



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

Facultad de Educación

**Las relaciones triangulares a través del cubismo: una
estrategia didáctica**

**Proyecto de investigación para optar al título de licenciados de
Matemáticas y Física**

Estudiantes:

Mónica Patricia Cardona

Luis Fernando Álvarez

Yenit Andrea Arango

**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Medellín

2018

**Las relaciones triangulares a través del cubismo: una
estrategia didáctica**

**Proyecto de investigación para optar al título de licenciados de
Matemáticas y Física**

Estudiantes:

Mónica Patricia Cardona

Luis Fernando Álvarez

Yenit Andrea Arango

Dirigido por:

Clara Cecilia Rivera Escobar

**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Medellín

2018

Tabla de Contenido

Introducción	9
1. Vivencia	10
2. Lectura de contexto.....	14
3. Antecedentes de la investigación	19
4. Planteamiento del Problema.....	244
4.1 Problema dialéctico	244
4.1.1. Tesis: La enseñanza tradicional de la geometría euclidiana.	244
4.1.2. Antítesis: Enseñanza de la geometría vs arte.	266
4.1.3. Síntesis: Enseñanza de las relaciones triangulares vs arte abstracto.....	29
4.2. El Problema.....	300
4.3. Pregunta de Investigación	322
4.4. Hipótesis Abductiva.....	322
5. Objetivos	355
5.1 Objetivo general.	355
5.2 Objetivos específicos.	355
6. Justificación.....	366
7. Marco teórico	38
7.1 Componente didáctico.....	38
7.2. Componente disciplinar	47
7.2.1. Relaciones triangulares.	47
7.2.2 El Cubismo.....	50
7.2.3. Los Mandalas	53

7.2.4. Estrategia didáctica	555
7.3. Componente Metodológico	55
7.3.1. Diseño metodológico o metodología de investigación	555
7.3.2. Proceder hermenéutico.....	566
7.4. Procedimiento hermenéutico.....	577
7.4.1. Estructura	58
7.4.2. Proceder hermenéutico.....	59
7.4.3. Guía de prejuicios	59
7.4.4. Intencionalidad de la guía de prejuicios.....	600
8. Estrategia didáctica	644
9. Resultados y análisis de resultados	755
9.1. Resultados	755
9.2. Discusión de resultados.....	900
10. Conclusiones y Recomendaciones	911
10.1. Conclusiones	911
10.2. Recomendaciones.....	92
11. Referencias Bibliográficas	93
Anexos	98

**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Lista de tablas

Tabla 1. Análisis de la guía de prejuicios	61
Tabla 2. Tabla de categorías.....	73
Tabla 3. Resultados Arte Geométrico 1	75
Tabla 4. Resultados Arte Geométrico 2	75
Tabla 5. Resultados Arte Geométrico 3	75
Tabla 6. Resultados Arte Geométrico 4.....	75
Tabla 7. Resultados Arte Geométrico 5	75
Tabla 8. Resultados Arte Geométrico 6.....	75
Tabla 9. Evaluación final de las categorías.....	75



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Lista de Figuras

Figura 1. Plan de clase número 1. Fuente: Autores.....	65
Figura 2. Plan de clase número 2. Fuente: Autores.....	67
Figura 3. Plan de clase número 3. Fuente: Autores.....	69
Figura 4. Plan de clase número 4. Fuente: Autores.....	71
Figura 5. Retroalimentación de las actividades. Fuente: Autores.....	72

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Resumen

El presente proyecto de grado pretende responder al cuestionamiento de ¿Cómo potenciar el aprendizaje de las relaciones triangulares, a partir de una estrategia didáctica, mediada por una experiencia estética cubista?, para esto se desarrolla como objetivo general el potenciar el aprendizaje de las relaciones triangulares, a partir de una estrategia didáctica, mediada por una experiencia estética cubista. La metodología usada es de corte cualitativo, con enfoque hermenéutico. Ya que en esta se desarrollan preguntas e hipótesis antes, durante o después de la recolección y el análisis de los datos. Asimismo, estas actividades sirven, primero, para descubrir cuáles son las preguntas de investigación más importantes; y después, para perfeccionarlas y responderlas. A manera de conclusión general se expone que este trabajo es un aporte importante, ya que a los estudiantes se les están proponiendo contenidos nuevos y otras maneras de solución, más creativas, con un logro diferente y es hacer que se conciba la geometría de un modo distinto al tradicional, de una forma más interdisciplinar, debido a que se conversa con otra disciplina, donde se destaque el valor de la experiencia y a su vez se establezcan relaciones explícitas entre estas dos disciplinas o campos del saber.

Palabras Clave: Educación, cubismo. Estrategia, aprendizaje, estética.

Abstract

The present project of degree aims to answer the question of "How to enhance the learning of triangular relationships, from a didactic strategy, mediated by a Cubist aesthetic experience?" For this purpose, the general objective is to enhance the learning of triangular relationships, from a didactic strategy, mediated by a Cubist aesthetic experience. The methodology used is qualitative, with a hermeneutic approach. Since in this questions and hypotheses are developed before, during or after the data collection and analysis. Also, these activities serve, first, to discover which are the most important research questions; and then, to perfect them and answer them. As a general conclusion it is stated that this work is an important contribution, since the students are being proposed new content and other ways of solution, more creative, with a different achievement and is to have the geometry conceived in a way different from the traditional, in a more interdisciplinary way, because it is discussed with another discipline, where the value of the experience is highlighted and in turn explicit relationships are established between these two disciplines or fields of knowledge.

Keywords: Education, cubism. Strategy, learning, aesthetics.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Introducción

Todo proceso lógico relacionado con el aprendizaje, está basado en estrategias que ayudan a que los estudiantes generen y expongan un acercamiento mayor al área del conocimiento específico.

Pero esto no es nuevo, hay varios autores que manifiestan la relación entre las estrategias de aprendizaje y el rendimiento académico, entre ellos se encuentra García y Pintrich (1994), los cuales establecen que los estudiantes comprenden y dominan tareas como el uso de sus conocimientos previos y sus destrezas en términos de estrategias cognitivas y de autorregulación del aprendizaje, señalando la necesidad de crear modelos en los cuales se contemplen la interacción entre la cognición y la motivación en el ámbito educativo, ya que ambos factores inciden de forma directa en la creación de las condiciones óptimas de aprendizaje y rendimiento académico.

En este mismo orden, es válido decir que la educación es la herramienta fundamental que permite que el ser humano contribuya a la organización de una estructura social, a ser partícipe del desarrollo y miembro activo del proceso evolutivo que vive la humanidad. Es por ello que resulta primordial que en las instituciones educativas se desarrollen proyectos que brinden las herramientas necesarias a los estudiantes para que consoliden apropiadamente todos los procesos de enseñanza, y que estas herramientas estén fundamentadas en actividades que motiven estos procesos, “Los sistemas educativos de todo el mundo se enfrentan actualmente al desafío de utilizar las nuevas tecnologías de la información y la comunicación (TICs) para proveer a sus alumnos con las herramientas y conocimientos necesarios para el siglo XXI” (UNESCO, 2004, p. 13).

De todo esto se desprende que, la organización de este proyecto está estructurada a partir de una pregunta problema, de la cual surgen los objetivos general y específicos, empleando una metodología cualitativa para la investigación y el análisis de los resultados; y con base en estos resultados plantear una propuesta innovadora que responda a la demanda de los resultados alojados en Institución Educativa Consejo de Medellín (IECM).

1. Vivencia¹

Somos un grupo de trabajo interesados en crear una estrategia didáctica, en la cual se pueda tener un mejor aprendizaje de las relaciones triangulares, a partir de la articulación entre la geometría y el arte. Se desea que el estudiante logre obtener una sensibilidad y a partir de allí transformar su experiencia en el aprendizaje de la geometría.

A continuación hablaremos de cada una de las vivencias de los integrantes de este trabajo, dando a conocer los motivos que nos llevaron a tomar la decisión de ser docentes en matemáticas y física.

En primer lugar, se hablará de la vivencia de Mónica Cardona:

En mi formación en Licenciatura en matemáticas y física en la Universidad de Antioquia, en mi práctica profesional en la Institución Educativa Concejo de Medellín y en mi experiencia como madre he observado que el par enseñanza/aprendizaje en las aulas de clase se fundamenta en la imposición de contenidos, cumplimiento de un cronograma y la recopilación de notas, en algunos casos estas notas determinan el aprendizaje del estudiante haciendo una clasificación, donde los estudiantes con mejores resultados tendrán más privilegios. Además, se evidencia que algunos docentes no tienen en cuenta las diferentes emociones y experiencias de sus estudiantes, creen que son máquinas con alta capacidad de memoria y no integran en sus clases las inteligencias múltiples de Gardner (sf), en especial la inteligencia emocional. Hoy en día la sociedad se ve en la necesidad de abordar el tema de educación emocional por la falta de tolerancia y el no saber resolver problemas desde lo cotidiano, como consecuencia de no saber relacionarse con el otro. Así mismo, partiendo de mi experiencia como madre, surge la reflexión respecto a la inteligencia emocional en niños y jóvenes de todos los colegios, porque si un estudiante es comprendido, amado y apreciado por docentes y familiares, éste se sentirá motivado para mejorar su rendimiento académico, pero si por el contrario es rechazado,

¹ Algo se convierte en una vivencia en cuanto que no sólo es vivido sino que el hecho de que lo haya sido ha tenido algún efecto particular que le ha conferido un significado duradero (Gadamer, 2007). En la vivencia se fusionan pasado, presente y futuro. Se puede comprender desde la vida misma por medio de un texto que la conciencia lleva a unidades de sentido. En los textos se hilan acontecimientos de la vida en su totalidad, vivencias en su singularidad (González, 2010). La vivencia: “experiencia de vida”, “vivencia personal” en la que realizamos la comprensión de los otros seres; categoría que expresa la unidad entre vida y arte; “biografía intelectual”; elaboración de la experiencia hermenéutica; experiencia reconocida; experiencia íntima, momentos vitales; experiencia con carácter sólo para mí mediada por visiones compartidas.

discriminado y falta de afecto el joven o niño no encontrara sentido a su vida y termina tomando malas decisiones.

Así que desde mi hogar les digo a mis hijos que la inteligencia se basa en la manera que se resuelve un problema, en ponernos en los zapatos del otro, adaptarnos a los cambios, en respetar la posición del otro frente alguna situación, siendo generosos con los demás, no vivir del pasado, no guardar rencor, compartir con el otro, en fin, que lo que importa es dar lo mejor de sí, ser personas felices y lo demás fluirá.

Todo lo anterior me lleva a reflexionar que los estudiantes necesitan ser acompañados, a través de estrategias que les brinden herramientas para mejorar su situación emocional, que aprendan a vivir situaciones de conflicto de manera positiva y tengan la esperanza que todo puede cambiar.

En segundo lugar, la vivencia de Luis Fernando Álvarez:

Mi comienzo como docente partió desde lo espiritual, ya que en cierta parroquia movido por el llamado al servicio a ser catequista y con la colaboración de personas capacitadas e idóneas me fueron orientando en tan bella labor de mis inicios como docente, luego de algún tiempo y de haber terminado mi bachillerato fui a vivir una experiencia religiosa en la comunidad de los Salesianos de Don Bosco, estuve durante dos años, donde orientado por los religiosos salesianos tuve la oportunidad de adquirir más conocimientos, tanto en lo religioso como en lo pedagógico, posteriormente por cosas de la vida salí de la comunidad religiosa pero con un pensamiento puesto en la docencia. Por gusto propio comencé a estudiar matemáticas de forma empírica hasta que tuve la oportunidad de darle clase a una alumna y a muchas más, llegando al punto de disfrutar haciendo mi labor como docente, pues me nacía hacer lo bueno o se puede decir sentí vocación a ser docente, se me dio la oportunidad de pasar a mi amada Universidad de Antioquia, donde tuve la oportunidad de aprender más de las matemáticas y de lo pedagógico, con el fin de llevarlo a la práctica con mis estudiantes de forma personalizada siendo este mi sustento económico desde mi comienzo en la universidad y de esa forma afianzarme más en mi deseo de ser un excelente docente .

Y, en tercer lugar, la vivencia de Yenit Arango:

En mi paso por el bachillerato en la Institución Educativa Villa del Socorro, tuve la gran oportunidad de encontrar docentes que realizaban su labor con mucho amor y empeño, siempre demostrando su gran interés por el bienestar y aprendizaje de sus estudiantes, estos se convirtieron en personas de confianza, con quien se podía tener una charla muy amena y con los que día a día se aprendía algo nuevo, algunos más creativos y recursivos, pero todos con una buena disposición en su labor.

Hay docentes que realizan tan bien su trabajo que hacen que sus estudiantes se motiven a ser como ellos, mi caso no fue la excepción. En el grado noveno conocí a Astrid Escobar, la cual sería mi profesora de matemáticas, una docente encantadora, quien se preocupaba por el estado de sus estudiantes y en quien se podía confiar plenamente. Ella se convirtió en la maestra que todos los estudiantes queríamos y admirábamos, ya que para cada clase nos asombraba con algo nuevo, siempre con varias estrategias para lograr que sus estudiantes aprendieran de una manera significativa.

Tuve la oportunidad de tener clases con Astrid hasta el grado once, fueron tres años en los que aprendí mucho y los que hoy me permiten decir que es una gran docente y una persona muy valiosa. Finalizando el grado once llegó el momento de decidir qué iba a estudiar, esa gran decisión que a esa edad nos llena de miedos, ya que en algunos casos no se es consciente de lo que realmente se quiere. Me puse a pensar en que siempre me gustaron las clases de matemáticas, física y química; por ello siempre hubo un empeño y una disposición mayor en todo lo relacionado con dichas materias. A partir de ese momento tomé la decisión de estudiar Licenciatura En Matemáticas y Física y algún día poder ser como Astrid Escobar, la persona más ejemplar que he conocido.

Me presenté a la Universidad de Antioquia, luego de dos semanas me enteré que efectivamente pase a la universidad. Inicé en la Universidad y siempre me indagué ¿Cómo hacer que los estudiantes entiendan bien un tema determinado? ¿Cómo enseñar y qué hacer para que el aprendizaje sea significativo y a largo plazo?

Hoy en mi práctica profesional, aún tengo varios interrogantes que paso a paso iré solucionando, pero esto solo se puede lograr con la experiencia, ya que como dicen por ahí, la práctica hace al maestro.

Teniendo en cuenta nuestras vivencias como docentes en formación y practicantes, llegamos a la conclusión de que nuestra motivación para ejercer esta bella profesión, es que el docente es parte importante del desarrollo social, cultural, emocional y académico de la sociedad. Pues este tiene en sus manos la capacidad de formar seres humanos.

Independientemente del saber específico, se debe apuntar al desarrollo de las habilidades mentales, emocionales y culturales; creando así seres íntegros a la sociedad,

Finalmente, nos referimos a que nuestros estudios para optar al título de licenciados nos han formado en el ser, en el saber y en el saber hacer.

Cabe mencionar que en relación con nuestras vivencias surge un interrogante como hecho sorprendente: ¿por qué no se han trabajado las relaciones triangulares desde el punto de vista estético?



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

2. Lectura de contexto

En esta investigación es importante realizar un estudio que permita identificar y conocer la población con la cual se va a trabajar, esto nos ayudará a tener una guía en el desarrollo de la investigación. A continuación, se realizará una descripción de algunos aspectos encontrados en el acercamiento a la Institución Educativa Consejo de Medellín (IECM).

Primero se hará una descripción del contexto, empezando por su ubicación, historia, jornada, descripción de su planta e infraestructura física, posteriormente se hablará acerca de la misión, visión, modelo pedagógico de la Institución, y los resultados obtenidos en las pruebas ICFES y Pruebas Saber. Por último se hablará de la caracterización de los estudiantes y docentes de la IECM.

La IECM está ubicada en la carrera 82 N° 47^a -65, en el barrio la Floresta al occidente de Medellín, ésta hace parte de la comuna 12 del área metropolitana; empezó a poblarse en el año 1938 con la construcción de fincas; luego en 1943 llegaron 30 familias a poblar esta parte. En 1959 con la construcción de la Iglesia la Inmaculada, el barrio comenzó a independizarse, luego de esto y poco a poco se empezó con la construcción de centros educativos y culturales.

Según se contempla en el manual de convivencia, el nombre de la institución se debe al insigne Concejo de Medellín, se fundó en el año 1967 mediante el acuerdo N° 28 de julio de 1967 y reglamentado por el decreto N° 417 del 3 de noviembre del año ya mencionado.

La IECM es de carácter oficial, tiene tres jornadas (mañana, tarde y noche), cuenta con niveles de preescolar, básica, media y media técnica, fundamentada en los principios de dignidad humana, inclusión social y desarrollo del conocimiento, esto se da a través de la promoción de los valores humanos, técnicos, ecológicos, cívicos, éticos, deportivos y culturales.

La IECM se encuentra situada en una zona residencial, cuenta con buenas rutas de transporte para acceder a la Institución, además de contar con el transporte masivo del Metro de

Medellín (estación Floresta), cabe resaltar que la entrada principal a la Institución tiene alto flujo vehicular y por ende resulta muy peligroso para los estudiantes en el cruce de la vía.

La planta física de la institución cuenta con tres puertas de acceso, está compuesta por dos bloques. Se cuenta con una biblioteca, un laboratorio de ciencias naturales y uno de física, 6 salas de informática, baños de mujeres, de hombres y de profesores; dos salas de profesores, sala de mantenimiento de computadores, dos coordinaciones, una rectoría, auditorio, laboratorio de inglés que se utiliza una vez a la semana por cada grupo, un salón de música, una oficina para el psicoorientador y sus practicantes, una papelería, un almacén de venta de uniformes, salón de artística, una cafetería, dos patio salones, una cancha, la cual está adecuada para desarrollar deportes como fútbol, voleibol y basquetbol, hay un restaurante escolar, del cual son beneficiados los estudiantes de la jornada de la mañana y la tarde con el programa de alimentación de la alcaldía. La IECM cuenta con rampa, para el fácil acceso a los diferentes pisos de la institución para personas con movilidad reducida.

La IECM cuenta con 130 docentes y con 3600 estudiantes, teniendo en cuenta todas las sedes; hay 7 directivos docentes, 9 empleados administrativos y 5 vigilantes.

