplo, la visualización es un *proceso mediante el cual se forman imágenes* (mentalmente, con lápiz y papel, o con ayuda de la tecnología) y se utilizan para una mejor comprensión de los objetos matemáticos y para estimular el proceso de descubrimiento y construcción de las nociones. La experimentación y la visualización permiten reorganizar el pensamiento matemático, elaborar más fácilmente conjeturas que promuevan la investigación y construcción de conocimiento. Esta interpretación de la visualización ha sido ampliamente discutida y existen numerosas investigaciones en donde se analiza su rol en el aprendizaje de las matemáticas.

Según Stylianides (2005) existen dos criterios mediante los cuales se puede determinar si una solución obtenida a través de una construcción con un Software de Geometría Dinámica (DGS, por sus siglas en inglés) se considera válida:

1º. Si al *arrastrar* los elementos de la figura (dragging) se siguen conservando sus propiedades geométricas (Drag Test Criterion)

2º. Si la construcción conserva las propiedades después del *dragging* además se utilizan únicamente los operadores del programa equivalentes al uso de regla y compás (CompatibilityCriterion), es decir, a los instrumentos tradicionales para el trazo de figuras geométricas.

Desde el martillo más simple hasta la computadora más compleja, son ejemplos de instrumentos con los que [el ser humano] ha poblado al mundo y que le han permitido realizar la tarea que se ha propuesto: diseñar un mundo a la medida de sus necesidades y aspiraciones (Moreno, 2002, pag.67).

El trabajo con herramientas le ha permitido al hombre a través de la historia acrecentar su estructura cognitiva. Éste cambio se produjo gracias a la utilización de herramientas como materiales y después signos y sistemas de representación orales de registro escrito. El aprendizaje del hombre ha estado mediado entonces por diferentes instrumentos que le permiten ir más allá de lo puramente intuitivo a establecer relaciones entre los objetos de conocimiento; el conocimiento adquirido y producido de una generación a otra está fundamentado por el instrumento material simbólico: “a partir de la fabricación y empleo de herramientas el tamaño del cerebro se triplica.” (Bruner, en Moreno 2002 pág. 57)

En el caso de las matemáticas la mediación ha sido esencialmente a través de los sistemas semióticos de representación que constituyen la clave para entender la construcción del conocimiento matemático de los estudiantes. Muchos investigadores han dedicado sus esfuerzos a precisar el concepto de representación y a analizar el papel que desempeñan en el razonamiento de los estudiantes (Duval, 1999 pág. 87).

Por representaciones entenderemos, en el ámbito de las matemáticas, notaciones simbólicas o gráficas, o bien manifestaciones verbales, mediante las que se

expresan los conceptos y procedimientos en esta disciplina así como sus características y propiedades más relevantes. “Los sistemas de representación no cumplen tan solo una función de comunicación sino que también ofrecen un medio para el tratamiento de la información y son fuente de generación de significados.” (Moreno 2002 pág. 58).

Una persona aprende cuando domina los distintos sistemas de representación y los diferentes tipos de actividades asociadas a estos (Rico y Romero en Urquina, 2002, pág. 114).

En las matemáticas, ésta idea cobra mayor peso pues, como lo plantea Duval (1996) en el aprendizaje de un objeto o concepto matemático las representaciones tienen un carácter imprescindible, pues los objetos de conocimiento no son perceptibles, por lo que solo pueden estudiarse mediante sus representaciones.

Las ideas más significativas que sirven como referente para la verificación de la adquisición del aprendizaje de la geometría son tomadas del modelo de razonamiento de Van Hiele. Este modelo tiene los siguientes componentes: la teoría de los niveles de razonamiento, que expone cómo se produce el desarrollo del razonamiento geométrico en los estudiantes cuando éstos aprenden geometría, y las fases de aprendizaje, que constituye la secuencialidad de actividades de enseñanza y aprendizaje, con el objetivo de facilitar el ascenso de los estudiantes de un nivel de razonamiento superior.

Jaime y Gutiérrez (1990, pág. 90) describen las ideas centrales del Modelo de Van Hiele de la siguiente manera:

- *Se pueden encontrar diferentes niveles de perfección en el razonamiento geométrico de los estudiantes.*
- *Un estudiante sólo podrá comprender aquellos conceptos que correspondan a su nivel de razonamiento geométrico.*
- *Si una noción matemática no puede ser presentada a un estudiante de acuerdo a su nivel actual de razonamiento geométrico, entonces se deberá esperar a que alcance el adecuado para abordarla.*
- *No se puede enseñar a una persona a razonar de determinada manera. Pero sí se puede, mediante actividades diseñadas para ello, ayudarla a que lo haga.*

Los procesos de aprendizaje pueden ser mediados con actividades adecuadas, divididas en fases según la propuesta de Van Hiele, para influir y acelerar la evolución del razonamiento del individuo.

7. DISEÑO METODOLÓGICO.

En este apartado se presenta el diseño metodológico del presente proyecto de investigación. En él se encuentran cuatro momentos fundamentales de la metodología.

El primero se denomina “definición de la metodología”, este hace referencia a la definición de la metodología de acuerdo a las características de nuestro proyecto de investigación. El segundo se llama “ambientación de la experimentación”, y se refiere a la ubicación geográfica de la institución en la cual se desarrolla la intervención, además de designar los grupos control y experimental, los grados a los que pertenecen, el carácter de la institución, el nivel socioeconómico de sus estudiantes y el record académico. En el tercero se presenta la definición y descripción de los instrumentos empleados en la recolección de la información, por lo que se ha denominado “instrumentos de la metodología”. En el cuarto y último se expone las herramientas y la manera en que será analizada la información recolectada por medio de los diferentes instrumentos.

7.1. DEFINICIÓN DE LA METODOLOGÍA.

Los estudiantes de la institución educativa INEM José Félix de Restrepo, participantes de este proyecto de investigación, pertenecen a grupos previamente conformados al momento de la experimentación. Por ello consideramos que esta metodología es de carácter cuasi experimental en el sentido que señala Hernández Sampieri: “En los diseños cuasi experimentales los sujetos no son asignados al azar a los grupos, ni emparejados; sino que dichos grupos ya estaban formados antes del experimento, son grupos intactos” (1998, pág. 169)

Pues bien, los grupos no han sido modificados para la intervención, son grupos conformados por la institución educativa, de acuerdo al nivel académico, es decir grados y secciones.

Sin embargo dentro del modelo cuasi experimental, definimos nuestra investigación con posprueba únicamente, debido a dos razones, principalmente, la primera consiste en que como se ha pretendido que los contenidos de la intervención no hayan sido estudiados por parte de los grupos, no tiene sentido realizar una preprueba. Y segundo, es que la intención no es mejorar el nivel académico de los estudiantes, sino tratar de identificar cómo aprenden los estudiantes y cómo actúan los instrumentos en el desarrollo de los niveles de van Hiele. Al respecto Hernández Sampieri afirma:

Este primer diseño (se refiere al diseño con posprueba únicamente y grupos intactos) utiliza a dos grupos, uno recibe el tratamiento experimental (grupo que se ha definido como experimental) y el otro no (grupo que se ha definido como control). Los grupos son comparados con la postprueba para analizar si el tratamiento experimental tuvo un efecto sobre la variable independiente. (Hernández, et al 1998, pág. 171)

Sin embargo posee, también, características de investigación cualitativa, porque se trata de indagar sobre cómo se genera el aprendizaje por parte de los estudiantes de temas geométricos, es decir cómo aprenden los estudiantes, además la información no se recoge al final de la intervención, sino que a medida que los estudiantes van elaborando las diferentes guías de intervención, las pruebas y la entrevista, se recogen y se convierten en fuente de información muy útil para el análisis posterior, en el sentido que señala Fraenkel y Wallen, citados por Vera, en “La Investigación Cualitativa”: “Los datos no se recogen al final al

administrar instrumentos, sino que se van recogiendo durante el proceso que es continuo durante toda la investigación.” (Vera, 2009, pág. 2).

Además, se siguen las recomendaciones de Vera para este tipo de estudios cuando asegura “que los hallazgos se comprueben por diversos medios e instrumentos de investigación. Por ello es muy importante utilizar una gran variedad de instrumentos que sirvan para corroborar los resultados”. (Vera, 2009, pág. 2). Por eso para este proyecto de investigación es muy importante el empleo de diversos instrumentos para la recolección y análisis de la información como los memos analíticos, los diarios de campo, las guías de observación, las guías de intervención, las pruebas y las entrevistas.

7.2. AMBIENTACIÓN

La práctica profesional docente de este grupo de maestros en formación de la licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad de Antioquia, de los semestre 2008-2 al 2010-1, se desarrolla en la Institución Educativa INEM José Félix de Restrepo, un plantel de educación media, de carácter oficial adscrita a la secretaria de educación y cultura de Medellín; dedicada a la prestación de servicios de educación formal en los niveles de preescolar, Básica primaria, Básica secundaria, Media técnica y académica. Mediante una propuesta curricular diversificada, flexible y abierta a la innovación pedagógica.

Las prácticas profesionales de estos maestros en formación se desarrollaron, específicamente, en la sede de la Institución que ofrece sus servicios de educación formal en la Básica secundaria, media técnica y académica. Plantel de carácter mixto ubicado en la carrera 48 # 1-125, en el sector Patio Bonito, barrio el Poblado.

Durante tres semestres correspondientes a 2008-2, 2009-1 y 2009-2 los maestros en formación crearon estrategias de intervención para ponerlas en práctica con los estudiantes de la I.E., lo cual permitió confrontar las teorías vistas con la realidad educativa. Lo anterior con el fin de identificar diferencias entre el aprendizaje de la geometría con la ayuda de los software RyC y GeoGebra y sin la ayuda de ellos. Propósito que persigue el proyecto de investigación que cimienta la práctica profesional. Para tal fin se utiliza como muestra grupos experimental y de control de los grados 6º a 9º, distribuidos de la siguiente manera:

Maestro en formación	Grado	Sección	Grupo	Jornada	Maestro cooperador	Horario
Sandra Milena Restrepo.	6º	10	Experimental	Mañana.	Jairo Patiño.	Miércoles: 1º y 2º periodo Viernes: 3º periodo.
Ferney Bran David.	6º	18	Control	Mañana.	Oscar Santa.	De lunes a jueves.
William Molina.	7º	02 y 20	Experimental y control	Tarde.	Octavio Rincón.	Miércoles: del 1º al 4º periodo.
José Manuel González	8º	6 y 22	Control.	Tarde.	Gloria Herrera.	Miércoles: del 3º al 6º periodo. Viernes: del 3º al 5º periodo.
Juan Camilo Lopera.	8º	12 y 13	Experimental.	Tarde.	Carlos M. Sepúlveda.	Miércoles: 5º periodo. Viernes: 2º periodo.
Alexandra Alzate.	9º	15 y 20	Experimental y control.	Mañana	Carlos Cuartas.	Lunes: 1º periodo. Miércoles: 2º y 5º periodo.
John Mario Moncada.	9º	4 y 16	Control.	Mañana.	Flor Ángela Hernández.	Miércoles: 1º periodo Jueves: 5º periodo.
Paula Andrea Castañeda	9º	2 y 11	Experimental.	Mañana.	Flor Ángela Hernández.	Miércoles: Periodos: 1º y 5º.

Tabla 2: muestra los maestros en formación, los maestros cooperadores y los horarios de asistencia a la institución educativa

La muestra se selecciona de acuerdo a las características que se enuncian en el proceso de formulación del proyecto de investigación y para adquirir los resultados propios del desarrollo del mismo. Es de este modo como se implementan de un grupo control y uno experimental en los grados de sexto a noveno, cada uno de ellos con una cantidad promedio de cuarenta estudiantes, de los cuales el 60% pertenecen al género femenino, y el 40% restante al género masculino. Los estudiantes pertenecen a todas las comunas del municipio y a algunos municipios del Área Metropolitana del Valle de Aburrá. Los estudiantes tienen edades entre 11 y 17 años.

El grupo experimental desarrolla actividades mediante el computador y con el apoyo de los software RyC y GeoGebra. El grupo control desarrolla actividades en la ausencia del computador y con el apoyo de materiales convencionales, dentro del aula de clases.

Las actividades que se implementan en el grupo experimental se desarrollan en las salas de informática de la I.E. cada una de ellas con una capacidad promedio de 22 computadores, en los cuales se distribuyen aproximadamente entre dos estudiantes en cada uno de ellos.

Finalmente para el desarrollo de la intervención, se emplea instrumentos de compilación de información tales como guías de observación, diarios de campo, memos analíticos y entrevistas semiestructuradas estas últimas desarrolladas con el apoyo de tres estudiantes por cada grupo tanto control como experimental, para un total de 24 estudiantes entrevistados.

7.3. INSTRUMENTOS DE LA RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

Se entiende instrumento como “... aquel que registra datos observables que representan verdaderamente los conceptos o variables que el investigador tiene en mente” (Hernández, et al. 1998, pág. 235). Y como lo expresa Galeano: “...el instrumento es una mediación entre el mundo real empírico y el mundo conceptual teórico” (Galeano, 2004, pág. 47). Y su construcción depende: “... del problema de la investigación, de los objetivos, del referente teórico, las condiciones de desarrollo de la investigación, de las características de la población, las condiciones del contexto, y del enfoque y estrategia metodológica planteada para el estudio” (Galeano, 2004, pág. 47). En tal sentido los instrumentos han sido contruidos especialmente para este proyecto teniendo en cuenta lo factores que anteriormente se describen.

7.3.1. Diario De Campo

Este es un instrumento de recolección de información que el maestro en formación desarrolla, con el fin de consignar en él las experiencias vividas en el desarrollo de las clases a las que asiste o las que dicta. También exige rigurosidad, pues un diario de campo mal diseñado o mal elaborado, no permitiría observar características propias de los objetivos planteados.

Si con la investigación se busca producir conocimientos, el diario, como herramienta, asume las tareas de resolver problemas prácticos y reflexionar sobre los eventos para modificar las prácticas y garantizar los propósitos de la investigación.

El diario de campo contiene elementos como la ubicación del lugar en que se está desarrollando las prácticas, la descripción general de lo que está sucediendo en el entorno y luego se presenta una breve descripción que relaciona lo ocurrido con algunos planteamientos teóricos.

Los diarios de campo, son los elementos iniciales o, en muchos casos primordiales, para el desarrollo de artículos, escritos, reflexiones que giran alrededor de las prácticas generales, en este caso partículas de las prácticas educativas, permite al profesor pensar y reflexionar en torno a la educación en su totalidad, permite pensar en el rol del docente, como principal agente en la mediación didáctica.

La siguiente es la estructura del diario de campo que hemos utilizado para el registro de actividades:

- Fecha.
- Lugar.
- Tema o nombre de la actividad.
- Propósito.
- Recursos específicos.
- Descripción o desarrollo de la actividad.
- Reflexión pedagógica.

En la reflexión pedagógica, el docente hace un ejercicio escritural para tratar de explicar las observaciones desde la teoría.

7.3.2. Memo Analítico

Esta herramienta de recolección, hace referencia a los escritos, que en este caso el docente en formación desarrolla, teniendo en cuenta las reflexiones realizadas en el diario de campo, su escritura es tipo ensayo, y sirven, en muchas ocasiones, como el instrumento que va redactando una tesis.

La estructura del memo analítico puede ser la siguiente:

1) Párrafo introductorio: Donde se presentan las hipótesis o ideas principales en referencia a los planteamientos presentes en tres o más diarios de campo.

2) Desarrollo: el principal elemento de este componente es la argumentación, con el fin de dar validez a las hipótesis planteadas con antelación. Esta parte se desarrolla teniendo en cuenta tres fuentes, la primera desde la experiencia misma; la segunda desde los conceptos que se han consultado y la tercera desde los referentes teóricos.

3) Conclusiones: desarrollas a partir de los planteamientos presentes en el desarrollo.

4) Bibliografía.

7.3.3. Didactizaciones

Una didactización es una presentación digital de un entorno de software o aplicación en la que es posible integrar imágenes, animaciones, textos, videos y el audio. Este último permite que la presentación se proponga como una experiencia de inmersión para el público, en este caso los estudiantes, al que está dirigido.

La didactización no es sólo un instructivo o manual para el manejo de la aplicación, sino que se constituye en una presentación integral del recurso que da cuenta tanto de los procedimientos como de los contenidos y el potencial didáctico.

Las didactizaciones se pueden concebir como objetos virtuales de aprendizaje. Desde esta perspectiva un objeto de aprendizaje puede definirse como

... la mínima estructura independiente que contiene un objetivo, una actividad de aprendizaje, un metadato y un mecanismo de evaluación, el cual puede ser desarrollado con tecnologías de infocomunicación (TIC) de manera que posibilite su reutilización, interoperabilidad, accesibilidad y duración en el tiempo. (Aproa, citado por Lebrón, 2005, pág. 8)

También son instrumentos individuales que tienen fines educativos y que deben estar organizados en metadatos, para que de esta forma los estudiantes puedan localizarlos, identificarlos y usarlos en ambientes basados en la web.

El Ministerio de Educación Colombiano los define como: “Todo material estructurado de manera significativa, asociado a un propósito educativo y que corresponda a un recurso de carácter digital que pueda ser distribuido y consultado a través de la Internet. El objeto de aprendizaje debe contar con una

ficha de registro o metadato consistente con un listado de atributos que además de describir el uso posible del objeto, permitan la catalogación y el intercambio del mismo”. (MEN, 2005, pág. 1)

7.3.4. Guía De Observación

Es un instrumento que permite evidenciar el cumplimiento o incumplimiento de los objetivos fijados para la ejecución de la actividad, tanto con el grupo control como con el grupo experimental. Para efectos de esta investigación se definen los siguientes criterios: actitud frente a la metodología (permite observar si hubo interés en la metodología aplicada), manejo de la herramienta (da cuenta de la utilización y conocimiento que se adquiriera de la herramienta) y utilización que hace del instrumento para resolver problemas. Los cuales fueron observados durante todo el desarrollo de las guías de intervención y de esta forma determinar semejanzas y diferencias entre el grupo control y el grupo experimental.

Con ésta guía se pretende recolectar información objetiva, válida y confiable de las actividades, mediadores, escenarios, fechas de ejecución al momento de realizar las guías de intervención elaboradas ó modificadas por los maestros en formación, en los grados sexto a noveno de la institución educativa INEM José Félix de Restrepo, con el fin de fomentar el aprendizaje de conceptos geométricos.

7.3.5. Guía De Intervención

Es un instrumento que está diseñado de tal manera que permite trabajar un concepto geométrico o matemático, a través de la utilización de los mediadores RyC y GeoGebra en un ambiente interactivo, y con elementos convencionales en

el aula regular. Cada guía debe especificar el estándar y el logro que se pretende evidenciar.

Es importante recordar que

Una intervención pedagógica que favorezca aprendizajes significativos en los alumnos, requiere de la mediación teórica entre los significados del profesor y de sus alumnos, ya que muchas de las dificultades o malentendidos de los alumnos provienen de que los significados otorgados a los términos utilizados no son los mismos (Barrón, 1991, pág. 304).

Las guías de intervención son, en palabras de Galeano, “un conjunto de intervenciones dimensionadas por conjunto de grados, que permiten al maestro dinamizar sus prácticas pedagógicas” (2004, pág. 11)

Las guías de intervención se diseñan de acuerdo a la construcción de los cuadros curriculares de geometría que se han realizado con anterioridad, para ello es necesaria una apropiación curricular de matemáticas de cada grado para seleccionar el tema más apropiado.

Grado sexto: Los paralelogramos.

Grado séptimo: Reflexiones y simetrías (movimientos rígidos)

Grado octavo: Factorización

Grado noveno: En este grado se seleccionaron dos temas estos son: Superficie y área y razones, proporciones y semejanza.

Estos cuadros poseen los siguientes elementos:

1. Estándar a aplicar, dependiendo del grado
2. Temas que se relacionan con el estándar

3. Los logros que se espera llegar a cumplir.
4. Los indicadores del logro anterior.
5. Las competencias que se espera logren y
6. Los desempeños de dichas competencias.

A continuación se presentan los cuadros *curriculares de los cuales se han tomado los temas para la construcción de las guías de intervención de cada grado.*

7.3.5.1. Plan De Estudios Grado Sexto
INSTITUCIÓN EDUCATIVA INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS

Estándares	Temas	Logros	Indicadores de logro	Competencias	Desempeños
Comparar y clasificar objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, aristas, etc.) y propiedades.	<p style="text-align: center;">SÓLIDOS GEOMÉTRICOS</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Elementos de los cuerpos geométricos (caras, aristas, vértices, ángulos). ● Definición y clasificación de sólidos. ● Construcción de sólidos. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Identificar los elementos de los cuerpos geométricos. ● Construir algunos sólidos geométricos. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Identifica y diferencia los elementos de los cuerpos geométricos ● Identifica y clasifica los diferentes sólidos geométricos. ● Reconoce propiedades en los sólidos. ● Conoce los procedimientos para la construcción de sólidos geométricos. 	<p>COMUNICACIÓN Usa términos apropiados para nombrar y describir propiedades de sólidos geométricos.</p> <p>MODELACIÓN Predice que sólido se obtiene desde la plantilla de éste.</p> <p>RAZONAMIENTO Ordena ideas para caracterizar y construir sólidos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Construye con precisión sólidos geométricos. ● Compara acertadamente sólidos geométricos con cuerpos de su entorno (edificios, recipientes, etc.)

Resolver y formular problemas usando modelos geométricos	CONCEPTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA: Punto, recta, plano, segmento, semirrecta.	<ul style="list-style-type: none"> ● Afianzar conceptos básicos de geometría. ● Identificar y construir rectas paralelas y perpendiculares. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Identifica punto, recta, plano, segmento, semirrecta y semiplano. ● Construye rectas paralelas y rectas perpendiculares. ● Utiliza instrumentos de medición. 	COMUNICACIÓN Conoce cuerpos geométricos y los relaciona con objetos de su entorno.	Reconoce adecuadamente los elementos básicos de la geometría en los cuerpos de su entorno (aula de clase, casa, etc.)
	RECTAS PARALELAS Y PERPENDICULARES <ul style="list-style-type: none"> ● Definición ● Construcciones con escuadra, regla y compás. 			RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Construye líneas paralelas y perpendiculares según condiciones dadas	
Resolver y formular problemas usando modelos	ÁNGULOS <ul style="list-style-type: none"> ● Definición, medidas. ● Representación geométrica. ● Clases, medida y trazado (ángulos suplementarios, opuestos, complementarios, opuestos por el vértice, consecutivos y adyacentes). 	Definir, medir, construir y clasificar ángulos.	<ul style="list-style-type: none"> ● Clasifica ángulos según su medida y posición. ● Realiza medidas de ángulos. ● Construye ángulos a partir de medidas preestablecidas. 	RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Utiliza el concepto y la clasificación de ángulos para la solución de problemas. ELABORAR Y AVALUAR	<ul style="list-style-type: none"> ● Utiliza apropiadamente el transportador y las escuadras para la medición de ángulos. ● Reconoce adecuadamente el concepto de ángulo

geométricos.	<p>ÁNGULOS ENTRE RECTAS PARALELAS CORTADAS POR UNA SECANTE</p> <ul style="list-style-type: none"> •Definiciones: Ángulos internos, externos, correspondientes y alternos. •Construcción bisectriz de un ángulo con regla y compás. 			<p>PROCEDIMIENTOS Realizar procedimientos para construir la bisectriz de un ángulo.</p> <p>COMUNICACIÓN Nombra y clasifica ángulos según su medida.</p>	en los cuerpos de su entorno (Baldosas, esquinas del salón).
Resolver y formular problemas usando modelos geométricos.	<p>CLASIFICACIÓN DE POLIGONOS</p> <ul style="list-style-type: none"> •Definición y clasificación. •Construcción. •Elementos diagonales, vértices, ángulos. 	<ul style="list-style-type: none"> •Identificar las características de los polígonos. 	<ul style="list-style-type: none"> •Identifica y diferencia polígonos convexos y no convexos. •Identifica polígonos regulares e irregulares. •Calcula la medida de un ángulo interior y la suma de la medida de los ángulos interiores de un polígono regular. 	<p>COMUNICACIÓN</p> <ul style="list-style-type: none"> •Identifica y explica los ángulos formados por las aristas de las diferentes clases de polígonos. •Usa términos apropiados para nombrar figuras geométricas. •Usa gráficos para representar objetos 	<ul style="list-style-type: none"> •Reconoce acertadamente figuras poligonales en cuerpos sólidos de su entorno (cajas, cuaderno, aula de clase, casa, etc.).

Clasificar polígonos en relación con sus propiedades.	<p>TRIÁNGULOS</p> <ul style="list-style-type: none"> •Definición: Desigualdad triangular. •Clasificación: Según sus ángulos y lados. •Teorema: Suma de ángulos internos = 180 •Rectas y puntos notables en el triángulo: <ul style="list-style-type: none"> ○ Media, mediatriz, altura y bisectriz. 	<ul style="list-style-type: none"> •Identificar las características de los triángulos. 	<ul style="list-style-type: none"> •Identifica los ángulos interiores y exteriores de un triángulo. •Deduce y aplica propiedades de triángulos. •Identifica y construye triángulos según condiciones dadas. •Clasifica triángulos según la longitud de sus lados o la medida de sus ángulos. •Reconoce y construye rectas y puntos notables de un triángulo. 	cotidianos. RAZONAMIENTO •Ordena ideas para caracterizar y construir polígonos. •Determina si un triángulo es construible o no. MODELACIÓN Utiliza procedimientos diversos en la construcción de figuras poligonales.	<ul style="list-style-type: none"> •Utiliza los conocimientos previos de manera adecuada para la construcción de polígonos.
	<p>CUADRILÁTEROS</p> <ul style="list-style-type: none"> •Definición •Clasificación •Propiedades de la suma de los ángulos internos. 	<ul style="list-style-type: none"> •Identificar las características de los cuadriláteros. 	<ul style="list-style-type: none"> •Identifica los cuadriláteros y sus características específicas. •Identifica los ángulos suplementarios que se forman en los cuadriláteros. 		

<p>Calcular áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos.</p>	<p>ÁREAS Definiciones: Superficie, área.</p> <p>Medición de perímetros, áreas y volúmenes.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Identificar medidas básicas de longitud. ● Identificar las unidades de áreas básicas. ● Diferenciar superficie y área de una figura plana. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Identifica las unidades del sistema internacional para medir longitud y superficie. ● Realiza conversiones de las unidades del sistema internacional. ● Calcula el perímetro y el área de diferentes superficies. 	<p>ELABORAR Y EVALUAR PROCEDIMIENTOS Utiliza diferentes herramientas y procedimientos para hallar el área de figura (Tan gran, baldosas del piso del salón, algoritmos matemáticos, etc.).</p> <p>RAZONAMIENTO Ordena ideas y procedimientos para encontrar áreas de figuras con igual perímetro y las dimensiones de polígonos con igual área.</p>	<p>Utiliza adecuadamente el concepto de área y perímetro para resolver problemas de la vida cotidiana.</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------

7.3.5.2. Plan De Estudios Grado 7
INSTITUCIÓN EDUCATIVA INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS

ESTÁNDARES	TEMAS	LOGROS	INDICADORES DE LOGROS	COMPETENCIAS	DESEMPEÑOS
1. Resolver y formular problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales	<ul style="list-style-type: none"> • Homotecias • Semejanza y congruencia de figuras • Semejanza de triángulos y teorema de tales • Criterios de congruencia de triángulos 	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocer la importancia del concepto de homotecia para la construcción a escala de figuras. • Aplicar la semejanza en la solución de problemas. • Reconocer y anunciar los criterios mediante los cuales puedo afirmar que dos triángulos son congruentes y hacer uso de ellos para solucionar problemas 	<ul style="list-style-type: none"> • Realiza ampliaciones y reducciones de figuras haciendo uso de la cuadrícula o de un factor de conversión. • Reconoce el concepto de proporcionalidad en la semejanza de figuras y utiliza las propiedades de los segmentos proporcionales para hallar valores desconocidos en triángulos. • Utiliza adecuadamente los criterios de congruencia en la solución de problemas 	<ul style="list-style-type: none"> • Analizo y explico las condiciones de ampliación y reducción de las figuras. • Determino la veracidad de una afirmación respecto a la semejanza o congruencia de dos figuras. • Resuelvo y planteo problemas que impliquen ideas relacionadas con la semejanza y congruencia de figuras. 	<ul style="list-style-type: none"> • Justifica la mayoría de los procedimientos. • Toma decisiones correctas respecto a la semejanza o congruencia de figuras. • Demuestro claridad en la conceptualización de la semejanza y la congruencia de figuras para plantear

				<ul style="list-style-type: none"> • Justifico afirmaciones y procesos mediante el uso de un lenguaje matemático formal y me refiero a las figuras de acuerdo a sus relaciones: semejanza, congruentes, no semejantes, no congruentes. 	problemas.
2. Resolver y formular problemas usando modelos geométricos.	<ul style="list-style-type: none"> • Aplicaciones de la semejanza y la congruencia de figuras. 	<ul style="list-style-type: none"> • Establecer relaciones entre la semejanza y la congruencia con el contexto real. 	<ul style="list-style-type: none"> • Interpreta y expresa la importancia de la semejanza y la congruencia en su relación con los objetos que nos rodean. 	<ul style="list-style-type: none"> • Plantea situaciones donde se puede aplicar la semejanza y la congruencia en contextos reales. 	<ul style="list-style-type: none"> • Justifica sus propuestas utilizando argumentos basados en los conceptos aprendidos o de las matemáticas
3. Identificar características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica.	<ul style="list-style-type: none"> • El plano cartesiano. • Representación de figuras en el plano cartesiano. 	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizar el plano cartesiano para dibujar figuras con medidas exactas y establecer sus relaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> • Utiliza el plano cartesiano como instrumento que le permite visualizar características de las figuras para establecer sus relaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> • Plantea relaciones entre figuras basándose en la representación de estas en el plano cartesiano. 	<ul style="list-style-type: none"> • Justifica sus apreciaciones y propuestas con argumentos matemáticos.

7.3.5.3. Plan De Estudios Grado 8
INSTITUCIÓN EDUCATIVA INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS

ESTANDARES	TEMAS	LOGROS	INDICADORES DE LOGROS	COMPETENCIAS	DESEMPEÑOS
Conjeturo y verifico propiedades de congruencias y semejanzas entre	Tridimensionalidad Bidimensionalidad Congruencia de figuras tridimensionales Congruencia de figuras bidimensionales	- Identificar las figuras tridimensionales y su diferencia con las bidimensionales	Explica con sus propias palabras el significado de Bidimensionalidad y tridimensionalidad Clasifica las figuras según sus representación en el plano o en el espacio	Emplea correctamente los conceptos de Bidimensionalidad y tridimensionalidad	Reconoce en su entorno las figuras bidimensionales y las tridimensionales Identifica en la realidad la diferencia entre objetos 3D y 2D

figuras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas.		- Enuncia los criterios sobre la congruencia de figuras tridimensionales y bidimensionales.	<p>Reconoce cuándo dos o más figuras son congruentes</p> <p>Resuelve problemas aplicando los criterios de congruencia de figuras tridimensionales.</p> <p>Resuelve problemas aplicando los criterios de congruencia de figuras bidimensionales.</p>	<p>Interioriza los criterios de congruencia entre figuras del espacio y en el plano</p> <p>Ordena ideas para determinar cuándo dos figuras son congruentes.</p> <p>Determina cuándo dos figuras son congruentes a partir de condiciones dadas.</p>	<p>Utiliza el concepto de congruencia para la resolución de problemas.</p> <p>Compara acertadamente figuras del espacio para saber si son congruentes</p> <p>Compara acertadamente figuras del plano para saber si son congruentes</p>
Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de	<p>Qué es un teorema</p> <p>Qué es un axioma</p> <p>Cómo se muestran o se demuestran los teoremas</p>	Identifica la diferencia entre un axioma y un teorema	<p>Reconoce el significado de un axioma.</p> <p>Reconoce el significado de un teorema</p>	<p>Describe oralmente los significados e implicaciones de un axioma.</p> <p>Describe oralmente los significados e implicaciones de un teorema</p>	<p>Aplica los axiomas en la solución de problemas</p> <p>Utiliza teoremas para solucionar problemas.</p>

teoremas básicos (Pitágoras y tales)	Teorema de Pitágoras y sus colorarios Teorema de Tales y sus colorarios	Enuncia el teorema de Pitágoras y sus colorarios Mostrar el teorema de Pitágoras y sus colorarios	Reconoce cuándo un triángulo es rectángulo. Identifica las partes de los triángulos rectángulos (ángulo recto, catetos e hipotenusa). Utiliza material concreto para mostrar el teorema de Pitágoras. (Origami, áreas)	Distingue las diferentes aplicaciones del teorema de Pitágoras. Usa términos apropiados para determinar los componentes de un triángulo rectángulo.	Utiliza el teorema de Pitágoras para la resolución de problemas. Reconoce desde diferentes perspectivas la demostración del teorema de Pitágoras. Manipula correctamente materiales para la demostración del teorema de Pitágoras.
		Enuncia el teorema de Tales y sus colorarios Mostrar el teorema de Tales y sus colorarios	Identifica cuándo dos o más rectas son paralelas Distingue, por medio del teorema de Tales cuándo dos rectas son proporcionales a otras dos rectas. Utiliza material concreto para mostrar el teorema de Tales. (Carteles, gráficas, etc.)	Utiliza diferentes herramientas para determinar si dos rectas son paralelas. Utiliza razones y proporciones para la solución de problemas Usa adecuadamente el teorema de Tales para la solución de problemas propuestos.	Construye rectas paralelas a partir de condiciones dadas. Emplea los conocimientos previos de manera adecuada para usar el teorema de tales.

<p>Aplico y justifico criterios de congruencias y semejanzas entre triángulos en la resolución y formulación de problemas</p>	<p>REPASO:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ÁNGULOS: definición, clasificación. • TRIÁNGULOS: definición, clasificación, propiedades segmentos y puntos notables, entre otros. 	<p>Reconoce los ángulos y su clasificación</p> <p>Identifica las características de los triángulos.</p>	<p>Distingue las diferencias entre ángulos agudos, obtusos, rectos, llanos, entre otros.</p> <p>Deduce y aplica propiedades e los triángulos.</p> <p>Clasifica los triángulos de acuerdo a la medida de sus ángulos y sus lados.</p> <p>Reconoce las rectas y los puntos notables en los triángulos.</p>	<p>Construye ángulos de acuerdo a condiciones dadas.</p> <p>Construye triángulos según condiciones dadas</p> <p>Usa términos geométricos para nombrar las propiedades y las partes de los triángulos.</p>	<p>Utiliza los conocimientos previos para reconocer las relaciones presentes en los triángulos.</p> <p>Reconoce adecuadamente los elementos básicos en los triángulos (altura, bisectriz, mediana y mediatriz)</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p>Congruencia</p> <p>Criterios de congruencia de triángulos</p> <ul style="list-style-type: none"> • LAL • LLL • ALA 	<p>A partir de la congruencia de ángulos y de segmentos identifica si dos triángulos son congruentes.</p>	<p>Reconoce cuándo dos triángulos son o no son congruentes</p> <p>Utiliza los criterios lado-ángulo- lado, lado-lado-lado, ángulo-lado-ángulo para verificar la congruencia de triángulos</p> <p>Aplica los criterios de congruencia de triángulos para resolver problemas</p>	<p>Usa adecuadamente el vocabulario geométrico para describir si dos triángulos son congruentes.</p> <p>Ordena ideas para determinar la igualdad entre triángulos.</p> <p>Utiliza diferentes procedimientos para solucionar problemas referidos a la congruencia de triángulos</p>	<p>Utiliza adecuadamente el concepto de congruencia de triángulos para resolver problemas.</p> <p>Emplea conocimientos previos para determinar la congruencia entre dos o más triángulos.</p>
Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas					

El último estándar está implícito en todo el recorrido hecho anteriormente.

7.3.5.4. Plan De Estudios Grado 9
INSTITUCIÓN EDUCATIVA INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS

ESTÁNDARES	TEMAS	LOGROS	INDICADORES DE DESEMPEÑO	COMPETENCIAS	DESEMPEÑOS
<p>Comparar y clasificar objetos tridimensionales de acuerdo con sus componentes (caras, lados) y propiedades</p> <p>Calcular áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos.</p>	<p>-Poliedros regulares: .Tetraedro .Hexágono .Octaedro .Dodecaedro .Icosaedro -Prismas -Sólidos de Revolución: .Cilindro .Cono .Esfera</p> <p>-Noción de volumen: .volumen de un poliedro .volumen del prisma. .volumen del cilindro. .volumen del cono. -volumen de la esfera.</p>	<p>Identificar y clasificar correctamente objetos tridimensionales en poliedros regulares, prismas y sólidos de revolución.</p> <p>Calcular correctamente el volumen de los poliedros.</p>	<p>-reconoce claramente el numero de caras de cada poliedro regular, del prisma, el cilindro, el cono y la esfera -identifica los polígonos que forma cada poliedro. -identifica que cada lado del polígono es una arista del poliedro. -comprende que el punto donde concurren tres o más aristas se llama vértice. -conoce el número de aristas de cada poliedro. -aplica el concepto de rotación de una figura plana alrededor de uno de sus lados o de su eje. -identifica las tres dimensiones del</p>	<p>Pensar y razonar</p> <p>Utiliza ayudas y herramientas.</p> <p>Comunicar.</p> <p>Plantear y resolver problemas.</p>	<p>Ordena varios recipientes de acuerdo con su capacidad. Utiliza diferentes unidades de medida (un vaso, un pocillo, etc.) para determinar la capacidad de un recipiente. Utiliza arena, arroz, etc. Pa establecer relaciones de volumen entre los sólidos.</p> <p>Identifica y comunica propiedades de la esfera al utilizar pita para cubrir el círculo máximo de la esfera y cubrir la superficie de media esfera.</p> <p>Resuelve problemas cotidianos donde se</p>

			<p>poliedro. (largo, ancho y profundidad)</p> <ul style="list-style-type: none"> -reconoce el metro cúbico como la unidad de volumen. -utiliza correctamente las fórmulas para calcular el volumen de un poliedro. 		<p>emplean elementos del medio que toman la forma de los poliedros.</p>
	<p>Elementos de la circunferencia y/o círculo.</p> <p>Posiciones relativas de una recta y una circunferencia.</p> <p>Posiciones relativas de dos circunferencias.</p> <p>Arcos, cuerda y ángulos.</p>	<p>-Identificar el arco, la cuerda, el radio, el sector circular y el segmento circular como los elementos de una circunferencia y/o círculo.</p> <p>-conocer la diferencia entre un círculo y una circunferencia, y entre un sector circular y un segmento circular.</p> <p>-identificar la relación que existe entre radio y diámetro.</p> <p>-identifica la recta tangente, la recta secante y la recta exterior como las diferentes posiciones que puede tomar una recta con respecto a la circunferencia.</p> <p>-identificar cuando dos circunferencias</p>	<p>Identifica que todos los puntos que equidistan de un punto interior forman una línea cerrada llamada circunferencia y que la región cerrada por ésta se llama círculo. Traza cuerdas, radios y diámetros en una circunferencia dada. Comprende el concepto de área. Comprende que la longitud del diámetro es dos veces la longitud del radio.</p> <p>Reconoce una recta tangente y una recta secante. Traza en una circunferencia todas las posibles posiciones que puede tomar una recta con respecto a ésta.</p>	<p>Comunicar.</p> <p>Plantear y resolver problemas.</p> <p>Representar</p> <p>Pensar y razonar Representar</p> <p>Planteamiento y resolución de problemas</p> <p>Pensar y razonar Modelar</p>	<p>Comunica los resultados obtenidos en los ejercicios usando adecuadamente el lenguaje matemático.</p> <p>Resuelve problemas cotidianos donde se emplean elementos del medio que toman formas circulares.</p> <p>Realiza esquemas y gráficas para representar resultados matemáticos.</p>

	<p>son secantes, interiores, exteriores, tangentes y concéntricas y cuáles son las propiedades de cada una.</p> <p>Establecer relaciones entre el Angulo central y su arco. Identificar las propiedades de las cuerdas y los ángulos centrales.</p> <p>-reconocer cuando una igualdad entre dos razones es una proporción verdadera. -identificar y aplicar correctamente las propiedades de las proporciones.</p> <p>-Utilizar las propiedades de las proporciones para hallar una cuarta proporcional o una media proporcional -Hallar la medida geométrica entre dos segmentos dados por métodos algébricos y por métodos geométricos.</p> <p>-proporcionalidad y semejanza: .noción de razón .propiedades fundamentales de las proporciones.</p> <p>Segmentos proporcionales. Media proporcional División de un segmento en partes proporcionales.</p> <p>Construcción de una cuarta proporcional. Media proporcional</p>	<p>Conoce las propiedades de una recta tangente y una recta secante. Dibuja dos circunferencias en todas las posiciones posibles de la una con respecto a La otra.</p> <p>Utiliza el transportador para hallar la medida de los arcos formados por ángulos que son trazados desde el centro de la circunferencia.</p> <p>Entiende la razón como un cociente indicado entre dos cantidades</p> <p>Aplica la propiedad algebraica entre dos fracciones del producto de medios por extremos.</p> <p>Identifica cuando dos rectas son paralelas, perpendiculares y</p>	<p>comunicativa</p>	<p>Analiza lo que ocurre con la sombra de un objeto (polígono) al variar la distancia entre una pared y una fuente luminosa.</p> <p>Resuelve problemas cotidianos en los cuales se debe hacer uso de la proporcionalidad y la semejanza.</p> <p>Calcula la altura de un árbol dada la altura de una persona y la sombra de ambos.</p> <p>Expresa resultados en forma matemática y realiza demostraciones de teoremas dados siguiendo procesos lógicos.</p>
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p>entre dos segmentos. Teorema de tales Aplicación del teorema de tales.</p> <p>Polígonos semejantes</p> <p>Triángulos semejantes</p>	<p>-determinar si varios segmentos dados son proporcionales. Dividir un segmento en partes proporcionales a varios números dados. Utiliza el teorema de Tales para hallar la longitud de un segmento.</p> <p>Establecer proporciones entre los lados homólogos de polígonos semejantes. Identificar cuando dos polígonos son semejantes. Identificar cuando dos triángulos son semejantes.</p>	<p>transversales.</p> <p>Entiende y aplica correctamente el teorema de tales. Identifica cuando dos lados son homólogos estableciendo su razón de semejanza.</p> <p>Identifica cuando un polígono tiene igual forma y cuando tiene igual extensión. Identifica los ángulos congruentes.</p> <p>Identifica cuando dos ángulos son congruentes y cuando dos segmentos son proporcionales.</p>		
<p>Aplicar y justificar criterios de semejanza entre triángulos en la resolución y formulación de problemas.</p>	<p>Semejanza de triángulos rectángulos.</p> <p>Razones trigonométricas</p> <p>Problemas de aplicación de la</p>	<p>Identificar cuando dos triángulos son semejantes.</p> <p>Conocer y aplicar la razones trigonométricas en un triángulo rectángulo.</p> <p>Utilizar las proporciones y la</p>	<p>Identifica cuando dos ángulos son congruentes y cuando dos lados son semejantes.</p> <p>Idéntica en un triángulo rectángulo cuales son sus catetos y su hipotenusa.</p>	<p>Modelar</p> <p>Pensar y razonar.</p> <p>Utilizar ayudas y herramientas</p>	<p>Prolonga en el campo una línea visual interrumpida por un obstáculo.</p> <p>Halla medidas inaccesibles mediante la semejanza y la proporcionalidad.</p> <p>Utiliza el teodolito como instrumento de medida para hallar</p>

Usar representaciones geométricas para resolver y formular problemas en la matemática y en otras disciplinas.	proporcionalidad y semejanza.	semejanza para resolver problemas de la vida cotidiana.		Plantear y resolver problemas. Comunicativa.	distancias inaccesibles. Resuelve problemas cotidianos en los cuales se debe hacer uso de la proporcionalidad y la semejanza para obtener su solución. Crea y usa representaciones para comunicar los conceptos de proporción y conectivos, semejanza y para realizar demostraciones de teoremas fundamentales del álgebra y geometría.
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------	---------------------------------------------------------	--	-----------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

7.3.6. Entrevista Semiestructurada

La entrevista es un acto de comunicación que puede ser oral o escrita, ésta se establece entre dos o más personas con el fin de obtener o de dar información sobre un conocimiento, un determinado proceso, un grupo, una situación o una vivencia, entre otros.

Para este proyecto se propone un modelo de entrevista semiestructurada, configurada a partir de 7 preguntas abiertas, con el objeto de recoger información sobre la metodología aplicada y la utilización de los mediadores en el desarrollo de las actividades. Es un instrumento útil y pertinente. Su principal propósito es recoger información acerca del desarrollo del proceso para el análisis, la triangulación de la información y comparación entre las muestras, con el fin de tener elementos de juicio para constatar la información recolectada mediante otros instrumentos. Su característica es que es individual. Es semiestructurada porque está compuesta de dos modalidades: entrevista abierta, que corresponde a unas preguntas específicas, planteadas en forma de cuestionario, en donde el entrevistado responde según su percepción de la metodología, y la entrevista cerrada que es una conversación directa que permite la interacción con el entrevistado profundizando en algunos puntos que se consideren más importantes.

Los siguientes son elementos de la entrevista (ver anexo 23): presentación de la entrevista, lugar en que se desarrolla la entrevista, la muestra, es decir a qué grado y qué grupo, experimental o control, se le está desarrollando la entrevista, las preguntas y los espacios de registros, es decir, donde se escriben las respuestas dadas por los estudiantes. Las preguntas que se utilizaron en la

entrevista indagan sobre el método, el aprendizaje, las dificultades, las ventajas, el sentir, y la motivación de los alumnos en los momentos de la intervención.

7.3.7. Posprueba

Es el instrumento que permite medir los alcances obtenidos por los estudiantes frente al conocimiento enseñado, en este caso frente a temas como paralelogramos, movimientos rígidos, factorización, superficie y área y semejanza y proporcionalidad. Las pospruebas, fueron elaboradas teniendo en cuenta los niveles de Van Hiele, para que al realizar el proceso de calificación, se puedan ubicar los estudiantes en alguno de los niveles.

Dentro de las características que ostentan las pospruebas elaboradas en el proceso de investigación, se tienen, que son unívocas, es decir, las preguntas realizadas tienen una sola respuesta y están redactadas en forma de enunciado, con varias opciones de respuesta entre las cuales hay una correcta o clave y los demás funcionan como distractor; es adaptada a los contenidos acordes a los métodos y la capacidad de los alumnos; es suficiente, pues el número de preguntas, está relacionada con la cantidad de temáticas que se dictaron y con los niveles de Van Hiele..

7.4. ANÁLISIS

En el cuarto componente de la metodología se encuentra el análisis, el cual busca un significado más amplio a las hipótesis mediante comparación con otros

conocimientos disponibles. Desde esta perspectiva es que se tomarán en cuenta tres ejes fundamentales de información como son, la teoría, la aplicación de los instrumentos y la Información recolectada.

El primero hace referencia a los componentes presentes en el marco teórico, de este proyecto, por ejemplo, los niveles de Van Hiele, las representaciones semióticas, las didactizaciones, entre otras. El segundo eje, presenta la información recogida en los diarios de campo, las guías de observación. Y el tercer eje, información posterior, es la recolectada por medio de las entrevistas semiestructuradas, el memo analítico y las pospruebas.

Las fuentes de información en sí mismas no presentan un alto grado de significación, por lo cual es necesario interrelacionarlos, en esto consiste la esencia del análisis. El propósito es poner en evidencia cada una de los ejes para que de esta manera vislumbren posibles conclusiones y respuestas a las hipótesis planteadas en el proyecto de investigación.

El análisis será de corte cuali-cuantitativo, en el que se pretende estudiar las categorías presentes en el desarrollo de las actividades como son lo actitudinal, el manejo de los instrumentos, el uso de los mismos para solucionar problemas y el aprendizaje de la geometría. Éste análisis permite triangular la información recolectada, y así encontrar similitudes y/o diferencias entre los grupos control y los grupos experimentales.

8. ANALÍISIS DE RESULTADOS

El análisis se realiza a partir de la información recolectada por los instrumentos en las dos fases del desarrollo del proyecto intervención y evaluación, las cuales son aplicadas tanto al grupo control como el grupo experimental de los grados sexto a noveno, de toda esta información recolectada se realizan diferentes apreciaciones que son validadas a partir de la teoría.

En la fase de intervención, se presenta los conceptos a estudiar en cada grado por medio de las diferentes guías y se consigna información en los diarios de campo, guías de observación y memos analíticos. En la fase de evaluación se recoge información en las entrevistas semiestructuradas, los memos analíticos, los diarios de campo, las pospruebas y las guías de observación. La teoría se aborda desde tres componentes presentes en el marco teórico, que son: RyC y GeoGebra, enseñanza de la geometría y aprendizaje de la geometría.

Se trata entonces de interrelacionar estas fuentes de información alrededor de las categorías definidas en el diseño y desarrollo de las actividades como son lo actitudinal, el manejo de los instrumentos, el uso de los mismos para la solución de problemas y el aprendizaje de la geometría, y por supuesto se tienen en cuenta las categorías emergentes en el proceso de investigación. Todo lo anterior se hace con el propósito de dar cuenta de los objetivos específicos y finalmente del objetivo general.

A continuación el análisis se presenta de manera independiente desde el grado sexto a noveno.

8.1. Grado sexto. (Paralelogramos)

El siguiente análisis se realiza por grados, donde se presenta cada pregunta de la posprueba, con su justificación, se aclara que es lo que se espera que el estudiante responda y se analiza cada pregunta de acuerdo a los niveles de razonamiento según la teoría de van Hiele, clasificando, entonces, cada pregunta en uno de estos niveles de acuerdo a las exigencias conceptuales que estas puedan demandar en los estudiantes para una respuesta correcta. Las preguntas están ubicadas entre los niveles 1 y 4, debido a que, como plantean muchos autores, los estudiantes de la educación media no logran alcanzar el nivel 5 de razonamiento, que solo algunos estudiantes alcanzan este nivel durante sus estudios universitarios, y no antes. Según Fouz: “Dado que el nivel 5 se piensa que es inalcanzable para los estudiantes y muchas veces se prescinde de él” (Fouz, 2006, pág. 1).

Se presentan los datos de los resultados obtenidos en la posprueba, organizados en gráficos estadísticos (gráficos de barras). Estos se presentan en dos partes, en la primera se ubican los porcentajes de los aciertos y desaciertos a todas las preguntas, y en la segunda se ubican a los estudiantes en los niveles de razonamiento de los van Hiele.

A partir de los planteamientos de algunos autores, entre ellos los van Hiele, según los cuales ningún estudiante puede encontrarse en un nivel de razonamiento sin haber primero superado los anteriores, se ubican los estudiantes, tanto del grupo control como del experimental, en un nivel de razonamiento determinado. Por tanto, los estudiantes que son ubicados, por ejemplo, en el nivel dos de razonamiento, se debe a que además de responder acertadamente a las preguntas que pertenecen a este nivel, también responden acertadamente las

preguntas que pertenecen al nivel 1. Los estudiantes que son ubicados en el nivel tres de razonamiento, se debe a que además de responder acertadamente las preguntas que pertenecen a este nivel, responden acertadamente las preguntas que pertenecen tanto al nivel 1, como al nivel 2. En general, si un estudiante es ubicado en un nivel determinado ha sido porque responde acertadamente las preguntas que pertenecen a ese nivel, además de responder todas las preguntas que pertenecen a los niveles anteriores.

Las guías de observación son organizadas y presentadas en gráficos de tortas, posteriormente se presenta una síntesis de las entrevistas realizadas a los estudiantes tanto del grupo control, como del experimental, para finalmente y a partir de estos datos realizar una interpretación de ellos, buscando un análisis profundo con base en éstos.

Las interpretaciones son confrontadas con la teoría y con los resultados obtenidos con los demás instrumentos mencionados en el diseño metodológico. Para finalmente, los análisis construidos ubicarlos en una de las categorías preliminares que se han establecido. A manera de resumen los análisis están construidos a partir de tres componentes, fundamentalmente:

- a) Un componente teórico.
- b) Las observaciones que se hacen durante la intervención, organizadas en guías de observación y diarios de campo sintetizados en los memos analíticos.

- c) Y la información obtenida a partir de la devolución de los trabajos de los estudiantes al finalizar el proceso de información como las guías de intervención, las entrevistas y la posprueba.

Todo ello encaminando a dar cuenta de los objetivos específicos planteados con el propósito de lograr el objetivo general.

La posprueba.

Esta posprueba está compuesta por 12 preguntas.

Pregunta 1.

De las figuras que a continuación se presentan ¿Cuál es un cuadrilátero?

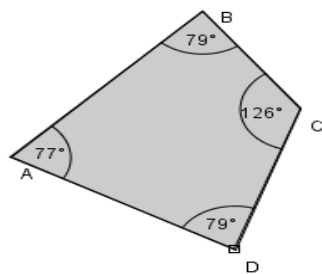


Figura 1

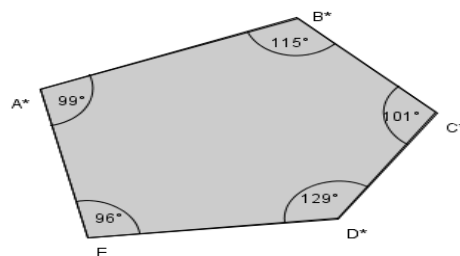


Figura 2

Figura 5: cuadriláteros usados en la posprueba del grado sexto

- a) El cuadrilátero es la figura 1, porque la suma de los ángulos internos es igual a 360 grados y sus lados son desiguales.
- b) El cuadrilátero es la figura 2, porque la suma de sus ángulos internos es mayor de 360 grados y sus lados son desiguales.
- c) El cuadrilátero es la figura 1, porque la suma de los ángulos internos es igual a 360 grados y tiene cuatro lados, y cuatro ángulos.
- d) El cuadrilátero es la figura 2, porque la suma de sus ángulos internos es mayor de 360 grados, tiene 5 lados y 5 ángulos.

Esta pregunta tiene como objetivo identificar el nivel de conceptualización que tienen los estudiantes del concepto de cuadrilátero. Para responder a esta pregunta se puede emplear la visualización, para determinar mediante el número de lados que la figura 1 es el cuadrilátero, por tanto puede ser la opción a y c las respuestas correctas, sin embargo se debe tener claridad en la propiedad de la suma de la medida de los ángulos internos de un cuadrilátero, para determinar la respuesta que responde de manera más acertada a la pregunta. Por ello si un estudiante responde correctamente esta pregunta, no sólo puede ubicarse con seguridad en el nivel 1 de razonamiento, según la teoría de van Hiele, sino que además puede poseer nociones que pertenecen al nivel 2 de razonamiento.

Pregunta 2.

De la figura 3 que aparece a continuación se puede afirmar que:

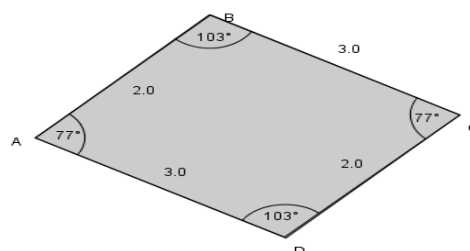


Figura 6: paralelogramo usado en la posprueba del grado sexto

- a) Es un cuadrilátero, porque tiene cuatro lados y cuatro ángulos.
- b) Es un paralelogramo, porque tiene cuatro lados y cuatro ángulos
- c) Es un cuadrilátero, porque la suma de sus ángulos internos es igual a 360 grados.
- d) Es un paralelogramo, porque los lados opuestos son paralelos e iguales y la medida de los ángulos internos opuestos son iguales.

Con esta pregunta se pretende identificar el nivel de conceptualización que tienen los estudiantes ya no del concepto de cuadrilátero, sino de paralelogramo. Para

responder a esta pregunta también se puede emplear la visualización, para determinar mediante las características de los lados opuestos y de los ángulos internos opuestos que se trata de un paralelogramo, por tanto puede ser la opción b ó d las respuestas correctas, sin embargo se debe tener claridad en la propiedad de la suma de la medida de los ángulos internos de un cuadrilátero, pero que ello no implica siempre que se trate de un paralelogramo, por tanto para determinar la respuesta que responde de manera más acertada a la pregunta se deben tener claras las propiedades de igualdad y paralelismo de los lados opuestos, y la igualdad de la medida de los ángulos internos opuestos.

Por tanto la respuesta correcta es la d. Por ello puede considerarse también que para que un estudiante responda correctamente esta pregunta se sugiere que, no sólo puede ubicarse con seguridad en el nivel 1 de razonamiento, según la teoría de van Hiele, sino que además puede poseer elementos que pertenecen al nivel 2 de razonamiento.

Pregunta 3.

Si trazamos las diagonales de cualquier paralelogramo se puede afirmar con certeza que:

- a) Son iguales.
- b) Bisecan los ángulos internos del paralelogramo.
- c) Se interceptan perpendicularmente.
- d) Se bisecan mutuamente.

Con esta pregunta se indaga sobre la apropiación que alcanzan los estudiantes de una de las propiedades que poseen los paralelogramos, la cual consiste en que sus diagonales se interceptan en sus puntos medios. Se pueden ubicar en el nivel 3, ya que los estudiantes deben entender las definiciones de los conceptos involucrados, e intuir como unas propiedades derivan en otras.

Pregunta 4

El cuadrilátero donde se interceptan las diagonales en sus puntos medios de forma perpendicular es en:

- a) El rectángulo.
- b) El rombo.
- c) El paralelogramo.
- d) El trapecio.

Con esta pregunta se pretende identificar si los estudiantes pueden determinar que algunas propiedades de los rombos son propiedades de los paralelogramos y que además, la igualdad de sus cuatro lados implica la perpendicularidad de sus diagonales. Por la demanda que implica esta pregunta se ha ubicado en el nivel 3, pues los estudiantes deben tener muy claro las definiciones y las propiedades de los paralelogramos, para determinar cuándo un paralelogramo es un rombo y cuando no.

Pregunta 5.

En todo paralelogramo los ángulos internos consecutivos son:

- a) Iguales.
- b) Complementarios.
- c) Suplementarios.
- d) Adyacentes.

El objetivo que se busca con esta pregunta es identificar si los estudiantes deducen: como la propiedad de suplemento de dos ángulos internos consecutivos de un paralelogramo es consecuencia de la propiedad de la igualdad de los

ángulos internos opuestos. Para responder acertadamente a esta pregunta, los estudiantes deben tener claros los conceptos y las propiedades de los paralelogramos, especialmente las de los ángulos internos, por ello esta pregunta se ubica en el nivel 3 de razonamiento según la teoría de los van Hiele.

Pregunta 6.

En todo paralelogramo la medida de los ángulos internos opuestos son:

- a) Iguales.
- b) Complementarios.
- c) Suplementarios.
- d) Adyacentes.

Con esta pregunta se busca identificar si los estudiantes tienen claridad sobre una propiedad de los paralelogramos que consiste en la igualdad de los ángulos internos opuestos. Esta pregunta pertenece al nivel dos según la teoría de van Hiele, ya que se indaga por una propiedad de los paralelogramos.

Pregunta 7.

En el siguiente paralelogramo, ¿Cuál es la medida de los ángulos H e I?

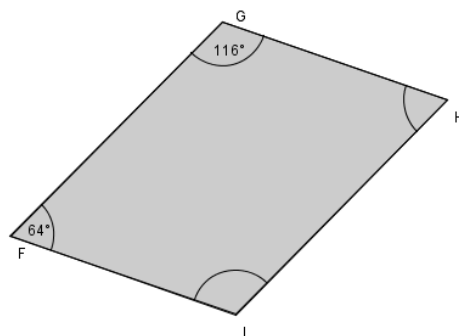


Figura 4

Figura7: cuadrilátero formado para la posprueba del grado sexto

- a) La medida del ángulo I es igual a 116° y la medida del ángulo H es igual a 90° .
- b) La medida del ángulo I es igual a 64° y la medida del ángulo H es igual a 116° .
- c) La medida del ángulo H es igual a 64° y la medida del ángulo I es igual a 64° .
- d) La medida del ángulo I es igual a 116° y la medida del ángulo H es igual a 64° .

Con esta pregunta se pretende indagar si los estudiantes identifican en un ejemplo concreto la propiedad de igualdad de los ángulos opuesto internos de un paralelogramo. Esta pregunta pertenece al nivel dos según la teoría de van Hiele, ya que se pregunta por características propias de los paralelogramos, y además establece las consecuencias derivadas de que esta figura representa un paralelogramo.

Pregunta 8.

¿Cuáles de los siguientes paralelogramos cumplen que sus ángulos internos son iguales?

- a) Cuadrado y rombo.
- b) Rectángulo y cuadrado.
- c) Rectángulo y rombo.
- d) Cuadrado y paralelogramo.

En esta pregunta el alumno debe identificar entre todos los paralelogramos, cuáles cumplen con la propiedad de tener todos sus ángulos internos iguales. Esta pregunta se puede ubicar en el nivel 3, ya que los estudiantes deben entender las

definiciones de estos conceptos, intuir también como una propiedad deriva en otra, además justificar tales consecuencias.

Pregunta 9.

¿Cuáles de los siguientes paralelogramos cumplen que sus cuatro lados son iguales?

- a) Cuadrado y rombo.
- b) Rectángulo y cuadrado.
- c) Rectángulo y rombo.
- d) Cuadrado y paralelogramo.

Con ésta pregunta se pretende que el alumno reconozca los dos tipos de paralelogramos cuyos cuatro lados son iguales. Esta pregunta se puede ubicar en el nivel 3, ya que los estudiantes deben entender las definiciones de estos cuadriláteros, intuir también como una propiedad deriva en otras, además justificar tales consecuencias.

Pregunta 10.

De las siguientes afirmaciones, ¿cuál es la correcta?

- a) Todos los rombos son rectángulos.
- b) Todos los rectángulos son rombos.
- c) Algunos rectángulos son paralelogramos.
- d) Algunos paralelogramos son rectángulos.

En ésta pregunta el estudiante debe distinguir que no todos los paralelogramos son rectángulos, que estos últimos además de tener algunas propiedades que se derivan de los paralelogramos, tienen otras que son propias solo a los rectángulos.

Esta pregunta puede ubicarse en el nivel 4, ya que requiere mayor razonamiento y exige deducciones para identificar entre las propiedades generales, las propiedades particularidades y viceversa.

Pregunta 11.

De las siguientes afirmaciones, ¿cuál es la correcta?

- a) Algunos cuadrados son rombos.
- b) Todos los cuadrados son rectángulos.
- c) Algunos cuadrados son paralelogramos.
- d) Todos los rectángulos son cuadrados.

Se cuestiona al alumno sobre qué tan claro tiene el concepto de paralelogramo, a partir de sus propiedades comparadas con las de los rectángulos y cuadrados, y entre estos últimos. Esta pregunta puede ubicarse en el nivel 4, ya que requieren mayor razonamiento, y exige deducciones para hallar entre propiedades generales, las propiedades particulares y viceversa.

Pregunta 12.

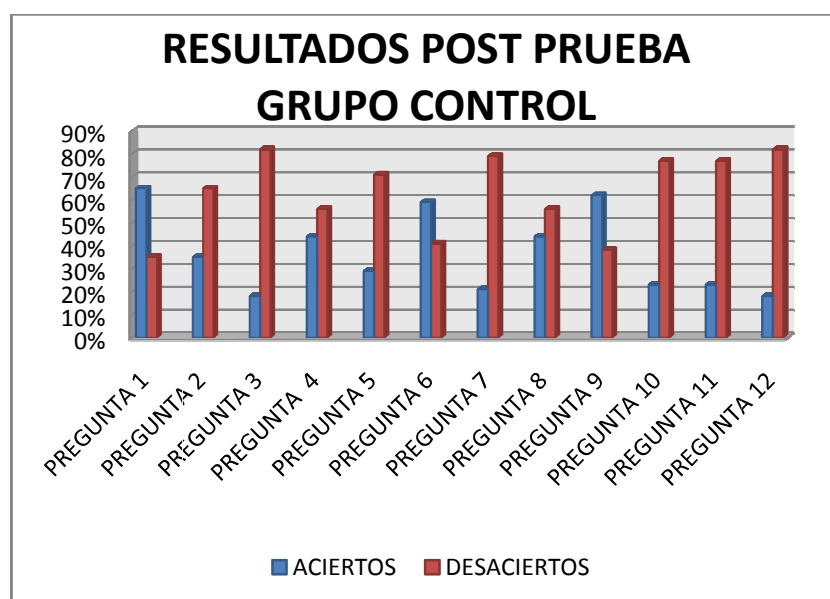
De las siguientes afirmaciones, ¿cuál es la correcta?

- a) Ningún rectángulo es cuadrado.
- b) Todos los rombos son paralelogramos.
- c) Ningún paralelogramo es rectángulo.
- d) Todos los cuadriláteros son paralelogramos.

La pregunta doce indaga por las propiedades del rombo comparadas con las del paralelogramo, el cuadrado y el rectángulo. Esta pregunta puede ubicarse en el

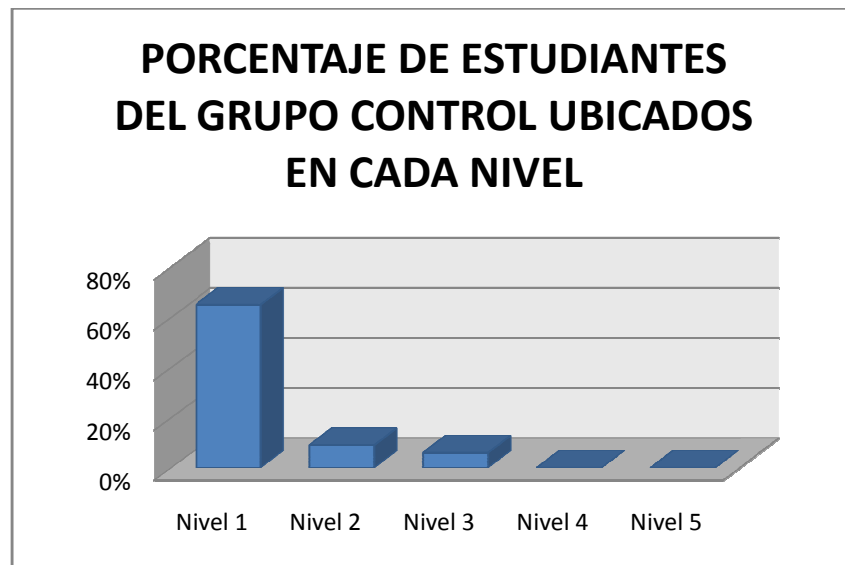
nivel 4, ya que requieren mayor razonamiento y exige deducciones para hallar entre propiedades generales, las propiedades particulares y viceversa.

GRUPO CONTROL.



Gráfica 1. Porcentaje del número de estudiantes del grupo control que aciertan las preguntas de la posprueba

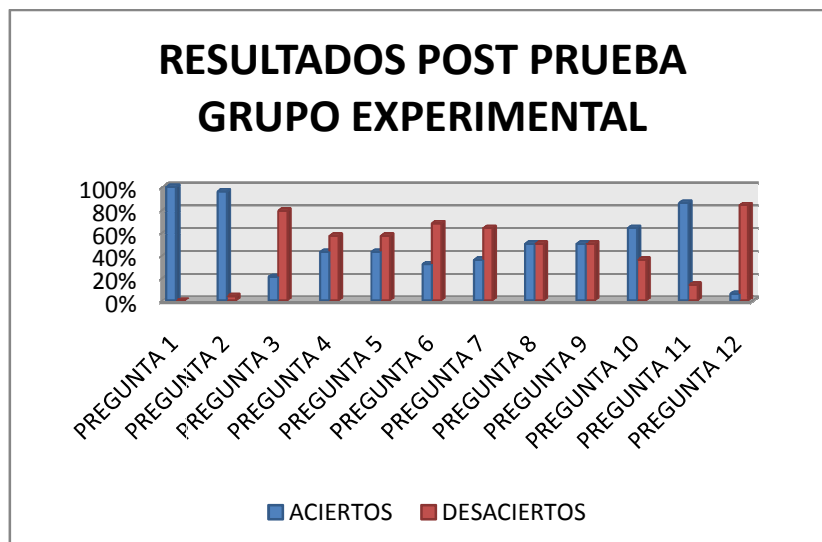
En esta gráfica se observa el porcentaje de aciertos por pregunta que tienen los estudiantes del grupo control en la posprueba.



Gráfica 2. Porcentaje de los estudiantes del grupo control ubicados en cada nivel.

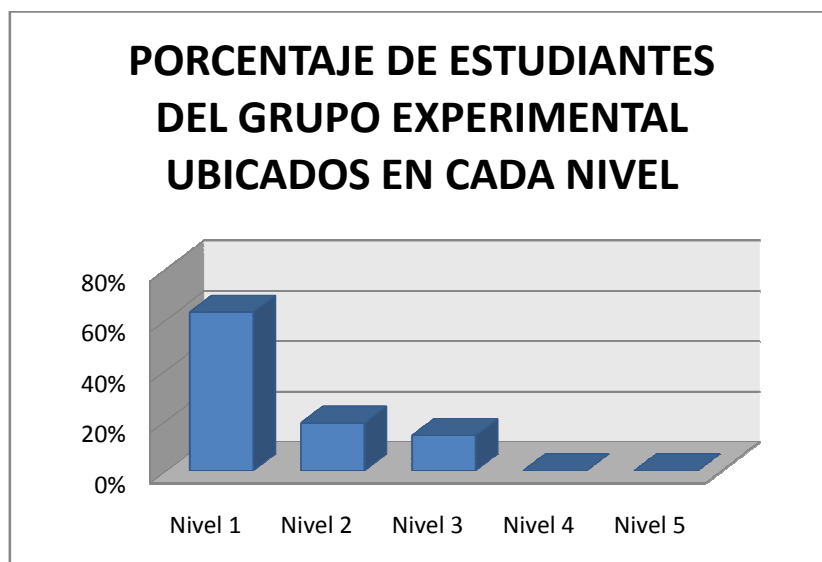
Esta gráfica permite observar que en el grupo control el 20% de los estudiantes no se ubican en ninguno de los niveles de razonamiento propuestos por los van Hiele, mientras que el 65% de los estudiantes se ubican en el nivel 1, el 9% en el nivel 2, el 6% en el nivel 3, en el nivel 4 y 5 el 0%.

GRUPO EXPERIMENTAL.



Gráfica 3. Porcentaje del número de estudiantes del grupo experimental que aciertan las preguntas de la posprueba.

En esta gráfica se observa el porcentaje de aciertos por pregunta que tienen los estudiantes del grupo experimental en la posprueba.



Gráfica 4. Porcentaje de los estudiantes del grupo experimental ubicados en cada nivel.

Esta gráfica permite observar que en el grupo experimental, el 4% de los estudiantes no se ubican en ninguno de los niveles de razonamiento propuestos por los Van Hiele, mientras que el 63% de los estudiantes se ubican en el nivel 1, el 19% en el nivel 2, el 14% en el nivel 3, en el nivel 4 y 5 el 0%.

Guías de observación (Anexo 22)

Las siguientes gráficas contienen el análisis de lo que se observa en el grupo experimental y control, a través de los tres siguientes aspectos o momentos: actitud frente a la metodología, el manejo del instrumento y la utilización que hacen del instrumento para resolver problemas.

Actitud frente a la metodología

Este aspecto pretende mostrar si la metodología que se utiliza para la enseñanza y el aprendizaje del concepto de paralelogramo, produce en el estudiante motivación, interés y compromiso para un mayor aprovechamiento conceptual.

Manejo del instrumento

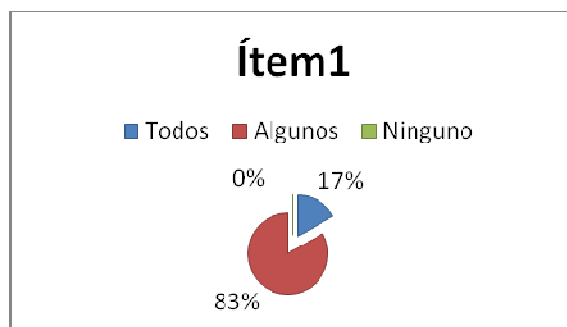
Los resultados de estas gráficas dan cuenta de las condiciones en las que se encuentran los estudiantes con respecto al manejo del instrumento, si tienen un amplio conocimiento de sus características.

Utilización que hace del instrumento para resolver problemas

Este momento hace referencia a la utilización eficiente o no de los instrumentos para resolver problemas.

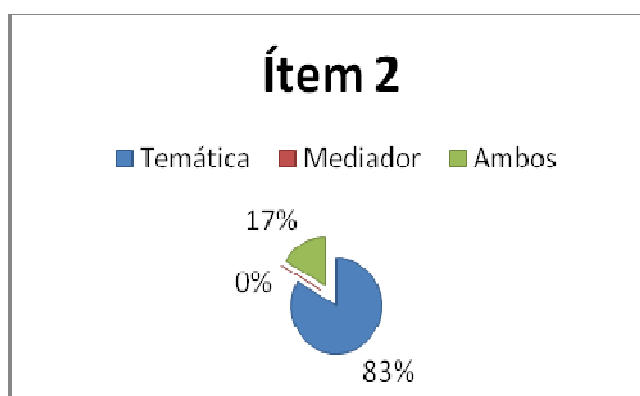
Actitud frente a la metodología.

Grupo control.



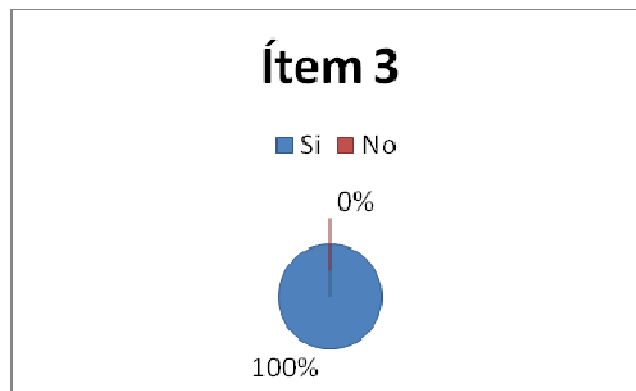
Gráfica 5. Porcentaje de las intervenciones en las cuales los estudiantes muestran o no interés por la metodología.

Esta gráfica muestra que en el 17% de las intervenciones todos los estudiantes muestran interés por la metodología, y que el 83% restante de las intervenciones sólo algunos muestran interés.



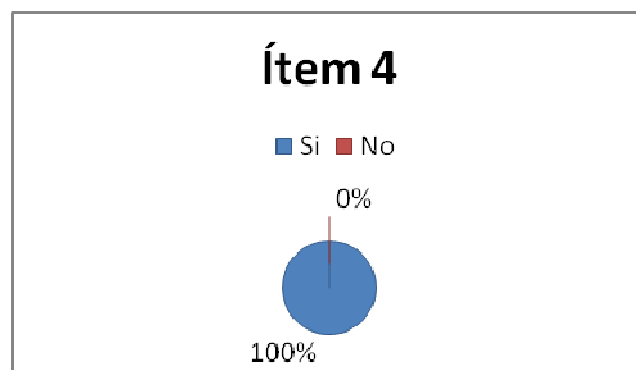
Gráfica 6. Porcentaje de las intervenciones en las cuales los estudiantes muestran interés por el mediador o por la temática.

Esta gráfica muestra que en el 83% de las intervenciones los estudiantes centran su interés solo en el mediador y en el otro 17% de las intervenciones centran su interés en el mediador y en la temática.



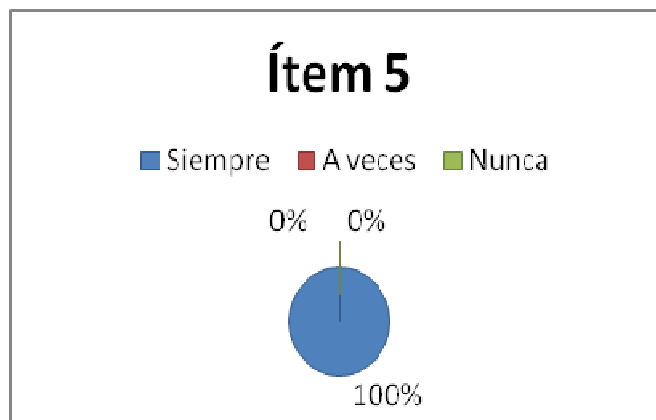
Gráfica 7. Porcentaje de las intervenciones en las cuales hay puntualidad por parte de los estudiantes para asistir en estas.

La gráfica muestra con claridad que en el 100% de las sesiones hay puntualidad por parte de los estudiantes para llegar a las clases.



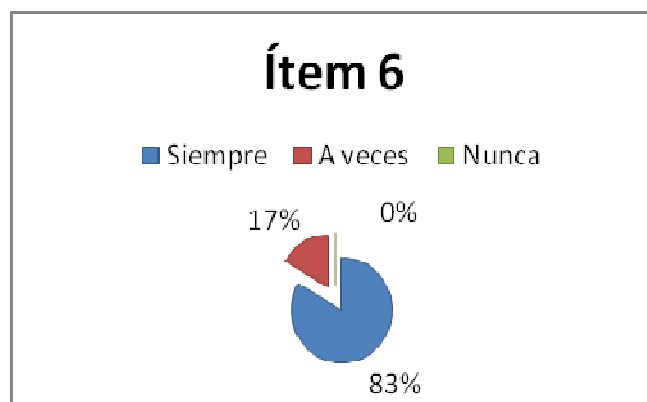
Gráfica 8. Porcentaje de las intervenciones en las cuales hay un alto porcentaje de asistencia.

Mediante esta gráfica se puede observar que en el 100% de las clases donde se implementa la metodología hay un alto porcentaje de asistencia.



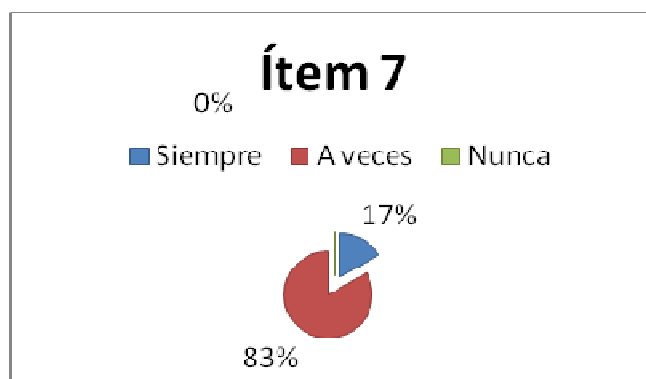
Gráfica 9. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, la metodología aporta al desarrollo ordenado de la clase.

De esta gráfica se puede aseverar que en el 100% de las intervenciones, la metodología es un elemento que aporta al desarrollo ordenado de la clase.



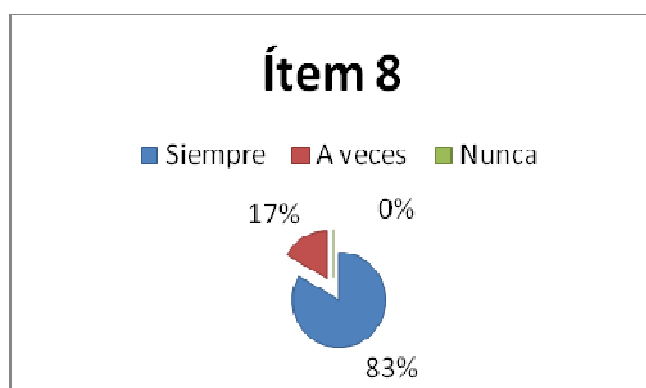
Gráfica 10. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, la metodología motiva la participación de los estudiantes a través de inquietudes y aportes que dan cuenta de de su apropiación conceptual.

De acuerdo con la gráfica se puede decir que en el 83% de las intervenciones la metodología siempre es un elemento que motiva la participación de los estudiantes, mientras que en el 17% restante sólo en algunas veces la metodología es un elemento motivador.



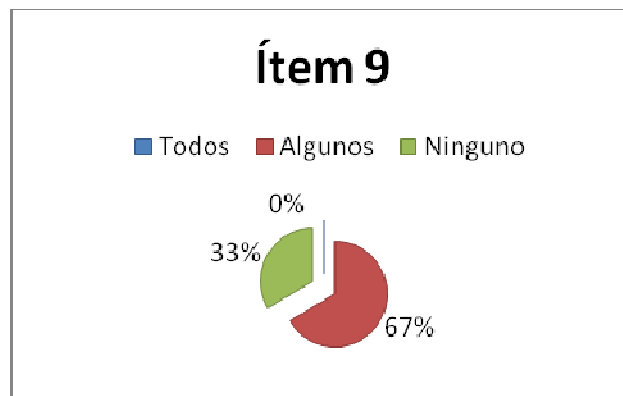
Gráfica 11. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran eficacia y rendimiento en el trabajo en clase.

A partir de esta gráfica se puede decir que en un 83% de las intervenciones, algunas veces la metodología motiva el rendimiento y la eficiencia en el trabajo en clase, mientras que solo en el 17% restante esto se presenta siempre.



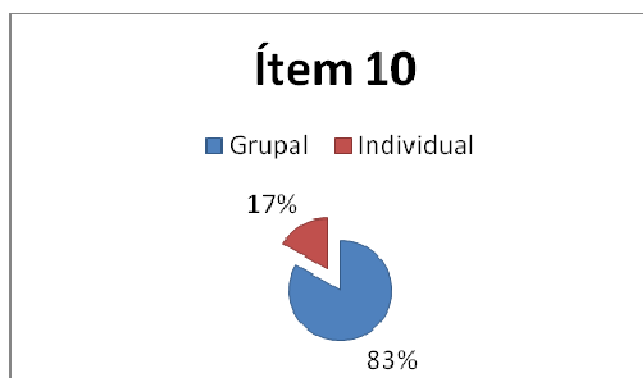
Gráfica 12. Porcentaje de las intervenciones en las que los estudiantes cumplen con las tareas y compromisos.

La gráfica muestra que en el 83% de las intervenciones, los estudiantes siempre cumplen con los compromisos y las tareas, mientras que en el 17% restante de las intervenciones, los estudiantes cumplen algunas veces con las tareas y compromisos.



Gráfica 13. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran una actitud de autoformación.

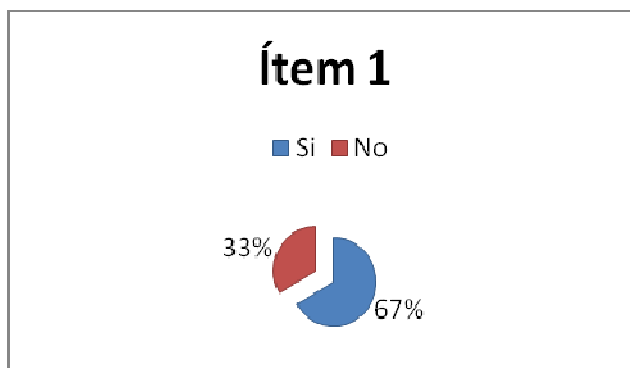
En la gráfica se puede observar que solo en el 67% de las intervenciones, algunos de los estudiantes muestran una actitud de autoformación impulsado por la metodología, mientras que en el otro 33% de las intervenciones, ninguno de los estudiantes muestran una actitud de autoformación.



Gráfica 14. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, la metodología promueve más el trabajo en grupo o el trabajo individual.

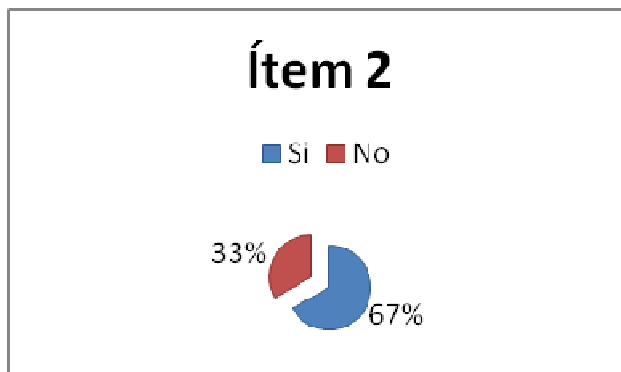
De ésta gráfica se puede concluir que en el 83% de las intervenciones la metodología promueve el trabajo en grupo y que en el 17% de las intervenciones la metodología promueve el trabajo individual.

Manejo del instrumento.



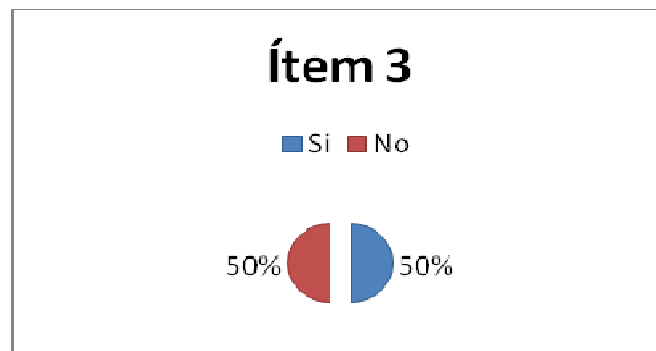
Gráfica 15. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes utilizan correctamente el instrumento propuesto para la actividad.

Los resultados condensados en esta gráfica muestran que en el 67 % de las intervenciones los estudiantes utilizan correctamente el instrumento propuesto para la actividad, y en el 33% restante lo usan incorrectamente.



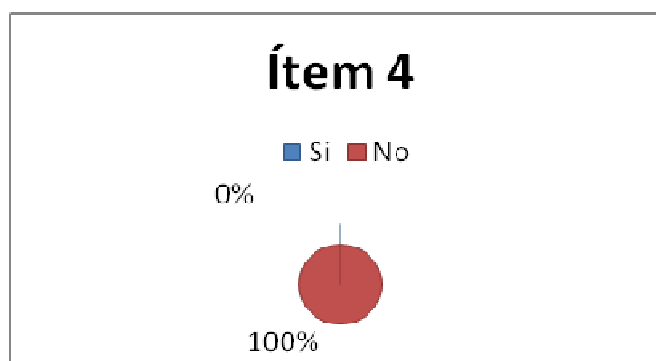
Gráfica 16. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran tener conocimiento previo del instrumento.

La gráfica refleja que en un 67% de las intervenciones los estudiantes muestran tener conocimiento previo del instrumento, mientras que en el 33% restante no muestran tener conocimiento previo del instrumento.



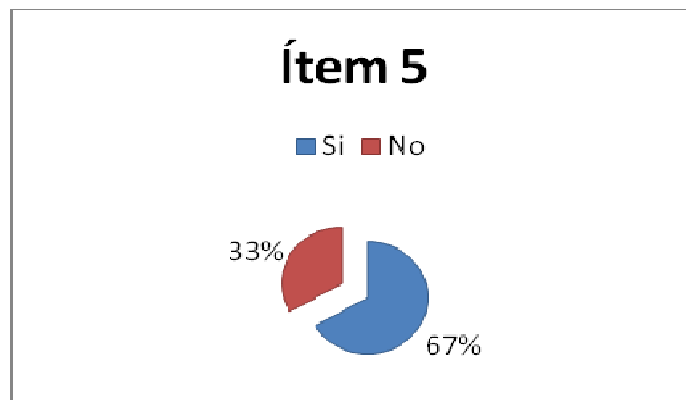
Gráfica 17. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran identificar las características del instrumento.

Esta gráfica muestra que en un 50% de las intervenciones los estudiantes muestran identificar las características del instrumento, y en el otro 50% de las intervenciones no demuestran identificarlas.



Gráfica 18. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes reconocen las limitantes del instrumento.

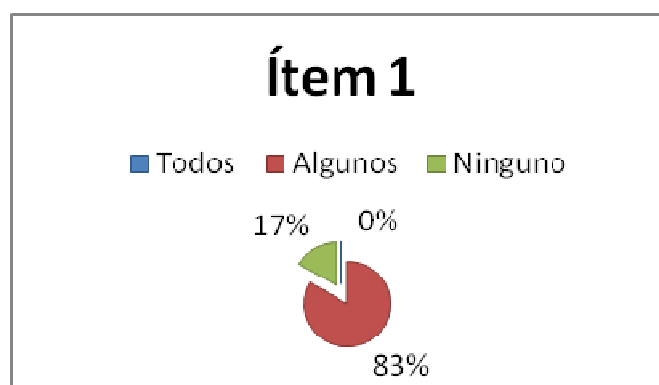
Los resultados que se muestran a través de esta gráfica evidencian que en todas las intervenciones los estudiantes no reconocen las limitantes del instrumento.



Gráfica 19. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes reconocen la utilidad del instrumento.

La información presentada en esta gráfica muestra que en el 67% de las intervenciones se observa que los estudiantes reconocen la utilidad del instrumento, mientras que en el 33% restante de las intervenciones los estudiantes no logran reconocer.

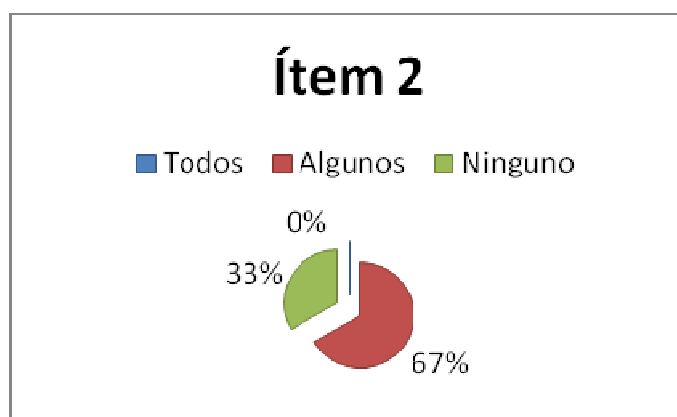
Uso del instrumento para resolver problemas.



Gráfica 20. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran identificar las características de los instrumentos y categorizarlos según las necesidades de los problemas a resolver.

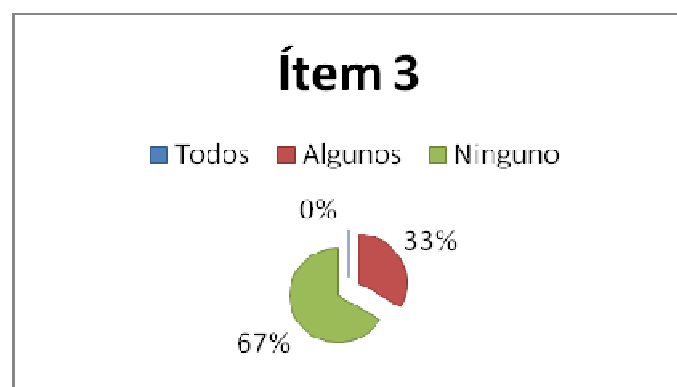
Como se puede identificar en la gráfica, en un 83% de las intervenciones se observa que algunos estudiantes identifican las características de los instrumentos y los categorizan según las necesidades de los problemas a resolver. Mientras

que en el 17% restante de las intervenciones se observa que ningún estudiante lo logra.



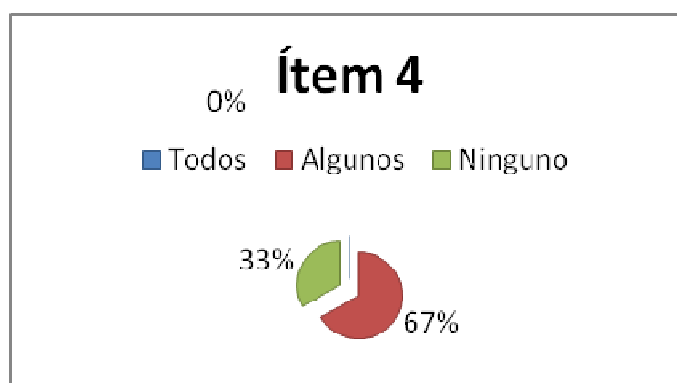
Gráfica 21. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran usar las herramientas de forma eficiente para resolver diferentes problemas.

Según los resultados expuestos en esta gráfica, en el 67% de las intervenciones algunos de los estudiantes muestran usar las herramientas de forma eficiente para resolver diferentes problemas, mientras que en el resto de las intervenciones, ninguno de los estudiantes muestran un uso eficiente de las herramientas para dicho propósito.



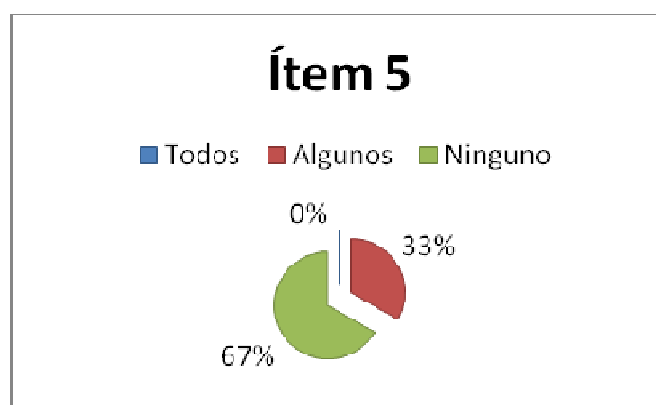
Gráfica 22. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes al solucionar un problema, reconocen otras posibilidades de solución.

Con relación a la gráfica 22, se puede decir que en el 33% de las intervenciones solo algunos estudiantes reconocen otras posibilidades de solución, al resolver un problema. Mientras que en el 67% restante de las intervenciones ningún estudiante lo logra.



Gráfica 23. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran emplear con seguridad las herramientas para resolver problemas.

De la gráfica 23 se deduce que en el 67 % de las intervenciones se observa que algunos estudiantes muestran emplear con seguridad las herramientas para resolver los diferentes problemas que se le plantean. Mientras que en el 33% restante de las intervenciones se observa que ningún estudiante lo logra.

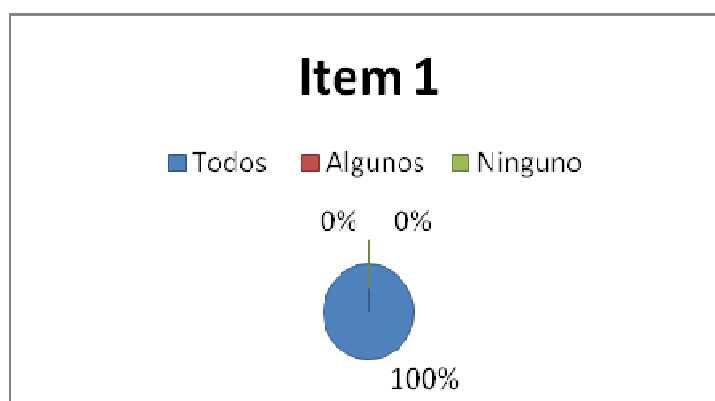


Gráfica 24. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes establecen relaciones entre los conceptos involucrados y los instrumentos a utilizar.

Los resultados expuestos en la gráfica, se reconoce que en un 67% de las intervenciones se observa que ningún estudiante establece relaciones entre los conceptos involucrados en un problema determinado y los instrumentos a utilizar para resolverlo. Mientras que en 33% restante de las intervenciones sólo algunos estudiantes muestran establecer dichas relaciones.

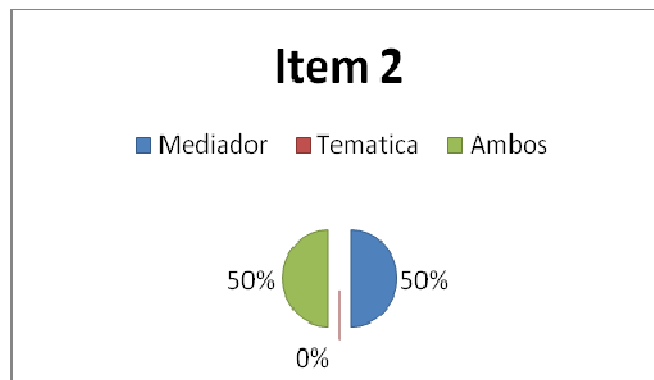
Grupo Experimental

Actitud frente a la metodología



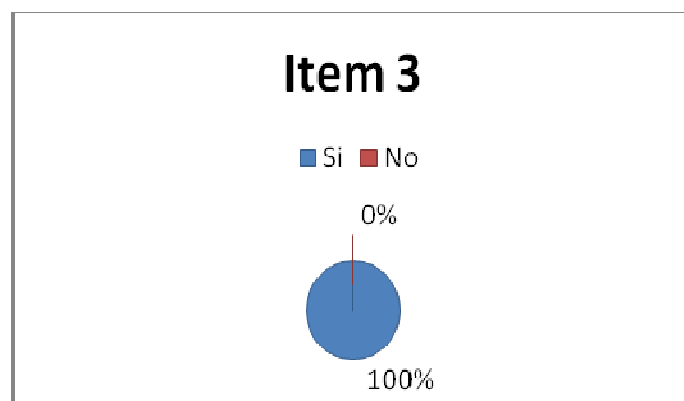
Gráfica 25. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran o no interés por la metodología.

Esta Gráfica muestra que en el 100% de las intervenciones todos los estudiantes muestran interés por la interacción con el mediador o mediadores.



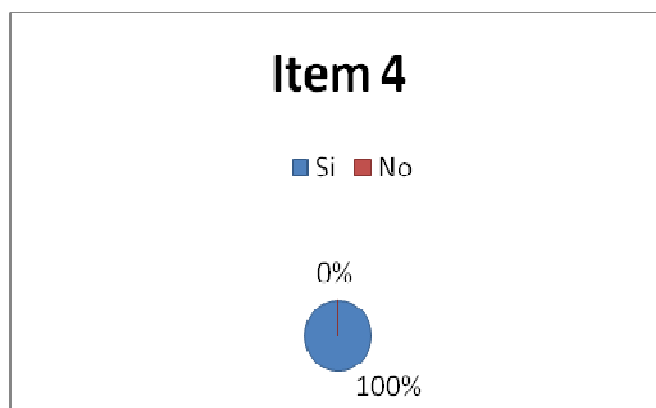
Gráfica 26. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran interés por el mediador o por la temática.

Esta Gráfica muestra que en el 50% de las intervenciones los estudiantes centran su interés solo en el mediador y en el otro 50% de las intervenciones centran su interés en el mediador y en la temática.



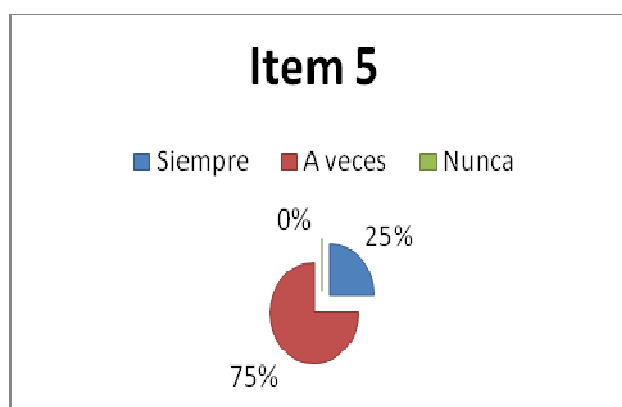
Gráfica 27. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, hay puntualidad por parte de los estudiantes para asistir en estas.

Esta gráfica muestra con claridad que en el 100% de las intervenciones hay puntualidad, ya que la metodología es motivadora para los estudiantes.



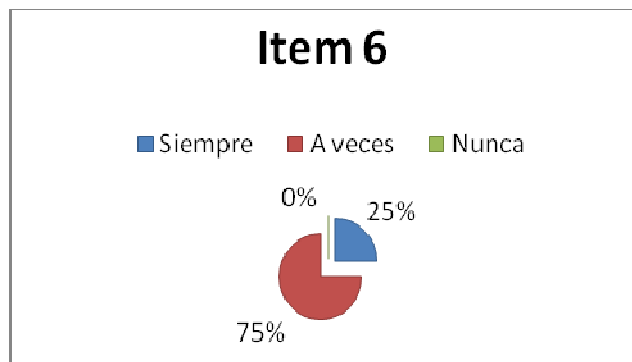
Gráfica 28. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los hay un alto porcentaje de asistencia.

El resultado obtenido en esta gráfica muestra que en el 100% de las clases donde se implementa la metodología hay un alto porcentaje de asistencia.



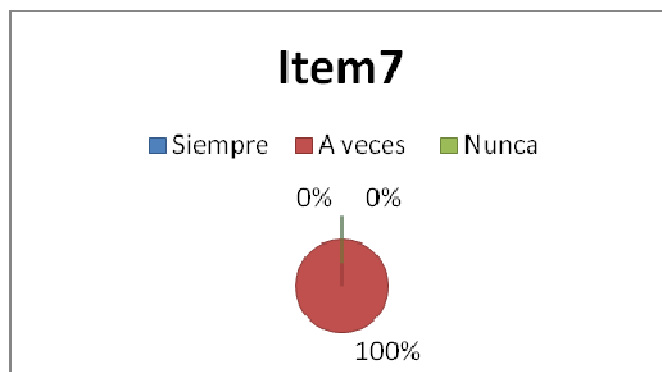
Gráfica 29. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, la metodología aporta al desarrollo ordenado de la clase.

En esta gráfica se ve con claridad que en un 25% de las intervenciones, la metodología es un elemento que aporta al desarrollo ordenado de la clase, mientras que en el 75% restante algunas veces lo es.



Gráfica 30. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, la metodología motiva la participación de los estudiantes a través de inquietudes y aportes que dan cuenta de de su apropiación conceptual.

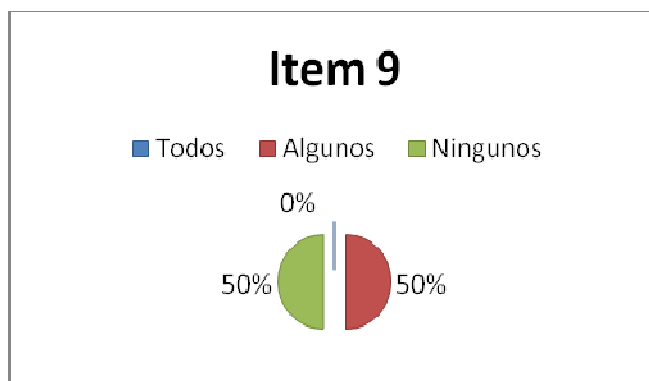
Del resultado de esta gráfica se puede concluir que la metodología implementada no siempre es un elemento que motiva la participación de los estudiantes, ya que en un 75% de las intervenciones los estudiantes algunas veces hacen aportes y manifiestan inquietudes que daban cuenta de la apropiación conceptual, mientras que en el 25% restante siempre hacen aportes significativos.



Gráfica 31. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran eficacia y rendimiento en el trabajo en clase.

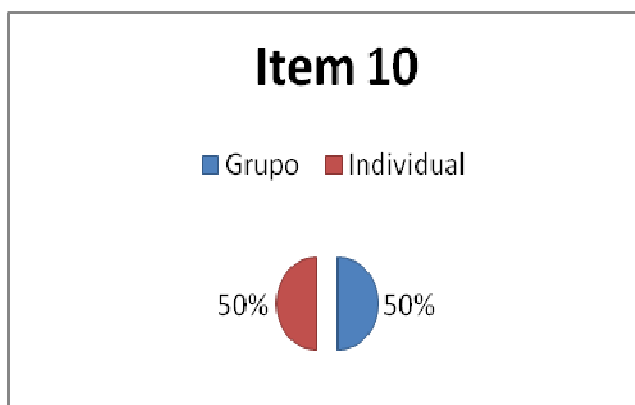
Del resultado plasmado en ésta gráfica permite concluir que en el 100% de las intervenciones algunas veces la metodología implementada potencia la eficacia y el rendimiento en el trabajo en clase.

El ítem 8 no aplica para el grupo experimental porque en ninguna de las intervenciones se propone a los estudiantes actividades extraclase, ya que no hay certeza en que ellos tengan acceso a los instrumentos.



Gráfica 32. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran una actitud de autoformación.

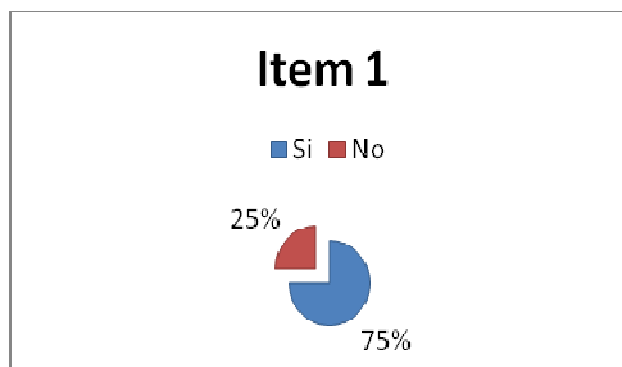
En la gráfica se puede observar que sólo en el 50% de las intervenciones, algunos de los estudiantes muestran una actitud de autoformación impulsado por La metodología, mientras que en el otro 50% ninguno de los estudiantes muestra una actitud de autoformación.



Gráfica 33. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, la metodología promueve más el trabajo en grupo o el trabajo individual.

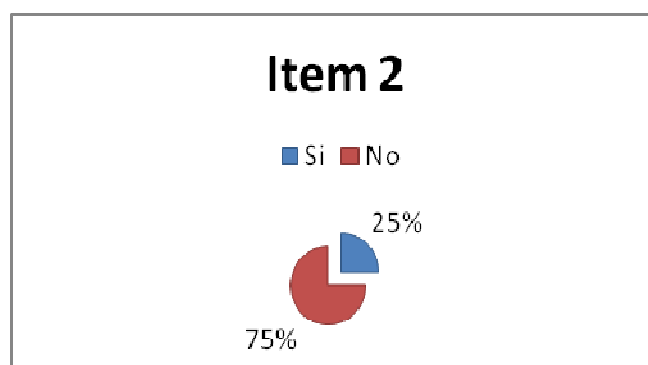
De ésta gráfica se puede concluir que en el 50% de las intervenciones la metodología promueve el trabajo en grupo y que el otro 50% de las intervenciones la metodología promueve el trabajo individual.

Manejo del instrumento



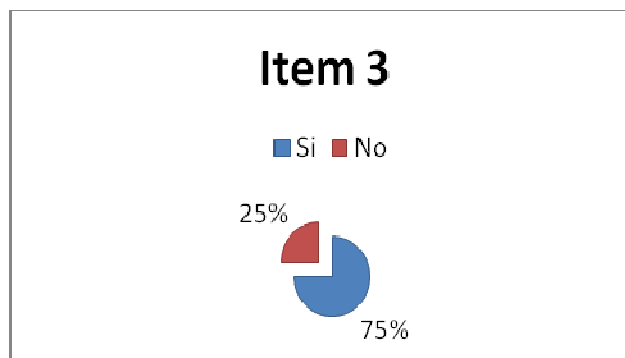
Gráfica 34. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes utilizan correctamente el instrumento propuesto para la actividad.

Los resultados expuestos en esta gráfica muestran que en el 75 % de las intervenciones los estudiantes utilizan correctamente el instrumento propuesto para la actividad.



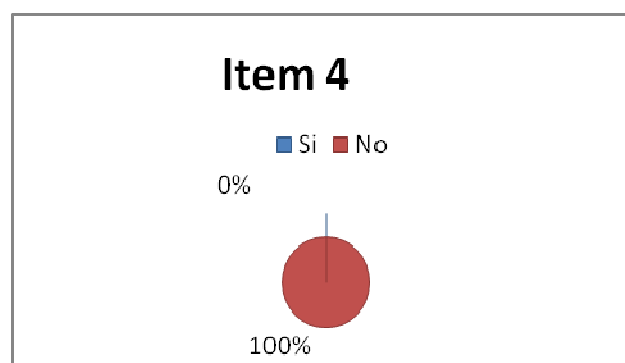
Gráfica 35. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran tener conocimiento previo del instrumento.

Estos resultados dan cuenta que solo en un 25% de las intervenciones los estudiantes muestran tener conocimiento previo del instrumento.



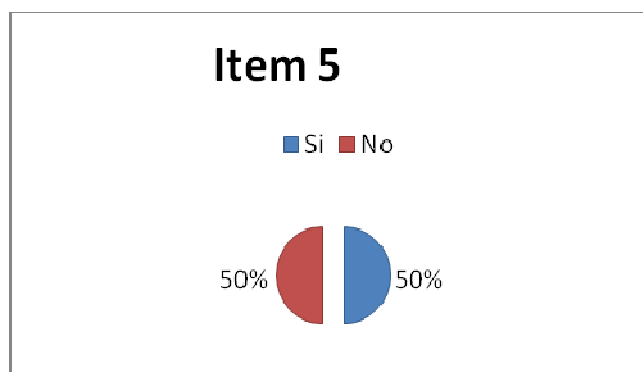
Gráfica 36. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran identificar las características del instrumento.

Esta gráfica muestra que en el 75 % de las intervenciones los estudiantes muestran identificar las características del instrumento.



Gráfica 37. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes reconocen las limitantes del instrumento.

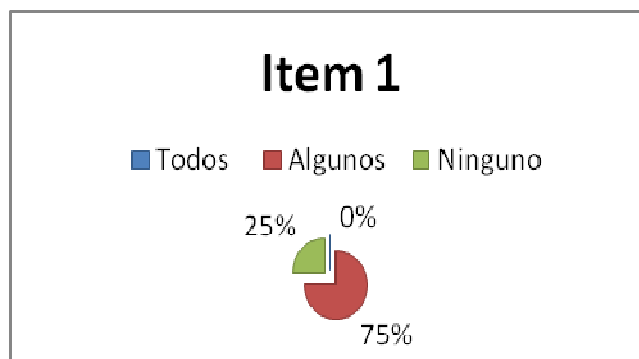
Los resultados analizados a través de esta gráfica muestran en todas las intervenciones ningún estudiante reconoce las limitantes del instrumento.



Gráfica 38. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes reconocen la utilidad del instrumento.

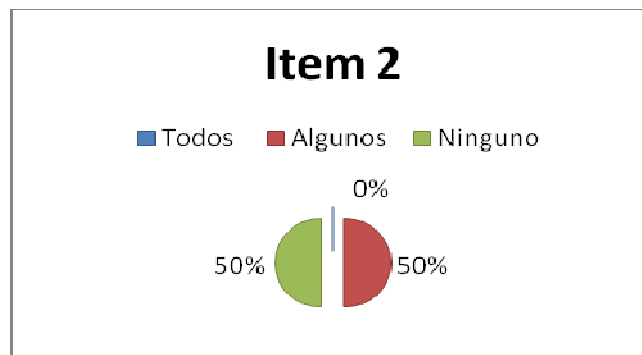
Ésta gráfica muestra que solo en el 50 % de las intervenciones se percibe que los estudiantes reconocen la utilidad del instrumento.

Utilización que hace del instrumento para resolver problemas



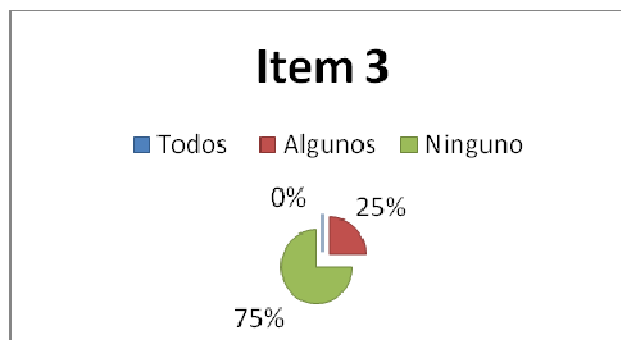
Gráfica 39. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran identificar las características de los instrumentos y categorizarlos según las necesidades de los problemas a resolver.

En un 75% de las intervenciones algunos estudiantes muestran identificar las características de los instrumentos y categorizarlos según las necesidades de los problemas a resolver, mientras que en el 25% restante ninguno de ellos logra identificarlas.



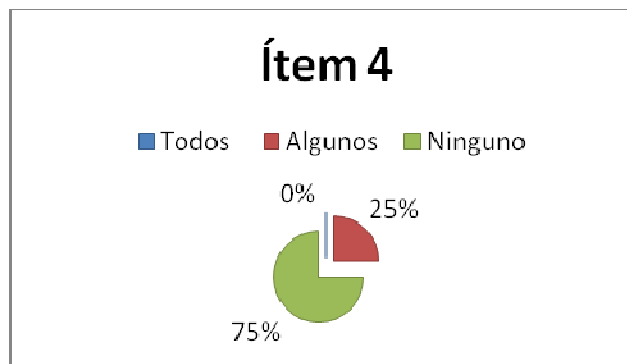
Gráfica 40. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran usar las herramientas de forma eficiente para resolver diferentes problemas.

Según los resultados expuestos en esta gráfica, en el 50% de las intervenciones algunos de los estudiantes muestran usar las herramientas de forma eficiente para resolver diferentes problemas, mientras que en el resto de las intervenciones ninguno de los estudiantes muestra un uso eficiente de las herramientas.



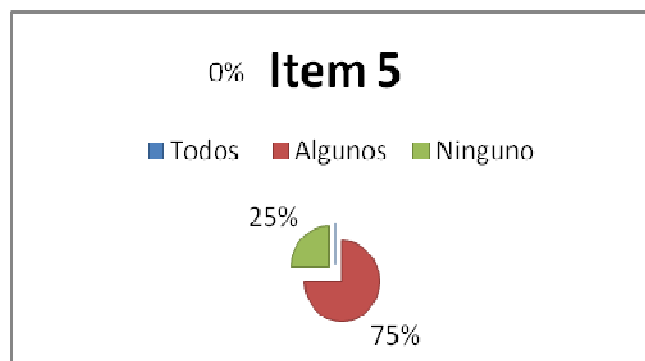
Gráfica 41. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes al solucionar un problema, reconocen otras posibilidades de solución.

De acuerdo a los resultados contenidos en esta gráfica, en el 25 % de las intervenciones algunos estudiantes, al solucionar un problema, reconocen otras posibilidades de solución, en el 75% restante ningún estudiante lo logra.



Gráfica 42. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran emplear con seguridad las herramientas para resolver problemas.

Esta gráfica muestra que en el 25 % de las intervenciones algunos estudiantes muestran emplear con seguridad las herramientas para resolver los diferentes problemas que se le plantean, mientras en que el 75% restante no es observado.



Gráfica 43. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes establecen relaciones entre los conceptos involucrados y los instrumentos a utilizar.

Los resultados condensados en esta gráfica muestran que solo en el 75% de las intervenciones se puede observar que algunos de los estudiantes establecen relaciones entre los conceptos involucrados y los instrumentos a utilizar

Entrevista semiestructurada (Anexo 23)

A continuación se presenta una síntesis de la percepción que tienen los estudiantes, tanto del grupo control, como el grupo experimental después de la intervención de la metodología implementada, en la construcción del concepto de paralelogramo.

Grupo control

Ante la primera pregunta ¿Cómo te pareció el trabajo realizado en las últimas clases?, que se refiere a si los materiales fueron motivadores, y si las actividades fueron adecuadas y claras.

Los estudiantes plantean, que las actividades y los materiales son motivadores, además que las actividades son muy claras y precisas sobre lo que se debe hacer, además aseguran que el trabajo es muy interesante, ya que aprenden como y para que se utilizan el compás, la regla, el transportador, entre otros, también es muy interesante por los conceptos trabajados con estos instrumentos.

Con respecto a la segunda pregunta en la cual se indaga sobre ¿Qué dificultades encuentras en el desarrollo de las actividades planteadas?

Las respuestas coinciden en afirmar que el desarrollo de las actividades no es para nada difíciles, ya que en el desarrollo de estas se explica muy bien lo que hay que hacer. Y además ya saben manejar mejor los instrumentos que se deben emplear para resolver las actividades. Sin embargo más adelante con la pregunta

4, reconocen que algunas actividades tienen un nivel de complejidad mayor, es decir, que hay algunos problemas más difíciles de solucionar. Consideran que las actividades más difíciles son aquellas que implican tener muy claros los conceptos que previamente se han trabajado con las guías de intervención.

Con respecto a la tercera pregunta ¿Qué fortalezas encuentras en el desarrollo de las actividades planteadas?

Las respuestas convergen en afirmar que el desarrollo de las actividades es muy favorable en el sentido que les permite mejorar el manejo de los instrumentos, y comprender los conceptos trabajados, alguno incluso menciona que con las actividades realizadas puede ayudar mucho para otros grados. En términos generales la mayor fortaleza que los estudiantes describen del desarrollo de las actividades es su facilidad por la claridad de las explicaciones.

Las respuestas a la pregunta 4 que se refiere a ¿Cómo se siente cuando desarrolla las actividades?

Las respuestas coinciden en reconocer que durante el desarrollo de las actividades se sienten muy bien, muy cómodos, ya que las actividades son fáciles de responder, unas más que otras. Alguno de ellos afirma sentirse muy interesado y hasta feliz de aprender tantas cosas.

Frente a la pregunta 5, ¿Sientes que las actividades planteadas motivan el deseo de aprender geometría, y matemática?

A lo que en general los estudiantes responden que las actividades les permiten aprender muchas cosas, aseguran que la mayoría de sus compañeros están muy interesados, sin embargo, algunos no muestran tanto interés.

La pregunta 6 puede aclarar este punto ya que se pregunta por la disciplina, ¿Sientes que se mejora o se desmejora la disciplina con actividades como ésta?

A lo que los estudiantes plantean claramente que cuando el desarrollo de las actividades implica realizarlas en grupos la disciplina desmejoraba constantemente, sin embargo cuando las actividades implican el trabajo individual, la disciplina mejora considerablemente.

Frente a la última pregunta, 7, ¿Sentías deseos de llegar temprano a las clases?

Vemos que las respuestas convergen en el sentido que los estudiantes entrevistados plantean su deseo de llegar siempre temprano a clase, en primer lugar para terminar rápido las actividades planteadas para ese día, y en segundo lugar, plantean su deseo de llegar temprano a clase porque consideran que tienen oportunidad de aprender más.

Grupo experimental

Ante la primera pregunta ¿Cómo te pareció el trabajo realizado en las últimas clases?, que se refiere a si los materiales fueron motivadores, y si las actividades fueron adecuadas y claras.

Los estudiantes afirman que, el cambio de ambiente de aprendizaje es muy significativo ya que ésta metodología es nueva para ellos, no el uso del computador como tal, sino su uso como herramienta de trabajo en la clase de matemáticas, visionando su empleo como algo tan común y trascendente en el futuro.

Lo caracterizan como interesante, divertido y cómodo de utilizar. A los estudiantes les gusta estar por fuera del aula de clase, cambiar de rutina, que el maestro les ofrezca nuevas alternativas, tener la posibilidad de trabajar en otros ambientes, que les permita aprender por medio de la experimentación, y según ellos este software les permite hacer y volver hacer.

Con relación a la segunda pregunta ¿Qué dificultades encuentras en el desarrollo de las actividades planteadas?

Para los estudiantes el trabajo en parejas es la dificultad más notable, ya que compartir el mediador retrasa el avance en la construcción del concepto.

A nivel más general, el computador es un gran distractor, ya que él no es solo una herramienta de trabajo, entonces las personas que no se interesan en los temas tratan de buscar otras alternativas.

Con respecto a las herramientas de trabajo, para ellos son fáciles de utilizar, ya que los iconos de RyC son muy claros, cada uno de ellos le dice al estudiante para que es creado o que concepto ilustra.

Para los estudiantes los objetivos de las guías son fáciles de alcanzar, porque el software es de gran ayuda para la construcción de los paralelogramos permitiendo evaluar en todo momento si la construcción esta correcta, y además las preguntas están muy bien planteadas.

Con referencia a la tercera pregunta ¿Qué fortalezas encuentras en el desarrollo de las actividades planteadas?

Para los estudiantes el cambio de ambiente es la fortaleza más grande que tiene la implementación de la metodología pues nunca han trabajado un concepto matemático por fuera del salón y sin la utilización del cuaderno.

Y la fortaleza que tiene el software RyC, es que se aproxima a un tablero personal en el que se puede experimentar equivocarse y volver a intentar; potenciando así un mayor interés en el desarrollo del trabajo planteado por el profesor.

Esta metodología sirve para aprender por que permite reconocer y diferenciar claramente conceptos tales como segmento, recta, semirrecta, punto y circunferencia.

Con respecto a la pregunta 4 que hace referencia al ¿Cómo se sintieron los estudiantes cuando desarrollaban las actividades?

La mayoría de los estudiantes afirman sentirse a gusto y motivados en el desarrollo de las actividades porque, el software RyC brinda herramientas tales como: regla, compas, transportador entre otros, las cuales son más fácil de manejar que las reales y además van al ritmo de cada uno, los estudiantes coinciden en afirmar que con todas estas alternativas de trabajo se hace más difícil el desarrollo de actividades relacionadas con el concepto, ya que no permite más explicaciones.

Frente a la pregunta 5: ¿Sientes que las actividades planteadas motivan el deseo de aprender geometría, y matemática?

Los estudiantes se sienten motivados por que según su apreciación, la matemática y la geometría se aprenden a través de la experimentación, y el software es de gran ayuda haciendo más fácil la comprensión de los temas, ya que permite más explicaciones, y se puede reversar, “es como una ventana a un pasado, en el que puedes volver e intentar, intentar, intentar hasta que puedas entender los temas”.

Con respecto a la intervención en el desarrollo de las guías su participación es muy buena, los estudiantes coinciden en que, están diseñadas de tal manera que se hacen adelantos en el uso de RyC.

Los estudiantes afirman sentir que con las actividades que permiten la interacción con RyC, se fortalece el interés por los conceptos de geometría ya que se evidencia por que los alumnos sienten deseos de llegar temprano a clase.

Con relación a la pregunta 6: ¿Sientes que se mejora o se desmejora la disciplina con actividades como éstas?

Los estudiantes afirman que el trabajo en grupo, con este mediador es bueno porque “serán más opiniones siempre y cuando tu grupo tenga un interés.” Si el grupo no tiene el interés el computador no favorece la construcción de conocimiento, ya que no es solo una herramienta de trabajo y ofrece muchas otras alternativas que distrae a los estudiantes, potencian la indisciplina y el desorden.

En su gran mayoría los estudiantes a través de sus respuestas afirman que, el computador como herramienta de trabajo es cómoda, divertida y fácil de usar, gracias a la utilidad del mouse y de la pantalla; es como un tablero personal en el que se puede aprender por medio de la experimentación, permite volver a intentar de nuevo.

Con respecto a la séptima pregunta ¿Sentías deseos de llegar temprano a las clases? ¿Sentías deseo de llegar temprano a clase?

Todos los estudiantes llegan puntuales a la clase ya que tienen muchos deseos de trabajar con los computadores, de explorarlos, buscando en ellos las múltiples posibilidades de entretención que brinda.

Algunos estudiantes reconocen, que haciendo uso adecuado de estas posibilidades se avanza mucho más en la construcción del conocimiento matemático.

ANÁLISIS DE LAS CATEGORÍAS.

Las categorías que se analizan a continuación, son: el aprendizaje de la geometría, la actitud frente a la metodología, el manejo del instrumento y el uso del instrumento para resolver problemas. Se analizan con el propósito de comparar procesos y resultados entre ambos grupos, lo que permite determinar las diferencias del aprendizaje de geometría con el software dinámico RyC, en un ambiente virtual, y el aprendizaje con elementos convencionales como la regla, el compás, el transportador, entre otros, en el aula regular.

Aprendizaje de la geometría.

Frente a esta categoría se observa que en el grupo control el 20% de los estudiantes no alcanza ningún nivel de razonamiento, mientras que en el grupo experimental solo un 4% de los estudiantes obtienen este mismo resultado. Ahora en el nivel 1 es ubicado el 65% de los estudiantes del grupo control, y el 63% de los estudiantes del grupo experimental. Frente a este nivel de razonamiento no se nota gran diferencia, lo que puede deberse a que los estudiantes de ambos grupos de alguna manera ya están familiarizados con el concepto de cuadrilátero y de paralelogramo, sin reconocer las características y propiedades de este último, por ello se les facilita identificarlos visualmente entre otros polígonos.

En el nivel 2 se ubica el 9% de los estudiantes del grupo control y el 19% de los estudiantes del grupo experimental. Esta diferencia se puede deber a que para ubicarse en este nivel es necesario conocer los componentes de las figuras y sus propiedades básicas, lo cual se da en los estudiantes del grupo experimental porque al interactuar con el software RyC, este puede favorecer la visualización de los objetos geométricos, ya que este software ofrece un dinamismo que permite

que los objetos no sean estáticos, pues al mover algunos de los elementos se abstraen propiedades estructurales de estos objetos, a diferencia de la enseñanza tradicional de la geometría donde los objetos si son estáticos y esto puede dificultar tal abstracción. En este sentido plantea Crowley que “[...] a través de la observación y experimentación los estudiantes empiezan a discernir las características de las figuras. Estas propiedades que surgen se usan para conceptualizar clases de formas.” (Crowley, 1987, pág. 1).

En el nivel 3 se ha ubicado el 6% de los estudiantes del grupo control y el 14% de los estudiantes del grupo experimental. Esta notable diferencia se da porque algunos de estudiantes de este último grupo comprende las interrelaciones entre las figuras (todos los cuadrados son rombos) por tanto son capaces de construir argumentos informales para justificarlas, combinando la manipulación experimental que permite el software RyC con el razonamiento lógico. “El software RyC favorece la ejecución de actividades de exploración de propiedades y relaciones geométricas, que pueden ser verificadas mediante el uso de mecanismos de control que están incorporados al programa. Una de las principales ventajas de ésta herramienta es que permite animar las construcciones geométricas conservando sus propiedades básicas, es decir que le agrega movimiento a la clásica geometría euclidiana” (Álvarez, citado por en Sandoval, 1994). Mientras que el grupo control los estudiantes no pueden establecer estas interrelaciones, puede ser debido a que no abstraen relaciones entre los paralelogramos, por el estatismo de los instrumentos con los cuales desarrollan las actividades, y que también les genera, en comparación con el grupo experimental poco interés en el desarrollo del trabajo.

Ningún estudiante de ambos grupos alcanzó el nivel 4.

Con respecto a la no ubicación de los alumnos en el nivel 4, puede que este nivel no haya sido alcanzado por ningún estudiante de ambos grupos debido a que, ellos reconocen algunas propiedades y son capaces de construirlas y transmitir las correctamente a través tanto del software RyC y los instrumentos convencionales, ya que estos permiten construir, analizar y hacer conjeturas. Pero los estudiantes no reconocen las condiciones necesarias y suficientes, no hacen conjeturas, por tanto no tiene los elementos para verificar la validez de una afirmación matemática. Pueden entender una demostración explicada por el docente pero no las comprenden en cuanto a su estructura, no son capaces de producirla por sí mismos o de modificar su secuencia o de concretarla a partir de premisas diferentes. Además los alumnos no establecen relaciones entre las propiedades que alcanzan a deducir y los instrumentos en el momento de resolver problemas.

Esto puede deberse también a que, como algunos estudios han mostrado, la población estudiantil media no alcanza los últimos dos niveles, especialmente el de rigor, pues exige un nivel de cualificación matemático elevado, y a esto se le suma el hecho de que no hay mucha diferencia entre estos dos últimos niveles. Como lo plantean Fouz: “[...] además, trabajos realizados señalan que los estudiantes no universitarios, como mucho, alcanzan los tres primeros niveles” (Fouz, 2006 pág. 1,).

Actitud frente a la metodología.

Diferencias

En cuanto a esta categoría, se observan algunas diferencias que se consideran significativas. La primera diferencia que se reconoce es que ante el planteamiento de la metodología a ambos grupos, en el grupo control en un 17% de las intervenciones todos los estudiantes muestran interés por la metodología y en el

83% de las intervenciones restantes solo algunos estudiantes muestran interés. Mientras que en el grupo experimental en todas las intervenciones todos los estudiantes muestran interés por la metodología.

Lo que puede deberse al cambio de ambiente de aprendizaje mediado por el software de geometría dinámica como RyC, que genera mayor motivación para los estudiantes, como lo plantean ellos mismos. Por ejemplo para el grupo experimental la metodología planteada llena de nuevas expectativas a los estudiantes, la idea de utilizar el computador en clase es muy motivante, el trabajo con herramientas diferentes a las comúnmente utilizadas y el cambiar de lugar de trabajo genera en los alumnos un interés especial por el desarrollo de las actividades. En el caso del grupo control la metodología es tan común, que por tal razón, no se evidencian cambios trascendentales en la actitud, solo en la primeras intervenciones los estudiantes muestran gran motivación e interés, luego solo en algunos estudiantes perdura esta actitud, generalmente en los estudiantes que han mostrado gran interés por las matemáticas en general, aunque de las entrevistas que se realizan en este grupo, se puede observar que la metodología les genera mucho interés, este interés no es tan generalizado a todos los estudiantes y a todas las intervenciones. Por tanto se puede asegurar que el empleo de metodologías que implique software de geometría dinámica como mediadores en la enseñanza de conceptos matemáticos, favorecen la motivación y el interés por parte de los estudiantes, lo que puede generar mejores resultados a la hora de evaluar las apropiaciones conceptuales.

Otro aspecto en el que se halla una gran diferencia entre ambos grupos consiste en que en todas las intervenciones del grupo experimental se observa que su atención esta centrada en el mediador, ya que los estudiantes están más interesados en el computador que en la comprensión de los conceptos geométricos propuestos para el trabajo, pues la interacción con este es algo, novedoso y además ofrece múltiples alternativas tanto de trabajo como de entretenimiento, muestran interés en la temática después de haber explorado

muchísimo algunas de las alternativas del computador y el dinamismo del software RyC, mientras que en un alto porcentaje de las intervenciones en el grupo control se observa que su atención está centrada en la temática, ya que los estudiantes intentan solucionar las actividades que se les plantea, en ocasiones, dejando de lado los instrumentos propuestos para tal finalidad.

Con relación al desarrollo ordenado de la clase se observa también una gran diferencia, en el grupo control la metodología siempre aporta a esta, mientras que en el experimental solo en el 25% de las intervenciones la metodología aporta a un proceso ordenado, ya que en este último grupo, esta se plantea de tal manera que los alumnos trabajan en parejas, pues las salas de sistemas no están dotadas para el trabajo individual. Esto unido a las múltiples alternativas de uso que posee el instrumento, fomenta desorden en el desarrollo de la clase. Mientras que en el grupo control al dar indicaciones sobre el trabajo a realizar los estudiantes optan por dedicarse al trabajo, al desarrollo de las guías. Sin implicar todo ello que un grupo este comprendiendo más que otro. Sin embargo algo que los estudiantes aportan desde la entrevista en este punto es que, el trabajo en grupos puede generar desorden y poca disciplina si todos los estudiantes de cada grupo no están interesados en el trabajo y dejan a algunos integrantes de este grupo la resolución de las tareas, mientras que el trabajo individual puede contribuir al orden en la clase porque cada uno tiene la responsabilidad de resolver su tarea.

En el grupo control en un alto porcentaje, 83%, de las intervenciones la metodología siempre motiva la participación de los estudiantes, ya que ellos participan en gran medida en las discusiones y socializaciones que se plantean durante y posterior al desarrollo de las guías de intervención. Plantean tanto inquietudes que le generan las actividades, como las soluciones que han encontrado a algunos problemas geométricos que se les proponen en dichas guías. Mientras que en el grupo experimental solo en el 25 % de las intervenciones la metodología siempre motiva la participación. Pues la gran mayoría de estudiantes de este grupo muestra todo el tiempo mayor interés en el

uso exclusivo del computador y no en la temática como tal, por ello se evidencia poca participación en la construcción y apropiación del concepto. Y aunque como los estudiantes del grupo experimental plantean durante la entrevista su motivación e interés para el trabajo, este no pasa del trabajo en el computador, dando muy poca importancia a las oportunidades de socializar las inquietudes y los resultados de cada compañero.

En cuanto a los compromisos acordados para cada sesión se observa un alto porcentaje de cumplimiento en el grupo control, los estudiantes llevan a las clases los materiales y las actividades que se proponen para realizarlas por fuera de las clases. Por su parte este aspecto no es observable en el grupo experimental, ya que no se acuerdan tareas extra clase, porque no se tiene la garantía de que los estudiantes tengan acceso al mediador por fuera de la institución.

La metodología promueve en el 83% de las intervenciones en el grupo control el trabajo en grupo, sin embargo como lo plantean los estudiantes este grupo, el trabajo en grupo puede generar mayor desorden e indisciplina, y esto puede ser cierto, y esto puede significar un proceso muy lento a la hora de la comprensión de los conceptos, ya que este desorden genera dificultades en la concentración requerida para la realización de las guías propuestas. Mientras que en el grupo experimental solo en un 50% lo promueve, ya que el uso del computador para el trabajo en conjunto no es una buena alternativa, pues solo uno de los estudiantes es el que interactúa directamente con el mediador, mientras que el otro se distrae sino está interesado en la temática, otra posibilidad es cuando quien manipula el computador no manifiesta ningún tipo de interés en la temática lo cual desmotiva a su compañero, con el cual comparte el computador.

Semejanzas

En cuanto a las semejanzas que se observan frente a esta categoría, en ambos casos se evidencia que en todas las intervenciones hay puntualidad y alto porcentaje de asistencia. Los estudiantes del grupo control procuran llegar temprano a clase para, como ellos lo indican en las entrevistas, terminar ligero las actividades propuestas para cada clase, algunos motivados en realizar más actividades que sus demás compañeros, otros simplemente con la esperanza de salir más temprano que sus compañeros. En cuanto a la asistencia esta es siempre muy nutrida, estos son grupos que generalmente asisten masivamente a las clases de matemáticas.

También se observa que en todas las intervenciones del grupo experimental se nota un bajo rendimiento y eficacia en el trabajo en clase, pues el entretenimiento del trabajo en grupo y las múltiples alternativas que ofrece el computador dispersa a los alumnos, perdiendo así la secuencia de las actividades, caso similar al grupo control, ya que en el 83% de las intervenciones a veces se observa este rendimiento y eficiencia. Algunas dificultades con el manejo de la regla, el compas y el transportador, hacen que en la mayoría de la intervenciones los estudiantes destinen más tiempo a mejorar el manejo de estos que a la construcción de los conceptos geométricos propuestos, lo que genera entonces un bajo rendimiento y eficiencia, y lo que puede haber generado que la gran mayoría de los estudiantes que pertenecen a este grado no hayan superado el primer nivel de razonamiento.

Frente a la autoformación de los estudiantes motivada por la metodología, en el grupo control se observa que en el 67% de las intervenciones algunos estudiantes muestran esta actitud, mientras que en el 33% restante se observa que ningún estudiante lo hace, por otra parte, en el grupo experimental solo en el 50% de las intervenciones algunos estudiantes muestran esta actitud.

El porcentaje de autoformación en los estudiantes de ambos grupos es muy bajo, ya que la gran mayoría se limitaba a realizar las actividades propuestas en la construcción del concepto de paralelogramo, sin mostrar interés en la búsqueda independiente de información que complementara su conocimiento.

Manejo del instrumento.

Ahora frente a esta categoría se encuentran las siguientes diferencias y semejanzas frente a algunos aspectos.

Diferencias

En el grupo control se observa que frente al conocimiento previo que poseen los estudiantes de los instrumentos, en el 67% de las intervenciones los estudiantes muestran tenerlo mientras que en el 33% de las intervenciones no lo evidencian. Se observa que los estudiantes conocen y saben para que sirven la regla, el compás y el transportador, pero no saben cómo se utilizan, además no reconocen que algunos procedimientos se pueden realizar con varios instrumentos, por ejemplo al medir un segmento y reproducirlo, los estudiantes siempre emplean la regla, sin conocer que al hacerlo con el compás obtiene mayor precisión. En el grupo experimental se observa que solo en el 25 % de las intervenciones los estudiantes muestran tener conocimiento previo del instrumento, ya que un bajo porcentaje de alumnos de este grupo tienen computador y aun mas pocos tienen conectividad, además de eso nunca en clase de matemáticas han trabajado con software dinámico para la clase de geometría. Por tanto puede aseverarse que muchas veces no es la falencia de instrumentos interactivos para la enseñanza de matemáticas, sino que los docentes de esta área, por distintas razones, no ponen a disposición de los estudiantes los recursos con los que se cuentan.

En el 50% de las intervenciones del grupo control los estudiantes muestran identificar las características del instrumento, mientras que el 50 % de las

intervenciones restantes los estudiantes no lo muestran. Se observa que los estudiantes de este grupo en el inicio de las intervenciones no logran identificar las características de los instrumentos porque no saben usarlo, por ello no conocen sus potencialidades. Posteriormente ya se observa que los estudiantes manejan medianamente bien los instrumentos, y al emplearlos en más oportunidades, van reconociendo sus características. Sin embargo, los estudiantes no manifiestan estas dificultades durante las entrevistas, es decir que los estudiantes no ven esta situación como una dificultad. Mientras tanto, en el 75% de las intervenciones del grupo experimental los estudiantes identifican las características del instrumento. Los alumnos del grupo experimental identifican sus características ya que el software RYC está dotado de herramientas que no son tan ajenas, tales como compas, transportador etc. y lo reconocen como un software dinámico e interactivo.

Semejanzas.

Frente al manejo del instrumento o herramienta, en el grupo control en el 67% de las intervenciones los estudiantes manejan correctamente los instrumentos, ese porcentaje en el grupo experimental corresponde 75% de las intervenciones. Después de reconocer las características del instrumento y sus posibilidades, los estudiantes tanto del grupo control como del experimental, manipulan de forma correcta, y más ágil. Sin embargo se observa que es más fácil manipular los instrumentos que ofrece el software, que los instrumentos físico como tales, ya que es más dificultoso, por ejemplo construir una circunferencia con un compas real, físico, que construirlo mediante el software, donde solo es elegir la opción y ejecutar la construcción, además los íconos de RyC son muy claros, cada uno de ellos le indica al estudiante cual es su función o que concepto ilustra, esto permite al estudiante tener claridad sobre lo que observa en pantalla.

Sin embargo frente a la identificación de las limitantes del instrumento los estudiantes no lo logran. Como se observa en las gráficas 18 y 37, en el 100% de

las intervenciones del grupo control los estudiantes muestran no identificar las limitantes del instrumento, caso similar al grupo experimental. Lo que puede deberse, además de las dificultades que tienen los estudiantes a la hora de reconocer la propiedades, estos no se interesan por indagar más a fondo sobre las posibilidades que ofrece la herramienta con respecto al concepto, por lo tanto no tienen criterios suficientes para identificar sus restricciones.

Ahora con respecto a la utilidad proporcionada por el instrumento, en el 67% de las intervenciones del grupo control, los estudiantes reconocen su utilidad, al saber para qué sirve y como se utiliza. En las intervenciones restantes esta capacidad no es observada, lo que puede estar generado por las dificultades que lo estudiantes muestran frente al reconocimiento de las limitantes de los instrumentos. Mientras que el grupo experimental solo en el 50% de las intervenciones se percibe que los estudiantes logran reconocer las utilidades de los instrumento, en este grupo las utilidades que el instrumento posee quedan ocultas ante algunos de sus alumnos ya que no hacen un desarrollo adecuado de las actividades, en cambio para quienes hacen el trabajo con conciencia y se toman un espacio para analizar los contenidos en pantalla, utilizando la opción de arrastre, logran percibir algunas de las utilidades del instrumento.

Uso del instrumento para resolver problemas.

Diferencias

En el 67% de las intervenciones en el grupo control se observa que algunos estudiantes emplean con seguridad las herramientas o instrumentos, mientras que el 33% de las intervenciones restantes ningún estudiante usa con seguridad las herramientas. Esta situación puede deberse al desconocimiento de los estudiantes de cómo usar los instrumentos, independientemente de que sepan para que sirvan. Al conocer los estudiantes como y para qué sirven los instrumentos, los

emplean con mayor seguridad, en el grupo experimental en el 25% de las intervenciones algunos estudiantes muestran emplear las herramientas con seguridad y el 75% de las intervenciones restantes ningún estudiante muestra emplear con seguridad las herramientas.

En el grupo control en el 67% de las intervenciones ningún estudiante puede establecer relaciones entre los conceptos involucrados en un problema a resolver y los instrumentos a utilizar para ello, mientras que solo en el 33% de las intervenciones restantes solo algunos lo pueden lograr. Lo que puede estar originado por el hecho de que los estudiantes demandan mucho tiempo procurando mejorar el manejo de los instrumentos, y al lograrlo medianamente, proceden a resolver las actividades planteadas en las guías en ocasiones sin emplear los instrumentos establecidos para ello, muchas veces su atención e interés está centrado más en la temática, y no en los instrumentos como mediadores, lo que puede impedir que los estudiantes establezcan dichas relaciones. En el 75% de las intervenciones del grupo experimental solo algunos estudiantes pueden establecer dichas relaciones, mientras que el 25% de las intervenciones restantes ningún estudiante puede establecerlas. Ya que no hacen un análisis concienzudo sobre como emplear cada una de las herramientas y de categorizarlas según su utilidad de acuerdo a los conceptos implicados en los problemas a resolver.

Semejanzas

En el grupo control se evidencia que el 83% de las intervenciones solo algunos estudiantes muestran identificar las características de los instrumentos , y además categorizarlos según las necesidades de los problemas a resolver , mientras que en las intervenciones restantes ningún estudiante lo logra, ya en el grupo experimental solo en el 75% de las intervenciones algunos estudiantes muestran identificar las características de los instrumentos y categorizarlos según las necesidades del problema a resolver, Para categorizar los instrumentos, según las

necesidades del problema, es importante tener mucha claridad conceptual, la cual no pueden alcanzar muchos estudiantes de ambos grupos. Además, el interés por el uso del computador tiene más importancia que el desarrollo de las actividades propuestas para construir el concepto.

Frente al uso eficiente de las herramientas para resolver diferentes problemas en el grupo control se observa que solo algunos estudiantes en el 67% de las intervenciones logran hacer tal uso, mientras que el grupo experimental en el 50% de las intervenciones solo algunos estudiantes logran hacerlo, en las intervenciones restantes de ambos grupos se observa que ningún estudiante logra usar eficientemente las herramientas para tal fin. En el grupo experimental, en un gran porcentaje de las intervenciones, los alumnos centran su atención en conocer más las herramientas que ofrece el software que en su utilización para resolver cualquier tipo de problema.

Ahora en el 33% de las intervenciones en el grupo control se observa que solo algunos estudiantes al resolver un problema reconocen otras formas de solucionarlo, mientras que en el 67% de las intervenciones restantes ningún estudiante logra visualizar otras formas de solución, en el grupo experimental solo en el 25% de las intervenciones algunos estudiantes logran reconocer otras formas de solucionar un problema, mientras que el 75% de las intervenciones restantes los estudiantes no logran mostrar tal capacidad. Los estudiantes del grupo experimental en las intervenciones centran mas el trabajo en llenar vacíos conceptuales necesarios para el desarrollo de las guías, a través de la interacción con el software RyC, y dedican muy poco tiempo al proceso de buscar otras opciones de solución, después de encontrar alguna.

8.2. Grado Séptimo (Movimientos Rígidos)

Inicialmente se presentan los datos obtenidos con algunos de los instrumentos de las dos primeras fases del proyecto (intervención y evaluación), específicamente los datos de la posprueba, la guía de intervención y la entrevista semiestructurada presentados para el grupo experimental y para el grupo control.

Esta información, se utiliza para el análisis final, en donde se confrontan los datos obtenidos del grupo control, del grupo experimental y la teoría, a la luz de tres categorías planteadas que son lo actitudinal, el manejo de los instrumento y el uso de los instrumentos para resolver problemas; además de visualizar el aprendizaje de la geometría logrado con estos mediadores.

La posprueba (Anexos 18 y 19)

Para organizar estos datos, es necesario analizar las respuestas dadas por los estudiantes en cada una de las preguntas planteadas, y determinar el nivel de argumentación de las respuestas, teniendo en cuenta: el lenguaje, identificación de características, reconocimiento de los componentes, reproducción de figuras, identificación de relaciones entre sus partes o propiedades, generalización, claridad en las justificaciones, reconocimiento de las interrelaciones, manejo de técnicas de deducción, entre otras.

Además, cada una de las preguntas está diseñada con unas características que las hacen pertenecientes a uno de los niveles que plantean los Van Hiele, y de esta manera, en relación a las respuestas de los estudiantes poderlos ubicar en alguno de estos niveles.

Otro aspecto a tener en cuenta, es que la organización y presentación de estos datos se realiza de manera excluyente, es decir, para que un estudiante se pueda ubicar en el nivel 2, tiene que responder de manera correcta las preguntas del nivel 1 y del nivel 2, seguidamente, para que un estudiante se ubique en el nivel 3, es necesario que responda de manera correcta las preguntas de los niveles 1, 2 y 3. Como consecuencia de esto, los estudiantes que se ubican en el nivel 1, son aquellos que solo responden las preguntas de este nivel, ya que aunque los estudiantes que se ubican en el nivel 2 responden también las del nivel 1, estos solo se ubican en el nivel 2 y así sucesivamente, toda esta información es presentada por medio de graficas lo que facilita la lectura de los resultados.

Dado el nivel de desarrollo del currículo del grado séptimo, el trabajo solo abarca los tres primeros niveles, ya que en la construcción de las guías y de las pospruebas no se requieren demostraciones ni trabajar en diferentes sistemas, por lo tanto, las respuestas de los estudiantes permiten ubicarlos en alguno de estos tres primeros niveles.

GRUPO CONTROL

NIVEL 1: VISUALIZACION

Respecto a este nivel, se plantean dos actividades que incluyen preguntas abiertas en las cuales los estudiantes deben explicar con sus propias palabras lo que observaban. La idea de esta primera etapa, es que el estudiante reconozca cuando existe una simetría entre figuras, para lo cual se plantea lo siguiente:

1. Se presentan dos figuras, y se le pide al estudiante identificar cual de las dos es la simétrica y justificar por qué la otra no lo es.
2. La otra actividad de este nivel, es que el estudiante debe crear figuras simétricas y no simétricas a partir de los dobleces de una hoja, y justificar por qué las figuras creadas son simétricas o no, esta última actividad puede estar incluida en el nivel 1 ó 2 de los Van Hiele.

En este nivel el estudiante reconoce las figuras por su forma como un todo, esto es, por su apariencia física y no por sus partes o propiedades según Van Hiele.

Nivel 2: ANÁLISIS

Para este nivel, se pretende que el estudiante reconozca características importantes de la reflexión y de la simetría, lo que le permite justificar y determinar cuándo y cómo se realiza una reflexión o una simetría, para esto se plantean lo siguiente:

3. Dada una figura y su reflexión a partir de un eje de simetría, se le pide al estudiante doblar la hoja en referencia al eje de simetría y responder las siguientes preguntas:
 - a. ¿En qué posición queda el vértice C del triángulo ABC respecto a el vértice C' del triángulo A'B'C'?
 - b. ¿Cómo quedan los vértices A Y B del triángulo ABC respecto a los vértices A' y B' el triángulo A'B'C'?

- c. ¿Cómo son las medidas de los ángulos y los segmentos del triángulo ABC respecto a los del triángulo A'B'C'?
- d. ¿Acaso los triángulos son iguales?
- e. ¿Observa como son los segmentos que parten de los vértices del triángulo ABC hacia los vértices del triángulo A'B'C' respecto al eje de simetría?
- f. ¿Toma la medida del segmento que parte del vértice C y que llega hasta el eje de simetría, y compárala con lo que mide el segmento que parte del vértice C' y que llega hasta el eje de simetría? Has lo mismo con las medidas de los segmentos que parten de los vértices A y B y que llegan hasta el eje de simetría, y compárala con lo que miden los segmentos que parten de los vértices A' y B' y que llegan hasta el eje de simetría respectivamente.

En este nivel los estudiantes comienzan un análisis de los conceptos geométricos. Por ejemplo, a través de la observación y la experimentación los estudiantes empiezan a discernir las características de las figuras. Estas propiedades que surgen se usan para conceptualizar clases de formas. Es notorio que las figuras tienen partes y son reconocidas mediante ellas según Van Hiele.

Nivel 3: DEDUCCION INFORMAL

Se pretende que el estudiante, realice las reflexiones y simetrías de algunas figuras, teniendo en cuenta las características trabajadas en el nivel 2, para esto se plantean las siguientes actividades en donde la primera puede responder al

nivel 2 ó 3 ya que en estas se le explica el procedimiento y se pretende que el estudiante observe características de las reflexiones y de las simetrías. Las dos últimas actividades corresponden al nivel 3, en donde el estudiante no tiene ninguna guía que le ayude a resolver los problemas; en este nivel el estudiante identifica las interrelaciones, determinando características indispensables como la necesidad de crear perpendiculares, medir distancias, comparar ángulos, y otras condiciones que les permita realizar las reflexiones:

4. Dado el cuadrilátero ABCD y el eje de simetría n , realizar la reflexión.

Una vez llegue a la respuesta se le plantea lo siguiente: compara la medida de cada uno de los lados del cuadrilátero ABCD respectivamente, y saca tus propias conclusiones. Utiliza el transportador y compara la medida de los ángulos del cuadrilátero con los de su reflexión respectivamente, ¿Qué puedes concluir? como son ambos cuadriláteros y por último escribe que entiendes por reflexión y simetría.

5. Dibuja todos los ejes de simetría de las siguientes figuras, números y palabras:

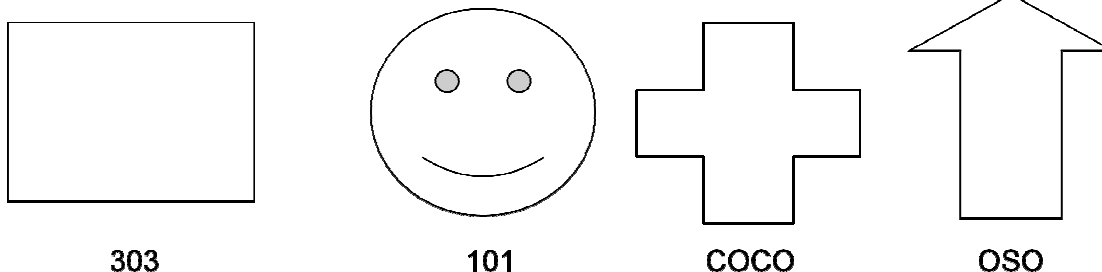


Figura 8: imágenes creadas para el desarrollo de la posprueba del grado séptimo.

6. Construye la figura simétrica de cada una de las siguientes figuras respecto al eje indicado:



Figura 9: imágenes creadas para el desarrollo de la posprueba en el grado séptimo



GRUPO EXPERIMENTAL

NIVEL 1: VISUALIZACION

Se plantean construcciones, en donde el estudiante puede observar los ejes de simetría de algunas figuras, rotarlos por medio de animaciones y mirar que se conserva entre las figuras. Lo que se pretende es que el estudiante reconozca cuando las figuras son simétricas, que es un eje de simetría, y observar que una figura puede tener más de un eje de simetría. Para esto se plantea lo siguiente:



1. Construcción:

- Construye una circunferencia de radio fijo .

- Traza uno de sus diámetros, con la opción semirrecta , desde cualquier punto de la circunferencia, hasta el punto del centro de la misma.
- Señala la opción mover punto , luego con clic sostenido sobre el punto donde comienza la semirrecta mueve este alrededor de la circunferencia y determina todos los diámetros que quieras.
- Cada que determines un diámetro diferente, observa si las partes en que se divide la circunferencia son simétricas. Y responde si la circunferencia puede tener más de un eje de simetría.

Existen muchas figuras que pueden tener varios ejes de simetría; ahora construye los del cuadrado:

2. Construcción:

- Selecciona la opción mostrar cuadrícula .
- Da clic sobre el icono polígono .
- Basándote en la cuadrícula, marca cuatro puntos de tal manera que estos determinen un cuadrado, y termina dando clic nuevamente sobre uno de estos puntos.

- Ahora, halla todos los ejes de simetría que tiene el cuadrado que realizaste.

Nivel 2: ANALISIS

En este nivel, se pretende que el estudiante realice unas construcciones y determine que características se cumplen para hacer dichas reflexiones, para esto se plantea lo siguiente:

3. Construcción:

Dado un eje de simetría, construye la reflexión de un triángulo y determina que características importantes hay en ella.

Observa bien la figura partiendo del triángulo inicial y el eje de simetría, y escribe que características se cumplen para hacer una reflexión:

Si no has identificado alguna característica o por el contrario ya escribiste algunas, lo siguiente te permite validarlas e identificar otras que son invariables y necesarias para realizar las reflexiones de una figura, has lo que dice y contesta:

- Selecciona la opción mover punto .

- Haz clic sostenido sobre uno de los puntos que determinan la recta que es el eje de simetría, desplázalo hacia donde quieras y responde:

¿Las rectas que parten de los vértices al eje de simetría siguen siendo perpendiculares?

¿Las distancias desde cada vértice del triángulo inicial al eje de simetría, siguen siendo iguales, a las distancias desde el punto de intersección hasta los vértices del triángulo de reflexión respectivamente?

¿Los triángulos siguen siendo iguales?

Ahora, mueve cada uno de los puntos de intersección de las perpendiculares con el eje de simetría y responde:

¿Las rectas siguen siendo perpendiculares al eje de simetría?

¿Siguen siendo iguales los lados del triángulo inicial en relación a los del triángulo de reflexión respectivamente?

¿Acaso los triángulos siguen siendo iguales?

Según Crowley

“en este nivel los estudiantes comienzan un análisis de los conceptos geométricos. Por ejemplo, a través de la observación y la experimentación los estudiantes

empiezan a discernir las características de las figuras. Estas propiedades que surgen se usan para conceptualizar clases de formas. Es notorio que las figuras tienen partes y son reconocidas mediante ellas” (1987, pág. 2)

Nivel 3: DEDUCCION INFORMAL

En este nivel se pretende que el estudiante realice las reflexiones y simetrías de figuras, determinando características que son esenciales, para lo cual debe aplicar los conceptos trabajados en los niveles 1 y 2. Finalmente se les pide escribir que entienden por reflexiones y simetrías. Para esto se plantea lo siguiente:

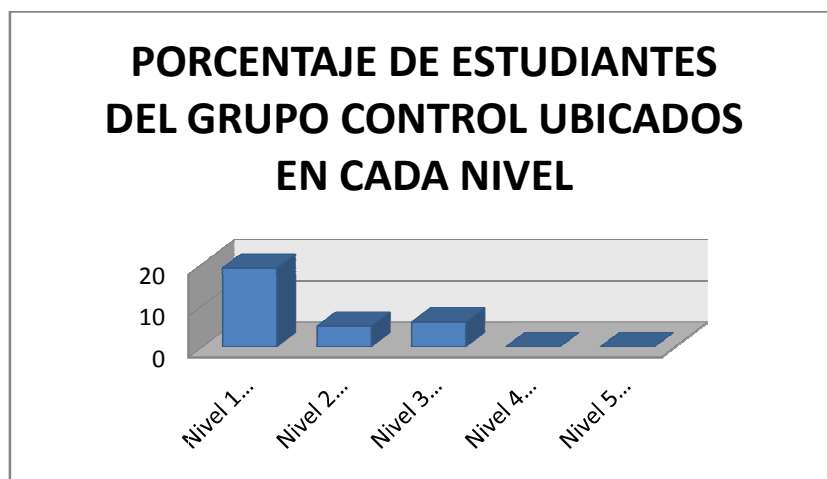
4. En el programa RyC, determina cuatro puntos y construye un cuadrilátero; ahora traza un eje de simetría y construye la reflexión de dicho cuadrilátero.

5. En el programa RyC construye un rectángulo y halla todos sus ejes de simetría.

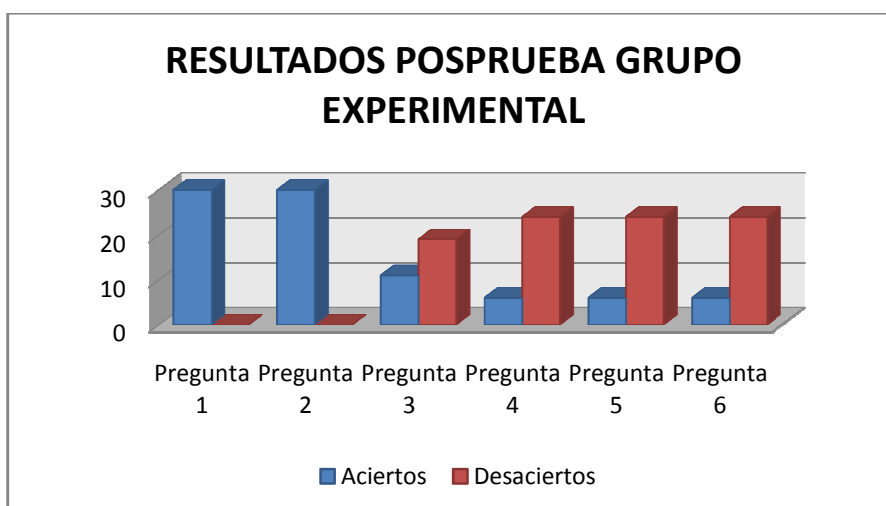
Después de realizar todas las actividades, escribe que entiendes por Reflexión y simetría.

GRUPO CONTROL:

Nivel 1 (Visualización), Nivel 2 (Análisis), Nivel 3 (Deducción informal), Nivel 4 (Deducción formal) y Nivel 5 (Rigor).



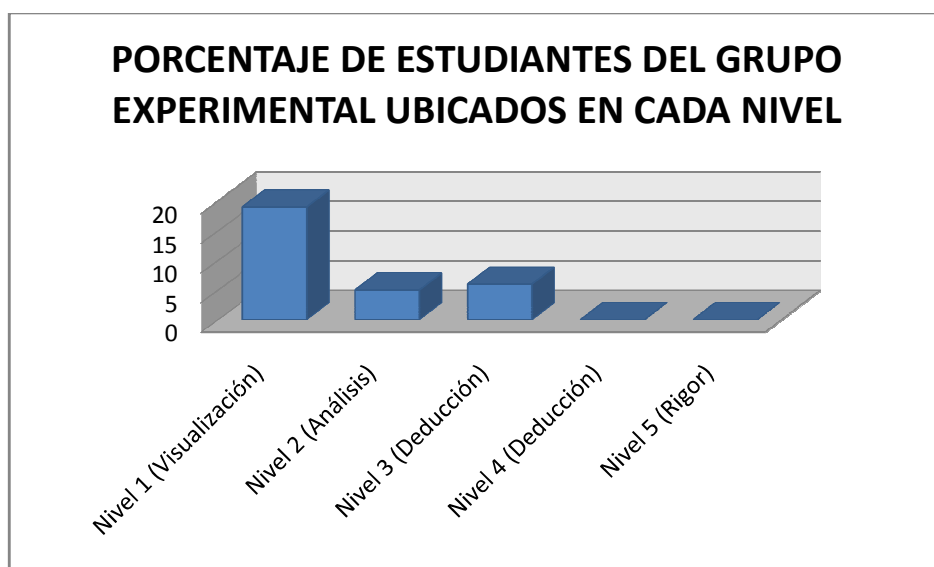
Gráfica Nº 44. Cantidad de estudiantes del grupo control ubicados en los diferentes niveles de razonamiento de los Van Hiele



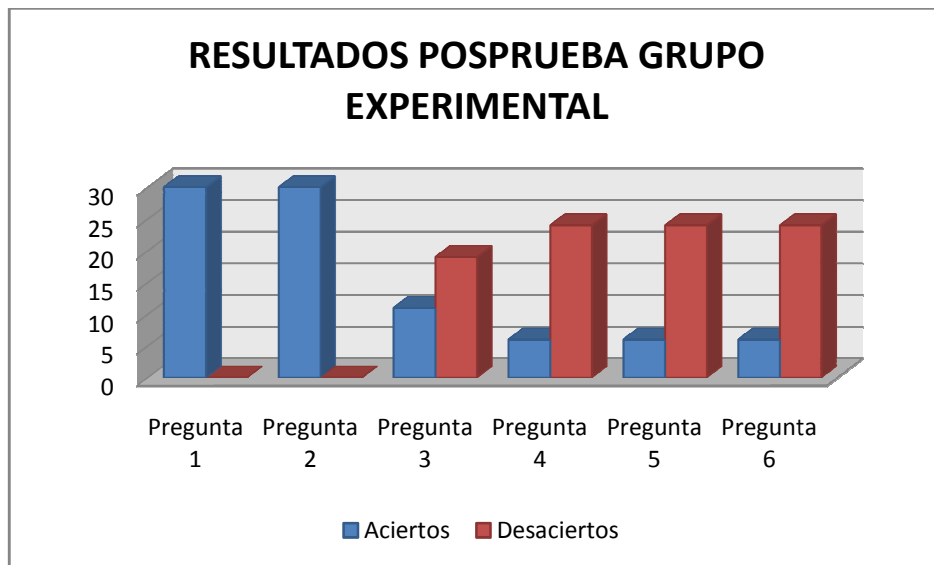
Gráfica 45. De manera excluyente, la grafica muestra la cantidad de estudiantes que responden con un nivel de argumentación coherente, a las preguntas de la posprueba del grupo control.

GRUPO EXPERIMENTAL:

Nivel 1 (Visualización), Nivel 2 (Análisis), Nivel 3 (Deducción informal), Nivel 4 (Deducción formal), Nivel 5 (Rigor)



Gráfica Nº 46. Cantidad de estudiantes del grupo experimental ubicados en los diferentes niveles de razonamiento de los Van Hiele



Gráfica 47. De manera excluyente, la grafica muestra la cantidad de estudiantes que responden con un nivel de argumentación coherente, a las preguntas de la posprueba del grupo experimental.

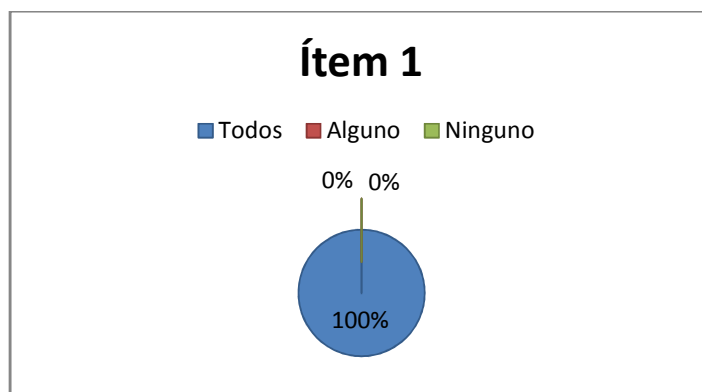
Guía de observación (Anexo 22)

La información registrada en estas guías, corresponden a la actitud que muestran los estudiantes frente a la metodología, el manejo de los instrumentos y la utilización que hacen de estos para resolver problemas.

Esta información se presenta por medio de graficas, en donde se muestra el porcentaje de las intervenciones en las cuales se observa y se ubica a los estudiantes en una de las opciones dadas por cada ítem de la guía.

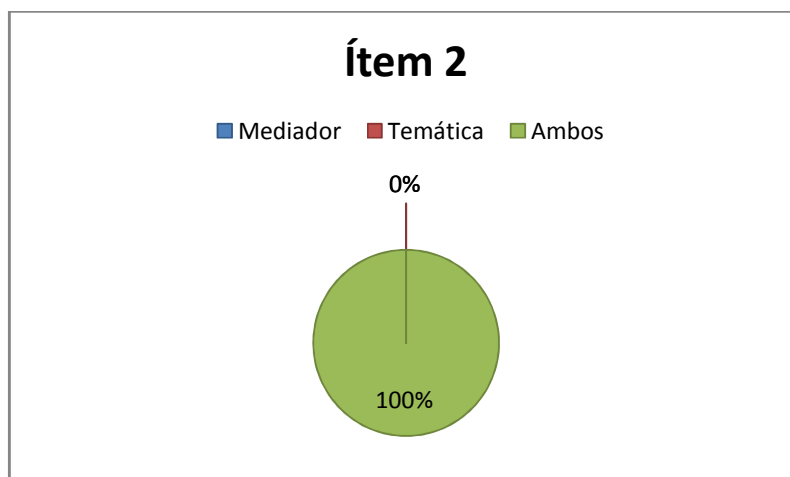
GRUPO CONTROL

Actitud Frente a la metodología.



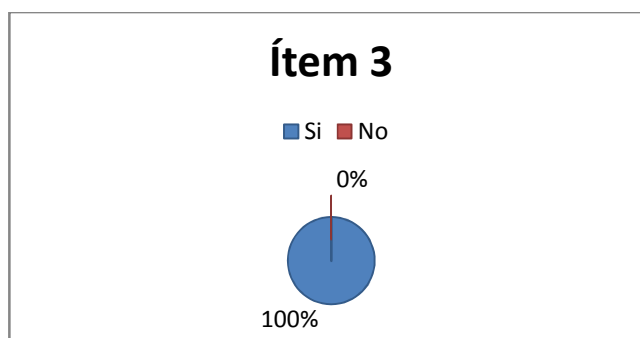
Gráfica Nº 48. Porcentaje de las intervenciones en las cuales los estudiantes muestran interés o no por la interacción con el mediador o mediadores en el momento en que se les plantea la metodología.