En el manual de convivencia (2015) se establece que:

La Institución Educativa Concejo de Medellín tiene como objetivo primordial la FORMACIÓN INTEGRAL DE PERSONAS en los principios de la dignidad humana, la inclusión social y educativa, el conocimiento y en los valores éticos del Respeto, la Responsabilidad, la Autonomía, la Justicia y la Solidaridad, para que sean ciudadanos responsables consigo mismos y con sus semejantes; en síntesis, se busca formar seres humanos íntegros, centrados en EL RESPETO POR LA DIGNIDAD HUMANA, LA INCLUSIÓN SOCIAL Y EL CONOCIMIENTO CIENTÍFICO Y TÉCNICO. (p.14)

Teniendo en cuenta lo anterior, abordaremos a continuación la misión y visión de la IECM

MISIÓN:

1 8 0 3

La Institución Educativa Concejo de Medellín, tiene por misión formar holísticamente a sus estudiantes como seres humanos íntegros desde la

educación inicial, abriendo las puertas a la educación terciaria; fundamentando su formación en los principios de dignidad humana, inclusión social y educativa y desarrollo del conocimiento, a través del desarrollo del pensamiento crítico; desde la perspectiva de la complejidad inter y transdisciplinaria, potenciando la calidad de vida de las personas y del contexto, contando con un personal idóneo directivo, docente y administrativo, y con una comunidad con alto sentido de pertenencia y participación. (Manual de convivencia IECM, 2015, p.14)

VISIÓN:

Para el año 2018, la Institución Educativa Concejo de Medellín, será líder en programas de formación integral, fortaleciendo los procesos de inclusión con equidad, el mejoramiento ambiental, el desarrollo sostenible de la comunidad y la formación hacia la excelencia, desde el desarrollo de competencias académicas y técnicas, como estrategia para responder a las exigencias de la sociedad actual. (Manual de convivencia IECM, 2015, p.14)

A partir de la misión y la visión de la institución, se concluye que el establecimiento tiene grandes estrategias para formar a los estudiantes como seres íntegros, autónomos, críticos y recursivos a la hora de solucionar problemas que se presenten en su diario vivir.

El lema de la institución es: “Institución Educativa Concejo de Medellín, donde impera el respeto por el otro contribuyendo a la construcción de una sociedad más justa” (Manual de convivencia IECM, 2015, p.18).

El currículo de la IECM está planteado por competencias desde lo cognitivo y se centra en el nodo científico, el cual tiene como objetivo principal:

El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana. (Malla curricular por nodos y competencias, 2009, p.01)

En el nodo científico se trabaja el razonamiento lógico, planteamiento y solución de problemas y la comunicación matemática.

El objetivo de evaluación de la IECM es reglamentar el proceso de enseñanza-aprendizaje, al igual que el trabajo pedagógico y científico; teniendo en cuenta que el año lectivo tiene 40 semanas, el año académico se divide en tres periodos de igual duración, la calificación es de 1 a 5, siendo 1 la calificación más baja y 5 la más alta; en cada periodo se tiene en cuenta la asistencia y se debe asistir mínimo al 75% del periodo académico, también se tienen en cuenta tres aspectos fundamentales: el primero es el proceso actitudinal y equivale al 20% de la nota definitiva del periodo, aquí se tiene en cuenta: puntualidad, asistencia, buena presentación, convivencia, coevaluación y autoevaluación. El segundo son los procesos procedimentales y tienen un valor del 40% de la nota definitiva del estudiante, es aquí en donde se permite que los estudiantes usen la información adquirida en la solución de ejercicios, talleres, exposiciones, tareas, consultas, etc. Y como tercero los procesos declarativos que tienen un valor del 40% y se divide en un 20% para el producto de un proyecto de área, y el otro 20% para las pruebas escritas y orales, en este proceso el estudiante es evaluado mediante exámenes escritos. El docente debe realizar como mínimo dos pruebas escritas durante el periodo, y estas deben ser diseñadas de tal manera que evalúe las competencias cognitivas de interpretar, argumentar y proponer.

El promedio de las pruebas saber en el área de matemáticas del grado noveno ha tenido variaciones, en el 2015 tuvo un promedio de 303, en el 2016 de 320 y en el 2017 bajó el promedio a 288. ¿A qué se puede deber esta variación?, los docentes de la institución son quienes conocen a sus estudiantes y pueden tener una respuesta que justifique la variación en los resultados de las pruebas saber.

Para la realización e implementación de la estrategia didáctica es necesario conocer el contexto en el cual están los estudiantes, es por ello que se realizó una caracterización a los docentes y a los estudiantes. A continuación, se da evidencia de lo que estos dicen.

Los docentes en matemáticas de la IECM llevan entre 14 y 18 años de experiencia en la educación, se observa que en este largo período de labor se han motivado a continuar sus estudios de especialización y maestría, para así mejorar sus prácticas de enseñanza en el aula de clase. Aseguran que los motivos que los lleva a ser maestros en matemáticas es el amor hacia esta ciencia. Algunos docentes pertenecen a grupos académicos o de investigación como Prometeo - Politécnico Jaime Isaza Cadavid, Mathema Fiem y Nodo de lenguaje de Antioquia.

El participar en estos grupos de investigación les ha dado mucha más experiencia y por ende se han visto motivados a liderar un proyecto en la instrucción llamado lecturas matemáticas.

Las clases de los docentes están orientadas en un plan de área, guías de otros, la web o guía propia. Los docentes dicen que el plan de área está focalizado en el modelo pedagógico de la institución.

Los docentes manifiestan que la institución no les brinda los recursos necesarios para lograr mejores resultados de sus estudiantes en matemáticas, dicen que aproximadamente el 25% y el 35% de los estudiantes no alcanzan los logros propuestos.

Por medio de la caracterización realizada a los estudiantes de 8^º5, se logró evidenciar que es un grupo de 38 estudiantes, sus edades oscilan entre los 12 y los 16 años, la mayoría viven en el barrio Calasanz, son de estratos socioeconómicos entre 2 y 5, además sus hogares lo conforman padres y hermanos, algunos otros se ve conformado por padre, abuelos y tíos; en cuanto a lo educativo, se observa que la mayoría de los miembros de la familia son bachilleres y muy pocos son técnicos o profesionales. La mayoría de los estudiantes afirman que les gusta la geometría porque “el entorno está lleno de figuras geométricas” y además les parece importante saber todo lo relacionado con los ángulos, ya que es algo muy importante para la vida; por otro lado, algunos estudiantes manifestaron que no les gusta la geometría, ya que no les interesa nada sobre está, debido a que han presentado dificultades “por no dedicarle tiempo y por poca claridad en la exposición de los temas”.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

3. Antecedentes de la investigación

A continuación, referenciaremos algunos de los trabajos encontrados en relación con nuestro proyecto de educación, en lo que respecta a investigaciones que articulen el arte con la enseñanza de la geometría.

Alarcón (2016) implementó el trabajo, Posibilidades y encuentros formativos entre literatura y artes, en el cual pretendía dar respuesta a la pregunta de investigación ¿de qué manera vincular el arte en la enseñanza – aprendizaje de lengua Castellana del grado sexto trece del Colegio de la Universidad Pontificia Bolivariana, sede Laureles a través del viaje de formación? Si bien este trabajo no es del área de matemáticas, nos parece importante dado que nos aporta la articulación que hay entre arte y literatura, tópico que nos interesa abordar en nuestra propuesta.

Ramírez, Jaramillo & Mendoza (1998) presentan una estrategia didáctica en la enseñanza de las matemáticas titulada, La geometría: estrategia para el aprendizaje de la factorización, resultado de la preocupación por la enseñanza del álgebra y su articulación con la geometría. Los autores encuentran que este trabajo es el resultado de la preocupación de la enseñanza del álgebra, en particular en tópicos como los productos notables y la factorización, donde se quiere articular el tópico de la geometría con los temas ya mencionados y tratar de resolver las dificultades en el aprendizaje del álgebra, ya que desde la geometría se puede brindar una mejor perspectiva de los conceptos del lenguaje algebraico. Aspecto que a nosotros nos parece importante dado que nos muestra que si se puede dar una articulación de la geometría con otras áreas del saber.

En el ámbito internacional, existen trabajos como el de Hodgson (1994) propone un trabajo titulado, Geometría y diseño de la realidad sensible desde las bellas artes, el aporte que la autora pretende dar es tener un contacto con la realidad desde una visión geométrica, es decir ir más allá de una realidad del contexto y mirar la otra realidad que perciben los sentidos, sentimientos y la razón. En cierto modo se desea que el estudiante no pierda el atractivo por el aprendizaje de la geometría. Este trabajo será de gran apoyo para ir entretejiendo nuestro propósito, ya que tiene muchas bondades en la dialéctica arte-geometría.

También, Menéndez (2004) desarrolla una tesis doctoral titulada, El lenguaje geométrico en la pintura, en el cual menciona que el arte y la geometría van de la mano y que a la autora le

interesa hacer indagaciones sobre la geometría desde lo que se ve en las pinturas, además le da importancia desde la comprensión del lenguaje geométrico, en este sentido también compartimos ese interés lo que significa que tiene contenido de gran importancia para la geometría en el arte.

Morales (2016) en el trabajo de investigación de maestría titulado: Aplicación de la geometría en el arte, una nueva manera de asociar conceptos y medidas, en el cual se busca motivar el aprendizaje de la geometría a través de la creatividad y el arte. Se concluye que el arte es una herramienta importante para la enseñanza de la geometría, ya que los estudiantes se ven más motivados usando este método de enseñanza, en el cual deben utilizar su creatividad. Esta investigación nos sirve como estrategia de la enseñanza de la geometría, para obtener un mejor desempeño de los estudiantes.

Vargas & Gamboa (2013) en el artículo titulado: El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría, busca identificar las diferentes formas de razonamiento geométrico de los estudiantes, para que los profesores puedan seguir unas pautas con el fin de ayudar a los estudiantes a avanzar en el nivel de razonamiento geométrico. Este artículo nos aporta al marco teórico desde el punto de vista de la enseñanza de la geometría y también el lenguaje en la forma de expresarse y el significado del vocabulario matemático.

Checya (2015), en su trabajo, Comprensión del objeto triángulo en estudiantes de sexto de primaria a través de una propuesta basada en los modelos de Van Hiele, se apoya en la teoría de Van Hiele, ya que esta aborda el estudio de la geometría. El autor se propone analizar el proceso metacognitivo respecto a el objeto triángulo en los estudiantes, a través de la propuesta didáctica basada en el modelo de Van Hiele, además identificar en qué medida este modelo si mejora la comprensión del objeto triángulo. Se concluye pues, que los estudiantes han evolucionado en el nivel de comprensión de los conceptos, gracias a la aplicación de la propuesta didáctica lo que significa que ésta está debidamente estructurada para los estudiantes. Esta propuesta es interesante por la teoría de Van Hiele, que nos puede ayudar para la elaboración de nuestra metodología.

Torres (2005), en su trabajo de grado: Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría, aplicada en escuelas críticas, aborda la geometría desde sus inicios hasta el sol de hoy, para darle la importancia que ésta se merece, para así pretender que el aprendizaje geométrico de los estudiantes sea influenciado por programas computacionales y el

modelo de Van Hiele, además hace una distinción entre hombres y mujeres respecto a su aprendizaje en geometría empleando las herramientas ya mencionadas. El autor concluye que en el desarrollo de las actividades el docente sigue actuando de manera tradicional en la práctica pedagógica, no permitiendo que el estudiante tenga aprendizaje significativo, luego los niños como respuesta a la propuesta se sienten motivados en el aprendizaje, inclusive mejora la asistencia de éstos ante la clase. Esta investigación está dirigida a niños de 4° de primaria, sin embargo, nos brinda instrumentos metodológicos como el modelo de Van Hiele y un software para la enseñanza de geometría, en nuestro caso para estudiantes de 8° pero desde el arte abstracto.

Zayala Báez (2005), en el trabajo doctoral titulado: Escultura matemática: definición, antecedentes en la historia del arte, desarrollo, perspectivas de evolución y clasificación por conceptos matemáticos, estudia el arte de la ‘escultura matemática’ y le da una completa clasificación. Esta investigación llega a tres resultados que en forma resumida logra hacer la relación entre el arte y las matemáticas desde los inicios de la humanidad, también logra evidenciarse que esta dialéctica sigue por todas las civilizaciones y por último que la matemática tiene un estrecho vínculo con el arte en general. Esta investigación da un gran aporte desde las matemáticas y el arte, ya que este es nuestro enfoque.

Radillo (2012), en el artículo de investigación: Los códigos del lenguaje matemático en la geometría euclidiana, identifica los errores que se cometen en relación con el lenguaje matemático en la resolución de problemas de la geometría. Se llega a la conclusión de que el lenguaje matemático es universal pero culturalmente existen diferencias dialectales, por lo que los símbolos, las terminologías y las gráficas no tendrán el mismo significado. Además, las normas en nuestro lenguaje aplicado a la geometría carecen de sentido para los estudiantes ya que éstos no están familiarizados por el poco uso que se hacen en la redacción de enunciados matemáticos. Esta sección aborda el lenguaje en las matemáticas lo que significa que nos sirve de hilo para tejer nuestro trabajo de investigación.

Camargo (2011) en la revista, El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría, muestra la competencia que tienen los niños al momento de discriminar y representar figuras geométricas, también se enfoca en construir sistemas de referencia bi o tridimensionales y justificar afirmaciones sobre hechos geométricos, no sólo se aportaron fundamentos teóricos y

metodológicos para profundizar en aspectos de la práctica profesional de enseñar Geometría, sino también para abordar problemas de investigación en este campo, generalmente centrados en procesos de visualizar, conceptualizar, representar, justificar y resolver problemas. Esta revista nos sirve como en nuestro trabajo, ya que lo podemos tener como base para lograr que el estudiante pueda justificar y solucionar problemas.

Cardona, Rave & Muñoz (2012) en su trabajo de pregrado, *La geometría en el aula: una propuesta para la interpretación de conceptos e ideas matemáticas y físicas*, en el cual se incorpora la geometría en la escuela, buscando mejorar la interpretación de los conceptos matemáticos y físicos. Tiene contenido importante, debido a que retoma la geometría al aula de clases como una herramienta que facilita a la interpretación de las ideas matemáticas y físicas.

Mora (1995), en el escrito de investigación: *Los Recursos Didácticos en el aprendizaje de la Geometría*, plantea como objetivo analizar la introducción de los recursos didácticos en las clases de matemáticas. Luego de realizar algunas actividades y abordar los conceptos, el artículo llega a que estas propuestas pueden ser adaptadas y aplicadas en el área de matemáticas de diferentes grados de escolaridad, ya que no poseen alto grado de dificultad. Este apartado nos aporta elementos para la geometría desde la didáctica.

Leandro (2008), en la investigación: *La geometría a través del arte*, pretende acercar los niños a las matemáticas en especial a la geometría desde una perspectiva constructivista, para que dicho aprendizaje sea motivado, dejando huella de sus vivencias en el aula. Se considera que el proyecto es innovador y adecuado para acercar a los niños a la geometría. Esta investigación, aunque está enfocada a la educación infantil, nos da argumentos para nuestro trabajo de grado.

Villa (2016), en su trabajo de pregrado: *Unidad Didáctica para la enseñanza de la Demostración Empírica en la Geometría de Grado 11*, pretende “Diseñar una unidad didáctica para la enseñanza de la demostración geométrica a partir de la demostración empírica, para los estudiantes de grado 11 de la Institución Educativa Lola González” (Villa, 2016, p.37). Este trabajo confirma que la demostración en geometría ha perdido interés entre los docentes de la institución educativa. Esta investigación aborda la geometría desde el lenguaje formal, además evidencia los aspectos por los cuales ésta ha perdido el interés por estudiantes y docentes, este último nos dará los instrumentos teóricos para nuestra investigación.

Recreo (2016), en la tesis titulada: Geometría dibujada: Análisis crítico y comparado de su enseñanza, se propone investigar el contenido de los textos guías para la enseñanza de la geometría, si tal contenido es el adecuado para dicha enseñanza; cabe resaltar que este trabajo se enfoca en la enseñanza del dibujo técnico de igual forma aporta a nuestra investigación en cuanto a la enseñanza de la geometría Euclidiana.

Masgo & Flores (2009) realizan un, Estudio de la semejanza de triángulos mediada por el geogebra, al plantear el problema de investigación desde la preocupación de los docentes en la enseñanza del concepto de semejanza de triángulos en la secundaria. En esta investigación usan geogebra como herramienta para el aprendizaje de los criterios de semejanza y que ayuda para reducir las dificultades para entender dicho concepto. Esta tesis da luces para abordar los conceptos para la relación triangular que hace parte de nuestro trabajo.

Escobar (2012) implementa una Propuesta didáctica para la enseñanza de la resolución de triángulos apoyado con el programa Cabry Geometry. Esta investigación pretende desarrollar una propuesta didáctica en la enseñanza de la trigonometría teniendo como apoyo el programa Cabry Geometry, también pretenden propiciar un desarrollo del pensamiento espacial y geométrico, por medio de la resolución de triángulos

También Toro (2014) procura un, Acercamiento a la argumentación en un ambiente de geometría dinámica. El autor argumenta que la demostración matemática merece mucha atención dentro del plan de estudios, ya que sería una gran herramienta para la comprensión del específico. Este trabajo pretende analizar la forma en que el estudiante argumenta las demostraciones con la ayuda de sistemas de geometría dinámica, esto surge debido a que la actividad demostrativa no es utilizada en las aulas de clase. La investigación llega a la conclusión de que la geometría dinámica, en particular el programa Cabri Geometry es una valiosa herramienta para el aprendizaje de los estudiantes, ya que pueden explorar la aplicación con los diferentes elementos que ésta brinda para realizar construcciones geométricas y favorecen la argumentación. En esta experiencia los estudiantes quedan motivados por el uso del software y sobretodo porque las clases son más dinámicas. Este trabajo aborda el tema de la demostración que no es nuestra finalidad, pero nos da ideas para el uso de otras metodologías para la enseñanza de la geometría a través del arte abstracto.