En el gráfico se observa que en el 100% de las intervenciones los estudiantes muestran interés por la interacción con el mediador o mediadores en el momento en que se les plantea la metodología.



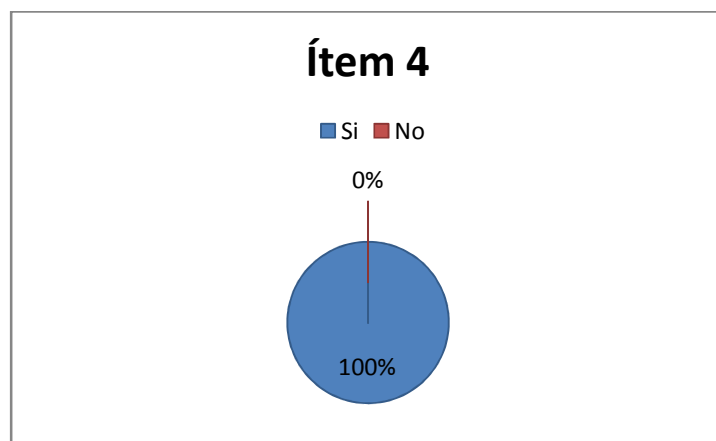
Gráfica Nº 49. Porcentaje de las intervenciones en las cuales los estudiantes muestran interés por el mediador, la temática o ambos.

En la gráfica se lee que en el 100% de las intervenciones el interés de los estudiantes se centra tanto en la temática como en el mediador.



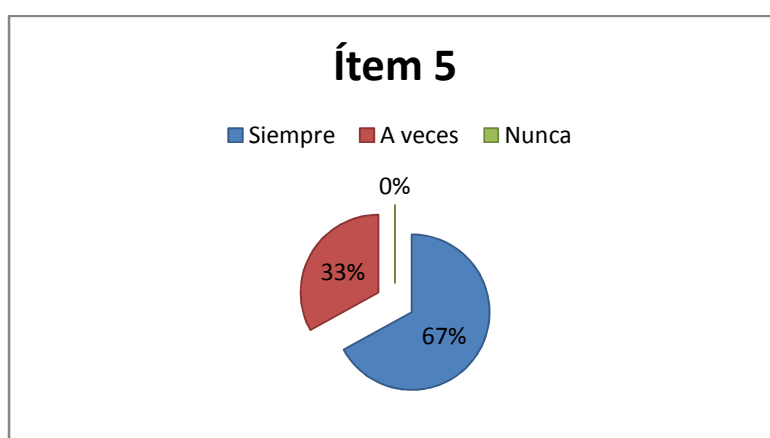
Gráfica 50. Porcentaje de las intervenciones en las cuales hay puntualidad por parte de los alumnos a la hora de iniciar cada sesión.

La información mostrada en la gráfica dice que en el 100% de las intervenciones hay puntualidad por parte de los alumnos a la hora de iniciar cada sesión.



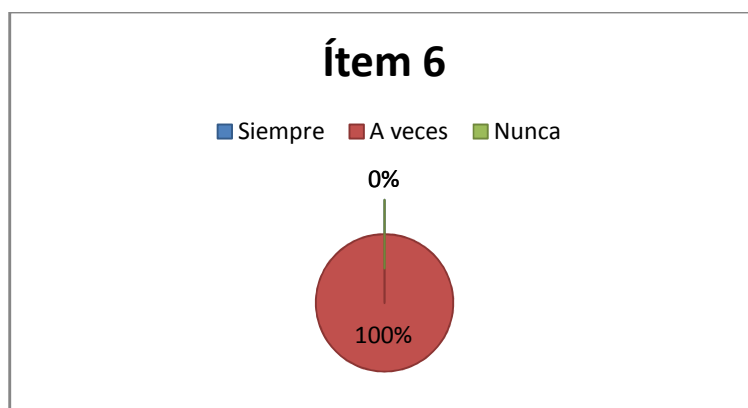
Gráfica 51. Porcentaje de las intervenciones en las cuales la asistencia a clase es alta.

El gráfico muestra que en el 100% de las intervenciones el porcentaje de asistencia a las clases es alta.



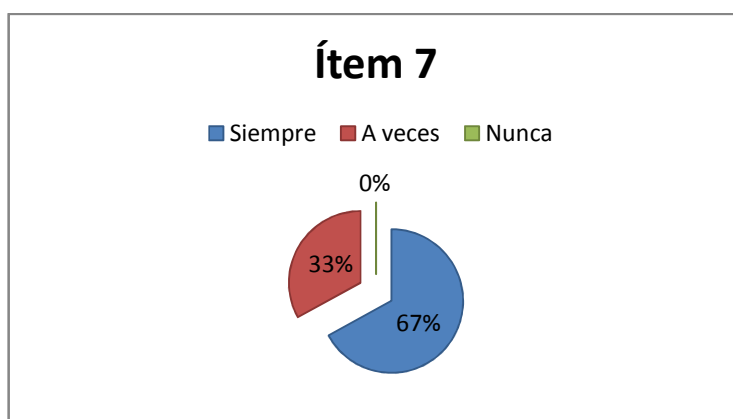
Gráfica 52. Porcentaje de las intervenciones en las cuales la metodología es un elemento que aporta al desarrollo ordenado de la clase.

En la gráfica se observa que en el 67% de las intervenciones la metodología siempre es un elemento que aporta al desarrollo ordenado de la clase, mientras que en el 33% a veces aporta al desarrollo ordenado de la misma.



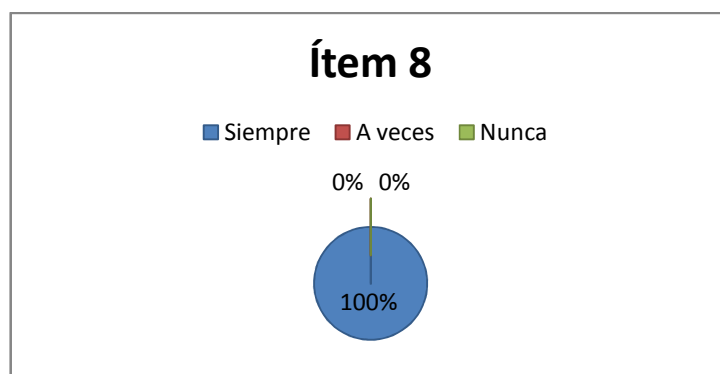
Gráfica 53. Porcentaje de intervenciones en las cuales la metodología es un elemento que motiva la participación del estudiante, a través de aportes y manifestaciones de inquietudes significativas que dan cuenta de una apropiación conceptual por parte de los alumnos.

La gráfica muestra que en el 100% de las intervenciones la metodología a veces es un elemento que motiva la participación del estudiante, a través de aportes y manifestaciones de inquietudes significativas que dan cuenta de una apropiación conceptual por parte de los estudiantes.



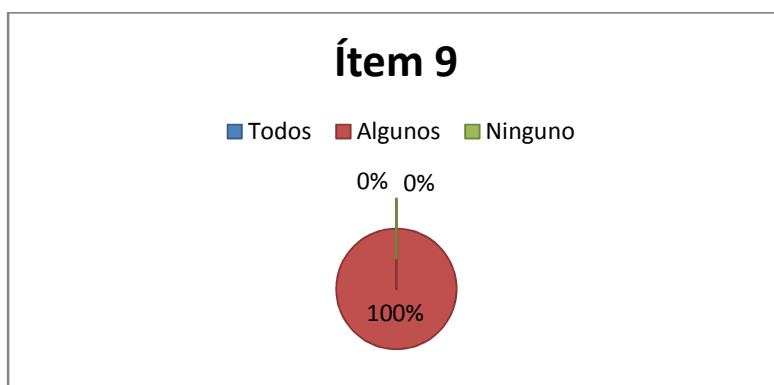
Gráfica 54. Porcentaje de las intervenciones en las cuales hay rendimiento y eficacia motivada por la metodología.

En la gráfica se observa que en el 67% de las intervenciones siempre hay rendimiento y eficacia motivada por la metodología, mientras que en el 33% solo a veces hay rendimiento y eficacia.



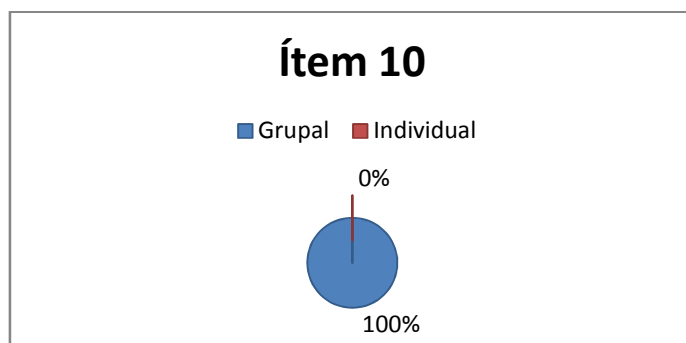
Gráfica 55. Porcentaje de las intervenciones en las cuales se cumple con las tareas y compromisos acordados en cada clase.

Se lee por medio de la gráfica que en el 100% de las intervenciones siempre se cumple con las tareas y compromisos acordados en cada clase.



Gráfica 56. Porcentaje de las intervenciones en las cuales se observan actitudes de autoformación motivadas por la metodología y sus mediadores.

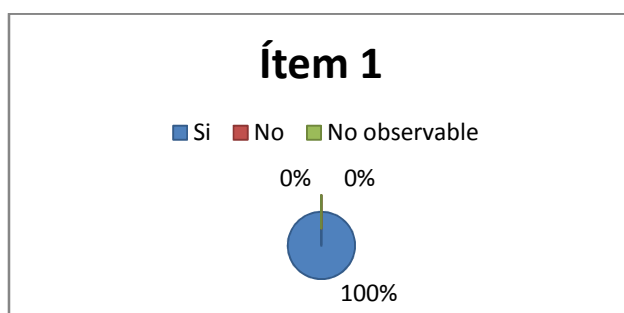
En la gráfica se lee que en el 100% de las intervenciones en algunos estudiantes se observa actitudes de autoformación motivadas por la metodología y sus mediadores.



Gráfica 57. Porcentaje de las intervenciones en las cuales la metodología promueve el trabajo en grupo o individual.

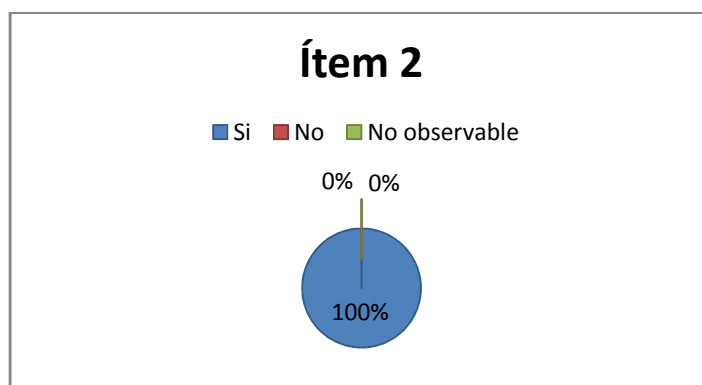
La gráfica muestra que en el 100% de las intervenciones la metodología promueve más el trabajo en grupo.

Manejo del instrumento



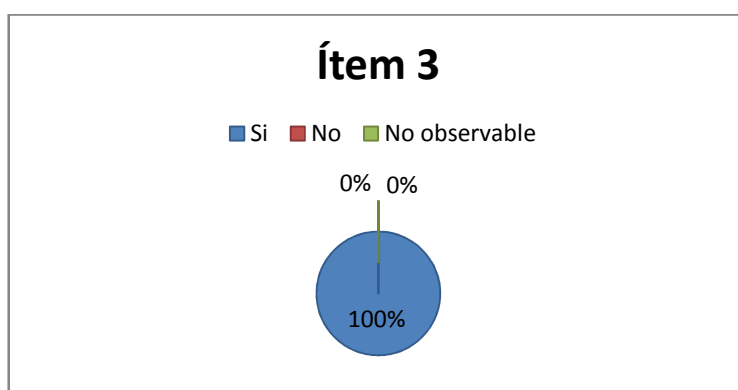
Gráfica 58. Porcentaje de las intervenciones en las cuales utilizan correctamente el instrumento propuesto para la actividad.

En la gráfica se observa que en el 100% de las intervenciones los estudiantes si utilizan correctamente el instrumento propuesto para la actividad.



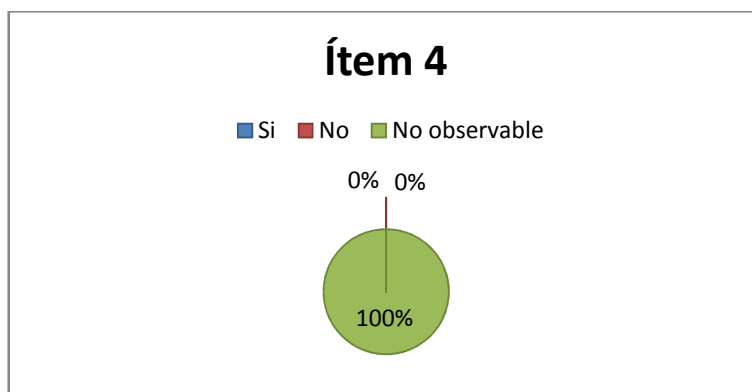
Gráfica 59. Porcentaje de las intervenciones en las cuales demuestran tener un conocimiento previo del instrumento.

De la gráfica se puede leer que el 100% de las intervenciones los estudiantes si demuestran tener un conocimiento previo del instrumento.



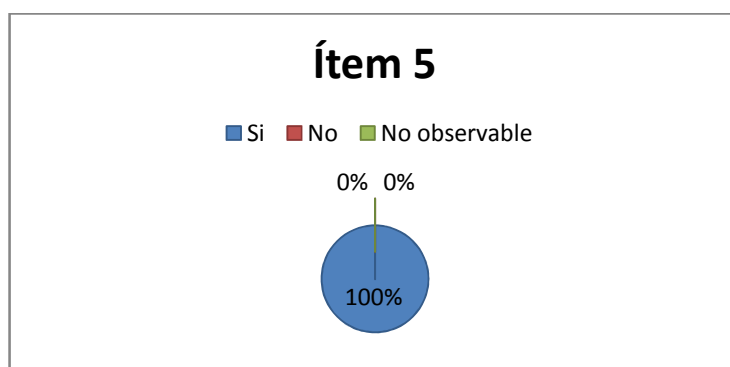
Gráfica 60. Porcentaje de las intervenciones en las cuales identifican las principales características del instrumento.

La gráfica muestra que en el 100% de las intervenciones los estudiantes si identifican las principales características del instrumento.



Gráfica 61. Porcentaje de las intervenciones en las cuales reconocen las limitaciones del instrumento.

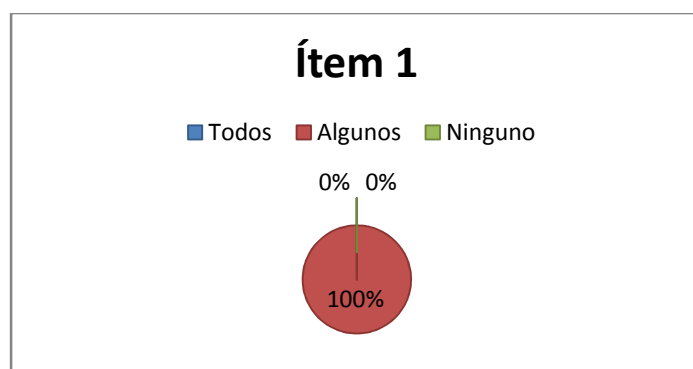
En la gráfica se visualiza que en el 100% de las intervenciones no se observa que los estudiantes reconozcan las limitaciones del instrumento.



Gráfica 62. Porcentaje de las intervenciones en las cuales reconocen la utilidad proporcionada por el instrumento.

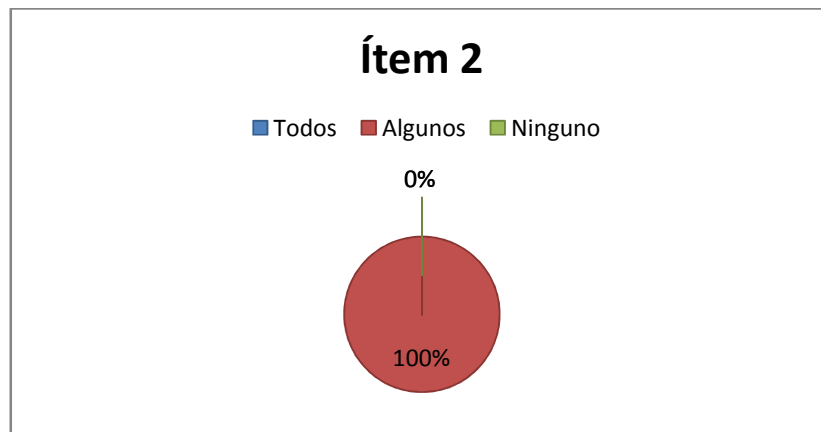
La gráfica muestra que en el 100% de las intervenciones los estudiantes si reconocen la utilidad proporcionada por el instrumento.

Utilización que hacen de los instrumentos para resolver problemas



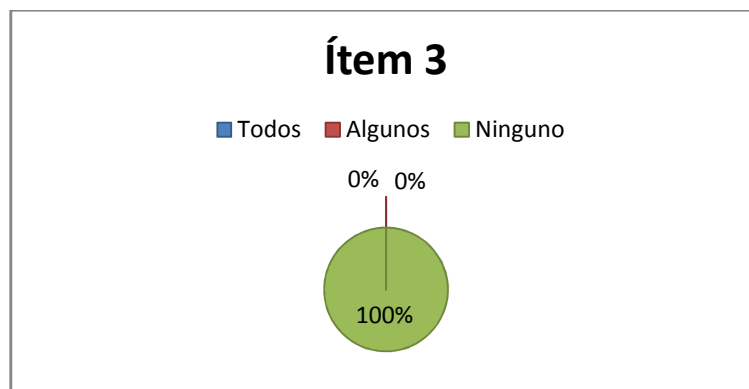
Gráfica 63. Porcentaje de las intervenciones en las cuales identifican las características de los instrumentos y los categorizan de acuerdo a las necesidades de los problemas a resolver.

En la gráfica se observa que en el 100% de las intervenciones algunos estudiantes identifican las características de los instrumentos y los categorizan de acuerdo a las necesidades de los problemas a resolver.



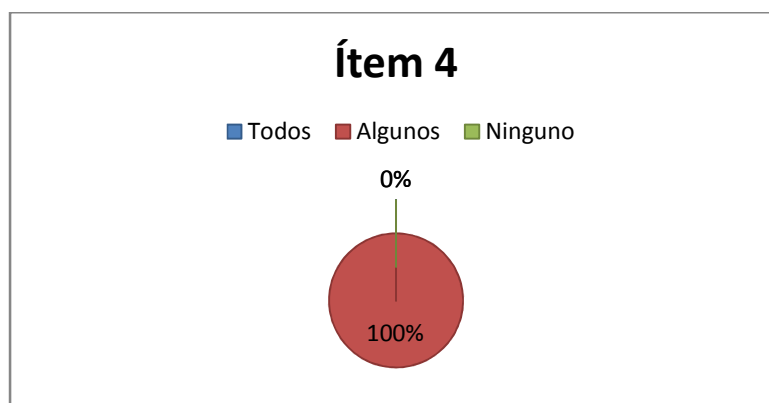
Gráfica 64. Porcentaje de las intervenciones en las cuales usan las herramientas de forma eficiente para resolver diferentes problemas.

La gráfica muestra que en el 100% de las intervenciones algunos estudiantes usan las herramientas de forma eficiente para resolver diferentes problemas.



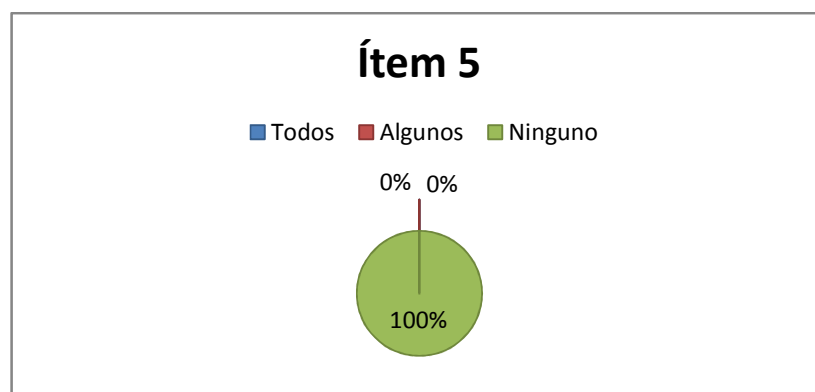
Gráfica 65. Porcentaje de las intervenciones en las cuales cuando solucionan un problema empleando determinadas herramientas, reconocen otra posibilidad de solución.

De la gráfica se observa que en el 100% de las intervenciones ningún estudiante cuando soluciona un problema empleando determinadas herramientas, reconoce otras posibilidades de solución.



Gráfica 66. Porcentaje de las intervenciones en las cuales emplean con seguridad las herramientas para resolver los diferentes problemas que ese les plantea.

En la gráfica se observa que en el 100% de las intervenciones algunos estudiantes emplean con seguridad las herramientas para resolver los diferentes problemas que se le plantea.

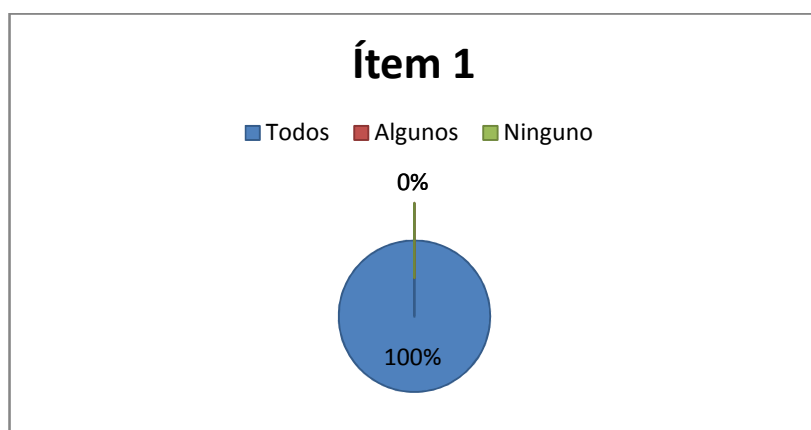


Gráfica 67. Porcentaje de las intervenciones en las cuales establecen relaciones entre los conceptos involucrados y los instrumentos a utilizar.

La gráfica muestra que en el 100% de las intervenciones ningún estudiante establece relaciones entre los conceptos involucrados y los instrumentos a utilizar.

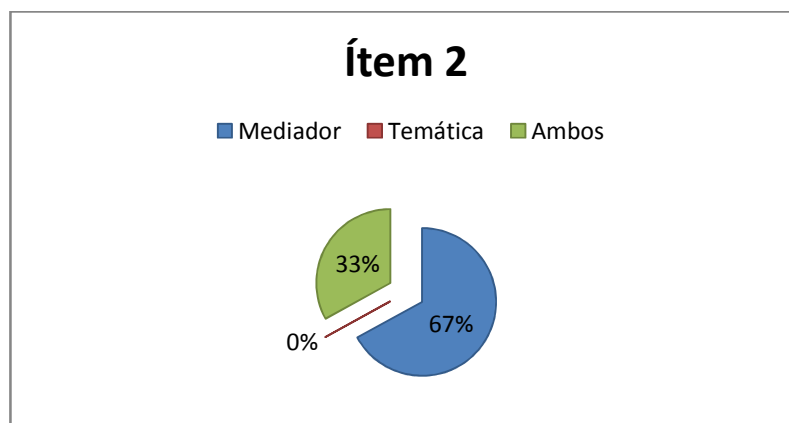
GRUPO EXPERIMENTAL

Actitud Frente a la metodología



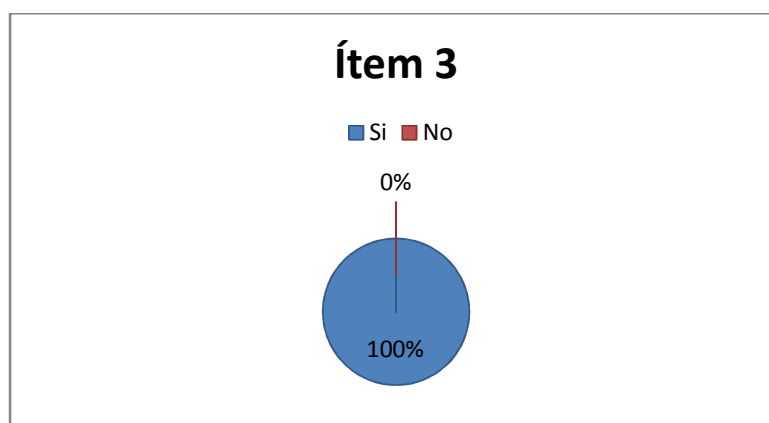
Gráfica 68. Porcentaje de las intervenciones en las que se observa interés por la interacción con el mediador o mediadores en el momento que se plantea la metodología.

En la gráfica se interpreta que en el 100% de las intervenciones se observa interés en todos los estudiantes por la interacción con el mediador o mediadores en el momento en que se les plantea la metodología.



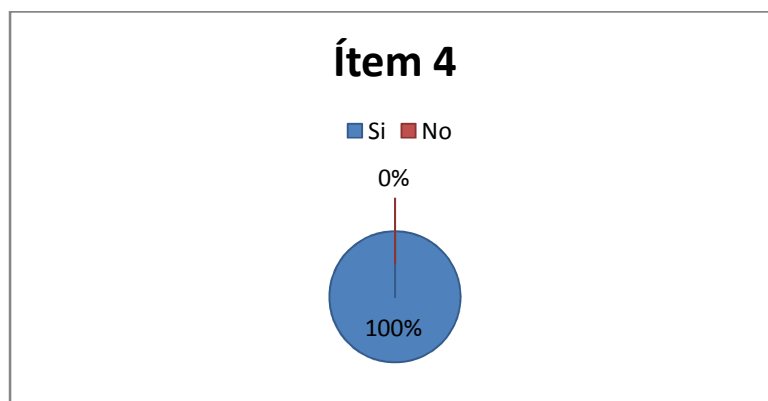
Gráfica 69. Porcentaje de las intervenciones en las cuales el interés de los estudiantes se centra en el mediador, en la temática o en ambas.

De la gráfica se lee que en el 67% de las intervenciones el interés de los estudiantes se centra en el mediador y el otro 33% en el mediador y la temática.



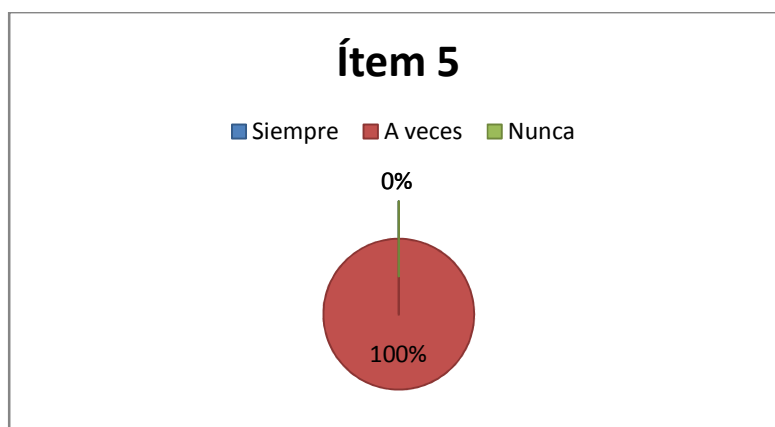
Gráfica 70. Porcentaje de las intervenciones en las cuales hay puntualidad o no por parte de los estudiantes a la hora de iniciar cada sección.

En la gráfica se observa que en el 100% de las intervenciones si hay puntualidad por parte de los estudiantes a la hora de iniciar cada sección.



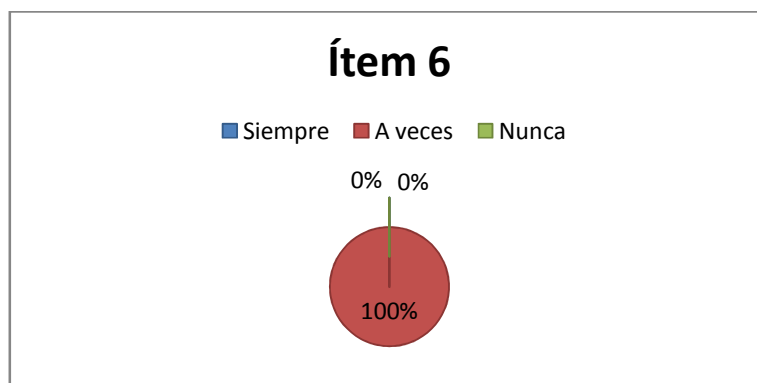
Gráfica 71. Porcentaje de las intervenciones en las cuales hay un alto porcentaje a las clases.

La gráfica muestra que en el 100% de las intervenciones hay un alto porcentaje de los estudiantes a las clases.



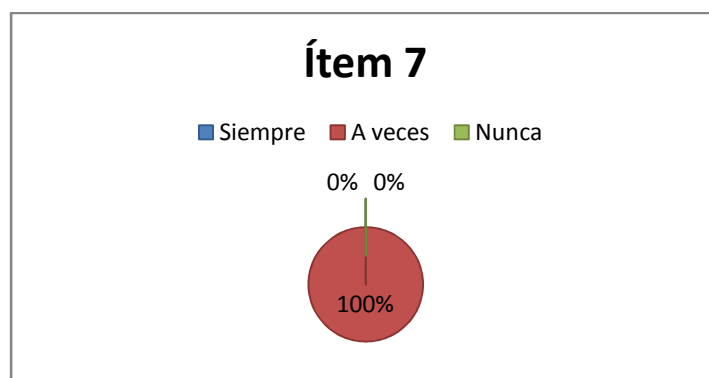
Gráfica 72. Porcentaje de las intervenciones en las cuales la metodología aporta al desarrollo ordenado de la clase.

En la gráfica se observa que en el 100% de las intervenciones a veces la metodología aporta al desarrollo ordenado de la clase.



Gráfica 73. Porcentaje de las intervenciones en las cuales la metodología es un elemento que motiva la participación de los estudiantes, a través de aportes y manifestaciones de inquietudes significativas que dan cuenta de una apropiación conceptual por parte de los estudiantes.

De la gráfica se observa que en el 100% de las intervenciones a veces la metodología es un elemento que motiva la participación del estudiante, a través de aportes y manifestaciones de inquietudes significativas que dan cuenta de una apropiación conceptual por parte de los estudiantes.



Gráfica 74. Porcentaje de las intervenciones en las cuales hay rendimiento y eficiencia motivada por la metodología.

En la gráfica se lee que en el 100% de las intervenciones, a veces hay rendimiento y eficiencia motivada por la metodología.



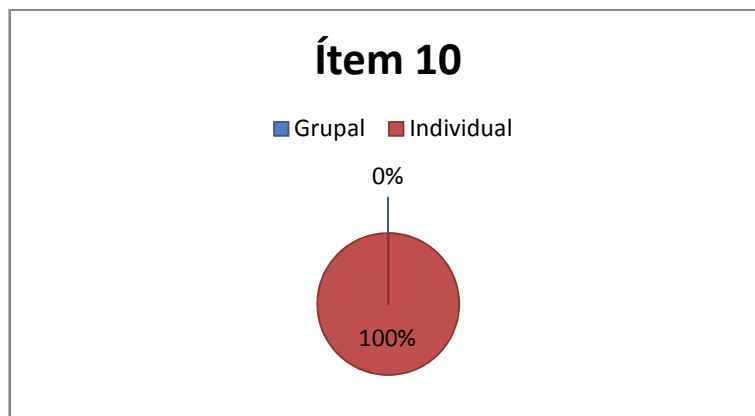
Gráfica 75. Porcentaje de las intervenciones en las cuales se cumple con las tareas y compromisos acordados en cada sesión.

La gráfica muestra que en el 100% de las intervenciones a veces se cumple con las tareas y compromisos acordados en cada sesión.



Gráfica 76. Porcentaje de las intervenciones en las cuales se observa actitudes de autoformación motivadas por la metodología y sus mediadores.

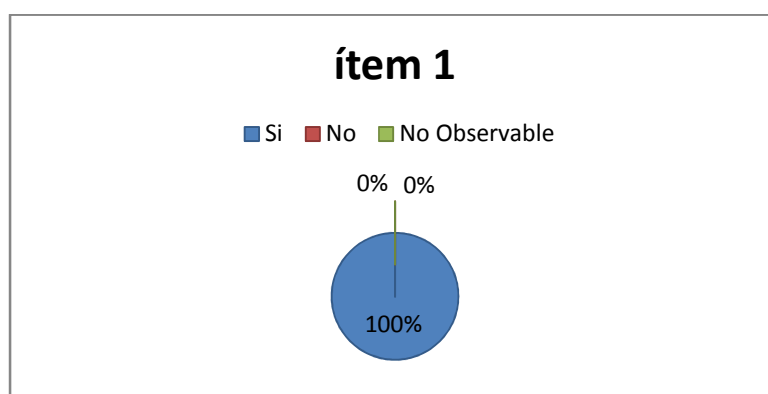
De la gráfica se lee que en el 100% de las intervenciones en algunos estudiantes se observa actitudes de autoformación motivadas por la metodología y sus mediadores.



Gráfica 77. Porcentaje de las intervenciones en las cuales la metodología promueve el trabajo en grupo o individual.

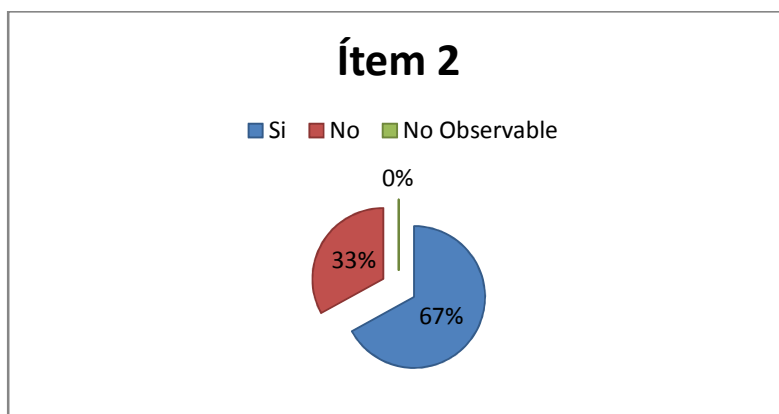
La gráfica muestra que en el 100% de las intervenciones se determina que la metodología promueve más el trabajo en grupo.

Manejo del instrumento



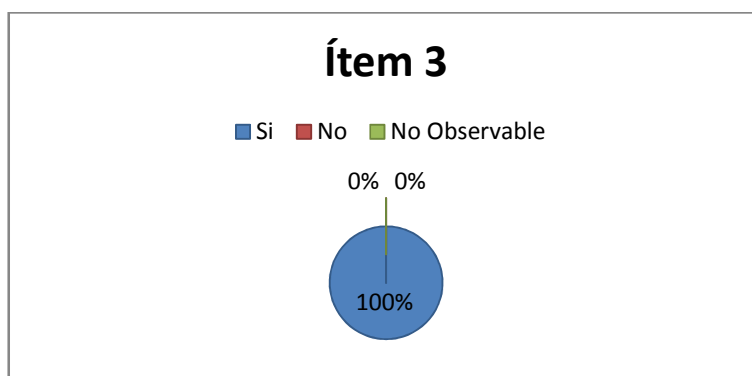
Gráfica 78. Porcentaje de las intervenciones en las cuales utilizan correctamente el instrumento propuesto para la actividad.

En la gráfica se observa que en el 100% de las intervenciones los estudiantes utilizan correctamente el instrumento propuesto para la actividad.



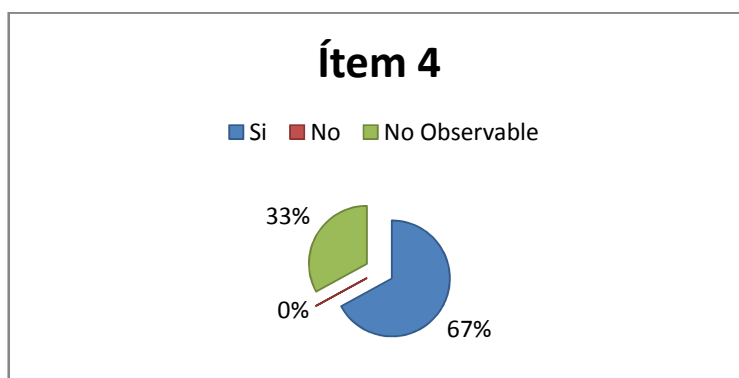
Gráfica 79. Porcentaje de las intervenciones en las cuales demuestran tener un conocimiento previo del instrumento.

La gráfica muestra que en el 100% de las intervenciones los estudiantes demuestran tener un conocimiento previo del instrumento.



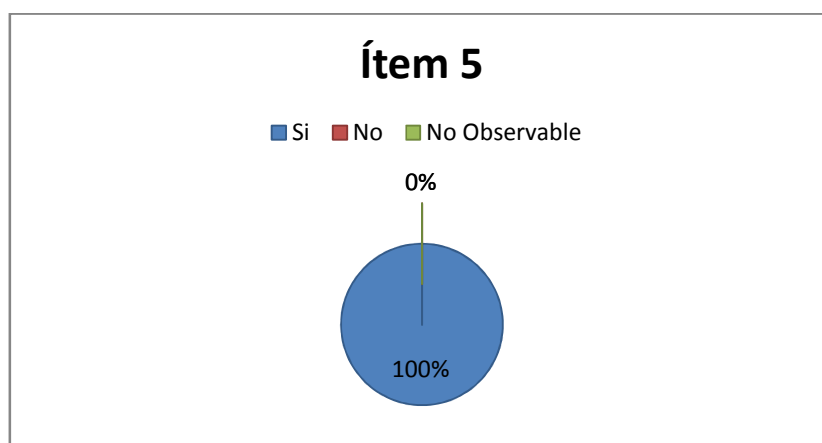
Gráfica 80. Porcentaje de las intervenciones en las cuales identifican las principales características del instrumento.

En la gráfica se observa que en el 100% de las intervenciones los estudiantes si identifican las principales características del instrumento.



Gráfica 81. Porcentaje de las intervenciones en las cuales reconocen las limitaciones del instrumento.

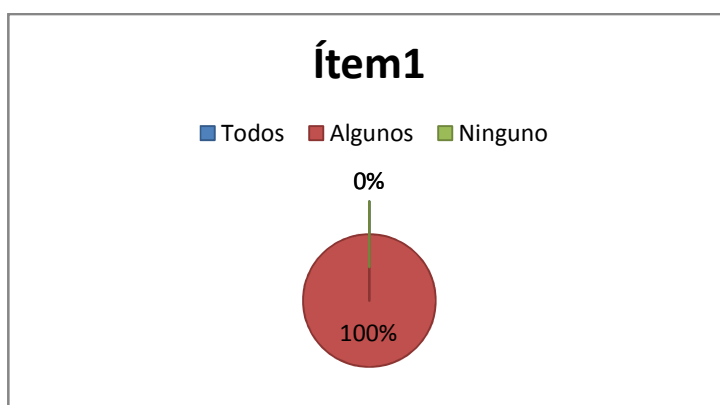
La gráfica muestra que en el 67% de las intervenciones los estudiantes si reconocen las limitaciones del instrumento, en el otro 33% esto no se observa.



Gráfica 82. Porcentaje de intervenciones en las cuales reconocen la utilidad proporcionada por el instrumento.

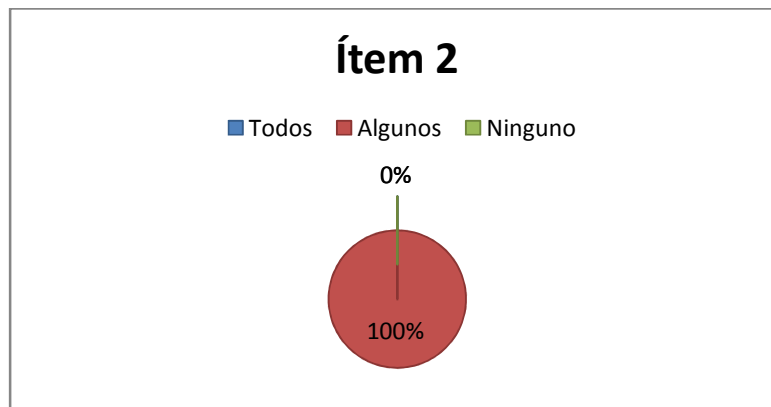
En la gráfica se observa que en el 100% de las intervenciones los estudiantes si reconocen la utilidad proporcionada por el instrumento.

Utilización que hacen de los instrumentos para resolver problemas



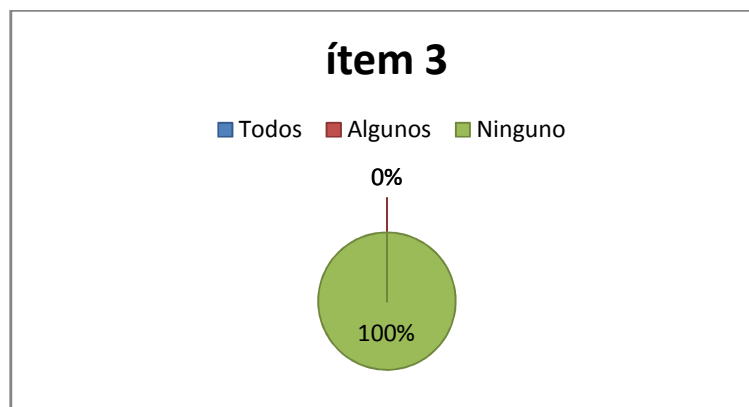
Gráfica 83. Porcentaje de intervenciones en las cuales identifican las características de los instrumentos y los categorizan de acuerdo a las necesidades de los problemas a resolver.

La gráfica muestra que en el 100% de las intervenciones algunos estudiantes identifican las características de los instrumentos y los categorizan de acuerdo a las necesidades de los problemas a resolver.



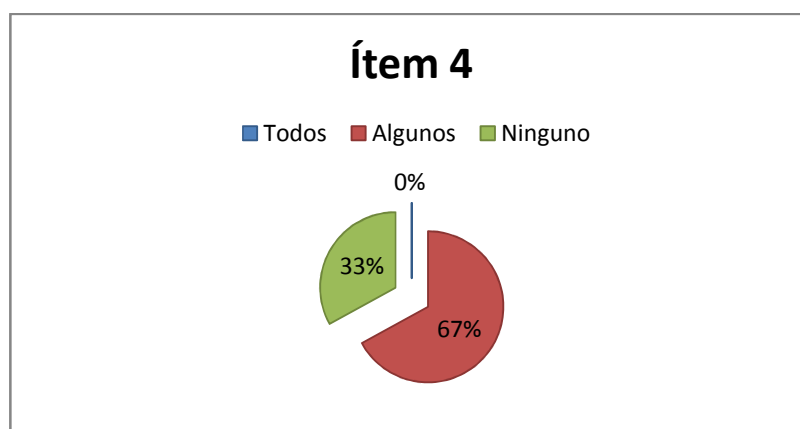
Gráfica 84. Porcentaje de intervenciones en las cuales usan las herramientas de forma eficiente para resolver diferentes problemas.

En la gráfica se observa que en el 100% de las intervenciones algunos estudiantes usan las herramientas de forma eficiente para resolver diferentes problemas.



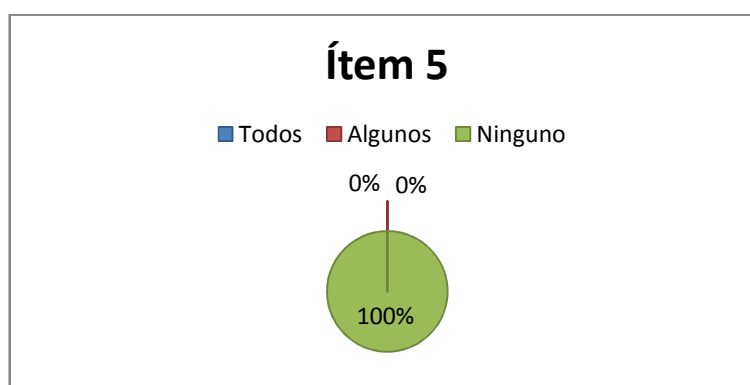
Gráfica 85. Porcentaje de las intervenciones en las cuales los estudiantes cuando solucionan un problema empleando determinadas herramientas, reconoce otras posibilidades de solución.

La gráfica muestra que en el 100% de las intervenciones ningún estudiante cuando soluciona un problema empleando determinadas herramientas, reconoce otras posibilidades de solución.



Gráfica 86. Porcentaje de las intervenciones en las cuales emplean con seguridad las herramientas para resolver los diferentes problemas que se le plantean.

En la gráfica se observa que en el 67% de las intervenciones algunos estudiantes emplean con seguridad las herramientas para resolver los diferentes problemas que se le plantean, en el otro 33% no se identifica esta característica en algún estudiante.



Gráfica 87. Porcentaje de las intervenciones en las cuales establecen relaciones entre los conceptos involucrados y los instrumentos a utilizar.

En la gráfica se observa que en el 100% de las intervenciones ningún estudiante establece relaciones entre los conceptos involucrados y los instrumentos a utilizar.

Entrevista semiestructurada (Anexo 23)

A continuación se presentan los datos obtenidos en la entrevista semiestructurada, en la cual los estudiantes expresan el grado de satisfacción y su punto de vista frente a la metodología planteada durante el proceso de aprendizaje de las Reflexiones y simetrías.

GRUPO CONTROL

Con respecto a la primera pregunta **¿Cómo te pareció el trabajo realizado en las últimas clases?**

Estos recuerdan el trabajo que se realiza sin ayuda del maestro cooperador, además, concuerdan en que el trabajo realizado en las ultimas clases es muy agradable, ya que todos los compañeros están muy animados y centrados en el trabajo.

¿Qué dificultades encuentras en el desarrollo de las actividades planteadas?

Los estudiantes responden que no encuentran dificultades en el desarrollo de las actividades y que les parece fácil, ya que la guía muestra lo que hay que hacer, afirman que entienden el tema.

¿Qué fortalezas encuentras en el desarrollo de las actividades planteadas?

Expresan que estas actividades son motivantes para el aprendizaje, igualmente concuerdan en que les gusta mucho el trabajo y que por esto les gusta ir a clases.

¿Cómo se siente cuando desarrolla las actividades?

Dicen que el ambiente del salón es muy agradable y que se sienten muy bien, recalcan que les gusta asistir a las secciones.

¿Sienten que las actividades planteadas motivan el deseo de aprender geometría y matemática?

Los estudiantes responden que las actividades son muy buenas y que quieren aprender más de ellas, de igual manera, expresan que a sus compañeros los ven muy motivados realizando todas las actividades.

¿Sientes que se mejora o se desmejora la disciplina con actividades como esta?

Expresan que estas actividades favorecen el desarrollo ordenado de la clase, solo un estudiante dice que algunos de sus compañeros aprovechan para hacer indisciplina pero en general todos trabajan ordenadamente.

¿Sentías deseo de llegar temprano a clases?

Expresan que este trabajo favorece la asistencia a clases y que a ellos personalmente les gusta ir a las clases.

GRUPO EXPERIMENTAL

Con respecto a la primera pregunta **¿Cómo te pareció el trabajo realizado en las últimas clases?**

Solo uno de los estudiantes entrevistados recuerda con facilidad el trabajo que se realiza sin ayuda del maestro cooperador, todos, concuerdan en que el trabajo realizado en las ultimas clases es muy agradable y que les gusta trabajar por medio del computador, ya que cambian de ambiente saliendo así de la rutina.

¿Qué dificultades encuentras en el desarrollo de las actividades planteadas?

Responden que una de las dificultades es que no conocen el programa y que no están acostumbrados a trabajar con computadores, dos de ellos expresan que les gusta la actividad, pero que a veces, les da dificultad algunas construcciones.

¿Qué fortalezas encuentras en el desarrollo de las actividades planteadas?

Expresan que trabajar con el computador les ayuda a aprender de su manejo, además, les facilita el aprendizaje ya que les permite ver cosas nuevas, uno de ellos dice que le gusta trabajar con computadores, por que este le muestra lo que esta mal y simplemente lo corrige, en cambio que en el tablero le toca borrar todo, todos dicen haber entendido el tema.

¿Cómo se siente cuando desarrolla las actividades?

Los estudiantes responden que les gusta la actividad y se sienten muy bien, dicen que les gusta ir a los computadores porque cambian de ambiente.

¿Sienten que las actividades planteadas motivan el deseo de aprender geometría y matemática?

Expresan que les gusta mucho la actividad, ya que les permite aprender cosas nuevas. Dicen que a sus compañeros les gusta la actividad pero que algunos aprovechan para hacer otras cosas.

¿Sientes que se mejora o se desmejora la disciplina con actividades como esta?

Algunos estudiantes, expresan que el trabajo en computadores incrementa el desorden, ya que hay compañeros que no prestan atención y hacen otras cosas que no tiene que ver con la actividad, otros dicen, que les parece que hay orden, aunque algunos compañeros aprovechan para hacer bulla y charlar.

¿Sentías deseo de llegar temprano a clases?

Todos expresan que este trabajo no favorece la asistencia a clases, pero que a ellos personalmente les gusta ir a clases.

ANÁLISIS DE LAS CATEGORÍAS

El siguiente análisis, se realiza a partir de cuatro categorías que son: actitud frente a la metodología, manejo de los instrumentos, utilización de los mismos para resolver problemas y el aprendizaje de la geometría. En este análisis se presenta las diferencias y semejanzas que se logran inferir de la información obtenida en todo el proceso del proyecto entre el grupo control y el grupo experimental.

Aprendizaje de la geometría.

En cuanto al aprendizaje de los conceptos, basados en los niveles de razonamiento de los Van Hiele, en el grupo experimental el 63% de los estudiantes se ubican en el nivel 1, en comparación con los del grupo control en este mismo nivel se ubican el 49% de los estudiantes. Una de las razones que se observa para que en el grupo experimental exista una mayor cantidad de estudiantes en este nivel, se adjudica a que en el transcurso de las clases algunos

estudiantes centran mas su interés en el mediador que en la temática, además, el orden de las clases se ve menos favorecido con esta metodología implementada, lo que lleva a que algunos estudiantes solo alcancen a ubicasen en este nivel.

En el nivel 2, en el grupo experimental se ubica el 17% de los estudiantes, y en el grupo control el 21%, en el nivel 3 en el grupo experimental se ubican el 20% de los estudiantes, mientras que en el grupo control en este mismo nivel se ubican el 30% de los estudiantes. Como se puede notar los resultados en esta categoría son más favorables para el grupo control, en el que se alcanza un mayor número de estudiantes en un nivel de razonamiento más alto, en comparación con el grupo experimental. Las razones que se observan para que se den estos resultados, se presentan en el análisis de las categorías a continuación.

Actitud frente a la metodología

Una de las semejanzas que se encuentra entre estos dos grupos, es que en el 100% de las intervenciones de ambos grupos, todos los estudiantes muestran interés por interactuar con el mediador o mediadores en el momento en que se les plantea la metodología. En general, cuando se presenta una actividad diferente a la que normalmente se emplea, los estudiantes adquieren una posición de interés e incertidumbre por conocer dicha propuesta, en este sentido implementar clases en la sala de computadores o por medio de guías, es una herramienta que permite incrementar el interés de los estudiantes.

Otra semejanza que se encuentra en los grupos, es respecto a la puntualidad y el alto porcentaje de asistencia a las clases, ya que en ambos en el 100% de las intervenciones los estudiantes son puntuales a la hora de iniciar cada sesión, y además con un alto porcentaje de asistencia.

La ultima semejanza que se encuentra con respecto a esta primera categoría, es que en el 100% de las intervenciones de ambos grupos, a veces la metodología es un elemento que motiva la participación de los estudiantes, a través de aportes y manifestaciones de inquietudes significativas que dan cuenta de una apropiación conceptual por parte de los estudiantes, de igual manera, en el 100% de las intervenciones de ambos grupos, en algunos estudiantes se observa actitudes de autoformación motivadas por la metodología y sus mediadores. Durante el desarrollo de las actividades, algunos estudiantes tanto del grupo control como del experimental, motivados por la metodología, realizan o construyen figuras que no están incluidas en el trabajo planteado, pero que si tienen relación con la temática trabajada, esta actitud de algunos estudiantes es lo que permite anotar la apreciación anterior.

En cuanto a las diferencias encontradas en esta categoría, se observa que en el 100% de las intervenciones del grupo experimental, la metodología a veces es un elemento que aporta al desarrollo ordenado de la clase, mientras, que en el grupo control en el 33% de las intervenciones la metodología a veces lo es, y en el otro 67% siempre es un elemento que aporta al desarrollo ordenado de las clases. Si bien el trabajo en computadores es del agrado de muchos estudiantes, a veces esta metodología ayuda a incrementar el desorden, ya que por las diferentes alternativas que ofrecen estos medios, muchos estudiantes pretenden realizar otras actividades, pero además, la quieren compartir con algunos compañeros, lo cual ayuda a que el orden del salón no sea el mejor.

Otra diferencia encontrada, es que en el 100% de las intervenciones del grupo experimental, a veces hay rendimiento y eficacia motivada por la metodología, igualmente a veces se cumple con las tareas y compromisos acordados en clase, mientras que en el grupo control, el 67% de las intervenciones siempre hay

rendimiento y eficacia motivada por la metodología y el otro 33% solo a veces, y en cuanto a las tareas y compromisos acordados en clases en el 100% de las intervenciones siempre se cumplen. Esta diferencia surge por las mismas características de los computadores, que en muchas ocasiones pueden convertirse en una distracción para los estudiantes y por lo tanto no se tenga el rendimiento deseado y no se cumplan con las tareas planteadas.

Y la última diferencia encontrada con respecto a esta categoría, es que en el 100% de las intervenciones del grupo experimental se observa que la metodología promueve más el trabajo grupal, mientras que en el 100% de las intervenciones del grupo control promueve más el trabajo individual.

Manejo del instrumento

Una de las semejanzas encontradas es que en el 100% de las intervenciones del grupo control y el experimental, se observa que los estudiantes utilizan correctamente el instrumento propuesto para la actividad. Con la anotación que a ambos grupos se les explica algunos conceptos que no recuerdan y que son necesarios para realizar las actividades, y al grupo experimental se presenta unas instrucciones para el manejo del software, ya que este es nuevo para ellos, una vez realizadas estas aclaraciones los estudiantes utilizan de manera correcta los instrumentos.

Otra semejanza, es que en el 100% de las intervenciones tanto en el grupo control como en el experimental, los estudiantes si identifican las principales características del instrumento. Con la misma anotación de la semejanza anterior, una vez explicados ciertos conceptos o herramientas.

Y la ultima semejanza encontrada en esta categoría, es que en el 100% de las intervenciones del grupo control y del grupo experimental, se observa que los estudiantes reconocen la utilidad proporcionada por el instrumento. Una anotación que se hace, es que en el grupo experimental reconocen tanto esta utilidad que algunos estudiantes realizan construcciones por medio del computador sin entender algunos conceptos.

Por otra parte entre las diferencias encontradas en esta categoría, esta que en el 100% de las intervenciones del grupo control, los estudiantes demuestran tener un conocimiento previo del instrumento, mientras que en el grupo experimental el 33% de las intervenciones los estudiantes no demuestran tener un conocimiento previo del instrumento, y en el otro 67% si lo demuestran tener. Las razones son lógicas, ya que los estudiantes no conocen el software.

Y la ultima diferencia encontrada en esta categoría, es que en el 100% de las intervenciones del grupo control, no se observa que los estudiantes reconozcan las limitaciones del instrumento, mientras que en el grupo experimental en el 67% de las intervenciones los estudiantes reconocen algunas limitaciones del instrumento, en el otro 33% esto no es observado. Esto se nota, por que en el desarrollo de la guía del grupo experimental, algunos estudiantes realizan las construcciones que aparentemente son lo que se estaba exigiendo en la actividad, pero en el momento de animar la construcción por medio de uno de sus puntos, o al mover una de sus partes, la construcción no permite visualizar lo que se pretende, ya que la manera como la realizan no es la correcta para que se pueda animar o mover el punto, por lo tanto, esto se toma como una limitación del instrumento, en la medida que hay que cumplir con unos pasos ordenados para que la animación o el movimiento de las partes funciones con lo planeado.

Utilización que hace del instrumento para resolver problemas

Entre la semejanzas encontradas en esta categoría esta, que en el 100% de las intervenciones del grupo control y el experimental, algunos estudiantes identifican las características de los instrumentos y los categorizan de acuerdo a las necesidades de los problemas a resolver, además, algunos usan las herramientas de forma eficiente para resolver diferentes problemas. La mayoría de los estudiantes no reflexionan sobre que herramienta les proporciona mayor facilidad para resolver los problemas, de igual manera, el desconocimiento de algunos conceptos no permite la eficacia para resolver los problemas.

Otra semejanza encontrada es que en el 100% de las intervenciones del grupo control y el experimental, ningún estudiante cuando soluciona un problema empleando determinadas herramientas, reconoce otras posibilidades de solución, y además, ningún estudiante establece relaciones entre los conceptos involucrados y los instrumentos a utilizar.

Por otra parte, una diferencia encontrada en esta categoría es que en el 100% de las intervenciones del grupo control, algunos estudiantes emplean con seguridad las herramientas para resolver los diferentes problemas que se le plantean, mientras que en el grupo experimental solo en el 67% de las intervenciones se observa esta característica en algunos estudiantes, y el otro 33% en ningún estudiante se observa.

En resumen, una apreciación que se hace de todo el análisis de los datos, es que a los estudiantes los motiva o reciben con agrado el hecho de que la clase sea en

la sala de computadores, esto se puede observar en la actitud que se logra percibir por parte de ellos, su interés por interactuar con los mediadores, la puntualidad, la asistencia, y los gestos de incertidumbre por conocer las actividades que se van realizar.

Una de las razones de esta motivación, es que se cambia de ambiente rompiendo la rutina con la que normalmente se trabajan las matemáticas, pero esto no es garantía para que el estudiante obtenga mejores resultados en el aprendizaje.

Esto se dice, porque uno de los resultados observados en este proyecto, es que los estudiantes del grupo experimental a medida que pasa el tiempo de clases, el interés se centra más en el mediador que en la temática, en este sentido, estos presentan mayores distracciones en el desarrollo del trabajo, ya que algunos utilizan el tiempo en otras actividades que permiten realizar los computadores. De esta manera, el estudiante pierde su interés por el trabajo planteado y no se alcanzan a desarrollar en la totalidad las tareas por parte de algunos estudiantes, a esta situación se le denomina o adquiere el papel de obstáculo para que el estudiante alcance los niveles de aprendizaje a los que se pretende llegar.

Otro aspecto no favorable, es que solo en el 67% de las intervenciones los estudiantes demuestran tener un conocimiento previo del instrumento, y el otro 33% no lo demuestran; aunque los estudiantes tiene contacto con los computadores, muchos los utilizan para el juego, para chatear, u otras actividades, pero existe un desconocimiento en cuanto a los software dinámicos en este caso de la geometría, lo que implica, que en el 100% de las intervenciones a veces halla rendimiento y una eficacia motivadas por la metodología, donde una de las causas, es que solo en el 67% de las intervenciones algunos estudiantes emplean

con seguridad la herramientas para resolver los diferentes problemas en el otro 33% ningún estudiante lo hace, lo que lleva al poco rendimiento de las clases.

Esta información se puede corroborar en la presentación de los datos de la posprueba, en donde se lee que solo el 20% de los estudiantes del grupo experimental llegan a ubicarse en el nivel 3 descrito por los Van Hiele, el 17% en el 2 nivel y el otro 63% en el nivel 1.

Confrontando esta primera apreciación con el grupo control, en éste, de igual manera, se percibe que a los estudiantes los motiva el trabajo con las guías, esto se observa en la actitud que adquieren los estudiantes, igual que en el grupo experimental, hay interés por interactuar con los mediadores, la asistencia es alta, la puntualidad es notoria, y se observan gestos de los estudiantes que expresan ganas por conocer el trabajo a realizar.

Una de las razones para que los estudiantes adquieran esta disposición, es que al implementar una metodología diferente a la que normalmente se trabaja, incrementa la atención de los estudiantes, y lo que se espera es que esta no disminuya en el transcurso de la clase, esta es una de las diferencias que se encuentra entre el grupo experimental y el grupo control, ya que en éste último el interés siempre está centrado tanto en la temática como en el mediador, por lo tanto, con este grupo se alcanza a cumplir con todas las tareas planteadas, pues esta metodología permite un desarrollo más ordenado de la clase, lo que es un factor favorable para que los estudiantes tengan una mayor apropiación de los conceptos.

Otro aspecto favorable, es que a diferencia con el grupo experimental en el 100% de las intervenciones se observa que los estudiantes tienen un conocimiento previo del instrumento, y a demás, en este mismo porcentaje de las intervenciones algunos estudiantes emplean con seguridad la herramientas para resolver los diferentes problemas que se le plantean, lo que permite que en el 100% de las intervenciones halla rendimiento y eficiencia motivada por la metodología.

Esto se puede inferir de la información que se presenta de los datos de la posprueba, en donde se lee que el 30% de los estudiantes del grupo se ubican en el nivel 3, otro 21% en el nivel 2 y el otro 49% en el nivel 1.

En conclusión, aplicar metodologías en las que se implementan software, son estrategias bien recibidas por los estudiantes, sin duda alguna pueden traer grandes ventajas para el aprendizaje de los concepto, pues “una de las principales ventajas de ésta herramienta es que permite animar las construcciones geométricas conservando sus propiedades básicas, es decir que le agrega movimiento a la clásica geometría euclidiana” (Álvarez, citado en Sandoval, 1994). Además, implementarlas es enfrentar uno de los grandes desafíos de la educación colombiana, que son “modificar las estructuras curriculares, organizadas hoy en día a partir de contenidos temáticos y centrados en el trabajo de papel y lápiz, hacia la búsqueda del desarrollo intelectual que incorpore las tecnologías informáticas con miras a fortalecer las actividades cognitivas”. (Moreno, 2002).

Pero es tarea también del maestro, saber cuándo y cómo se debe utilizar dichas metodologías, ya que no siempre favorecen el aprendizaje de los conceptos, como se puede observar en los datos presentados. Algunas veces implementar software puede servir más en la aplicación de los conceptos que en el aprendizaje de los mismos, pues muchos estudiantes hacen construcciones sin entender conceptos

que son requeridos para ello, ya que el programa permite realizar ejecuciones con solo dar clic a cierto icono, sin necesidad que el estudiante entienda o diferencie las características de lo que está ejecutando.

Es por esto que una buena implementación de los software puede ser, utilizarlos cuando ya el estudiante a interiorizado los conceptos, y se utilicen con el fin de observar más características y la invariabilidad de ciertas propiedades por medio de estos instrumentos, ya el estudiante consciente de lo que está ejecutando puede dar un mejor uso a estas herramientas, haciendo referencia al objetivo central del pensamiento actual en el uso de tecnologías, “ es hacer que el construir y el aprender sean visibles y la tecnología sea invisible, que lo importante sea la tarea del aprendizaje y no la tecnología.”(Lastra, 2005, pág. 26).

8.3. Grado Octavo (Factorización)

A continuación se presentan los datos de la información obtenida en las en fases del proyecto de investigación dedicadas a la intervención y la evaluación en el grado octavo.

El análisis presenta los datos de los resultados obtenidos en la posprueba, realizada a dos secciones de grado 8 (sección 6 y sección 12); el primero de estos es el grupo control y el segundo el grupo experimental; dicha información se encuentra organizada en gráficos estadísticos (gráficos de barras). Estos se presentan en dos partes, en la primera se observan los aciertos y desaciertos a todas las preguntas, y en la segunda se sitúan los estudiantes en los niveles de razonamiento de los van Hiele.

Luego, se aclara que es lo que se espera que el estudiante deduzca y analice de cada grupo de preguntas que conforman determinado nivel de razonamiento según la teoría de van Hiele, clasificando, entonces, cada pregunta en uno de estos niveles de acuerdo a las exigencias conceptuales que estas puedan demandar en los estudiantes para una respuesta correcta. Las preguntas están ubicadas entre los niveles 1 y 4, dado que los niveles superiores de razonamiento se alcanzan según algunos autores en los estudios universitarios.

Los van Hiele, afirman que ningún estudiante puede encontrarse en un nivel de razonamiento sin haber primero superado los anteriores, se sitúan los estudiantes, tanto del grupo control como del experimental, en un nivel de razonamiento determinado. Por tanto, los estudiantes que son ubicados, por ejemplo, en el nivel tres de razonamiento, se debe a que además de responder acertadamente a las preguntas que pertenecen a este nivel, también responden acertadamente las

preguntas que pertenecen al nivel 1 y 2 respectivamente. Para mostrar de forma organizada todos estos datos se van a mostrar unas tablas en donde se especifica, cuáles son las preguntas obligatorias (que Los estudiantes deben responder de forma correcta para pasar de un nivel a otro nivel de razonamiento), y las preguntas no obligatorias (que si las responden mal o bien no serán tenidas en cuenta para pasar de un nivel a otro de razonamiento). Es decir, si un estudiante es ubicado en un nivel determinado es porque ha respondido acertadamente las preguntas obligatorias que pertenecen a ese nivel, además de responder todas las preguntas obligatorias que pertenecen a los niveles anteriores.

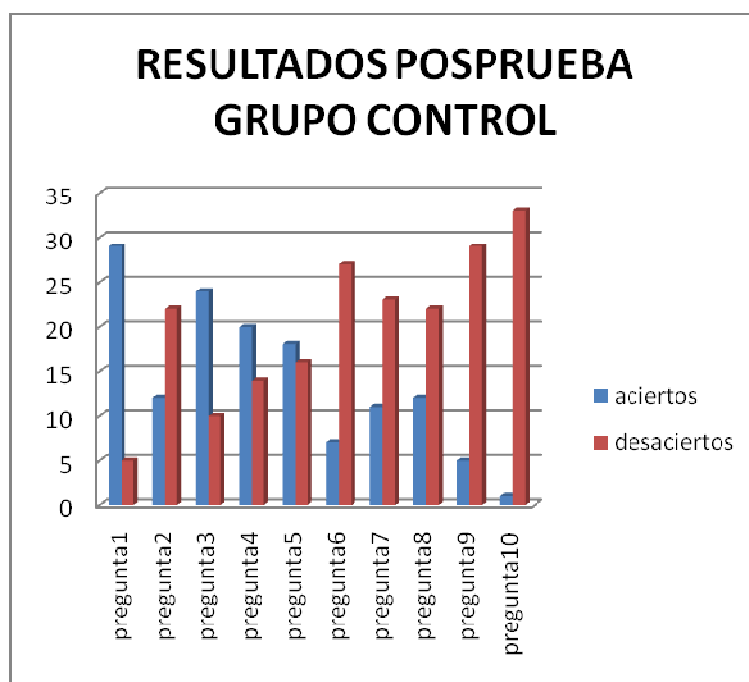
Las guías de observación se presentan en tortas estadísticas, mostrando una breve explicación sobre el significado de cada gráfico. Posteriormente se presentan las generalidades de las entrevistas mediante una síntesis de las respuestas que dan los estudiantes tanto del grupo control, como del experimental, para finalmente y a partir de estos datos realizar una interpretación de ellos, buscando un análisis profundo con base en éstos.

Las interpretaciones se comparan con la teoría y los instrumentos utilizados en el proceso metodológico con la finalidad de ubicarlos en una de las categorías preliminares establecidas.

La posprueba (Anexo 18)

Grupo Control

A continuación se van a mostrar los aciertos y desaciertos que logran obtener los estudiantes de octavo, específicamente las secciones 6 y 12 (el primero grupo control y el segundo el grupo experimental), con respecto a la solución de la posprueba.



Gráfica 88. Porcentaje del número de estudiantes del grupo control que aciertan las preguntas de la posprueba.

En esta gráfica se puede observar el número de aciertos por pregunta que tienen los estudiantes del grupo control en la posprueba.

Para determinar en qué nivel de razonamiento se encuentran los estudiantes de grado 8, se va a mostrar las preguntas que deben contestar acertadamente los estudiantes de la posprueba.

Grupo Experimental



Gráfica 89. Porcentaje del número de estudiantes del grupo experimental que aciertan las preguntas de la posprueba.

NIVELES	PREGUNTAS NECESARIAS	PREGUNTAS NECESARIAS NO
1	1	2
2	3,4	
3	5,8	7
4	6,10	9

Tabla 3: presenta las preguntas que son necesarias para ubicar un estudiante de grado octavo en un determinado nivel de razonamiento.

Además, se indica cuáles son las preguntas que se deben responder acertadamente para ubicarse en un nivel determinado:

NIVELES	PREGUNTAS ACERTADAS
1	1
2	1,3,4
3	1,3,4,5,8
4	1,3,4,5,6,8,10

Tabla 4: Muestra las preguntas que deben ser acertadas para ubicar un estudiante en un nivel de Van Hiele.

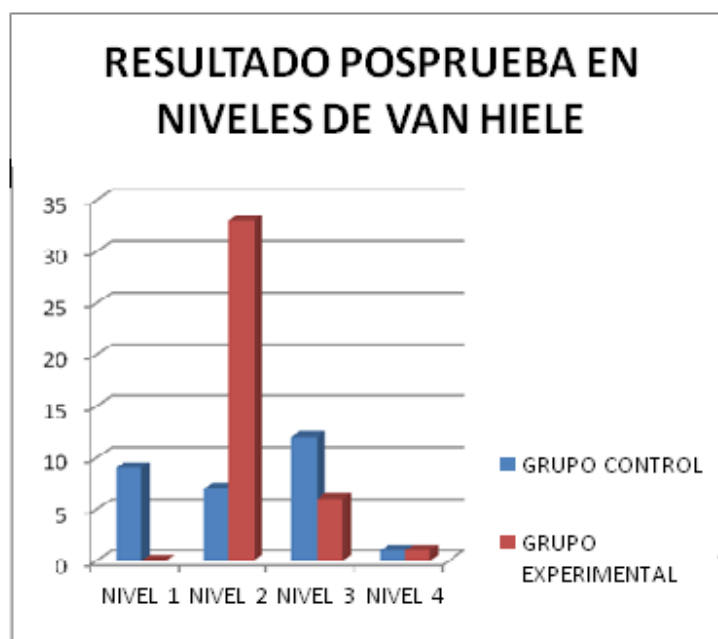
La tabla anterior muestra la “secuencialidad”, o el orden, que no se puede alterar para determinar en qué nivel de aprendizaje se encuentran los alumnos de grado 8.

La siguiente tabla muestra la cantidad de estudiantes que se encuentran en determinado nivel de razonamiento según van hiele:

NIVELES	1	2	3	4
GRUPO CONTROL	9	7	12	1
GRUPO EXPERIMENTAL	0	31	6	1

Tabla 5: cantidad de estudiantes que respondieron las preguntas necesarias para ubicarlos en un determinado nivel.

En la siguiente gráfica se muestra la cantidad de estudiantes tanto del grupo control como del grupo experimental ubicados en cada nivel de razonamiento.



Gráfica 90. Cantidad de estudiantes tanto del grupo control como del grupo experimental ubicados en cada nivel de razonamiento.

Ahora se va a determinar en qué nivel de razonamiento se encuentran los estudiantes de grado 8:

En el primer nivel se pretende que los estudiantes, básicamente reconozcan algunas propiedades, además que visualicen de un conglomerado de figuras, unas características especiales y puedan diferenciar atributos y semejanzas que hay entre cada una de las figuras.

Para poder estar dentro de este nivel los estudiantes, deben responder acertadamente la pregunta número 1 (ver anexo 20) ésta lo que pretende es que

los estudiantes reconozcan las siguientes características fundamentales de dicho nivel: Los objetos se perciben en su totalidad como una unidad, sin diferenciar sus atributos y componentes; se describen por su apariencia física mediante descripciones meramente visuales y asemejándolas a elementos familiares del entorno, no hay lenguaje geométrico básico para llamar a las figuras por su nombre correcto y no reconocen de forma explícita componentes y propiedades de los objetos.

9 estudiantes, responden correctamente esta pregunta, lo que equivale a decir que el 31.03% de los estudiantes se encuentran en el nivel 1. Y en el grupo experimental responden 38.

En el segundo nivel se pretende que los estudiantes identifiquen las siguientes características de las figuras:

- Clasificar las superficies utilizando las propiedades de cada figura.

- Comparen las superficies geométricas por medio de sus propiedades.

- Identifiquen las figuras que componen la superficie, para determinar de cierto modo el área de ésta.

- Reconozcan los atributos simples y necesarios para las relaciones de área en diferentes superficies, sin haber definido aún el concepto.

Para poder estar dentro de este nivel los estudiantes de grado 8 deben responder acertadamente las preguntas número 1, 3 y (ver anexo 20); la cuál pretende que ellos de una manera informal puedan describir las figuras por sus propiedades pero no de relacionar unas propiedades con otras o unas figuras con otras. Como muchas definiciones en geometría se elaboran a partir de propiedades, éstos no pueden elaborar definiciones.

7 estudiantes, responden correctamente estas preguntas, lo que equivale a decir que el 24,14% de los estudiantes se encuentran en el nivel 2. Y en el grupo experimental 26 lo que equivale a 68%.

En el tercer nivel se pretende que los estudiantes utilicen las propiedades geométricas para hallar el área de las figuras, más no tiene mayor implicación de por qué se hace de esa forma.

Para poder estar dentro de este nivel los estudiantes de grado 8 deben responder acertadamente las preguntas número 1, 3, 4, 5 y 8 (ver anexo 20); la cual pretende que ellos describan las figuras de manera formal, es decir, que señalen las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir. Esto es importante pues conlleva a entender el significado de las definiciones, su papel dentro de la geometría y los requisitos que siempre requieren. Realizan clasificaciones lógicas de manera formal ya que el nivel de su razonamiento matemático ya está iniciado. Esto significa que reconocen cómo unas propiedades derivan de otras, estableciendo relaciones entre propiedades y las consecuencias de esas relaciones.

12 estudiantes, responden correctamente esta pregunta, lo que equivale a decir que el 41,38% de los estudiantes se encuentran en el nivel 3. Y en el grupo experimental el 29% están en este nivel.

En el cuarto nivel se pretende que los estudiantes utilicen las propiedades geométricas para hallar el área de las figuras, reconociendo el por qué se hace de esa forma. Además de visualizar de forma correcta que operación se debe implementar para la eficiente solución de los problemas.

Para poder estar dentro de este nivel los estudiantes de grado 8 deben responder acertadamente las preguntas número 1, 3, 4, 5, 8, y 10 (ver anexo 20); la cuál pretende que ellos hagan deducciones y demostraciones lógicas y formales, viendo la necesidad para justificar las proposiciones planteadas, además que comprendan y manejen las relaciones entre propiedades y se formalizan en sistemas axiomáticos, por lo que ya se entiende la naturaleza axiomática de las Matemáticas.

1 estudiante, responde correctamente estas preguntas, lo que equivale a decir que el 3,45% de los estudiantes se encuentran en el nivel 4. Y en grupo experimental 1 lo que equivale al 3,45%.

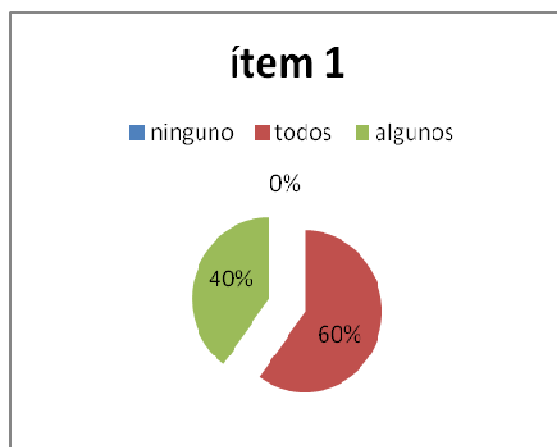
Otro aspecto que se puede destacar de la posprueba realizada a los estudiantes de grado 8, es que 5 personas no están catalogadas para determinarlas en un nivel de razonamiento, lo que equivale al 14.71% del grupo.

Guía de observación (Anexo 22)

Las siguientes gráficas contienen la información que ha sido recolectada durante la observación realizada en los grupos control y experimental, evaluando los tanto la actitud frente a la metodología como el manejo del instrumento y la utilización de éste para resolver problema.

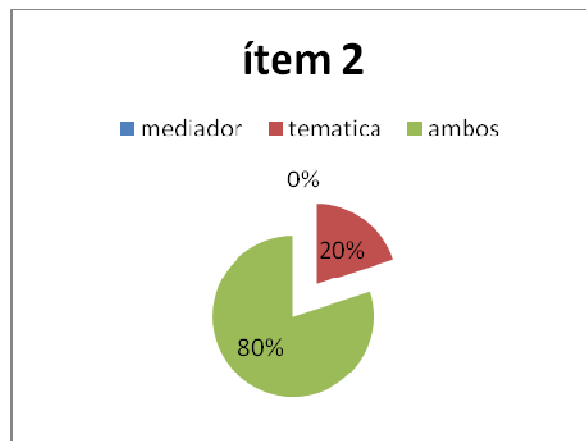
Grupo control

Actitud frente a la metodología



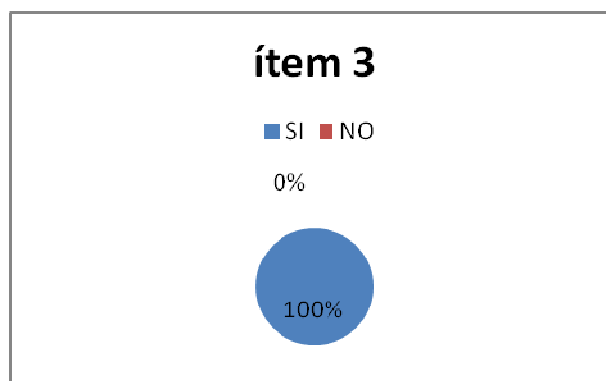
Gráfica 91. Porcentaje de las intervenciones en las cuáles los estudiantes muestran o no interés por la metodología.

Esta gráfica muestra que en el 60% de las intervenciones, todos los estudiantes muestran interés por la metodología, y que el 40% restante de las intervenciones sólo algunos muestran interés.



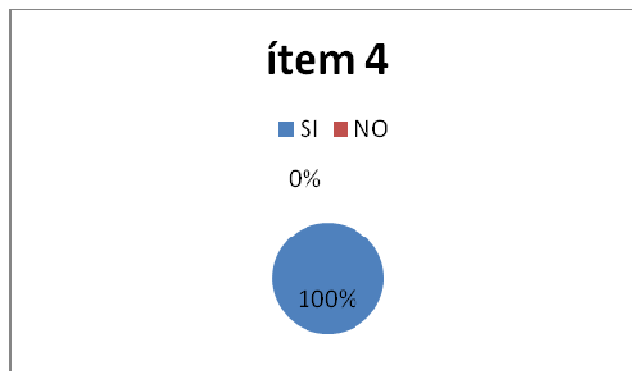
Gráfica 92. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran interés por el mediador o por la temática.

Esta gráfica muestra que en el 20% de las intervenciones los estudiantes centran su interés solo en el temática y en el otro 80% de las intervenciones centran su interés en el mediador y en la temática.



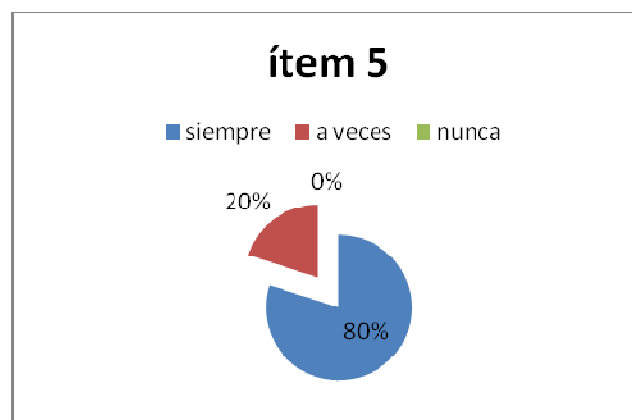
Gráfica 93. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, hay puntualidad por parte de los estudiantes para asistir a cada clase.

La gráfica muestra con claridad que en el 100% de las sesiones hay puntualidad por parte de los estudiantes para asistir a las clases.



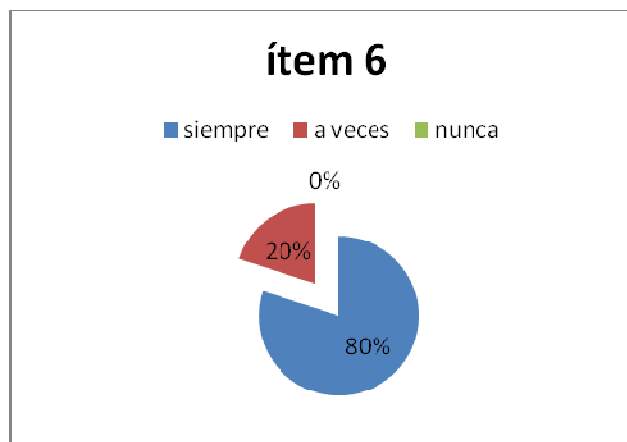
Gráfica 94. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, hay un alto porcentaje de asistencia.

En la gráfica se puede observar que en el 100% de las clases donde se implementa la metodología hay un alto porcentaje de asistencia.



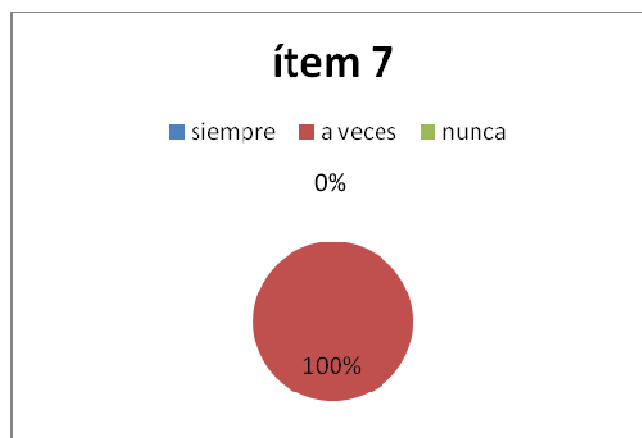
Gráfica 95. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, la metodología aporta al desarrollo ordenado de la clase.

De esta gráfica se puede afirmar que en el 80% de las intervenciones, la metodología es un elemento que aporta al desarrollo ordenado de la clase y el 20% restante de las intervenciones algunas veces aporta al desarrollo ordenado de la clase.



Gráfica 96. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, la metodología motiva la participación de los estudiantes a través de inquietudes y aportes que dan cuenta de de su apropiación conceptual.

La gráfica muestra que en el 80% de las intervenciones la metodología siempre es un elemento que motiva la participación de los estudiantes, mientras que en el 20% restante sólo algunas veces la metodología es un elemento motivador.



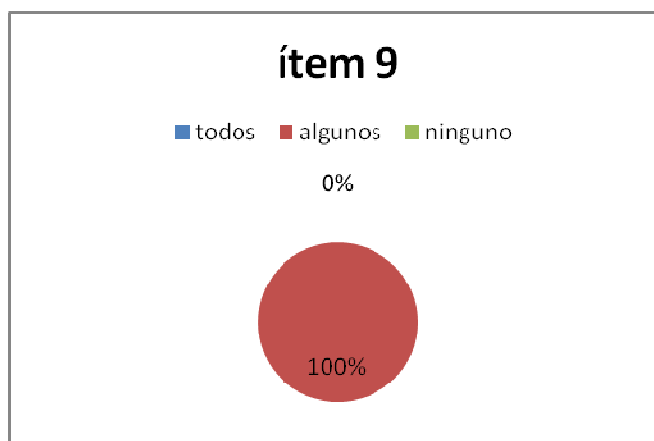
Gráfica 97. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran eficacia y rendimiento en el trabajo en clase.

De esta gráfica se puede afirmar que en un 100% de las intervenciones, algunas veces la metodología motiva el rendimiento y la eficiencia en el trabajo en clase.



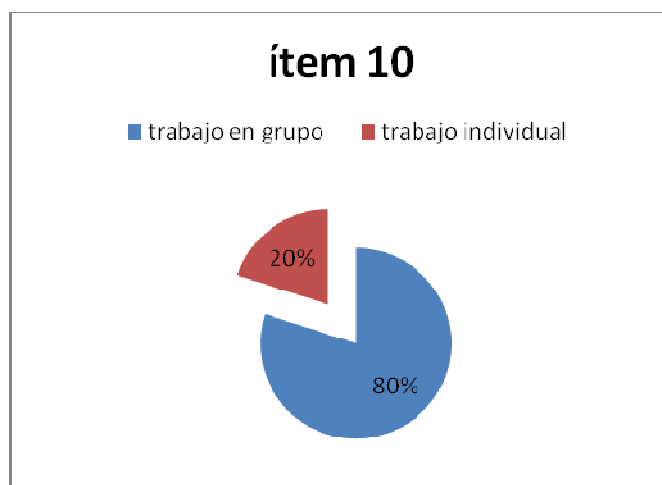
Gráfica 98. Porcentaje de las intervenciones en las que los estudiantes cumplen con las tareas y compromisos.

La gráfica muestra que en el 100% de las intervenciones, los estudiantes siempre cumplen con los compromisos y las tareas propuestas en clase.



Gráfica 99. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran una actitud de autoformación.

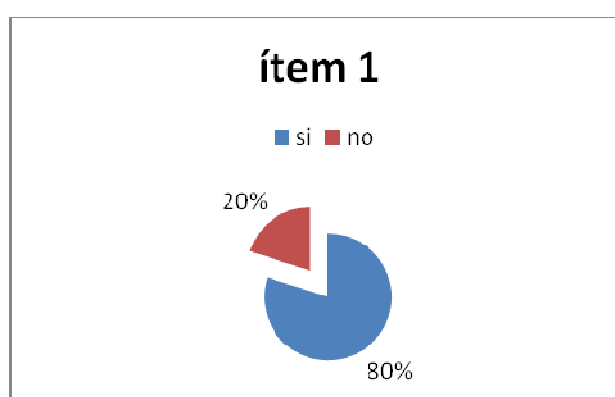
En la gráfica se puede observar que el 100% de las intervenciones, algunos de los estudiantes muestran una actitud de autoformación impulsada por la metodología.



Gráfica 100. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, la metodología promueve más el trabajo en grupo o el trabajo individual.

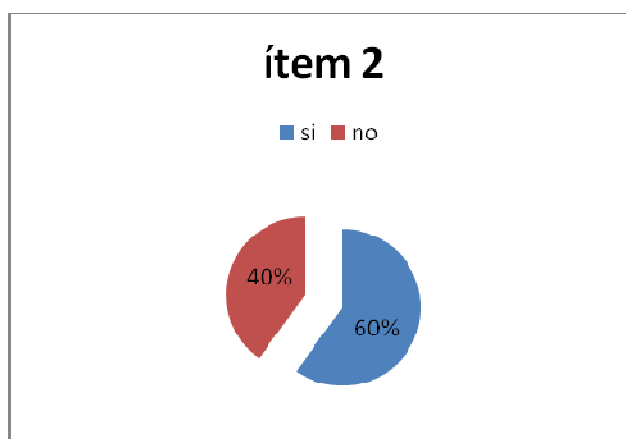
De ésta gráfica se puede concluir que en el 80% de las intervenciones la metodología promueve el trabajo en grupo y que en el 20% de las intervenciones la metodología promueve el trabajo individual.

Manejo del instrumento



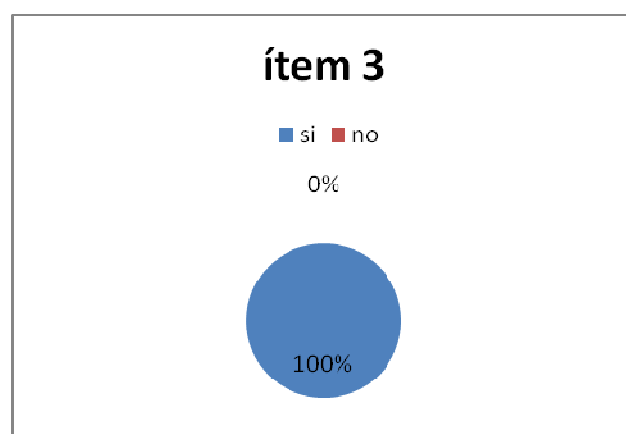
Gráfica 101. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes utilizan correctamente el instrumento propuesto para la actividad.

Los resultados de esta gráfica muestran que en el 80 % de las intervenciones los estudiantes si utilizan correctamente el instrumento propuesto para la actividad, y en el 20% restante lo usan erróneamente.



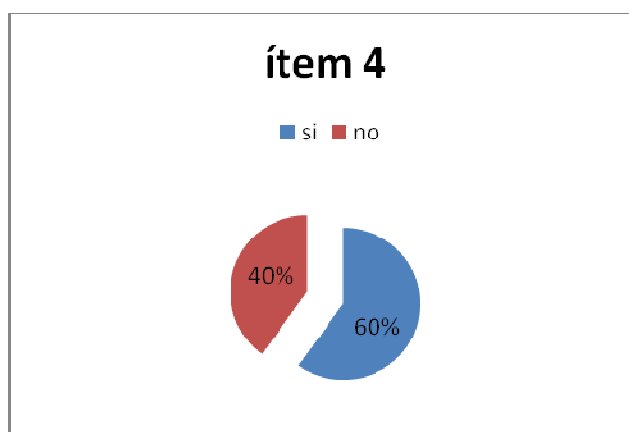
Gráfica 102. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran tener conocimiento previo del instrumento.

La gráfica muestra que en un 60% de las intervenciones los estudiantes revelan tener conocimientos previos del instrumento, mientras que en el 40% restante no muestran tener conocimiento previo del instrumento.



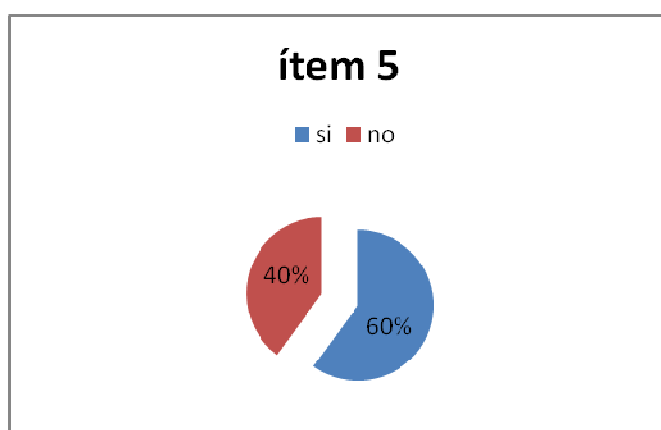
Gráfica 103. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran identificar las características del instrumento.

Esta gráfica revela que en un 100% de las intervenciones los estudiantes muestran identificar las características principales del instrumento.



Gráfica 104. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes reconocen las limitantes del instrumento.

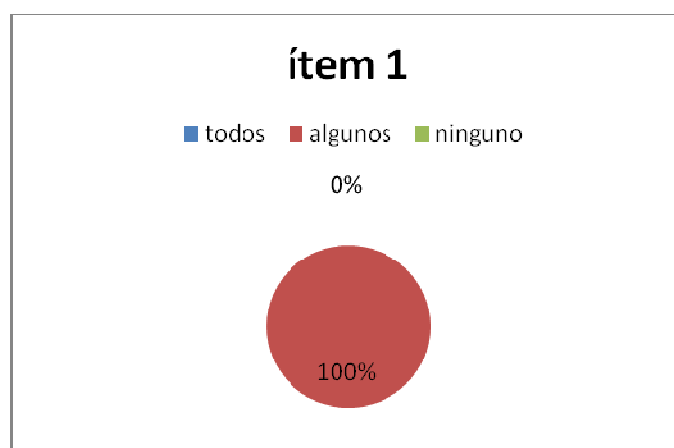
Los resultados que se muestran en esta gráfica evidencian que en el 60% de las intervenciones los estudiantes si reconocen las limitaciones del instrumento y en el 40% restante de las intervenciones no reconocen las limitaciones del instrumento.



Gráfica 105. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes reconocen la utilidad del instrumento.

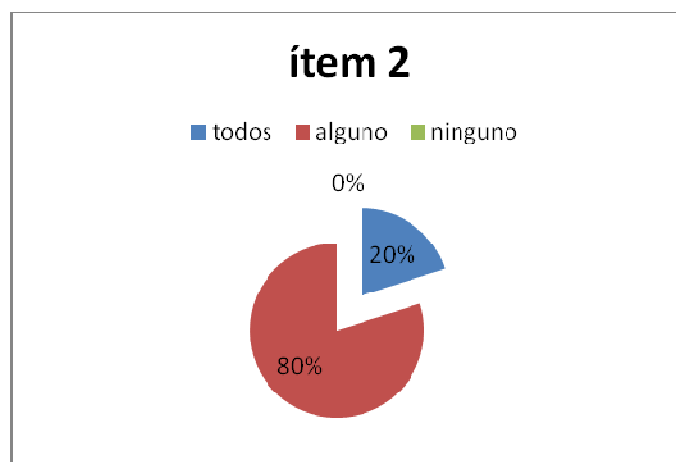
La gráfica muestra que en el 60% de las intervenciones se observa que los estudiantes si reconocen la utilidad del instrumento, mientras que en el 40% restante de las intervenciones los estudiantes no reconocen la utilidad de dicho instrumento.

Utilización que hace del instrumento para resolver problemas



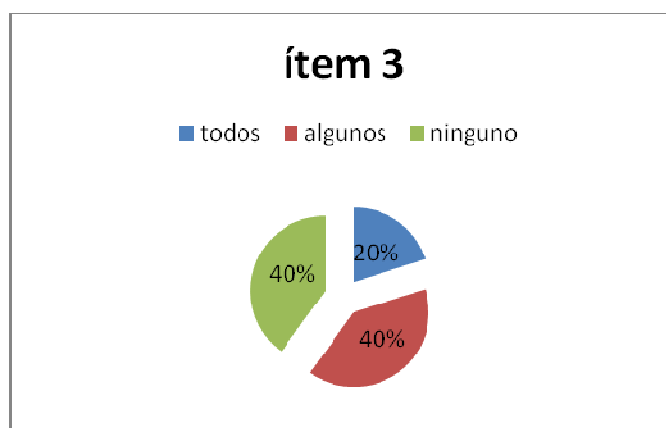
Gráfica 106. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran identificar las características de los instrumentos y categorizarlos según las necesidades de los problemas a resolver.

Como se observa en la gráfica, en un 100% de las intervenciones se ve que algunos estudiantes identifican las características de los instrumentos y los categorizan según las necesidades de los problemas a resolver.



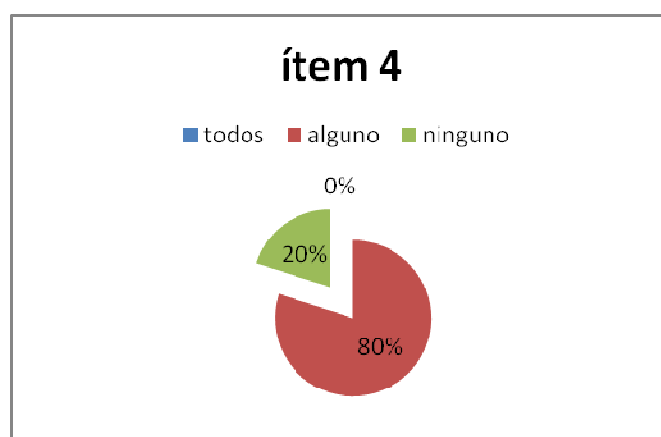
Gráfica 107. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran usar las herramientas de forma eficiente para resolver diferentes problemas.

En esta gráfica, en el 80% de las intervenciones algunos de los estudiantes muestran usar las herramientas de forma eficiente para resolver diferentes problemas, mientras que en el 20% restante de las intervenciones todos los estudiantes muestran, un uso eficiente de las herramientas a la hora de resolver un determinado problema.



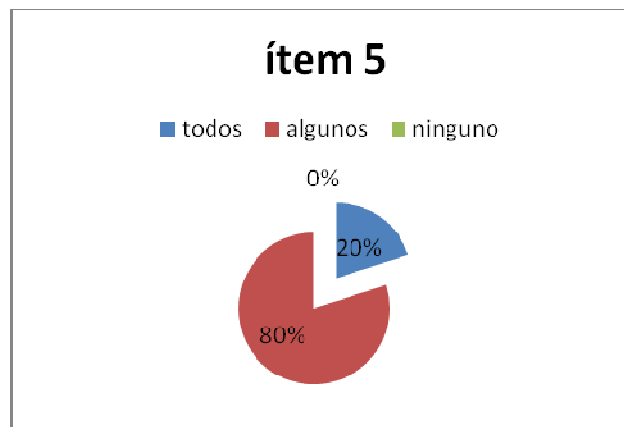
Gráfica 108. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes al solucionar un problema, reconocen otras posibilidades de solución.

Con relación a esta gráfica, se puede decir que en el 40% de las intervenciones solo algunos estudiantes reconocen otras posibilidades de solución, al resolver un problema y en otro 40% de las intervenciones ninguno de los estudiantes logra visualizar otro tipo de solución a los problemas planteados. Mientras que en el 20% restante de las intervenciones todos los estudiantes logran identificar otros métodos o soluciones para los problemas.



Gráfica 109. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran emplear con seguridad las herramientas para resolver problemas.

De esta gráfica se deduce que en el 80% de las intervenciones se observa que algunos de los estudiantes muestran emplear con seguridad las herramientas para resolver los diferentes problemas que se les plantean. Mientras que en el 20% restante de las intervenciones se observa que ningún estudiante logra manejar con seguridad los instrumentos.

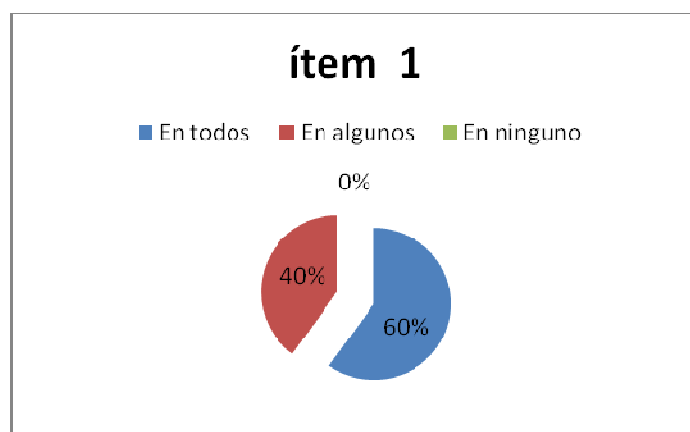


Gráfica 110. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes establecen relaciones entre los conceptos involucrados y los instrumentos a utilizar.

En los resultados de esta gráfica, se visualiza que en un 80% de las intervenciones se observa que algunos estudiantes establecen relaciones entre los conceptos involucrados en un problema determinado y los instrumentos a utilizar para resolverlo. Mientras que en 20% restante de las intervenciones sólo algunos estudiantes muestran establecer dichas relaciones.

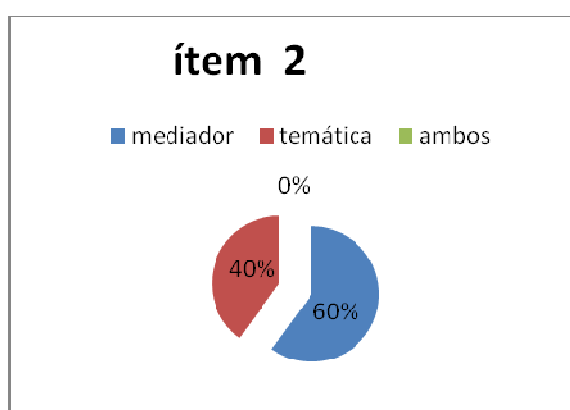
Grupo Experimental

Actitud frente a la metodología



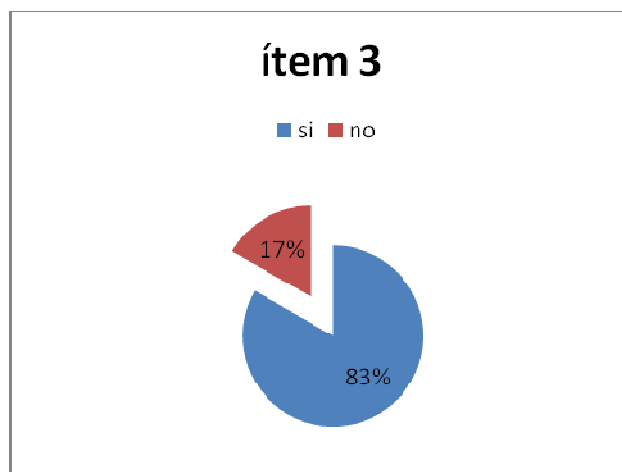
Gráfica 111. Porcentaje de las intervenciones en las cuáles los estudiantes muestran o no interés por la metodología.

Esta gráfica muestra que en el 60% de las intervenciones, todos los estudiantes muestran interés por la metodología, y que el 40% restante de las intervenciones sólo algunos muestran interés.



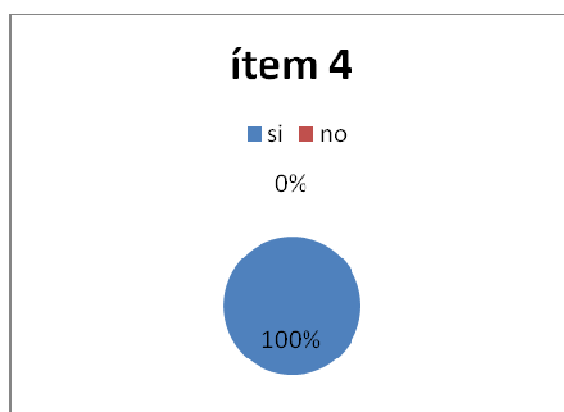
Gráfica 112. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran interés por el mediador o por la temática.

Esta gráfica muestra que en el 40% de las intervenciones los estudiantes centran su interés solo en el temática y en el otro 60% de las intervenciones centran su interés en el mediador.



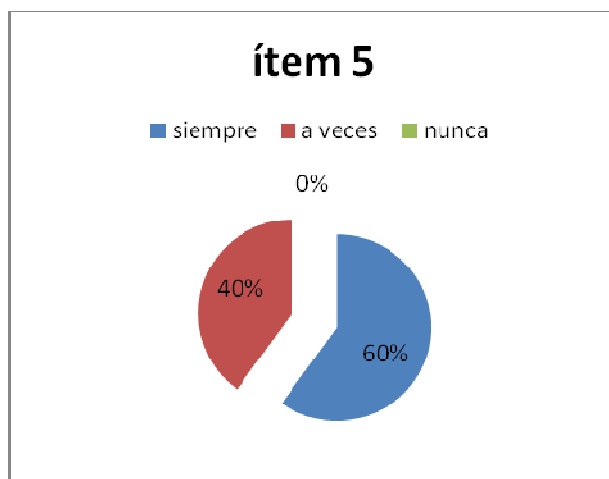
Gráfica 113. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, hay puntualidad por parte de los estudiantes para asistir a cada clase.

La gráfica muestra con claridad que en el 83% de las sesiones hay puntualidad por parte de los estudiantes para asistir a las clases. Y en el 17% no hay puntualidad.



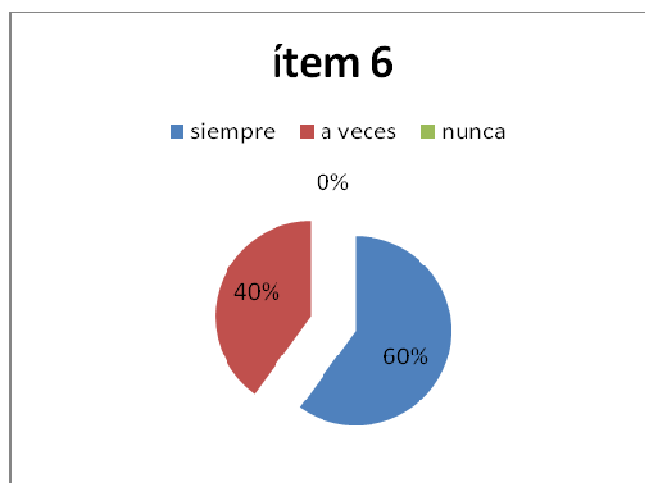
Gráfica114. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, hay un alto porcentaje de asistencia.

En la gráfica se puede observar que en el 100% de las clases donde se implementa la metodología hay un alto porcentaje de asistencia.



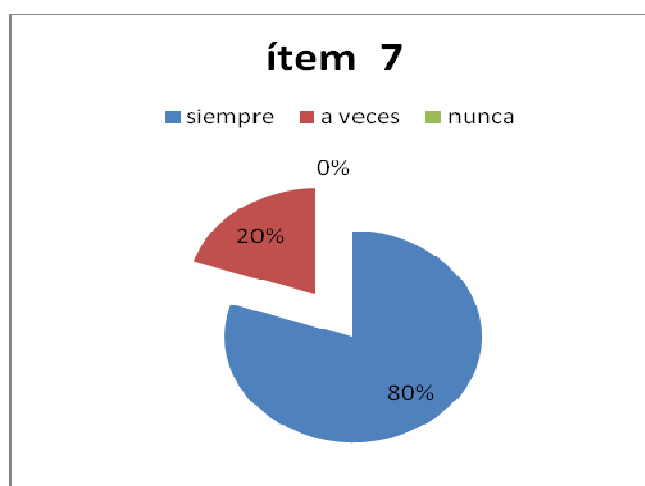
Gráfica 115. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, la metodología aporta al desarrollo ordenado de la clase.

De esta gráfica se puede afirmar que en el 60% de las intervenciones, la metodología es un elemento que aporta al desarrollo ordenado de la clase y el 40% restante de las intervenciones algunas veces aporta al desarrollo ordenado de la clase.



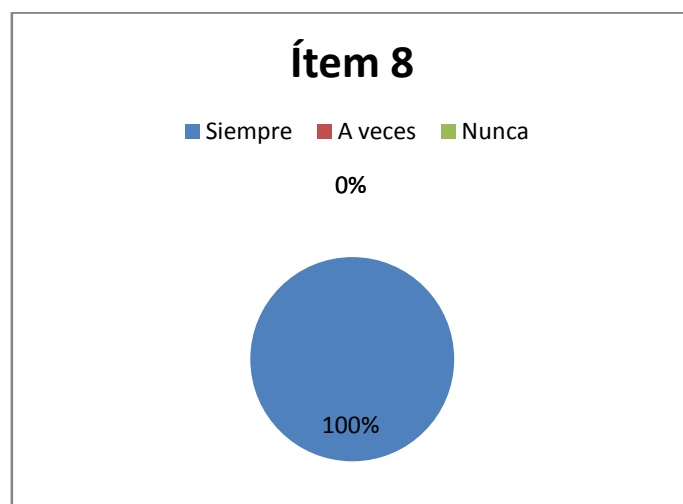
Gráfica 116. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, la metodología motiva la participación de los estudiantes a través de inquietudes y aportes que dan cuenta de de su apropiación conceptual.

La gráfica muestra que en el 60% de las intervenciones la metodología siempre es un elemento que motiva la participación de los estudiantes, mientras que en el 40% restante sólo algunas veces la metodología es un elemento motivador.



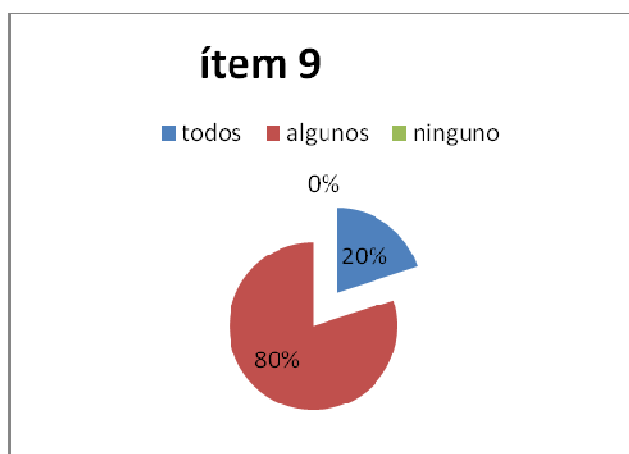
Gráfica 117. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran eficacia y rendimiento en el trabajo en clase.

De esta gráfica se puede afirmar que en un 20% de las intervenciones, algunas veces la metodología motiva el rendimiento y la eficiencia en el trabajo en clase. Y en el 80% siempre motiva el rendimiento.



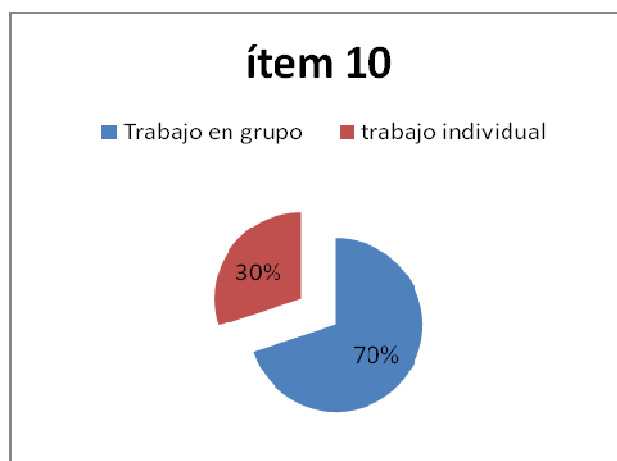
Gráfica 118. Porcentaje de las intervenciones en las que los estudiantes cumplen con las tareas y compromisos.

La gráfica muestra que en el 100% de las intervenciones, los estudiantes siempre cumplen con los compromisos y las tareas propuestas en clase.



Gráfica 119. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran una actitud de autoformación.

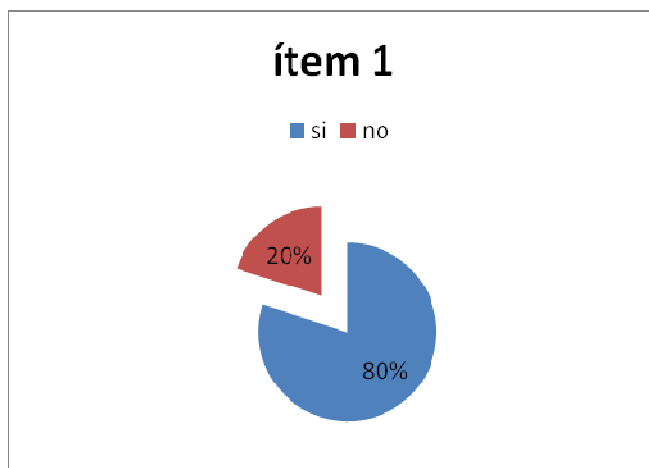
En la gráfica se puede observar que el 80% de las intervenciones, algunos de los estudiantes muestran una actitud de autoformación impulsada por la metodología. Y un 20% en todos.



Gráfica 120. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, la metodología promueve más el trabajo en grupo o el trabajo individual.

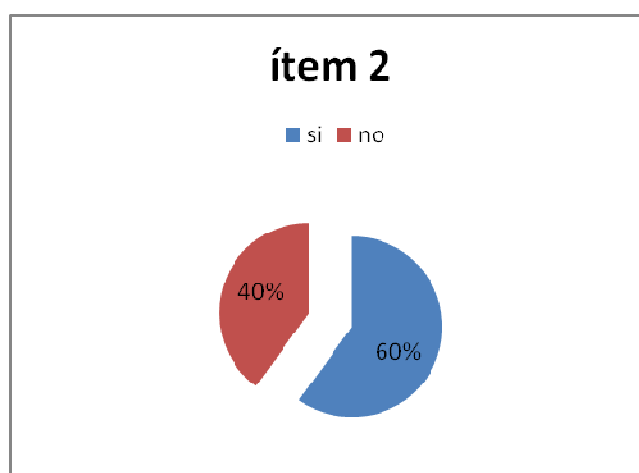
De ésta gráfica se puede concluir que en el 70% de las intervenciones la metodología promueve el trabajo en grupo y que en el 30% de las intervenciones la metodología promueve el trabajo individual.

Manejo del instrumento



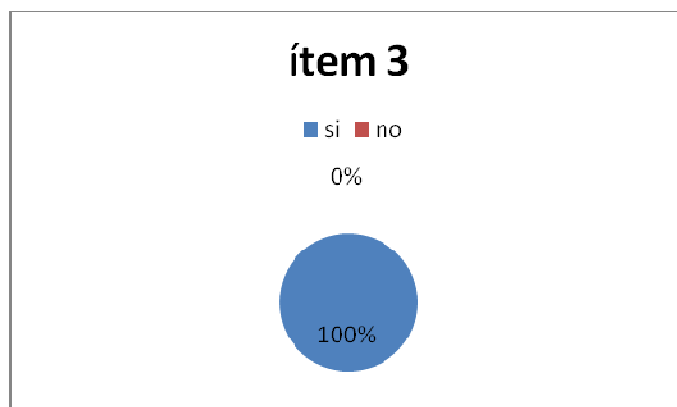
Gráfica 121. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes utilizan correctamente el instrumento propuesto para la actividad.

Los resultados de esta gráfica muestran que en el 80 % de las intervenciones los estudiantes si utilizan correctamente el instrumento propuesto para la actividad, y en el 20% restante lo usan erróneamente.



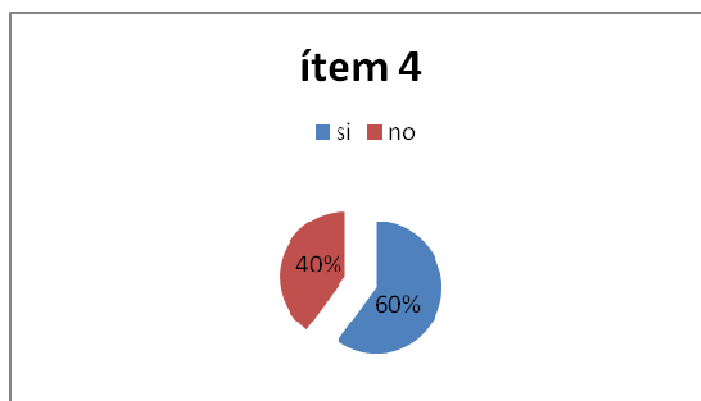
Gráfica 122. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran tener conocimiento previo del instrumento.

La gráfica muestra que en un 60% de las intervenciones los estudiantes revelan tener conocimientos previos del instrumento, mientras que en el 40% restante no muestran tener conocimiento previo del instrumento.



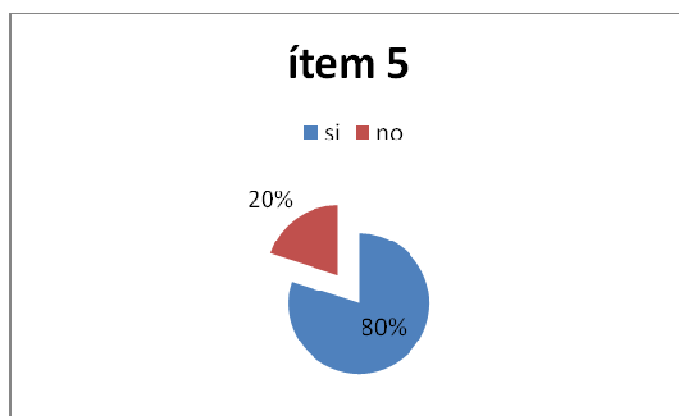
Gráfica 123. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran identificar las características del instrumento.

Esta gráfica revela que en un 100% de las intervenciones los estudiantes muestran identificar las características principales del instrumento.



Gráfica 124. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes reconocen las limitantes del instrumento.

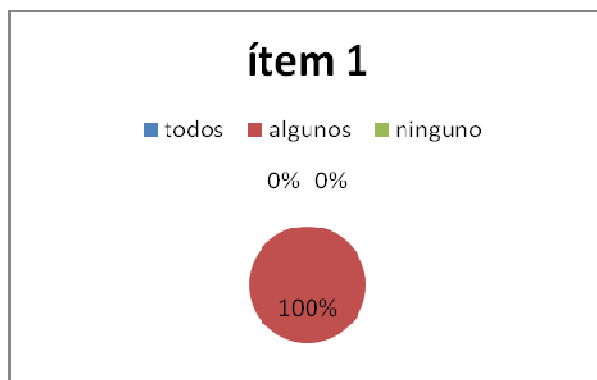
Los resultados que se muestran en esta gráfica evidencian que en el 60% de las intervenciones los estudiantes si reconocen las limitaciones del instrumento y en el 40% restante de las intervenciones no reconocen las limitaciones del instrumento.



Gráfica 125. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes reconocen la utilidad del instrumento.

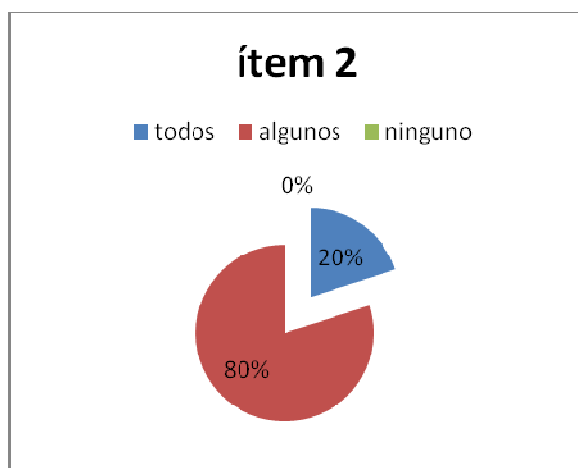
La gráfica muestra que en el 80% de las intervenciones se observa que los estudiantes si reconocen la utilidad del instrumento, mientras que en el 20% restante de las intervenciones los estudiantes no reconocen la utilidad de dicho instrumento.

Utilización que hace del instrumento para resolver problemas



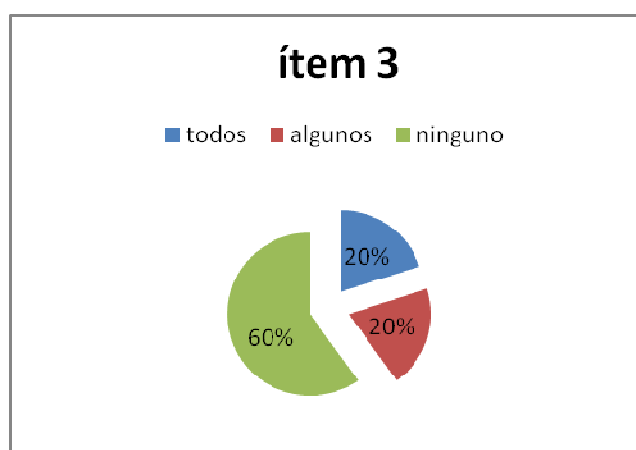
Gráfica 126. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran identificar las características de los instrumentos y categorizarlos según las necesidades de los problemas a resolver.

Como se observa en la gráfica, en un 100% de las intervenciones se ve que algunos estudiantes identifican las características de los instrumentos y los categorizan según las necesidades de los problemas a resolver.



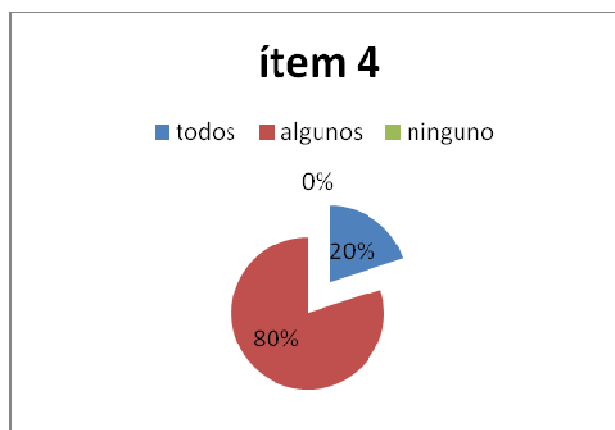
Gráfica 127. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran usar las herramientas de forma eficiente para resolver diferentes problemas.

En esta gráfica, en el 80% de las intervenciones algunos de los estudiantes muestran usar las herramientas de forma eficiente para resolver diferentes problemas, mientras que en el 20% restante de las intervenciones todos los estudiantes muestran, un uso eficiente de las herramientas a la hora de resolver un determinado problema.



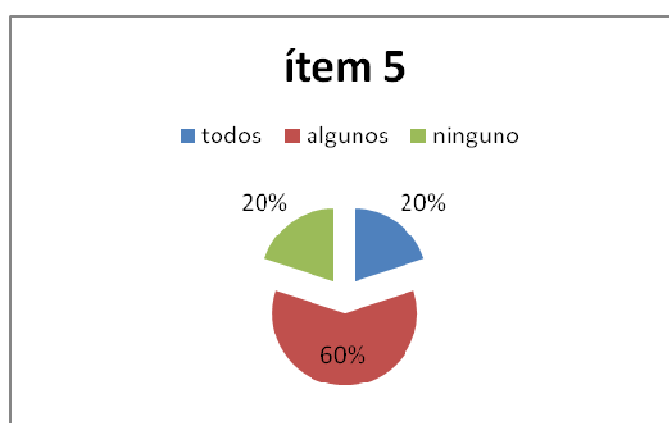
Gráfica 128. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes al solucionar un problema, reconocen otras posibilidades de solución.

Con relación a esta gráfica, se puede decir que en el 20% de las intervenciones solo algunos estudiantes reconocen otras posibilidades de solución, al resolver un problema y en otro 60% de las intervenciones ninguno de los estudiantes logra visualizar otro tipo de solución a los problemas planteados. Mientras que en el 20% restante de las intervenciones todos los estudiantes logran identificar otros métodos o soluciones para los problemas.



Gráfica 129. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran emplear con seguridad las herramientas para resolver problemas.

De esta gráfica se deduce que en el 80% de las intervenciones se observa que algunos de los estudiantes muestran emplear con seguridad las herramientas para resolver los diferentes problemas que se les plantean. Mientras que en el 20% restante de las intervenciones se observa que todos los estudiantes logran manejar con seguridad los instrumentos.



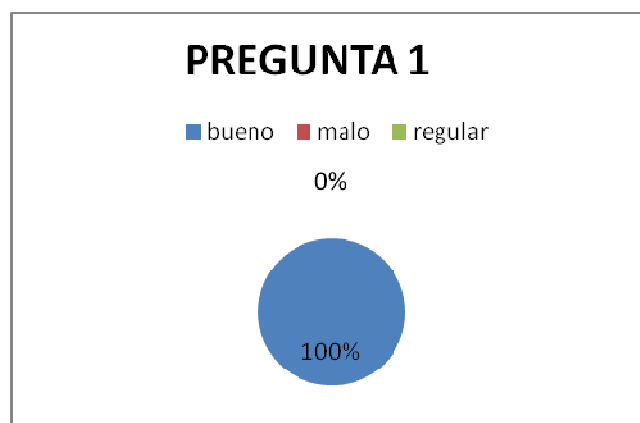
Gráfica 130. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes establecen relaciones entre los conceptos involucrados y los instrumentos a utilizar.

En los resultados de esta gráfica, se visualiza que en un 60% de las intervenciones se observa que algunos estudiantes establecen relaciones entre los conceptos involucrados en un problema determinado y los instrumentos a utilizar para resolverlo. Mientras que en 20% de las intervenciones todos estudiantes muestran establecer dichas relaciones. Y el 20% restante ninguno.

Entrevista Semiestructurada (Anexo 23)

Grupo Control

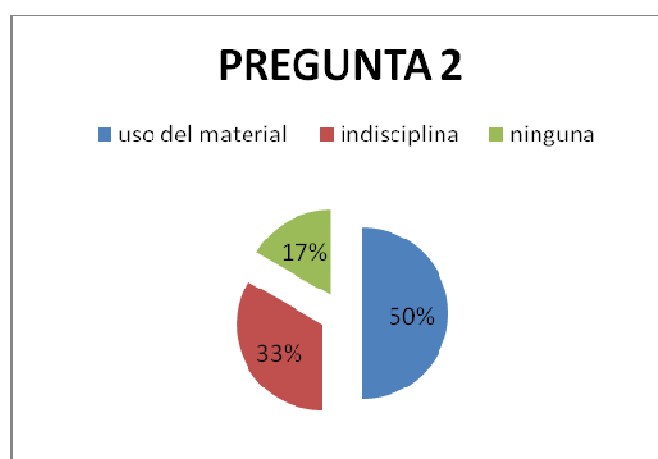
A continuación se realiza una breve síntesis que da cuenta de la percepción de los estudiantes con respecto a la intervención de la metodología durante el desarrollo de la temática de factorización llevada a cabo en el aula de clase.



Gráfica 131. Porcentaje de las respuestas que dan los estudiantes con respecto, al trabajo realizado en las últimas clases.

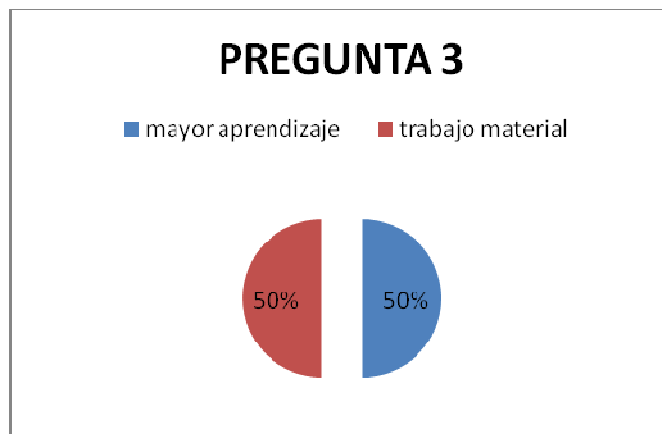
La gráfica muestra como el 100% de los estudiantes entrevistados afirman, que las últimas clases son buenas, además plantean, que las actividades y los

materiales son muy motivantes, son muy claras y precisas sobre lo que se debe hacer, y por último creen que este tipo de metodologías fomentan un aprendizaje más dinámico y significativo.



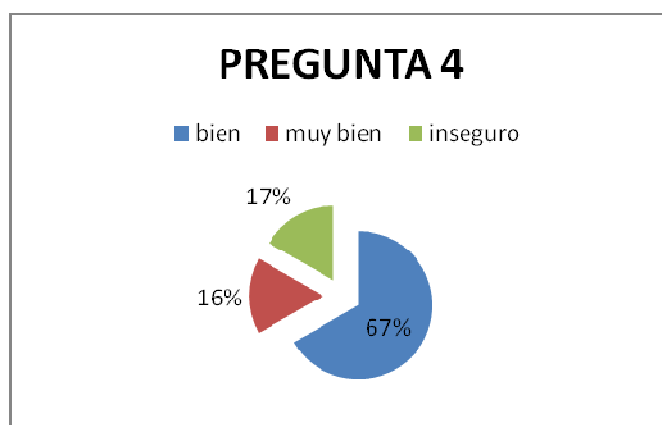
Gráfica 132. Porcentaje de las respuestas que dan los estudiantes con respecto, a las dificultades encontradas durante el desarrollo de las actividades.

La gráfica muestra como el 50% de los estudiantes entrevistados afirman, que la dificultad más grande que hay durante el desarrollo de las actividades planteadas, para comprender el tema de la factorización, es el uso del material; un 33% de dichos estudiantes dicen, que la indisciplina es otro factor que dificulta un buen aprendizaje; y por último el 17% dice que no se presenta ninguna dificultad en el momento de desarrollar las actividades planteadas dentro del aula de clases.



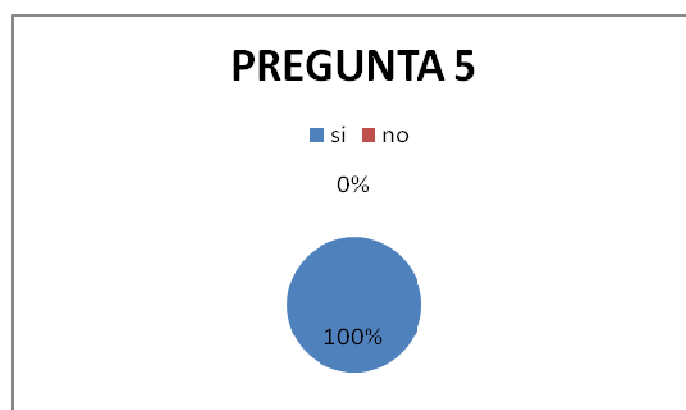
Gráfica 133. Porcentaje de las respuestas que dan los estudiantes con respecto, a las fortalezas encontradas durante el desarrollo de las actividades.

La gráfica muestra como el 50% de los estudiantes entrevistados afirman, que una de las fortalezas que se da durante el desarrollo de las actividades planteadas, para comprender el tema de la factorización, es el trabajo con el material; y el otro 50% de dichos estudiantes dicen, que con la implementación de este tipo de actividades y/o metodologías se aprende mucho mejor y más.



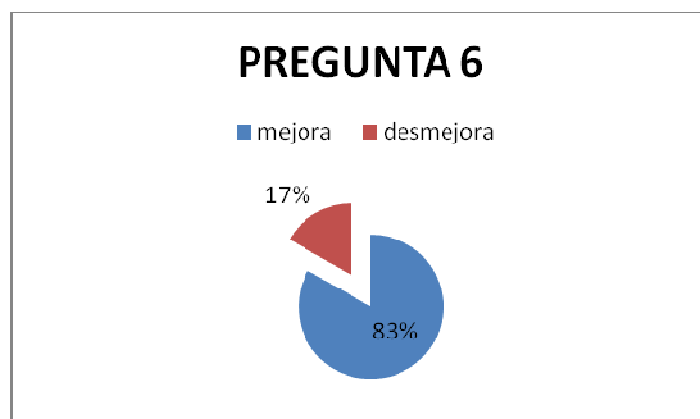
Gráfica 134. Porcentaje de las respuestas que dan los estudiantes con respecto, a lo que sienten durante el desarrollo de las actividades.

La gráfica muestra como el 67% de los estudiantes entrevistados afirman, que se sienten bien durante el desarrollo de las actividades planteadas, un 17% se sienten inseguros, y por último un 16% restante de los estudiantes se sienten muy bien desarrollando las actividades planteadas, puesto que comprenden de forma clara, fácil y dinámica el concepto de la factorización.



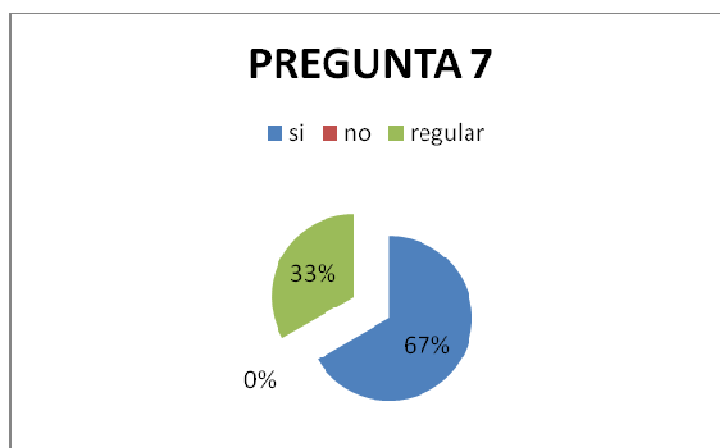
Gráfica 135. Porcentaje de las respuestas que dan los estudiantes con respecto, a los deseos que sienten durante el desarrollo de las actividades por aprender geometría y matemática.

Esta gráfica muestra como el 100% de los estudiantes entrevistados si sienten deseos de aprender geometría y matemática, pues ellos afirman, que esta metodología es clara, dinámica y motiva más las ganas de estudiar y de aprender los conceptos.



Gráfica 136. Porcentaje de las respuestas que dan los estudiantes con respecto, a si mejora o desmejora la disciplina durante el desarrollo de las actividades.

La gráfica muestra como el 83% de los estudiantes entrevistados afirman, que la implementación de dichas actividades, si mejora la disciplina del grupo, por otro lado, un 17% restante de los estudiantes dicen que este tipo de metodología no mejora la disciplina, sino que por el contrario la desmejora.

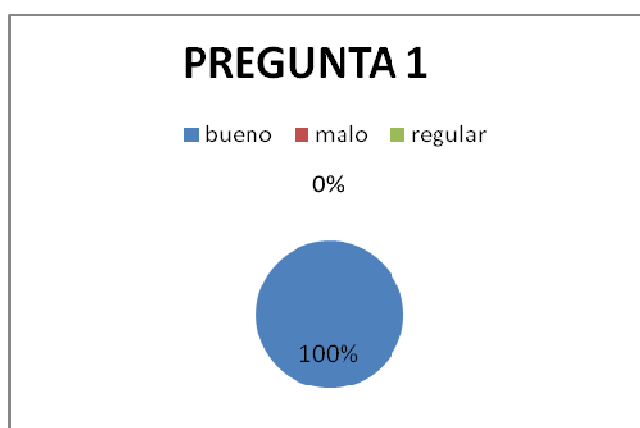


Gráfica 137. Porcentaje de las respuestas que dan los estudiantes con respecto, a si sienten deseos de llegar temprano a clases.

La gráfica muestra como el 67% de los estudiantes entrevistados afirman, que si sienten deseos de llegar temprano a clase, unos por que les gusta la matemática y

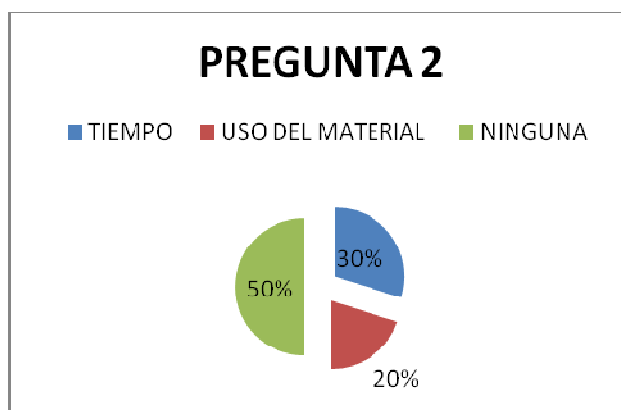
otros porque les gusta el trabajo implementado para explicar el tema de la factorización; el 33% restante de los estudiantes, dicen que más o menos sienten ganas de asistir a la clase, pues a la mayoría esta materia no les gusta mucho.

Grupo Experimental



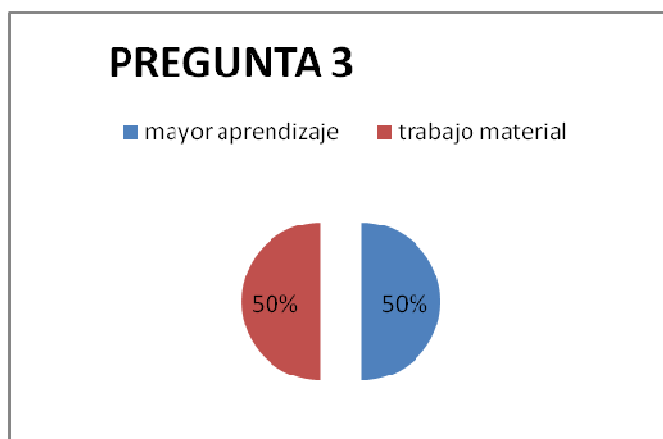
Gráfica 138. Porcentaje de las respuestas que dan los estudiantes con respecto, al trabajo realizado en las últimas clases.

La gráfica muestra como el 100% de los estudiantes entrevistados afirman, que las últimas clases son buenas, además plantean, que las actividades y los materiales son muy motivantes, son muy claras y precisas sobre lo que se debe hacer, y por último creen que este tipo de metodologías fomentan un aprendizaje más dinámico y significativo.



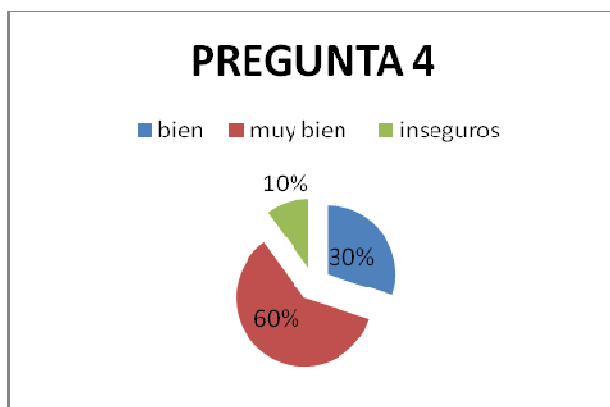
Gráfica 139. Porcentaje de las respuestas que dan los estudiantes con respecto, a las dificultades encontradas durante el desarrollo de las actividades.

La gráfica muestra como el 20% de los estudiantes entrevistados afirman, que la dificultad que hay durante el desarrollo de las actividades planteadas, para comprender el tema de la factorización, es el uso del material; un 30% de dichos estudiantes dicen, que el tiempo es otro factor que dificulta un buen aprendizaje; y por último el 50% dice que no se presenta ninguna dificultad en el momento de desarrollar las actividades planteadas dentro del aula de clases.



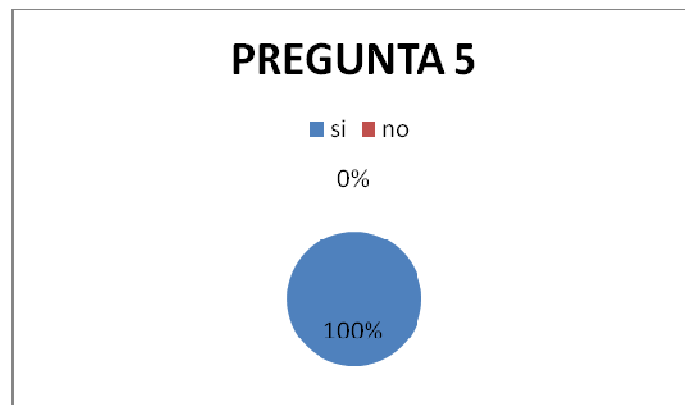
Gráfica 140. Porcentaje de las respuestas que dan los estudiantes con respecto, a las fortalezas encontradas durante el desarrollo de las actividades.

La gráfica muestra como el 50% de los estudiantes entrevistados afirman, que una de las fortalezas que se da durante el desarrollo de las actividades planteadas, para comprender el tema de la factorización, es el trabajo con el material; y el otro 50% de dichos estudiantes dicen, que con la implementación de este tipo de actividades y/o metodologías se aprende mucho mejor y más.



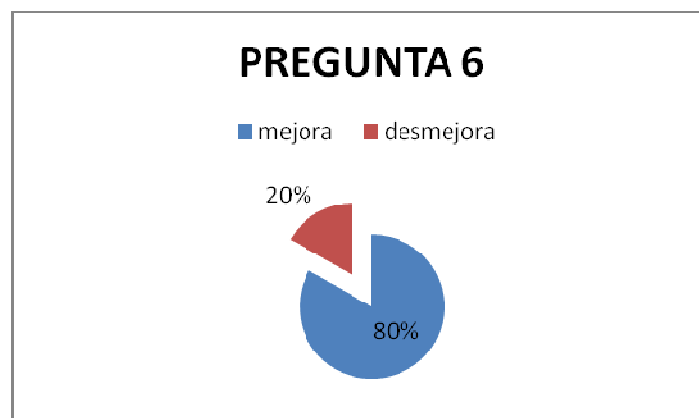
Gráfica141. Porcentaje de las respuestas que dan los estudiantes con respecto, a lo que sentían durante el desarrollo de las actividades.

La gráfica muestra como el 30% de los estudiantes entrevistados afirman, que se sienten bien durante el desarrollo de las actividades planteadas, un 10% se sienten inseguros, y por último un 60% restante de los estudiantes se sienten muy bien desarrollando las actividades planteadas, puesto que comprenden de forma clara, fácil y dinámica el concepto de la factorización.



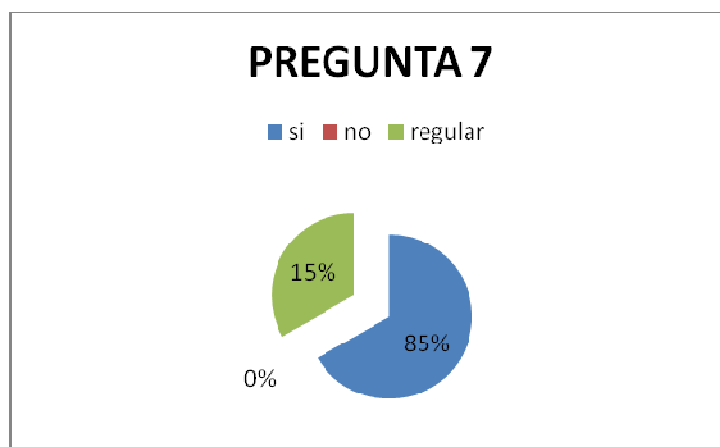
Gráfica 142. Porcentaje de las respuestas que dan los estudiantes con respecto, a los deseos que sienten durante el desarrollo de las actividades por aprender geometría y matemática.

Esta gráfica muestra como el 100% de los estudiantes entrevistados si sienten deseos de aprender geometría y matemática, pues ellos afirman, que esta metodología es clara, dinámica y motiva más las ganas de estudiar y de aprender los conceptos.



Gráfica 143. Porcentaje de las respuestas que dan los estudiantes con respecto, a si mejora o desmejora la disciplina durante el desarrollo de las actividades.

La gráfica muestra como el 83% de los estudiantes entrevistados afirman, que la implementación de dichas actividades, si mejora la disciplina del grupo, por otro lado, un 17% restante de los estudiantes dicen que este tipo de metodología no mejora la disciplina, sino que por el contrario la desmejora.



Gráfica 144. Porcentaje de las respuestas que dan los estudiantes con respecto, a si sienten deseos de llegar temprano a clases.

La gráfica muestra como el 85% de los estudiantes entrevistados afirman, que si sienten deseos de llegar temprano a clase, unos por que les gusta la matemática y otros porque les gusta el trabajo implementado para explicar el tema de la factorización; el 15% restante de los estudiantes, dicen que más o menos sienten ganas de asistir a la clase. Esto por ser más dinámica.

ANÁLISIS DE LAS CATEGORIAS.

Con el fin de comparar los procesos elaborados y los resultados alcanzados tanto en el grupo control como en el grupo experimental, se analizan las categorías expuestas en el proceso metodológico, para con ello establecer las diferencias en el aprendizaje evidentes en los estudiantes de ambos grupos.

Aprendizaje de la geometría

Frente a esta categoría se observa que en el grupo control el 14.71% de los estudiantes no alcanza ningún nivel de razonamiento, debido a que no responde la pregunta número 1 de la posprueba, que es una de las preguntas obligatorias para estar catalogados como mínimo en el nivel 1. Mientras que en el grupo experimental todos los estudiantes están clasificados en uno de los niveles de razonamiento de van hiele.

Dentro del nivel 1 se encuentran categorizados el 31.03% de los estudiantes de grado 8, correspondientes al grupo control, y el 100% de los estudiantes del grupo experimental. Frente a este nivel de razonamiento se nota gran diferencia, pues en el primer grupo los estudiantes no, lo que puede deberse a que los estudiantes de ambos grupos se les dificulta reconocer las propiedades y características más importantes de cada figura; en el segundo grupo hay mayor visualización y apropiación del tema planteado; por ello se les facilita identificar visualmente las figuras entre otros polígonos.

En el nivel 2 se encuentran categorizados el 24,14% de los estudiantes del grupo control y el 100% de los estudiantes del grupo experimental. Esta diferencia se puede dar, porque los estudiantes del grupo experimental al interactuar con el software GeoGebra, pueden ver que los objetos no son estáticos y visualizar de mejor manera algunas de sus propiedades, mientras que por medio de la enseñanza convencional de la geometría los objetos son estáticos y esto puede dificultar tal abstracción.

En el nivel 3 se encuentran categorizados el 41,38% de los estudiantes del grupo control y el 14% de los estudiantes del grupo experimental. Esta diferencia se da porque algunos de los estudiantes del grupo control, ya son capaces de reconocer que algunas propiedades se deducen de otras y de descubrir esas implicaciones; en particular, puede clasificar lógicamente las diferentes familias de figuras a partir de sus propiedades o relaciones ya conocidas. No obstante se podría pensar que en el grupo experimental, con ayuda del software GeoGebra se favorece la manipulación de actividades de exploración de propiedades y relaciones geométricas, que pueden ser verificadas mediante el uso de mecanismos de control que están incorporados al programa.

En el nivel 4, se encuentran categorizados el 3,45% de los estudiantes del grupo control y uno de los estudiantes del grupo experimental. Esto se debe a que en el grupo experimental, un estudiante logra alcanzar la plena capacidad de razonamiento lógico matemático y, al mismo tiempo, la capacidad para tener una visión globalizadora del área estudiada, Pero los demás estudiantes no reconocen las condiciones necesarias y suficientes, no hacen conjeturas, por tanto no tiene los elementos para verificar la validez de una afirmación matemática. Pueden entender una demostración explicada por el docente pero no las comprenden en cuanto a su estructura, no son capaces de producirla por sí mismos o de modificar su secuencia o de concretarla a partir de premisas diferentes.

Actitud frente a la metodología

Diferencias.

En esta categoría se observan algunas diferencias importantes de enunciar que han sido registradas durante la fase de intervención llevada a cabo en el grupo control y en el grupo experimental. La primera diferencia que se identifica es, que ante el interés mostrado por los estudiantes durante el desarrollo de las

actividades, está centrado en el mediador o en la temática; en el grupo control los datos arrojan que en un 80% de las intervenciones todos los estudiantes muestran interés tanto por la temática como por el mediador y en el 20% de las intervenciones restantes solo algunos estudiantes muestran interés sólo por la temática. Mientras que en el grupo experimental en un 60% de las intervenciones los estudiantes centran su interés por el mediador y el 40% de las intervenciones restante muestra interés por la temática.

Lo anterior puede deberse a que los espacios educativos mediados por el software GeoGebra potencia mayor motivación para los estudiantes, pues ellos creen que cuando se trabaja con herramientas diferentes a las comúnmente utilizadas y el cambiar de lugar de trabajo genera en los alumnos un interés especial por el desarrollo de las actividades. Es decir, con la implementación del computador dentro del aula regular, ellos dejan de lado la temática y se preocupan más por interactuar con el mediador; mientras que en el grupo control el interés está en la mayoría de intervenciones centrada tanto en la temática como en el mediador.

Con respecto al desarrollo ordenado de la clase se observa como diferencia que en el grupo control el 80% de las intervenciones, la metodología aporta a esta, mientras que en el experimental solo en el 60% de las intervenciones la metodología aporta a un proceso ordenado. Los resultados se pueden deber a que en gran medida los computadores se convierten en distractores para los estudiantes, lo que puede generar también un ambiente desordenado. Mientras que en el grupo control se observa mayor dedicación en el trabajo.

Otro aspecto en el que se halla gran diferencia, es el relacionado con los aportes que le hace la metodología, a la participación del estudiante, a través de inquietudes, manifestaciones significativas que dan cuenta de una apropiación conceptual por parte de ellos, en el grupo control los datos muestra que en un 80% de las intervenciones la metodología aporta a la participación de los

estudiantes; mientras que en el grupo experimental sólo en un 60% de las intervenciones la metodología aporta a la participación de los estudiantes.

Esto se debe en gran medida a que los estudiantes del grupo control son muy comprometidos con sus estudios e independientemente de la metodología, siempre estos aportan a las discusiones y socializaciones que se plantean durante y posterior al desarrollo de las guías de intervención. Plantean tanto inquietudes que le generan las actividades, como las soluciones que encuentran a algunos problemas geométricos que se les proponen en dichas guías. Mientras que en el grupo experimental, su principal interés es el computador, lo que genera que estén más pendientes de él que de la participación en clase.

La metodología promueve más el trabajo en grupo o el trabajo individual, los datos arrojan que en el grupo control en un 80% de las intervenciones, los estudiantes trabajan mejor de forma grupal; mientras que en el grupo experimental en un 60% de las intervenciones los estudiantes trabajan mejor en grupo. Esto se debe básicamente a que ellos siempre quieren manipular el computador y por ello, las mayorías de veces quieren trabajar de forma individual. Por otro lado en el grupo control todos los estudiantes tienen acceso a los materiales y se ayudan unos y otros para una mejor comprensión y obtención de los conceptos.

Semejanzas.

Como semejanzas se encuentran: en ambos grupos tanto control como experimental se evidencia un alto porcentaje de asistencia a clase y excelente puntualidad, también se nota una gran motivación para llegar a clase y elaborar las actividades propuestas en las guías.

En cuanto a los compromisos acordados para cada sesión, se observa que todos los estudiantes del grupo control y del grupo experimental realizan las tareas y las actividades programadas por fuera de las clases. Esto se da gracias a que son grupos muy juiciosos y entregados a la hora de cumplir con sus obligaciones y deberes para con el área de matemáticas.

Frente a la autoformación de los estudiantes motivada por la metodología, en el grupo control se observa que en el 100% de las intervenciones algunos de los estudiantes muestran esta actitud, mientras que en el grupo experimental en el 80% de las intervenciones solo se observa en algunos estudiantes.

El porcentaje de autoformación en los estudiantes de ambos grupos es muy bajo, ya que la gran mayoría se limita a realizar las actividades propuestas en el aprendizaje de la factorización, sin mostrar interés en la búsqueda independiente de información que complemente su conocimiento.

Manejo del instrumento

En esta categoría se encuentran las siguientes diferencias y semejanzas:

Diferencias

En el grupo control se observa que en el 60% de las intervenciones, los estudiantes no poseen conocimientos previos sobre el instrumento y el 40% restante de las intervenciones muestran no tenerlo. No conocen el álgebra geométrico y no saben cómo se utiliza. Mientras que en todas las intervenciones del grupo experimental, los estudiantes sí presentan buenas bases y

conocimientos del instrumento. Esto se debe que todos los estudiantes tienen un buen manejo del computador y unos buenos conocimientos previos del instrumento.

Otro aspecto donde se evidencia una gran diferencia, es el de reconocer la utilidad proporcionada por el instrumento, pues los datos proyectan que en el grupo control en el 60% de las intervenciones los estudiantes si reconocen la utilidad del instrumento y el 40% restante de las intervenciones no identifican tal utilidad. Mientras que en el grupo experimental en el 80% de las intervenciones los estudiantes si reconocen la utilidad proporcionada por el instrumento y el 20% restante de las intervenciones no reconocen su utilidad. Pues estos en cada momento enaltecen o resaltaban la importancia del instrumento como facilitador del conocimiento.

Semejanzas.

Frente al manejo del instrumento se dan las siguientes semejanzas, tanto en el grupo control como el grupo experimental en el 80% de las intervenciones los estudiantes manejan correctamente los instrumentos. Después de reconocer las características del instrumento y sus posibilidades, manipulan de forma correcta, y más ágil.

Otro aspecto semejante tanto del grupo control como del grupo experimental es el referente a reconocer las principales características del instrumento, los datos proyectan que en ambos grupos todos los estudiantes reconocen dichas características. Pues estos instrumentos no son del todo desconocidos para ellos, porque implícitamente con ellos ya han trabajado en otro tipo de actividades.

Frente a las limitaciones del instrumento, tanto del grupo control como del grupo experimental en el 60% de las intervenciones los estudiantes reconocen las limitaciones del instrumento a la hora de resolver problemas. A partir de la solución de las actividades planteadas, los estudiantes pueden observar las falencias que tienen los instrumentos para realizar problemas, cuando los exponentes son grandes.

Utilización que hace del instrumento para resolver problemas

Diferencias

Se observan diferencia en cuanto a la solución de problemas, reconocen y emplean diferentes alternativas de solución ya que en el grupo control en un 40% de las intervenciones ningún estudiante logra reconocer dichas alternativas mientras que el grupo experimental esta característica se observa en un 60% de las intervenciones; lo cual da cuenta de la dificultad que les genera a los estudiantes la falta de propiedad en el manejo de los software para establecer y reconocer diversas alternativas de solución al momento de enfrentarse a un problema.

Así mismo en el grupo control en el 80% de las intervenciones algunos estudiantes logran establecer relaciones entre los conceptos involucrados mientras que el grupo experimental se registra este resultado en un 60% de las intervenciones.

Semejanzas

Dentro de las semejanzas encontradas se registra que en un 100% de las intervenciones tanto en el grupo control como en el grupo experimental solo algunos estudiantes logran identificar las características de los instrumentos y categorizarlos de acuerdo a las dificultades de los problemas, así mismo se observa que en un 80% de las intervenciones algunos estudiantes muestran usar

las herramientas de forma eficiente para resolver dichos problemas, este mismo resultado lo arrojan las observaciones de los estudiantes al emplear con seguridad las herramientas.

8.4. Grado Noveno

8.4.1. Tema: superficie y área.

El siguiente análisis muestra los datos obtenidos al realizar la intervención en el grado noveno secciones 15 y 20 de la Institución Educativa INEM José Félix de Restrepo, el primero correspondiente al grupo control y el segundo al grupo experimental; sobre el tema de áreas y superficies planas.

En una primera aproximación se presentan los gráficos pertenecientes a la posprueba realizada mostrando también los niveles en el que se encuentran cada una de las preguntas que allí se hallan. Posteriormente se muestran las entrevistas realizadas a los estudiantes y las guías de intervención con el fin de realizar comentarios respectivos a las categorías planteadas en el trabajo de investigación (actitudinal, manejo del instrumento, uso del instrumento para solucionar problemas y aprendizaje) todo ello con el fin de dar cuenta de los objetivos específicos desarrollados a partir del objetivo general.

La posprueba

La posprueba para el grado noveno en el tema de áreas de superficies planas, contiene 14 preguntas elaboradas teniendo en cuenta las aseveraciones y las guías presentadas en Cadavid, et al (2008 pág. 107-117), dichas preguntas se formulan de tal modo que puedan ser ubicadas en los niveles de Van Hiele.

En el nivel 1, los estudiantes deben reconocer, en general, las figuras geométricas, las superficies triangulares, cuadradas, y redondas; hacer una

clasificación de las figuras por sus formas y semejanzas. En este nivel los estudiantes no usan las propiedades de las figuras para poder realizar una clasificación más específica. Por lo cual las preguntas de la posprueba que se acomodan a la descripción antes mencionada son:

1. Observa las siguientes figuras:

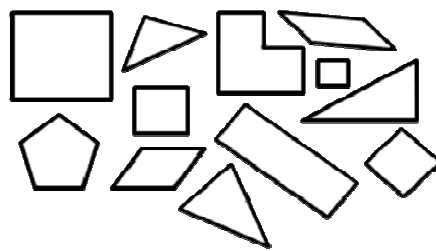


Figura 10: imagen usada para la posprueba de grado noveno en el tema de área

¿Cuántos cuadrados y cuántos triángulos puedes encontrar?

- a) 3 cuadrados y 1 triángulo
- b) 4 cuadrados y 2 triángulos
- c) 2 cuadrados y 3 triángulos
- d) 4 cuadrados y 3 triángulos

2. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

- a) Todo cuadrado es rectángulo.
- b) Los lados del cuadrado son iguales.
- c) Todo rectángulo es cuadrado
- d) Los ángulos de un rectángulo son iguales

En nivel dos, los estudiantes deben usar las propiedades necesarias para realizar la clasificación de las superficies; reconocer las partes por las que están

compuestas, para realizar recubrimientos; comparar las superficies por medio de sus propiedades; reconocer la congruencia de las figuras; identificar como unas figuras pueden formar otras; identificar que de una figura se pueden sacar varias figuras; utilizar las figuras que componen la superficie para determinar de cierto modo el área de ésta; en este nivel los estudiantes no poseen aún definiciones claras sobre área.

Por lo cual, las preguntas que se acomodan a esta descripción son las siguientes:

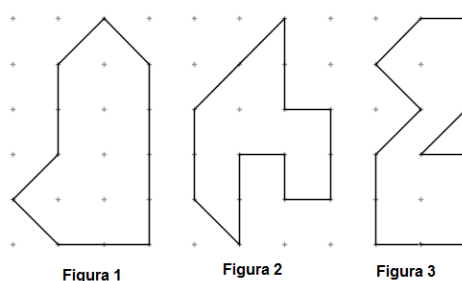




Figura 11: Imagen usada para la posprueba de grado noveno en el tema de área.

3. Teniendo en cuenta el siguiente **cuadrado**  ¿Cuántos de éstos cuadrados puedes encontrar en cada una de las figuras?

- | | | |
|-------------------|---------------|---------------|
| a) Figura 1: 8 | Figura 2: 5 | Figura 3: 5.5 |
| b) Figura 1: 9 | Figura 2: 4 | Figura 3: 7 |
| c) Figura 1: 10 | Figura 2: 7,5 | Figura 3: 8 |
| d) Figura 1: 10.5 | Figura 2: 8 | Figura 3: 9 |

4.  Éste triángulo es la mitad del cuadrado anterior. ¿Cuántos triángulos puedes encontrar en cada una de las figuras?

- | | | |
|-----------------|--------------|--------------|
| a) Figura 1: 20 | Figura 2: 15 | Figura 3: 16 |
| b) Figura 1: 19 | Figura 2: 15 | Figura 3: 18 |
| c) Figura 1: 18 | Figura 2: 17 | Figura 3: 14 |
| d) Figura 1: 21 | Figura 2: 14 | Figura 3: 17 |

5. Determina cuál de las siguientes figuras posee mayor superficie y cuál posee menor superficie:

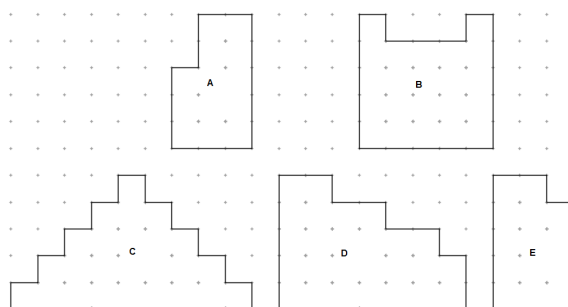


Figura 12: Imagen usada para la posprueba de grado noveno en el tema de área, la cual fue modificada de Cadavid, et al (2008, pág. 109.)

- | | |
|-------------|----------|
| a) Mayor: D | Menor: A |
| b) Mayor: E | Menor: A |
| c) Mayor: D | Menor: B |
| d) Mayor: C | Menor: A |

En el nivel tres, los estudiantes deben formar, desde sus conocimientos, definiciones sobre área y superficie y así llegar a las relaciones presentes entre estos dos conceptos, reconocer que figuras de diferente forma pueden poseer la misma área, identificar que para encontrar el área de una figura, a veces es necesario usar otra más simple para poder determinarla; utilizar las propiedades geométricas para hallar el área de las figuras, sin embargo el estudiante no tiene mayor implicación de por que se hace de esa forma. Por lo cual las preguntas que se acomodan en el contexto de este nivel son las preguntas 6, 7, 8 y 9.

6. Adriana quiere recubrir el mesón de la cocina utilizando uno de los dos baldosines ¿Cuántos baldosines necesita si va a utilizar el baldosín A y cuántos si va a utilizar el baldosín B?

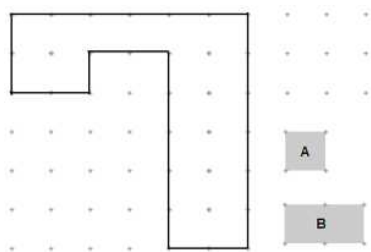


Figura 13: Imagen usada para la posprueba de grado noveno en el tema de área, la cual fue modificada de Cadavid, et al 2008, pág. 109.

- a) 21 baldosines de A y 15 de B
- b) 20 baldosines de A y 10 de B
- c) 30 Baldosines de A y 12 de B
- d) 26 Baldosines de A y 12 de B

Responder las preguntas de la 7 a la 9 de acuerdo a la siguiente información.

La figura siguiente es un decágono regular.

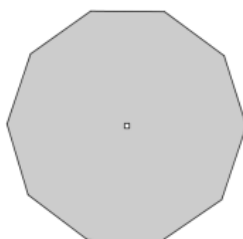




Figura 14: imagen usada para la posprueba de grado noveno en el tema de área.

7. ¿Cuántos  hay en dicho decágono?

- a) 4
- b) 2
- c) 6
- d) 1

8. ¿Cuántos  hay en el decágono mostrado con antelación?

- a) 4
- b) 5
- c) 2
- d) 8

9. ¿Cuántos  hay en el decágono?

- a) 12
- b) 10
- c) 3
- d) 8

Para el cuarto nivel, el estudiante debe utilizar las propiedades geométricas para encontrar el área, reconociendo el porqué se hace de esa manera; saber en que momentos debe descomponer las figuras en otras más simples para encontrar su área; generalizar lo trabajado identificándolo en el contexto real. Para este nivel se presentan las preguntas 10, 11, 12, 13 y 14.

10. Francisco, desea embaldosar tres pisos de su casa, para hacerlo contrata a José, quién es un experto para este tipo de trabajos. Francisco, le cuenta a José las siguientes características de sus pisos:

- Todos estos están divididos en partes iguales más pequeñas.
- Cada pedazo pequeño necesita un solo baldosín.
- La suma del Piso 1 y el Piso 3, es igual al Piso 2.

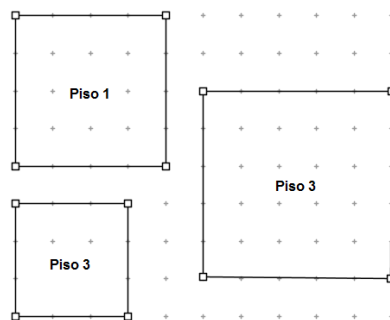


Figura 15: imagen usada para la posprueba de grado noveno en el tema de área, la cual fue modificada de Cadavid, et al 2008, pág. 113.

José, no tiene certeza de la última característica, ¿Cómo se puede explicar a José esta última característica?

- a) Sumando los baldosines que tienen el piso 1 y el piso 3 y comparar con el total de baldosines del piso 2
- b) Restando los baldosines que tienen el piso 1 y el piso 3 y comparar con el total de baldosines del piso 2
- c) Restando del piso 1 los baldosines que tiene el piso 2 y compararla con el total de baldosines del piso 3.
- d) Sumando los baldosines que tienen el piso 2 y el piso 3 y compararla con el total de baldosines del piso 1.

11. Camilo y Jorge, van a recubrir el piso de sus apartamentos, y desean usar la misma baldosa, como se puede ver en la figura. Camilo dice que su apartamento necesita más baldosas que el apartamento de Jorge, y Jorge dice que ambos apartamentos necesitan la misma cantidad. ¿Quién tiene la razón Camilo ó Jorge?

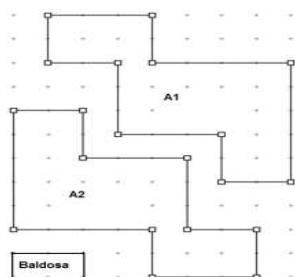


Figura 16: imagen usada para la posprueba de grado noveno en el tema de área.

- a) Pedro al afirmar que el apartamento 1 necesita más baldosines que el apartamento 2.
- b) Jaime Al afirmar que el apartamento 2 necesita más baldosines que el apartamento 1.
- c) Pedro y Jaime.
- d) Pedro al afirmar que ambos apartamentos necesitan igual cantidad de baldosas.

12. Si a cada lado de un triángulo rectángulo se le construye un cuadrado y es dividido en cuadrados iguales como se muestra en la figura siguiente,

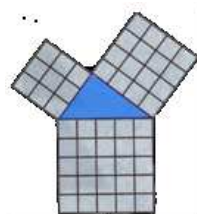


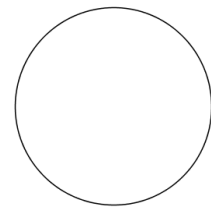
Figura 17: imagen usada para la posprueba de grado noveno en el tema de área, la cual fue modificada de Cadavid, et al 2008 pág. 115.

¿Cuántos cuadrados pequeños caben en cada cuadrado formado en los lados del triángulo?

- a) Lado AB 12, lado BC 20 y lado AC 15
- b) Lado AB 6, lado BC 10 y lado AC 8
- c) Lado AB 9, lado BC 25 y lado AC 16
- d) Lado AB 9, lado BC 25 y lado AC 14

13. Teniendo en cuenta la información anterior, ¿Qué relación se puede ver entre el número de cuadrados de lado BC y el número de cuadrados de los otros dos lados?