4. Planteamiento del Problema²

En el desarrollo de la investigación se han encontrado continuos enfrentamientos dialécticos que se han venido dando a través de la historia. En este problema dialéctico está inmerso una tesis, una antítesis y una síntesis, las cuales van del pasado al futuro; en la tesis nos preguntamos ¿cómo ha sido la enseñanza de la geometría?; en la antítesis miramos la relación entre arte y geometría y nos planteamos un interrogante ¿cómo es la enseñanza de la geometría a partir del arte?; desde esta confrontación surge una comprensión del problema con la siguiente pregunta ¿qué es lo nuevo en la enseñanza de la geometría?, esto entendida como síntesis.

4.1 Problema dialéctico

4.1.1. Tesis: *La enseñanza tradicional de la geometría euclidiana.*

En los años setenta, la geometría tuvo importancia dentro los planes de estudio de la educación primaria, pero con la llegada de la matemática moderna la geometría pasa a un segundo plano, esto según Morales (2006), quien también hace un reconocimiento al texto: Elementos de Euclides (sf) que ha sido el texto guía por más de 2000 años en las aulas de clase.

La potencia del razonamiento deductivo convirtió a la Geometría en una ciencia puramente intelectual, centrada en el mundo de las ideas y desconectada de sus orígenes, esto es, puso el énfasis más en el razonamiento deductivo correcto que en la aplicabilidad de los resultados o la exactitud de las representaciones utilizadas (Morales, 2006, p.58).

De esta manera, la geometría es enseñada de manera formal, deductiva y rigurosa, sin hacer conexión con la vida diaria. Por otra parte, se le impone al docente contenidos ya elaborados que se presentan en los textos de matemáticas de los últimos años, libros descontextualizados según Gamboa & Ballesteros (2010), limitados a identificar figuras, propiedades y plasmarlas en un papel sin darle un sentido a este conocimiento. El docente le enfatiza al estudiante la importancia que tiene la geometría euclidiana, esto lo hace desde un punto de vista académico y desde una perspectiva aplicable a situaciones reales, pero en este

² Según González (2010) se plantea el problema dialéctico mediante la tesis, la antítesis, la síntesis y la pregunta de investigación, como se expondrá en la metodología.

último el docente se ve condicionado por factores como el tiempo, las pruebas estandarizadas, los textos e inclusive la misma actitud de los estudiantes, éstos no ven el sentido de esta disciplina con claridad porque se ven limitados sólo a la memorización de fórmulas, propiedades, teoremas y a ejercicios rutinarios, esto según Gamboa & Ballesteros (2010), proponen que la geometría debe articularse con otras áreas del saber en particular el arte. Estos autores abordan temas del lenguaje matemático, donde se comprende la importancia del dominio de aprender los códigos lingüísticos de los componentes de la misma, donde también se pueda visualizar los diversos errores que han tenido los estudiantes a la hora de resolver los problemas de geometría y los objetos matemáticos.

Sin embargo, dice Radillo (2012) “En la actualidad, el lenguaje matemático está conformado no sólo por la notación simbólica que introdujo Vyeta” (p.162), sino también por diversas formas gráficas, verbal, geométrico, entre otras. La mayoría de estudiantes tienen dificultad para comprender y utilizar dicho lenguaje, ya que cuando estudian las definiciones de los conceptos matemáticos, se puede observar una gran falencia y no logran interpretar bien lo que ven.

Es importante tener en cuenta la importancia de esquemas o imágenes mentales, donde se pueda trabajar la parte cognitiva de los estudiantes. Es necesario hacer uso adecuado de la sintaxis para apropiarse de los diferentes temas y conocimientos lingüísticos de la matemática, cuyo objetivo le permita al estudiante desenvolverse satisfactoriamente en el aula de clase y en la sociedad.

Radillo (2012) hace referencia a la representación de las proposiciones en la Geometría euclidiana real, concepto de objetos y proposiciones matemáticas, donde se aborda el conocimiento lingüístico y se concentra en varias formas de mostrar la Geometría Euclidiana:

- Verbal: Se define como un objeto matemático, donde se demuestra en palabras los diferentes conceptos de la misma.
- Simbólica: Se refiere la notación matemática, cuya notación se representa a través de símbolos.
- Gráfica: Hace referencia a diagramas o dibujos de los conceptos matemáticos, donde se puede visualizar y especificar la solución de un objeto o problema entre ellos.

De lo anterior se puede decir que el lenguaje es utilizado en la matemática, pues es fundamental para el aprendizaje cognitivo y también es importante a la hora de resolver los problemas, cabe resaltar que estos tres factores son usados en la matemática y deben ser claros para los estudiantes, ya que se puede convertir en un obstáculo para la solución de problemas en cuanto a lo cognitivo.

De acuerdo con Leal, (citado por Radillo, 2012), “Las partes de la lingüística aplicables a los códigos del lenguaje matemático son la sintaxis, léxico y morfología” (p.164), de tal manera que en los códigos lingüísticos podemos encontrar diversos conceptos de aprendizaje y es donde a través de ellos se puede llevar a cabo un análisis, pero hay que dejar algo en claro y es que estos códigos no fueron creados para los docentes, sino para el aprendizaje y conocimiento del lenguaje matemático, con lo cual se pueda dar respuesta a las problemáticas identificadas, donde también se han dispuesto diferentes alternativas para propiciar que los estudiantes logren desarrollar las habilidades necesarias para comprender el mundo matemático en diferentes métodos formales.

En contexto, el lenguaje matemático es fundamental para la resolución de problemas concretos, mediante expresiones algebraicas en el aprendizaje cognitivo.

Los códigos lingüísticos son la construcción y procesos de traducción, donde es la representación gráfica, simbólica y verbal. Radillo (2012) afirma que “La dificultad lingüística de estos términos estriba en su carácter sintético, ya que cada uno de ellos involucra varios conceptos matemáticos y/o condiciones necesarias para operar con ellos” (p167). Estos también han posibilitado analizar y comprender las habilidades para verificar una definición en matemáticas, con el fin de proponer un conjunto de actividades y problemas que permitan una mayor reflexión sobre el concepto de Geometría Euclidiana.

Teniendo en cuenta lo anterior se expone la siguiente pregunta **¿Por qué en la enseñanza tradicional de la geometría se evidencia poco lo estético?**

1 8 0 3

4.1.2. Antítesis: Enseñanza de la geometría vs arte.

En el caso de los primeros conceptos geométricos entendemos que la expresión artística supone una conceptualización privilegiada. Según Edo (2006) las matemáticas y el arte están

estrechamente vinculadas, sobre todo a través de elementos geométricos (formas, longitudes, simetrías, mosaicos, etc.). La creatividad en el arte incrementa la observación y la identificación de las propiedades geométricas de los objetos, esto contribuye a diversificar y estructurar el conocimiento geométrico ordenado, tal que el contacto con la realidad sería característico y que ha sido adquirido de una forma permanente, así que las competencias geométricas se pueden extender a través de la expresión artística y muchas en cuanto a la riqueza del contenido matemático y donde se disfruta totalmente el arte.

A través del arte se puede realizar una actividad geométrica y puede clasificarse por su propósito de transmitir contenido hacia los estudiantes, sin salirse de los parámetros curriculares básicos que proponen tanto las instituciones educativas como el Ministerio de Educación Nacional. Lo anterior alude tanto al proceso mediante el cual se adquiere un conocimiento (actividad), como a su incorporación efectiva en el rendimiento de aprendizaje.

La enseñanza incide sobre el aprendizaje (como tarea), son las tareas de aprendizaje desarrolladas por el estudiante, cabe resaltar que la enseñanza del arte en la geometría, sólo incide sobre el aprendizaje de manera indirecta; a través de las actividades del arte del propio estudiante.

Por otro lado, pensar el arte en la geometría como un intento de transmitir un conocimiento, cuya aspiración efectiva depende de las actividades desarrolladas por el propio estudiante, no exime al docente de sus responsabilidades sobre el aprendizaje de los estudiantes; sino que ayuda a dirigir sus mayores y mejores esfuerzos.

La geometría tiene una gran influencia en el desarrollo cognitivo de los estudiantes, donde la enseñanza implica siempre una acción intencional por parte de quien enseña.

Sin duda, en la interacción social espontánea, los estudiantes adquieren gran cantidad de información, destrezas, actitudes, valores; pero se trata del aprendizaje, cuyo desarrollo y resultados son gestionados de manera personal e incluso, en ocasiones, en conciencia de los efectos de sus acciones por parte de quien opera como fuente de sus conocimientos. El arte en la geometría es un aprendizaje incidental, en estos casos hay aprendizaje, pero no enseñanza.

Mediante la articulación de geometría y arte, en este trabajo se busca que los estudiantes recuerden la geometría como aquella que les puede servir para emplear, producir y cambiar una

actitud de una forma tan natural para su diario vivir, despertando interés en ellos por las actividades geométricas y que así sientan el deseo de aprender y conocer más de los conceptos geométricos.

También es fundamental que en algunos colegios y escuelas implementen nuevas metodologías en su currículo institucional, en cuanto a los conceptos de la geometría, para así garantizar un aprendizaje más complementario en los estudiantes y cuya comprensión sea más motivada y eficaz a la hora de aprender los conceptos, se puede evidenciar en algunas instituciones la falta de profundización de los temas dados en el aula de clase, por ende se ve la falta de continuidad en los temas de la asignatura y por ello al estudiante se le dificulta su comprensión en cuanto el tema y la percepción de los procesos dados dentro del aula.

(Benitez, 2012) dice “según estudios realizados por Jensen (1995), un estudiante motivado desarrollará una actitud positiva que le permitirá aprender mejor, mientras que un estudiante ansioso y poco motivado creará un bloqueo mental que interferirá notoriamente en su aprendizaje (...). Sin embargo, en algunos estudiantes esta motivación no viene por sí sola y en ciertos casos, ésta depende de factores externos entre los que se cuentan con los compañeros, el contenido, los materiales, el tiempo y hasta el mismo docente”. Benítez (citado por Morales, 2016, p.05)

De lo anterior se puede resaltar que la motivación y el deseo de aprender juegan un papel fundamental en su aprendizaje, donde en algunos estudiantes la motivación no la adquieren por si solos, se necesita de factores externos de motivación para su proceso de conocimiento. Es allí donde el docente juega un papel importante en la enseñanza, ya que a partir de esta se puede generar aprendizaje en los estudiantes y como docentes es fundamental examinar cada una de las temáticas que se van a abordar en el aula de clase, esto debido a que de la buena preparación se puede lograr más motivación en los estudiantes. Se pretende que cada uno de los estudiantes pueda desarrollar habilidades cognitivas, a través de aspectos relevantes en el aprendizaje de la geometría en el arte, de una manera visual, gráfica y simbólica.

En contexto el arte en la geometría tiene aspectos relevantes en muchas de sus temáticas para el aprendizaje en los estudiantes y a través de estos conceptos se asocia al arte en acciones como construir, moldear, colorear y plasmar su aprendizaje partiendo de su propia existencia.

Según Morales (2016) “El ciclo de aprendizaje experiencial comprende cuatro fases: experiencia, reflexión, procesamiento (generalización) y aplicación” (p.25). Por medio de una

experiencia abordada a través de la geometría y el arte, se realiza una reflexión en la que se muestra una sensibilidad lleva al procesamiento, para posteriormente llegar a una aplicación, de la cual se puede observar la forma en que se interiorizo un tema dado.

En la actualidad la enseñanza de la geometría está orientada a nuevas propuestas para dar sentido al aprendizaje de ésta, haciendo una articulación con el arte para que los estudiantes sientan interés por las clases de geometría, además siendo sensibles a lo que les rodea, que se dejen motivar por las obras de arte abstracto y produzcan sus propias obras, partiendo de los elementos que la geometría brinda y luego dejar que sus emociones hagan el resto. Desde esta perspectiva surge la necesidad de plantearse lo siguiente **¿Cómo las prácticas de enseñanza mediadas por el arte abstracto permiten un aprendizaje geométrico?**

4.1.3. Síntesis: Enseñanza de las relaciones triangulares vs arte abstracto.

La geometría posee dos polos como lo menciona Camargo & Acosta (2012) “el empírico, donde se ubican la percepción, la intuición, la visualización y el carácter instrumental de la geometría; y el teórico, relacionado con los aspectos abstractos, conceptuales, deductivos, formales y rigurosos de la geometría, como disciplina científica.” (p.01). Dos polos que son importantes para la par enseñanza/aprendizaje, pero el empírico ha perdido influencia en las aulas de clase, ya que el docente se limita a dictar las relaciones triangulares en particular, textualmente como se lo muestra el libro guía, los planes de estudio y los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA). Debido a lo anterior se considera en cambio que la enseñanza de las relaciones triangulares debe partir por la observación del entorno, que el estudiante tenga una experiencia muy personal con su panorama, identificando colores, líneas, curvas y por qué no, aromas, ya que este último marca los momentos y experiencias del sujeto en su propia historia, cuando se esté en otro momento y surja un olor en particular, éste lo lleva a un recuerdo.

El arte es una alternativa para lograr que el estudiante sea marcado de manera positiva y aprenda las propiedades de los triángulos, también haciendo conexión con sus emociones para realizar una creación artística. Por consiguiente, el docente cuando logre una real experiencia

con los estudiantes, podrá abordar el otro polo que menciona Camargo & Acosta (2012) que es el teórico, pero desde una perspectiva más creativa, menos formal y riguroso.

Las propuestas en la enseñanza de la geometría, en particular las relaciones triangulares, se enfocan en brindar mediaciones didácticas, que permitan experiencias nuevas de aprendizaje (Bedoya et al., 2008). Haciendo una mirada al exterior donde se observa todo lo que nos rodea, se puede evidenciar que hay algo más que paredes y concreto, algo que va de lo simple a lo compuesto, que desde niños se plasman en una hoja de papel, llenos de color, de casas y montañas o simplemente una mezcla de colores y formas. Desde una experiencia meramente intuitiva, la geometría se deja contemplar desde algo sutil, como un dibujo en un papel, hasta una gran construcción arquitectónica, pero las figuras geométricas que se entrelazan en sí mismas construyen una valiosa obra artística, generando en los observadores diferentes mensajes partiendo desde lo más profundo de cada ser, que es tocado por dicha imagen. Creando figuras compuestas por formas geométricas fundamentales (principalmente en círculos y cuadrados), según Mascarell (2015) buscando la sensibilidad a través del arte geométrico llevando la abstracción a una inclinación más mística, el arte abstracto brinda elementos para el aprendizaje de la geometría, que al mismo tiempo genera sensibilidad en los estudiantes para aprovechar las formas, líneas y plasmar los estados de ánimo. De acuerdo con lo anterior se genera la pregunta **¿Cómo potenciar el aprendizaje de las relaciones triangulares, a partir de una estrategia didáctica, mediada por una experiencia estética cubista?**

4.2. El Problema

En la historia de la humanidad se han evidenciado grandes cambios a través de los siglos, estos cambios se han dado de acuerdo a cada una de las necesidades del momento y del contexto, es por ello que cada cultura adopta diferentes creencias y costumbres, las que más se acomodan al lugar y a las personas, esto no ocurre solo en lo cotidiano, también se observa en lo relacionado a las disciplinas de la ciencia, todo va cambiando y lo que se quiere al momento de ese cambio es que se mejore en algo que ha estado fallando o que simplemente puede llegar a ser mejor y así brindar un mejor resultado.

En Colombia, desde la antigüedad, la enseñanza de las matemáticas y geometría ha sido de forma tradicional, es decir, de manera magistral, rutinaria; en la actualidad se sigue observando el mismo modelo de enseñanza sin nada novedoso, siendo el estudiante el más afectado porque ve la geometría como algo aburrido, sin sentido y no lo relaciona con su diario vivir, no se hace un proceso metacognitivo para lograr un aprendizaje significativo.

A lo largo de la historia el arte ha usado herramientas como la geometría para plasmar obras representativas, sin embargo, no se le ha dado gran importancia a la geometría en la contribución que hace ésta en la construcción de pinturas que en la actualidad son famosas.

A la enseñanza de la geometría no se le ha dado la importancia en las diferentes aplicaciones que ésta tiene, por ejemplo, en el arte, en esta rama diferentes artistas abordan la geometría para realizar sus trazos, un ejemplo de ello es Picasso quien la usa en el cubismo; otra aplicación de la geometría se muestra en la arquitectura, en el arte abstracto, entre otras.

En este orden de ideas pensamos que el docente lo que debe hacer en el aula de clase es romper esquemas y paradigmas, y hacer una dialéctica entre geometría, arte y lenguaje, este último se abordará desde el lenguaje matemático, la interpretación de símbolos y enunciados.

Es común encontrarse con estudiantes que ven la geometría como algo que impide su avance académico y no como la manera de desarrollar habilidades, esta falsa concepción del aprendizaje de la geometría impide que se aprecie su verdadera importancia, ¿Qué es lo que produce esta creencia? el hecho de no crear una adecuada noción de la geometría como una habilidad y un instrumento de uso cotidiano, tanto en el campo educativo como en el desarrollo de otras actividades.

La idea de que la geometría es un obstáculo para alcanzar objetivos académicos tiene varias implicaciones, la primera consiste en que los estudiantes no desarrollan habilidades necesarias para avanzar en un estudio que tenga por base el pensamiento geométrico. La segunda tiene que ver con la orientación vocacional, el estudiante que teme enfrentarse al estudio de la geometría evitará aquellas carreras vinculadas con esta área del conocimiento; de manera que no harán una buena elección vocacional.

4.3. Pregunta de Investigación

¿Cómo potenciar el aprendizaje de las relaciones triangulares, a partir de una estrategia didáctica, mediada por una experiencia estética cubista?

4.4. Hipótesis Abductiva

Teniendo como punto de partida la verificación o estudio del manual de convivencia, los lineamientos curriculares, el plan de estudios del grado octavo y basándonos también en los DBA, se extrae una información importante, con la cual nos enfocamos posteriormente a un análisis y de la cual nos surgen algunos interrogantes, los cuales son resueltos investigando y realizando conjeturas para llegar a una conclusión.

Díaz Barriga (1997) menciona la importancia de la didáctica en los planes de estudio y el docente como protagonista en su intervención en las aulas de clase, también dice que “hay una articulación entre las exigencias de la didáctica, como disciplina desarrolladora en función de los problemas del docente y de la enseñanza, y el currículum, como ámbito de conocimiento vinculado a los procesos institucionales de la educación” (p.37). Por ende, los DBA, son un apoyo para el docente, ya que ofrece herramientas que les permite fortalecer sus labores escolares. Además, Díaz Barriga (1997) hace referencia a lo siguiente: “El papel del docente en el proceso de enseñanza-aprendizaje no debería ser el de mero ejecutor de programas: el profesor tiene en sus manos una responsabilidad crucial en la actividad pedagógica” (p.01).

El currículo es un apoyo para el docente como se menciona anteriormente, pero en las prácticas escolares éstos aplican al pie de la letra lo que les dicta los planes de estudio según el grado, en un caso particular los DBA, los cuales dan el mensaje a su interlocutor que son diseñados para estudiantes según su edad y grado de escolaridad. En consecuencia, con lo anterior, surgen algunos interrogantes al respecto, como por ejemplo, ¿por qué los estudiantes de la IECM no logran identificar las propiedades de los triángulos, si el tema se ve desde 6°? Los DBA en matemáticas enuncia que para 6° el estudiante debe saber lo siguiente: “representa y construye formas bidimensionales y tridimensionales con el apoyo de los instrumentos de

medida apropiados”, en el grado octavo de la IECM, se evidencian falencias en el área de geometría, donde algunos estudiantes no saben manejar los instrumentos de medida, y el uso de regla y compás para el dibujo de formas geométricas. En ese orden de ideas se plantea la siguiente conjetura ¿por qué los estudiantes de 8° de la IECM no comprenden las relaciones triangulares?, ¿el docente tiene las herramientas necesarias para su práctica pedagógica?, ¿por qué el docente en su práctica de enseñanza no hace una dialéctica con otras áreas del saber?, ¿Por qué no se integra el arte abstracto a la enseñanza de la geometría? Esta última pregunta es con mayor intención, debido a que los DBA sólo mencionan los conocimientos que se deben adquirir según el grado de escolaridad del estudiante.

En la malla curricular de Matemáticas de la IECM se dice que en el grado séptimo se evidencia “desarrollo de habilidades para manipular sólidos geométricos, aplicar transformaciones geométricas y establecer relaciones de semejanza y congruencia de triángulos.” Partiendo de este supuesto, los estudiantes del grado octavo deberían tener las competencias en este tema, pudiendo ser abordada sin dificultad en el momento que se requiera, pero la realidad es otra, los estudiantes no tienen claridad del concepto de semejanza y congruencia, esto nos lleva a algunos interrogantes, los cuales son : ¿Por qué los estudiantes no interiorizan lo que ya habían aprendido?¿Por qué no hay claridad en lo que ya se había abordado?¿Será que la forma en que se ha estado enseñando no es la adecuada?

En la Malla curricular grado 8° IECM se plantea el siguiente desempeño “aplicar criterios de semejanza y congruencia de triángulos en la solución de problemas en el contexto matemático y de otras disciplinas y explicar la demostración de teoremas fundamentales como el de Thales, el de Pitágoras entre otros.” Partiendo de los resultados obtenidos en el grado séptimo, en el cual los estudiantes no lograron comprender el tema, se puede decir que hay que cambiar la forma en la que se está enseñando, esto puede ser algo que crea controversia y malestar en algunos docentes que se limitan única y exclusivamente a la enseñanza tradicional, una enseñanza que no genera interés ni motivación en los estudiantes, seguir con una enseñanza así, solo provocará seguir en lo mismo, una motivación por nota, de momento; si lo que queremos es un aprendizaje significativo y a largo plazo entonces se debe cambiar la forma de enseñar, se debe ser más creativos.



En el MEN (2017) dice que en el segundo periodo del grado octavo, se enseña pensamiento espacial y sistemas geométricos, dice que el estudiante “conjeturó y verificó propiedades de congruencia y semejanza entre figuras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas” (p.64). Este planteamiento nos hace preguntar ¿cuál es la forma en que se debe enseñar para lograr este aprendizaje de manera significativa? ¿Cómo sería el aprendizaje si se implementa un nuevo método de enseñanza?

Es a partir de lo anterior que nos planteamos la siguiente pregunta como hipótesis abductiva:

¿El aprendizaje de las relaciones triangulares puede ser potenciado mediante la creación de experiencias estéticas con el cubismo?



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

5. Objetivos

5.1 Objetivo general.

Potenciar el aprendizaje de las relaciones triangulares, a partir de una estrategia didáctica, mediada por una experiencia estética cubista.

5.2 Objetivos específicos.

- Reconfigurar el concepto de arte cubista en el diseño de una estrategia didáctica para la enseñanza de las relaciones triangulares.
- Identificar el nivel de afectación de los estudiantes respecto a las relaciones triangulares.
- Evaluar la estrategia didáctica desde un enfoque con experiencia hermenéutico.

**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

6. Justificación

Esta investigación tiene como objetivo principal cambiar la manera tradicional y rutinaria en la que se ha venido enseñando la geometría; por medio de los antecedentes investigados, nos pudimos enterar que hay muy pocos trabajos en los que se hable tanto de geometría como de arte y literatura, es por ello que nos inclinamos a que en nuestro trabajo de grado esté presente tanto el arte como la literatura, ya que de esta manera se puede cambiar la manera monótona de la enseñanza de la geometría.

Para la enseñanza de las relaciones triangulares, queremos mostrar actividades diferentes, más lúdicas y más didácticas, esto se quiere realizar, ya que de esta manera se puede tener un mejor resultado, tanto en las aulas de clase como en lo relacionado con la vida cotidiana.

Por medio de este trabajo se le quiere dar una experiencia estética al aprendizaje de las relaciones triangulares, a partir de la creación y aplicación de la estrategia didáctica, mediada por el cubismo, en esta se quiere mostrar una serie de actividades, las cuales permitirán tener un mejor desempeño y motivación por parte de los estudiantes, ya que como lo dice Jensen (1995) un estudiante motivado desarrollará una actitud positiva que le permitirá aprender mejor, mientras que un estudiante ansioso y poco motivado creará un bloqueo mental que interferirá notoriamente en su aprendizaje.

Edo (2006) dice que las matemáticas y el arte están estrechamente vinculadas, sobre todo en elementos geométricos. Teniendo en cuenta esto, este trabajo se realiza para mostrar la geometría como esa parte amigable, esa que no tiene que ser abordada únicamente con teoremas, por el contrario, queremos hacer énfasis en la enseñanza de la geometría por medio del arte, este a través del cubismo y con la literatura por medio de caligramas.

La geometría posee dos polos como lo menciona Camargo & Acosta (2012) “el empírico, donde se ubican la percepción, la intuición, la visualización y el carácter instrumental de la geometría; y el teórico, relacionado con los aspectos abstractos, conceptuales, deductivos, formales y rigurosos de la geometría, como disciplina científica” (p.04). Es por esto que

consideramos que para aprender y tener buen dominio de lo teórico, es muy importante el polo empírico, ya que a partir de este y de la interacción que tengan los estudiantes con elementos didácticos, se pueden obtener muy buenos resultados en cuanto al aprendizaje de la parte formal y rigurosa de la geometría.

Henao & Moreno (2017) hablan de abordar el arte como provocación, como necesidad de comunión con el mundo, un arte que le diga al sujeto, “déjate hablar”; “déjate afectar”; “déjate sorprender” (p.30). Esto es lo que queremos lograr con este trabajo, que cada uno de los estudiantes se sensibilice con lo que ve en las obras de arte, que se sorprenda con lo bonito de un poema geométrico hecho en un caligrama, a partir de cada una de las emociones que pueda generar en el estudiante la obra que ve, se pueden obtener múltiples resultados, ya que el estado de ánimo juega un papel muy importante al momento de encontrar una experiencia estética en lo que se ve.

Jauss (2002) dice que el docente convocado por la experiencia estética está dispuesto a “ver las cosas de nuevo” (p.18). Eso es lo que queremos nosotros, ver las cosas de nuevo, pero abordadas desde otro punto de vista.



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

7. Marco teórico

Este trabajo consta de tres componentes principales: componente didáctico, disciplinar y metodológico. Primero abordaremos el componente didáctico, en este se habla de la didáctica de la matemática y de diferentes procesos en los que se evidencian aportes importantes para la realización de la estrategia didáctica.

7.1 Componente didáctico

La forma de enseñar ha sido y será siempre un factor importante en la educación, según Álvarez (1999) siempre está presente la preocupación de ¿cómo enseñar?, ¿qué recursos usar para enseñar?, ¿cómo hacer que una clase sea amena para el estudiante?, ¿cómo hacer una dialéctica entre los saberes?, interrogantes que todo docente se plantea para saber llegar al estudiante, ese ser lleno de temores y emociones que en ocasiones no le permiten rendir académicamente. Esto se convierte en un reto para el docente, éste empieza a buscar y a usar el fundamento didáctico para lograr el aprendizaje en el aula de clase.

En este orden de ideas los docentes de matemáticas siempre preocupados por el aprendizaje y la comprensión de esta ciencia, buscan incansablemente las formas, las técnicas y los recursos para que los estudiantes logren adquirir el conocimiento por medio de un lenguaje sencillo, pero sin perder el rigor que esta ciencia requiere. En esta misma línea los docentes están formándose continuamente en la búsqueda de herramientas educativas, que les permitan desarrollar en el aula temas referentes a las problemáticas del par enseñanza/aprendizaje en las matemáticas.

Según Vasco (2006), “Los verdaderos matemáticos practican sus matemáticas como un arte” también menciona que hay docentes que “se quedan en una artesanía de símbolos” (p.23). Las matemáticas se deben presentar como esa ciencia bella que es, enseñándola de una manera formal, rigurosa y abstracta, pero creando una conexión con los demás saberes, es por esto que se debe hacer de una manera didáctica. Algunos docentes se limitan solo a las operaciones como tal y no aceptan que el arte es una herramienta didáctica en la que el estudiante puede hacer una

lectura de las matemáticas desde otra perspectiva. A continuación se muestra de qué se trata la didáctica de la matemática y la didáctica de la geometría.

Se ha hablado un poco de formas y herramientas para enseñar, pero ¿será esto Didáctica de las Matemáticas? Godino, Batanero y Font (2012) hablan sobre ésta y la definen como “el estudio de los factores que condicionan los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y el desarrollo de programa de mejora de dichos procesos” (p.47). Godino et al. (2012) creen que para lograr lo trazado se deben considerar los aportes que hacen las ciencias de la educación, además se debe tener en cuenta tanto a los docentes, como al contexto de las instituciones educativas para los procesos de enseñanza/aprendizaje.

D’Amore (2006) y Vasco (2006) abordan la didáctica de la matemática como arte, creando así, ambientes de aprendizaje para una mejor enseñanza de la matemática, retando al docente como artista principal en la enseñanza de las matemáticas.

Hoy también encontramos investigaciones enfocados a la didáctica de la geometría, estas hacen una contribución para facilitar el aprendizaje de la geometría en los estudiantes.

Godino & Ruíz (2002) creen que “el lenguaje geométrico tiene su origen en nuestra necesidad de describir el mundo de las formas de los cuerpos perceptibles que nos rodean, su tamaño y posición en el espacio” (p.456). Un lenguaje que describa las propiedades y características de los cuerpos geométricos, un lenguaje natural y sencillo para que los estudiantes comprendan geometría.

En este sentido Gutiérrez (1990) afirma que si “un profesor quiere hacerse comprender por sus alumnos, debe hablarles en su nivel de lenguaje, es decir, debe amoldarse al nivel de razonamiento de los estudiantes para que a partir de ahí, tratar de guiarles para que lleguen al nivel superior” (p.315). El lenguaje es importante en la enseñanza de la geometría, según el contexto, los docentes deben hacer una transposición didáctica del conocimiento geométrico, con el fin de que los estudiantes comprendan de lo que se les está hablando.

Por otro lado, para que la didáctica de la matemática y la didáctica de la geometría garanticen el aprendizaje en los estudiantes, se deben abordar en conjunto con procesos como la

argumentación y la capacidad de análisis. A continuación veremos de qué se tratan estos procesos.

Primero se aborda la argumentación con el objetivo de analizar su importancia y su aporte en el ámbito educativo, se verifica cómo favorece ésta a los procesos de pensamiento de los estudiantes, las implicancias que tiene en la cotidianidad y en el contexto en el que se desenvuelven los estudiantes.

Según Toribio (2010) la argumentación hace parte de las competencias matemáticas, se puede observar que hay otras formas de abordar los números, operaciones y teorías, y que estas se pueden relacionar con otras situaciones de la vida cotidiana con el fin de desarrollar de una manera más apropiada y clara cada una de las temáticas.

En esta propuesta se puede observar que se abordan las competencias matemáticas, ya que a partir del arte se aborda el tema de relaciones triangulares, en éste se desarrollan las operaciones básicas, y se trabaja en la interpretación y en la argumentación por parte de los estudiantes.

En matemáticas y en geometría, no sólo se busca que los estudiantes desarrollen operaciones, se busca que ellos sean críticos y se puedan enfrentar de una manera lógica, ordenada y coherente, ante una situación que se les presente, sea en su vida cotidiana o en el aula de clase.

La argumentación es todo tipo de razonamiento intrínsecamente comprometido con el uso del lenguaje común y su funcionamiento es consecuente con el de la práctica espontánea del discurso. La argumentación, aun en su forma más elaborada no deriva necesariamente en una demostración. (Duval, 1999, p. 151)

Según esto, no se tiene que llegar necesariamente a una demostración, se puede hablar rigurosamente, sin necesidad de finalizar con una demostración; más que tratar de llegar a una verdad, se busca defender lo dicho, hacerlo bien, teniendo en cuenta que lo que se diga sea coherente.

Como lo dice Duval (1999). “La argumentación no necesita estar vinculada con validez, sino con la pertinencia.” (p.150). Es por medio de este enunciado que con el trabajo propuesto se puede llegar a una elaboración rigurosa y sobre todo muy bien interpretada por los estudiantes, las actividades están diseñadas para que el estudiante cree con sus palabras la definición de los conceptos, para posteriormente hablar de la manera formal y que así sea mucho mejor y más entendible para ellos.

Según Álvarez, Bautista, Vargas & Soler (2014) existen tres tipos de argumentos “estos son: abductivo, inductivo y deductivo. Las definiciones de estos argumentos se hacen a partir de la propuesta de Peirce sobre los razonamientos utilizados para crear conocimiento científico” (p.83).

Se tienen las siguientes definiciones para cada uno de los tipos de argumentación:

Para el abductivo se dice que el sujeto partiendo de una observación de algo, llega a una conclusión, si está llega a ser cierta entonces los datos iniciales adquiridos en la observación, son ciertos (Álvarez et al., 2014). En este tipo de argumentación se debe tener especial cuidado, ya que una mala observación tiene como consecuencia no llegar a la conclusión esperada, se puede decir que este tipo de argumentación se da como ensayo- error, por ende, se debe ser muy riguroso y realizar buenas conjeturas a la hora de abordar un tema, para que de este modo se pueda llegar a algo cierto.

Para el argumento inductivo se tiene una regla general, luego se experimenta con el fin de saber si dicha regla es verdadera (Álvarez et al., 2014). Por medio de hipótesis que se tienen o premisas ya establecidas, se desea saber si ésta es cierta, de este modo se realizan varios procedimientos de experimentación y se observan los resultados obtenidos, a partir de ellos se dice si dicha regla es cierta o no.

Por último, tenemos que el argumento deductivo es cuando una hipótesis o una premisa se supone que es verdadera, y de aquí se deduce una conclusión que debe ser verdadera (Álvarez et al., 2014). Aquí se debe tener mucha capacidad de análisis y se debe atar bien conjeturas, ya que con un solo error que se cometa, no se llegará a la conclusión que se desea.

La argumentación juega un papel muy importante como competencia matemática, ya que permite ser más lógicos y desarrolla la capacidad de análisis, de interpretación y de observación.

Además, como se observa en los DBA, la argumentación permite al estudiante realizar una serie de conjeturas, en la que debe defender su posición, está la realiza por medio de premisas, axiomas, etc. Es importante tener buena capacidad de análisis y tener dominio de lo que se está hablando, ya que la argumentación tumba la memorización, quien memoriza solo está reproduciendo y repitiendo lo que ya está hecho, quien argumenta está dando su definición según la interpretación que ha tenido luego del análisis requerido para éste.

Se pretende que por medio de la argumentación, el estudiante pueda llegar a un pensamiento crítico que le permita justificar todo lo que hace y que lo haga de una forma muy asertiva, desarrollando así la capacidad de análisis.

Para CECA (2011) el análisis se constituye como una operación intelectual, una de las grandes aristas que hacen parte del pensamiento crítico y creativo. Indudablemente entender cómo funciona nuestro cerebro y todos los procesos mentales que llevan al pensamiento y más aún al pensamiento crítico, reflexivo y analítico es una tarea compleja que requiere un estudio minucioso y amplio, sin embargo es posible afirmar que existen muchos factores que infieren para que una persona desarrolle una capacidad de análisis, entre ellos el contexto, las oportunidades de aprendizaje que se brindan, la observación concienzuda e intencionada, la postura personal que tiene sobre todo lo que ocurre a su alrededor, las preguntas que se hace etc.

CECA (2011) hace referencia a la capacidad de análisis de la siguiente manera:

Todos los fenómenos que se presentan a la consideración del hombre son demasiado complejos, si se les examina con detenimiento. Son simples solo a primera vista. Si se quiere indagar las causas, se hace necesario separar en partes el fenómeno para estudiarlo de mejor manera. Pero como en esta separación pudiera cometerse errores, es imprescindible juntar de nuevo las partes del todo separado con el objeto de ver si se puede volver a integrar de igual forma. Si se nos encarga decidir sobre la calidad de un libro, primero tendríamos que separarlo en partes para poder estudiarlo; podríamos considerar por separado el estilo literario, los aspectos temáticos y la facilidad para ser entendido. Esto facilitaría adentrarnos más a la obra. (p.31)

Bosch, Blasco & Carreras (2014) dicen que capacidad de análisis es “la capacidad que adquiere el estudiante para estudiar, examinar, observar y enfocar un problema, que posteriormente le ha de permitir razonar utilizando conceptos, procedimientos, datos y

herramientas matemáticas” (p.03). En matemáticas es importante enseñarle al estudiante a ser riguroso, puesto que es una disciplina que exige mucha concentración. Se debe permitir otras formas de resolución, de manera creativa y analítica. La capacidad de análisis se puede desarrollar a través de la observación, situaciones problemas, la formulación de hipótesis, preguntas constantes, etc.