- a) El número de cuadrados del lado BC es la resta de los cuadrados de los otros dos lados.
- b) El número de cuadrados del lado BC es la suma de los cuadrados de los otros dos lados.
- c) El número de cuadrados del lado BC es el triple de los cuadrados de los otros dos lados.
- d) El número de cuadrados del lado BC es el doble de los cuadrados de los otros dos lados.



14. Daniela, quiere recubrir un círculo de juguete igual a éste con alguna de las siguientes figuras, ¿Cuál de ellas crees que es más apropiada y por qué

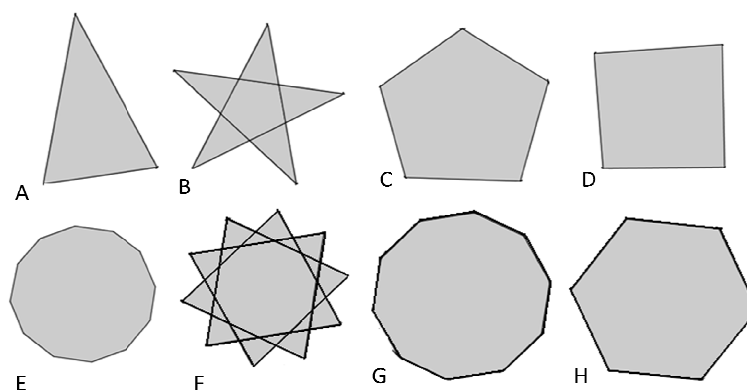


Figura 18: imagen usada para la posprueba de grado noveno en el tema de área.

- a) C, porque cabe en el círculo
- b) E, porque con ésta se podría recubrir casi todo el círculo
- c) G porque ésta tiene menos lados y es más grande que E
- d) F porque está formada por más figuras

Es de aclarar que para el análisis por niveles de Van Hiele, solo se dan preguntas que permiten visualizar el avance o retroceso hasta el nivel número cuatro, pues, como afirman varios autores, los estudiantes de la educación media no logran alcanzar el nivel 5 de razonamiento y solo algunos alcanzan este el nivel durante sus estudios universitarios, y no antes.

También se tiene en cuenta que, como afirman los Van Hiele, ningún estudiante se encuentra en un nivel de razonamiento superior, si no ha alcanzado primero los anteriores, de acuerdo con esto es que se ubican los estudiantes de ambos grupos (control y experimental) en un determinado nivel. Desde esta perspectiva, si un estudiante se encuentra en un nivel 4, por ejemplo, es porque ya ha superado los niveles anteriores y teniendo en cuenta la posprueba, si un estudiante se ubica en el nivel 3 es porque responde correctamente las preguntas de los niveles anteriores.

Con el fin de clarificar lo anterior se presenta en la tabla siguiente, las preguntas que debe contestar un estudiante para encontrarse en un determinado nivel.

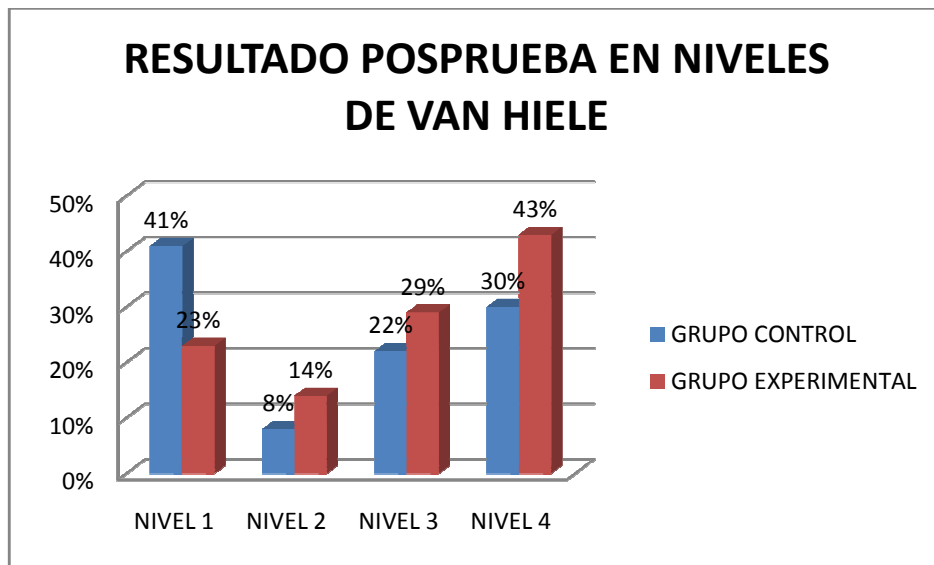
NIVEL	PREGUNTAS ACERTADAS
1	1, 2
2	1, 2, 3, 4, 5
3	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
4	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14

Tabla 6: preguntas que debe contestar un estudiante del grado noveno en la posprueba para ubicarlo en un nivel de Van Hiele.

Teniendo en cuenta la tabla anterior, se presenta, a continuación la información con los estudiantes del grupo control y el grupo experimental que lograron alcanzar alguno de los niveles de Van Hiele, con su respectiva gráfica.

	NIVEL 1	NIVEL 2	NIVEL 3	NIVEL 4
GRUPO CONTROL	15	3	8	11
GRUPO EXPERIMENTAL	8	5	7	15

Tabla 7: Cantidad de estudiantes tanto del grupo control como del grupo experimental que quedaron ubicados en los niveles de Van Hiele.



Gráfica 145. Comparación entre grupo control y grupo experimental teniendo en cuenta los niveles de Van Hiele.

A continuación se presenta una explicación detallada de los resultados obtenidos en la posprueba teniendo en cuenta la categoría “aprendizaje”

Aprendizaje de la geometría

Esta es una de las categorías que se plantean para el desarrollo del objetivo del proyecto de investigación, pues dentro de la verificación de la eficacia del uso del computador en el desarrollo de las temáticas propias de la matemática, es un componente de suma importancia.

Se puede notar que el grupo experimental obtiene mejores resultados que el grupo control, pues el 43% de los estudiantes del grupo experimental logran ubicarse en un nivel 4 de razonamiento, mientras que en el grupo control solo lo alcanza un

30%, la diferencia es de un 13%, lo cual es significativo, además de ello se puede notar que en el grupo experimental el porcentaje más alto de estudiantes se encuentra ubicado en un nivel 1 (43%), lo cual puede indicar que los instrumentos utilizados son más un distractor que un medio para lograr un aprendizaje óptimo de la temática.

De acuerdo a los resultados obtenidos, se puede afirmar que la metodología usada en el grupo experimental (uso del computador y de los software interactivos) es más eficaz que la metodología planteada en el grupo control (uso de herramientas más convencionales). Esto mismo se puede corroborar con los planteamientos presentes en los lineamientos curriculares de nuevas tecnologías y currículo de matemáticas (MEN, 1999), debido a que en gran parte su contenido está basado en defender la utilidad y propiedad que tiene el uso de las herramientas computacionales en el aula de clase. Así por ejemplo, afirma que “una de las herramientas más importantes de que disponemos para elevar nuestro nivel de competitividad es la instrucción de alta calidad por medios computacionales interactivos”. (MEN, 1999, pág. 15), y que “el computador hace posible que fórmulas, tablas de números y gráficas se enlacen rápidamente. Cambiar una representación y ver los cambios en las otras, ayuda a los estudiantes a comprender las relaciones entre ellas” (MEN, 1999, pág. 35), otras de las afirmaciones que son importantes mencionar son:

Las nuevas tecnologías no solo han hecho más fáciles los cálculos y la elaboración de gráficas, sino que han cambiado la naturaleza misma de los problemas que interesan a las matemáticas y los métodos que usan los matemáticos para investigarlos” (MEN, 1999, Pág. 18)

Así mismo dice que:

Un aprendizaje no es significativo solo porque recree de manera ficticia un aspecto de la realidad exterior de la escuela. Es significativo en tanto que le permita al alumno comprender la complejidad de los fenómenos que lo rodean, pero además, y principalmente, porque le permita aprender los conceptos matemáticos que se le quieren enseñar” (MEN, 1999, pág. 25)

Desde esta perspectiva la metodología usada con los computadores es más eficaz, pues los estudiantes están en un contexto que es significativo y los resultados en la posprueba así lo demuestran. Por otro lado permite que ellos en poco tiempo puedan explorar cambios entre las formas y figuras para estudiar propiedades lo cual consiente que los alumnos comprendan de manera más efectiva las temáticas y puedan llegar a conclusiones más certeras y a resultados más acordes a lo que la educación en general plantea.

Guía de observación (Anexo 22)

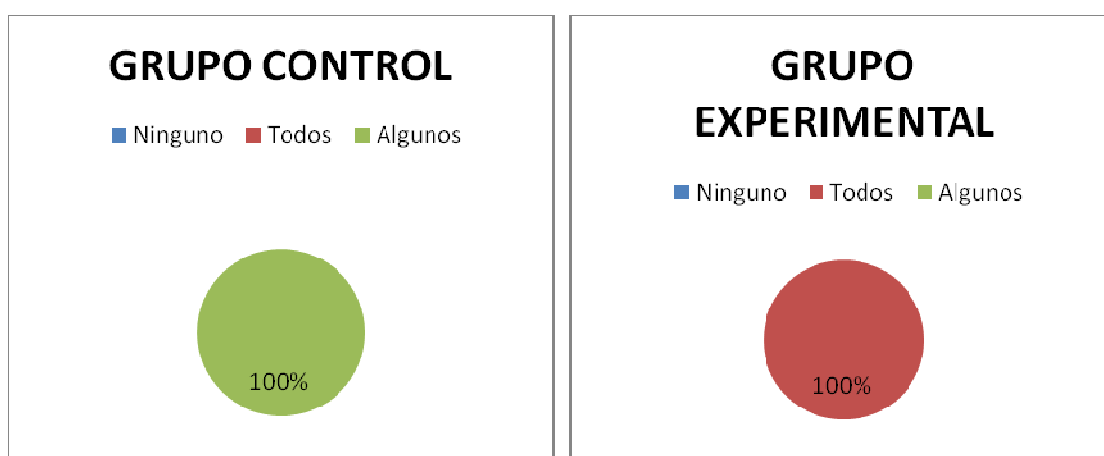
Las gráficas que se presentan a continuación, son producto de lo que se puede observar en los grupos control y experimental en el desarrollo de las guías de intervención, teniendo en cuenta los siguientes tres aspectos: actitud frente a la metodología, que tiene en cuenta a motivación, el interés y el compromiso para una mayor aprovechamiento conceptual; el manejo de los instrumentos, que tiene en cuenta si los estudiantes poseen un amplio conocimiento de los instrumentos y sobre su facilidad en el uso para el desarrollo de las guías; y el uso de los instrumentos para la solución de problemas, entendido como el uso eficaz o no eficaz de los instrumentos para solucionar los problemas presentes en la guía de intervención.

Es de aclarar que las graficas se encuentran de dos en dos. La gráfica de la derecha, representa al grupo control y la gráfica de la izquierda el grupo

experimental, esto con el fin de realizar comparaciones inmediatas entre ambos grupos.

Actitud frente a la metodología

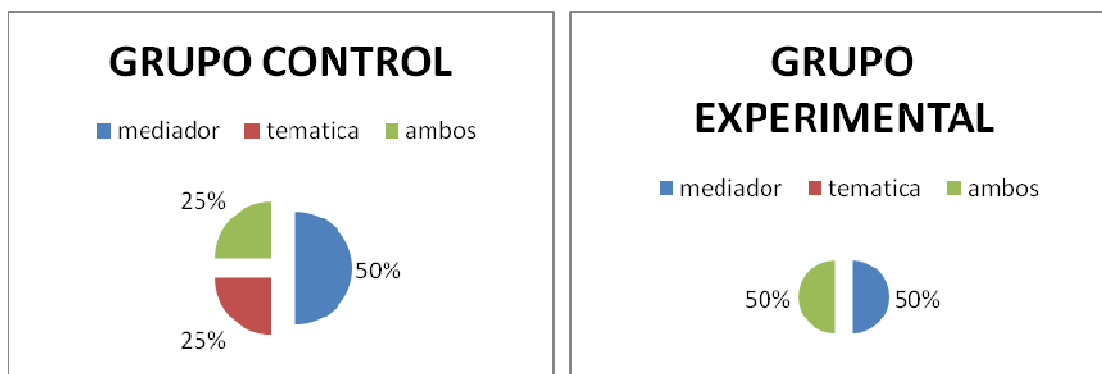
Ítem 1



Gráfica 146. Porcentaje de las intervenciones en las cuales los estudiantes muestran o no interés por la metodología.

Estas gráficas muestran que en el 100% de las intervenciones del grupo control no todos los estudiantes muestran interés por la metodología, mientras que en el grupo experimental el 100% sí muestran interés por las actividades planteadas.

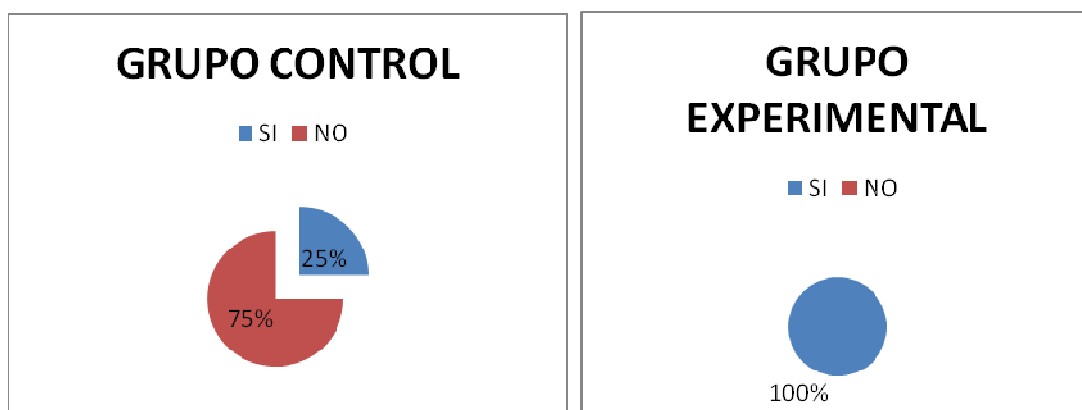
Ítem 2



Gráfica 147. Porcentaje de las intervenciones en las cuales los estudiantes muestran interés por el mediador o por la temática.

Lo anterior muestra que mientras se desarrolla la metodología, en el grupo control en un 25% de las intervenciones, los estudiantes se centran en la temática, el 50% se centran en el mediador y el otro 25% se centran en ambos. En tanto que en el grupo experimental en un 50% de las intervenciones se centran en el mediador y el 50% restante se centra en ambos.

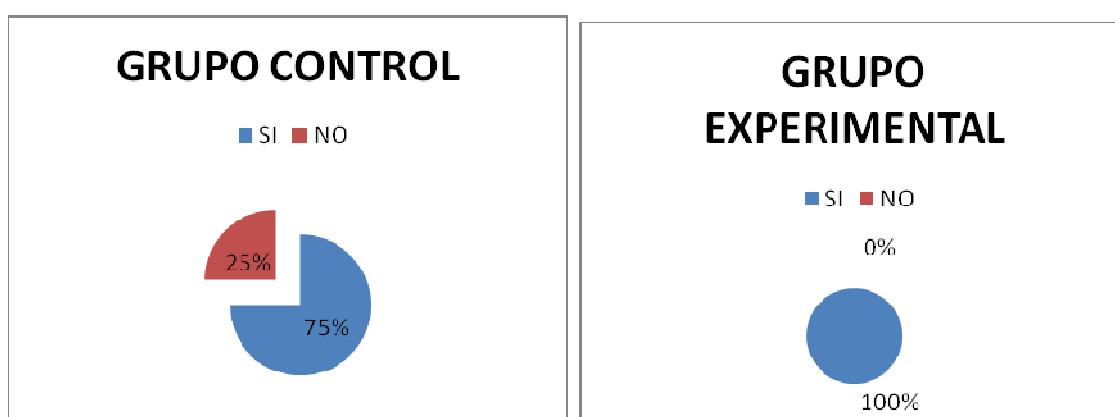
Ítem 3



Gráfica148. Porcentaje de las intervenciones en las cuales hay puntualidad por parte de los estudiantes para asistir en estas.

Lo anterior muestra que en el grupo control en un 75% de las intervenciones no hay puntualidad, mientras que en el grupo experimental en un 100% de las intervenciones sí hay motivación para llegar a tiempo a las clases.

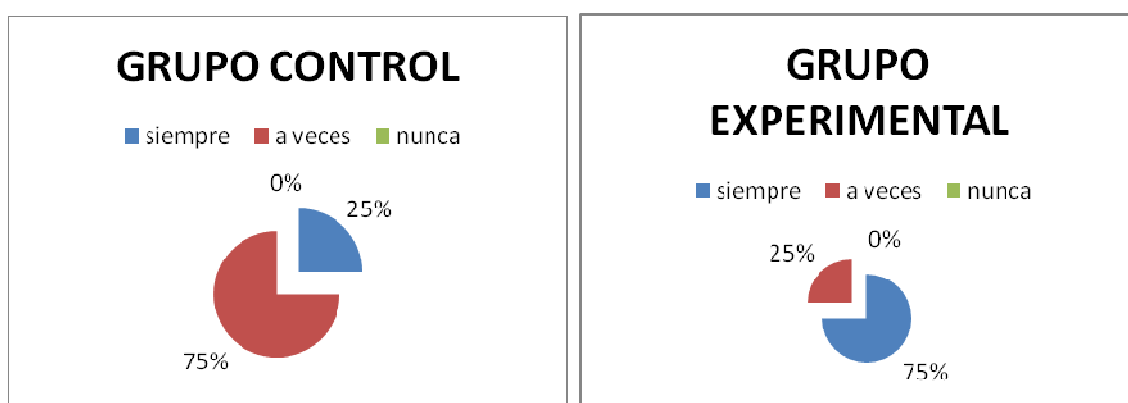
Ítem 4



Gráfica 149. Porcentaje de las intervenciones en las cuales hay un alto porcentaje de asistencia.

La gráfica muestra con claridad que en el grupo control en un 75% de las intervenciones hay un porcentaje alto de asistencia, mientras que en el grupo experimental en el 100% de las intervenciones siempre hay un alto porcentaje de asistencia, lo cual da a entender que en el grupo experimental se presenta más motivación que en el grupo control.

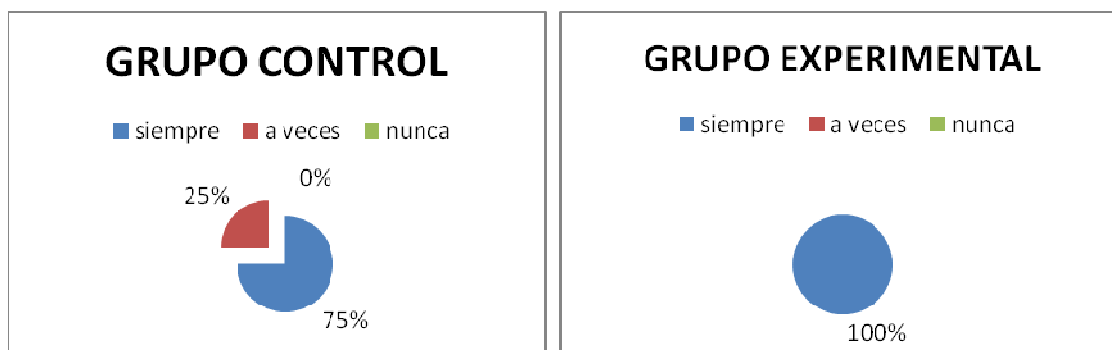
Ítem 5



Gráfica 150. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, la metodología aporta al desarrollo ordenado de la clase.

De acuerdo a las gráficas en el grupo control en un 75% de las intervenciones la metodología a veces aporta al desarrollo ordenado de la clase, mientras que en el grupo control sucede que en un 75% de las intervenciones, la metodología si aporta al desarrollo ordenado de la clase.

Ítem 6



Gráfica 151. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, la metodología motiva la participación de los estudiantes a través de inquietudes y aportes que daban cuenta de su apropiación conceptual.

Las gráficas anteriores muestran que en un 75% de las intervenciones del grupo control, la metodología motiva la participación de los estudiantes a través de preguntas que dan cuenta de la apropiación conceptual, así mismo se nota esta participación en el grupo control pero con la diferencia en que se desarrolla en un 100% de las intervenciones.

Ítem 7



Gráfica 152. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran eficacia y rendimiento en el trabajo en clase.

Las gráficas anteriores muestran que en un 75% de las intervenciones del grupo control, los estudiantes a veces muestran eficacia y rendimiento en el trabajo en clase, por otro lado se puede observar que en un 100% de las intervenciones del grupo experimental se presenta siempre eficacia en el rendimiento en clase.

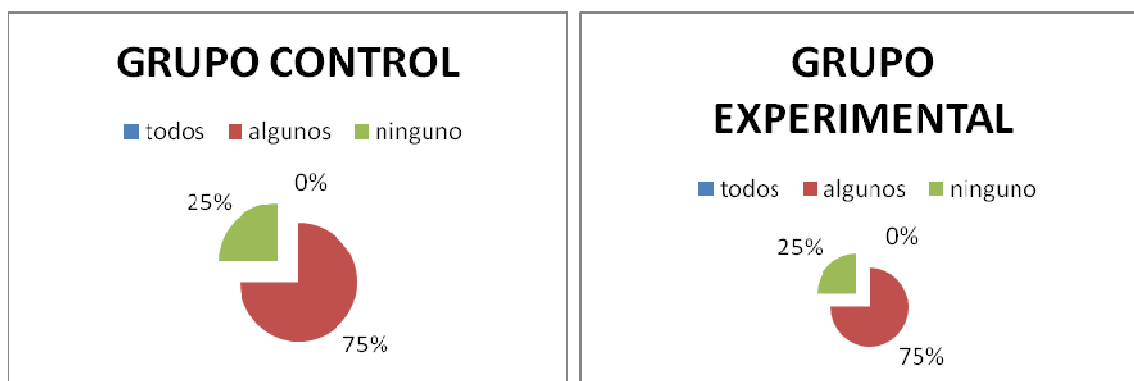
Ítem 8



Gráfica 153. Porcentaje de las intervenciones en las que los estudiantes cumplen con las tareas y compromisos.

Las gráficas muestran que tanto en el grupo control como en el grupo experimental, en un 100% de las intervenciones, los estudiantes cumplen con las tareas y compromisos que se han planeado.

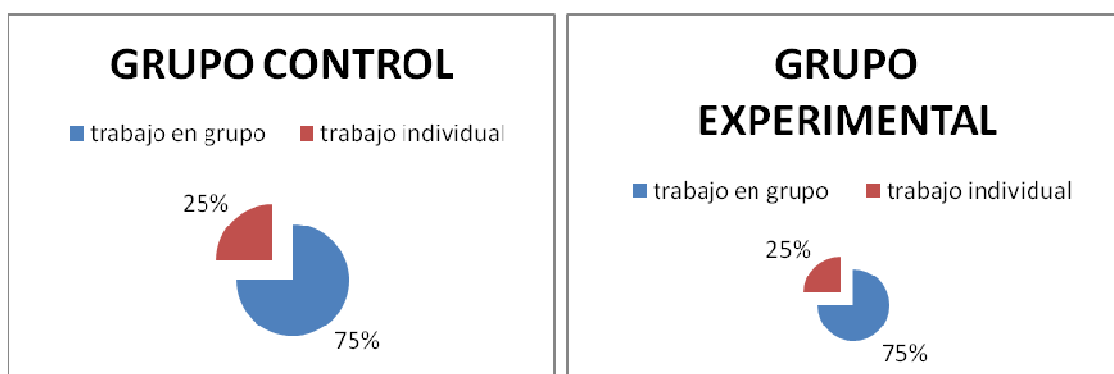
Ítem 9



Gráfica154. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran una actitud de autoformación

En ambos grupos se nota que en el 75% de las intervenciones se presentan algunos estudiantes con actitudes de autoformación y en el 25% restante ninguno muestra esta actitud.

Ítem 10

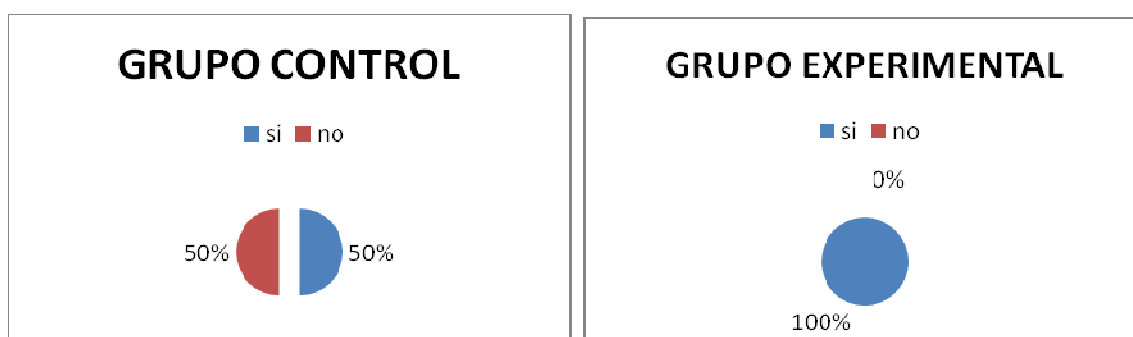


Gráfica 155. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, la metodología promueve más el trabajo en grupo o el trabajo individual.

De las graficas se puede deducir que el trabajo en grupo se fortalece más que el trabajo individual que el trabajo con la metodología usada en ambos grupos, esto se puede afirmar pues en el 75% de las intervenciones ocurre este suceso.

Manejo del instrumento

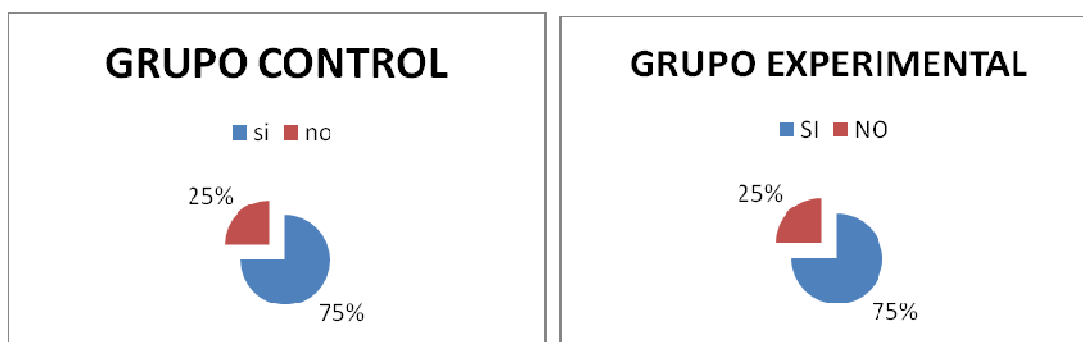
Ítem 1



Gráfica 156. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes utilizan correctamente el instrumento propuesto para la actividad.

En el 100% de las intervenciones se nota en el grupo experimental, que los estudiantes usan sus instrumentos de forma correcta para el desarrollo de las actividades propuestas. Mientras que en el grupo control en el 50% de las intervenciones los estudiantes no usan de forma correcta los instrumento y en el otro 50% si los usan de la forma correcta.

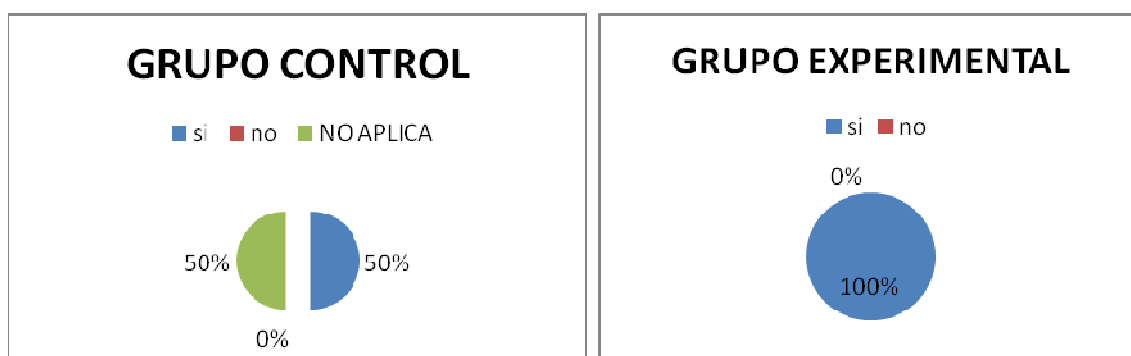
Ítem 2



Gráfica 157. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran tener conocimiento previo del instrumento.

Las gráficas muestran que tanto en el grupo control como en el grupo experimental en el 75% de las intervenciones los estudiantes dan señas de que conocen los instrumentos que se están utilizando y en un 25% los desconocen.

Ítem 3

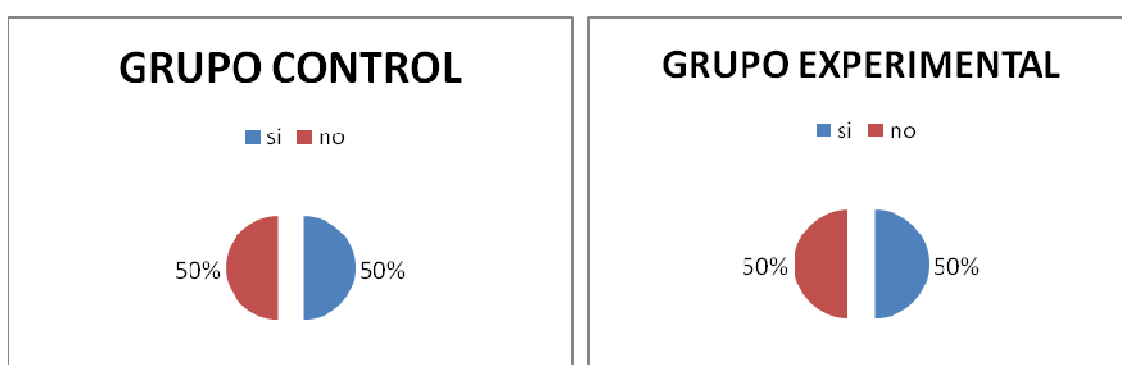


Gráfica 158. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes identifican las características del instrumento.

De acuerdo a las gráficas, en el grupo control en el 50% de las intervenciones, los estudiantes reconocen las características de los instrumentos, y ya pasadas

algunas clases se afirma que no aplica la pregunta pues ya conocen casi todas sus propiedades. Por otro lado se encuentra el grupo control, en el que en el 100% de las intervenciones los estudiantes identifican las características de los estudiantes, debido a que en cada una de las clases se usan herramientas del software diferentes que hacen de él algo en cierto modo, nuevo.

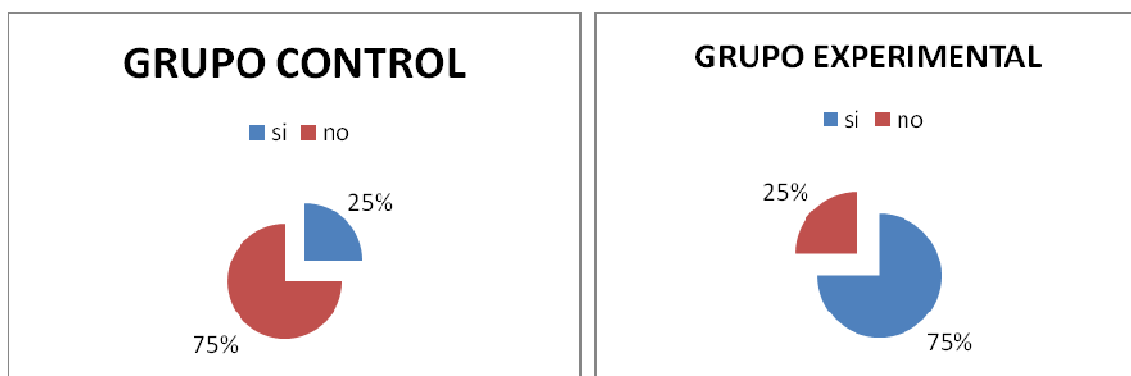
Ítem 4



Gráfica 159. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes reconocen las limitantes del instrumento.

El gráfico anterior muestra que en el 50% de las intervenciones, tanto en el grupo control como en el grupo experimental, los estudiantes identifican las limitaciones que les presentan cada uno de los instrumentos. Y en el otro 50%, no logran identificar dichas restricciones.

Ítem 5

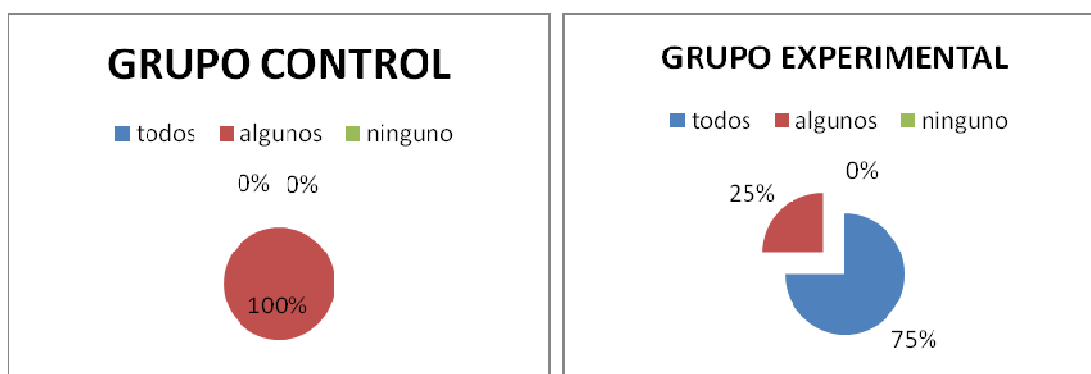


Gráfica 160. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes reconocen la utilidad del instrumento.

Las gráficas anteriores muestran que en el 75% de las intervenciones en el grupo control los estudiantes no reconocen la utilidad de los instrumentos que se les proporciona y el 25% de ellas, si los reconocen. En otra instancia se encuentra el grupo experimental, en el que el 75% de las intervenciones los estudiantes si reconocen dicha utilidad, y el 25% de ellas no lo reconocen.

Uso del instrumento para solucionar problemas

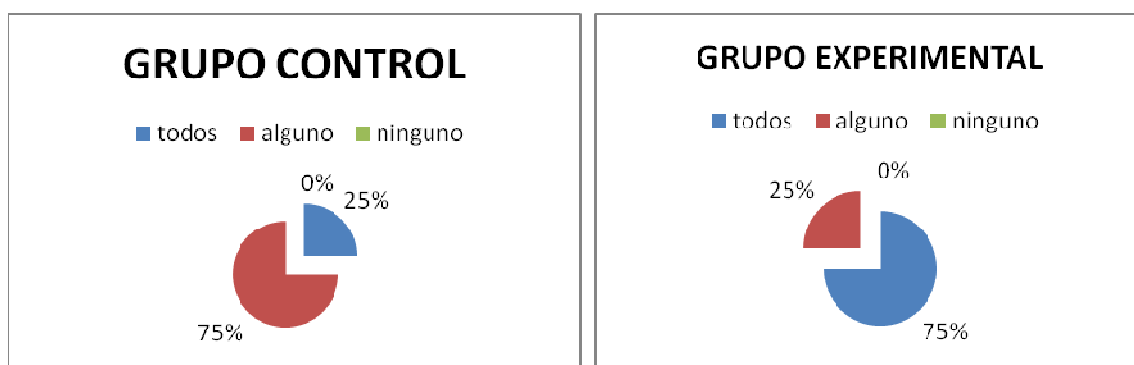
Ítem 1



Gráfica 161. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran identificar las características de los instrumentos y categorizarlos según las necesidades de los problemas a resolver.

Como se puede identificar en las gráficas, en un 100% de las intervenciones se observa que algunos estudiantes del grupo control identifican las características de los instrumentos y los categorizan según las necesidades de los problemas a resolver. Por otro lado en el 75% de las intervenciones del grupo experimental, todos los estudiantes identifican las características de los instrumentos y los organizan de acuerdo a las necesidades, mientras que un 25% algunos de ellos lo logran.

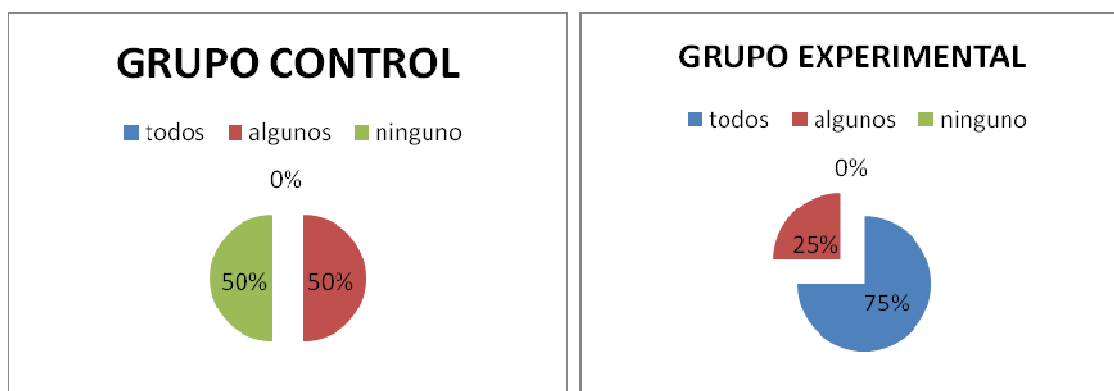
Ítem 2



Gráfica 162. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes usan las herramientas de forma eficiente para resolver diferentes problemas

Las gráficas anteriores muestran que en el 75% de las intervenciones del grupo control algunos estudiantes usan de manera eficiente los instrumentos para solucionar problemas, mientras que en el grupo experimental solo se logra ver en un 25%. Por otro lado en el 25% de las intervenciones del grupo control, se nota que todos los estudiantes logran usar de forma correcta las herramientas utilizadas, contrario a lo que sucede en el grupo experimental en el que el 75% de las intervenciones todos los estudiantes usan sus instrumentos para la solución de los problemas.

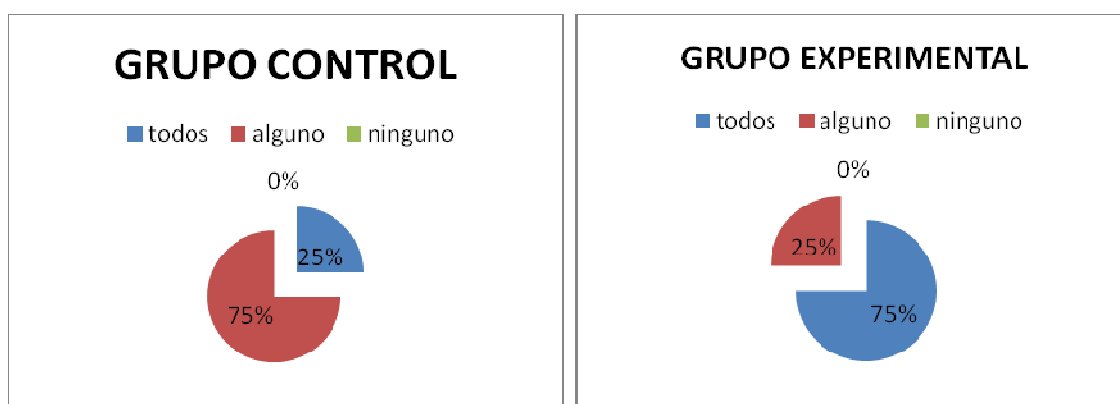
Ítem 3



Gráfica 163. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes al solucionar un problema, reconocen otras posibilidades de solución.

Se puede decir que en el 50% de las intervenciones solo algunos estudiantes reconocen otras posibilidades de solución al resolver un problema, y en el 50% restante ninguno logra identificar dicha posibilidad. Caso contrario con el grupo experimental en el que en un 75% de las intervenciones todos los estudiantes logran reconocer otras posibilidades de solución y solo en un 25% de las intervenciones algunos de ellos lo logran.

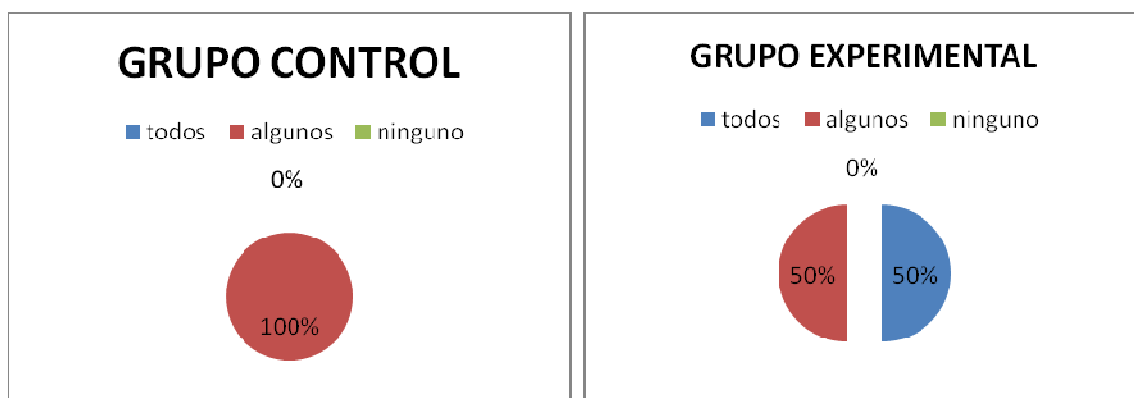
Ítem 4



Gráfica 164. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran emplear con seguridad las herramientas para resolver problemas.

Las gráficas anteriores muestran que en el 75% de las intervenciones del grupo control, solo algunos estudiantes muestran seguridad en el empleo de las herramientas para solucionar problemas, y en un 25% todos logran tal seguridad. Por otro lado en un 75% de las intervenciones del grupo experimental, todos los estudiantes logran tener seguridad para solucionar problemas con el instrumento, y en un 25% solo lo logran algunos estudiantes.

Ítem 5



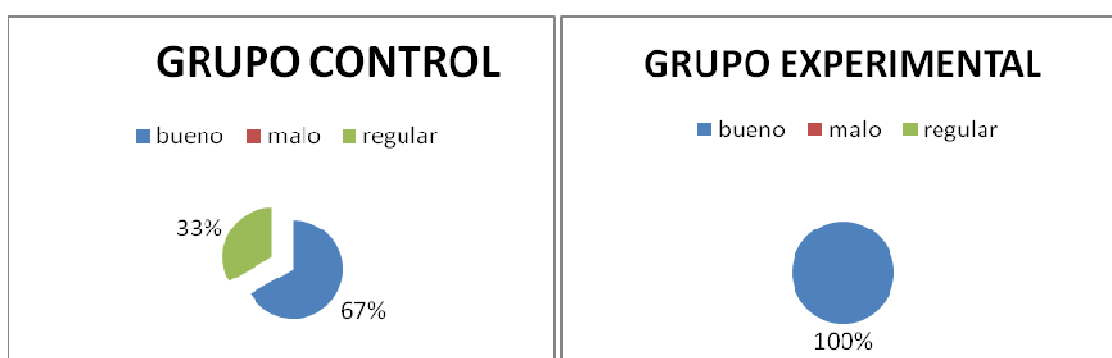
Gráfica 165. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes establecen relaciones entre los conceptos involucrados y los instrumentos a utilizar.

En la gráfica anterior se puede observar que en un 100% de las intervenciones del grupo control algunos de los estudiantes establecen relaciones entre los conceptos involucrados y los instrumentos usados. Mientras que en el grupo experimental, en un 50% de las intervenciones, todos los estudiantes logran dar dichas relaciones y en el otro 50% de las intervenciones, solo algunos logran verlas.

Entrevista semiestructurada (Anexo 23)

A continuación se presenta, por medio de gráficas, el análisis de la percepción que tienen los estudiantes, tanto del grupo control, como el grupo experimental después de la intervención de la metodología implementada, en la construcción del concepto de área de superficies planas.

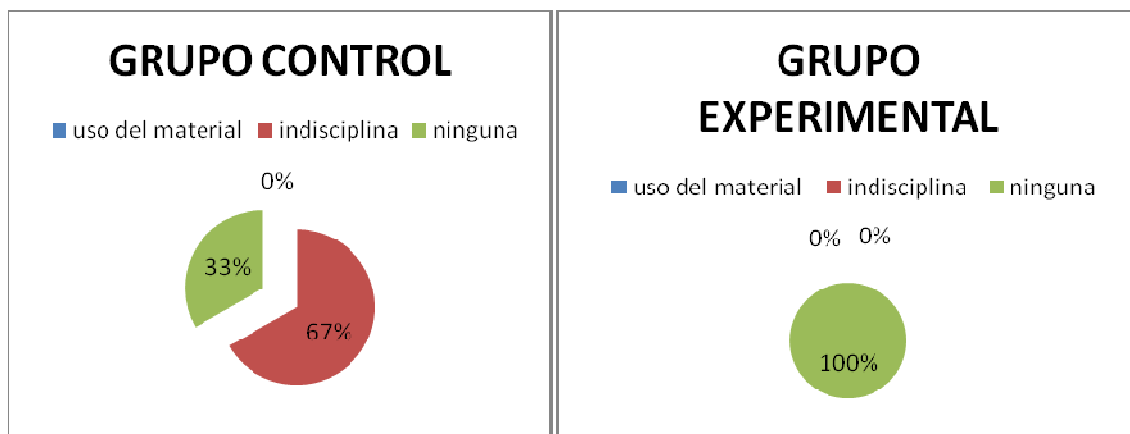
Frente a la pregunta 1, ¿Cómo te pareció el trabajo realizado en las últimas clases?, se tienen las siguientes gráficas.



Gráfica 166. Porcentaje de las respuestas que dan los estudiantes con respecto, al trabajo realizado en las últimas clases.

La gráfica muestra como el 100% de los estudiantes entrevistados del grupo experimental, afirman, que las últimas clases son buenas, además plantean, que las actividades y los instrumentos utilizados son muy motivadores, claros y precisos sobre lo que se debe hacer, además están seguros de que este tipo de metodología fomenta un aprendizaje más dinámico y significativo. Mientras que en el grupo control un 67% de los estudiantes creen que es buena la metodología y un 33% de ellos opinan que es regular, pues la actitud que muestran algunos de los estudiantes no es la más adecuada, ya que los materiales se convierten para algunos en un gran distractor.

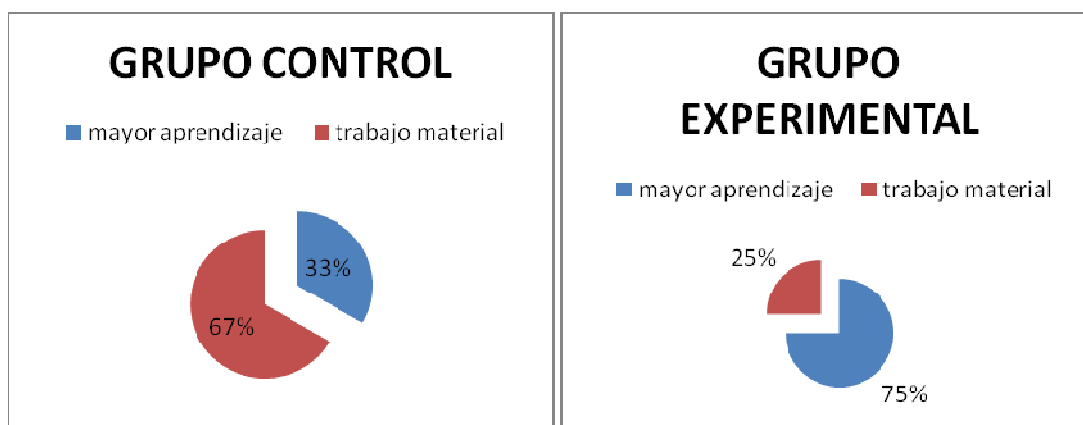
Teniendo en cuenta la pregunta 2, ¿Qué dificultades encuentras en el desarrollo de las actividades planteadas?, las gráficas que surgen son las siguientes.



Gráfica 167. Porcentaje de las respuestas que dan los estudiantes con respecto, a las dificultades encontradas durante el desarrollo de las actividades.

La gráfica muestra como el 67% de los estudiantes entrevistados del grupo control afirman, que la dificultad más grande que hay durante el desarrollo de las actividades planteadas, para comprender el tema del área de figuras planas, es la indisciplina; y un 33% de dichos estudiantes dicen que no se presenta ninguna dificultad al realizar las actividades planteadas. Por otro lado en el grupo experimental el 100% de los entrevistados concuerdan en que no hay ninguna dificultad mientras se desarrollan las actividades.

Ante la pregunta 3, ¿Qué fortalezas encuentras en el desarrollo de las actividades planteadas?, se tiene:

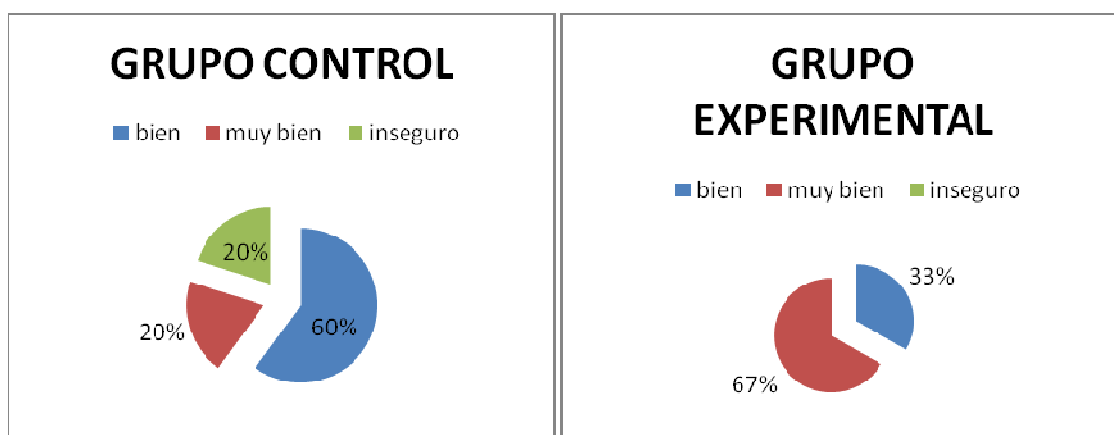


Gráfica 168. Porcentaje de las respuestas que dan los estudiantes con respecto, a las fortalezas encontradas durante el desarrollo de las actividades.

La gráfica muestra como el 67% de los estudiantes entrevistados en el grupo control afirman, que una de las fortalezas que se da durante el desarrollo de las actividades planteadas, para comprender el tema de área de figuras planas, es el trabajo con el material; y el 33% de dichos estudiantes dicen, que con la implementación de este tipo de actividades y/o metodologías se aprende mucho mejor y más.

Por otro lado en el grupo experimental los estudiantes en un 75%, afirman que una de las fortalezas del trabajo con este tipo de metodología es que permite un mayor aprendizaje, y solo el 25% de los entrevistados afirman que la fortaleza es el uso de los instrumentos.

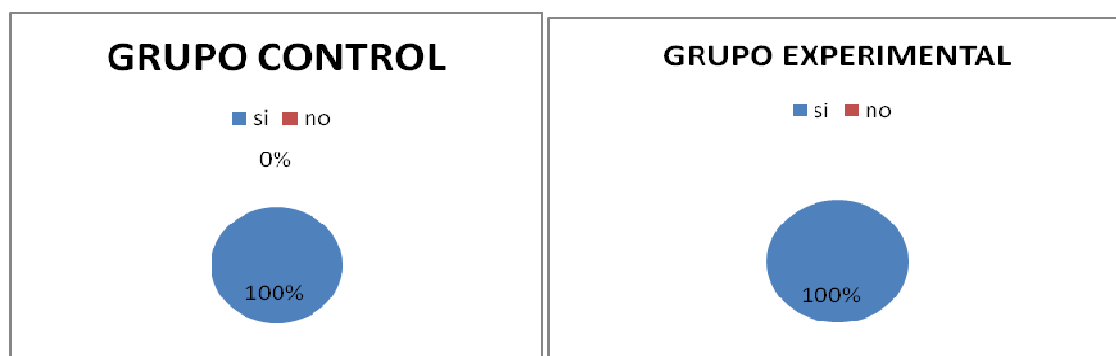
Frente a la pregunta 4, ¿Cómo se siente cuando desarrolla las actividades?, los resultados son los siguientes;



Gráfica 169. Porcentaje de las respuestas que dan los estudiantes con respecto, a lo que sentían durante el desarrollo de las actividades.

La gráfica muestra como el 60% de los estudiantes entrevistados del grupo control afirman, que se sienten bien durante el desarrollo de las actividades planteadas, un 20% se sienten inseguros, y por último el 20% restante de los estudiantes se sienten muy bien desarrollando las actividades planteadas. Por otro lado se encuentra el grupo experimental en el que un 67% de los estudiantes se sienten muy bien cuando están desarrollando las actividades, y un 33% se sienten bien.

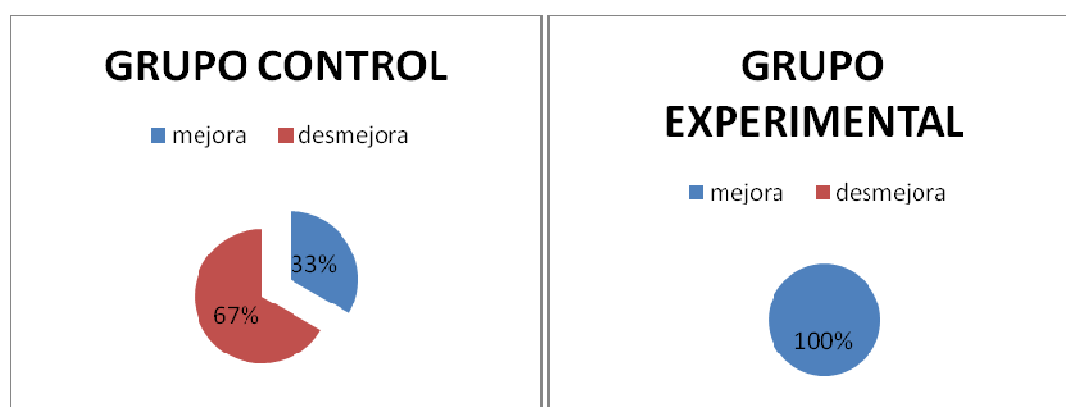
La pregunta 5, ¿Sientes que las actividades planteadas motivan el deseo de aprender geometría, y matemática? Presenta los siguientes resultados



Gráfica 170. Porcentaje de las respuestas que dan los estudiantes con respecto, a los deseos que sentían durante el desarrollo de las actividades por aprender geometría y matemática.

Esta gráfica muestra como el 100% de los estudiantes entrevistados tanto en el grupo control como en el grupo experimental, si sienten deseos de aprender geometría y matemática, pues ellos afirman, que las metodologías usadas son claras, dinámicas y motivan más las ganas de estudiar y de aprender los conceptos.

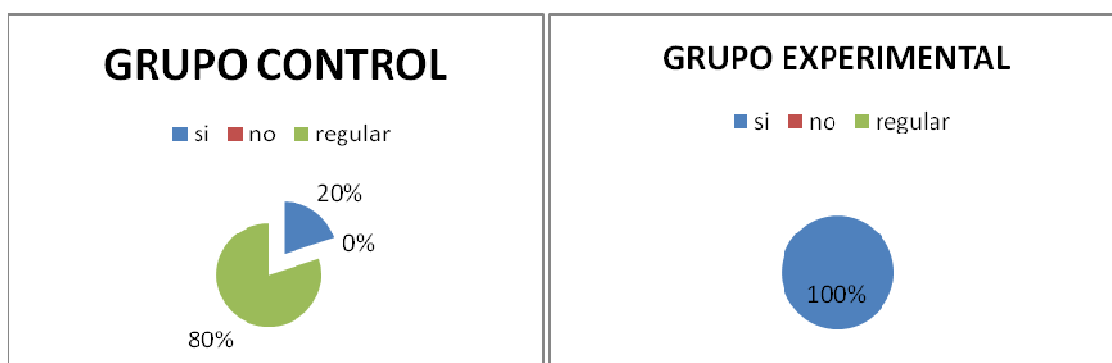
Frente a la pregunta 6, ¿Sientes que se mejora o se desmejora la disciplina con actividades como ésta?



Gráfica 171. Porcentaje de las respuestas que dan los estudiantes con respecto, a si mejora o desmejora la disciplina durante el desarrollo de las actividades.

La gráfica muestra como el 67% de los estudiantes del grupo control creen que la implementación de dichas actividades desmejora la disciplina del grupo, por otro lado, un 33% restante de los estudiantes dicen que este tipo de metodología si mejora la disciplina. En el grupo experimental se encuentran concepciones diferentes en las que el 100% de los estudiantes concuerdan en que el uso de esta metodología si mejora la disciplina del grupo.

Para terminar la pregunta 7, ¿Sentías deseos de llegar temprano a las clases?



Gráfica 172. Porcentaje de las respuestas que dan los estudiantes con respecto, a si sentían deseos de llegar temprano a clases.

La gráfica muestra como el 80% de los estudiantes del grupo control afirman, que los deseos de llegar a clase no son muy altos, pues la temática no es de su agrado y les gusta de forma regular la metodología usada, el 20% restante de los estudiantes, dicen que si sienten deseos de llegar temprano a clase. En contraposición se encuentra el grupo experimental en el cual un 100% de los estudiantes sienten deseos de llegar a tiempo a clase, pues la metodología usada y el tema que se esta trabajando es de su agrado.

ANÁLISIS DE LAS CATEGORÍAS.

A continuación se analizan las siguientes categorías: la actitud frente a la metodología, el manejo del instrumento y el uso del instrumento para resolver problemas. Esto se hace con el fin de comparar procesos y resultados entre ambos grupos (el experimental y el control), lo que permite establecer las diferencias del aprendizaje de la geometría con el software dinámico RyC, en un ambiente virtual, y el aprendizaje con otro tipo de elementos como la regla, hojas milimetradas , entre otros, en el aula regular.

Actitud frente a la metodología

En este componente se presenta una comparación de la actitud de los estudiantes del grupo control y el grupo experimental frente a la metodología que se les implementa, con el fin de dar una afirmación certera sobre la eficacia de la didáctica usada en cada uno de los grupos intervenidos.

Las actividades que se plantean tienen la particularidad de ser dinámicas tanto para el grupo control como para el grupo experimental, para que de esta forma se puedan encontrar verdaderas diferencias o semejanzas y no se privilegie una metodología más que otra.

Dentro de las semejanzas más significativas, se puede notar que ambos grupos en el desarrollo de las actividades, muestran en un 50% de las intervenciones, más interés por la temática que por el mediador, sin embargo el grupo control presenta en un 25% de las intervenciones episodios en los que el mediador es más interesante que el tema trabajado, por lo cual la disciplina se desmejora y realizan actividades que no son propias de lo planteado para esa sesión de clase.

En el aspecto de la asistencia a clase, ambos grupos son semejantes, pues en un 75% o más de las intervenciones la mayor parte del grupo asiste a clase, sin embargo, no todos llegan a tiempo, por lo cual se nota más interés por el grupo experimental que por el grupo control, debido a que el primero, presenta en un 100% de las intervenciones excelente puntualidad, mientras que en el segundo sólo en un 25% se puede notar dicha particularidad. Por lo anterior, se puede afirmar que la metodología referida al uso del software RyC es más motivante e interesante que el uso de material concreto en el aula regular. Esto también se corrobora con el porcentaje de estudiantes que muestran interés por las clases en que se desarrolla las guías de intervención pues en el grupo control no todos muestran dicho interés, mientras que en el grupo experimental el interés se puede observar en un 100%.

Otro de los aspectos que vale la pena mencionar, es que, aunque ambas metodologías presentan un alto porcentaje de participación de los estudiantes, en los que se muestra una apropiación del tema, esto no permite que en los dos grupos intervenidos se presente un desarrollo ordenado de la clase, debido a que mientras que en el grupo experimental en un 75% de las intervenciones se nota dicha actitud de orden y disciplina, en un 75%, en el grupo control, no se nota tal actitud, dado que los materiales presentes para este grupo se convierten en un distractor más fuerte que los presentes en el grupo experimental, reflejando así un rendimiento más efectivo del tiempo de clase.

Teniendo en cuenta aspectos como el cumplimiento de las actividades pactadas para la clase, las actitudes de autoformación en los estudiantes de acuerdo a la metodología y promoción del trabajo grupal o individual, los grupos no presentan ninguna diferencia, debido a que en el primer aspecto en un 100% de las intervenciones, en los dos grupos, se cumple; en el segundo ítem en un 75% algunos estudiantes muestran dichas actitudes de formación individual y en el

último componente, se afirma que las actividades promueven más el trabajo en grupo que el trabajo individual, siendo muy positivo este tipo de trabajo, pues los estudiantes afirman que de esta forma pueden corregir sus respuestas y pueden comprender más rápidamente los contenidos ó temáticas enseñadas.

Las diferencias y semejanzas presentes en ambas metodologías son claras, sin embargo, teniendo en cuenta dichas discrepancias, es que se afirma que el uso del computador atrae más la atención de los estudiantes, que el uso de los materiales convencionales, debido a que el primero es muy poco usado en su contexto escolar y muy usado en su contexto real por lo cual se convierte en un excelente mediador de conocimiento y el segundo, aunque también permite la obtención de conocimientos, no es motivante para ellos porque en su entorno inmediato es más usado y ya no representa para ellos una didáctica de asombro, es decir, actividades que los lleven a comentarios como “no lo conocía”, “qué actividades tan interesantes”, “así es mejor la clase”, entre otras.

Manejo del instrumento

Esta categoría se basa principalmente en las dificultades y fortalezas que se presentan en el uso adecuado del material, dado que ambas metodologías presentan diferentes herramientas en el desarrollo de las guías de intervención.

Las semejanzas más significativas radican en el conocimiento previo de los instrumentos de trabajo y en las limitaciones que posee, debido a que en ambos grupos para el primer componente mencionado se presenta en un 75% de las intervenciones un saber previo de la utilización de los instrumentos; y en el segundo componente en un 50% de las intervenciones los estudiantes reconocen

las limitaciones que le presentan las herramientas usadas y buscan estrategias diferentes de solución.

Por otro lado, resaltando las diferencias, el grupo experimental, obtiene mejores resultados que el grupo control, esto se debe a que el computador y los software están más acordes al contexto actual de los estudiantes y porque las hojas usadas en el grupo control se convierten en un catapulta de papeles, es decir, los estudiantes comienzan a lanzar esferas elaboradas con el material que se les pide o que se les facilita. De acuerdo con lo anterior, se encuentra que en el grupo control en un 50% de las intervenciones se nota el manejo adecuado del material, mientras que en el grupo experimental, en un 100%, los estudiantes lo manipulan como debe ser, y reconocen así las características más significativas de la herramienta junto con sus limitaciones.

El uso de computadores o de software educativos son eficaces en cuanto a su uso, pues son, en la actualidad los instrumentos que los estudiantes más usan en su vida diaria, además éste presenta un mejor uso y un manejo más sencillo que el uso de la regla, el compás y hasta técnicas de conteo para encontrar el área de figuras planas.

Uso del material para solucionar problemas

Esta categoría hace referencia a si los estudiantes usan los instrumentos para solucionar los problemas planteados en la guía de intervención y si desde esas estrategias encuentran o interpretan otras diferentes.

Frente a esta categoría los grupos son muy diferentes, pues en aspectos como el uso eficiente de las herramientas para solucionar problemas, la seguridad para usar los instrumentos, relacionar los conceptos involucrados y el material usado para reconocer las posibilidades de solución de problemas, se nota más acogida por el grupo experimental que por el grupo control. Así por ejemplo en el 75% de las intervenciones realizadas en el grupo experimental, todos los estudiantes usan eficazmente el software RyC para solucionar los problemas en relación al tema de área, mientras que en el 75% de las intervenciones del grupo control solo algunos logran tal objetivo.

Por otro lado en el grupo control solo en el 50% de las intervenciones algunos estudiantes reconocen las posibilidades de solución de problemas, el en el otro 50% ninguno logra esta capacidad, caso contrario es con el grupo experimental, pues en un 75% de las intervenciones todos los estudiantes identifican la solución dada mediante el uso del software y otras posibilidades hechas por medio de cálculos numéricos o con el uso de otras herramientas. De esta forma se observa con claridad que los estudiantes del grupo experimental poseen mayor seguridad para emplear los recursos para la solución de dichos ejercicios (un total del 75% de las intervenciones).

Los resultados obtenidos en las guías de observación y en las entrevistas semi-estructuradas, permiten afirmar que los estudiantes ven con agrado el uso de los computadores y tal es su conformidad con el tipo de metodología que al resolver problemas, no solo se centran en las soluciones que le brinda el computador o el software educativo, sino que dentro de sus conocimientos previos y de los aprendido en las clases, encuentra diferentes caminos y métodos para llegar a la solución eficiente de problemas o ejercicios propuestos.

8.4.2. Tema: Semejanza Y Proporcionalidad

A continuación se presentan los datos suministrados tanto por el grupo control como por el grupo experimental del grado noveno, obtenidos durante las fases de intervención y evaluación desarrolladas durante las sesiones de clase mediante la implementación de algunos instrumentos para la recolección de información: La posprueba, la guía de observación y la entrevista semiestructurada. No obstante, la recolección de información se soporta a demás en otros instrumentos como el diario de campo y los memos analíticos.

En primer lugar, el análisis de la posprueba se realiza a la luz de los cinco niveles de pensamiento geométrico propuestos por Van Hiele, para ello se clasifica cada pregunta en uno de estos niveles de acuerdo con las exigencias y característica que requiere cada nivel, no obstante, es necesario aclarar que las preguntas solo se ubican entre los niveles 1 y 4, ya que como lo plantean algunos autores el nivel 5 se piensa que es inalcanzable para los estudiantes y muchas veces se prescinde de él, además, trabajos realizados señalan que los estudiantes no universitarios, como mucho, alcanzan los tres primeros niveles.

Los datos de los resultados de la posprueba han sido organizados en barras estadísticas, indicando claramente los porcentajes de los aciertos y desaciertos de los estudiantes en cada pregunta y la ubicación de los estudiantes en los diversos niveles de razonamiento con el porcentaje respectivo.

Es importante precisar que para ubicar a los estudiantes en cada nivel se tiene en cuenta como condición que sólo alcanzado un nivel se puede pasar al siguiente, es decir, si un estudiante se ubica en el nivel 2 es porque supera con antelación el nivel 1, y esta información la suministra el resultado de la posprueba dado que el

estudiante debe contestar correctamente las preguntas de la posprueba que son clasificadas en el nivel 1 y a su vez las preguntas que corresponden al nivel 2.

En segundo lugar, las guías de observación están organizadas mediante tortas estadísticas, presentando los datos obtenidos en porcentajes de cada uno de los ítems que se desarrollan a lo largo de la misma.

Finalmente, se presenta una síntesis de las entrevistas realizadas a los estudiantes, especificando claramente las respuestas dadas por éstos a cada pregunta.

En general, la interpretación y análisis se realiza a luz de cuatro componentes básicos: El aprendizaje, en el cual se analiza el desempeño de los estudiantes durante la posprueba de acuerdo con los cinco niveles de pensamiento geométrico propuestos por Van Hiele; La actitud frente a la metodología; El manejo del instrumento y el uso del mismo para la solución de problemas, componentes desarrollados mediante la guía de observación. De esta forma se busca confrontar el soporte teórico con la información suministrada durante las fases de intervención y evaluación, en aras al cumplimiento de los objetivos que definen y estructuran el proyecto investigativo.

Grupo Control

La posprueba (Anexos 20 y 21)

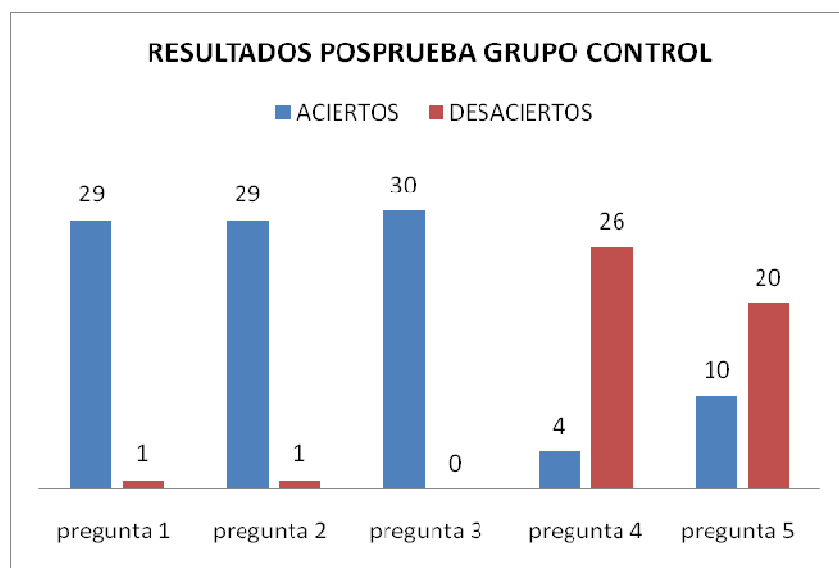
Los estudiantes se ubican en el nivel 1 si únicamente responden la pregunta 1 de la posprueba dado que en esta pregunta el estudiante solamente debe realizar

descripciones por su apariencia física, meramente visuales y asemejarlas a elementos que ya conoce, pero no se le pide que utilice un lenguaje geométrico básico para llamar los objetos por su nombre correcto, ni que reconozca las propiedades y componentes de los conceptos involucrados en la pregunta.

Los estudiantes se ubican en el nivel 2 si superan el nivel 1, es decir responden acertadamente la pregunta 1 y a su vez responden acertadamente la pregunta 2, dado que en esta pregunta el estudiante debe percibir algunas propiedades de los objetos involucrados en la pregunta, las cuales puede obtener mediante la observación y la experimentación, pero no se le pide relacionar una propiedades con otras.

Los estudiantes se ubican en el nivel 3 si superan el nivel 1 y 2, es decir responden acertadamente las preguntas 1 y 2 de la posprueba y además responden acertadamente las pregunta 3 y 4 de la misma, ya que en éstas el estudiante debe describir de manera formal los objetos, es decir, debe señalar las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir, lo que lo lleva a comprender mejor las definiciones y comienza a derivar propiedades de unas ya existentes, estableciendo a demás relaciones entre ellas.

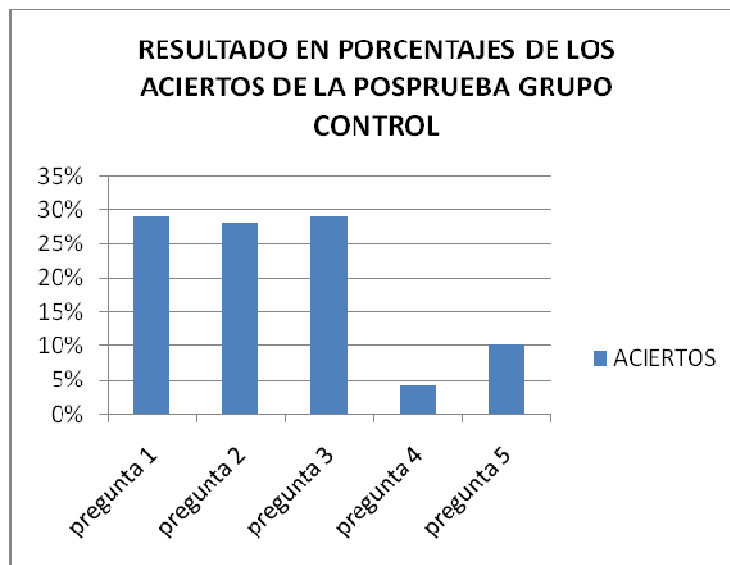
Los estudiantes se ubican en el nivel 4 si superan los niveles 1, 2 y 3, es decir, responden acertadamente las pregunta 1, 2, 3 y 4 de la posprueba y a demás responden acertadamente la pregunta 5 de la misma, ya que en ésta el estudiante está en condiciones de realizar deducciones y demostraciones lógicas empleándolas para justificar las proposiciones planteadas.



Gráfica 173. Cantidad de estudiantes del grupo control que aciertan y no aciertan las preguntas de la posprueba.

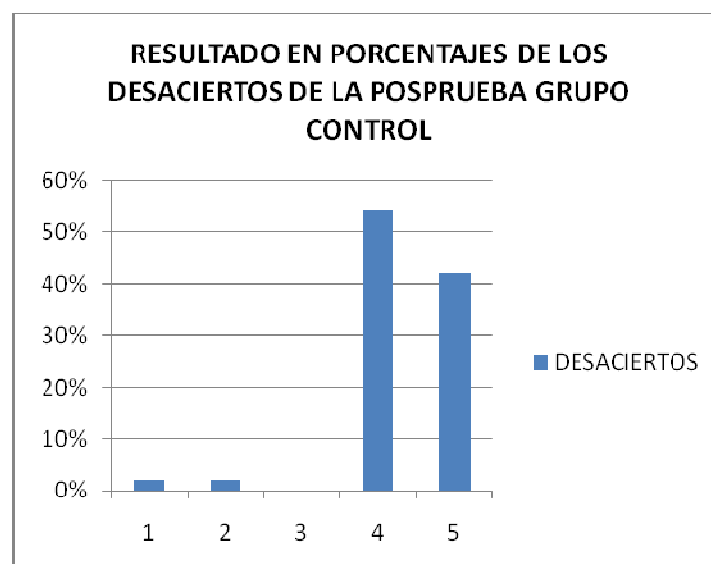
Esta gráfica permite observar los aciertos y desaciertos que tuvieron los estudiantes en cada pregunta de la posprueba:

29 estudiantes responden acertadamente la pregunta 1 y sólo 1 no la responde acertadamente; 29 estudiantes responden acertadamente la pregunta 2 y solo 1 no la responde acertadamente; 30 estudiantes responden la pregunta 3, lo que indica que ningún estudiante falla en la respuesta de esta pregunta; 26 estudiantes responden acertadamente la pregunta 4, por tanto solo 4 fallan en la respuesta de esta pregunta, 20 estudiantes responden acertadamente la pregunta 5, por tanto 10 no la responden acertadamente.



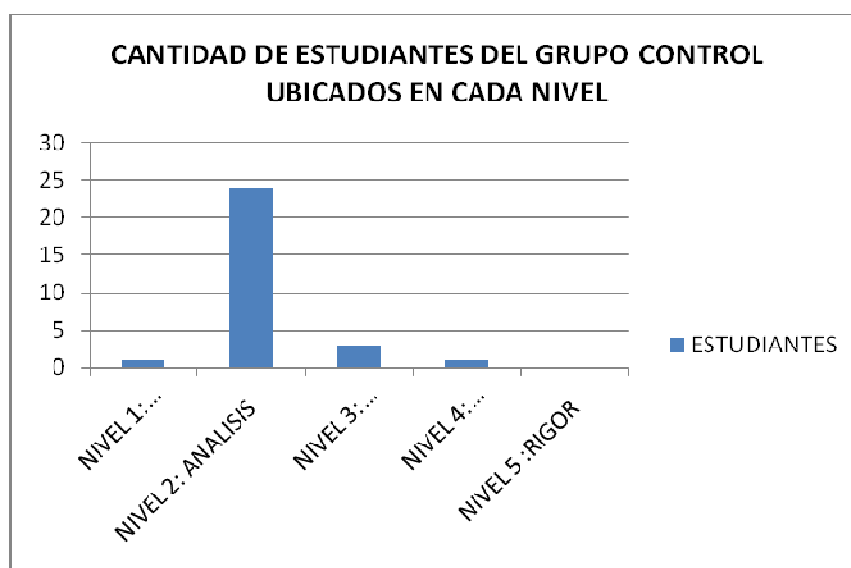
Gráfica 174. Porcentaje de estudiantes que aciertan cada pregunta de la posprueba

Esta gráfica permite observar claramente que la pregunta 1 la aciertan el 29% de los estudiantes, la pregunta 2 la aciertan el 28% de los estudiantes, la pregunta 3 la aciertan el 29% de los estudiantes, la pregunta 4 la aciertan el 4% de los estudiantes y la pregunta 5 la aciertan el 10% de los estudiantes.



Gráfica 175. Porcentaje de estudiantes que no aciertan cada pregunta de la posprueba

Esta gráfica permite observar claramente que la pregunta 1 no la aciertan el 2% de los estudiantes, la pregunta 2 no la aciertan el 2% de los estudiantes, la pregunta 3 no tiene ningún desacierto, la pregunta 4 la aciertan el 54% de los estudiantes y la pregunta 5 no la aciertan el 42% de los estudiantes.

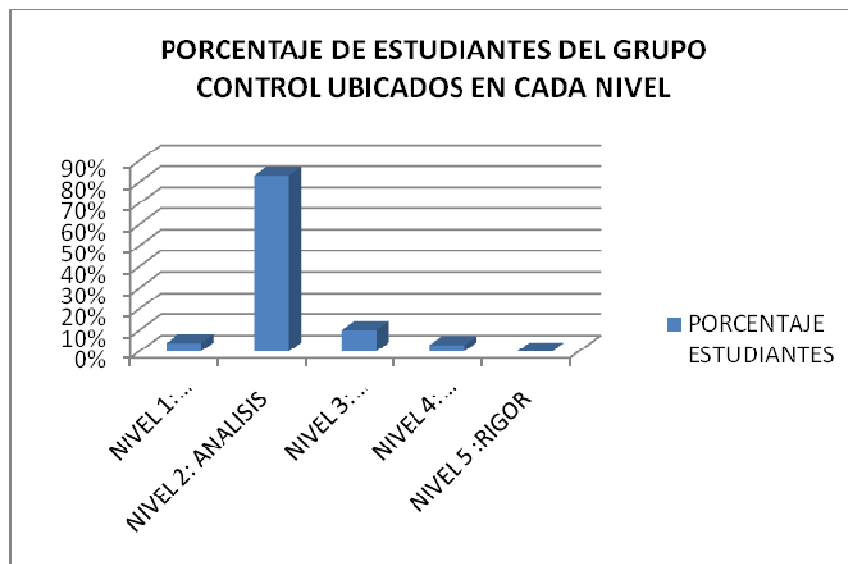


Gráfica 176. Cantidad de estudiantes del grupo control ubicados en cada nivel

En esta gráfica se observa que en el nivel 1 o de visualización sólo se ubica un estudiante, nivel 2 o de análisis se ubican 24 estudiantes, en el nivel 3 o de ordenamiento solo se ubican 3 estudiantes, en el nivel 4 o de razonamiento solo se ubica un estudiante y el nivel 5 o de rigor ningún estudiante logra alcanzarlo.

Más específicamente se puede indicar que, de los 30 estudiantes pertenecientes al grupo control, 29 estudiantes alcanzan el nivel 1, solo un estudiante no logra alcanzar ningún nivel; 28 estudiantes alcanzan el nivel 2, quedando de esta forma ubicado en el nivel 1 solo un estudiante; 4 alcanzan el nivel 3, por lo tanto 24 estudiantes quedan ubicados en el nivel 2; solo 1 estudiante alcanza el nivel 4, lo

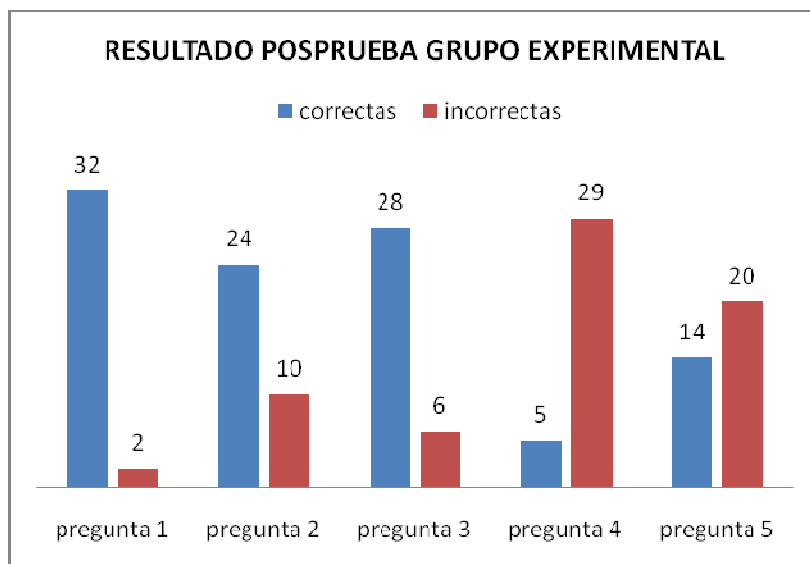
que indica que 3 estudiantes son ubicados en el nivel 3, y por tanto solo 1 en el nivel 4 y ninguno en el nivel 5.



Gráfica 177. Porcentaje de los estudiantes del grupo control ubicados en cada nivel.

En esta grafica se observa el porcentaje de estudiantes ubicados en cada nivel: en el nivel 1 se ubica un 3.33 % del total de los estudiantes, en el nivel 2 se ubica un 79.99% del total de los estudiantes, en el nivel 3 se ubica un 9.99% del total de los estudiantes, en el nivel 4 se ubica un 3.33% del total de los estudiantes y en el nivel 5 no se ubica ningún estudiante.

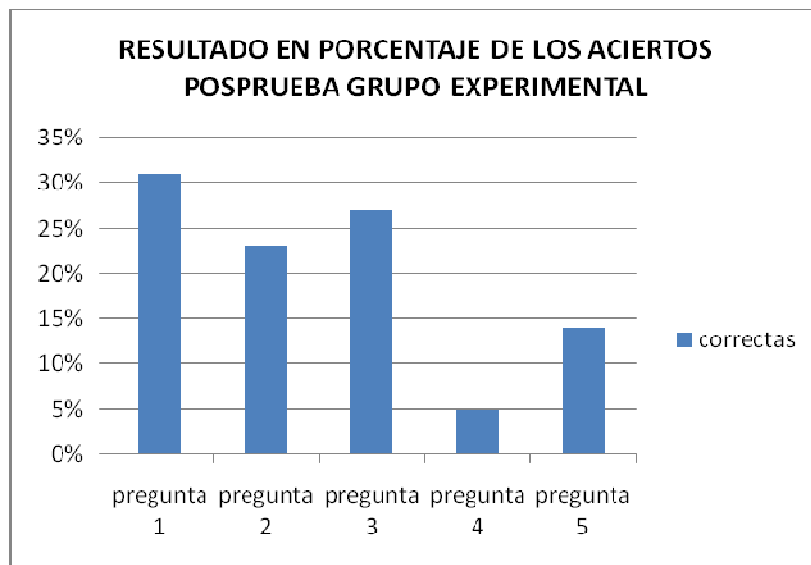
Grupo Experimental



Gráfica 178. Cantidad de estudiantes del grupo experimental que aciertan y no aciertan las preguntas de la posprueba.