De modo general la educación debe considerar la idea de estimular la capacidad de análisis y el pensamiento crítico, puesto que contrario a lo que generalmente se cree muchas veces, esa capacidad se coarta con las ideas tradicionalistas y la falta de estrategias innovadoras que hacen de ese proceso una situación monótona y aburrida, más aún en el aprendizaje de las ciencias puras y aplicadas que necesitan del estudiante concentración y muchas veces una atención especial por los conceptos y procedimientos.

Para tener buena argumentación y capacidad de análisis es necesario tener buen dominio del lenguaje, pero este dominio surge del contexto, esto debido a que el ser humano por naturaleza es social y se ve permeado por costumbres y hábitos que pasan de generación en generación, tal situación se debe a los mensajes que la sociedad transmite a cada individuo, según Ramírez (2003), son signos que implícitamente llevan un significado y que afecta la subjetividad del ser humano y transforma su realidad. En este sentido las imágenes, los paisajes, una canción o un escrito, hacen parte del signo y cada persona le da un significado de acuerdo con sus vivencias, además, le da un valor dentro de su contexto, lo que permite su comunicación dentro la cultura.

Es aquí donde es necesario hablar de Semiótica, Duval (2004) dice que el aprendizaje de las matemáticas conlleva a ejecutar los procesos cognitivos como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas, entre otras actividades del pensamiento que requieren utilizar el lenguaje sencillo o abstracto como lo requiere las matemáticas.

Blumer (citado por D’Amore, 2006) dice que “objeto matemático es todo lo que es indicado, señalado, nombrado cuando se construye, se comunica o se aprende matemáticas” (p.181). De acuerdo con lo anterior D’Amore (2006) propone los tipos de objeto matemático como lenguaje, situaciones, acciones, conceptos, propiedades y argumentos. Estas acciones con sus correspondientes teorías, ayudan para que el estudiante construya su propia definición, y así, ir entretejiendo el conocimiento de relaciones triangulares en nuestra investigación. D’Amore

(2006) también dice que el aprendizaje de los objetos matemáticos no debe ser meramente conceptual, ya que lo conceptual se adquiere a través de las “representaciones semióticas” (p.182).³

De lo anterior se puede decir que el objeto matemático contiene el significado y el estudiante lo interioriza para realizar una representación semiótica de dicho objeto y de esta manera se construye el lenguaje en relaciones triangulares.

Según Toledo & Sequera (2015) los seres humanos tomamos todo lo que nos hace crecer y transformamos el mundo de acuerdo con nuestras necesidades, de esta manera el universo toma sentido para nuestra vida, del mismo modo surgen cuestionamientos en relación a nuestra existencia y el propósito de vida en el mundo.

El ser humano siempre está en una incansable búsqueda por encontrar el sentido a las cosas, pero, detrás de los objetos hay algo que tiene un valor diferente para cada persona y todo parece relacionarse con la experiencia personal de cada individuo, con ese algo que me pasa y de lo que según Larrosa (2006) me “dejo afectar”, luego de esto nos encontramos con el significado que le damos a lo vivido, primero lo comprendemos y finalmente le damos sentido a eso que nos afecta, esto permite encontrar el aprendizaje que la situación nos quiere brindar. Lo anterior no se logra tan fácilmente, ya que el proceso se da a un ritmo diferente de una persona a otra y también a la actitud del estudiante que desee ser transformado.

La percepción que tiene Duval (2004) de las representaciones mentales y representaciones semióticas, es la manera adecuada en el aprendizaje de las relaciones triangulares, ya que él mismo lo enuncia de la siguiente manera “la noción de representación semiótica presupone, pues, la consideración de sistemas semióticos diferentes y una operación cognitiva de conversión de las representaciones de un sistema semiótico a otro” (p.27). En nuestro caso, pasar de hablar de conceptos geométricos a hablar o realizar una articulación entre la geometría con el arte.

Es ahí entonces cuando el docente debe entrar a repensar su labor e implementar acciones para facilitar la comprensión a través de estrategias propias y pertinentes, que enseñen a los

³ En este trabajo se habla de relaciones triangulares, refiriéndonos al conjunto de definiciones, propiedades y características de los triángulos; entre estos tenemos las líneas (Mediatriz, Bisectriz, Mediana y Alturas), los puntos notables (Ortocentro, Baricentro, Incentro y Circuncentro), congruencia y semejanza de triángulos.

estudiantes a pensar y a resolver problemas por sí mismos, buscar todas las soluciones posibles, permitir la participación, la deliberación, la interpretación, porque en los contextos escolares se limita mucho esa posibilidad, cualificar su labor, ya que esto implica estar atentos a esos cambios que van surgiendo, y a buscar opciones por parte del docente para mejorar la calidad del aprendizaje y propiciar un espacio para que se generen las preguntas y la reflexión constante, a partir de la experiencia.

¿Qué se entiende por experiencia? , quizás se reflexione a partir de algo vivido en determinado momento y lugar, además la respuesta puede ser subjetiva puesto a que la experiencia es algo que se vive de manera personal, pero si la pregunta la miramos desde el enfoque educativo en el cual es pensada y analizada, desde referentes teóricos que apuntan al pensamiento educativo desde la experiencia, como lo menciona Larrosa (2006), ésta toma un rumbo diferente al que nos interesa.

Según Larrosa (2006) la experiencia es “eso que me pasa” (p.88), es decir, el sujeto se deja afectar del exterior y como consecuencia de esa afectación queda una huella, una marca, un rastro en que este es transformado y deja de ser él mismo.

Esto es lo que nos interesa lograr en el aprendizaje de las relaciones triangulares, transformar a los estudiantes a través de una estrategia didáctica con el objetivo de dejar huella en su aprendizaje, que no sea sólo llenar de contenidos a los estudiantes sino, generar experiencias dentro del aula de clase. Que cada estudiante sienta algo diferente en las clases de geometría y a su vez plasme en cada actividad sus emociones y sentimientos más ocultos de su ser, porque la relación del arte con las relaciones triangulares permite que el alumno reflexione de su conocimiento y lo pueda reflejar con una creación artística o un escrito, evidenciando así su aprendizaje y motivación. De este modo, según Larrosa (2006), el estudiante construye su propia experiencia, se deja afectar y posteriormente transforma sus sentimientos y sus ideas.

Continuando con las preguntas, ¿qué se entiende por formación estética?, quizás algunos piensen que tiene que ver con la educación del sujeto y otros lo relacionen con el arte, nuestra visión va direccionada en lo que dice Farina (2006) en cómo nos relacionamos con el entorno y con nosotros mismos, a partir de esto se genera nuestra experiencia; el entorno nos brinda experiencias por medio de imágenes, paisajes, sensaciones, olores, etc., las cuales afectan nuestro estado de ánimo y lo reflejamos de alguna manera con el comportamiento, es decir, si la

experiencia fue positiva estaremos de buen humor, si por el contrario la afectación fue negativa estaremos de mal humor.

Además, Rivera (2010) define estética como “la capacidad humana de aprehender física, emocional, intelectual y espiritualmente la calidad del mundo” (p.20). Son diversas sensaciones que influyen a la hora de tener una buena experiencia, esto invita al sujeto a transformarse en todas sus dimensiones y que éste aplique el nuevo conocimiento en la vida diaria. De esto podemos decir que la estética conlleva al ser a tener una experiencia que lo transforma.

Con lo anterior se puede pretender buscar experiencias estéticas en el aula de clase, las cuales conlleven al estudiante a observar el entorno y que este sea de gran impacto para que se sienta sensibilizado y motivado para tener una experiencia estética en su aprendizaje de relaciones triangulares y en otras áreas del saber, teniendo conciencia de todo lo que realiza para ser sensibilizado y transformado.

La experiencia estética tuvo un rechazo desde lo religioso, ya que las autoridades religiosas la veían como algo rebelde. Para Jauss (1986) la experiencia estética “representa la manifestación sensorial de una manera perfecta, provocando el placer por el objeto en sí” (p. 32). Con esto se muestra que el ser humano necesita el placer estético, necesita ser motivado con música, literatura y otros, para entrar a otra dimensión desde lo sensorial, porque somos hechos de emociones que permiten romper con los esquemas y paradigmas de la cotidianidad.

Por ejemplo, en la actualidad la Iglesia usa imágenes celestiales y mensajes de amor para suscitar en el creyente ese sentimiento de amor, fe y espiritualidad. Los creyentes sienten la compañía del ser supremo que guía sus vidas y al salir del Templo experimentan una renovación en lo más profundo de sus almas y como resultado de la experiencia. La experiencia estética también se puede vivenciar en el aula de clase, siendo el maestro quien se encargue de propiciar momentos que ayuden a ello, partiendo de una obra de arte, que ésta permita al estudiante encontrarse consigo mismo y como lo menciona Henao & Moreno (2017) desde su contacto con el arte que continúe el proceso de interiorización de emociones, para luego sacarlas a flote en su propia construcción estética.

La enseñanza de las relaciones triangulares con el paso del tiempo ha perdido importancia en las aulas de clase, ya sea porque algunos docentes no hacen una correcta transposición

didáctica del tema y los estudiantes perciben el contenido demasiado incomprendible y ven esta área como un relleno en los planes de estudio, debido a que no ven la aplicabilidad en el mundo de la vida como lo menciona Lineamientos Curriculares en Ciencias MEN (1998). En esta estrategia didáctica se abordan estos referentes teóricos para la construcción de nuevas formas de ver la enseñanza - aprendizaje.

Visionamos que los estudiantes lean, interpreten y aprendan el lenguaje geométrico, a partir de actividades propuestas o mejor dicho de otra manera de presentar momentos que inviten al alumno a vivenciar, que sean tocados desde el arte, a interpretar este lenguaje, pero desde algo más íntimo y emocional, que permita ser.

Es necesario buscar un mayor significado en los contenidos, esto en el momento en el que se fusionan el arte y la geometría, siendo un reto, tanto para los docentes como para los estudiantes, esto en cuanto a la búsqueda de estrategias intencionadas que permitan pensar diferente, con el fin de promover la capacidad de análisis y posteriormente modificar lo que se tenía de conocimientos previos y se permita una mejor estructura en el contenido aprendido.

En este trabajo la experiencia estética, establece una conexión entre el componente didáctico y disciplinar, esta conexión se da mediante la unión de los procesos (argumentación y capacidad de análisis), la geometría y el cubismo como arte abstracto. A continuación, en el componente disciplinar abordaremos la geometría y el arte cubista.

7.2. Componente disciplinar

En este componente se abordará la geometría y el arte como temas principales, y de los cuales se derivan los elementos o recursos implementados para la realización de la estrategia didáctica.

7.2.1. Relaciones triangulares. 1 8 0 3

Cabe resaltar que hasta el momento no hay una definición concreta para las relaciones triangulares, es por ello que primero diremos qué es una relación y qué es un triángulo, esto con el fin de fusionar dichas definiciones y posteriormente crear nuestra definición de relaciones triangulares.

Paci (citado por Ferrater, 1975) “entiende la relación como "proceso" y, por tanto, como modo de unión dinámica” (p.554). En este trabajo coincidimos con esta forma de ver la relación, ya que la enseñanza de las relaciones triangulares se da como un proceso, paso a paso, concepto por concepto, con el fin de obtener la unión de todos esos conceptos y construir así, las relaciones triangulares.

Según Ferrater (1975), “una misma relación puede tener varias propiedades a la vez” (p.555). Es aquí entonces donde trabajamos el triángulo como una relación, abordando cada una de sus propiedades y características.

Según Londoño (2005) “Un triángulo es un polígono de tres lados (...) Se denota por Δ y escribimos ΔABC . Los puntos A, B, C se llaman vértices del triángulo”. (p.106). Londoño (2005) describe que los triángulos pueden clasificarse según sus ángulos y lados y cada uno de estos triángulos posee líneas y puntos notables, posteriormente aborda la congruencia y semejanza de triángulos con sus criterios.

En este trabajo hablamos de relaciones triangulares, refiriéndonos al conjunto de definiciones, propiedades y características de los triángulos; entre estos tenemos: semejanza, congruencia, las líneas (Mediatriz, Bisectriz, Mediana y Alturas) y los puntos notables de un triángulo (Ortocentro, Baricentro, Incentro y Circuncentro).

Como lo dice Rincón (2013) algunos docentes no enseñan detalladamente de donde sale cada una de las definiciones o en qué momento se debe utilizar, de acuerdo a las características o ejercicio que se plantea. En el presente trabajo se explica cada una de las propiedades y características y se pretende que el estudiante este enterado de todo lo relacionado con las relaciones triangulares, que sea consiente y pueda diferenciar los tipos de triángulos, clasificándolos de acuerdo a lo que sabe y que este conocimiento lo lleve a otros contextos, en este caso al arte, utilizando el cubismo para el aprendizaje de las relaciones triangulares.

Siguiendo esta misma línea, se realiza una articulación entre arte y geometría, es por ello que continuamos con el arte, el cual nos aporta herramientas que nos permiten diseñar nuestra propuesta, en consecuencia con lo anterior abordaremos elementos de esta disciplina que nos brindan la posibilidad de una teoría, para de esta forma tomar los conocimientos del cubismo,

con los cuales podemos obtener los recursos para el desarrollo de dicha estrategia. Es por esto que se plantea el siguiente interrogante:

¿Cómo se relaciona el arte abstracto con la enseñanza de la geometría?

La abstracción, según Mascarell (2015), surge de movimientos como el cubismo, en el siglo XX encabezado por Picasso y Braque. Teniendo en cuenta que,

Este movimiento se centraba en el análisis racional de la realidad, valorando el plano en la pintura y las estructuras, destruyendo la perspectiva y descomponiendo y reconstruyendo la realidad, para llegar finalmente a una abstracción perdiendo la forma, adoptando las formas geométricas del referente natural. Este, proceso de los artistas cubistas es un primer paso en el camino de la abstracción geométrica. (Mascarell, 2015, p.12)

Desde este punto de vista, se puede observar que el arte abstracto sirve en la enseñanza de la geometría, ya que en este movimiento se observa que se le da forma geométrica a lo que se realiza, es aquí en donde se puede enseñar ángulos, áreas, volúmenes, teoremas, polígonos, etc. Los conceptos anteriormente enunciados, se pueden enseñar utilizando mandalas, caligramas y pinturas, más adelante se explicará detalladamente de que se trata.

Según Mascarell (2015) “creando composiciones compuestas por formas geométricas fundamentales, (principalmente en círculos y cuadrados), buscando la sensibilidad a través del arte geométricas llevando la abstracción a una inclinación más mística” (p.12). El arte abstracto nos brinda muchos elementos para la enseñanza de la geometría y al mismo tiempo genera sensibilidad en los estudiantes, aquí se aprovechan las formas, líneas y volúmenes, para que los estudiantes dejen plasmados sus estados de ánimo.

Un profesor de matemáticas que tenga buen dominio del arte abstracto puede ser mucho más riguroso y más preciso al momento de enseñar geometría, ya que conoce bien las formas y tiene el conocimiento específico del tema.

Según Mascarell (2015), “en 1915, surgió el suprematismo ruso y el constructivismo, tenían sus bases en un intento por cambiar la sociedad y crear un arte funcional y normativo, buscaban un arte universal alejado del individualismo y la subjetividad” (p.12). Desde este punto de vista el arte abstracto se relaciona mucho con la enseñanza de la geometría, ya que

trabajar en equipo puede hacer que se obtenga un aprendizaje significativo y casi que completo, esto debido a que hay una interacción entre los miembros del grupo y cada uno aporta algo diferente y preciso, de una manera objetiva.

Mediante repeticiones de formas geométricas ordenadas en diferentes tamaños o con figuras que se repiten sufriendo pequeñas variaciones para conseguir efectos visuales por medio de contrastes de color, se puede enseñar a los estudiantes semejanza y congruencia.

Se puede considerar que para que haya arte abstracto con figuras geométricas, primero se deben de tener muy claras las características de las figuras, tener buen dominio de sus definiciones y de sus teoremas, de lo contrario sería un arte distorsionado de la realidad.

Según lo expuesto anteriormente, se puede decir que el arte es una ayuda didáctica que permite una mejor mediación entre la enseñanza y el aprendizaje de las relaciones triangulares, es por ello que nos planteamos la posibilidad de enseñar geometría teniendo en cuenta el arte, pero centrándonos en el cubismo como tema principal para dicha mediación.

7.2.2 El Cubismo.

A continuación se expondrá una breve historia del cubismo, sus características y su clasificación.

Según Galante (2009) el Cubismo es una de las teorías de expresión plástica más originales e innovadoras del siglo XX, su tesis fundamental planteaba trabajar lo opuesto a las teorías impresionistas predominantes de la época, y darles mucha más importancia a las formas, esto debido a que, para muchos en esa época, la realidad se apoyaba esencialmente en una apreciación visual de las cosas. Pablo Picasso y Braque fueron los creadores y padres supremos del cubismo en el periodo de 1907 a 1914, en sus pinturas y cuadros era notable que la realidad se reducía a las formas geométricas básicas. Lo importante para los cubistas eran las formas, su esencia y lo sustantivo de cada una y lo que hacía que siempre fueran las mismas, por lo cual se daba paso a una visión más totalitaria y esencial de las cosas.

El cubismo atravesó por tres tendencias importantes: la primera de ellas era la fase analítica, la cual se centró en la descomposición de las formas hasta llegar a una forma meramente abstracta, la segunda fase se denominó la fase sintética donde se integró a la pintura aspectos espaciales y corporales de los cuerpos, aquí se organiza en planos más ricos de color, y se empieza a aplicar el llamado collage que consiste en pegar a la pintura elementos ajenos. Posteriormente Guillermo Apollinaire creó en 1910 la tercera fase, la literaria. Según Álvarez, Baquero, Basto, Carrillo & Díaz (2013) el Cubismo literario surge a partir de una estrecha relación entre la poesía y la pintura, donde los artistas plasman lo subjetivo en palabras que dan forma a la pintura, a esto se le da el nombre de caligramas, una poesía con forma. Apollinaire creó la palabra caligrama, según Rodríguez (2014) “es una contracción de las palabras caligrafía e ideograma, y que representa lo que el poeta llamaba «el acto de escribir con belleza.»” (p.12); Apollinaire publica su libro llamado Caligramas, poemas de la paz y de la guerra (1913-1916), cabe resaltar que estos caligramas fueron inspirados en la Primera Guerra Mundial.

Años posteriores, este tipo de poesía toma un gran significado en escritores y artistas, donde según Thornton (2012) “los signos, liberados de su carga semántica, pasan a ordenarse de otras maneras” (p. 14). Y de esta manera es que hoy en día utilizamos signos matemáticos y lingüísticos para expresar ideas, el caligrama es una mediación para expresar dichos pensamientos

El movimiento cubista como tal, se oponía a la plasmación de una realidad mental o intelectual real de las cosas, es decir, como se veían naturalmente de esta manera, la realidad no se presentaba como las personas observaban comúnmente, sino que esa realidad era descompuesta en múltiples planos y prismas, producto de la visión de diversos puntos de vista.

Con lo anterior, es posible afirmar que el cubismo se constituye como una de las primeras relaciones existentes entre la geometría y el arte, específicamente con las figuras geométricas. Según (Molina, 2015) el cubismo se define como: “El primer movimiento artístico de la vanguardia histórica, que revolucionó y sustituyó el campo de la representación figurativa e ilusionista de la pintura a favor de la geometrización” (p.02). Así, se considera que el cubismo es una manera muy pertinente de acercar a los estudiantes al trabajo con la geometría.

Históricamente el cubismo marcó una brecha entre las formas de ver y considerar el arte, puesto que diversos artistas como el mencionado Pablo Picasso, o Guillermo Apollinaire, introdujeron en sus pinturas cubos o figuras geométricas, rompiendo con las formas de pintura tradicional, en la cual desaparece la perspectiva paralela y se muestran los objetos en distintas posiciones, siendo protagonistas las figuras geométricas y en donde los objetos contenidos en los cuadros eran mostrados de frente y de perfil formando imágenes rectangulares, triangulares, cilíndricas y cuadradas.

Así pues, el cubismo como vanguardia artística y la relación que guarda con el área de geometría permite no solo la observación concienzuda e intencionada de un material artístico, en este caso una pintura; sino también el análisis de dicha obra y el trabajo con la geometría a pesar de que esta disciplina muchas veces se reduce a líneas dibujadas en un cuaderno o simples representaciones gráficas.

Como docentes en formación debemos estar abiertos a agotar todos los recursos y poner a conversar diversas áreas para lograr un trabajo interdisciplinar, que permita el acercamiento a ciertos conocimientos de forma lúdica, intencionada e integral.

El arte es uno de los tantos recursos que permiten el aprendizaje y aplicación de la geometría en la vida diaria, logrando identificar las figuras y su construcción en tercera dimensión, en esta construcción se pasa de la visualización a la representación de las figuras. Al respecto en una de las tesis que trabaja esta relación entre estas dos áreas se expresa lo siguiente:

No puede haber comprensión en Matemática, si no se distingue un cuerpo geométrico de su representación, pues toda confusión entre el cuerpo y su representación provoca una falta de comprensión, ya que los conocimientos adquiridos no resultan útiles fuera del contexto de aprendizaje, permanecen como representaciones inaplicables. La posibilidad de efectuar transformaciones sobre los cuerpos geométricos depende del sistema de representación utilizado. (Blanco, P.19, 2013)

La utilidad y aplicación en la práctica de aprendizajes geométricos en un tema que no puede estar ajeno en el proceso de enseñanza y aprendizaje, puesto que se vuelve más significativo y permite una mayor comprensión en los estudiantes, más aún con temáticas que muchas veces resultan complejas para ellos, como lo es en la mayoría de los casos el aprendizaje de temáticas relacionadas con la geometría. Así pues, que el conocimiento salga del salón o de

la institución educativa se hace más interesante y ameno, en este caso por ejemplo como se abordan dos áreas simultáneamente, se da la posibilidad de que se sitúe este aprendizaje en un museo o en algún lugar donde identifique una pintura cubista y puedan establecer una relación con lo planteado en las clases.

El cubismo ha sido un gran aporte para este trabajo, ya que las relaciones triangulares se apoyan en las figuras geométricas y en especial en los triángulos, donde el cubismo nos aporta el conocimiento y sus técnicas que nos motivan a llevar al estudiante a valorar la creatividad en el aula de clase. Cabe mencionar que en este trabajo se abordara solo el cubismo literario, ya que por medio de los caligramas se busca que los estudiantes sean creativos y hagan una articulación del arte y de la geometría, teniendo en cuenta la apropiación y dominio de las definiciones de las relaciones triangulares, es a partir de esto que se implementan actividades, abordadas desde los mandalas y los caligramas. A continuación se hablará un poco de lo que es un mandala.

7.2.3. *Los Mandalas*

Paglini (2002) dice que: “Los mandalas son formas geométricas que sintetizan de alguna manera la estructura de lo que es observado. La multiplicidad de los acontecimientos están simbolizados por el gran círculo director y el centro como la unidad, lo inmóvil, lo eterno” (p.213). Teniendo en cuenta la definición dada por Paglini, con el presente trabajo se desea que el estudiante cree su propio mandala, a partir de lo que observa y de lo que lo mueve espiritualmente, esto se realiza con la intención de que ellos puedan ver y relacionar la geometría con otros elementos de la vida, que no sea de la forma tradicional que se ha hecho a través de la historia, que su obra de arte sea una inspiración y una motivación para aprender y ponerle sentido a todo lo relacionado con las relaciones triangulares, como lo dice Paglini el mandala está formado por el círculo como parte central, pero también podemos destacar que lo que en él está inscrito es una obra plasmada por el creador, por su artista, por ese personaje que por medio de la construcción de éste, dio a conocer sus pensamientos, su personalidad, y por qué no, su

estado de ánimo o sus emociones, este último se puede notar por medio de los colores en los cuales se pintó el mandala, que se note aquí una experiencia estética.

Abordamos el mandala, ya que a partir de este, se puede empezar a enseñar las definiciones y propiedades de cada una de las relaciones triangulares, es una forma lúdica y por ende se tiene la premisa de que el aprendizaje de los estudiantes será más significativo.

Según Caza (2015) “La enseñanza de Mándalas debe estar presente en toda la comunidad educativa, siendo evidente que hay un mundo de estimulaciones que están siendo desaprovechadas” (p.61). Teniendo en cuenta esto, podemos destacar la enseñanza de las relaciones triangulares por medio de los mandalas, ya que este es un medio que sirve para incentivar al estudiante y que le encuentre el sentido a la geometría, que pueda hacer relaciones entre ella y su vida cotidiana, que pueda explorar y enterarse por sí mismo que la geometría está inmersa en todas las cosas que nos rodean, un ejemplo claro de ello es la naturaleza y las obras de construcción.

Es importante que se realice la implementación de estrategias nuevas en las aulas de clases, cabe recalcar que el trabajar con mándalas tiene varios beneficios, (...) 1.- Ayuda en el desarrollo de su individualidad y de su autoestima. 2- Fomenta una personalidad creativa e inventiva. 3- Desarrolla habilidades para resolución de problemas. 4- Organiza sus ideas. 5.- Desarrollar los sentidos y la capacidad de percepción 6.- Favorecer que el niño se exprese de forma creativa con el uso de distintas técnicas plásticas. (Caza, 2015, p.38)

Con el fin de cambiar la forma rutinaria y tradicional en la que se ha enseñado la geometría a través de la historia, es que deseamos como grupo de trabajo abordar las relaciones triangulares por medio de otras metodologías, una de ellas es la implementación y creación de los mandalas, ya que con este se pueden obtener mejores resultados, además teniendo en cuenta los beneficios a los que hace referencia Caza, no solo se tendría mejoría a lo relacionado con la geometría como tal, sino que también se pueden ver favorecidos otros aspectos del estudiante, como lo son la creatividad, la confianza, la comunicación, entre otros.

7.2.4. Estrategia didáctica

Las estrategias de enseñanza las definen Mayer, Shuell, West, Farmer & Wolf (citados por Díaz & Hernández, 1998) “como los procedimientos o recursos utilizados por el agente de enseñanza para promover aprendizajes significativos” (p.143).

El estudiante empleará las estrategias para aprender, recordar y usar la información. Se tienen unos criterios para el diseño de una estrategia didáctica, tales como: objetivos de enseñanza, cuestionarios, imágenes relacionadas con la temática a enseñar, palabras claves, mapas conceptuales, entre otros recursos didácticos que el docente crea que sean pertinentes en el diseño de la estrategia (Díaz & Hernández, 1998)

Según Díaz & Hernández (1998) las estrategias de enseñanza se clasifican según los propósitos del docente, algunas de ellas son utilizadas para activar los conocimientos previos, orientar la atención de los alumnos, organizar la información y hacer un puente entre los conocimientos previos y la nueva información. Además, se puede tener en cuenta las estrategias de aprendizaje, que al igual que las estrategias de enseñanza tiene un procedimiento para el desarrollo de las habilidades de los estudiantes, para que éstos adquieran un aprendizaje significativo.

7.3. Componente Metodológico

En este componente se explica en qué consiste este tipo de investigación. A continuación se expondrá detalladamente desde el punto de vista teórico.

7.3.1. Diseño metodológico o metodología de investigación

La presente investigación es cualitativa, con enfoque hermenéutico. Según Hernández, Fernández & Baptista (2014) en la investigación cualitativa se “pueden desarrollar preguntas e hipótesis antes, durante o después de la recolección y el análisis de los datos. Con frecuencia,

estas actividades sirven, primero, para descubrir cuáles son las preguntas de investigación más importantes; y después, para perfeccionarlas y responderlas” (p.07).

Según González (2010) la investigación cualitativa con enfoque hermenéutico, parte de una vivencia, en la cual se busca en el pasado eso que sorprendió, en esta vivencia hay un hecho sorprendente, ese hecho en tanto sorprende, aventura a la búsqueda de explicaciones o de teorías que puedan resolver el problema que hay en eso que sorprende, de aquí emergen unos iconos, indicios, enigmas, conjeturas y sospechas, de estos surge una hipótesis abductiva y posteriormente una pregunta de investigación. En la pregunta de investigación hay una tesis, antítesis y síntesis. La tesis es una teoría que está en el pasado y que se trae al presente, ya que se considera que en su momento fue válida y es pertinente para lo que se quiere investigar, a esta teoría se le realiza una pregunta, ya que esta teoría no es suficiente y no responde todo; luego entra otra teoría, la antítesis, la cual tiene elementos teóricos comunes y no comunes con la tesis, de aquí se toma lo común y de esto surge una nueva teoría llamada síntesis.

7.3.2. *Proceder hermenéutico*

Según González (2011) el proceder hermenéutico es:

Un continuo en el tiempo, un horizonte hacia delante, que aunque arranca con los prejuicios cuando penetramos en el círculo de la comprensión, éste se va ampliando en círculos concéntricos cuando reflexionamos, analizamos, comparamos y vamos comprendiendo e interpretando para llegar a una síntesis. (p.127)

Este proceder investigativo es un proceso en el que se evidencian elementos esenciales, a la hora de abordar y escribir un texto, tales como Prejuicios, Reflexiones, Análisis, Comprensiones, Comparaciones, Interpretaciones y Síntesis (González, 2010). Lo anterior se abrevia con la sigla PRACCIS. Los prejuicios son juicios anticipados que tiene el sujeto en cuanto al texto, estos prejuicios cambian por juicios cuando se empieza en la lectura del texto, en este momento surge la reflexión del texto; para alcanzar esta reflexión se hace un análisis, descomponiendo ese todo del texto en unas partes y en esas partes se empieza a comprender, luego de esta comprensión se hacen comparaciones con otros textos con el fin de llegar a una

interpretación, y finalmente se realiza una síntesis, entendida como una unidad de sentido (González, 2010).

7.4. Procedimiento hermenéutico

Según González (2011) el procedimiento hermenéutico “contempla el problema, la hipótesis, la historia de conceptos, el estado de la cuestión y el acopio de la información, todo ello con el objeto de crear una cosa, con vida propia” (p.125).

El problema y su hipótesis, contienen conceptos, las partes del todo. Estos conceptos se manifiestan en sus horizontes, en su pasado, en su presente y en su futuro. En su pasado se elabora su historia, en su presente se elabora el estado en cuestión y, para su futuro y perduración se crea la cosa. (González, 2011, p.136)

A continuación, se muestra en qué ha consistido el pasado, presente y futuro de nuestra investigación.

En el pasado hay elementos como: la búsqueda de antecedentes teóricos; observación de clase; caracterizaciones de los estudiantes, docentes y de la institución; observación de la malla curricular de la IECM; verificación del plan de área y de los DBA.

El presente se basa en: la elaboración de la estrategia didáctica; investigación de elementos que conforman la estrategia didáctica; implementación de la estrategia didáctica; guía de prejuicios realizada a los docentes o estudiantes de Matemáticas y Física.

El futuro consta de: Evaluación de los resultados de la implementación de la estrategia didáctica; conclusiones y recomendaciones.

Para González (2011) “en la estructura se manifiesta el círculo de la comprensión, el todo con sus partes y la fusión de horizontes” (p.127).

En esta investigación la estructura inició con la vivencia de cada uno de nosotros, maestros en formación, buscando la transformación en la enseñanza de la geometría; lo anterior conlleva a un hecho sorprendente, el cual es ¿por qué no se han trabajado las relaciones triangulares desde el punto de vista estético? Del hecho sorprendente emergen unos íconos, indicios, enigmas, sospechas, y conjeturas, de estos surge una hipótesis abductiva y posteriormente una pregunta de investigación.

En los iconos tenemos la observación de: los lineamientos curriculares, plan de estudio de la IECM, programa de estudio del grado 8°. Esos iconos nos llevan a unos indicios, aquí miramos que es lo que impide que los estudiantes aprendan geometría, posteriormente llegamos a unos enigmas, en estos nos realizamos preguntas ¿cómo enseñar?, ¿qué recursos usar para enseñar?, ¿cómo hacer que una clase sea amena para el estudiante?, ¿cómo hacer una dialéctica entre los saberes? Luego de esto, tuvimos unas sospechas, en ese momento pensamos que el arte podría ser muy buena mediación para enseñar las relaciones triangulares, hacerlo de una forma amena para los estudiantes y cambiar la manera rutinaria de enseñar la geometría. Posteriormente hicimos unas conjeturas, en estas dimos respuesta a algunas de las preguntas realizadas en los enigmas y llegamos a la conclusión de que el arte cubista es un buen método y recurso para el aprendizaje de los estudiantes en las relaciones triangulares. Como hipótesis abductiva nos planteamos la pregunta ¿El aprendizaje de las relaciones triangulares puede ser potenciado mediante la creación de experiencias estéticas con el cubismo?, también tenemos un problema dialéctico, en este están la tesis, antítesis y síntesis; en la tesis trabajamos la enseñanza de la geometría Euclidiana, en la antítesis la enseñanza de la geometría vs arte y en la síntesis abordamos la enseñanza de las relaciones triangulares vs arte abstracto; el problema dialéctico nos llevó a una pregunta de investigación ¿Cómo potenciar el aprendizaje de las relaciones triangulares, a partir de una estrategia didáctica, mediada por una experiencia estética cubista?

Se establecieron los objetivos que nos ayudaron a ponerle metas a nuestra investigación y posteriormente nos adentramos a investigar teorías y a planear las actividades que harían parte de la estrategia didáctica.

7.4.2 *Proceder hermenéutico*

Desde lo práctico, se ha evidenciado este proceder hermenéutico por medio de la lectura de textos y por medio de la creación de la estrategia didáctica, con el fin de cambiar la forma rutinaria de enseñar geometría.

Los instrumentos utilizados en la estrategia didáctica son: teoría de triángulos, pinturas cubistas, mandalas y caligramas.

7.4.3 *Guía de prejuicios*⁴

Vivimos inmersos en la herencia cultural, en la tradición, con los efectos de la historia en nuestro ser, que se manifiestan en prejuicios, (...). Pues los prejuicios, nuestras creencias y emociones, guían nuestra curiosidad, en tanto posibilidad (González, 2011, p.6).

Cordial saludo. Esta guía de prejuicios hace parte de un trabajo monográfico titulado: “Las relaciones triangulares a través del cubismo: una estrategia didáctica”, cuyo objetivo es: Potenciar el aprendizaje de las relaciones triangulares, a partir de una estrategia didáctica, mediada por una experiencia estética cubista.

Esta se realiza con el fin de conocer lo que algunos estudiantes de licenciatura en matemáticas y docentes del área de matemáticas piensan sobre la enseñanza de la geometría; específicamente de las relaciones triangulares.

⁴ **Guía de prejuicios:** Es un instrumento para la recolección de datos que posibilita la expresión de conceptos previos, preconcepciones, conocimientos anteriores a la aplicación de la estrategia didáctica. Contiene una serie de preguntas formuladas a partir de los conceptos del trabajo monográfico. Se emplea para conocer argumentos, creencias y emociones de otras personas respecto del objeto de estudio de la cual se esperan obtener categorías de análisis, en busca de la reconfiguración de dicha estrategia.

1. ¿Cuáles estrategias utiliza el profesor de geometría para la enseñanza de las relaciones triangulares? _____

2. ¿Cree que el arte y la literatura pueden ser una mediación didáctica para la enseñanza de la geometría?

3. ¿Qué entiende por experiencia estética en la enseñanza de las relaciones triangulares?

4. ¿Qué le dice la expresión “el sentido en el aprendizaje de las relaciones triangulares”?

5. ¿Conoce algún tipo de obra cubista? Sí____ No____ ¿cuál?

6. Teniendo en cuenta la pregunta anterior ¿Cree que enseñar las relaciones triangulares a partir del cubismo, podría mejorar el aprendizaje de la geometría? Sí____ No____
Explique: _____

7.4.4. Intencionalidad de la guía de prejuicios

De manera general cada pregunta fue elaborada con el fin de conocer las perspectivas de algunos estudiantes y docentes de Licenciatura de matemáticas y Física, ya que cada uno ha tenido experiencias diferentes en el aula de clase y esto les permite construir unos prejuicios, para posteriormente construir sus propios modelos de enseñanza.