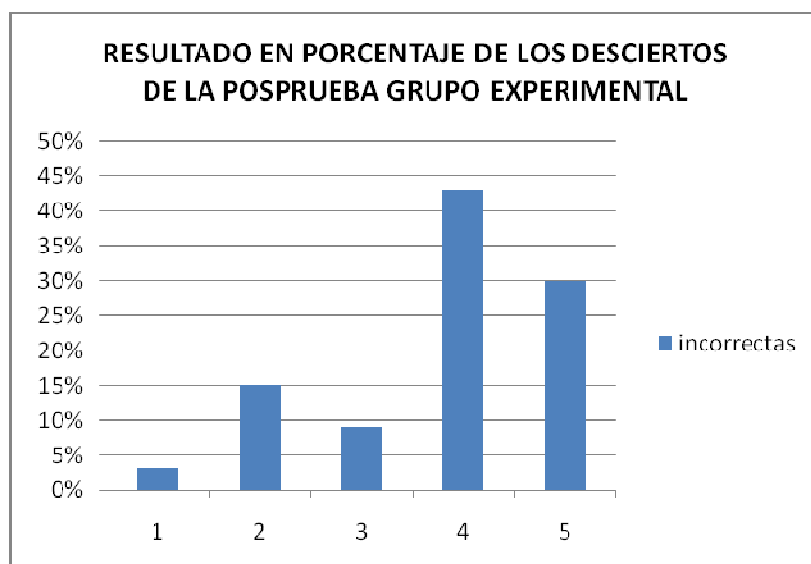
Esta gráfica permite observar los aciertos y desaciertos que tienen los estudiantes en cada pregunta de la posprueba:

32 Estudiantes responden acertadamente la pregunta 1 y sólo 2 no la response acertadamente; 24 estudiantes responden acertadamente la pregunta 2 y 10 no la responde acertadamente; 28 estudiantes responden la pregunta 3 y 6 no la responden correctamente; 29 estudiantes no responden acertadamente la pregunta 4, por tanto solo 5 la responden correctamente, 14 estudiantes responden acertadamente la pregunta 5, por tanto 20 no la responden acertadamente.



Gráfica 179. Porcentaje de estudiantes que aciertan cada pregunta de la posprueba

Esta gráfica permite observar claramente que la pregunta 1 la aciertan el 31% de los estudiantes, la pregunta 2 la aciertan el 23% de los estudiantes, la pregunta 3 la aciertan el 27% de los estudiantes, la pregunta 4 la aciertan el 5% de los estudiantes y la pregunta 5 la aciertan el 14% de los estudiantes.



Gráfica 180. Porcentaje de estudiantes que no aciertan cada pregunta de la posprueba

Esta gráfica permite observar claramente que la pregunta 1 no la aciertan el 3% de los estudiantes, la pregunta 2 no la aciertan el 15% de los estudiantes, la pregunta 3 no la aciertan el 9% de los estudiantes, la pregunta 4 la aciertan el 43% de los estudiantes y la pregunta 5 no la aciertan el 30% de los estudiantes.

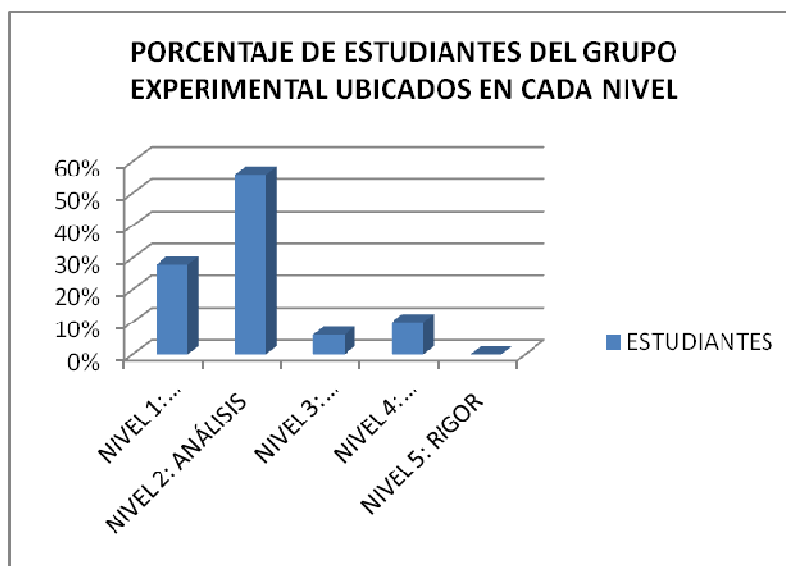


Gráfica 181. Cantidad de estudiantes del grupo control ubicados en cada nivel.

En esta gráfica se observa que en el nivel 1 o de visualización se ubican 9 estudiantes, en el nivel 2 o de análisis se ubican 18 estudiantes, en el nivel 3 o de ordenamiento se ubican 2 estudiantes, en el nivel 4 o de razonamiento se ubica 3 estudiantes y en el nivel 5 o de rigor ningún estudiante logra alcanzarlo.

Más específicamente se puede indicar que de los 34 estudiantes pertenecientes al grupo experimental, 32 estudiantes alcanzan el nivel 1, por tanto solo 2 estudiantes no logran alcanzar ningún nivel; 23 estudiantes alcanzan el nivel 2, quedando de esta forma ubicados en el nivel 1, 9 estudiantes; 5 estudiantes alcanzan el nivel 3, por lo tanto 18 estudiantes quedan ubicados en el nivel 2; 3

estudiantes alcanzan el nivel 4, lo que indica que 2 estudiantes quedan ubicados en el nivel 3, y por tanto solo 3 en el nivel 4 y ninguno en el nivel 5.



Gráfica 182. Porcentaje de los estudiantes del grupo control ubicados en cada nivel.

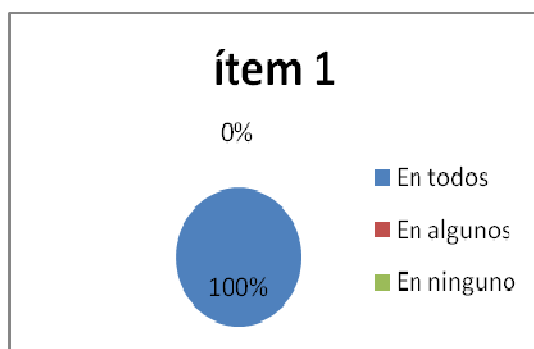
En esta gráfica se observa el porcentaje de estudiantes ubicados en cada nivel: en el nivel 1 se ubica un 26.47% del total de los estudiantes, en el nivel 2 se ubica un 52.94% del total de los estudiantes, en el nivel 3 se ubica un 5.88% del total de los estudiantes, en el nivel 4 se ubica un 8.82% del total de los estudiantes y en el nivel 5 no se ubica ningún estudiante.

Guía de observación (Anexo 22)

Las siguientes gráficas contienen el análisis de las observaciones del grupo experimental y control, a través de los tres siguientes aspectos o momentos: actitud frente a la metodología, el manejo del instrumento y la utilización que hacen del instrumento para resolver problemas.

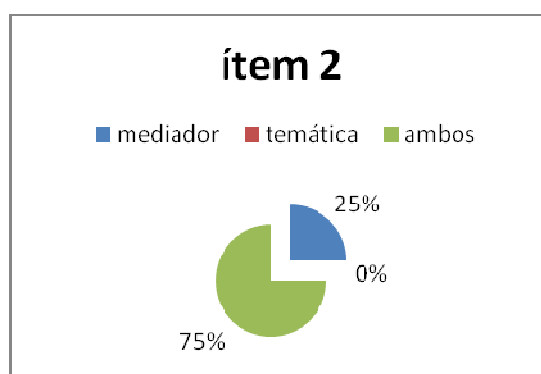
Actitud frente a la metodología.

Grupo control.



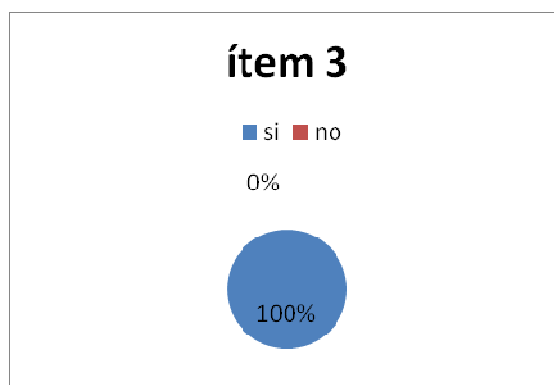
Gráfica 183: porcentaje de estudiantes que manifiestan o no interés por el mediador.

Esta gráfica muestra que en 100% de las intervenciones los estudiantes manifiestan gran interés por la interacción con el mediador durante las clases.



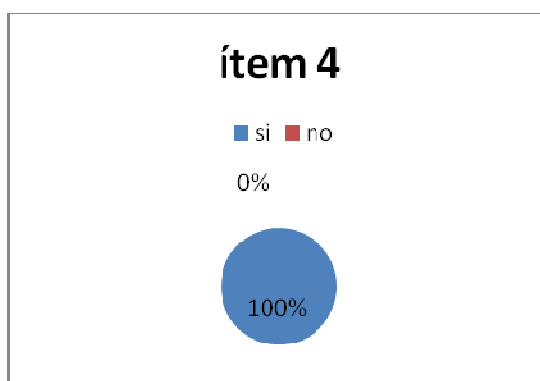
Gráfica 184. Porcentaje de las intervenciones en las cuales los estudiantes muestran interés por el mediador o por la temática.

Esta gráfica muestra que en el 75% de las intervenciones los estudiantes centran su interés tanto en el mediador y en la temática y el 25% restante solo en el mediador.



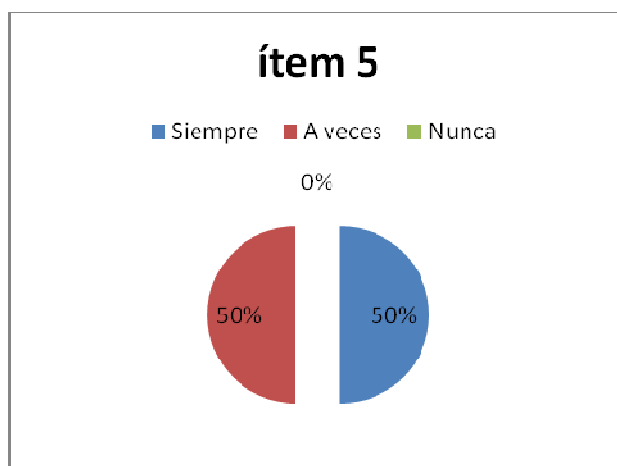
Gráfica 185. Porcentaje de las intervenciones en las cuales hay puntualidad por parte de los estudiantes para asistir en estas.

La gráfica muestra con claridad que en el 100% de las sesiones hay puntualidad por parte de los estudiantes para llegar a las clases.



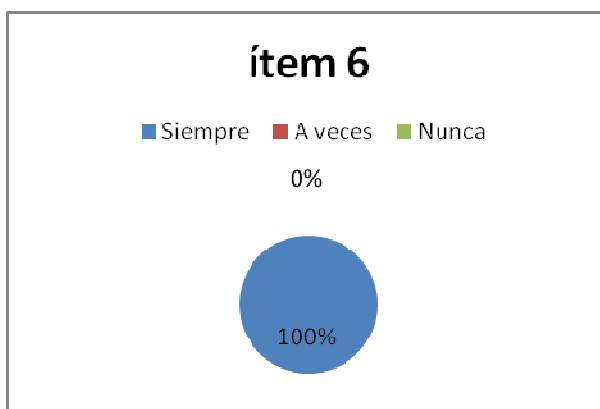
Gráfica 186. Porcentaje de las intervenciones en las cuales hay un alto porcentaje de asistencia.

Mediante esta gráfica se puede observar que en el 100% de las clases donde se implementa la metodología hay un alto porcentaje de asistencia



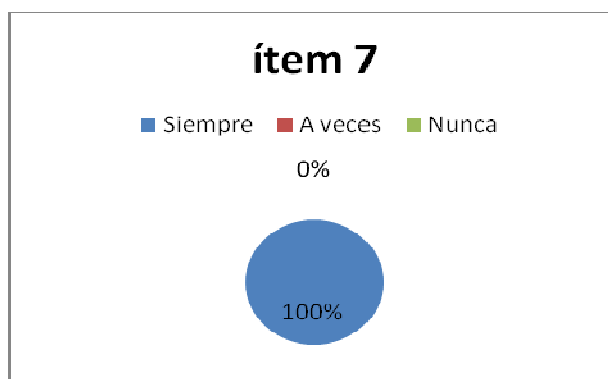
Gráfica 187. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, la metodología aporta al desarrollo ordenado de la clase.

De esta gráfica se puede observar que solo en 50% de las intervenciones, la metodología es un elemento que aporta al desarrollo ordenado de la clase.



Gráfica 188. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, la metodología motiva la participación de los estudiantes a través de inquietudes y aportes que dan cuenta de de su apropiación conceptual.

De acuerdo con la gráfica se puede decir que en el 100% de las intervenciones la metodología siempre es un elemento que motiva la participación de los estudiantes.



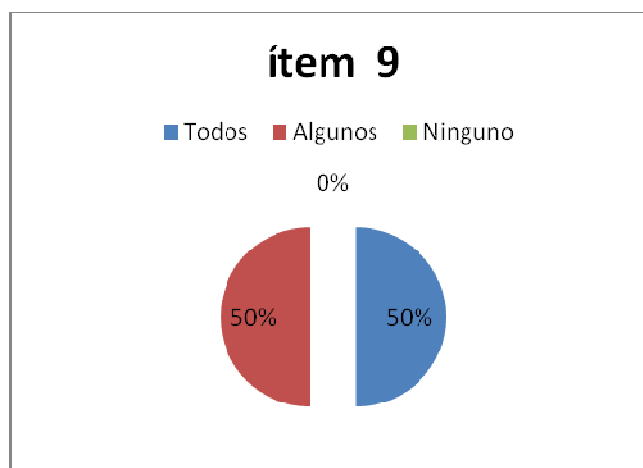
Gráfica 189. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran eficacia y rendimiento en el trabajo en clase.

A partir de esta gráfica se puede decir que en el 100% de las intervenciones, siempre la metodología motiva el rendimiento y la eficiencia en el trabajo en clase.



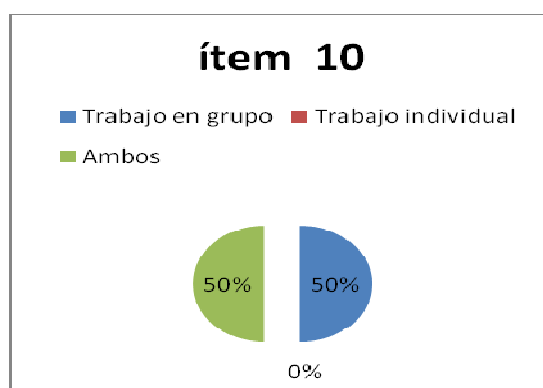
Gráfica 190. Porcentaje de las intervenciones en las que los estudiantes cumplen con las tareas y compromisos.

La gráfica muestra que en el 100% de las intervenciones, los estudiantes siempre cumplen con los compromisos y las tareas.



Gráfica 191. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran una actitud de autoformación.

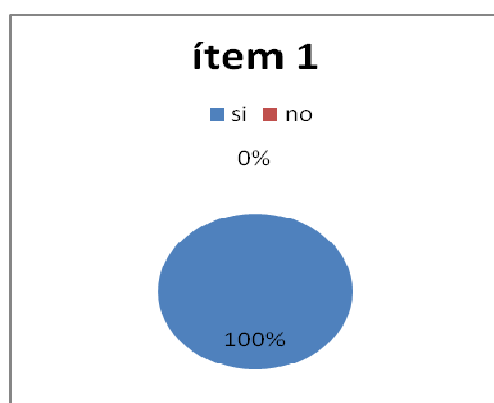
En la gráfica se puede observar que solo en el 50% de las intervenciones, algunos de los estudiantes muestran una actitud de autoformación impulsado por la metodología, mientras que en el otro 50% de las intervenciones, todos los estudiantes muestran una actitud de autoformación.



Gráfica 192. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, la metodología promueve más el trabajo en grupo o el trabajo individual.

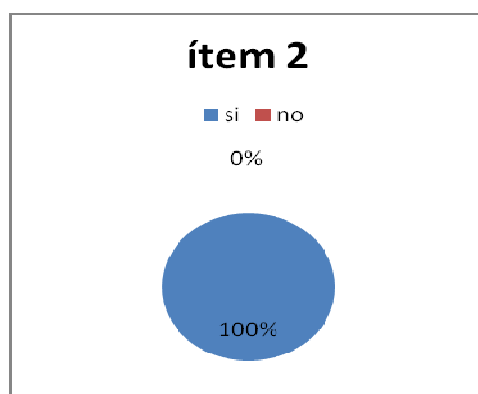
De ésta gráfica se puede concluir que en el 50% de las intervenciones la metodología promueve el trabajo en grupo y que en el otro 50% de las intervenciones la metodología promueve el trabajo tanto grupal como individual.

Manejo del instrumento



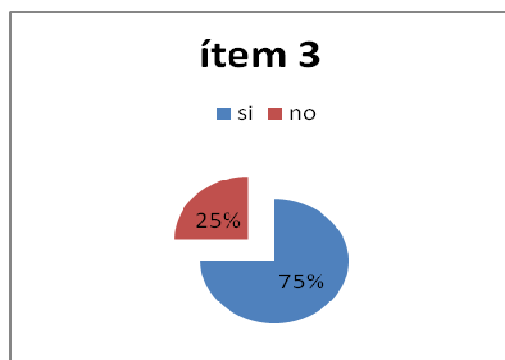
Gráfica 193. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes utilizan correctamente el instrumento propuesto para la actividad.

Los resultados condensados en esta gráfica muestran que en el 100% de las intervenciones los estudiantes utilizan correctamente el instrumento propuesto para la actividad.



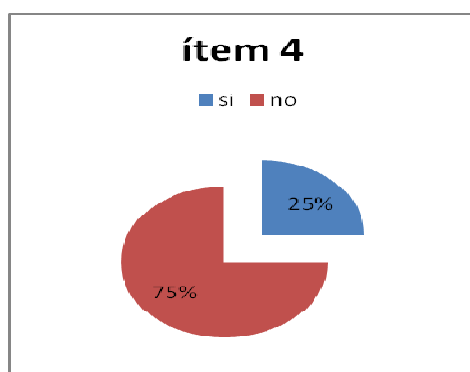
Gráfica 194. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran tener conocimiento previo del instrumento.

La gráfica refleja que en un 100% de las intervenciones los estudiantes muestran tener conocimiento previo del instrumento.



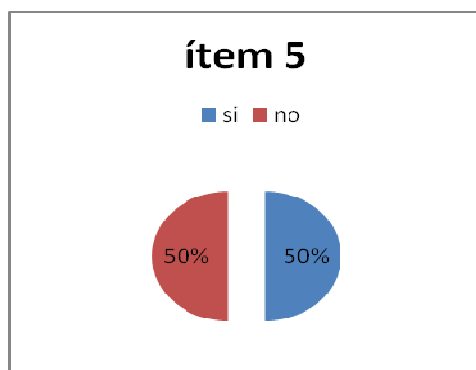
Gráfica 195. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran identificar las características del instrumento.

Esta gráfica muestra que en un 75% de las intervenciones los estudiantes muestran identificar las características del instrumento, y en el otro 25% de las intervenciones no demuestran identificarlas.



Gráfica 196. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes reconocen las limitantes del instrumento.

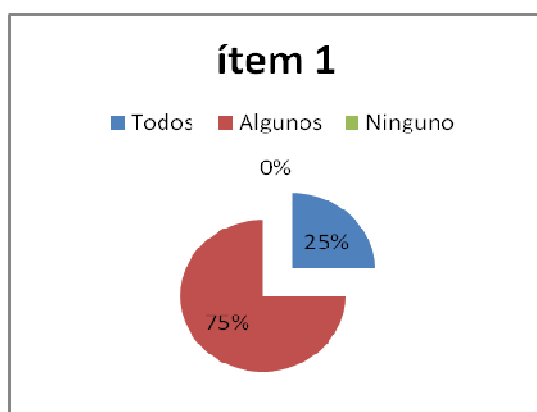
Los resultados que se muestran a través de esta gráfica evidencian que solo en un 25% las intervenciones los estudiantes no reconocen las limitantes del instrumento. En el otro 75% si reconocen las limitantes.



Gráfica 197. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes reconocen la utilidad del instrumento.

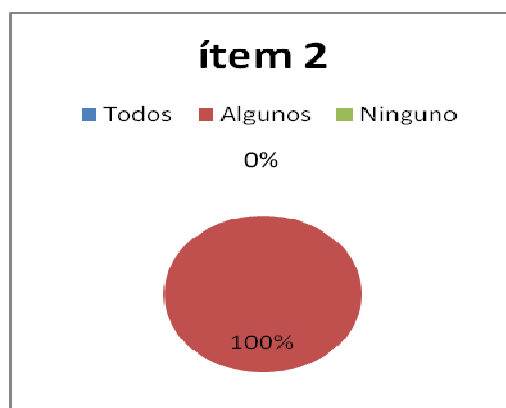
La información presentada en esta gráfica muestra que en el 50% de las intervenciones se observa que los estudiantes reconocen la utilidad del instrumento, mientras que en el 50% restante de las intervenciones los estudiantes la logran reconocer.

Uso del instrumento para resolver problemas



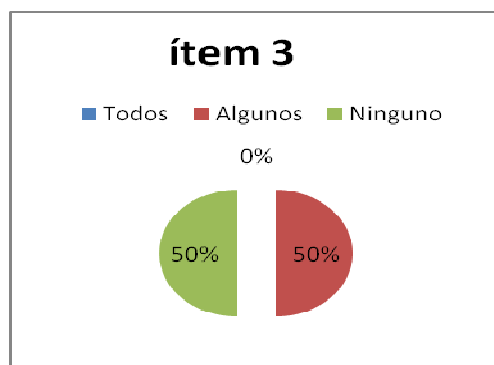
Gráfica 198. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran identificar las características de los instrumentos y categorizarlos según las necesidades de los problemas a resolver.

Como se puede identificar en la gráfica, en un 75% de las intervenciones se observa que algunos estudiantes identifican las características de los instrumentos y los categorizan según las necesidades de los problemas a resolver. Y el otro 25% restante, todos lo hacen.



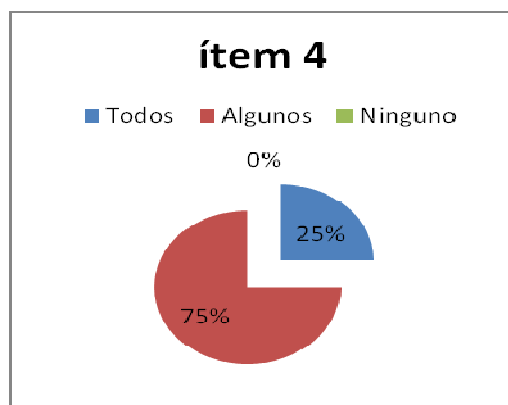
Gráfica 199. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran usar las herramientas de forma eficiente para resolver diferentes problemas.

Según los resultados expuestos en esta gráfica, en el 100% de las intervenciones algunos de los estudiantes muestran usar las herramientas de forma eficiente para resolver diferentes problemas, mientras que en el resto de las intervenciones ninguno de los estudiantes muestra un uso eficiente de las herramientas para dicho propósito.



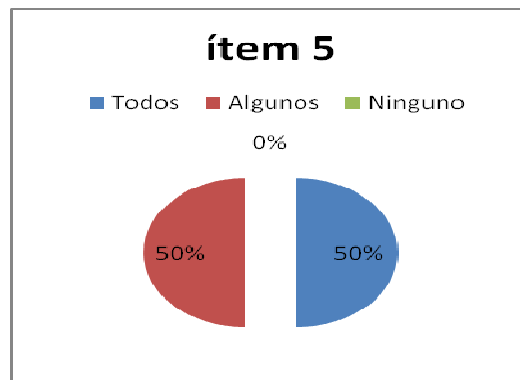
Gráfica 200. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes al solucionar un problema, reconocen otras posibilidades de solución.

Se puede decir que en el 50% de las intervenciones solo algunos estudiantes reconocen otras posibilidades de solución, al resolver un problema. Mientras que en el 50% restante de las intervenciones ninguno de los estudiante lo logra.



Gráfica 201. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran emplear con seguridad las herramientas para resolver problemas.

Se deduce que en el 75 % de las intervenciones se observa que algunos estudiantes muestran emplear con seguridad las herramientas para resolver los diferentes problemas que se le plantean. Mientras que en el 25% restante de las intervenciones se observa todos los estudiantes lo logran.

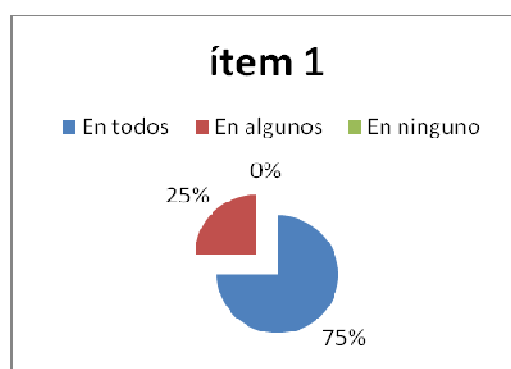


Gráfica 202. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes establecen relaciones entre los conceptos involucrados y los instrumentos a utilizar.

Se reconoce que en un 50% de las intervenciones se observa que algunos estudiantes establecen relaciones entre los conceptos involucrados en un problema determinado y los instrumentos a utilizar para resolverlo. Mientras que en 50% restante de las intervenciones todos los estudiantes muestran establecer dichas relaciones.

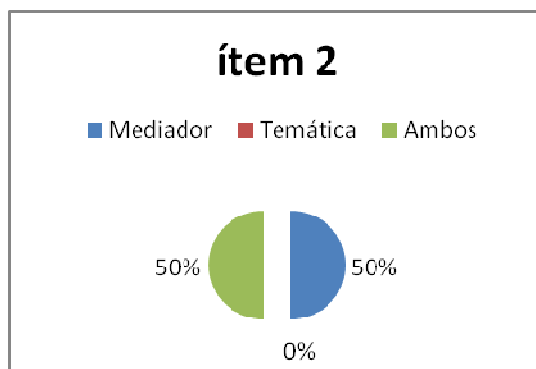
Grupo Experimental

Actitud frente a la metodología



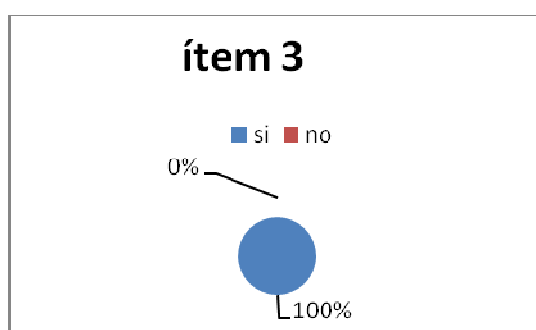
Gráfica 203. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran o no interés por la metodología.

Esta Gráfica muestra que en el 75% de las intervenciones todos los estudiantes muestran interés por la interacción con el mediador o mediadores y el 25% restante sólo algunos de los estudiantes.



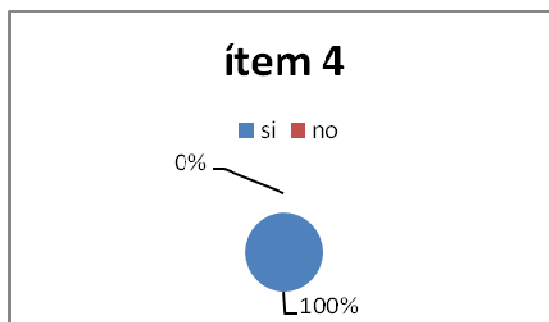
Gráfica 204. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran interés por el mediador o por la temática.

Esta Gráfica muestra que en el 50% de las intervenciones los estudiantes centran su interés solo en el mediador y en el otro 50% de las intervenciones centran su interés en el mediador y en la temática.



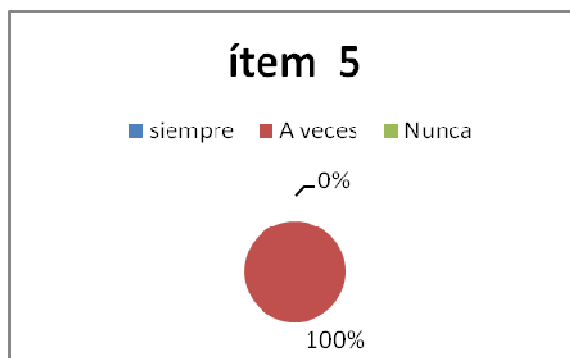
Gráfica 205. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, hay puntualidad por parte de los estudiantes para asistir en estas.

Esta gráfica muestra con claridad que en el 100% de las intervenciones hay puntualidad, ya que la metodología es motivadora para los estudiantes.



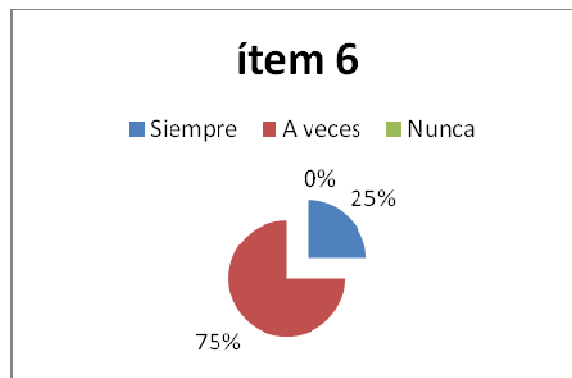
Gráfica 206. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los hay un alto porcentaje de asistencia.

El resultado obtenido en esta gráfica muestra que en el 100% de las clases donde se implementa la metodología hay un alto porcentaje de asistencia.



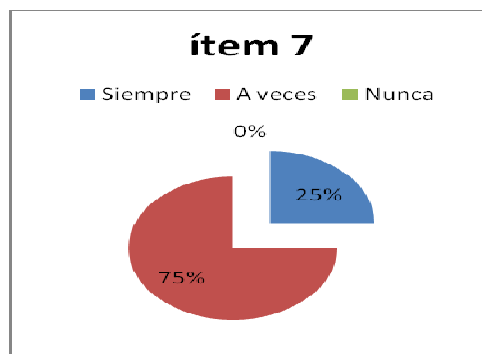
Gráfica 207. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, la metodología aporta al desarrollo ordenado de la clase.

En esta gráfica se ve con claridad que en un 100% de las intervenciones, la metodología a veces es un elemento que aporta al desarrollo ordenado de la clase.



Grafica 208. Porcentaje de da cuenta de la metodología como un elemento de motivación en los estudiantes.

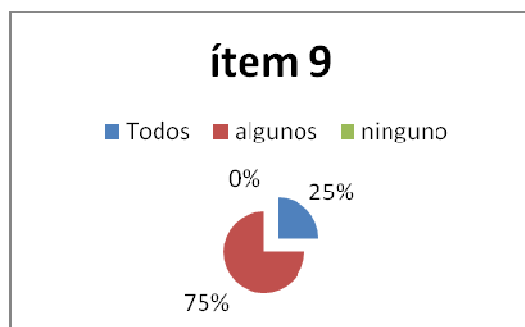
En esta gráfica se observa que en un 75% de las intervenciones la metodología a veces se convierte en un elemento de motivación para los estudiantes y en 25% restante siempre los estudiantes manifiestan motivación, expresada a través de aportes e inquietudes significativas que dan cuenta de una apropiación conceptual por parte de los mismos.



Gráfica 209. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran eficacia y rendimiento en el trabajo en clase.

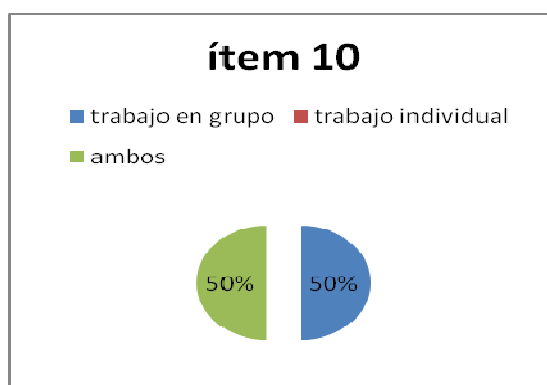
Del resultado plasmado en ésta gráfica permite concluir que en el 75% de las intervenciones algunas veces la metodología implementada potencia la eficacia y el rendimiento en el trabajo en clase, en 25% restante la metodología implementada siempre potencia la eficacia y el rendimiento en clase.

El ítem 8 no aplica para el grupo experimental porque en ninguna de las intervenciones se propuso a los estudiantes actividades extraclase, dado que algunos estudiantes no cuentan con computador en su casa. Sin embargo, algunos de ellos deciden practicar en sus casas lo aprendido en el aula.



Gráfica 210. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran una actitud de autoformación.

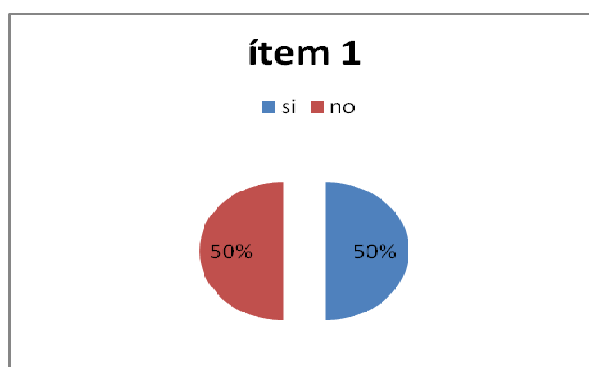
En la gráfica se puede observar que solo en el 75% de las intervenciones, algunos de los estudiantes muestran una actitud de autoformación impulsada por La metodología, mientras que en el otro 25% ninguno de los estudiantes muestra una actitud de autoformación.



Gráfica 211. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, la metodología promueve más el trabajo en grupo o el trabajo individual.

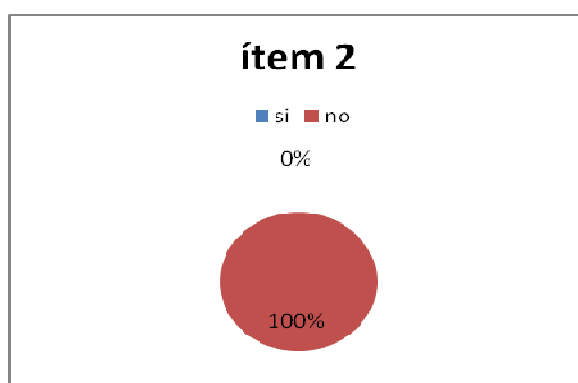
De ésta gráfica se puede concluir que en el 50% de las intervenciones la metodología promueve el trabajo en grupo y que el otro 50% de las intervenciones la metodología promueve tanto el trabajo en grupo como individual.

Manejo del instrumento



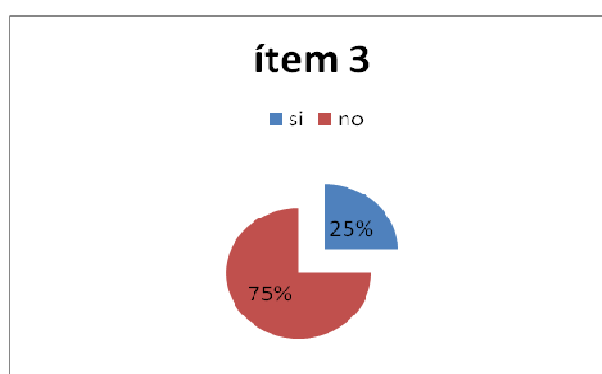
Gráfica 212. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes utilizan correctamente el instrumento propuesto para la actividad.

Los resultados expuestos en esta gráfica muestran que en el 50% de las intervenciones los estudiantes utilizan correctamente el instrumento propuesto para la actividad.



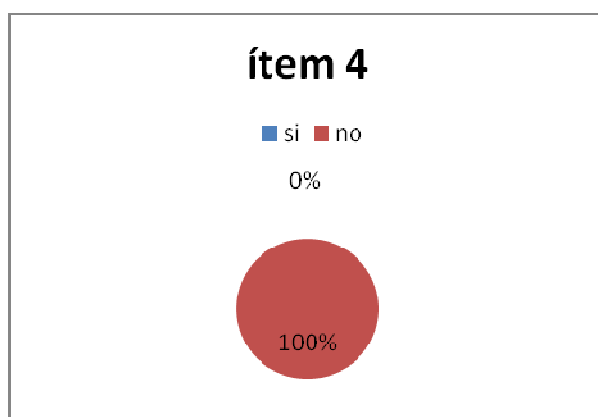
Gráfica 213. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran tener conocimiento previo del instrumento.

Estos resultados dan cuenta que solo en un 100% de las intervenciones los estudiantes no muestran tener conocimiento previo del instrumento.



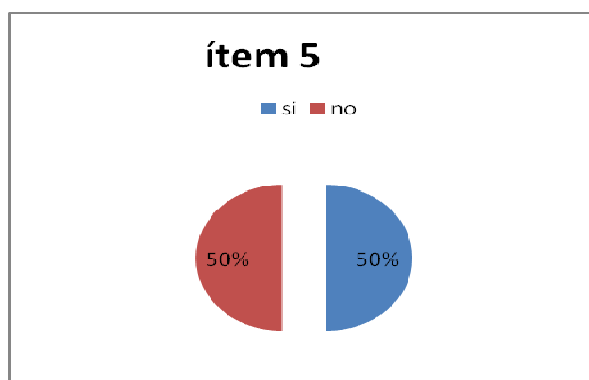
Gráfica 214. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran identificar las características del instrumento.

Esta gráfica muestra que en el 75 % de las intervenciones los estudiantes no manifiestan identificar las características del instrumento.



Gráfica 215. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes reconocen los limitantes del instrumento.

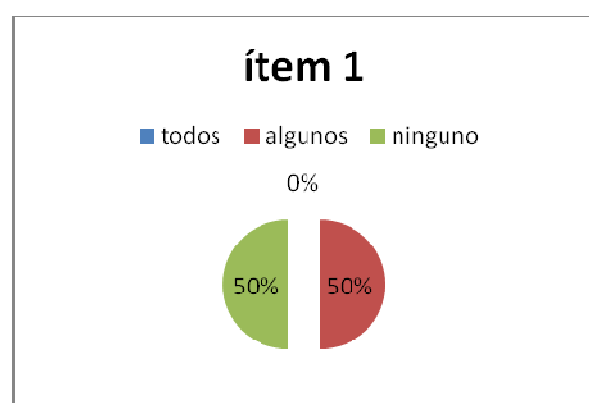
Los resultados analizados a través de esta gráfica muestran en todas las intervenciones ningún estudiante reconoce las limitantes del instrumento.



Gráfica 216. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes reconocen la utilidad del instrumento.

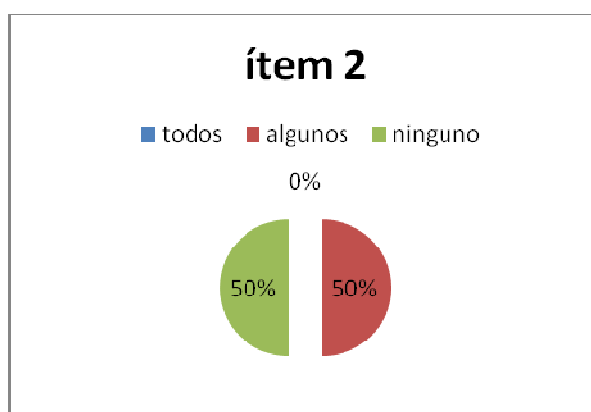
Esta gráfica muestra que solo en el 50 % de las intervenciones se percibe que los estudiantes reconocen la utilidad del instrumento.

Uso del instrumento para resolver problemas



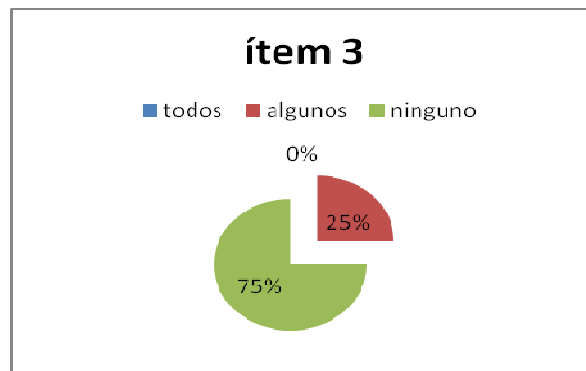
Gráfica 217. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran identificar las características de los instrumentos y categorizarlos según las necesidades de los problemas a resolver.

En un 50% de las intervenciones algunos estudiantes muestran identificar las características de los instrumentos y categorizarlos según las necesidades de los problemas a resolver, mientras que en el 50% restante ninguno de ellos logra identificarlas.



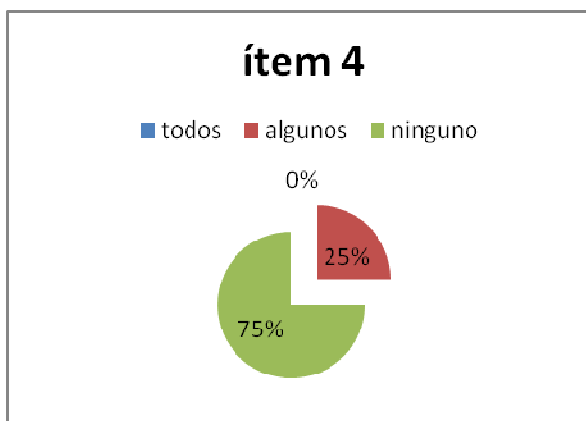
Gráfica 218. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran usar las herramientas de forma eficiente para resolver diferentes problemas.

Según los resultados expuestos en esta gráfica, en el 50% de las intervenciones algunos de los estudiantes muestran usar las herramientas de forma eficiente para resolver diferentes problemas, mientras que en el resto de las intervenciones ninguno de los estudiantes muestra un uso eficiente de las herramientas.



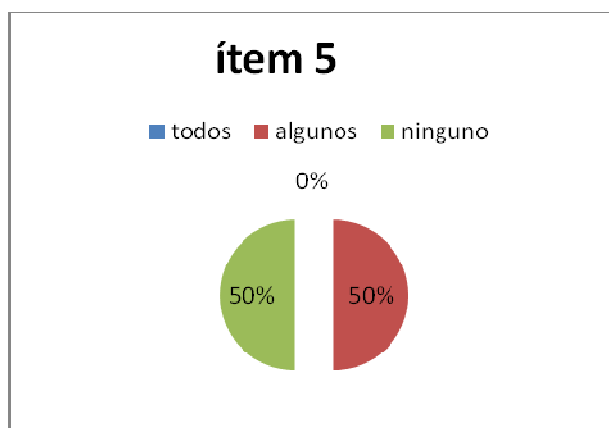
Gráfica 219. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes al solucionar un problema, reconocen otras posibilidades de solución.

De acuerdo a los resultados contenidos en esta gráfica, en el 25% de las intervenciones algunos estudiantes, al solucionar un problema, reconocen otras posibilidades de solución, en el 75% restante ningún estudiante lo logra.



Gráfica 220. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes muestran emplear con seguridad las herramientas para resolver problemas.

Esta gráfica muestra que en el 25 % de las intervenciones algunos estudiantes muestran emplear con seguridad las herramientas para resolver los diferentes problemas que se le plantean, mientras que el 75% restante no es observado.



Gráfica 221. Porcentaje de las intervenciones en las cuales, los estudiantes establecen relaciones entre los conceptos involucrados y los instrumentos a utilizar.

Los resultados condensados en esta gráfica muestran que solo en el 50% de las intervenciones se puede observar que algunos de los estudiantes establecen relaciones entre los conceptos involucrados y los instrumentos a utilizar, en el 50% restante ningún estudiante las establece.

Entrevista semiestructurada (Anexo 23)

A continuación se presenta una síntesis de la percepción que tienen los estudiantes, tanto del grupo control, como el grupo experimental después de la intervención de la metodología implementada, en la construcción del concepto de semejanza y proporcionalidad.

Grupo control

Ante la primera pregunta ¿Cómo te pareció el trabajo realizado en las últimas clases?, que se refiere a si los materiales fueron motivadores, y si las actividades fueron adecuadas y claras.

Los estudiantes plantean que los materiales son motivadores, el llevar acabo actividades con instrumentos como la regla, el compás, el transportador, que en

pocas ocasiones son empleados para el desarrollo de las temáticas en clase de geometría los motiva durante todas las intervenciones a desarrollarlas con agrado, manifiestan además que cada actividad es explicada claramente y permite que el desarrollo de la temática se haga sin mayores dificultades.

Con respecto a la segunda pregunta en la cual se indaga sobre ¿Qué dificultades encuentras en el desarrollo de las actividades planteadas?

Los estudiantes afirman que las actividades no generan mayores dificultades, pues cada actividad está muy bien explicada y orientaba cada procedimiento a realizar. Desde el comienzo cada actividad permite que se tenga una buena comprensión del tema.

Con respecto a la tercera pregunta ¿Qué fortalezas encuentras en el desarrollo de las actividades planteadas?

Los estudiantes afirman que una de las mayores fortalezas es el trabajo mediante guías, donde se trabaja con materiales e instrumentos que comúnmente no utilizan en las clases, la posibilidad de ir construyendo los conceptos, compartir con los compañeros los hallazgos obtenidos e ir avanzando en la comprensión de la temática lo consideran como una gran fortaleza, además afirman que este tipo de metodología es muy dinámica, lo que motiva que los estudiantes desarrollen puntualmente cada actividad.

Las respuestas a la pregunta 4 que se refiere a ¿Cómo se siente cuando desarrolla las actividades?

Durante el desarrollo de las actividades se sienten muy bien, muy cómodos, ya que las actividades son fáciles de responder, se sienten muy motivados para

desarrollar las actividades, éstas son muy amenas y permiten que de una manera agradable se acerquen a un tema que no conocen.

Frente a la pregunta 5, ¿Sientes que las actividades planteadas motivan el deseo de aprender geometría, y matemática?

Los estudiantes responden que las actividades les permiten aprender muchas cosas, aseguran que todos sus compañeros están muy interesados en resolver las actividades, están motivados para asistir a clase e incluso muchos de ellos manifiestan querer conocer mayores aplicaciones de la temática en la vida cotidiana.

Frente a la pregunta 6 ¿Sientes que se mejora o se desmejora la disciplina con actividades como ésta?

Los estudiantes afirman que las actividades son muy agradables tanto que permite que el grupo en general trabaje muy bien y pretenda realizar cada actividad, sin embargo en algunas oportunidades el trabajo en grupo puede generar indisciplina, dado que todos al tiempo quieren aclarar dudas, o quieren compartir lo que han logrado resolver con otros compañeros.

Frente a la última pregunta 7, ¿Sentías deseos de llegar temprano a las clases?

Los estudiantes entrevistados manifiestan que todos sienten muchos deseos de llegar temprano a clase y avanzar en la guía es muy motivante porque se hacen actividades que no se han hecho antes en clase como cortar, pegar, construir figuras y construir cosas nuevas de manera muy dinámica.

Grupo experimental

Ante la primera pregunta ¿Cómo te pareció el trabajo realizado en las últimas clases?, que se refiere a si los materiales fueron motivadores, y si las actividades fueron adecuadas y claras.

Los estudiantes afirman que, recibir sus clases en el aula de informática los motiva mucho, es una forma distinta de recibir las clases y aprender nuevas cosas. Emplear este tipo de metodologías permite un trabajo de manera más agradable y aprender de manera más dinámica, se puede comprobar lo que dice la teoría con solo ejecutar algunas herramientas en la pantalla del computador, esto agiliza y facilita el trabajo, además permite comprender más rápido los temas ya que todo se observa y se puede manipular al instante, solo basta con conocer los software y su manejo después es más divertido.

Con relación a la segunda pregunta ¿Qué dificultades encuentras en el desarrollo de las actividades planteadas?

Dentro de las dificultades más notorias los estudiantes manifiestan que el cambio constate de sala de informática en algunas de las clases retrasa mucho el trabajo ya que no siempre todos los computadores tienen los programas instalados y aunque ya los han aprendido a instalar, esta acción implica mucho tiempo, por tal motivo deben trabajar en grupo y en ocasiones aunque comprenden lo que se hace no pueden practicarlo y para la siguiente clase ya algunas actividades se han olvidado.

También manifiestan que el no conocer los software trabajados impide al comienzo avanzar en el desarrollo de las actividades, ya que antes de llevar acabo el desarrollo de las actividades deben aprender a manejar los programas.

A demás para algunos estudiantes el computador se convierte en un distractor que impide que todos se comprometan con el trabajo en clase.

Con referencia a la tercera pregunta ¿Qué fortalezas encuentras en el desarrollo de las actividades planteadas?

Como fortaleza los estudiantes manifiestan que las clases con este tipo de metodología son mucho más dinámicas y divertidas, hay conceptos y construcciones que se comprenden y se realizan con facilidad cuando se utilizan estos software, a demás se puede interactuar con las nuevas tecnologías en el aula de clase y esto permite ver aplicaciones de la geometría que no han visto en otros cursos.

Con respecto a la pregunta 4 que hace referencia al ¿Cómo se sintieron los estudiantes cuando desarrollaban las actividades?

La mayoría de los estudiantes afirman sentirse a gusto y motivados en el desarrollo de las actividades porque son dinámicas, fáciles de comprender y de realizar mediante estos software; se emplean a demás instrumentos como el compás, de manera más fácil y si se cometen errores el software te permite realizarlo nuevamente y de manera rápida.

Frente a la pregunta 5: ¿Sientes que las actividades planteadas motivan el deseo de aprender geometría, y matemática?

Los estudiantes manifiestas que mediante este tipo de actividades la motivación es mayor porque permite ver la geometría de manera divertida y no aburrida y complicada como regularmente se percibe, el computador permite indagar, practicar y aprender, es como estar jugando con la geometría en el computador, afirman que de esta forma se deben orientar muchas más actividades e incluso de otras áreas de la matemática.

Con relación a la pregunta 6: ¿Sientes que se mejora o se desmejora la disciplina con actividades como éstas?

Los estudiantes manifiestan que aunque hay estudiantes que se distraen al hacer otras actividades en el computador, cuando logran motivarse o les genera interés alguna actividad logran trabajar en silencio y comprometidos,

Con respecto a la séptima pregunta ¿Sentías deseos de llegar temprano a las clases? ¿Sentías deseo de llegar temprano a clase?

Todos los estudiantes sienten deseos de llegar puntual a la clase, sienten deseos de conocer las actividades y utilizar el computador para desarrollarlas, pues es una clase divertida y diferente a las demás.

ANÁLISIS DE LAS CATEGORÍAS.

Las categorías que se analizan a continuación, son: el aprendizaje de la geometría, la actitud frente a la metodología, el manejo del instrumento y el uso del instrumento para resolver problemas. Se analizan con el propósito de comparar procesos y resultados entre los grupos control y experimental, lo que permite determinar las diferencias del aprendizaje de geometría empleando los software dinámico RyC y GeoGebra y en ausencia de éstos, empleando instrumentos como la regla, el transportador, el compas, entre otros.

Aprendizaje de la geometría.

Frente a esta categoría se observa que en el grupo control el 3.33% de los estudiantes no alcanza ningún nivel de razonamiento, mientras que en el grupo experimental un 5.88% de los estudiantes obtienen este mismo resultado, lo que indica que más estudiantes del grupo experimental no dan solución de forma correcta a ninguna de las preguntas de la posprueba y por tanto no son clasificados en ningún nivel.

En el nivel 1 se ubica el 3.33% de los estudiantes del grupo control, y el 26.47% de los estudiantes del grupo experimental, lo que indica que más estudiantes del grupo control logran ser clasificados en un nivel superior de razonamiento; lo cual se debe a que éstos últimos no logran avanzar satisfactoriamente en las diferentes actividades, por factores externos como la falta de computadores, la dificultad para instalar el software y la falta de practica que ellos mismos manifiestan mediante la entrevista semiestructurada.

En el nivel 2 se ubica el 79.99% de los estudiantes del grupo control y el 52.94% de los estudiantes del grupo experimental. De acuerdo con los porcentajes se deduce que con respecto al nivel 2, el grupo experimental arroja mejores resultados ya que más estudiantes de dicho grupo responden acertadamente las preguntas que los ubican en un nivel superior de razonamiento, mejorando un poco las estadísticas registradas en el nivel 1, al igual ocurre con el nivel 3 en el que se ubica un 9.99% de los estudiantes del grupo control y un 5.88% de los estudiantes del grupo experimental.

Finalmente en el nivel 4, se ubican el 3.33% de los estudiantes del grupo control y el 8.82% de los estudiantes del grupo experimental, lo cual permite deducir que mayor cantidad de estudiantes del grupo experimental con respecto al grupo control son ubicados en el nivel 4, último nivel al que logran llegar los estudiantes dado que no es posible alcanzar el nivel 5 por ninguno de ellos.

Este resultado se debe al gran interés con el que asumen esta cantidad de estudiantes las actividades propuestas ya que de acuerdo con su apreciación son dinámicas y divertidas, permiten comprender mejor los conceptos y realizar con mayor facilidad las construcciones a demás se pude interactuar con las nuevas tecnologías en el aula de clase y esto permite ver aplicaciones de la geometría que no han visto en otros cursos; al mismo tiempo, el uso de la tecnología puede enriquecer los diversos ambientes de aprendizaje y ayudar a los estudiantes a lograr destrezas novedosas; Por otro lado, la utilización de estos software permite la construcción y manipulación de objetos, cuyas características, generalmente no son perceptibles de manera tan fácil en contextos regulares de clase.

Actitud frente a la metodología.

Diferencias

En cuanto a esta categoría, se observan algunas diferencias que se consideran significativas. La primera diferencia que se reconoce es que ante el planteamiento de la metodología en ambos grupos, en el grupo control en un 100% de las intervenciones todos los estudiantes muestran interés por la metodología, mientras que en el grupo experimental solo en el 75% de las intervenciones todos los estudiantes muestran interés por la metodología y el 25% restante solo algunos

manifiestan interés por la interacción con el mediador al plantearse la metodología, ello se debe a que al comienzo de las intervenciones el desconocimiento de los software les genera inseguridad, aunque si bien es cierto el cambio de espacio propicia interés en la mayoría de los estudiantes para desarrollar las actividades propuestas.

Otro de los aspectos en el que se hallan diferencias consiste en que sólo un 50% de las intervenciones del grupo experimental centran su interés en el mediador a diferencia del 25% del grupo control, los cuales centran su interés en éste. Lo que indica que el uso de los software interactivos RyC y GeoGebra en algunas de las intervenciones son consideradas de mayor interés por algunos estudiantes, no obstante en el 50% restante de las intervenciones del grupo experimental y el 75% de las intervenciones restantes del grupo control el interés está centrado tanto en la temática como en el computador; lo cual indica que tanto en el grupo control como en el experimental los estudiantes se motivan y se interesan en buena medida con los instrumentos que utilizan en el desarrollo de las temáticas que se proponen con las diferentes metodologías.

Con relación al desarrollo ordenado de la clase se observa también una gran diferencia, en el grupo control la metodología le porta a este aspecto siempre en un 50% de las intervenciones, mientras que en el experimental en el 100% de las intervenciones a veces se percibe un muy buen comportamiento por parte de los estudiantes, esto se debe en gran medida al trabajo en equipo que genera las actividades en este último grupo por la falta de computadores para todos los estudiantes y la distracción de algunos estudiantes lo cual impide que algunos de ellos manifiesten una buena disposición y postura en clase.

En el grupo control en un 100% de las intervenciones la metodología siempre motiva la participación de los estudiantes, ya que participan en gran medida en las

discusiones y socializaciones que se plantean durante el desarrollo de las guías de intervención. Plantean tanto inquietudes que le generan las actividades, como las soluciones que encuentran a algunos problemas geométricos que se les proponen en dichas guías. Mientras que en el grupo experimental solo en el 25 % de las intervenciones la metodología siempre motiva la participación. Este mismo resultado se obtiene con el rendimiento y la eficacia motivada por la metodología; lo cual se debe a la falta de conocimiento que los estudiantes manifiestan por los software, lo cual no se manifiesta con los instrumentos físicos como la regla, el compas y el transportador, este aspecto por ende, impide que en las actividades avancen significativamente en comparación con el grupo control en la solución de las guías.

En cuanto a los compromisos acordados para cada sesión se observa un alto porcentaje de cumplimiento en el grupo control, los estudiantes llevan a las clases los materiales y las actividades que se proponen para realizar por fuera de las clases. Por su parte este aspecto no es observable en el grupo experimental, ya que no se acuerdan tareas extra clase, porque no todos los estudiantes cuentan con los instrumentos en casa; no obstante algunos estudiantes autónomamente practican lo visto en clase desde su propio computador, con respecto a este aspecto en el 50% de todas las intervenciones los estudiantes del grupo control manifiestan actitudes de autoformación motivadas por la metodología, lo cual se refleja con el trabajo realizado en casa, avanzando de manera considerable en las actividades propuestas, mientras en el grupo experimental las actitudes de autoformación en todos los estudiantes solo se manifiestan en un 25% de las intervenciones.

Semejanzas

En cuanto a las semejanzas tanto en el grupo control como en el grupo experimental un 100% de las intervenciones los estudiantes asisten puntualmente

a clase, manifestando gran motivación para desarrollar las actividades y recibir la clase.

Así mismo tanto en el grupo control como en el grupo experimental se fomenta mediante las actividades en un 50% tanto el trabajo en grupo como el trabajo individual, aunque en el 50% de las intervenciones se genera en ambos grupos mayor actividad grupal, esto indica que las actividades y las condiciones propician en gran medida la interacción con otros compañeros durante la elaboración de las guías.

Manejo del instrumento.

Ahora, frente a esta categoría se encuentran las siguientes diferencias y semejanzas frente a algunos aspectos.

Diferencias

En cuanto al manejo de los instrumentos se perciben grandes diferencias ya que en el grupo control en el 100% de las intervenciones los estudiantes demuestran tener un buen manejo de la regla, el compas, el transportador, mientras que el grupo experimental solo en 50% de las intervenciones los estudiantes demuestran un buen manejo de los software, ello dado que no han utilizado antes los software, por tanto es primera vez que trabajan con ellos.

En el grupo control se observa que frente al conocimiento previo que poseen los estudiantes de los instrumentos, en el 100% de las intervenciones los estudiantes

manifiestan tenerlo. Se observa que los estudiantes conocen y saben para que sirven la regla, el compás y el transportador, saben cómo se utilizan, pero pocas veces los utilizan en clase de geometría, En el grupo experimental se observa que en el 100% de las intervenciones los estudiantes no muestran tener conocimiento previo del instrumento, ya que en clase de geometría no han trabajado con software dinámico, lo cual da cuenta de los pocos ambientes de aprendizaje que se generan con el uso de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación los cuales pueden ofrecer a los estudiantes oportunidades para que usen la tecnología, obtengan y apliquen información recursos actualizados y sus habilidades académicas, en la solución de problemas del mundo real.

En el 75% de las intervenciones del grupo control los estudiantes muestran identificar las características del instrumento, mientras en el 75% de las intervenciones del grupo experimental los estudiantes no identifican las características del instrumento. Ello se debe a que desconocen el funcionamiento y herramientas que ofrecen los software, no obstante mediante la práctica y la ejecución de la guía los estudiantes al final de las intervenciones manifiestan una mejor apropiación y desempeño en el manejo de estos, identificando solo en un 25% de las intervenciones las principales características de estos instrumentos.

Con respecto a la identificación de las limitaciones del instrumento en el grupo control en un 75% de las intervenciones no se logran identificar y en el grupo experimental en el 100% de las intervenciones no se logra, lo que indica que a pesar de que los estudiantes del grupo control durante algunas clases logran apreciar e identificar algunas características de los software, no logran identificar las limitaciones que estos presentan en su uso y manejo.

Semejanza.

Ahora con respecto a la utilidad proporcionada por el instrumento, en el 50% de las intervenciones del grupo control, los estudiantes reconocen su utilidad, al saber para qué sirve y como se utiliza. En las intervenciones restantes esta capacidad no es observada, lo que puede estar generado por las dificultades que los estudiantes muestran frente al reconocimiento de las limitantes de los instrumentos. Mientras que el grupo experimental solo en el 50% de las intervenciones se percibe que los estudiantes logran reconocer las utilidades de los instrumentos.

Uso del instrumento para resolver problemas.

Diferencias

En el 75% de las intervenciones en el grupo control se observa que algunos estudiantes emplean con seguridad las herramientas o instrumentos, mientras que el 25% de las intervenciones restantes ningún estudiante usa con seguridad las herramientas. Sin embargo, en el grupo experimental en el 50% de las intervenciones algunos estudiantes muestran emplear las herramientas con seguridad y el 50% de las intervenciones restantes ningún estudiante muestra emplear con seguridad las herramientas.

Con respecto al uso eficiente de las herramientas para solucionar problemas, en el grupo control en un 100% de las intervenciones los estudiantes demuestran dicha eficacia, sin embargo en el grupo experimental solo en el 50% de las intervenciones ocurre, lo que indica que los estudiantes no adquieren el conocimiento suficiente de los software para identificar mejores y eficaces métodos o estrategias de solución a un problema dado. Así mismo con respecto al reconocimiento de diversas posibilidades para dar solución a un problema, en el

grupo control solo en el 50% de las intervenciones se alcanza mientras que en grupo experimental solo en un 25% de las intervenciones se logra, por tanto en el 75% de las intervenciones restantes ningún estudiante logra identificar diferentes alternativas de solución para un mismo problema, asumiéndolo por ende de una sola forma o incluso desistiendo de la posibilidad de desarrollarlo completamente.

Semejanzas

En el grupo control en el 50% de las intervenciones algunos estudiante logran establecer relaciones entre los conceptos involucrados en un problema a resolver y los instrumentos a utilizar para ello, Lo que puede estar originado por el hecho de que los estudiantes demandan mucho tiempo procurando mejorar el manejo de los instrumentos, y al lograrlo medianamente, proceden a resolver las actividades planteadas en las guías en ocasiones sin emplear los instrumentos establecidos para ello, muchas veces su atención e interés está centrado más en la temática, y no en los instrumentos como mediadores, lo que puede impedir que los estudiantes establezcan dichas relaciones. Mientras que en el 75% de las intervenciones del grupo experimental solo algunos estudiantes logran establecer dichas relaciones, mientras que el 50% de las intervenciones restantes ningún estudiante logra establecerlas, ya que no hacen un análisis consciente sobre como emplear cada una de las herramientas y de categorizarlas según su utilidad de acuerdo a los conceptos implicados en los problemas a resolver.

APRENDIZAJE:

A continuación se presentan las diferencias más significativas con relación al aprendizaje de la geometría con propuestas metodológicas tradicionales y propuestas apoyadas en la implementación de software interactivos para la enseñanza de la misma.

Al implementar ambas metodologías se observa que en su mayoría los grupos experimental obtienen mejores resultados que los de los grupos control, ya que los estudiantes de los primeros grupos, logran ascender más en la ubicación de los niveles de van hiele, de acuerdo a los resultados obtenidos en la posprueba, por tal razón se puede decir que el aprendizaje es más sobresaliente.

Se puede afirmar entonces, que la metodología usada en el grupo experimental es más eficaz que la metodología planteada en el grupo control. Esto puede deberse a las posibilidades que ofrecen los software de geometría dinámica RYC Y GeoGebra, como mediadores en la metodología planteada, en oposición de las posibilidades que ofrecen las herramientas convencionales, en las actividades desarrolladas. Algunas de esas diferencias son:

Al interactuar con los software, estos favorecen la visualización de los objetos geométricos, ya que ofrecen un dinamismo que permite que los objetos no sean estáticos, pues al mover algunos de los elementos se abstraen propiedades estructurales de los mismos. Estas herramientas permiten animar las construcciones geométricas conservando sus propiedades básicas, a diferencia de la enseñanza tradicional de la geometría donde los objetos y las herramientas son estáticos, lo cual puede dificultar tal abstracción.

Desde esta perspectiva la metodología usada con los computadores es más eficaz, ya que permite que ellos en poco tiempo puedan explorar cambios entre las formas y figuras para estudiar propiedades, lo cual consiente que los alumnos comprendan de manera más efectiva las temáticas y puedan llegar a conclusiones más certeras y a resultados más acordes con los planteados en los estándares, evidenciando así niveles más altos de aprendizaje.

9. CONCLUSIONES

La enseñanza de geometría a través del empleo de los software de geometría dinámica como RyC y GeoGebra, potencia en los estudiantes niveles más altos de aprendizaje, ya que estos mediadores son un recurso educativo que genera espacios de aprendizaje diferentes y esto incrementa la motivación de los estudiantes, lo que puede no suceder cuando se emplean elementos convencionales. Estos software permiten que los estudiantes realicen actividades de exploración y verificación de propiedades y relaciones de las figuras geométricas, por que se destaca de ellos dos características, que permiten abordar de una mejor manera los conceptos de la geometría, las cuales son: la prueba del arrastre, la opción mover punto que posibilitan estos programas, lo que permite la modificación, sin alterar las propiedades y relaciones geométricas con los que han sido construidos los objetos geométricos, de manera directa con respecto a la posición o al tamaño de estos objetos, lo que además permite un mayor nivel de abstracción, al trascender la observación del estudiante, más allá de la mera representación grafica que se logra con los instrumentos convencionales. Por tanto, son grandes los aportes que le pueden hacer estos software a la enseñanza de la geometría en la construcción de los conceptos, ya que permite generalizar o no características entre estos conceptos y realizar verificaciones de forma inductiva de estos, ya que estas herramientas permiten realizar construcciones de manera ágil optimizando el tiempo teniendo en cuenta el programa de estudios de cada año escolar, en el área de matemáticas, específicamente en geometría. La otra característica es la opción de guardar actividades realizadas, con la posibilidad de acceder continuamente a ellas. Estas características constituyen la diferencia fundamental entre un entorno de papel y lápiz, y un entorno de geometría dinámica.

El uso de este software interactivo permite, ver los objetos matemáticos como manejables e intervenir sobre ellos por eso, la fuerza de esta tecnología, está basada, en gran medida, en la interacción de los objetos y sus relaciones matemáticas. De este modo las representaciones geométricas construidas con lápiz y papel, se ven ampliamente complementadas y enriquecidas cuando se trabaja sobre ellas en un entorno informático. Esto permite reflexionar sobre nuevos objetos en los que con mayor facilidad se visualizan sus propiedades y en la que los estudiantes pueden intervenir en la ejecución y construcción de los mismos; de esta forma se perciben mejores resultados en el desempeño, cuando los estudiantes mediante un ambiente de aprendizaje mediado por estas nuevas tecnologías de la comunicación y la información se enfrentan a situaciones que les exigen la generación de nuevos conocimientos.

Sin embargo, estos software no parecen facilitar el elaborar una definición o enunciado formal de lo que se observa, ni generar la necesidad de una demostración deductiva de las propiedades mostradas en las construcciones dado que en apariencia las cosas se ven tan evidentes, por lo que se puede afirmar que, a través de la geometría interactiva se potencia la capacidad de comprender los conceptos, mas no la de hacer abstracciones ni demostraciones formales. En lo referente a las definiciones, es posible que se deba al uso mínimo del lenguaje que se requiere para usar el programa, por lo que se requiere una mayor interacción alumno-profesor o el diseño de actividades dirigidas específicamente para la construcción de la definición. Esto se afirma debido a que en las actividades realizadas por los estudiantes en las guías de intervención, la resolución de problemas que involucran a las propiedades se lograba con anterioridad a la construcción de la definición.

Es tarea también del maestro, saber cuándo y cómo se debe utilizar dichas metodologías, ya que no siempre favorecen el aprendizaje de los conceptos, como

se puede observar en los datos presentados. Pues muchos estudiantes hacen construcciones sin entender conceptos que son requeridos para ello, ya que el programa permite realizar ejecuciones con solo dar clic a cierto icono, sin necesidad que el estudiante entienda o diferencie las características de lo que está ejecutando.

Es por esto que una buena implementación de los software puede ser, utilizarlos cuando ya el estudiante ha interiorizado los conceptos, y se utilicen con el fin de observar más características y la invariabilidad de ciertas propiedades por medio de estos instrumentos. Ya el estudiante consiente de lo que está ejecutando puede dar un mejor uso a estas herramientas

Es necesario tener presente que la claridad sobre los conceptos y los conocimientos previos de los estudiantes son de gran importancia, de lo contrario al remitir esta información a la pantalla del computador el icono que cumple esta función en el software no logrará ser bien empleado por los estudiantes, lo que impedirá la obtención de resultados significativos y sobresalientes.

La implementación de alternativas de intervención mediante la utilización de software como RyC y GeoGebra, implica formar docentes en la apropiación, manejo y utilidad de los software y preparar a los estudiantes con antelación en el manejo de los mismos, para luego acercarlos a la construcción de conocimiento mediante su ejecución en el aula de clase. No se trata de hacer con estas herramientas sólo lo que se hacía sin ellas, sino que es necesaria una reorganización por parte de los docentes de los objetivos, las actividades y la manera de evaluación en matemáticas, quienes además deben estar siempre acompañando a los estudiantes en el proceso de adquisición de nuevos conocimientos mediante este tipo de metodologías.

10.RECOMENDACIONES

Las recomendaciones que se plantean teniendo en cuenta los resultados obtenidos, y el desarrollo total del trabajo de investigación son:

- Cuando se utiliza como mediador un software de geometría dinámica como RyC, el maestro debe estar seguro que los estudiantes con los que va a trabajar tienen conocimiento previo del instrumento, si no es así, es necesario dar espacio para la interacción del alumnos con él, para que no se pierda el objetivo de la intervención que es construir un concepto y no aprender a utilizar el software.
- El acompañamiento de los profesores durante el desarrollo las temáticas es fundamental para garantizar el buen desempeño de los estudiantes, el software por si solo no genera alternativas de enseñanza y aprendizaje efectivos.
- Dado que al momento de realizar las fases de explicitación en cada una de las actividades realizadas por el grupo experimental, donde el estudiante debe explicar al grupo sus respuestas y mostrar sus construcciones, se observa gran dificultad para expresar sus conclusiones por confusión de conceptos como circunferencia y circulo, línea recta, semirrecta segmento de recta entre otros, se recomienda complementar toda la secuencia didáctica con otras actividades (en ambiente RyC y GeoGebra o no) a fin de propiciar en los estudiantes la adquisición del vocabulario acorde a su nivel de razonamiento geométrico y de generar la necesidad (a partir del nivel 3) de una demostración deductiva de lo observado.

La siguiente recomendación es para investigaciones futuras

- Realizar una investigación en la que se puedan establecer los temas más propicio para enseñarse por medio de los software educativos, y si se concluyen que todos, entonces que se de una sustentación clara y precisa de dicha afirmación.

11. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ✓ Acevedo, et al. (2008). *GeoGebra como soporte en el proceso de construcción del concepto de ángulo "un análisis desde el modelo de Van Hiele". Trabajo de grado no publicado* Medellín: Universidad de Antioquia.
- ✓ Álvarez, C. (s.f.). *Lecturas Matemáticas*. Recuperado el 23 de Marzo de 2009, de <http://matematicas.uis.edu.co/~marsan/>
- ✓ *Biografía de Euclides*. (s.f.). Recuperado el 19 de Agosto de 2009, de: http://es.geocities.com/eucliteam/Elementos_de_geometria.html
- ✓ Braga, G. (1991). Apuntes para la enseñanza de la geometría. El modelo de enseñanza aprendizaje de Van Hiele. *Signos, teorías y prácticas de la educación*. Número 4 , 52-57.
- ✓ Bronislao, Y. (1952) *Dibujo Geométrico y de Proyección*. Medellín: Editorial Panamericana.
- ✓ Bruño G. M. (1995) *Geometría, Antiguo Curso Superior*. Colombia: Editores Félix de Bedout e Hijos,
- ✓ Cadavid, et al (2008). *Determinar el nivel de razonamiento en el que se encuentran algunos estudiantes frente al concepto de área: un análisis desde el modelo de Van Hiele*. Trabajo de grado no publicado. Universidad de Antioquia, Medellín.
- ✓ Campos, A. (1981) *La educación geométrica*. Bogotá: Imprenta Nacional

- ✓ ---- *Circle center a b radius r.svg*. (s.f.). Recuperado el 25 de agosto de 2009 de:
http://es.wikipedia.org/wiki/Archivo:Circle_center_a_b_radius_r.svg

- ✓ ---- *Concepto de semejanza de triángulos*. (s.f.). Recuperado el 19 de agosto de 2009 de:
<http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/GeometriaInteractiva/IIICiclo/NivelIX/ConceptodeSemejanza/SemejanzadeTriangulos.htm>

- ✓ Crowley, M. (1987): *The van Hiele model of the development of geometric thought*, en N.C.T.M. Pág.1-16

- ✓ De Corte, E. (1996). Aprendizaje apoyado en el computador: una perspectiva a partir de investigación acerca del aprendizaje y la instrucción. Congreso RIBIE/96 (Colombia)

- ✓ De la Torre, A. (2003). El método socrático y el modelo de Van Hiele. *Lecturas Matemáticas*. Vol. 24, 99-121.

- ✓ De la Torre, A. (2000). La modelización del espacio y del tiempo: su estudio vía el modelo de Van Hiele. *Valencia, Memoria para obtener el grado de doctor en ciencias matemáticas*.

- ✓ Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento Humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali: Universidad del Valle

- ✓ ----- *Espacio y plano*. (s.f.) Recuperado el 8 de abril de 2009, de:
<http://www.euclides.org/menu/articles/article5.htm#4>

- ✓ Fouz, F. (2006) test geométrico aplicando el modelo de van hiele. Revista SIGMA nº 28. Recuperado el 15 de agosto de 2008, de
http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43-573/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_28/5_test_geometrico.pdf

- ✓ Galeano, M. (2004) Diseño de proyectos en la investigación cualitativa. Medellín. Universidad Eafit.

- ✓ Gallo, et al (2006) *“Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos”*. Diplomado en desarrollo de competencias básicas en matemáticas en la educación básica y media del departamento de Antioquia. Modulo 4. Gobernación de Antioquia.

- ✓ Grothmann, R. R.YC. *JAVA Versión 3.1.* (s.f.) Recuperado el 13 de abril de 2009, de: <http://matematicas.uis.edu.co/~marsan/geometria/RyC/home.htm>

- ✓ ---- *Guía razones y proporciones.* (s.f.) Recuperado el 20 de Agosto de 2009, de: [http://www.eneayudas.cl/educa/pdf/PROPORCION%20\(%20GUIA%20\).pdf](http://www.eneayudas.cl/educa/pdf/PROPORCION%20(%20GUIA%20).pdf)

- ✓ Montoya, E; Montoya, J. D. (1999). Guía áreas mágicas. Grupo Ábaco

- ✓ Güven, B.; Koza, T. (2008). The Effect of Dynamic Software on Student Mathematics Teachers’ Spatial Visualization Skills. *The turquizh Online Journal of Education Technology. Volumen 7. Issue 4* reticle 11. Karadeniz Technical University, Fatih Faculty of Education. Recuperado el 6 de Marzo de 2009, de: www.eric.ed.gov/ERICWebPortal/recordDetail?accno=ED503476

- ✓ Gutiérrez, A.; Jaime, A. (1995) *“Geometría y algunos aspectos generales de la educación matemática”*. Bogotá: Grupo editorial Iberoamérica.

- ✓ Gutiérrez, J. (1990) *“Teoría y práctica en educación matemáticas”*. Sevilla: Ediciones alfar.

- ✓ Hohenwarter M.; Saidon L. (2005) versión en castellano: GeoGebra. Recuperado el 5 de abril de 2009 de, www.geogebra.at

- ✓ Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: el modelo de van Hiele, en S. Llinares, M.V. Sánchez (eds.), *Teoría y práctica en educación matemática* (Alfar: Sevilla, Spain), pp. 295-384
- ✓ Jaramillo, C. M.; Esteban Duarte, P. V. (2002) "El modelo educativo de Van Hiele". Maestría en educación matemática énfasis en docencia de la matemática Udea - Eafit.
- ✓ Lebrón, C. (2005). *Objetos de aprendizaje: Nuevo concepto tecnológico instruccional*. Recuperado el 18 de septiembre de 2009 de: <http://www.slideshare.net/ivylebron/objetos-de-aprendizaje-nuevo-concepto-instruccional-presentation>
- ✓ ---- Matemáticas Elementales en el Ciberespacio. (s.f.) Recuperado el 20 de Agosto de 2009, de: <http://www.uco.es/~ma1mareal/alumnos/primaria/indice00.html>
- ✓ Ministerio de educación Nacional (MEN) (1998), Estándares Básicos en Competencias en Matemáticas *El pensamiento espacial y los sistemas geométricos*. Bogotá.
- ✓ Ministerio de Educación Nacional (MEN) (2004). *Ley general de Educación (115), articulación con la ley 715*. Santa Fe de Bogotá. Editorial: Magisterio.
- ✓ Ministerio de Educación Nacional (MEN) (1999) *Lineamientos curriculares: Nuevas tecnologías y currículo de matemáticas*. Bogotá: Magisterio.
- ✓ Ministerio de Educación Nacional. (MEN) (2004) *Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales*. Bogotá: Enlace editores LTDA.
- ✓ Ministerio de Educación Nacional (MEN) (2002). *Seminario Nacional de Formación en Docentes: uso de Nuevas Tecnologías en el Aula de*

Matemáticas. Serie Memorias. Enlace Editores Ltda. Bogotá, D.C. Santa Fe de Bogotá: Magisterio.

- ✓ Moreno, L. (2002). Incorporación de las nuevas tecnologías al currículo de matemáticas de la educación media de Colombia.
- ✓ Orton, A. (1996) *Didáctica de las matemáticas: cuestiones, teoría y práctica en el aula*. Morata. Madrid.
- ✓ Penalva, M. (1998) Formación de profesores de educación infantil: didáctica de las matemáticas. Universidad de Alicante.
- ✓ Pérez, A. (s.f.) Programas informáticos para la enseñanza de la Geometría (I). Recursos Didácticos en Internet. Centro Virtual de la divulgación matemática. Recuperado en 6 de Marzo de 2009 de, <http://divulgamat.ehu.es/weborriak/recursosinternet/RecInternet/SoftGeometria/SoftGeometria1.asp>.
- ✓ Ramirez, J; et al. (1998). *La geometría: estrategia para el aprendizaje de la factorización*. Medellín.
- ✓ ---- *Razón, proporción y variación*. (s.f.) Recuperado el 20 de Agosto de 2009 de: <http://www.sapiensman.com/matematicas/matematicas36.htm>
- ✓ ---- *Razón simple y razón doble de puntos alineados*. (s.f.) Recuperado el 21 de Agosto de 2009, de: http://portales.educared.net/wikiEducared/index.php?title=Raz%C3%B3n_simple_y_raz%C3%B3n_doble_de_puntos_alineados
- ✓ ---- *Regla y Compás*. (s.f.) Recuperado el 15 de agosto de 2009 de, <http://www.slideshare.net/alolobii/regla-y-compas-presentation>
- ✓ *RyC, java*. (s.f.) Recuperado el 7 de Abril de 2009, de: <http://matematicas.uis.edu.co/~marsan/geometria/RyC/index.html>

- ✓ Salinas Herrera, J.; Sánchez, E. (2007). Identificación de propiedades y relaciones en un ambiente de geometría dinámica. Investigación en Educación Matemática I UNAM México. Pp. 343-353. Recuperado el 26 de abril de 2009 de: <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2697675>.

- ✓ Hernández, R., et al. (1998) Metodología de la investigación. México D.F.: MAcGRAW-HILL.

- ✓ ---- Semejanza. (s.f.) Recuperado el 21 de Agosto de 2009, de: http://www.kalipedia.com/popup/popupWindow.html?anchor=klpmatgeo&tipo=imprimir&titulo=Imprimir%20Art%C3%ADculo&xref=20070926klpmatgeo_231.Kes

- ✓ ---- Semejanza: Actividades. (s.f.) Recuperado el 21 de agosto de 2009, de: <http://mimosa.pntic.mec.es/clobo/geoweb/semejejer.htm>

- ✓ Stylianides, G. & Stylianides, A. (2005). Validation of Solutions of Construction Problems in Dynamic Geometry Environments. En *International Journal of Computers for Mathematical Learning* (2005)10: 31 - 47. U.S.A.: Springer.

- ✓ ---- Teorema de Thales. (s.f.) Recuperado el 17 de Agosto de 2009, de: http://www.vitutor.com/geo/eso/ss_1.html

- ✓ ---- Thales. (s.f.) Recuperado el 17 de Agosto de 2009, de: <http://www.mathopenref.com/thales.html>


- ✓ ---- Triángulos semejantes. (s.f.) Recuperado el 20 de Agosto de 2009 de: http://maralboran.org/wikipedia/images/thumb/0/05/Triangulos_semejantes.png/420px-Triangulos_semejantes.png

- ✓ Vera, L. (s.f.) La investigación cualitativa. Universidad Interamericana de Puerto Rico. Recuperado el 8 de octubre de 2009, de:
http://ponce.inter.edu/cai/reserva/lvera/INVESTIGACION_CUALITATIVA.pdf
- ✓ Zimmermann, W. y Cunningham, S. (1991). Visualization in Teaching and Learning Mathematics, *MAA notes num. 19, Washington, Mathematical Association of America.*

12. ANEXOS

ANEXO 1

GUÍA DE INTERVENCIÓN 1, GRUPO CONTROL, GRADO SEXTO

	<p>I.E. INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Proyecto De Práctica Profesional Docente Licenciatura en Básica Matemáticas Universidad de Antioquia 2009</p>
GRADO:	VI GUIA Nº 1

ESTÁNDARES: Clasificar polígonos en relación con sus propiedades.

LOGRO: realiza construcciones básicas utilizando regla y compás.

MATERIALES: Regla, compás, transportador, lápiz y papel.