A continuación se dará conocer la intencionalidad en la elaboración de cada pregunta.

1. En esta pregunta se busca conocer qué recursos didácticos emplea el docente en la enseñanza de las relaciones triangulares o si simplemente no las usa.

2. La enseñanza de la geometría ha sido presentada de manera magistral, pero con el paso de los años se han presentado propuestas didácticas que desean romper los esquemas, en ese sentido deseamos conocer si el arte y la literatura pueden innovar la enseñanza de la geometría.

3. Pretendemos conocer si los docentes en ejercicio y en formación, tienen conocimiento o no de experiencia estética.

4. De acuerdo con nuestro trabajo se tiene una concepción de sentido en el aprendizaje de las relaciones triangulares, pero se desea conocer qué entienden los docentes y estudiantes de Licenciatura de Matemáticas y Física con dicha expresión, esto se hace con la finalidad de ampliar y complementar nuestras perspectivas.

5. Se quiere saber si los encuestados conocen el cubismo y los autores representativos de esta rama del arte.

6. Ésta es con la intención de conocer las apreciaciones de docentes y estudiantes, con respecto a la enseñanza de las relaciones triangulares a partir del cubismo.

Tabla 1. Análisis de la guía de prejuicios

Análisis de la Guía de Prejuicios		
PREGUNTA	VOZ DEL DOCENTE Y/O ESTUDIANTE DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA	VOZ DEL INVESTIGADOR
1.	La mayoría de los encuestados usan estrategias para la enseñanza de las relaciones triangulares. Estas estrategias son: - Manera tradicional: hacen mención del uso de tablero, tiza, las definiciones, ejercicios y evaluación de lo aprendido. - Implementación de las Tic: usan programas informáticos, como R y C. - Tradicional y Tic: dictan la clase de manera magistral y luego aplican en R y C. - Recursos didácticos: usan el doblado de papel, regla, compás para realizar	Se percibe que algunos de los docentes y estudiantes de Licenciatura en Matemáticas y Física, enseñan las relaciones triangulares de forma tradicional y rutinaria, siendo unos pocos los que hacen algo diferente en las clases.

	<p>construcciones geométricas.</p>	
<p>2.</p>	<p>La mayoría de los encuestados manifiestan estar de acuerdo en que el arte y la literatura puede ser una mediación didáctica, además, mencionan que pueden salir obras de arte, que es una forma de motivar al estudiante, porque es adecuado y didáctico, y que además tiene componente estético.</p> <p>Mientras algunos opinan que no abordan el tema del arte con geometría. Otros opinan que el arte no se necesita para la enseñanza de la geometría y sólo alguien dice que puede ser subjetiva.</p>	<p>Se logra observar que la mayoría están de acuerdo en hacer de sus clases algo diferente permitiendo que el arte y la literatura contribuyan a la enseñanza de las relaciones triangulares. Mientras muy pocos no permiten una dialéctica entre arte, literatura y geometría</p>
<p>3.</p>	<p>Gran cantidad de los encuestados manifiestan que experiencia estética es una percepción y apreciación de los objetos. Otros dicen que son experiencias con imágenes, o la definen como observación de la figuras. Muy pocos no entienden la relación con enseñanza de relaciones triangulares</p>	<p>Se evidencia que la mayoría trata de definir experiencia estética de acuerdo a la vivencia personal con el arte, mientras la minoría no la relacionan con relaciones triangulares.</p>

<p>4.</p>	<p>La expresión “el sentido en el aprendizaje de la relaciones triangulares ” para algunos hacen alusión:</p> <ul style="list-style-type: none"> -exportar el conocimiento de relaciones triangulares a otras áreas. -Pertinencia de la enseñanza de las relaciones triangulares. -Uso de los sentidos. -Aprendizaje significativo. -Finalidad. -Contextualizar. -Nada y no entiende cuales son las relaciones triangulares. 	<p>Se logra inferir que hay diferentes posiciones en relación con la afirmación propuesta, pero no de manera aislada; sin embargo se percibe que no hay claridad en ¿Cuáles son la relaciones triangulares? ¿Qué las comprende?</p>
<p>5.</p>	<p>La gran mayoría manifiesta conocer obras cubistas, hacen relación a artistas como Picasso y Omar Rayo. La minoría dice no conocer obras cubistas.</p>	<p>Se percibe que la mayoría conoce el cubismo y sus íconos, mientras unos pocos no conocen.</p>
<p>6.</p>	<p>La mayoría opina que enseñar las relaciones triangulares a partir del cubismo puede mejorar el aprendizaje de la geometría, ya que es tomada de otra perspectiva y favorece al aprendizaje. La minoría dice que no, ya que no sabe o no conoce de obras cubistas.</p>	<p>Es de gran satisfacción encontrar personas que ven viabilidad en la enseñanza de las relaciones triangulares a partir del cubismo. A los docentes que no ven viable lo anterior, se les hace la invitación para que se dejen afectar por el cubismo.</p>

1 8 0 3

Fuente: Autores

8. Estrategia didáctica

Esta estrategia didáctica consta de seis actividades principales, a cada actividad se le dio el nombre de Arte Geométrico, y tienen una intermediación de la geometría y el arte cubista. Se usa la metodología más adecuada para alcanzar los objetivos propuestos y lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes. A continuación se puede observar de qué se trata cada una de ellas y como se diseñó el plan de clase para cada actividad.

Arte geométrico 1: En esta actividad se desea observar si los estudiantes logran abstraer elementos geométricos que se presentan en otro contexto, en este caso se hace por medio de una poesía.

Plan de Clase N° 1

Institución Educativa Concejo de Medellín



Grado: 8°5

Objetivo: Sensibilizarse frente a las sensaciones que puedan surgir de la relación geometría y arte.

Primer Momento: Saludo. Se les da las indicaciones de la actividad que se va realizar de manera individual y el objetivo de la misma y recordando que al finalizar la clase se debe entregar resulta. 15 minutos.

Segundo Momento: Se distribuye la actividad a cada estudiante y por consiguiente la ejecución de la misma, de manera individual. Los docentes resuelven las dudas que surgen en el desarrollo de la actividad. 30 minutos.

Tercer Momento: Se hace recolección de las actividades. Se dejan compromisos para la próxima clase. 5 minutos.

	Universidad de Antioquia Práctica Pedagógica Licenciatura en Matemáticas y Física Institución Educativa Concejo de Medellín	
---	--	---

Arte Geométrico 1¹

Responsables: Luis Álvarez / Yenit Arango / Mónica Cardona

Objetivo: Sensibilizarse frente a las sensaciones que puedan surgir de la relación geometría y arte.

Teniendo en cuenta la poesía de *Pilar González España*², responde las siguientes preguntas.

1. ¿Qué título le pondrías? _____
2. ¿Qué sentimientos emergen en ti al leerla? _____
3. ¿Qué otras propiedades tienen los triángulos, a parte de las descritas en la poesía? _____
4. Realiza un dibujo que recree la poesía.

De mis hermanos soy
el más extravagante,
el más moderno,
el que tiene más arte.
Tengo lados y esquinas,
tres para más pistas.
El triángulo me llaman
de la familia el artista.
Pili González



Teniendo en cuenta la imagen, responde las siguientes preguntas.



5. ¿Qué título le pondrías? _____
6. ¿Qué sentimientos emergen en ti al contemplarla? _____
7. Escribe una breve descripción de la imagen.

8. En la imagen se observan varios triángulos. ¿Qué características tienen esos triángulos?

9. ¿Qué clases de triángulos hay? _____
9. Delimita un triángulo escaleno y halla la medida de sus ángulos interiores.
10. Colorea todos los triángulos:
 - a. Acutángulos de azul.
 - b. Rectángulos de rojo.
 - c. Obtusángulos de verde.
11. ¿Se puede dibujar un triángulo que sea rectángulo y equilátero a la vez? Sí _____

¹ Tomado del proyecto doctoral "El cubismo como mediación para darle sentido a la didáctica de la geometría" por Clara Cecilia Rivera Escobar.

² Es poeta, dramaturga, declamadora, traductora y docente de la Universidad Autónoma de Madrid – España.

³ Pintor ruso de hondas e influencias cubistas que, tras la caída de la Unión Soviética, ganó una gran popularidad internacional.

1 8 0 3

Figura 1. Plan de clase número 1. Fuente: Autores

Arte geométrico 2: Por medio de esta actividad se observan los conceptos que tienen los estudiantes, si están claros o no. También se observa las representaciones que tienen los estudiantes y su capacidad de análisis frente a las relaciones triangulares.

Plan de Clase N° 2

Institución Educativa Concejo de Medellín

Grado: 8°5

Objetivo: Sensibilizarse frente a las sensaciones que puedan surgir de la relación geometría y arte.

Primer Momento: los estudiantes son situados en las sillas anteriormente organizadas de modo que se sienten dando la espalda a su compañero. Se les entrega una hoja en blanco y el compañero de su espalda tendrá una hoja con un dibujo. Se les da las indicaciones para el desarrollo de la actividad. 10 minutos.

Segundo Momento: el estudiante que tiene el dibujo debe indicarle al compañero de la espalda como elaborar el dibujo y escribir el paso a paso. Acompañamiento del docente en la actividad resolviendo dudas. 30 minutos.

Tercer Momento: evaluación de la actividad. La pareja de estudiantes deben comparar los resultados del trabajo en equipo, luego se socializa la actividad con todos los estudiantes. 10 minutos.

**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

	<p>Universidad de Antioquia Práctica Pedagógica Licenciatura en Matemáticas y Física Institución Educativa Concejo de Medellín</p>	
---	--	---

Arte Geométrico 2¹

Responsables: Luis Álvarez / Yelit Arango / Mónica Cardona

Objetivo: Sensibilizarse frente a las sensaciones que puedan surgir de la relación geometría y arte.

Momento 1.

Siéntate dando la espalda a un compañero. Cada uno tendrá una hoja, uno la tendrá en blanco y otro la tendrá con un dibujo. El compañero que tiene el dibujo dictará la imagen a su compañero sin que este la mire y al mismo tiempo dejará por escrito cada uno de los pasos dictados. Al terminar de dictar la imagen compararán los dibujos. Es importante resaltar que, si algún compañero del grupo queda sin pareja debe tomar nota de todo lo que observa en el grupo mientras se desarrolla la experiencia.

Luego de la experiencia, en el reverso de la hoja responde las siguientes preguntas

1. ¿Cómo te sentiste en la experiencia? Explica _____

2. ¿Qué te llamó la atención de la experiencia y por qué? _____

3. ¿Cómo te quedó lo que hiciste en la experiencia? _____

4. ¿Cuál crees que fue la causa para que el dibujo quedara plasmado de la forma en que quedó? _____

5. ¿Qué aprendiste? _____

¹Tomado del proyecto doctoral "El cubismo como mediación para darle sentido a la didáctica de la geometría" por Clara Cecilia Rivera Escobar.

Figura 2. Plan de clase número 2. Fuente: Autores

Arte Geométrico 3: El objetivo que tenemos con esta actividad es recopilar información de los estudiantes de 8-05 que posibilite evidenciar los problemas que poseen al enfrentarse a situaciones con relaciones triangulares.

Plan de Clase N. 3

Institución Educativa Concejo de Medellín

Grado: 8°5

Objetivo: Sensibilizarse frente a las sensaciones que puedan surgir de la relación geometría y arte.



Primer Momento: Saludo. Se les da las indicaciones de la actividad que se va realizar de manera individual y el objetivo de la misma y recordando que al finalizar la clase se debe entregar resulta. 15 minutos.

Segundo Momento: Se distribuye la actividad a cada estudiante y por consiguiente la ejecución de la misma, de manera individual. Los docentes resuelven las dudas que surgen en el desarrollo de la actividad. 25 minutos.

Tercer Momento: Se hace recolección de las actividades. Se dejan compromisos para la próxima clase: llevar elaborados 10 triángulos rectángulos de color verde que un cateto tenga una medida 3 cm y el otro cateto tengan 4 cm de longitud; también 10 triángulos de color azul que un cateto tenga la medida de 6 cm y el otro cateto tenga una medida de 8 cm. Además, llevar regla y compás. 10 minutos.

**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

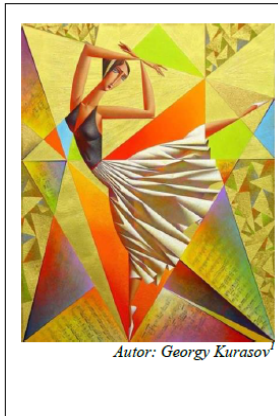
	<p>Universidad de Antioquia Práctica Pedagógica Licenciatura en Matemáticas y Física Institución Educativa Concejo de Medellín</p>	
---	---	---

Arte geométrico 3

Responsables: Luis Álvarez / Yenit Arango / Mónica Cardona / Clara Rivera

Objetivo: Sensibilizarse frente a las sensaciones que puedan surgir de la relación geometría y arte.

Teniendo en cuenta la imagen, responde las siguientes preguntas.



1. ¿Qué título le pondrías? _____
2. ¿Qué sentimiento emerge en ti al contemplarla? _____
3. Escribe una breve descripción de la imagen. _____

4. En la imagen se observan varios triángulos. ¿Qué características tienen esos triángulos? _____
 ¿Qué clases de triángulos hay? _____
5. Después de contemplarla, escribe un cuento corto que pueda dar cuenta de toda la evocación que produce en ti dicha contemplación.

6. ¿Qué significa para ti la palabra semejanza? _____
7. ¿Qué significa para ti la palabra congruencia? _____
8. Realiza un dibujo que tenga triángulos.

† Pintor ruso de hondas influencias cubistas que, tras la caída de la Unión Soviética, ganó una gran popularidad internacional.

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Figura 3. Plan de clase número 3. Fuente: Autores

Arte Geométrico 4: El objetivo de esta actividad es enseñar geometría a partir del arte. Abordando temas como semejanza y congruencia de triángulos se pretende que los estudiantes consigan evidenciar la diferencia entre ellas, que su mandala sea una creación en la que se destaque la capacidad de análisis y la experiencia estética.

Plan de Clase N. 4

Institución Educativa Concejo de Medellín

Grado: 8°5

Objetivo: Sensibilizarse frente a las sensaciones que puedan surgir de la relación geometría y arte.

Primer Momento: Saludo. Se les da las indicaciones de la actividad que se va realizar de manera individual y el objetivo de la misma y recordando que al finalizar la clase se debe entregar resulta. 15 minutos.

Segundo Momento: Inicialmente se revisa que los estudiantes hayan llevado los triángulos pedidos en la clase anterior. Se distribuye la actividad a cada estudiante y por consiguiente la ejecución de la misma, de manera individual. Los docentes resuelven las dudas que surgen en el desarrollo de la actividad. 30 minutos.

Tercer Momento: Se hace recolección de las actividades. Se dejan compromisos para la próxima clase: se le informa al estudiante que en fotocopiadora se deja la actividad de arte geométrico N. 5, que da propuesta como tarea para la casa y que se recoge la próxima clase. 5 minutos.

Arte Geométrico 5: Esta actividad está diseñada para que los estudiantes aborden los temas de semejanza y congruencia de triángulos desde un ámbito más riguroso y formal de la geometría. El objetivo de esta actividad es que los estudiantes logren diferenciar semejanza de congruencia y que tengan claros los criterios de congruencia, que por medio de la argumentación y capacidad de análisis realicen una demostración para determinar la congruencia entre triángulos.

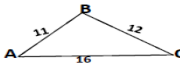
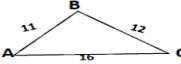
Esta actividad se dejó para realizar en la casa, por ende no hay plan de clase para esta.

1. ¿Qué entiendes por congruencia? _____







 2. Escribe verdadero (v) o falso (f) si el criterio pertenece o no a la congruencia de triángulos y justifica:

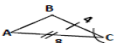

a. LLL	c. LAL	e. AAL
b. Mpt	d. Lxy	f. AAA
 3. ¿Qué entiendes por semejanza? _____

 4. ¿Cuál es la diferencia entre congruencia y semejanza? _____

 5. ¿Son los siguientes triángulos semejantes o congruentes? _____
- 

6. ¿Para qué es útil la congruencia de triángulos? _____

 7. En las tres parejas de triángulos enuncie el criterio de congruencia.







 8. De acuerdo con la teoría vista de congruencia, escribe el paso a paso para determinar la congruencia de triángulo ABC con el triángulo DEF.



 9. De acuerdo con la teoría vista de congruencia, escribe el paso a paso para determinar si el triángulo ABD es congruente con el triángulo CBD.

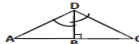


Figura 4. Plan de clase número 4. Fuente: Autores

Arte Geométrico 6: El objetivo de esta actividad es potenciar en los estudiantes el aprendizaje de puntos y líneas notables, por medio de la creación del caligrama.

Para la realización de esta actividad, primero se les enseñó lo que era un caligrama y los tipos de caligramas, con el fin tener buen dominio de estos, se les pidió realizar un caligrama con un tema libre, posteriormente se realizó un caligrama relacionado con las relaciones triangulares.

Plan de Clase N. 6

Institución Educativa Concejo de Medellín



Grado: 8°5

Objetivo: Sensibilizarse frente a las sensaciones que puedan surgir de la relación geometría y arte.

Primer Momento: Saludo. Se les indica a modo de recordatorio los puntos y líneas notables en triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos, además, se les expone los tipos de caligrama, posteriormente se le indica el objetivo de la actividad. 15 minutos.

Segundo Momento: Se organizan los estudiantes en grupos de a 3, para la elaboración del caligrama con el tipo de triángulo y puntos notables que deseen. 30 minutos.

Tercer Momento: Se hace recolección de las actividades. Se realiza una retroalimentación de la experiencia del estudiante con relación a la actividad. 5 minutos.

	<p>Universidad de Antioquia Práctica Pedagógica Licenciatura en Matemáticas y Física Institución Educativa Concejo de Medellín</p>	
---	--	---

Arte Geométrico 6

Responsables: Luis Álvarez / Yenit Arango / Mónica Cardona / Clara Rivera

Objetivo: Sensibilizarse frente a las sensaciones que puedan surgir de la relación geometría y arte.