Nombre: _____

Con un compás y una regla observa y sigue los pasos para hacer las siguientes construcciones y responde las preguntas que aparecen.

1. Construir un segmento de recta igual al segmento AB dado.

A ————— B



2. Bisecar el segmento dado: ¿Qué será bisecar?

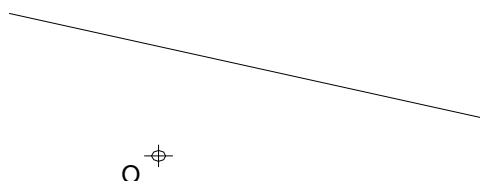


Dos líneas perpendiculares son aquellas que al cruzarse forman un ángulo recto

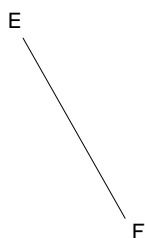
3. Construir la perpendicular a una recta dada, en un punto P dado de ésta.



4. Trazar la perpendicular a una recta dada, por un punto O exterior a ella.



5. Trazar una perpendicular al segmento EF, en su punto medio.



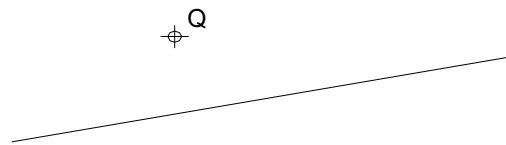
6. Mide con tu transportador los ángulos que se formaron en el punto donde se interceptan los segmentos perpendiculares.

¿Cuánto mide el primer ángulo?_____, ¿el segundo?_____, ¿el tercero?_____, y ¿el cuarto?_____

¿Qué podemos concluir de la intercepción de rectas perpendiculares?

Dos líneas paralelas son aquellas que tienen la misma inclinación.

7. Construir una paralela a la recta dada que pase por un punto exterior a ella (Q).




Bibliografía: Geometría, Antiguo Curso Superior, G. M. Bruño, Sexta Edición, Editores Félix de Bedout e Hijos, Medellín, 1952. Dibujo Geométrico y de Proyección, Bronislao Yurkas, Editorial Panamericana, Colombia, 1995.

Grupo Abaco, UNAL Medellín.

ANEXO 2

GUÍA DE INTERVENCIÓN 2, GRUPO CONTROL, GRADO SEXTO

	<p style="text-align: center;">INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS</p> <p style="text-align: center;">Proyecto De Práctica Profesional Docente Licenciatura en Básica Matemáticas Universidad de Antioquia 2009</p>
GRADO:	VI GUIA N° 2

ESTÁNDARES: Clasificar polígonos en relación con sus propiedades.

LOGRO: Identifica los paralelogramos y sus características específicas.

MATERIALES: Regla, compás, transportador, papel y lápiz.

Nombre: _____

UN CUADRILÁTERO PARTICULAR.

Recuerda que los cuadriláteros son polígonos, es decir, figuras geométricas planas limitadas por líneas rectas, que tienen los siguientes elementos: cuatro lados, cuatro vértices, cuatro ángulos interiores y cuatro ángulos exteriores. El cuadrilátero es convexo, si todos sus ángulos interiores son menores a 180° . Además, la suma de todos sus ángulos interiores es de 360° . Y cuadrilátero cóncavo, si alguno de sus ángulos es mayor que 180° .

Utilizando la regla y el compás seguir los siguientes pasos para construir un cuadrilátero convexo. Mira el ejemplo y realiza el mismo procedimiento en el espacio en blanco.

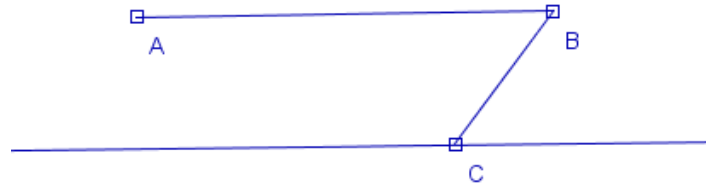
1. Trazar un segmento de la longitud que desees.



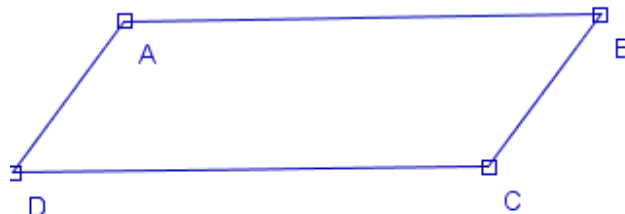
2. Trazar otro segmento que se intercepte con el anterior en uno de sus extremos.



3. Trazar un segmento de recta que se intercepte con el primero en el otro extremo y que sea paralelo al segundo.



4. Trazar un último segmento que sea paralelo al segundo.



¡Pues bien, a estos cuadriláteros se les denomina PARALELOGRAMOS!

Observación: Identifica los lados opuestos del paralelogramo que recién se ha construido.

Luego de realizar esta construcción, mide con regla el lado AB. ¿Cuánto mide?

Ahora mide el lado DC. ¿Cuánto mide? _____. Luego de realizar las mediciones, ¿qué se puede concluir de la medida de los lados AB y CD? _____

Realiza la misma operación con los lados AD y BC. ¿Qué conclusión se puede sacar de los lados opuestos del cuadrilátero que construiste?

Observación: Identifica los ángulos opuestos del paralelogramo que recién se ha construido.

Con transportador mide el ángulo DAB, ¿Cuánto mide? _____. Ahora mide el ángulo BCD, ¿Cuánto mide? _____, ¿Qué relación se observa entre los ángulos que acabas de medir? _____

Ahora, realiza la misma actividad con los ángulos que faltan. ¿Cuánto mide el ángulo ADC? _____, y ¿cuánto el ángulo ABC? _____. ¿Qué relación existe entre estos dos últimos ángulos? _____

¿Qué conclusión se puede sacar de la actividad de los ángulos internos del paralelogramo ABCD? _____

Observación: Identifica los ángulos consecutivos del paralelogramo ABCD.

Como ya se tiene la medida de los ángulos internos del cuadrilátero, entonces:

La suma de los ángulos ABC y BCD es igual a _____

La suma de los ángulos BCD y CDA es igual a _____

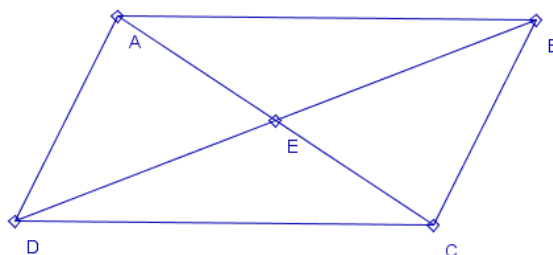
La suma de los ángulos CDA y DAB es igual a _____

La suma de los ángulos DAB y ABC es igual a _____

Como conclusión se puede decir que la suma de dos ángulos consecutivos del anterior paralelogramo es igual a _____.

Ahora traza las diagonales al cuadrilátero que construiste, ¿Cuántas diagonales tiene? _____, y nombra el punto donde se cortan, como se verá el punto de intersección dividirá cada diagonal en dos segmentos, veremos que características poseen estos segmentos.

Quedará más o menos así:



Mida con regla una de las diagonales, ¿Cuánto mide? _____, ahora mide cada uno de los dos segmentos en que quedó dividida esta diagonal por el punto de intersección con la otra. ¿Cuánto mide cada uno de estos dos segmentos? _____, ¿Qué relación tienen? _____

Realiza la misma actividad con la otra diagonal y responde las preguntas inmediatamente anteriores. _____

La conclusión que se puede sacar de esta actividad es que las diagonales del anterior cuadrilátero se cortan en _____

Ahora recuerda todas las conclusiones a las que se han llegado en cada actividad.

1. Los lados opuestos del paralelogramo son: _____
2. La medida de los lados opuestos son: _____
3. La medida de los ángulos opuestos son: _____
4. La suma de la medida de dos ángulos consecutivos es igual a: _____
5. Las diagonales se interceptan de tal manera que se dividen en dos partes _____

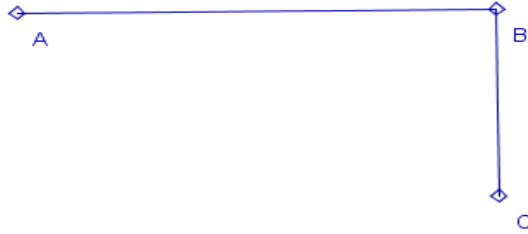
UNA CLASE DE PARALELOGRAMO.

Utilizando la regla y el compás sigue los siguientes pasos para construir un paralelogramo. Mira el ejemplo y realiza el mismo procedimiento en el espacio en blanco.

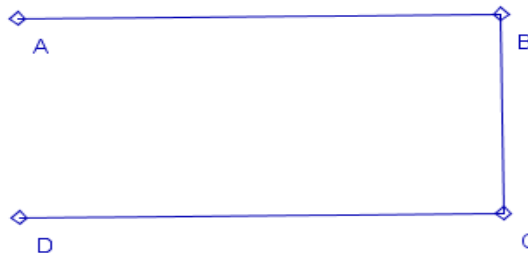
1. Trazar un segmento de la longitud que desees.



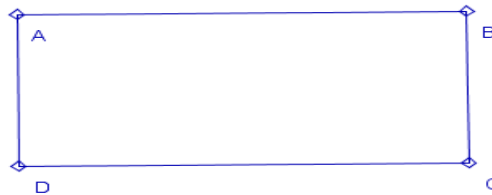
2. Trazar otro segmento que se intercepte con el anterior en uno de sus extremos perpendicularmente.



3. Trazar un segmento de recta que se intercepte con el primero en el otro extremo y que sea paralelo al segundo.



4. Trazar un último segmento que sea paralelo al segundo.



Analiza y responde a las siguientes preguntas.

1. En el paralelogramo que acabas de construir, ¿la medida de los lados opuestos son iguales?_____, ¿la medida de los ángulos opuestos son iguales?_____, ¿la suma de dos ángulos consecutivos es igual a 180° ?_____, ¿Cuánto miden cada uno de los ángulos?_____

Ahora construye las diagonales de este paralelogramo, y mídelas, ¿Cuánto mide la primera?_____, ¿Cuánto la segunda?_____. ¿Qué relación observas entre las diagonales del paralelogramo que acabas de construir?_____

A las conclusiones que llegaste en la guía anterior le podemos agregar que:

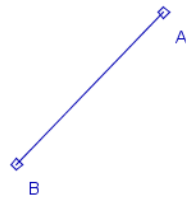
1. Los cuatro ángulos miden_____, y por tanto son_____
2. La medida de las diagonales es_____

¡A estos paralelogramos se le denomina RECTANGULOS!

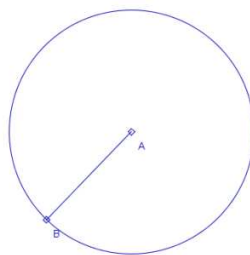
Mira ahora otro tipo de paralelogramos.

Utilizando la regla y el compás sigamos los siguientes pasos para construir un paralelogramo. Mira el ejemplo y realiza el mismo procedimiento en el espacio en blanco.

1. Trazar un segmento de la longitud que desees.

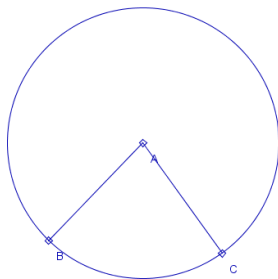


2. Trazar una circunferencia de radio igual al segmento que acabas de construir, de manera que uno de sus extremos sea el centro.

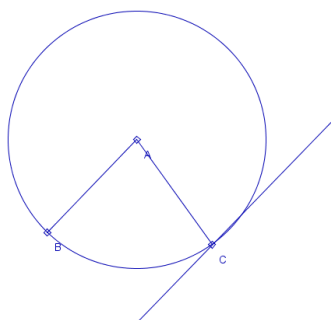


3. Construir un segundo segmento que uno de sus extremos coincida con el centro de la anterior circunferencia, y el otro extremo con un punto de la

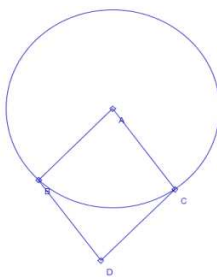
circunferencia. ¿Qué se puede decir de estos dos segmentos? _____



4. Trazar un tercer segmento, que sea paralelo al primero y que coincida con el segundo segmento en el extremo donde se intercepta con la circunferencia, como vemos en el ejemplo.



5. Trazar un último segmento paralelo al segundo y que coincida con el primer segmento en el extremo donde se intercepta con la circunferencia, de manera similar al anterior paso.



Mida los lados del paralelogramo que acabas de construir. ¿Qué relación se puede encontrar? _____

Ahora traza las diagonales.

Mida los ángulos que se forman en el punto de intercepción.

¿Cuánto mide el primero? _____

¿Cuánto el segundo? _____

¿Cuánto el tercero? _____

¿Cuánto el cuarto? _____

Es decir que cada uno de los ángulos miden _____, o sea, _____

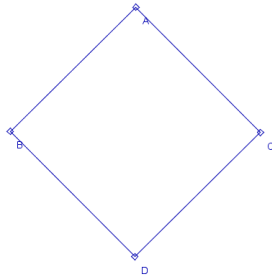
¿Qué se puede decir, entonces de las diagonales? _____

Recuerda las conclusiones de esta actividad.

1. Las medidas de los lados del paralelogramo que acabas de construir son _____
2. Las diagonales se cortan de forma _____, formando ángulos _____

¡A estos paralelogramos se le denomina ROMBOS!

Observa el siguiente paralelogramo.



1. Mida los ángulos internos de este paralelogramo. ¿Cuánto miden? _____, como son _____

2. ¿Por estas características qué tipo de paralelogramo es? _____

Ahora:

1. Mida los lados. ¿Cuánto mide? _____, ¿Cómo son? _____

2. Traza las diagonales y mide los ángulos que se forman en el punto de intersección de estas. ¿Cómo son los ángulos?

3. ¿Qué se puede decir, entonces de las diagonales? _____

4. ¿Por estas características qué tipo de paralelogramo es? _____

Fíjate en las respuestas que tuviste en el punto 2 de la anterior actividad y el punto 4 de la última.

¿Qué puedes concluir de este paralelogramo tan particular? _____

¡A estos paralelogramos se les denomina cuadrados!

ANEXO 3

GRUÍA DE INTERVENCIÓN 3 GRUPO CONTROL, GRADO SEXTO

	<p style="text-align: center;">INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Proyecto De Práctica Profesional Docente Licenciatura en Básica Matemáticas Universidad de Antioquia 2009</p>
GRADO:	VI GUIA N° 3

ESTÁNDARES: Clasificar polígonos en relación con sus propiedades.

LOGRO: Identifica los paralelogramos y sus características específicas.

MATERIALES: Regla, compás, transportador, polígonos en cartulina, papel y lápiz.

Nombres:

ACTIVIDAD 1 GRUPOS DE 3 ESTUDIANTES

Recibirás un paquete con cierta cantidad de polígonos, de ellos realiza la siguiente clasificación, utilizando para su justificación los elementos que necesitas (regla, compás, transportador, etc.)

¿Cuántos cuadriláteros tienes? _____

¿Por qué consideras que son cuadriláteros? _____

¿Cuántos paralelogramos tienes? _____

¿Por qué consideras que son paralelogramos? _____

¿Cuántos rectángulos tienes? _____

¿Por qué consideras que son rectángulos? _____

¿Cuántos rombos tienes? _____

¿Por qué consideras que son rombos? _____

¿Cuántos cuadrados tienes? _____

¿Por qué consideras que son cuadrados? _____

ACTIVIDAD 2 GRUPOS (6 estudiantes)

Luego de realizada la primer actividad se unen de a dos grupos para confrontar sus respuestas, y sus justificaciones. Deben corregir las respuestas que consideren incorrectas.

ACTIVIDAD 3 INDIVIDUAL (CUADRO)

Este cuadro de conceptualización se diseño para ambos grupos en el de control es la guía # 4 y en el experimental la guía # 3

ANEXO 4

CUADRO DE CONCEPTUALIZACIÓN

GUIA # 4 CUADRO DE CONCEPTUALIZACION

Nombre: _____


A continuación encontrarás una clasificación de los paralelogramos y algunas propiedades, escribe si cuando consideres que este paralelogramo cumple esa propiedad, y no cuando consideres que no la cumple.

Propiedad / cuadrilátero	Todos los lados son iguales.	Los lados opuestos son iguales.	Los lados opuestos son paralelos	Las diagonales se cortan en su punto medio	Las diagonales bisecan los ángulos del cuadrilátero.	Los ángulos opuestos son iguales.	Las diagonales son iguales.	Las diagonales son Perpendiculares	La suma de los ángulos internos es igual a 360°	Sus cuatro ángulos interiores son iguales a 90°
Paralelogramo										
Rectángulo.										
Rombo										
Cuadrado										

Bibliografía: Geometría, Antiguo Curso Superior, G. M. Bruño, Sexta Edición, Editores Félix de Bedout e Hijos, Medellín, 1952. Dibujo Geométrico y de Proyección, Bronislao Yurkas, Editorial Panamericana, Colombia, 1995. Grupo Abaco, UNAL Medellín.

ANEXO 5

GUÍA DE INTERVENCIÓN 1, GRUPO EXPERIMENTAL GRADO SEXTO, TEMA PARALELOGRAMOS

	<p>IE. INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS</p> <p>Proyecto de práctica profesional docente Licenciatura en Básica Matemáticas Universidad de Antioquia 2009</p>
GRADO:	VI GUÍA N°1

- **TEMA:** Los paralelogramos
- **RECURSOS:** computador y el software RyC
- **ESTÁNDAR:** Clasificar polígonos en relación con sus propiedades.
- **LOGRO:** Identifica los paralelogramos y sus características específicas.


DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES:

Describir el procedimiento y dibujar los iconos utilizados para realizar las siguientes construcciones:

- Punto
- Segmento
- Semirrecta
- Recta
- Punto medio
- Circunferencia
- Ángulo polígono
- Rectas paralelas
- Rectas perpendiculares.

ANEXO 6

GUÍA DE INTERVENCIÓN 2 GRUPO EXPERIMENTAL GADO SEXTO, TEMA PARALELOGRAMOS

	<p style="text-align: center;">IE.INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS</p> <p style="text-align: center;">Proyecto de práctica profesional docente Licenciatura en Básica Matemáticas Universidad de Antioquia 2009</p>
GRADO:	VI GUÍA N°2

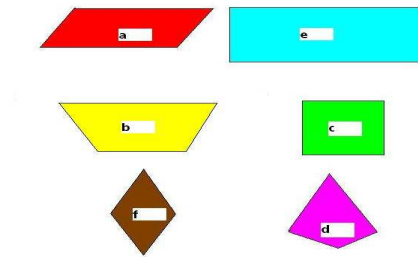
- **TEMA:** Los paralelogramos
- **RECURSOS:** computador y el software RyC
- **ESTÁNDAR:** Clasificar polígonos en relación con sus propiedades.
- **LOGRO:** Identifica los paralelogramos y sus características específicas

UN CUADRILÁTERO PARTICULAR.

Los cuadriláteros son polígonos, es decir, figuras geométricas planas limitadas por líneas rectas, que tienen los siguientes elementos: cuatro lados, cuatro vértices, cuatro ángulos interiores y cuatro ángulos exteriores. El cuadrilátero es convexo, si todos sus ángulos interiores son menores a 180° . Además, la suma de todos sus ángulos interiores es de 360° .

Utilizando el software RyC se hará el desarrollo de algunos numerales de la siguiente guía

1. Señalar cuál de los siguientes cuadriláteros son paralelogramos:



a__ b__ c__ d__ e__ f__

2. ¿Por qué se considera que estos cuadriláteros son o no paralelogramos?

a_____

b_____

c_____

d_____

e_____

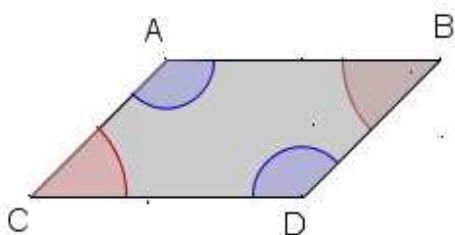
f_____

3. Nombre cuál de estos elementos del entorno tiene forma de paralelogramo



- a. ¿Qué características se observan en estos elementos para considerarlos paralelogramos?

4. Con RyC construir rectas paralelas y rectas perpendiculares.
5. Construir con RyC paralelogramos y colorear cada par de ángulos internos opuestos de los paralelogramos, usando dos colores distintos. Ejemplo:



6. Mida con las herramientas RyC los ángulos internos opuestos.

- a. ¿Qué característica se observan

7. Sume la medida de dos ángulos internos consecutivos.

- a. ¿Cuánto suman?

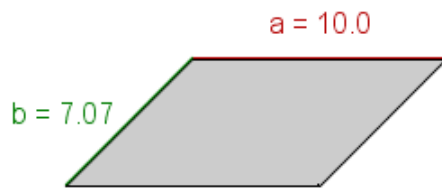
- b. ¿Qué se puede concluir de esta actividad?

8. Sume la medida de los cuatro ángulos internos del paralelogramo.

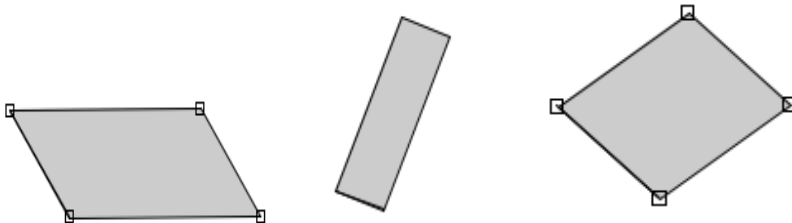
- a. ¿Cuánto suman? _____

- b. ¿Qué se puede concluir? _____

9. Construir paralelogramos y utilizar las herramientas de RYC para medir sus lados. Ejemplo:



- a. Ahora, construir cada uno de los siguientes paralelogramos y hallar la longitud de todos sus lados



- b. ¿Qué se puede concluir? _____

10. Construir cada uno de los cuadriláteros que corresponde a la descripción de los siguientes enunciados, e indicar cuál de ellos corresponde a las características de un paralelogramo.

- a. Dos lados opuestos son paralelos. Los otros dos lados son paralelos entre sí también. ()
- b. Dos lados son paralelos entre sí. Los otros dos lados NO son paralelos entre sí. ()
- c. Ninguno de sus lados son paralelos entre si. ()

11. En un paralelogramo, para que los lados opuestos sean paralelos, es necesario que los ángulos opuestos sean:

- a. Iguales

- b. Desiguales
- c. Uno sea la mitad del otro
- d. opuestos

12. Hay algunos tipos especiales de cuadriláteros. Clasifícalos en un diagrama de ven.

- a. El paralelogramo
- b. El rectángulo
- c. El rombo
- d. El cuadrado

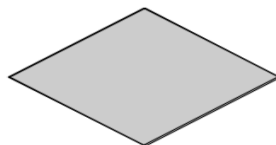
13. ¿Cuánto vale la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero?

- a) 260°
- b) 180°
- c) 360°
- d) 90°

14. Construir un cuadrado. Hallarle la longitud de sus lados y la medida de sus ángulos. ¿Por qué el cuadrado es paralelogramo?



15. Construir un rombo. Hallarle la medida de sus lados y la medida de sus ángulos.



¿Por qué el rombo es paralelogramo?

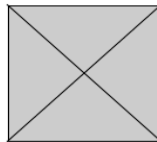
- 16.** Construir un rectángulo. Hallarle la longitud de sus lados y la medida de sus ángulos. ¿Por qué el rectángulo es paralelogramo?



- 17.** Cuál es el paralelogramo que tiene

- a. Sus cuatro lados iguales _____
- b. Sus cuatro ángulos iguales _____
- c. Sus ángulos opuestos iguales _____

- 18.** Construir un paralelogramo y trazarle sus diagonales. Ejemplo:



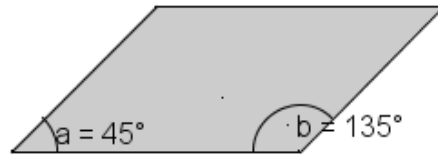
- a. Hallar la medida de los ángulos de la intersección de las diagonales
¿Que se puede concluir de su intersección?

Hallar la medida de los ángulos del paralelogramo.

- b. Hallar la medida de los 8 ángulos que quedan después de trazar las diagonales.

¿Qué se puede concluir?

- 19.** Los ángulos a y b son:



- a. Suplementarios
- b. Complementarios
- c. Adyacentes
- d. Opuestos

20. Construir algunos paralelogramos y colorear con colores diferentes tanto los ángulos complementarios como los ángulos suplementarios

- a. ¿Qué se puede concluir?

- b. ¿Qué relación hay entre los ángulos opuestos?


- c. ¿Qué relación hay entre los ángulos adyacentes?

21. Con la longitud de la diagonal mayor y de la diagonal menor construye el rombo

$$D=8; d=4$$

ANEXO 7.

GUÍA DE INTERVENCIÓN, GRUPO CONTROL GRADO SEPTIMO, TEMA REFLEXIONES Y SIMETRÍAS

	<p>I. E. INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Proyecto de Práctica Profesional Docente Licenciatura en Básica Matemáticas Universidad de Antioquia 2009</p>
GRADO: 7º	GUÍA N° 1

TEMA: REFLEXIONES Y SIMETRÍAS (MOVIMIENTOS RÍGIDOS)

RECURSOS: Lápiz, Regla, transportador y compás.

ESTÁNDAR: Predecir y comparar los resultados de aplicar transformaciones (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte.

LOGRO: Efectuar Reflexiones sobre una figura dada, respecto a el eje de simetría establecido.

Gracias a las transformaciones (Traslación, Rotación, Reflexión y Homotecias) y a las combinaciones entre ellas, es posible, que las figuras o cuerpos dejen de verse estáticas, para convertirse en un mundo lleno de movimiento, con características bien específicas.

En esta guía, solo se va a trabajar sobre una de estas transformaciones, es decir, sobre las Reflexiones y Simetrías.

REFLEXIONES Y SIMETRÍAS.

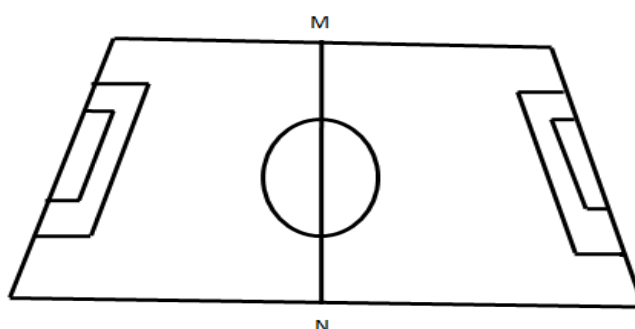
Esta transformación, mantiene la forma y el tamaño de una figura reflejada respecto a un eje de simetría, es decir, mantiene intactas las dimensiones de la figura inicial.

Hay numerosas figuras con ejes de simetría a tú alrededor, incluso tu propio cuerpo es simétrico, observa algunos ejemplos:

DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES:

ACTIVIDAD # 1.

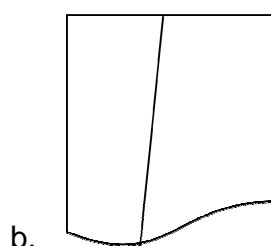
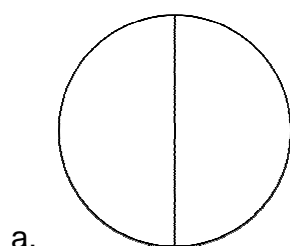
Observa la figura:



Las partes de las canchas divididas por el segmento MN son simétricas.

¿Por qué crees que son simétricas?

De acuerdo a tu respuesta, cual de las dos figuras es simétrica respecto al eje trazado: ____



¿Por qué la otra figura no es simétrica?

ACTIVIDAD # 2.

Toma una hoja de cuaderno, y dóblala por la mitad, al desdoblar la hoja mira que esta queda dividida en dos partes por la línea de dobles, esta línea se llama eje de simetría, luego observa, que ambas partes son simétricas porque coinciden exactamente.

Esta misma actividad se puede aplicar con otras figuras de la siguiente manera: primero se dobla la hoja, luego dibujas una figura cualquiera a partir del dobles o eje de simetría, ahora recorta la figura sin desdoblar la hoja, posteriormente, desdobla la hoja y observa que hay dos figuras simétricas respecto al eje de simetría que es la línea de dobles.



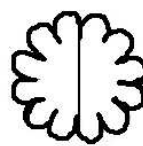
DOBLA



DIBUJA



RECORTA



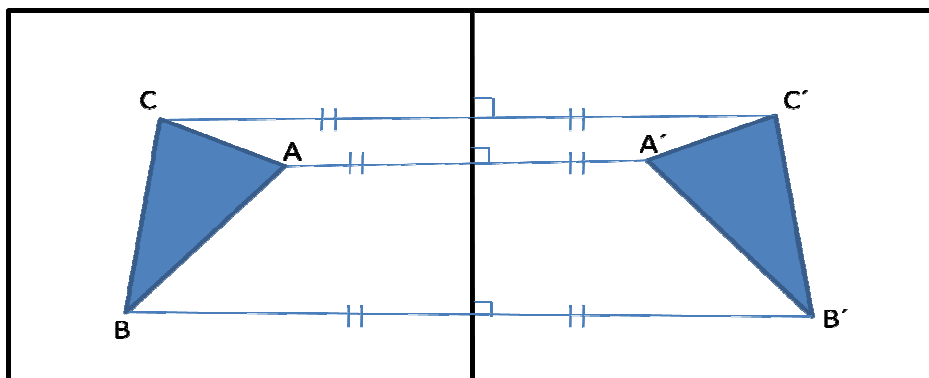
DESDOBLA

¿Por qué son simétricas?

NOTA: En las dos actividad anteriores, se observa la reflexión o simetría de figuras cuando su eje de simetría esta junto a ambas figuras, ahora, en las siguientes actividades observa y aprende a construir reflexiones de figuras cuando el eje de simetría esta en otra posición.

ACTIVIDAD # 3.

Observa la siguiente figura:



¿Señala el eje de simetría de estos triángulos?

Ahora, dobla la figura por el eje de simetría, y responde:

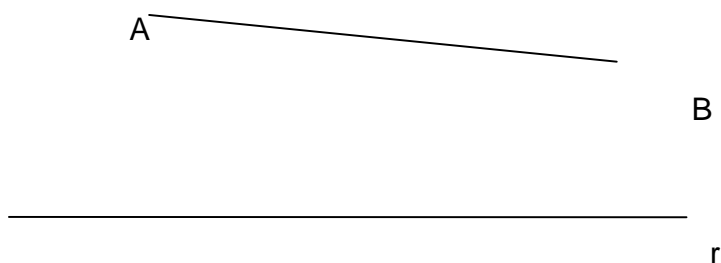
- ¿En que posición queda el vértice C del triángulo ABC respecto a el vértice C' del triángulo A'B'C'?
- ¿Cómo quedan los vértices A Y B del triángulo ABC respecto a los vértices A' y B' el triángulo A'B'C'?
- ¿Cómo son las medidas de los ángulos y los segmentos del triángulo ABC respecto a los del triángulo A'B'C'?
- ¿Acaso los triángulos son iguales?
- ¿Observa como son los segmentos que parten de los vértices del triángulo ABC hacia los vértices del triángulo A'B'C' respecto al eje de simetría?
- ¿Toma la medida del segmento que parte del vértice C y que llega hasta el eje de simetría, y compárala con lo que mide el segmento que parte del vértice C' y que llega hasta el eje de simetría?
- Has lo mismo con las medidas de los segmentos que parten de los vértices A y B y que llegan hasta el eje de simetría, y compárala con lo que miden los segmentos que parten de los vértices A' y B' y que llegan hasta el eje de simetría respectivamente.

NOTA: En esta actividad, se observa que el eje de simetría puede estar separado de ambas figuras, es decir, de la figura inicial y su imagen o reflexión.

En las siguientes actividades, aprende como se realiza dicha reflexión, dada la figura y su eje de simetría.

ACTIVIDAD # 4

Hacer la Reflexión del segmento AB respecto al eje de simetría r.



Procedimiento:

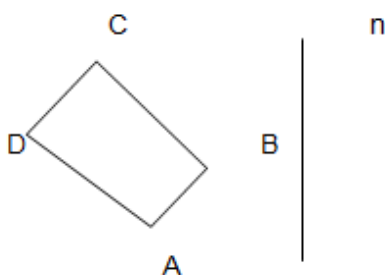
1. Traza desde cada uno de los extremos del segmento, una recta perpendicular al eje de simetría y prolongalas hasta donde quieras.
2. Con el compás, toma la medida desde el punto A al punto de intersección de la perpendicular con el eje de simetría, luego traslada esta medida, desde el punto de intersección, sobre la perpendicular al otro lado del eje de simetría, ahora, donde llegaste marca ese punto con A'.
3. Realiza el procedimiento anterior, pero desde el punto B, y marca finalmente el otro punto con B'.
4. Por ultimo traza el segmento A'B', que es la reflexión del segmento AB respecto al eje de simetría r.

Mide el segmento AB y compara esta medida con su Reflexión ¿Qué relación tienen?

NOTA: De esta misma manera, utilizando perpendiculares se hacen las reflexiones de cualquier figura u objeto. Veámoslo en la siguiente actividad.

Actividad # 5.

Realizar la Reflexión del cuadrilátero A B C D respecto al eje de simetría n.



Procedimiento:

1. Traza rectas perpendiculares desde cada vértice al eje de simetría y prolongalas hasta donde quieras.
2. Toma la medida desde cada vértice hasta el punto de intersección de la recta perpendicular con el eje de simetría, luego traslada esa medida, desde el punto de intersección, sobre la recta perpendicular correspondiente hacia el otro lado del eje, a donde llegues marca ese punto con las letras A' B' C' D' respectivamente.
3. Unimos cada uno de los puntos obtenidos que conformaran los vértices del nuevo cuadrilátero, que a su vez, es la reflexión del cuadrilátero A B C D respecto al eje de simetría n.

Ya tienes la reflexión del cuadrilátero A B C D, respecto al eje de simetría n, ahora compara:


- a. La medida de cada uno de los lados del cuadrilátero $A B C D$, con la medida de los lados del cuadrilátero $A' B' C' D'$ respectivamente. ¿Qué puedes concluir?
- b. utiliza el transportador, y compara la mitad de los ángulos del cuadrilátero $A B C D$, con la medida de los ángulos del cuadrilátero $A' B' C' D'$ respectivamente. ¿Qué puedes concluir?
- c. ¿Acaso las figuras son iguales?

Por ultimo, escribe que entiendes por Reflexión:

NOTA: Ya estudiaste uno de los Movimientos Rígidos que es la Reflexión y simetría, ahora, aprende de las otras transformaciones y mira que puede salir de sus combinaciones.

ANEXO 8

GUÍA DE INTERVENCIÓN GRUPO EXPERIMENTAL GRADO SÉPTIMO

	<p>I. E. INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Proyecto de Práctica Profesional Docente Licenciatura en Básica Matemáticas Universidad de Antioquia 2009</p>
GRADO: 7º	GUÍA N°1

TEMA: REFLEXIONES Y SIMETRÍAS (MOVIMIENTOS RÍGIDOS)

RECURSOS: Computador con el Software Regla y Compás (RyC)

ESTÁNDAR: Predecir y comparar los resultados de aplicar transformaciones (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte.

LOGRO: Efectuar reflexiones sobre una figura dada, respecto a el eje de simetría establecido.

Gracias a las transformaciones (traslación, rotación, reflexión y homotecias) y a las combinaciones entre ellas, es posible, que las figuras o cuerpos dejen de verse estáticas, para convertirse en un mundo lleno de movimiento, con características bien específicas.

En esta guía, solo se va a trabajar sobre una de estas transformaciones, es decir, sobre las Reflexiones y Simetrías.

Antes de iniciar a resolver la guía, observa con mucha atención la didactización que muestra el funcionamiento básico de los iconos del programa RyC.

REFLEXIONES Y SIMETRÍAS.


Esta transformación, mantiene la forma y el tamaño de una figura reflejada respecto a un eje de simetría, es decir, mantiene intactas las dimensiones de la figura inicial.

Hay numerosas figuras con ejes de simetría a tú alrededor, incluso tu propio cuerpo es simétrico; en las siguientes actividades construye algunas figuras y mira cuales son sus ejes de simetría.


DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES

ACTIVIDAD # 1.

Construcción 1:

En el programa RyC, y con la opción “Circunferencia de radio fijo” , construye una del tamaño que quieras, y traza uno de sus diámetros, ahora contesta:

- ¿Cómo son las partes que están a los lados del diámetro entre ellas?



Ahora, con la opción “deshacer”  borra el diámetro construido, y luego traza otro diámetro diferente, observa si las partes siguen siendo iguales.


En una figura, cuando se traza un segmento, recta o semirrecta y esta divide a la figura en dos partes iguales o coincidentes, se dice que este segmento, recta o semirrecta es un eje de simetría.

¿La circunferencia puede tener más de un eje de simetría?


La siguiente construcción, refuerza lo antes realizado, hazla y analiza:

Construcción 2:

- Construye una circunferencia de radio fijo .
- Traza uno de sus diámetros con la opción semirrecta  desde cualquier punto de la circunferencia, hasta el punto del centro de la misma.



- Señala la opción mover punto , luego con clic sostenido sobre el punto donde comienza la semirrecta mueve este alrededor de la circunferencia y determina todos los diámetros que quieras.
- Cada que determines un diámetro diferente, observa si las partes en que se divide la figura siguen siendo iguales. Si no haz contestado la pregunta anterior ahora lo puedes hacer.

Utilizando la figura anterior, otra forma de ver que pueden existir varios ejes de simetría es:

- Selecciona la opción animar un punto .
- Luego, da clic sobre el punto donde inicia la semirrecta.
- Ahora, da clic sobre la circunferencia.
- Por ultimo, da clic sobre el punto donde inicia la semirrecta nuevamente.

Existen muchas figuras que pueden tener varios ejes de simetría; ahora construye los del cuadrado:

Construcción 3: Construcción del cuadrado.

- Selecciona la opción mostrar cuadrícula .
- Da clic sobre el icono polígono .
- Basándote en la cuadrícula, marca cuatro puntos de tal manera que estos determinen un cuadrado, y termina dando clic nuevamente sobre uno de estos puntos.
- Ahora, halla todos los ejes de simetría que tiene el cuadrado que realizaste.

Nota: En las construcciones anteriores, se observa la reflexión y simetría de figuras cuando su eje de simetría esta junto a ambas figuras, ahora, en las





siguientes actividades observa y aprende a construir reflexiones de figuras cuando el eje de simetría esta en otra posición.

Actividad # 2.

En esta actividad, observa como se construye la reflexión de una figura cuando su eje de simetría esta en cualquier posición.

Construcción # 1:


Realiza la siguiente construcción y determina que características importantes hay en ella.

- En el programa RyC, selecciona la opción cuadrícula  (cada cuadrado se considerara como una unidad).
- Construye el eje de simetría con la opción recta , aunque este puede ir en cualquier posición, por efectos de lo que se quiere mostrar en esta construcción, hazlo sobre una de las líneas de la cuadrícula, máximo a 2 unidades de cualquiera de los eje del plano cartesiano.
- Ahora traza tres rectas perpendiculares al eje de simetría por diferentes puntos.
- Luego, en uno de los lados del eje de simetría y sobre cada perpendicular señala un punto.
- Une estos puntos con la opción segmento , de esta manera se determina un triangulo (triangulo inicial).
- Ahora, basándote en la cuadrícula, mide la distancia que hay desde cada vértice hasta el punto de intersección de la perpendicular con el eje de simetría y traslada esta distancia, desde el punto de intersección hacia el otro lado del eje de simetría sobre cada perpendicular respectivamente, y señala hasta donde llegues, con un punto .

- Ahora, une estos nuevos puntos con segmentos, y veras que se conforma otro triangulo, que es la reflexión del triangulo inicial respecto al eje de simetría construido.

Observa bien la figura partiendo del triangulo inicial y el eje de simetría, y escribe que características se cumplen para hacer una reflexión:

Si no has identificado alguna característica o por el contrario ya escribiste algunas, lo siguiente te permite validarlas e identificar otras que son invariables y necesarias para realizar las reflexiones de una figura, has lo que dice y contesta:

- Selecciona la opción mover punto .
- Has clic sostenido sobre uno de los puntos que determinan la recta que es el eje de simetría, desplázalo hacia donde quieras y responde:

¿Las rectas que parten de los vértices al eje de simetría siguen siendo perpendiculares?

¿Las distancias desde cada vértice del triangulo inicial al eje de simetría, siguen siendo iguales, a las distancias desde el punto de intersección hasta los vértices del triangulo de reflexión respectivamente?

¿Los triángulos siguen siendo iguales?

Ahora, mueve cada uno de los puntos de intersección de las perpendiculares con el eje de simetría y responde:

- ¿Las rectas siguen siendo perpendiculares al eje de simetría?
- ¿Siguen siendo iguales los lados del triangulo inicial en relación a los del triangulo de reflexión respectivamente?
- ¿Acaso los triángulos siguen siendo iguales?

Después de hacer esta actividad, vuelve al espacio donde te piden escribir las características necesarias para hacer una reflexión, y completa esta información con lo que observaste.

Nota: En esta actividad, has construido la reflexión de un triángulo y observado las condiciones que se tienen que cumplir para que se pueda hacer dicha reflexión; en la siguiente actividad aplica los conocimientos adquiridos para realizar la reflexión de la figura dada, y si lo necesitas sigue el procedimiento.

Actividad # 3.

- En el programa RyC, determina cuatro puntos y construye un cuadrilátero; ahora traza un eje de simetría y construye la reflexión de dicho cuadrilátero.

Procedimiento: Se recomienda trabajar sobre la cuadrícula, para mayor facilidad de medir las distancias.

- Construye un cuadrilátero cualquiera
- Traza el eje de simetría
- Construye rectas perpendiculares a el eje de simetría y que pasen por cada vértice del cuadrilátero
- Mide las distancias que hay desde cada vértice, al punto de intersección de la perpendicular con el eje de simetría, y trasládala hacia la otra parte del eje de simetría sobre cada perpendicular respectivamente, y donde termine cada medida marca esta con la opción punto.
- Uno estos nuevos puntos, de esta manera construyes un cuadrilátero que es la reflexión del cuadrilátero inicial


Después de realizar todas las actividades, escribe que entiendes por reflexión y simetría.

NOTA: Ya estudiaste uno de los movimientos rígidos que es la reflexión y simetría, ahora, aprende de las otras transformaciones y mira que puede salir de sus combinaciones.

ANEXO 9

GUÍA DE INTERVENCIÓN TANTO DEL GRUPO CONTROL Y GRUPO EXPERIMENTAL, GRADO OCTAVO, TEMA FACTORIZACIÓN

Para este grado se usa la misma guía de intervención en los dos grupos, lo que cambia son los recursos y algunas de las preguntas en las que no se hace uso del álgebra geométrica, sino que se hace uso del software GEOGEBRA.

	<p>I.E INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Proyecto de Práctica Profesional Docente Licenciatura en Básica Matemáticas Universidad de Antioquia 2009</p>
<p>GRADO: Octavo SECCIÓN: _____ GUÍA N°: _____</p>	

TEMA: Factorización

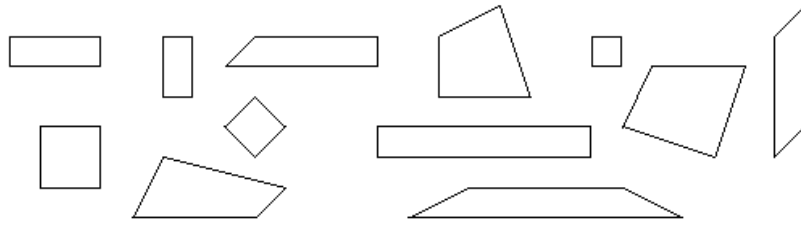
RECURSOS: Convencionales, más Álgebra Geométrico.

ESTANDAR: Usa representaciones geométricas para resolver y formular problemas en la matemática y en otras disciplinas.

LOGRO: Aplica los diferentes casos de factorización en problemas geométricos.

ACTIVIDAD NÚMERO 1:

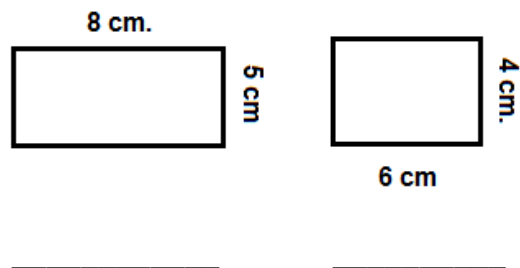
1. De los siguientes cuadriláteros selecciona los rectángulos(**r**), los cuadrados(**c**) y los que cumplen ambas características (**c,r**)



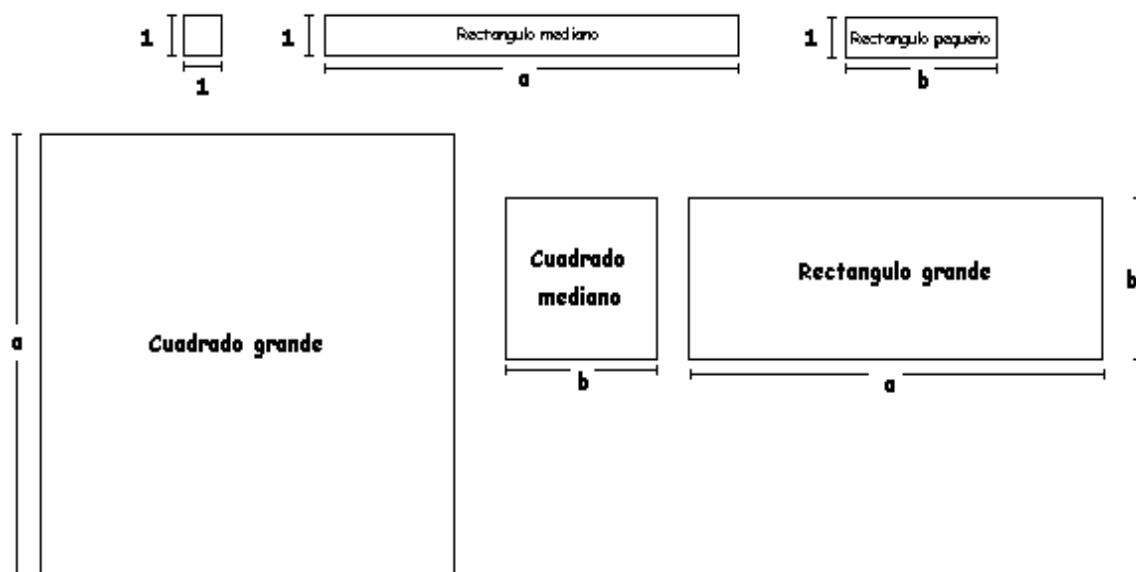
2. Completa:

- El área de un rectángulo se halla: _____
- El área de un cuadrado se halla: _____
- Todo cuadrado es un _____, pero no todo rectángulo es un _____

3. Halla el área de las siguientes figuras geométricas



4. Observa cada una de las longitudes de los rectángulos que aparecen en la gráfica y completa la información de la tabla:

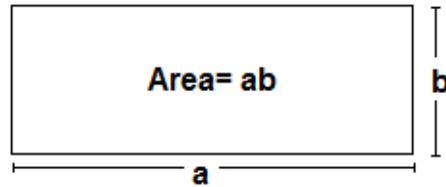


RECTÁNGULO Ó CUADRADO	MEDIDA DE LA SUPERFICIE (ÁREA)
RECTÁNGULO GRANDE	
RECTÁNGULO MEDIANO	
RECTÁNGULO PEQUEÑO	
CUADRADO GRANDE	
CUADRADO MEDIANO	
CUADRADO PEQUEÑO	

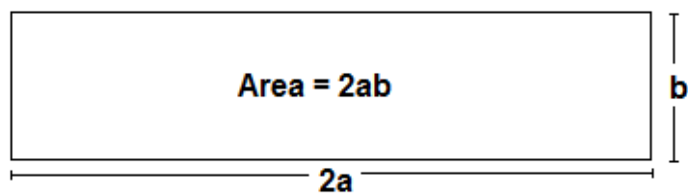
ACTIVIDAD NÚMERO 2:

Una expresión algebraica tendría distintos tipos de representación en forma geométrica. Por ejemplo:

Un monomio de la forma ab lo podemos representar mediante un rectángulo de lados a , b .



También un monomio $2ab$ por medio de un rectángulo cuyos lados sean $2a$ y b .

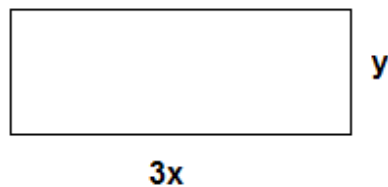


¿Se podría representar el monomio $2ab$ por medio de un rectángulo cuyos lados son $2b$ y a ? ¿Los rectángulos anteriores tendrían áreas equivalentes? Explique.

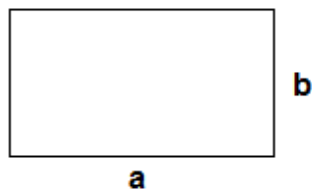
Ahora representemos geométricamente un polinomio compuesto de dos monomios $3xy+ab$.

Solución:

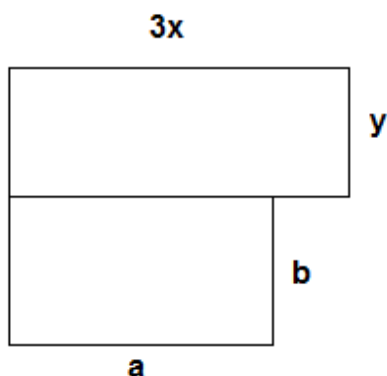
El monomio $3xy$, se representa por:



El monomio ab lo representamos así:



La representación geométrica de la expresión $3xy+ab$ sería:



Ejercicio: representa gráficamente la expresión: $5ab+2ab$

- ¿De cuantas formas puedes representar esta expresión?
- ¿En cuales de ellas obtienes dos rectángulos que tengan un lado en común?
- ¿Cómo se puede expresar algebraicamente el área de dicho rectángulo?

Actividad número 3:

Para el desarrollo de esta actividad se va a utilizar el algebra geométrica.

1. Vamos a construir un rectángulo cuya área sea $2a$.
2. Vamos a tomar un cuadrado cuya área sea a^2 .
3. Ahora vamos a sumar las dos áreas anteriores, de tal forma que la figura que se establezca sea un rectángulo.

¿Qué encontraste? _____

¿Cuál es el área compartida por las dos figuras? _____

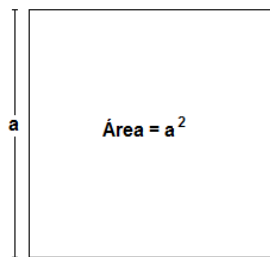
¿Qué puedes concluir? _____

Trata de modelar esta situación restando las áreas. ¿Qué puedes concluir?

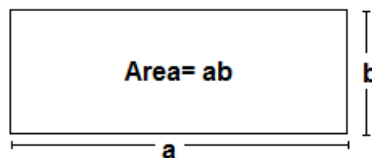
FACTOR COMÚN:

Es uno de los casos de factorización donde se utiliza la propiedad asociativa de la multiplicación con respecto a la suma.

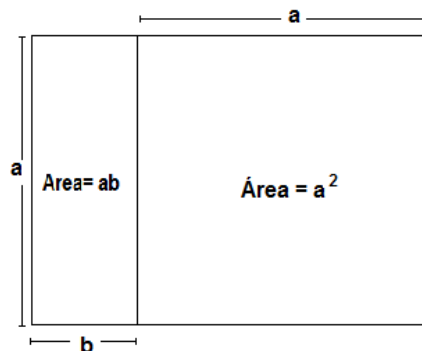
Construyamos un cuadrado de lado a , su área sería a^2 .



Ahora construyamos un rectángulo de lados a y b su área es ab .



Sumando las áreas anteriores, obtendríamos $a^2 + ab$. Representando geométricamente esta suma se tiene:

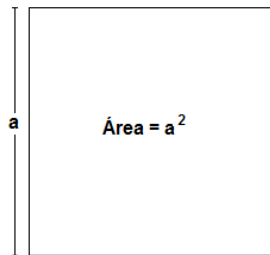


El área de este rectángulo es $a(a+b)$, por tanto, $a^2+ab= a(a+b)$.

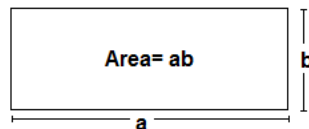
¿Qué puedes concluir? _____

Veamos otro ejemplo.

Construyamos un cuadrado de lado a . Su área es a^2

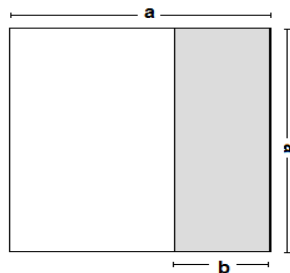


Grafiquemos un rectángulo de lados a y b . Su área es ab .



Superpongamos las dos figuras de tal forma que les coincida el lado a .

Encontremos el área que se obtiene al restar las dos anteriores así:



La diferencia de áreas la expresamos como $a^2 - ab$. Esta área es equivalente al rectángulo de lados a y $(a-b)$, la cual sería $a(a-b)$. Luego podemos concluir que

$$a^2 - ab = a(a-b).$$

- ¿Cuál es el lado que comparten ambas figuras? Justifica tu interpretación algebraica.

- ¿Podrías elaborar una gráfica y su interpretación para la expresión

$$2a^2 - ab = a(2a - b)?$$

- ¿Podrías explicar por qué motivo la figura, cuya área es $2a^2$, representa un rectángulo y no un cuadrado?
- Mediante que tipo de cuadrilátero podrías representar la expresión

$$4x^2 - xy = x(4x - y). \text{ Justifica gráficamente tu respuesta.}$$

Algebraicamente podemos resolver este tipo de problemas mediante las siguientes instrucciones:

1. Se busca un factor común de los números, eligiendo el mayor que este contenido en todos los coeficientes.
2. De las letras se elige la de menor exponente, siempre y cuando la letra este contenida en todos los términos.
3. Una vez obtenido el factor común, se divide cada término por dicho factor común y los resultados se escriben entre paréntesis, multiplicando por el factor común.

Realiza los siguientes ejercicios geoméricamente y algebraicamente. Utilizando el algebra geométrico.

- $6x^3 - x =$
- $a^5 - a^3 =$
- $5x^2 + 6 =$

NOTA: El factor común de un polinomio es el producto del máximo común divisor de los coeficientes de todos los términos por las variables comunes en todos los términos con su menor exponente.

ACTIVIDAD NÚMERO 4:

Utilizando el álgebra geométrica vamos a resolver la siguiente situación.

- Construyamos un rectángulo cuya área sea ab .
- Construyamos un rectángulo cuya área sea $3a$.
- Construyamos un rectángulo cuya área sea $2b$.
- Construyamos un rectángulo cuya área sea 6 .
- Ahora vamos a sumar las áreas anteriores, de tal forma que coincidan los lados comunes y la figura que se establezca sea un rectángulo.

¿Qué encontraste? _____

¿Cómo se puede expresar el área de esta figura? _____

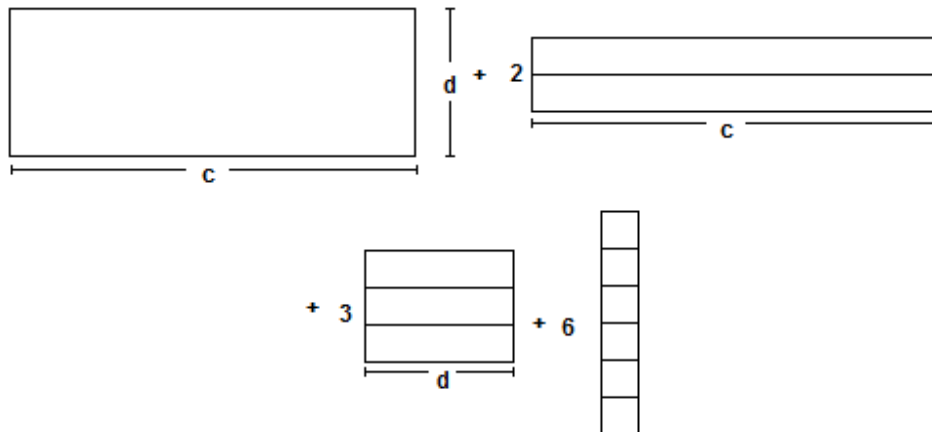
¿Qué puedes concluir? _____

Trata de modelar esta situación restando las áreas. ¿Qué puedes concluir?

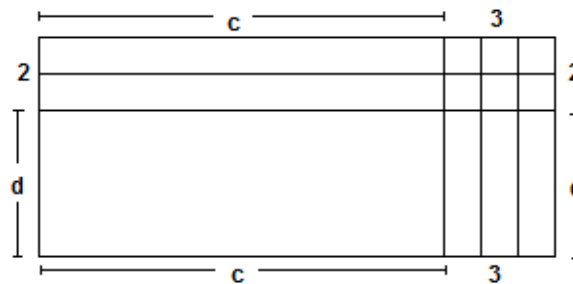
FACTOR COMÚN POR AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS:

Factoricemos, geoméricamente la expresión: $cd+2c+3d+6$.

Representemos geoméricamente, cada uno de sus términos.



Agrupemos las distintas figuras de tal forma que coincidan sus lados comunes.



El área de la figura la podemos expresar de la siguiente manera:

El área de un rectángulo de lados $(c+2)$ y $(d+3)$, la cual expresamos $(c+2)(d+3)$.

- ¿De que otra forma se puede expresar el área de dicho rectángulo?
- ¿Qué puedes concluir?
- Soluciona el siguiente ejercicio geoméricamente

$$4r^5 + 6m^3 + 3r^5 + 8m^3 =$$

Algebraicamente podemos resolver este tipo de problemas mediante las siguientes instrucciones:

- Se forman dos grupos de dos términos cada uno, teniendo cuidado de que haya factor común en cada grupo.
- Una vez conformado el primer grupo, se debe tener en cuenta tres aspectos, para formar el segundo.
 - a) Qué el orden de los términos del segundo grupo corresponda al mismo con que se formó el primero.
 - b) Qué el signo del primer término del segundo grupo, se escriba por fuera del paréntesis.
 - c) Que si el paréntesis del segundo grupo esta precedido de signo menos (-), se deben cambiar los signos de los términos de dicho grupo.
- Una vez conformados los dos grupos, se saca el factor común de cada uno y al hacerlo quedan los dos paréntesis perfectamente iguales.
- Como último paso, se saca factor común binomio y se obtiene la respuesta.

Resuelve los siguientes ejercicios geoméricamente y algebraicamente:

1. $2x^2 - xy - 2x + y =$

2. $b^2y + 3ay - ay^2 - 3b^2 =$

3. $a^3 + a^2 - a - 1 =$

4. $3x^3 + 6x^2 + 2x + 4 =$

ACTIVIDAD NÚMERO 5:

Utilizando el algebra geométrica vamos a resolver la siguiente situación.

1. Tomemos un cuadrado cuya área sea a^2 .

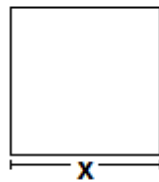
2. Tomemos dos rectángulos cuya área sea $1a$.
3. tomemos un cuadrado cuya área sea 1 .
4. Ahora vamos a sumar las áreas anteriores, de tal forma que la figura que se establezca sea un cuadrado.

¿Cuál es el área de este cuadrado? _____

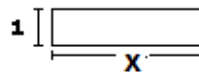
¿Qué puedes concluir? _____

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

Representemos x^2 como un cuadrado de lado x .



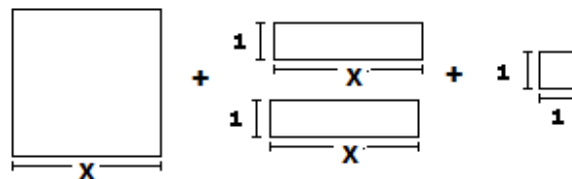
Representemos a x como un rectángulo de lado x y 1



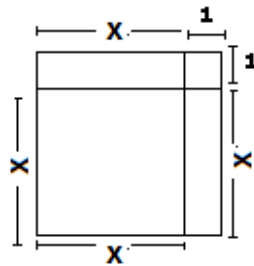
Y la unidad como un cuadrado de lado 1



Luego la expresión x^2+2x+1 , en forma geométrica seria.



Organizando estas figuras obtenemos el siguiente cuadrado:



El área de este cuadrado es:

$$(X+1)(X+1) = (x+1)^2$$

Luego, $x^2+2x+1 = (x+1)^2$; a esta expresión algebraica se le denomina Trinomio Cuadrado Perfecto.

Algebraicamente podemos resolver este tipo de problemas mediante las siguientes instrucciones:

1. Se ordena el trinomio en la siguiente forma: los dos términos de los extremos deben ser dos cuadrados perfectos, ambos positivos y el término del medio corresponde al doble producto, de las raíces de las anteriores.
2. Se realiza la verificación del doble producto, así: se buscan las raíces de los dos cuadrados y se multiplican entre si y luego por el número 2. Si el resultado es igual al término del medio, se concluye que es un trinomio cuadrado perfecto.
3. Se encierran en un paréntesis las dos raíces encontradas, separadas con el signo del doble producto y se eleva dicho paréntesis al cuadrado.

Elabora gráficamente y algebraicamente $(x+4)^2$ utilizando rectángulos de diferentes dimensiones.

Resuelve los siguientes ejercicios geoméricamente y algebraicamente

- $a^2-10a+25=$


- $Y^4+1+2y^2=$
- $9b^2-30a^2b+25a^4=$
- $36+m^4+12m^2=$

BIBLIOGRAFÍA:

- Ramirez Salazar, J. M., Jaramillo Hernandez, F. J., & Mendoza Soto, A. (1998). *La geometría: estrategia para el aprendizaje de la factorización*. Medellín.
- Guía áreas mágicas, elaborada por Elizabeth Montoya y Juan David Montoya. 1999. Grupo Ábaco

ANEXO 10

GUÍA DE INTERVENCIÓN, GRUPO CONTROL, GRADO NOVENO, TEMA ÁREA

	<p>I.E. INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Proyecto de Práctica Profesional Docente Licenciatura en Básica Matemáticas Universidad de Antioquia 2009</p>
GRADO: NOVENO	GUÍA N°: _____

TEMA: Superficie y área

RECURSOS: Hojas milimetradas, regla.

ESTANDAR:

- Usa representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas.

LOGROS:

- Reconoce que el área es la medida de la superficie
- Usa diferentes métodos para encontrar el área de figuras planas
- Reconoce que figuras de diferente forma pueden tener la misma área.

SUPERFICIE Y ÁREA

Cuando se observan las figuras o los objetos que se encuentran alrededor lo que realmente se puede ver es lo que los está recubriendo, a ésta parte se le llama superficie. La superficie es aquello que se toca cuando se tiene a la mano un objeto, o cuando se pisa un terreno, o aquello que se observa cuando se está

sobre una piscina. La superficie es la que recubre cada una de las figuras y los objetos que se encuentran alrededor de cada ser humano.

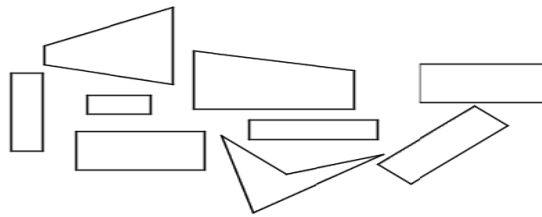
Sabiendo ya lo que es la superficie, responde:

¿Cómo harías para medir la cantidad de superficie que posee un objeto?

_____ Ahora realiza las siguientes actividades para que veamos cómo se encuentra la medida de una superficie determinada.

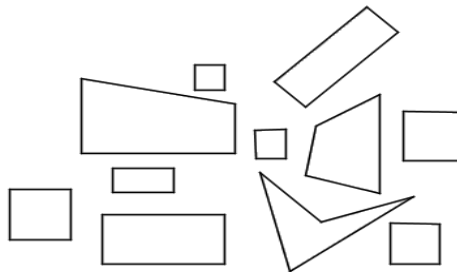
ACTIVIDAD NÚMERO 1:

1. Encierra en un círculo aquellas figuras geométricas que son rectángulos.



¿Cuáles son las características para que un cuadrilátero sea rectángulo?

-
2. Encierra en un círculo aquellas figuras que consideres son cuadrados.



¿Cuáles son las características para que un cuadrilátero sea cuadrado?

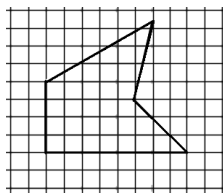
Los rectángulos son aquellos cuadriláteros que poseen todos sus ángulos iguales a 90° , por lo cual los cuadrados son considerados rectángulos por ésta propiedad.

Teniendo en cuenta lo anterior completa la siguiente afirmación:

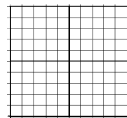
- Todo cuadrado es _____, pero no todo rectángulo es _____

ACTIVIDAD NÚMERO 2:

En hojas milimetradas, calcar la figura que se encuentra a continuación.



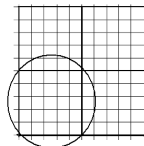
- Tomemos éste cuadrado como unidad de medida.



Cuántos de estos cuadrados caben en la figura anterior. _____

¿Por qué llegaste a esta respuesta? _____

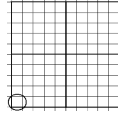
- Ahora, toma como unidad de medida un cuadrado de los pequeños, por ejemplo



Cuántos de éstos cuadrados caben en la figura que fue calcada en las hojas milimetradas. _____

¿Cómo llegaste a esta respuesta? _____

- En las hojas milimetradas cada uno de éstos cuadrados son divididos por cuadrados más pequeños, así:



¿Cuántos de éstos cuadrados puedes encontrar en la figura trazada? _____

¿Cómo llegaste a la solución? _____

De acuerdo a lo realizado en esta actividad, ¿Cuál de las medidas encontradas crees que es más aproximada? ¿Por qué? _____

¿Cuál crees que es la mejor forma de hallar el área de una figura? _____

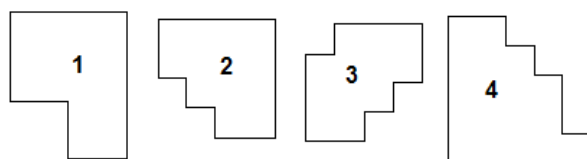
Cada superficie posee una medida, ésta medida es la que se ha denominado y se denomina como área. Hay muchas formas de encontrar el área de una figura, muchas se encuentran por medio de fórmulas algebraicas, otras sólo por medio del uso de figuras geométricas como el cuadrado, por ejemplo, pero todas estas formas son sólo aproximaciones de la medida real de la superficie. Por eso mientras más pequeña es la unidad de medida, más aproximada será la medida del área.

IMPORTANTE: la unidad de medida para el área es siempre la unidad cuadrada, y pueden ser cm^2 m^2 entre otros.

ACTIVIDAD NÚMERO 3

Teniendo en cuenta la actividad anterior,

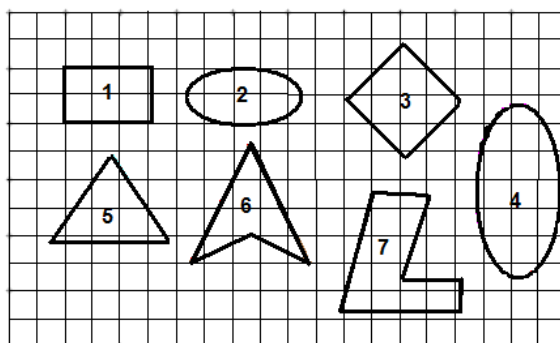
- ¿Cuál de las siguientes figuras posee mayor superficie? _____
- ¿Cuál posee menos? _____



¿Cuál fue el método que usaste para responder dichas preguntas?

¿Por qué crees que es correcto ese método?

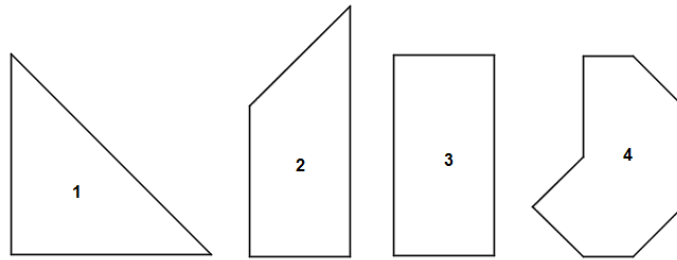
- Observa el siguiente conjunto de figuras. ¿Cuál crees es la que posee mayor espacio? ¿Por qué?



¿Cuál sería la forma más acertada para determinar el área de cada figura?

¿Encontraste áreas de igual tamaño?, si la respuesta es afirmativa... ¿Cuáles son éstas áreas? _____

- Observa detenidamente cada una de las siguientes formas



¿Crees que tienen la misma área? Justifica tu respuesta _____

¿Cómo puedes comprobar si el área es igual o diferente? _____

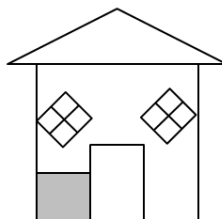
Recuerda que puedes usar las hojas milimetradas para resolver las preguntas.

Son muchas las figuras que encontramos a nuestro alrededor que pueden poseer la misma área pero diferente forma, las actividades anteriores dan muestra de esta afirmación. Las mediciones de áreas son muy importantes para nuestra época, por ejemplo podemos determinar qué tan grande es un apartamento o una casa al momento de comprarla, se puede saber la medida de un terreno y así determinar en qué se puede usar, entre otras funciones.

ACTIVIDAD NÚMERO 4

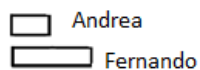
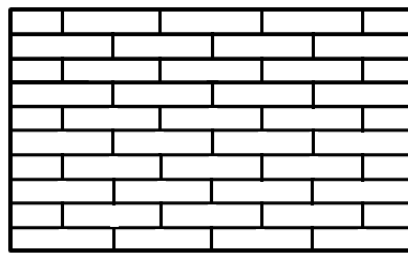
Teniendo en cuenta las actividades anteriores resolver los siguientes problemas:

- Jaime, está pintando la parte frontal de la casa de su abuela, con un tarro de pintura solo pudo pintar el recuadro que se ve en la figura. ¿Cuántos tarros más de pintura le harán falta a Carlos para terminar de pintar la casa de su abuela?



¿Cómo llegaste a la solución?

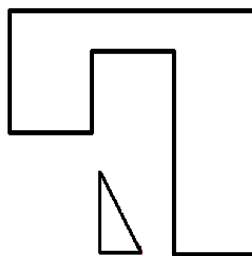
- Andrea y Fernando desean construir un muro idéntico al de la figura usando cada uno un ladrillo distinto ¿Cuántos ladrillos necesitaría cada uno de ellos para construir el muro?



¿Cómo llegaste a la solución?

¿Cuál de los ladrillos se usará más? ¿Por qué?

- Doña Clara desea rellenar el tablón de su cocina con una baldosa en forma triangular, así como se observa en la figura. ¿Cuántas baldosas necesita para cubrirla?



¿Cómo llegaste a la solución? _____

¿Cuál de los ladrillos se usará más? ¿Por qué? _____

NOTA: Para este problema es importante tener en cuenta que se pueden tener diferentes unidades de medida para encontrar el área de una figura, la convencional fue el cuadrado, ahora intenta descubrir el área por medio de ese triángulo.

IMPORTANTE: Si quieres practicar más sobre el área de figuras de diferentes tamaños, puedes ingresar a internet y entrar al siguiente link:

<http://www.eduteka.org/MI/master/interactivate/activities/Perimeter/Index.html>


BIBLIORAFÍA:

La guía anterior posee elementos modificados de:

Cadavid Fernández, G. S., Castaño Giraldo, A. P., Garzón Giraldo, S. M., Gómez Cortés, A. M., & Rodríguez Jiménez, J. M. (2008). *Determinar el nivel de razonamiento en el que se encuentran algunos estudiantes frente al concepto de área: un análisis desde el modelo de Van Hiele*. Tesis de grado, Facultad de Educación, Universidad de Antioquia, Medellín.

ANEXO 11

GUÍA DE INTERVENCIÓN 1, GRUPO EXPERIMENTAL, GRADO NOVENO, TEMA ÁREA

	<p>I.E. INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS</p> <p>Proyecto de Práctica Profesional Docente Licenciatura en Básica Matemáticas Universidad de Antioquia 2009</p>
GRADO: NOVENO	GUÍA N°: _____

TEMA: Software RyC

RECURSOS: computador, software RyC.

LOGROS:

- Identifica algunas de las funciones del software RyC
- Resuelve problemas usando las herramientas del software RyC.

SOFTWARE RyC





Software libre que fue creado por René Grothmann, profesor de una prestigiosa universidad alemana. El principal objetivo del programa es convertir la geometría en algo dinámico, en la que ustedes como estudiantes puedan realizar construcciones geométricas y que al generar variaciones en puntos base, se puedan generar mostraciones.

ACTIVIDAD NÚMERO 1:






- En tu computador, entra al blog: inemprac2009.blogspot.com, en la parte derecha de la página de inicio entra al link didactizaciones y observa el

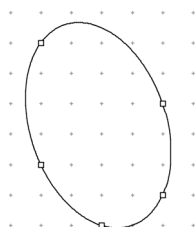
video que se refiere a las funciones básicas de RyC. Puedes observarlo cuantas veces quieras.

ACTIVIDAD NÚMERO 2:

- Usa las herramientas segmento , paralelas , perpendiculares  y compás  para construir un cuadrado. (puedes ver el video para recordar su uso)

NOTA: recuerda que un cuadrado es un cuadrilátero que posee todos sus lados iguales, sus lados son paralelos 2 a 2 y sus ángulos todos son iguales a 90° .

- Ahora con el cuadrado construido usa la opción  para encontrar el punto medio de cada uno de sus lados y con la opción segmento  une los puntos encontrados de tal manera que queden paralelos a los lados del cuadrado.
- Ahora divide cada una de las mitades de los lados del cuadrado en dos partes iguales (usa la opción punto medio ) y por medio de paralelas une los puntos que acabaste de encontrar.
- Con las herramientas del software RyC, construye un triángulo equilátero.
- Pon en el espacio de trabajo una cuadrícula, para ello usa la herramienta dibujar cuadrícula , ahora usando la opción cónica  construye la siguiente figura:




BIBLIOGRAFÍA:

<http://www.slideshare.net/alolobii/regla-y-compas-presentation>

ANEXO 12

GUÍA DE INTERVENCIÓN 2, GRUPO EXPERIMENTAL, GRADO NOVENO, TEMA ÁREA

	<p>I.E. INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Proyecto de Práctica Profesional Docente Licenciatura en Básica Matemáticas Universidad de Antioquia 2009</p>
GRADO: NOVENO	GUÍA N°: _____

TEMA: Superficie y área

RECURSOS: software RyC,

ESTANDAR:

- Usa representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas.

LOGROS:

- Reconoce que el área es la medida de la superficie
- Usa diferentes métodos para encontrar el área de figuras planas
- Reconoce que figuras de diferente forma pueden tener la misma área.

SUPERFICIE Y ÁREA

Cuando se observan las figuras o los objetos que se encuentran alrededor lo que realmente se puede ver es lo que los está recubriendo, a ésta parte se le llama superficie. La superficie es aquello que se toca cuando se tiene a la mano un


objeto, o cuando se pisa un terreno, o aquello que se observa cuando se está sobre una piscina. La superficie es la que recubre cada una de las figuras y los objetos que se encuentran alrededor de cada ser humano.

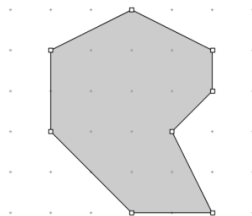
Sabiendo ya lo que es la superficie, responde:

¿Cómo harías para medir la cantidad de superficie que posee un objeto?

Ahora realiza las siguientes actividades para que veamos cómo se encuentra la medida de una superficie determinada.

ACTIVIDAD NÚMERO 1:




- Usa la herramienta mostrar cuadrícula , para que el espacio de trabajo de RyC quede marcado con una cuadrícula.
- Guíate de esta cuadrícula para formar la siguiente figura:

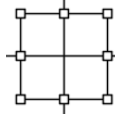


- Toma como unidad de medida el siguiente cuadrado, formado por cuatro puntos de la cuadrícula.



- Cuántos cuadrados posee este polígono: _____
- ¿Cómo llegaste a esta respuesta? _____

- Ahora, con las opciones punto medio , segmento  y paralelas , divide la cuadrícula en que se encuentra el polígono de tal manera que cada cuadrado quede dividido en cuatro, así:



- ¿Cuántos cuadrados de los pequeños caben en el polígono? _____

¿Cómo llegaste a esta respuesta? _____

- Ahora divide la cuadrícula una vez más, de tal manera que cada cuadrado pequeño quede dividido en cuatro.

¿Cuántos cuadrados de los más pequeños se pueden encontrar en el polígono antes formado? _____

¿Cómo llegaste a la solución? _____

- De acuerdo a lo realizado en esta actividad, ¿Cuál de las medidas encontradas crees que es más aproximada, el cuadrado grande, el cuadrado mediano o el cuadrado pequeño? ¿Por qué?

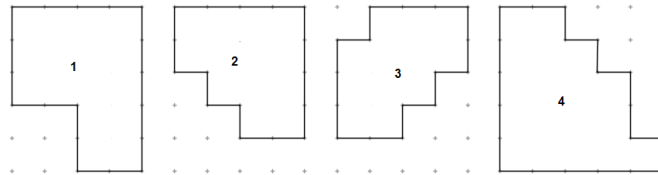
Cada superficie posee una medida, ésta medida es la que se ha denominado y se denomina como área. Hay muchas formas de encontrar el área de una figura, muchas se encuentran por medio de fórmulas algebraicas, otras sólo por medio del uso de figuras geométricas como el cuadrado, por ejemplo; pero todas estas formas son sólo aproximaciones de la medida real de la superficie. Por eso mientras más pequeña es la unidad de medida, más aproximada será la medida del área.

ACTIVIDAD NÚMERO 2

Teniendo en cuenta la actividad anterior,

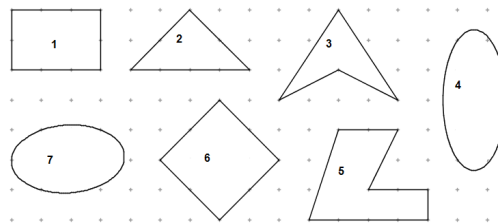
- ¿Cuál de las siguientes figuras posee mayor superficie? _____

¿Cuál posee menos? _____



¿Cómo llegaste a la respuesta? _____

- Observa el siguiente conjunto de figuras. ¿Cuál crees es la que posee mayor superficie? ¿Por qué?



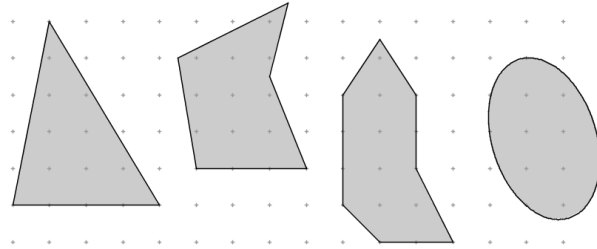
¿Encontraste superficies de igual área?, si la respuesta es afirmativa... ¿Cuáles son éstas áreas? _____

- Con las herramientas del software RyC construye 5 figuras de diferentes tamaños. (pueden ser triángulos, cuadriláteros, pentágonos, circunferencias, entre otras). Ahora responde:
- ¿Cuál es el área de cada una de las figuras? Encuéntralas usando los métodos anteriores. _____
- ¿Cuál es la figura de mayor área, cual es la de menor área? _____

Las superficies que puedes observar, poseen en su gran mayoría diferente área, esta propiedad sirve, por ejemplo, para que determinar la cantidad de terreno que se debe usar para la construcción de un edificio y así poder buscar el más apropiado para construirlo.

ACTIVIDAD NÚMERO 3:

- Dibuja en el computador las siguientes figuras:



- ✓ ¿Crees que todas las figuras anteriores poseen igual superficie? ¿Por qué?

- ✓ Para comprobar la respuesta anterior determina el área de cada una de ellas. ¿Estabas en lo cierto o te equivocaste?

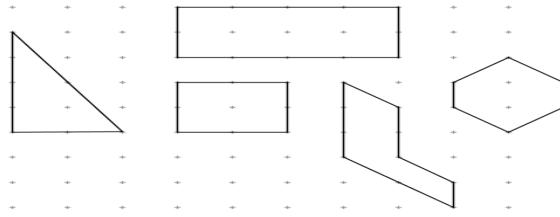
- ✓ Qué puedes concluir.

- Usa las herramientas del software RyC y construye polígonos que posean la misma área.

¿Qué puedes concluir? _____

NOTA: Desde RyC, se puede encontrar el área de las figuras de una manera más sencilla. Solo señala la figura y da clic derecho, en la ventana emergente aparece un espacio que dice área, éste resultado es la medida de la superficie señalada. Puedes hacer las actividades anteriores de esta manera y comprobar las respuestas.

- Realiza los siguientes polígonos en RyC y encuentra su área.



Utiliza las herramientas de RyC y determina el área de cada una de los polígonos

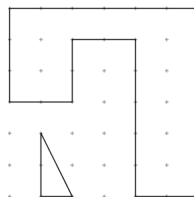
¿Poseen todas las mismas áreas? ¿Cómo las encuentras?

Son muchas las figuras que encontramos a nuestro alrededor que pueden poseer la misma área pero diferente forma, las actividades anteriores dan muestra de esta afirmación. Las mediciones de áreas son muy importantes para nuestra época, por ejemplo podemos determinar qué tan grande es un apartamento o una casa al momento de comprarla, se puede saber la medida de un terreno y así determinar en qué se puede usar y cómo dividirlo, entre otras funciones.

ACTIVIDAD NÚMERO 4

Teniendo en cuenta las actividades anteriores y usando el programa RyC resolver el siguiente problema:

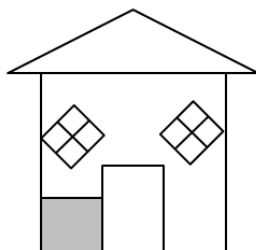
- Doña Clara desea rellenar el tablón de su cocina con una baldosa en forma triangular, así como se observa en la figura. ¿Cuántas baldosas necesita para cubrirla?



¿Cómo llegaste a la solución? _____

- Jaime, está pintando la parte frontal de la casa de su abuela, con un tarro de pintura solo pudo pintar el recuadro que se ve en la figura. ¿Cuántos

tarros más de pintura le harán falta a Carlos para terminar de pintar la casa de su abuela?



¿Cómo llegaste a la solución?

NOTA: Para este problema es importante tener en cuenta que se pueden tener diferentes unidades de medida para encontrar el área de una figura, la convencional fue el cuadrado, ahora intenta descubrir el área por medio de ese triángulo.

IMPORTANTE: Si quieres practicar más sobre el área de figuras de diferentes tamaños, puedes ingresar a internet y entrar al siguiente link:

<http://www.eduteka.org/MI/master/interactivate/activities/Perimeter/Index.html>

BIBLIORAFÍA:


La guía anterior posee elementos modificados de:

Cadavid Fernández, G. S., Castaño Giraldo, A. P., Garzón Giraldo, S. M., Gómez Cortés, A. M., & Rodríguez Jiménez, J. M. (2008). *Determinar el nivel de razonamiento en el que se encuentran algunos estudiantes frente al concepto de*

área: un análisis desde el modelo de Van Hiele. Tesis de grado, Facultad de Educación, Universidad de Antioquia, Medellín.

ANEXO 13

GUÍA DE INTERVENCIÓN, GRUPO EXPERIMENTAL, GRADO NOVENO, TEMA RAZONES, PROPORCIONES Y SEMEJANZA

	<p>I.E. INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Proyecto de Práctica Profesional Docente Licenciatura en Básica Matemáticas Universidad de Antioquia 2009</p>
GRADO: IX	SECCIÓN: _____ GUÍA N°: ____ _

TEMA: Razones, Proporciones y Semejanza

RECURSOS: Computadores, software RyC y GeoGebra.

ESTÁNDARES:

- Verificar propiedades de semejanzas entre figuras bidimensionales en solución de problemas.
- Reconocer y contrastar propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostraciones de teoremas básicos (Thales).
- Aplicar y justificar criterios de semejanza entre triángulos en la resolución y formulación de problemas.

LOGROS:

- Reconoce cuando una igualdad entre dos razones es una proporción verdadera.
- Determine si varios segmentos dados son proporcionales.
- Utilice el teorema de Thales para hallar la longitud de un segmento.
- Establece proporciones entre los lados homólogos de polígonos semejantes.
- Identifique cuando dos triángulos son semejantes.

DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES

ACTIVIDAD 1

Con la ayuda del profesor se acerca a los software RyC y GeoGebra, para aprender tanto a descargarlos e instalarlos como su manejo básico y utilidades.

Recordar que ambos software son libres y gratuitos, por lo tanto se puede acceder fácilmente a ellos. Se recomienda descargar e instalar en el computador, para practicar ésta actividad en casa con el fin de conocer más de cerca las grandes utilidades y beneficios que les ofrecen.

Sin embargo, se puede visitar el blog **inemprac2009.blogspot.com** donde se puede ver todas las didactizaciones que el profesor muestra en clase para cuando se desee hacer una consulta adicional necesaria para el desarrollo de la guía.

A HORA SI, ES MOMENTO DE PRACTICAR LO APRENDIDO.

ACTIVIDAD 2

LEER CON ATENCIÓN LA SIGUIENTE SITUACIÓN

Carlos puede leer 400 palabras por minuto, cuando un lector medio puede leer 250 palabras por minuto, se puede ver que Carlos lee considerablemente más rápido que el lector común. ¿Cuánto más rápido?

Para determinarlo es necesario destacar que la relación entre estos dos números es que ambos se refieren a lo mismo: cantidad de palabras leídas en un minuto.

Si comparamos estas dos cantidades se obtiene una información interesante que puede ser usada para dar respuesta a la pregunta planteada anteriormente.

$$\frac{400}{250} = \frac{200}{125} = \frac{40}{25} = \frac{8}{5}$$

Para simplificar la fracción hacemos divisiones sucesivas a ambos números por un divisor común.

De esta manera se puede afirmar que por cada 5 palabras leídas por el lector medio, Carlos lee 8.

Cuando la relación entre dos números se indica en esta forma, se compara como una razón.

De acuerdo a la situación anterior, escribir lo que se entiende por el concepto de razón.

ACTIVIDAD 3

CONSTRUYE Y APRENDE

3.1 Construye en RyC o GeoGebra dos rectángulos cuyos lados tengan las siguientes medidas:

R1: 5cm de ancho y 7cm de largo.

R2: 10cm de ancho y 14cm de largo.

Al seleccionar RyC para la construcción seguir los siguientes pasos:

- Marcar los cuatro vértices del rectángulo, utilizando la opción **Punto**.
- Utilizar la opción **Polígono** y señalar uno a uno los vértices del rectángulo.

- Con la opción **Segmento** delimitar el rectángulo, trazando así cada uno de sus lados.
- Hacer clic derecho sobre cada uno de los lados del rectángulo y seleccionar la opción **Mostrar valores de objeto**, para que le aparezca a cada lado el valor correspondiente a su longitud, así se sabrá cuánto mide.
- Finalmente con la opción **Mover punto**, mover los vértices del rectángulo de manera tal que la longitud de cada uno de los lados sea la solicitada en la actividad.

Al seleccionar GeoGebra para la construcción seguir los siguientes pasos:

- Marcar los cuatro vértices del rectángulo, utilizando la opción **Punto**.
- Utilizar la opción **Polígono** y señalar uno a uno los vértices del rectángulo.
- Con la opción distancia marca la longitud de cada lado del rectángulo, así se sabrá cuánto mide
- Finalmente, con la opción **Mover punto**, mueve los vértices del rectángulo de manera tal que la longitud de cada uno de los lados sea la solicitada en la actividad.

Una vez se construya los rectángulos establecer las siguientes relaciones:

3.1 Entre el largo y el ancho de la primera figura.

3.2 Entre el largo y el ancho de la segunda figura.

3.3 Entre el ancho de la primera figura y el ancho de la segunda.

3.4 De acuerdo al punto anterior, ¿Qué conclusiones se pueden sacar de la comparación establecida entre ambas magnitudes?

3.5 Entre el largo de la primera y el largo de la segunda.

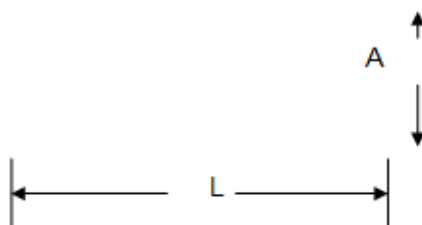
3.6 De acuerdo al punto anterior, ¿Qué conclusiones se pueden sacar de la comparación establecida entre ambas magnitudes?

INFÓRMATE

Una **razón** es una comparación de dos cantidades semejantes. Es el cociente obtenido al dividir el primer número de la comparación por el segundo.

Por lo tanto, cuando se comparan dos magnitudes como el largo y el ancho de una lámina, la altura de un árbol con grosos, la cantidad de hombres con la cantidad de mujeres de tu sección, la votación obtenida por dos candidatos en una elección o las diferentes medidas de tu cuerpo lo podemos representar con una fracción indicada que se llama **RAZÓN**

Las comparaciones pueden establecerse en más de una forma. Por ejemplo,



La razón entre el largo L y ancho A de la lámina lo podemos representar como $\frac{L}{A} =$
 $L:A$ y se lee como L es a A .

SE DEBEN TENER PRESENTE LAS SIGUIENTES ACLARACIONES:

- Aunque las razones se escriben como una fracción, no significan exactamente lo mismo, ya que como fracción, se piensa por ejemplo en $\frac{3}{4}$ como la cantidad "tres cuartos", mientras que como razón, se piensa en $\frac{3}{4}$ como una comparación entre los dos números, 3 y 4. Sin embargo, todas las reglas que gobiernan las fracciones se usarán al trabajar con razones. Así, los términos pueden reducirse o aumentarse, simplificarse, etcétera.
- Para poder formar una razón, las dos cantidades deben expresarse en la misma unidad de medida.

ACTIVIDAD 3

CONSTRUIR EN GEOGEBRA

3.1 Dos cuadrados: uno de 6 cm de lado y el otro de 10 cm de lado.

3.2 Se halla el perímetro de cada cuadrado.

3.3 Se escribe la razón entre el lado del primero y el del segundo.

3.4 Se escribe la razón entre el perímetro del primero y el del segundo.

3.5 ¿Tienen estas razones igual valor?

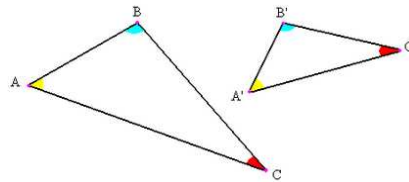
3.6 ¿Se puede escribir una igualdad entre estas razones?

Como se puede dar cuenta, algunas razones permanecen constantes a pesar de que las magnitudes que las forman sean diferentes. Independientemente de que tamaño sea un cuadrado, la razón entre su diagonal y su lado es constante; así como también lo es la razón entre el perímetro y los lados.

Pues bien, la igualdad entre dos razones se llama **PROPORCIÓN**.

ACTIVIDAD 4

Observar los dos polígonos de la figura.



4.1 ¿Cómo es uno de los triángulos con respecto del otro?

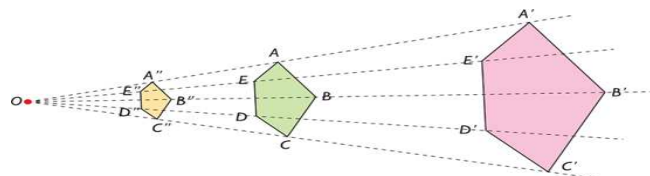
En matemáticas se dice que son **semejantes**; por lo tanto son figuras que **tienen la misma forma, pero el tamaño es diferente**.

En figuras semejantes, los segmentos correspondientes son proporcionales. **Se llama razón de semejanza r al cociente entre dos longitudes correspondientes**.

ACTIVIDAD 5

CONSTRUIR FIGURAS SEMEJANTES EN EL SOFTWARE GEOGEBRA Y SACAR CONCLUSIONES.

Para desarrollar esta actividad seguir paso a paso el método de la proyección.



1. Se marca los puntos que serán los vértices del polígono ABCDE.
2. Se selecciona la opción **Polígono** y se delimita.
3. Se marca un punto exterior O = Centro de la proyección, al polígono que se trazó.
4. Se traza semirrectas con origen en O que pasen por los vértices del Polígono.
5. Se marca la distancia de O a cada uno de los vértices del polígono, para ello se utiliza la opción **Distancia o longitud**.
6. Se marca un tercer punto colineal a O y sobre cada una de las semirrectas que pasan por los vértices del polígono.
7. Se marca la distancia de O a cada uno de los puntos que se acaban de marcar, para ello se utiliza la opción **distancia o longitud**.
8. Se multiplica la distancia desde O a cada vértice por la razón de semejanza (selecciónala libremente) y se lleva esta distancia a cada semirrecta. Se ingresa en el menú de entrada los datos de la siguiente manera, por ejemplo: distancia (E, A)*2 y Enter.
9. Con la opción **Desplaza**, se mueve cada uno de los puntos que se marcaron de manera tal que la distancia sea el valor obtenido en la multiplicación.
10. Se unen los puntos obtenidos para obtener la figura semejante A'B'C'D'E'.

5.1 ¿Cómo son los lados correspondientes en ambos polígonos?

5.2 ¿Y, Cómo son los ángulos correspondientes?

5.3 ¿Qué puedes concluir de los dos polígonos?

5.4 ¿Cómo ha de ser la razón de semejanza para que la figura resultante sea más pequeña que la original?

INFÓRMATE

Dos figuras son semejantes si los segmentos correspondientes son proporcionales y los ángulos correspondientes son iguales. Se llama razón de semejanza (escala) al cociente entre dos longitudes correspondientes. $r = a' / a$

TEOREMA DE THALES Y SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

INFÓRMATE

Thales, un ingeniero de profesión, fue el primero de los Siete Sabios, o de sabios de la Grecia antigua. Thales es conocido como el primer filósofo griego, matemático y científico. Fundó la geometría de las líneas, por lo que se le da crédito por la introducción de resumen la geometría. Uno de sus más grandes teoremas afirma lo siguiente:

Cuando dos rectas secantes son cortadas por una serie de rectas paralelas, los segmentos determinados en una de las rectas son proporcionales a los segmentos correspondientes de la otra recta.

ACTIVIDAD 6

CONSTRUIR EN GEOGEBRA

Con la siguiente construcción se acerca al teorema de Thales y se logra verificar las afirmaciones que plantea.

6.1 Construir un triángulo ABC

6.2 Ubicar un punto D en el lado b

6.3 Trazar por el punto D una paralela al segmento AB.

6.4 Medir con los siguientes segmentos: CD, DA, CE, EB, CA, DA, CB, EB, CA, DA, CB, CE

6.5 Establecer las siguientes relaciones ingresando en el menú de entrada los datos de la siguiente manera, por ejemplo: distancia(C, D)/distancia (D, A) y Enter.

$$R1 = \frac{CD}{DA} =$$

$$R2 = \frac{CE}{EB} =$$

$$R3 = \frac{CA}{DA} =$$

$$R4 = \frac{CB}{EB} =$$

$$R5 = \frac{CA}{DA} =$$

$$R6 = \frac{CB}{CE} =$$

6.6 ¿Cuáles de las anteriores razones son proporciones?

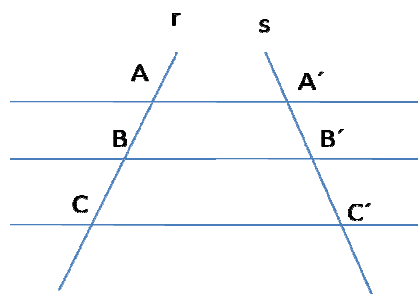
6.7 ¿Qué puedes concluir del triángulo ABC y el triángulo DEB?

6.8 ¿Qué otros segmentos proporcionales puedes encontrar?

INFORMATE

Thales de Mileto se dio cuenta de lo que se acaba de observar y se sacó como conclusión: Si dos rectas cualesquiera se cortan por varias rectas paralelas, los segmentos determinados en una de las rectas son proporcionales a los segmentos correspondientes en la otra, en otras palabras:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$



A demás; que:

Dado un triángulo ABC, se traza un segmento DE paralelo a uno de los lados del triángulo. Se obtiene otro triángulo DEC cuyos lados son proporcionales a los del triángulo ABC, así:

$$\frac{CA}{CD} = \frac{CB}{CE} = \frac{AB}{DE}$$

6.9 ¿Cuántas proporciones similares a las anteriores se puede escribir? Realizar la prueba en la construcción que hiciste.

ACTIVIDAD 7

Una aplicación inmediata del teorema de Thales es la división de un segmento en partes iguales y también en partes proporcionales a números dados.

PRACTICAR LA SIGUIENTE CONSTRUCCIÓN EMPLEANDO UNO DE LOS SOFTWARE QUE SE HAN TRABAJADO

1. DIVISIÓN DE UN SEGMENTO EN PARTES IGUALES.

- Se traza un segmento AB
- Desde uno de los extremos (A) del segmento se traza una semirrecta cualquiera.

- Con centro en A se traza una circunferencia de radio arbitrario que corta en 1 a la semirrecta.
- Se hacen circunferencias de igual radio a la primera hasta completar tantas como número de partes se desea dividir el segmento.
- Se une el ultimo punto (5) con B, y a continuación se trazan paralelas al segmento anterior por los puntos intermedios. Las intersecciones con el segmento inicial AB determinan la división del segmento buscada.

2. DIVISIÓN DE UN SEGMENTO EN PARTES PROPORCIONALES A SEGMENTOS O A NÚMEROS DADOS.

El procedimiento es similar al anterior. Basta con trasladar a la semirrecta la medida de los segmentos.

7.1. Se divide un segmento de 8,2 cm. en partes proporcionales a 2, 1 y 3.

ACTIVIDAD 8

RECORDAR LA CONSTRUCCIÓN QUE SE HIZO EN LA ACTIVIDAD 6 Y RESPONDER LAS SIGUIENTES PREGUNTAS:

8.1 ¿Cuáles son las medidas de los ángulos del triángulo ABC? Utiliza para ello la opción **ángulo**.

8.2 ¿Cuáles son las medidas de los ángulos del triángulo DEC?

8.3 ¿Qué relación existe entre ambas medidas?

8.4 ¿Cuál es la razón existente entre los lados homólogos, o sea, los lados correspondientes?

8.5 ¿Son proporcionales los lados homólogos?

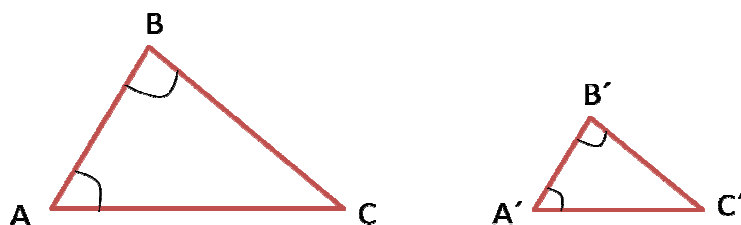
8.6 Crear su propia definición de triángulos semejantes y discutirla con sus compañeros (as) y profesor (a).

INFORMATE

Dos triángulos son semejantes si los ángulos homólogos son iguales y los lados homólogos son proporcionales.

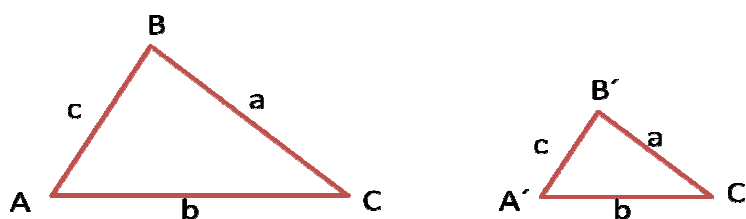
Además existen unos criterios que te permiten identificar cuando dos triángulos son semejantes, estos son:

1. Si tienen dos ángulos iguales



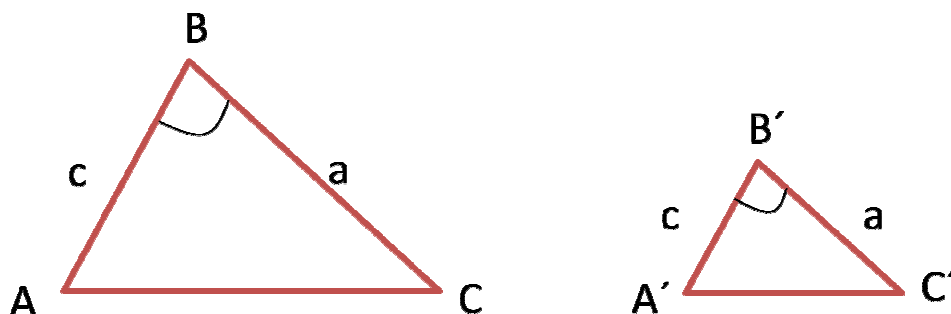
$$A = A' \quad B = B'$$

2. Si tienen los lados homólogos proporcionales



$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

3. Si tienen dos lados homólogos proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos igual.



$$B = B' \quad \frac{a}{a'} = \frac{c}{c'}$$

ACTIVIDAD 9

EJERCICIOS ADICIONALES PARA RESOLVER CON LA AYUDA DE

RYC O GEOGEBRA.

9.1 Un rectángulo tiene área 6 cm^2 . Otro rectángulo es semejante al primero con $r = 3$. (Cada longitud del segundo es 3 veces la del primero). ¿Cuál es el área del segundo rectángulo?

9.2 Un tercer rectángulo tiene cada uno de los lados de valor la mitad del primero. $r = 1/2$. ¿Cuál es su área?

QUE BIEN, SE HA LOGRADO ACERCAR A ALGUNOS CONTENIDOS RELACIONADOS CON RAZONES, PROPORCIONES Y SEMEJANZA. SI SE DESEA AMPLIAR DICHOS CONTENIDOS SE PUEDE VISITAR LA CIBERGRAFÍA CITADA.


CIBERGRAFÍA

- http://www.vitutor.com/geo/eso/ss_1.html
- <http://www.mathopenref.com/thales.html>
- <http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/GeometriaInteractiva/IIICiclo/NivelIX/ConceptodeSemejanza/SemejanzadeTriangulos.htm>

- http://es.geocities.com/eucliteam/Elementos_de_geometria.html
- <http://www.sapiensman.com/matematicas/matematicas36.htm>
- [http://www.eneayudas.cl/educa/pdf/PROPORCION%20\(%20GUIA%20\).pdf](http://www.eneayudas.cl/educa/pdf/PROPORCION%20(%20GUIA%20).pdf)
- <http://www.comesed.com/Sb/sbt61.htm>
- <http://www.uco.es/~ma1marea/alumnos/primaria/indice00.html>
- <http://mimosa.pntic.mec.es/clobo/geoweb/semejejer.htm>
- <http://usuarios.bitmailer.com/edeguzman/GeometLab/indice.htm.1986>
- http://maralboran.org/wikipedia/images/thumb/0/05/Triangulos_semejantes.png/420px-Triangulos_semejantes.png
- http://portales.educared.net/wikiEducared/index.php?title=Raz%C3%B3n_simple_y_raz%C3%B3n_doble_de_puntos_alineados
- http://www.kalipedia.com/popup/popupWindow.html?anchor=klpmatgeo&tipo=imprimir&titulo=Imprimir%20Art%C3%ADculo&xref=20070926klpmatgeo_231.Kes
- <file:///C:/Users/juan%20camilo/Desktop/documentos/thales%5B1%5D.html>

ANEXO 14

GUÍA DE INTERVENCIÓN GRUPO CONTROL, GRADO NOVENO, TEMA PROPORCIONES Y SEMEJANZA

	<p>I.E. INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Proyecto de Práctica Profesional Docente Licenciatura en Básica Matemáticas Universidad de Antioquia 2009</p>
GRADO: IX	SECCIÓN: _____ GUÍA N°: ____

TEMA: Razones, Proporciones y Semejanza

RECURSOS: Convencionales, más regla, transportador, compás, cartulina, hojas de block.

ESTANDARES:

- Verificar propiedades de semejanzas entre figuras bidimensionales en solución de problemas.
- Reconocer y contrastar propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostraciones de teoremas básicos (Thales)
- Aplicar y justificar criterios de semejanza entre triángulos en la resolución y formulación de problemas.

LOGROS:

- Reconoce cuando una igualdad entre dos razones es una proporción verdadera.
- Determina si varios segmentos dados son proporcionales.
- Utiliza el teorema de Thales para hallar la longitud de un segmento.
- Establece proporciones entre los lados homólogos de polígonos semejantes.

- Identifica cuando dos triángulos son semejantes.

DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES:

Leer con atención la siguiente situación: Carlos puede leer 400 palabras por minuto, cuando un lector medio puede leer 250 palabras por minuto, se puede ver que Carlos lee considerablemente más rápido que el lector común. ¿Cuánto más rápido?

Para determinarlo es necesario destacar que la relación entre estos dos números es que ambos se refieren a lo mismo: cantidad de palabras leídas en un minuto.

Si se comparan estas dos cantidades se obtiene una información interesante que puede ser usada para dar respuesta a la pregunta planteada anteriormente.

$$\frac{400}{250} = \frac{200}{125} = \frac{40}{25} = \frac{8}{5}$$

Para simplificar la fracción hacemos divisiones sucesivas a ambos números por un divisor común.

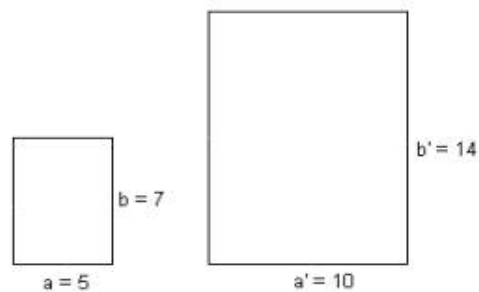
De esta manera se puede afirmar que por cada 5 palabras leídas por el lector medio, Carlos lee 8.

Cuando la relación entre dos números se indica en esta forma, se compara como una razón.

De acuerdo a la situación anterior escribir con sus propias palabras lo que entiendes por el concepto de razón.

ACTIVIDAD 1.

Comparar los lados de las siguientes figuras y establecer las siguientes relaciones



1.1 Entre el largo y el ancho de la primera figura.

1.2 Entre el largo y el ancho de la segunda figura.

1.3 Entre el ancho de la primera figura y el ancho de la segunda.

1.4 ¿Qué conclusiones se pueden sacar de la comparación que se hizo entre ambas magnitudes?

1.5 Entre el largo de la primera y el largo de la segunda.

1.6 ¿Qué conclusiones se pueden sacar de la comparación que se establecen entre ambas magnitudes?

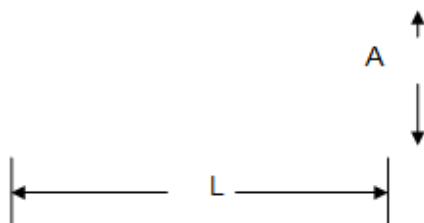
INFÓRMATE

Una **razón** es una comparación de dos cantidades semejantes. Es el cociente obtenido al dividir el primer número de la comparación por el segundo.

Por lo tanto, cuando se comparan dos magnitudes como el largo y el ancho de una lámina, la altura de un árbol con grosos, la cantidad de hombres con la cantidad de mujeres de tu sección, la votación obtenida por dos candidatos en una elección

o las diferentes medidas de tu cuerpo lo podemos representar con una fracción indicada que se llama **RAZÓN**

Las comparaciones pueden establecerse en más de una forma. Por ejemplo,



La razón entre el largo L y ancho A de la lámina lo podemos representar como $\frac{L}{A} =$
L: A

Y se lee como L es a A.

SE DEBEN TENER PRESENTE LAS SIGUIENTES ACLARACIONES:

- Aunque las razones se escriben como una fracción, no significan exactamente lo mismo, ya que como fracción, pensamos por ejemplo en $\frac{3}{4}$ como la cantidad "tres cuartos", mientras que como razón, pensamos en $\frac{3}{4}$ como una comparación entre los dos números, 3 y 4. Sin embargo, todas las reglas que gobiernan las fracciones se usarán al trabajar con razones. Así, los términos pueden reducirse o aumentarse, simplificarse, etcétera.
- Para poder formar una razón, las dos cantidades deben expresarse en la misma unidad de medida.

ACTIVIDAD 2

Recortar en cartulina

2.1 cuatro cuadrados de lados 1, 2, 3 y 4, respectivamente y determinar las razones entre sus áreas y sus lados.

2.2 ¿Que se puede concluir de ello?

2.3 Usando los mismos cuatro cuadrados, traza sus diagonales y mídelas cuidadosamente. Luego, hallar, para cada cuadrado, la razón entre su diagonal y su lado.

2.4 Recortar ahora dos cuadrados: uno de 6 cm de lado y el otro de 10 cm de lado.

2.5 Hallar el perímetro de cada cuadrado.

2.6 Escribir la razón entre el lado del primero y el del segundo.

2.7 Escribir la razón entre el perímetro del primero y el del segundo.

2.8 ¿Tienen estas razones igual valor?

2.9 ¿Se puede escribir una igualdad entre estas razones?

Como se ha podido dar cuenta, algunas razones permanecen constantes a pesar de que las magnitudes que las forman sean diferentes. Independientemente de que tamaño sea un cuadrado, la razón entre su diagonal y su lado será constante; así como también lo será la razón entre el perímetro y los lados.

Pues bien, la igualdad entre dos razones se llama **PROPORCIÓN**.

ACTIVIDAD 3

Dibujar dos rectángulos A Uno cuyos lados miden 4cm y 5 cm respectivamente. Dibujar otro rectángulo B cuyos lados miden 8 cm y 10 cm respectivamente.

3.1 Formar una razón con los lados de cada rectángulo (lado menor es a lado mayor).

3.2 ¿Se puede formar una proporción con estas dos razones?

3.3 ¿Qué puede afirmarse de las medida de los lados de los dos rectángulos?

ACTIVIDAD 4

Construir en cartulina, con la ayuda de un compás, tres círculos de 3, 5, 7 cm de radio respectivamente.

4.1 Trazar sus diámetros e indicar cuál es su medida en cada círculo. Luego, medir sus circunferencias, es decir sus perímetros.

Para ello se sugiere lo siguiente: después de construir cada círculo, marcar un punto cualquiera en él y se coloca junto al piso en una superficie en la cual pueda rodar el disco (debes tener cuidado de no dejarlo resbalar); marcar el piso también. Hecho esto, se hace rodar el disco y cuando la marca sobre el disco toque de nuevo el piso, entonces se marca este punto en el piso y se mide la distancia entre la primera marca y la última. Realiza este proceso para los tres círculos.

4.2 Una vez se halla los perímetros de los tres círculos hallar la razón entre éste y el diámetro. Para ello ayúdate de la siguiente tabla.

CÍRCULO	PERÍMETRO	DIÁMETRO	$\frac{P}{D}$
1			
2			
3			

4.3 Comparar las razones y sacar conclusiones sobre la información que obtuviste.

INFORMATE

Dada la proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ a los términos a y b se les llama **antecedentes** y **consecuentes** a los términos b y d .

Como la proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ también se puede escribir así:

$a:b=c:d$ Entonces se acostumbra decir que a y d son los **extremos** de la proporción y b , c son los **medios**.

¿SABIAS QUE?

La regla de tres aritmética está basada directamente en una propiedad de las proporciones que indica que el producto del primer término por el último (conocidos como los extremos) es igual al producto del segundo por el tercero (conocidos como los medios).

Pruébalo con las siguientes proporciones:

- $\frac{12}{3} \cdot \frac{8}{2}$
- $\frac{2}{4} : \frac{4}{8} : \frac{8}{16}$

TEOREMA DE THALES Y SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

INFÓRMATE

Thales, un ingeniero de profesión, fue el primero de los Siete Sabios, o de sabios de la Grecia antigua. Thales es conocido como el primer filósofo griego, matemático y científico. Fundó la geometría de las líneas, por lo que se le da crédito por la introducción de resumen la geometría. Uno de sus más grandes teoremas afirma lo siguiente:

Cuando dos rectas secantes son cortadas por una serie de rectas paralelas, los segmentos determinados en una de las rectas son proporcionales a los segmentos correspondientes de la otra recta.

ACTIVIDAD 5

Construir con regla y compás. En la siguiente construcción se acercara al teorema de Thales y se logrará verificar las afirmaciones que plantea.

5.1 Construir un triángulo ABC

5.2 Ubicar un punto D en el lado b

5.3 Trazar por el punto D una paralela al segmento AB.

5.4 Medir con una regla los siguientes segmentos: CD, DA, CE, EB, CA, DA, CB, EB, CA, DA, CB, CE

5.5 Establecer las siguientes relaciones

$$R1 = \frac{CD}{DA} =$$

$$R2 = \frac{CE}{EB} =$$

$$R3 = \frac{CA}{DA} =$$

$$R4 = \frac{CB}{EB} =$$

$$R5 = \frac{CA}{DA} =$$

$$R6 = \frac{CB}{CE} =$$

5.6 ¿Cuáles de las anteriores razones son proporciones?

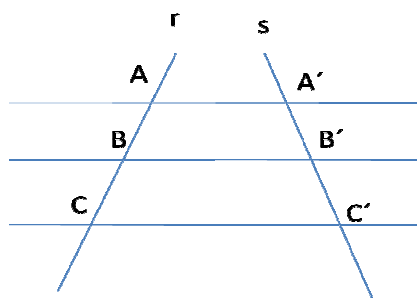
5.7 ¿Qué se puede concluir del triángulo ABC y el triángulo DEB?

5.8 ¿Qué otros segmentos proporcionales se pueden encontrar?

INFORMATE

Thales de Mileto se dio cuenta de lo que acabas de observar y sacó como conclusión. Si dos rectas cuales quieras se cortan por varias rectas paralelas, los segmentos determinados en una de las rectas son proporcionales a los segmentos correspondientes en la otra, en otras palabras:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$



A demás; que:

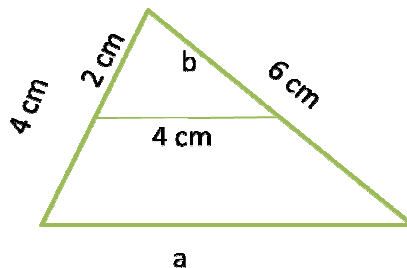
Dado un triángulo ABC, se traza un segmento DE paralelo a uno de los lados del triángulo se obtiene otro triángulo DEC cuyos lados son proporcionales a los del triángulo ABC, así:

$$\frac{CA}{CD} = \frac{CB}{CE} = \frac{AB}{DE}$$

5.9 ¿Cuántas proporciones similares a las anteriores se pueden escribir? Realizar la prueba en la construcción que hiciste.

ACTIVIDAD 6

Utilizar el teorema de Thales para hallar la longitud de los lados a y b del siguiente triángulo



ACTIVIDAD 7

Recordar la construcción realizada en la actividad 5 y responder las siguientes preguntas:

7.1 ¿Cuáles son las medidas de los ángulos del triángulo ABC?

7.2 ¿Cuáles son las medidas de los ángulos del triángulo DEC?

7.3 ¿Qué relación existe entre ambas medidas?

7.4 ¿Cuál es la razón existente entre los lados homólogos, o sea, los lados correspondientes?

7.5 ¿Son proporcionales los lados homólogos?

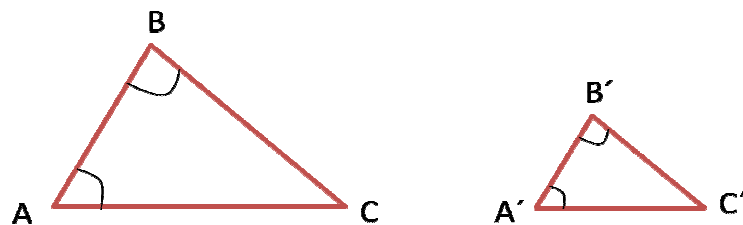
7.6 Crear su propia definición de triángulos semejantes y discutirla con sus compañeros (as) y profesor (a).

INFORMATE

Dos triángulos son semejantes si los ángulos homólogos son iguales y los lados homólogos son proporcionales.

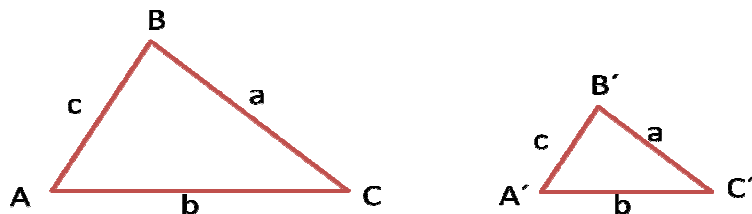
Además existen unos criterios que te permiten identificar cuando dos triángulos son semejantes, estos son:

1. si tienen dos ángulos iguales



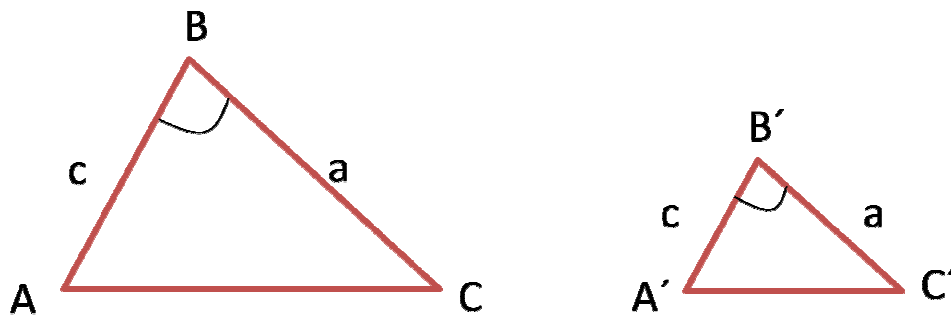
$$A = A' \quad B = B'$$

2. si tienen los lados homólogos proporcionales



$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

3. si tienen dos lados homólogos proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos igual.

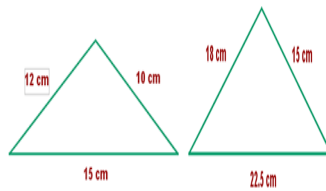


$$B = B' \quad \frac{a}{a'} = \frac{c}{c'}$$

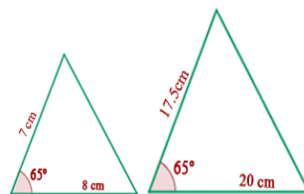
ACTIVIDAD 8

Razonar si los siguientes triángulos son semejantes y argumentar la respuesta.

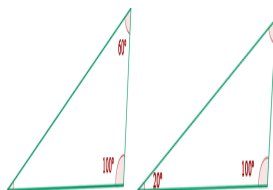
8.1



8.2

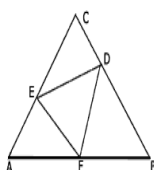


8.3



8.4 En la figura, $\triangle ABC$ equilátero y $AF \cong BD \cong CE$.

Cuál es el criterio que permite demostrar que los triángulos AFE, ECD y BDF son congruentes, argumentar la respuesta.



QUE BIEN, SE HA LOGRADO ACERCAR A ALGUNOS CONTENIDOS RELACIONADOS CON RAZONES, PROPORCIONES Y SEMEJANZA. SI SE DESEA AMPLIAR DICHS CONTENIDOS SE PUEDE VISITAR LA CIBERGRAFÍA CITADA.

CIBERGRAFÍA

- http://www.vitutor.com/geo/eso/ss_1.html
- <http://www.mathopenref.com/thales.html>
- <http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/GeometriaInteractiva/IIICiclo/NivelIX/ConceptodeSemejanza/SemejanzadeTriangulos.htm>
- http://es.geocities.com/eucliteam/Elementos_de_geometria.html
- <http://www.sapiensman.com/matematicas/matematicas36.htm>
- [http://www.eneayudas.cl/educa/pdf/PROPORCION%20\(%20GUIA%20\).pdf](http://www.eneayudas.cl/educa/pdf/PROPORCION%20(%20GUIA%20).pdf)
- <http://www.comesed.com/Sb/sbt61.htm>
- <http://www.uco.es/~ma1marea/alumnos/primaria/indice00.html>
- <http://mimosa.pntic.mec.es/clobo/geoweb/semejejer.htm>

- <http://usuarios.bitmailer.com/edeguzman/GeometLab/indice.htm.1986>

ANEXO 15

POSPRUEBA GRADO SEXTO, TANTO PARA GRUPO CONTROL COMO PARA

	<p style="text-align: center;">INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS</p> <p style="text-align: center;">Proyecto de práctica profesional docente Licenciatura en Básica Matemáticas Universidad de Antioquia 2009</p>
GRADO:	VI POSPRUEBA

EL GRUPO EXPERIMENTAL, TEMA PARALELOGRAMOS

TEMA: Los paralelogramos

ESTÁNDARES: Clasificar polígonos en relación con sus propiedades.

LOGRO: Identifica los paralelogramos y sus características específicas.

Nombre: _____

A continuación se presenta una serie de enunciados y/o preguntas con cuatro posibles respuestas. Encerrar en un círculo la letra que corresponde a la respuesta que usted considere más acertada.

1. De las figuras que a continuación se presentan ¿Cuál es un cuadrilátero?

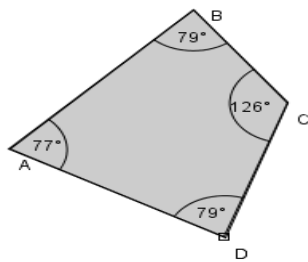


Figura 1

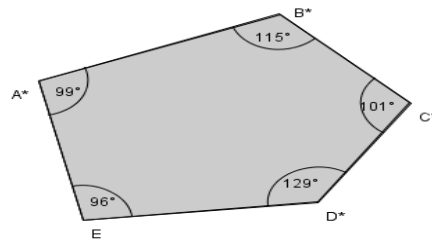


Figura 2

- e) El cuadrilátero es la figura 1, porque la suma de los ángulos internos es igual a 360 grados y sus lados son desiguales.
- f) El cuadrilátero es la figura 2, porque la suma de sus ángulos internos es mayor de 360 grados y sus lados son desiguales.
- g) El cuadrilátero es la figura 1, porque la suma de los ángulos internos es igual a 360 grados y tiene cuatro lados, y cuatro ángulos.
- h) El cuadrilátero es la figura 2, porque la suma de sus ángulos internos es mayor de 360 grados, tiene 5 lados y 5 ángulos.

2. De la figura 3 que aparece a continuación se puede afirmar que:

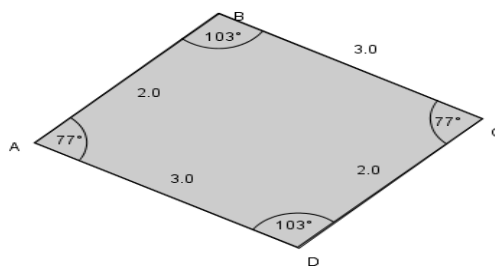


Figura 3

- e) Es un cuadrilátero, porque tiene cuatro lados y cuatro ángulos.
- f) Es un paralelogramo, porque tiene cuatro lados y cuatro ángulos
- g) Es un cuadrilátero, porque la suma de sus ángulos internos es igual a 360 grados.
- h) Es un paralelogramo, por que los lados opuestos son paralelos e iguales y la medida de los ángulos internos opuestos son iguales.

3. Si se trazan las diagonales de cualquier paralelogramo se puede afirmar con certeza que:
- e) Son iguales.
 - f) Bisecan los ángulos internos del paralelogramo.
 - g) Se interceptan perpendicularmente.
 - h) Se bisecan mutuamente.
4. El cuadrilátero donde se interceptan las diagonales en sus puntos medios de forma perpendicular es:
- e) El rectángulo.
 - f) El rombo.
 - g) El paralelogramo.
 - h) El trapecio.
5. En todo paralelogramo los ángulos internos consecutivos son:
- e) Iguales.
 - f) Complementarios.
 - g) Suplementarios.
 - h) Adyacentes.
6. En todo paralelogramo la medida de los ángulos internos opuestos son:
- e) Iguales.
 - f) Complementarios.
 - g) Suplementarios.
 - h) Adyacentes.

7. En el siguiente paralelogramo, ¿Cuál es la medida de los ángulos H e I?

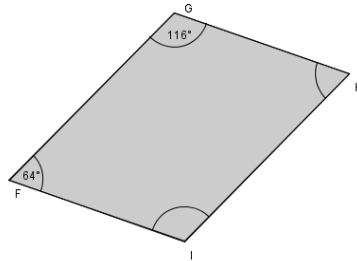


Figura 4

- e) La medida del ángulo I es igual a 116° y la medida del ángulo H es igual a 90° .
- f) La medida del ángulo I es igual a 64° y la medida del ángulo H es igual a 116° .
- g) La medida del ángulo H es igual a 64° y la medida del ángulo I es igual a 64° .
- h) La medida del ángulo I es igual a 116° y la medida del ángulo H es igual a 64° .

8. ¿Cuáles de los siguientes paralelogramos cumplen que sus ángulos internos son iguales?

- e) Cuadrado y rombo.
- f) Rectángulo y cuadrado.
- g) Rectángulo y rombo.
- h) Cuadrado y paralelogramo.

9. ¿Cuáles de los siguientes paralelogramos cumplen que sus cuatro lados son iguales?

- e) Cuadrado y rombo.
- f) Rectángulo y cuadrado.

- g) Rectángulo y rombo.
- h) Cuadrado y paralelogramo.

10. De las siguientes afirmaciones, ¿cuál es la correcta?

- e) Todos los rombos son rectángulos.
- f) Todos los rectángulos son rombos.
- g) Algunos rectángulos son paralelogramos.
- h) Algunos paralelogramos son rectángulos.

11. De las siguientes afirmaciones, ¿cuál es la correcta?

- e) Algunos cuadrados son rombos.
- f) Todos los cuadrados son rectángulos.
- g) Algunos cuadrados son paralelogramos.
- h) Todos los rectángulos son cuadrados.

12. De las siguientes afirmaciones, ¿cuál es la correcta?

- e) Ningún rectángulo es cuadrado.
- f) Todos los rombos son paralelogramos.
- g) Ningún paralelogramo es rectángulo.
- h) Todos los cuadriláteros son paralelogramos.

ANEXO 16

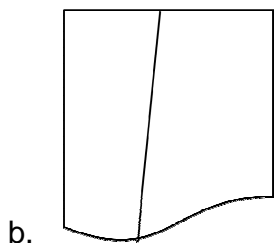
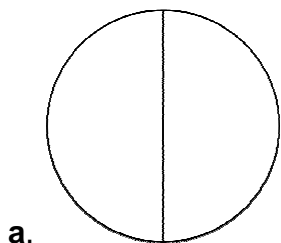
POSPRUEBA GRUPO CONTROL GRADO SEPTIMO, TEMA REFLEXIONES Y

	<p style="text-align: center;">INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS</p> <p style="text-align: center;">Proyecto de práctica profesional docente Licenciatura en Básica Matemáticas Universidad de Antioquia 2009</p>
GRADO:	VII POSPRUEBA

SIMETRÍAS

EVALUACIÓN DE REFLEXIONES Y SIMETRÍAS.

1.Cuál de las dos figuras es simétrica respecto al eje trazado: ____

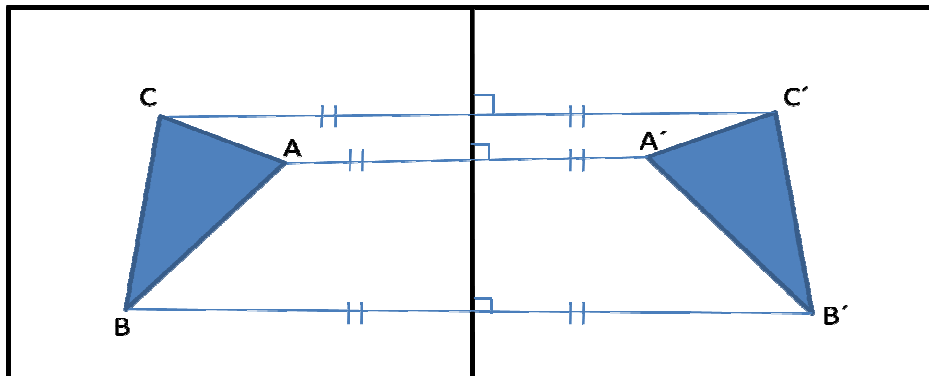


¿Por qué la otra figura no es simétrica?

2. Se toma una hoja de cuaderno y se dobla por la mitad. Al desdoblar la hoja debe quedar dividida en dos partes por la línea de dobles, esta línea se llama eje

de simetría. Crear una figura simétrica respecto a este eje y otra que no sea simétrica. Escribir que características se observan de ambas figuras.

3. Observar la siguiente figura:



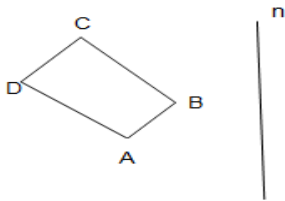
¿Señalar el eje de simetría de estos triángulos?

Ahora, se dobla la figura por el eje de simetría, y responder:

- h. ¿En qué posición queda el vértice C del triángulo ABC respecto a el vértice C' del triángulo A'B'C'?
- i. ¿Cómo quedan los vértices A Y B del triángulo ABC respecto a los vértices A' y B' el triángulo A'B'C'?
- j. ¿Cómo son las medidas de los ángulos y los segmentos del triángulo ABC respecto a los del triángulo A'B'C'?
- k. ¿Acaso los triángulos son iguales?
- l. Observar como son los segmentos que parten de los vértices del triángulo ABC hacia los vértices del triángulo A'B'C' respecto al eje de simetría
- m. Tomar la medida del segmento que parte del vértice C y que llega hasta el eje de simetría. Comparar con lo que mide el segmento que parte del vértice C' y que llega hasta el eje de simetría.

- n. Hacer lo mismo con las medidas de los segmentos que parten de los vértices A y B y que llegan hasta el eje de simetría. Comparar con lo que miden los segmentos que parten de los vértices A' y B' y que llegan hasta el eje de simetría respectivamente.

4. Realizar la Reflexión del cuadrilátero A B C D respecto al eje de simetría n.



Procedimiento:

4. Trazar rectas perpendiculares desde cada vértice al eje de simetría y prolongarlas.
5. Tomar la medida desde cada vértice hasta el punto de intersección de la recta perpendicular con el eje de simetría. Luego, trasladar esa medida desde el punto de intersección, sobre la recta perpendicular correspondiente, hacia el otro lado del eje. A donde se llegue marcar con las letras A' B' C' D' respectivamente.
6. Unir cada uno de los puntos obtenidos que conformaran los vértices del nuevo cuadrilátero, que a su vez, es la reflexión del cuadrilátero A B C D respecto al eje de simetría n.

Ya se tiene la reflexión del cuadrilátero A B C D, respecto al eje de simetría n. Ahora, comparar:

- a. La medida de cada uno de los lados del cuadrilátero A B C D, con la medida de los lados del cuadrilátero A' B' C' D' respectivamente. ¿Qué se puede concluir?

b. Utilizar el transportador para comparar la medida de los ángulos del cuadrilátero A B C D, con la medida de los ángulos del cuadrilátero A' B' C' D' respectivamente. ¿Qué se puede concluir?

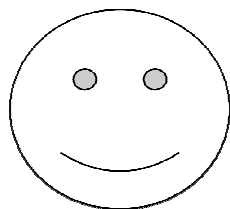
c. ¿Acaso las figuras son iguales?

Por último, escribir que se entiende por Reflexión:

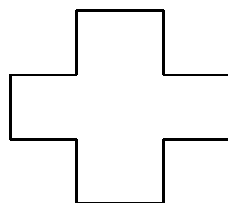
5. Dibujar todos los ejes de simetría de las siguientes figuras, números y palabras:



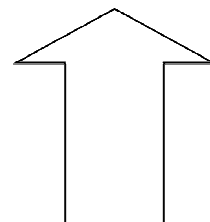
303



101



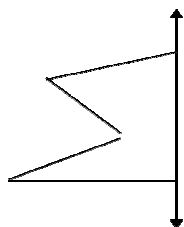
COCO



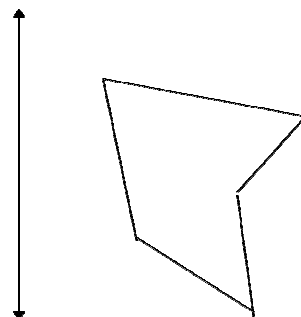
OSO

6. Construir la figura simétrica de cada una de las siguientes figuras respecto al eje indicado:

a.



b.






ANEXO 17

**POSPRUEBA GRUPO EXPERIMENTAL GRADO SÉPTIMO, TEMA
REFLEXIONES Y SIMETRÍAS**

	<p>I.E. INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS</p> <p>Proyecto de Práctica Profesional Docente Licenciatura en Básica Matemáticas Universidad de Antioquia 2009</p>
<p>GRADO: VII SECCIÓN: _____</p>	



EVALUACIÓN DE REFLEXIONES Y SIMETRÍAS

1. Construcción:

- Construir una circunferencia de radio fijo .
- Trazar uno de sus diámetros, con la opción semirrecta , desde cualquier punto de la circunferencia, hasta el punto del centro de la misma.
- Señalar la opción mover punto . Luego, con clic sostenido sobre el punto donde comienza la semirrecta. Se mueve éste punto alrededor de la circunferencia para determinar todos los diámetros que se quiera.
- Cada que se determine un diámetro diferente, observar si las partes en que se divide la figura son simétricas y responder si la circunferencia puede tener más de un eje de simetría.

Existen muchas figuras que pueden tener varios ejes de simetría; ahora se construyen los del cuadrado:

2. Construcción:


- Seleccionar la opción mostrar cuadrícula .
- Dar clic sobre el icono polígono .
- Basándose en la cuadrícula, marcar cuatro puntos de tal manera que estos determinen un cuadrado. Se termina dando clic nuevamente sobre uno de estos puntos.
- Ahora, hallar todos los ejes de simetría que tiene el cuadrado que se está realizando.

3. Construcción:

Dado un eje de simetría, se construye la reflexión de un triángulo y se determina que características importantes hay en ella.

Observar bien la figura partiendo del triángulo inicial y el eje de simetría. Escribe que características se cumplen para hacer una reflexión:

Si no se ha identificado alguna característica o por el contrario ya se han escrito algunas, lo siguiente es para validar e identificar otras que son invariables y necesarias para realizar las reflexiones de una figura. Realizar el siguiente procedimiento:

- Seleccionar la opción mover punto .
- Hacer clic sostenido sobre uno de los puntos que determinan la recta que es el eje de simetría. Desplazarlo hacia donde quieras y responder:

¿Las rectas que parten de los vértices al eje de simetría siguen siendo perpendiculares?

¿Las distancias desde cada vértice del triángulo inicial al eje de simetría, siguen siendo iguales, a las distancias desde el punto de intersección hasta los vértices del triángulo de reflexión respectivamente?

¿Los triángulos siguen siendo iguales?

Ahora, mover cada uno de los puntos de intersección de las perpendiculares con el eje de simetría y responder:

¿Las rectas siguen siendo perpendiculares al eje de simetría?

¿Siguen siendo iguales los lados del triángulo inicial en relación a los del triángulo de reflexión respectivamente?

¿Acaso los triángulos siguen siendo iguales?

4. En el programa RyC, determinar cuatro puntos y construir un cuadrilátero. Ahora, trazar un eje de simetría y construir la reflexión de dicho cuadrilátero.

5. En el programa RyC construir un rectángulo y hallar todos sus ejes de simetría.

Después de realizar todas las actividades, escribir que se entiende por Reflexión y Simetría.

ANEXO 18

POSPRUEBA GRADO OCTAVO, TANTO PARA EL GRUPO CONTROL COMO PARA EL GRUPO EXPERIMENTAL, TEMA FACTORIZACIÓN

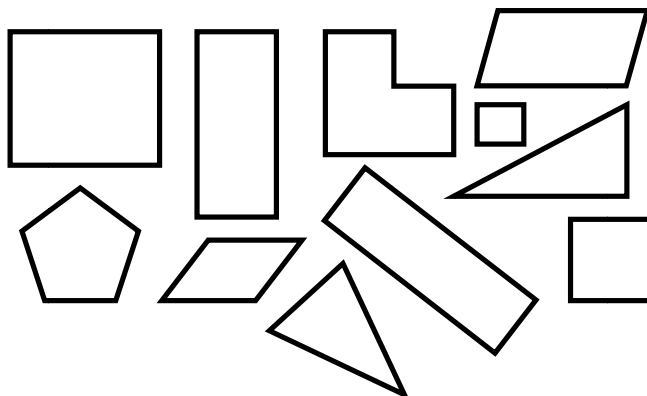
	<p>I.E. INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS</p> <p>Proyecto de Práctica Profesional Docente Licenciatura en Básica Matemáticas Universidad de Antioquia 2009</p>
GRADO: VIII	POSTPRUEBA

NOMBRE: _____ **SECCIÓN:** _____

INSTRUCCIONES:

- Preguntas de selección múltiple con única respuesta.
- Encerrar en un círculo la respuesta que se considere correcta.
- No se puede encerrar más de una respuesta, de lo contrario será anulada.

1. Observar las siguientes figuras,



¿Cuántos rectángulos y cuántos cuadrados hay?

- a) 1 rectángulo y 2 cuadrados
- b) 3 rectángulos y 3 cuadrados
- c) 2 rectángulos y 3 cuadrados
- d) 1 rectángulos y 3 cuadrados

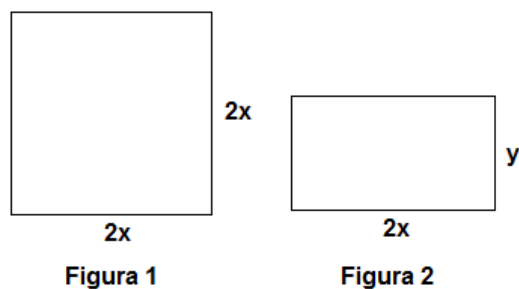
2. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones no es correcta?

- a) Todo rectángulo es cuadrado
- b) Todo cuadrado es rectángulo
- c) Todo rectángulo tiene sus ángulos iguales a 90°
- d) Los lados del cuadrado son iguales

3. La fórmula que representa el área de un rectángulo es:

- a) $(b \times h) \div 2$
- b) $b \times h$
- c) $l \times l$
- d) $(B + b) \times h \div 2$

Teniendo en cuenta las siguientes figuras responder las preguntas 4 y 5



4. ¿Cuál de las siguientes expresiones representan el área de las figuras anteriores?

- | | |
|------------------------|-----------------------|
| a) figura 1: $4x$ | figura 2: $x + 2y$ |
| b) figura 1: $2x + 2x$ | figura 2: $2x - y$ |
| c) figura 1: $2x^2$ | figura 2: $x \div 2y$ |
| d) figura 1: $4x^2$ | figura 2: $2xy$ |

5. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa la suma de las áreas de las figuras anteriores?

- a) $4x^2 + 2xy$
- b) $2x^2 + 2y$
- c) $2x^2 + 2xy$
- d) $4x^2 + xy$

6. Un carpintero posee una bodega rectangular cuya área se representa con la expresión $x^2 + 10x$, ¿Cuál sería la expresión algebraica que represente la medida de los lados?

Sugerencia: representar gráficamente cada uno de los términos.

- | | |
|------------------|-------------------|
| a) Lado 1: $2x$ | Lado 2: $5x$ |
| b) Lado 1: $10x$ | Lado 2: $x^2 + 1$ |
| c) Lado 1: x | Lado 2: $x + 10$ |
| d) Lado 1: x | Lado 2: $1 + 10x$ |

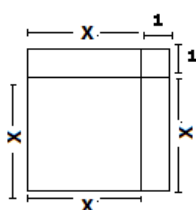
7. ¿Cuál de las siguientes expresiones factoriza al binomio $2a^2 - ab$?

- a) $a(2a^2 - b)$
- b) $a(2a^2 + b)$
- c) $2a(a - b)$
- d) $a(2a - b)$

8. ¿Cuál de las siguientes expresiones factoriza al trinomio $x^{10} - 8x^{10} + 15$?

- a) $(x^5 - 5)(x^5 - 3)$
- b) $(x^5 - 5)(x^5 + 3)$
- c) $(x^5 + 5)(x^5 + 3)$
- d) $(x^5 + 5)(x^5 - 3)$

Responder las preguntas 9 y 10 de acuerdo a la siguiente gráfica:



9. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa el área del cuadrado?

- a) x^2
- b) $(x + 1)^2$
- c) $(x + 1)$
- d) $2x$

10. ¿Qué caso de factorización representa al área del cuadrado?

- a) Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$
- b) Factor común
- c) Trinomio cuadrado perfecto.
- d) Factos común por agrupación

ANEXO 19

POSTPRUEBA GRADO NOVENO, TANTO PARA EL GRUPO CONTROL COMO PARA EL GRUPO EXPERIMENTAL, TEMA SUPERFICIE Y ÁREA.

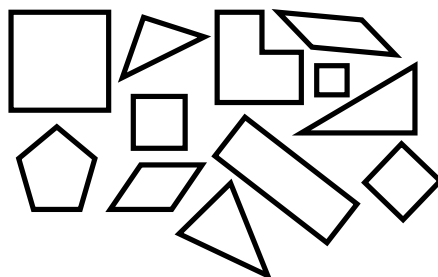
	<p>I.E. INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS</p> <p>Proyecto de Práctica Profesional Docente Licenciatura en Básica Matemáticas Universidad de Antioquia 2009</p>
GRADO: IX	POSTPRUEBA

NOMBRE: _____ **SECCIÓN:** _____

INSTRUCCIONES:

- Preguntas de selección múltiple con única respuesta.
- Encerrar en un círculo la respuesta que se considere correcta.
- No se puede encerrar más de una respuesta, de lo contrario será anulada.

15. Observar las siguientes figuras:



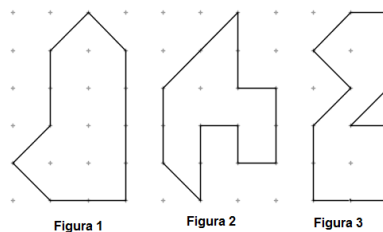
¿Cuántos cuadrados y cuántos triángulos se pueden encontrar?


- e) 3 cuadrados y 1 triángulo
- f) 4 cuadrados y 2 triángulos
- g) 2 cuadrados y 3 triángulos
- h) 4 cuadrados y 3 triángulos

16. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?


- e) Todo cuadrado es rectángulo.
- f) Los lados del cuadrado son iguales.
- g) Todo rectángulo es cuadrado
- h) Los ángulos de un rectángulo son iguales

De acuerdo a las siguientes figuras responder las preguntas 3 y 4



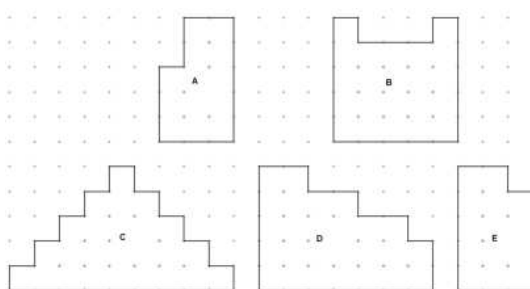
17. Teniendo en cuenta el siguiente **cuadrado**  ¿Cuántos de éstos cuadrados se pueden encontrar en cada una de las figuras?

- | | | |
|-------------------|---------------|---------------|
| e) Figura 1: 8 | Figura 2: 5 | Figura 3: 5.5 |
| f) Figura 1: 9 | Figura 2: 4 | Figura 3: 7 |
| g) Figura 1: 10 | Figura 2: 7,5 | Figura 3: 8 |
| h) Figura 1: 10.5 | Figura 2: 8 | Figura 3: 9 |

18.  Éste triángulo es la mitad del cuadrado anterior. ¿Cuántos triángulos se pueden encontrar en cada una de las figuras?

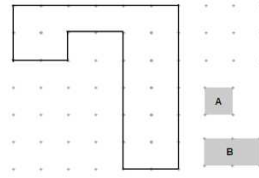
- | | | |
|-----------------|--------------|--------------|
| e) Figura 1: 20 | Figura 2: 15 | Figura 3: 16 |
| f) Figura 1: 19 | Figura 2: 15 | Figura 3: 18 |
| g) Figura 1: 18 | Figura 2: 17 | Figura 3: 14 |
| h) Figura 1: 21 | Figura 2: 14 | Figura 3: 17 |

19. Determinar cuál de las siguientes figuras posee mayor superficie y cuál posee menor superficie:



- | | |
|-------------|----------|
| e) Mayor: D | Menor: A |
| f) Mayor: E | Menor: A |
| g) Mayor: D | Menor: B |
| h) Mayor: C | Menor: A |

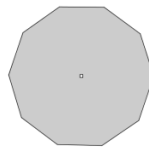
20. Adriana quiere recubrir el mesón de la cocina utilizando uno de los dos baldosines. ¿Cuántos baldosines necesita si va a utilizar el baldosín A y cuántos si va a utilizar el baldosín B?




- e) 21 baldosines de A y 15 de B
- f) 20 baldosines de A y 10 de B
- g) 30 Baldosines de A y 12 de B
- h) 26 Baldosines de A y 12 de B


Responder las preguntas de la 7 a la 9 de acuerdo a la siguiente información.

La figura siguiente es un decágono regular.



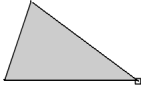
21. ¿Cuántos  hay en dicho decágono?

- e) 4
- f) 2
- g) 6
- h) 1

22. ¿Cuántos  hay en el decágono mostrado con antelación?

- e) 4
- f) 5
- g) 2

h) 8

23. ¿Cuántos  hay en el decágono?

e) 12

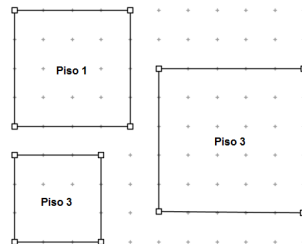
f) 10

g) 3

h) 8

24. Francisco, desea embaldosar tres pisos de su casa, para hacerlo contrata a José, quién es un experto para este tipo de trabajos. Francisco, le cuenta a José las siguientes características de sus pisos:

- Todos estos están divididos en partes iguales más pequeñas.
- Cada pedazo pequeño necesita un solo baldosín.
- La suma del Piso 1 y el Piso 3, es igual al Piso 2.

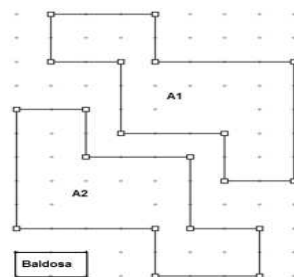


José, no tiene certeza de la última característica, ¿Cómo se puede explicar a José esta última característica?

e) Sumando los baldosines que tienen el piso 1 y el piso 3 y comparar con el total de baldosines del piso 2

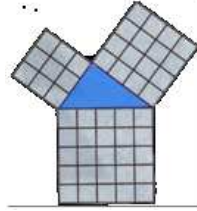
- f)** Restando los baldosines que tienen el piso 1 y el piso 3 y comparar con el total de baldosines del piso 2
- g)** Restando del piso 1 los baldosines que tiene el piso 2 y compararla con el total de baldosines del piso 3.
- h)** Sumando los baldosines que tienen el piso 2 y el piso 3 y compararla con el total de baldosines del piso 1.

25. Camilo y Jorge, van a recubrir el piso de sus apartamentos, y desean usar la misma baldosa, como se puede ver en la figura. Camilo dice que su apartamento necesita más baldosas que el apartamento de Jorge, y Jorge dice que ambos apartamentos necesitan la misma cantidad. ¿Quién tiene la razón Camilo ó Jorge?



- e)** Pedro al afirmar que el apartamento 1 necesita más baldosines que el apartamento 2.
- f)** Jaime Al afirmar que el apartamento 2 necesita más baldosines que el apartamento 1.
- g)** Pedro y Jaime.
- h)** Pedro al afirmar que ambos apartamentos necesitan igual cantidad de baldosas.

- 26.** Si a cada lado de un triángulo rectángulo se le construye un cuadrado y es dividido en cuadrados iguales como se muestra en la figura siguiente,

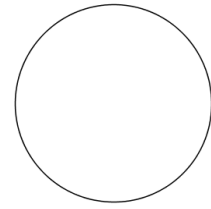


¿Cuántos cuadrados pequeños caben en cada cuadrado formado en los lados del triángulo?

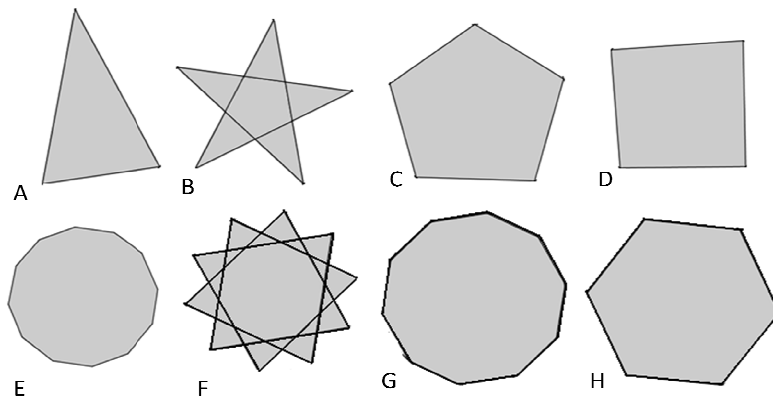
- e)** Lado AB 12, lado BC 20 y lado AC 15
- f)** Lado AB 6, lado BC 10 y lado AC 8
- g)** Lado AB 9, lado BC 25 y lado AC 16
- h)** Lado AB 9, lado BC 25 y lado AC 14

- 27.** Teniendo en cuenta la información anterior, ¿Qué relación se puede ver entre el número de cuadrados de lado BC y el número de cuadrados de los otros dos lados?

- e)** El número de cuadrados del lado BC es la resta de los cuadrados de los otros dos lados.
- f)** El número de cuadrados del lado BC es la suma de los cuadrados de los otros dos lados.
- g)** El número de cuadrados del lado BC es el triple de los cuadrados de los otros dos lados.
- h)** El número de cuadrados del lado BC es el doble de los cuadrados de los otros dos lados.



28. Daniela, quiere recubrir un círculo de juguete igual a éste con alguna de las siguientes figuras, ¿Cuál de ellas crees que es más apropiada y por qué



- e)** C, porque cabe en el círculo
- f)** E, porque con ésta se podría recubrir casi todo el círculo
- g)** G porque ésta tiene menos lados que E
- h)** F porque está formada por más figuras

ANEXO 20

POSPRUEBA GRUPO CONTROL GRADO NOVENO, TEMA: RAZONES, PROPORCIONES Y SEMEJANZAS.

	<p>I.E. INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS</p> <p>Proyecto de Práctica Profesional Docente Licenciatura en Básica Matemáticas Universidad de Antioquia 2009</p>
GRADO:IX	SECCIÓN: _____ NOTA _____

Evaluación final de selección múltiple, seleccionar con una x la respuesta correcta.

Leer con atención la siguiente situación: Carlos puede leer 400 palabras por minuto, cuando un lector medio puede leer 250 palabras por minuto, se puede ver que Carlos lee considerablemente más rápido que el lector común. ¿Cuánto más rápido?

Para determinarlo es necesario destacar que la relación entre estos dos números es que ambos se refieren a lo mismo: cantidad de palabras leídas en un minuto.

Si se comparan estas dos cantidades se obtiene una información interesante que puede ser usada para dar respuesta a la pregunta planteada anteriormente.

$$\frac{400}{250} = \frac{200}{125} = \frac{40}{25} = \frac{8}{5}$$

Para simplificar la fracción se hacen divisiones sucesivas a ambos números por un divisor común.

De esta manera se puede afirmar que por cada 5 palabras leídas por el lector medio, Carlos lee 8.

Cuando la relación entre dos números se indica en esta forma, se compara como una razón.

De acuerdo a la situación anterior:

1. ¿Qué es una razón?:

2. La razón que se puede establecer entre un rectángulo de 15 cm de largo y 6 cm de ancho es:

a) $\frac{15}{6}$

b) $\frac{6}{15}$

c) $\frac{3}{5}$

d) $\frac{5}{3}$

Construir y resolver:

Determinar las razones entre el área y los lados de cuatro cuadrados de lados 1, 2, 3 y 4, respectivamente.

¿Qué se puede concluir de ello?

Usar los mismos cuatro cuadrados, trazar sus diagonales y medirlas cuidadosamente, luego hallar, para cada cuadrado, la razón entre su diagonal y su lado.

Construir ahora dos cuadrados: uno de 6 cm de lado y el otro de 10 cm de lado.

Hallar el perímetro de cada cuadrado.

Escribir la razón entre el lado del primero y el del segundo.

Escribir la razón entre el perímetro del primero y el del segundo.

¿Tienen estas razones igual valor?

¿Se puede escribir una igualdad entre estas razones?

De acuerdo con lo que se deduce de lo anterior:

3. Una proporción es:

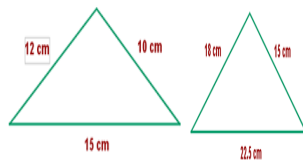
- a) La igualdad entre dos magnitudes
- b) La igualdad entre dos razones
- c) La igualdad entre dos unidades de longitud
- d) La igualdad entre dos fracciones

4. ¿Cómo son los lados y los ángulos de dos figuras semejantes?

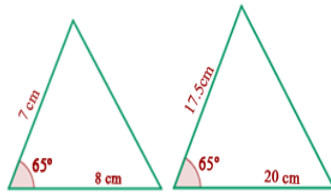
- a) lados homólogos proporcionales y ángulos iguales
- b) ángulos homólogos iguales y los lados homólogos proporcionales
- c) lados iguales, ángulos homólogos iguales
- d) lados homólogos diferentes y ángulos homólogos iguales

5. Demostrar si los siguientes triángulos son semejantes y argumentar la respuesta.

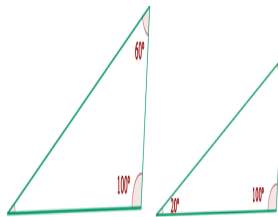
5.1



5.2



5.3



ANEXO 21

POSPRUEBA GRUPO EXPERIMENTAL GRADO NOVENO TEMA: RAZONES, PROPORCIONES Y SEMEJANZA

	<p>I.E. INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS</p> <p>Proyecto de Práctica Profesional Docente Licenciatura en Básica Matemáticas Universidad de Antioquia 2009</p>
GRADO: IX	SECCIÓN: _____

Evaluación final de selección múltiple, seleccionar con una x la respuesta correcta.

Leer con atención la siguiente situación: Carlos puede leer 400 palabras por minuto, cuando un lector medio puede leer 250 palabras por minuto, se puede ver que Carlos lee considerablemente más rápido que el lector común. ¿Cuánto más rápido?

Para determinarlo es necesario destacar que la relación entre estos dos números es que ambos se refieren a lo mismo: cantidad de palabras leídas en un minuto.

Si se comparan estas dos cantidades se obtiene una información interesante que puede ser usada para dar respuesta a la pregunta planteada anteriormente.

$$\frac{400}{250} = \frac{200}{125} = \frac{40}{25} = \frac{8}{5}$$

Para simplificar la fracción hacemos divisiones sucesivas a ambos números por un divisor común.

De esta manera se puede afirmar que por cada 5 palabras leídas por el lector medio, Carlos lee 8.

Cuando la relación entre dos números se indica en esta forma, se compara como una razón.

De acuerdo a la situación anterior:

1. Una razón es:

- a) Una simplificación que se hace a un fraccionario
- b) Una comparación de dos cantidades semejantes
- c) Es una división de dos números impares
- d) Es el cociente de dos magnitudes con una unidad de medida

2. La razón que se puede establecer entre un rectángulo de 15 cm de largo y 6 cm de ancho es:

- a) $\frac{15}{6}$
- b) $\frac{6}{15}$
- c) $\frac{3}{5}$
- d) $\frac{5}{3}$

Construye y resuelve:

Determinar las razones entre el área y los lados de cuatro cuadrados de lados 1, 2, 3 y 4, respectivamente.

¿Qué se puede concluir de ello?

Usando los mismos cuatro cuadrados, traza sus diagonales y mídelas cuidadosamente, luego halla, para cada cuadrado, la razón entre su diagonal y su lado.

Construir ahora dos cuadrados: uno de 6 cm de lado y el otro de 10 cm de lado.

Hallar el perímetro de cada cuadrado.

Escribir la razón entre el lado del primero y el del segundo.

Escribir la razón entre el perímetro del primero y el del segundo.

¿Tienen estas razones igual valor?

¿Se puede escribir una igualdad entre estas razones?

De acuerdo con lo que descubriste anteriormente:

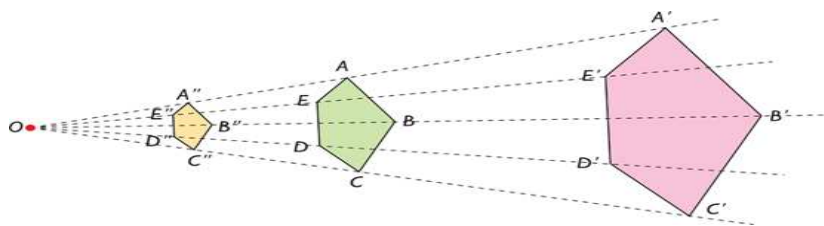
3. Una proporción es:

- a) La igualdad entre dos magnitudes
- b) La igualdad entre dos razones
- c) La igualdad entre dos unidades de longitud
- d) La igualdad entre dos fracciones

4. ¿Cómo son los lados y los ángulos de dos figuras semejantes?

- a) lados homólogos proporcionales y ángulos iguales
- b) ángulos homólogos iguales y los lados homólogos proporcionales
- c) lados iguales, ángulos homólogos iguales
- d) lados homólogos diferentes y ángulos homólogos iguales

5. Si los polígonos tienen de lado 2, 4, 8 resuelve:



5.1 ¿Cómo son los lados correspondientes en ambos polígonos?

5.2 ¿Y, cómo son los ángulos correspondientes?

5.3 ¿Qué se puede concluir de los dos polígonos?

5.4 Demostrar que dichos polígonos son semejantes, argumentando tu respuesta.

ANEXO 22

GUÍA DE OBSERVACIÓN

La siguiente guía incluye aspectos y situaciones en las que se presentan elementos para la observación de clase al momento de realizar las guías de intervención elaboradas por los maestros en formación, con el fin de encontrar diferencias en el aprendizaje de la geometría entre un grupo control y un grupo experimental en los grados sexto a noveno de la institución educativa INEM José Félix de Restrepo.

La observación incluye tres aspectos o momentos a evaluar, el primero se refiere a lo actitudinal (les interesa o no la metodología aplicada), el segundo componente se refiere al manejo del instrumento (destreza para utilizar las herramientas o el material de trabajo) y el tercer ítem pretende mostrar la utilización que los estudiantes le dan a los instrumentos al momento de solucionar problemas. El formato ha sido realizado para obtener descripciones cualitativas de las situaciones que se plantean en el aprendizaje en el aula.

A. ACTITUD FRENTE A LA METODOLOGÍA

Éste es el momento en el que se observa si la metodología a utilizar para la enseñanza y aprendizaje de la geometría producen en el estudiante motivación para adoptar actitudes que actualmente van en decadencia como: puntualidad, asistencia, disciplina, interés, compromiso y todas aquellas actitudes conductuales que desencadenan en un mayor aprovechamiento conceptual.

1. ¿Se observa interés por la interacción con el mediador o mediadores en el momento en que se les plantea la metodología?

En todos En algunos En ninguno

2. ¿El interés está centrado en el mediador, en la temática o en ambos?

3. ¿Hay puntualidad por parte de los alumnos a la hora de iniciar cada sesión?
Si___ No___
4. ¿Hay alto porcentaje de asistencia a la clase? Si___ No___
5. ¿Es la metodología un elemento que aporta al desarrollo ordenado de la clase? Siempre___ A veces ___ Nunca ___
6. ¿Es la metodología un elemento que motiva la participación del estudiante, a través de aportes y manifestaciones de inquietudes significativas que dan cuenta de una apropiación conceptual por parte de los estudiantes?
Siempre___ A veces ___ Nunca ___
7. ¿Hay rendimiento y eficiencia motivada por la metodología?
Siempre___ A veces ___ Nunca ___
8. ¿Se cumple con las tareas y compromisos acordados en cada clase?
Siempre___ A veces ___ Nunca ___
9. ¿Se observan actitudes de autoformación motivadas por la metodología y sus mediadores? Todos ___ Algunos ___ Ninguno ___
10. ¿La metodología promueve más el trabajo en grupo o el trabajo individual?

B. MANEJO DEL INSTRUMENTO

Este momento de observación dará cuenta de las condiciones en las que se encuentran los estudiantes en lo concerniente al manejo del instrumento, así mismo se pretenderá identificar factores como utilización, conocimiento del instrumento y reconocimiento de las características del mismo.

ÍTEMS	SI	NO	NO OBSERVABLE	OTRAS OBSEVACIONES
Utiliza correctamente el instrumento propuesto para la actividad				
Demuestra tener un conocimiento previo del instrumento				
Identifica las principales características del instrumento				
Reconoce las limitaciones del instrumento				
Reconoce la utilidad proporcionada por el instrumento				

C. UTILIZACION QUE HACE DEL INSTRUMENTO PARA RESOLVER PROBLEMAS

Éste momento se refiere a la utilización eficiente o no de los instrumentos que posee el estudiante para resolver problemas con características diferentes. Será de común acuerdo que en la siguiente tabla la T se refiere a TODOS, A se refiere a ALGUNOS y N se refiere a NINGUNO.

ÍTEMS	T	A	N	OBSERVACIONES
1. Identifica las características de los instrumentos y los categoriza de acuerdo a las necesidades de los problemas a resolver.				
2. Usa las herramientas de forma eficiente para resolver diferentes problemas.				
3. Cuando soluciona un problema empleando determinadas herramientas, reconoce otras posibilidades de solución				
4. Emplea con seguridad las herramientas para resolver los diferentes problemas que se le plantean				
5. Establece relaciones entre los conceptos involucrados y los instrumentos a utilizar.				

ANEXO 23

ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA

	<p style="text-align: center;">INEM JOSÉ FÉLIX DE RESTREPO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS</p> <p style="text-align: center;">Proyecto de práctica profesional docente Licenciatura en Básica Matemáticas Universidad de Antioquia 2009</p>
-----------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA

GRUPO: _____

La siguiente entrevista tiene como fin identificar el grado de satisfacción y su punto de vista frente a la metodología planteada durante el proceso de aprendizaje de _____ (TEMA QUE SE TRABAJÓ CON EL GRUPO)

Sus aportes son de suma importancia para el trabajo de investigación que se está realizando en la Institución Educativa INEM José Félix de Restrepo por parte de los estudiantes de la licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemática de la Universidad de Antioquia, sobre la incorporación de las TIC en la enseñanza de las matemáticas, éstos aportes darán luces para verificar y contrastar esta información con otra que se ha recogido con otros instrumentos.

De antemano agradecemos su colaboración y sinceridad.

PREGUNTAS

1. ¿Cómo te pareció el trabajo realizado en las últimas clases?
 - Los materiales fueron motivadores
 - Las actividades fueron adecuadas y claras
2. ¿Que dificultades encuentras en desarrollo de las actividades planteadas?

- Recordar las actividades si los estudiantes no las recuerdan.
 - Te resultó fácil las actividades que se pedían en la guía
 - Las herramientas de trabajo eran muy difíciles de manejar.
3. ¿Qué fortalezas encuentras en el desarrollo de las actividades planteadas?
- Recordar las actividades si los estudiantes no las recuerdan
 - Ésta metodología te sirvió para aprender.
 - Cree que con las actividades se aprende más o menos
 - Se usó lo que ya sabías.
 - ¿Te resulta fácil realizar las actividades que se piden en la guía?
4. ¿Cómo se siente cuando desarrolla las actividades?
- Especificar los instrumentos Computador, compás, reglas, entre otras.
 - Se sintió bien, mal, atropellado, maluco, entre otras.
5. ¿Sientes que las actividades planteadas motivan el deseo de aprender geometría, y matemática?
- Cómo viste a tus compañeros durante la realización de las guías
 - Las has realizado con facilidad
 - ¿Cómo fue tu participación en el desarrollo de las guías?
 - Sientes que las actividades desarrollan más el interés por el conocimiento matemático.
6. ¿Sientes que se mejora o se desmejora la disciplina con actividades como ésta?
7. ¿Sentías deseos de llegar temprano a las clases?