Caligrama: Poesía con forma

Teniendo en cuenta las definiciones de líneas y puntos notables, construye un caligrama

Preguntas:

1. ¿Crees que es apropiado aprender geometría a partir de los caligramas?
2. Teniendo en cuenta la figura de tu caligrama y lo escrito en él, ¿Qué nombre le pondrías?
3. ¿Te llamó la atención la actividad?
4. A partir de la actividad realizada, ¿Cómo definirías caligrama?
5. ¿Qué aprendiste en la actividad?

Figura 5. Retroalimentación de las actividades. Fuente: Autores

Teniendo en cuenta las actividades, se realiza una tabla de categorías que permiten evaluar y analizar los resultados de cada una de las actividades realizadas por los estudiantes, a partir de este análisis se puede definir si los estudiantes alcanzaron los logros propuestos. A continuación se presenta la tabla de categorías.

Tabla 2. Tabla de categorías.

Categorías	Descripción	Indicadores
Experiencia Estética	La experiencia estética es un modo de proceder de quien se ha sentido afectado por algún acontecimiento que, en tanto tiene sentido para él, le ha movido el eje de equilibrio; esta tiene que ver con la creación, la percepción y la comunicación en relación con la obra de arte.	<ul style="list-style-type: none"> • Se deja afectar por obras cubistas. • Identifica elementos geométricos en las obras cubistas. • Relaciona la geometría con el arte al crear textos cortos. • Construye dibujos que recrean un texto geométrico. • Articula el arte y la geometría a través de la creación de mandalas o caligramas.
Análisis	El análisis es un proceso mental que permite la comprensión de problemas o realidades complejas, a partir de un estudio profundo de cada una de las partes de un objeto o situación, que advierten un camino específico al ser ordenados de acuerdo a las normas y reglas establecidas por la matemática, a fin de conocer los elementos	<ul style="list-style-type: none"> • Clasifica triángulos. • Identifica las líneas y puntos notables de los triángulos. • Aplica las propiedades de las relaciones triangulares. • Interpreta las relaciones triangulares en diferentes contextos.

	<p>fundamentales que lo conforman, usos, funciones y las relaciones que existen entre ellos.</p>	
<p>Argumentación</p>	<p>La argumentación es un razonamiento mediante el cual se intenta probar, refutar o justificar una proposición; es la expresión oral o escrita que explica o justifica la demostración de un teorema, la ejercitación o la resolución de un problema.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Describe el paso a paso para determinar la congruencia y semejanza de triángulos. • Define las relaciones triangulares. • Aplica las relaciones triangulares. • Explica con sus propias palabras una situación geométrica.

Fuente: Autores



9. Resultados y análisis de resultados

9.1. Resultados

La estrategia didáctica fue implementada en la IECM, en el grupo 8°5, conformado por 38 estudiantes. A continuación se muestran los resultados arrojados en cada de las actividades.

Tabla 3. Resultados Arte Geométrico 1

Categorías		
Capacidad de análisis	Argumentación	Experiencia estética
<p>En los numerales 8 y 10 la mayoría de los estudiantes no interpretan las relaciones triangulares en diferentes contextos.</p> <p>En el numeral 8 se les pide observar la imagen cubista de Kurasov y que escriban las características que tienen los triángulos que allí se observan y esto es lo que los estudiantes responden “son toda clase de triángulos, rectángulo y acutángulos, escalenos e isósceles” mientras otros estudiantes no escriben nada.</p> <p>En el numeral 10 se les pide colorear los triángulos según sus clases:</p> <ul style="list-style-type: none"> -acutángulos de color azul -rectángulos de color rojo -obtusángulo de color rojo <p>Y esto es lo que los estudiantes hacen: no dan respuesta y lo dejan en blanco y la mayoría de los estudiantes no clasifica los tipos de triángulos</p> <p>En los numerales 9 se les indica delimitar un triángulo escaleno y hallar la medida de sus ángulos interiores y en el 11 se les plantea ¿se puede dibujar un triángulo que sea rectángulo y equilátero a la vez? Y se sugiere justificar su</p>	<p>En los numerales 7, 8 y 11 los estudiantes no argumentan a partir de las definiciones de las relaciones triangulares.</p> <p>Recordemos que en el 7 y 8 se pide observar y describir brevemente la obra cubista de Kurasov y en el 11 se les plantea ¿se puede dibujar un triángulo que sea rectángulo y equilátero a la vez? Y se sugiere justificar su respuesta.</p> <p>En el numeral 7 los estudiantes escriben lo siguiente “una señora en un día lluvioso con sombrilla y un traje que viene de otra dimensión, donde cualquier cosa puede pasar” “es una persona que refleja un rostro con tristeza, sosteniendo una sombrilla, en un callejón. Sostiene la sombrilla con elegancia”.</p> <p>En el punto 8 responden “son toda clase de triángulos tienen 3 lados obtusángulo y acutángulos, escaleno e isósceles” mientras otros no responden esta pregunta.</p> <p>En el 11 lo dejan en blanco.</p> <p>En el numeral 7 la mayoría de los estudiantes no relacionan la imagen con los triángulos que la componen, no alcanzan el indicador de logro que tiene que</p>	<p>En los numerales 1, 2, 5, 6 y 7 la mayoría de los estudiantes alcanzan los indicadores y se dejan afectar por las obras cubistas, logrando identificar elementos geométricos en dichas obras.</p> <p>Recordemos lo propuesto en dichos numerales, teniendo en cuenta la poesía de Pilar González:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. se les piden que le den un nombre a la poesía. 2. se les pregunta por los sentimientos que emergen durante la lectura de la poesía. 5. teniendo en cuenta la obra cubista de Kurasov se les pide un nombre a dicha imagen. 6. se les pregunta sobre los sentimientos que emergen al contemplar dicha obra. 7. se les pide una breve descripción de la imagen, según lo que observen en ella. <p>En los numerales mencionados se destacan las siguientes respuestas:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. “El artista de las líneas, el triángulo, el triángulos de la familia, yo soy el artista, el artista de la familia, 3 esquinas, el artista de poema, la perfección” 2. “Confianza, optimismo, alegría,” “esta poesía me expresa alegría porque este sujeto es único y tiene su propia personalidad”

<p>respuesta, En el numeral 9 no contestan la pregunta y en el numeral 11 los estudiantes contesta “sí, porque los dos tienen que ver con ángulos, el rectángulo mide 90° y el equilátero todos miden igual” y aquellos que contestan “no, porque se puede una clase a la vez” En el punto 3 la mayoría de los estudiantes logran interpretar la poesía mencionando elementos geométricos. En este numeral se les propone mencionar otras propiedades de los triángulos diferentes a las que menciona la poesía de Pili González Y las respuestas más relevantes son “que tienen diferentes medidas, ángulos internos – externos y medios, vértices, tamaño” “la suma de la medida de los 3 ángulos, interior es igual a 180° la medida de los ángulos exteriores es igual a la suma de los ángulos internos no adyacentes”.</p>	<p>ver con explicar con sus propias palabras una situación geométrica.</p>	<p>5. “creativo, orden, el extraño de la sombrilla, las diferentes formas de dibujos con triángulos, con sombrero, arte tridimensional” otros no escriben nada. 6. “tristeza, soledad, libre expresión” pocos estudiantes no escriben nada. 7. “una señora en un día lluvioso con sombrilla y un traje que viene de otra dimensión, donde cualquier cosa puede pasar” “es una persona que refleja un rostro con tristeza, sosteniendo una sombrilla, en un callejón. Sostiene la sombrilla con elegancia” En el numeral 4 la minoría de los estudiantes construye dibujos que recrean un texto geométrico. En este numeral se les propone realizar un dibujo que recree la poesía de Pilar González. Los pocos estudiantes que realizaron este numeral realizaron un dibujo muy bonito, recreando el texto con triángulos. Los otros estudiantes realizan el dibujo no relacionado con lo propuesto.</p>
--	--	--

Evaluación

Se evidencia poca capacidad de análisis en los estudiantes, ya que en los puntos 3, 8, 9, 10 y 11 se propusieron identificar propiedades y tipos de triángulos, pero los estudiantes no lo lograron, esto puede ser debido a que no tienen claros los conceptos, además les es difícil justificar con sus propias palabras. En los puntos 9, 10 y 11 una minoría de los estudiantes identifican las características de los triángulos propuestos. Se logró observar que en el numeral 3 la mayoría de los estudiantes dan definiciones acertadas, más no completas; algunos dan definiciones completas.

Por otro lado se percibe que la mayoría de los estudiantes no argumentan de una forma acertada, ya que no tienen claras las características de los triángulos y no relacionan figuras geométricas con sus propias palabras.

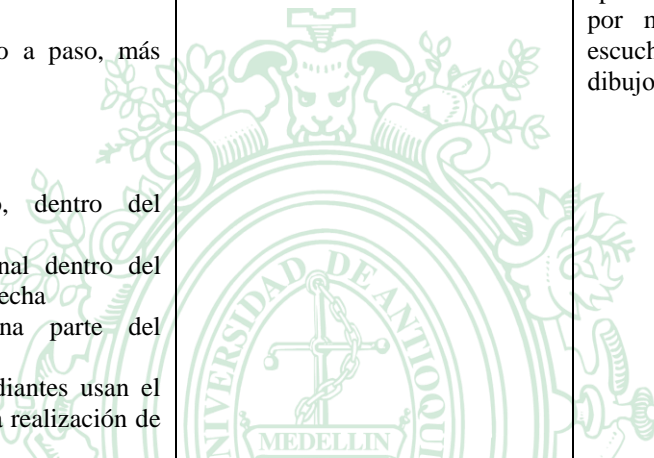
Se observa experiencia estética en los numerales 1, 2 y 5, ya que la mayoría de los estudiantes se dejaron afectar por la actividad propuesta, esto se evidencia por medio de los títulos que le dieron a la imagen y a la poesía, relacionándolas con los triángulos. En el numeral 2 se evidencia que la mayoría de los estudiantes se dejaron afectar, ya que lo plasman por medio de emociones o sentimientos como, alegría, ternura, creatividad, inspiración, confianza, pasión por la geometría, entre otros.

En esta actividad algunos estudiantes se sintieron incómodos realizando las preguntas, ya que la propuesta estaba diseñada de manera diferente a lo cual estaban acostumbrados.

Fue una excelente actividad porque estuvieron inquietos durante la construcción de las respuestas a las preguntas, aunque algunos estresados, ya que no sabían responder, como se dijo anteriormente fue algo diferente por ello fue inquietante.

Tabla 4. Resultados Arte Geométrico 2

Categorías		
Capacidad de análisis	Argumentación	Experiencia estética
<p>La mayoría de los estudiantes alcanzan el indicador de logro que tiene que ver con aplicar las propiedades de las relaciones triangulares.</p> <p>Esta actividad se desarrolló de la siguiente manera:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Las sillas se ubican de a dos, espaldar con espaldar y así formamos dos filas en el salón, los estudiantes antes de ingresar ala aula de clase se forman ordenadamente para ingresar al salón y en orden de entrada se van sentado en las sillas, pero se llevan la sorpresa que el compañero con el que va trabajar no es el de al lado, sino el que está sentado a su espalda. 2. Se les da una hoja con un triángulo a los estudiantes que dan la espalda y no pueden mostrar la imagen a su compañero de atrás. 3. A los estudiantes que no tienen la hoja con el triángulo se le da una hoja en blanco. 4. Se les da las instrucciones: los 	<p>La mayoría de los estudiantes alcanzan el logro y describen el paso a paso para construir una figura geométrica.</p> <p>Las descripciones de los paso a paso, más relevantes son:</p> <p>Pasos</p> <ol style="list-style-type: none"> “1-hacer la margen 2-dibujar un triángulo 3-dibular un cuadrado, dentro del triángulo 4-hacerle una línea diagonal dentro del cuadrado de izquierda a derecha 5- Hacerle puntos a una parte del cuadrado”. 	<p>En esta actividad se propusieron preguntas que tuvieran que ver con experiencia estética.</p> <p>Las respuestas más significativas son:</p> <p>“pues bastante cómodo con lo que le dictaba mi compañero, me sentí normal, me gustó mucho la actividad y ese cambio de temática, me sentí creativa”.</p> <p>En cuanto a la estética del dibujo responden “bien, la línea del cuadro al revés, igualito, similar al original”.</p> <p>Sobre lo que le llamó la atención de la actividad dicen “se hizo interesante el cambio de temática, la metodología que fue bastante bueno y divertida”.</p> <p>En cuanto a ¿cuál fue la causa para que tu dibujo quedara plasmado de la forma en que quedó? respondieron</p> <p>“ la forma en que me lo dictaban, la concentración y escucha, la</p>

<p>estudiantes con el triángulo dibujado en la hoja debe dar instrucciones a su compañero que está a su espalda, de cómo dibujar el triángulo y al mismo tiempo debe escribir el paso a paso de las instrucciones para dibujar el triángulo.</p> <p>5. Sus compañeros deben escuchar con atención y dibujar el triángulo como se lo dice su compañero.</p> <p>Las descripciones del paso a paso, más relevantes son: Pasos “1-hacer el margen 2-dibujar un triángulo 3-dibujar un cuadrado, dentro del triángulo 4-hacerle una línea diagonal dentro del cuadrado de izquierda a derecha 5- hacerle puntos a una parte del cuadrado”</p> <p>En esta actividad los estudiantes usan el lenguaje geométrico para la realización de la figura geométrica.</p>		<p>buena dictadura y comprensión de mi compañero, bien porque lo expliqué bien”</p> <p>Finalmente, lo que aprendieron con la actividad los estudiantes manifiestan: “a diferenciar figuras geométricas, explicar mejor, aprendí a captar las ideas dictadas por mi compañero, aprendí a escuchar mejor y a hacer un dibujo sólo escuchando”</p>
--	---	---

Evaluación

En esta actividad se percibe mucho compromiso de los estudiantes en la realización de la actividad y se evidencia que éstos se apropiaron de los elementos básicos de los triángulos; sin embargo, hubo estudiantes en los que los resultados no fueron los esperados, quizás por no tener claridad en los conceptos.

Se observa que la mayoría de los estudiantes argumentan acertadamente, teniendo en cuenta la aplicación de las propiedades de las relaciones triangulares.

Los estudiantes tienen buena capacidad de análisis, lo que les permite seguir instrucciones de sus compañeros y plasmar lo requerido de una forma acertada.

De la actividad se puede resaltar la buena disposición del grupo, sobretodo en la forma de relacionarse con el otro ya que fueron organizados en parejas, no elegidas por ellos sino de manera aleatoria, esto permitió a que se relacionaran con compañeros que nunca había tratado, para así fomentar respeto por los demás, brindar una buena comunicación y aceptación por el otro.

Tabla 5. Resultados Arte Geométrico 3

Categorías		
Capacidad de análisis	Argumentación	Experiencia estética
<p>En los numerales 3 y 4 se alcanzan los indicadores de logro que tienen que ver con interpretar las relaciones triangulares en diferentes contextos y con clasificar los tipos de triángulos.</p> <p>En el numeral 3 se propone al estudiante escribir una breve descripción de la imagen de “la bailarina” obra cubista de Kurasov y en el punto 4 decir qué características poseen los triángulos que hay en dicha obra.</p> <p>En el numeral 3 los estudiantes coinciden en describir la imagen como una mujer bailando ballet en medio de triángulos, en los cuales destacan: “hay diferentes tipos de triángulos y conforman una bailarina de ballet” “la imagen se trata de una mujer expresándose por medio de bailes y a su alrededor hay figuras geométricas (triángulos)”, etc.</p> <p>En el numeral 4 la mayoría de los estudiantes clasifican los triángulos según sus lados y sus ángulos, por ello alcanzan el logro clasifica triángulos e identifica elementos geométricos en las obras cubistas, pero no tienen claras las características de los triángulos (la suma de sus ángulos interiores, la desigualdad triangular, entre otros), en consecuencia a esto no alcanzan el indicador: aplica las propiedades de las relaciones triangulares.</p> <p>Pocos estudiantes describen características descontextualizadas o no responden, por lo cual no cumplen con los indicadores antes mencionados.</p>	<p>En los numerales 6 y 7 muy pocos estudiantes alcanzan los indicadores de logro que tienen que ver con definir las relaciones triangulares y con explicar con sus propias palabras una situación geométrica.</p> <p>En los numerales 6 y 7 se les pregunta a los estudiantes qué entienden por semejanza y congruencia.</p> <p>Los estudiantes definen la semejanza diciendo que “es algo parecido, similar, igual, comparten rasgos, es algo que tiene una igual medida o forma”</p> <p>Los estudiantes definen la congruencia diciendo que “es algo que viene unido o en grupo, algo que tiene sentido que la cosas se completan, orden, coherente, tienen la misma forma y tamaño”</p> <p>Algunos estudiantes no responden los numerales 6 y 7.</p>	<p>En los numerales 1, 2 y 3 los estudiantes se dejan afectar por obras cubistas.</p> <p>En el punto 1 se le propone al estudiante dar un título a obra cubista, en el punto 2 se le pide escribir los sentimientos que emerge la imagen y en el 3 propone al estudiante escribir una breve descripción de la imagen de “la bailarina” obra cubista de Kurasov.</p> <p>En el numeral 1 dan nombres a la pintura, como “belleza abstracta, los triángulos, la bailarina, la bailarina hecha triángulos, belleza abstracta”, etc. En el numeral 2 los estudiantes plasman los sentimientos que emergen a partir de la obra cubista, denominándolos como sentimientos de pasión, imaginación, paz interior, emoción, inspiración, admiración, melancolía, suspensión, armonía, entre otras. Muy pocos estudiantes no responden, expresan que no les emerge ningún sentimiento o que se siente extraño. En el numeral 3 la mayoría de los estudiantes dan la descripción de la obra, relacionando la imagen de la bailarina con los triángulos que la componen, identificando elementos geométricos en la obra cubista.</p> <p>En el numeral 5 se le propone al estudiante realizar un cuento corto que pueda dar cuenta de toda la evocación que produce la imagen.</p> <p>En el numeral 5 la mayoría de los estudiantes realizan los cuentos a partir de lo que observan en la imagen y éstos convergen en escritos haciendo alusión al amor, la pasión por el baile y por el esfuerzo y dedicación para cumplir sus sueños. Lo anterior implica el alcance del logro: relaciona la geometría con el arte al crear textos cortos. Algunos estudiantes no realizan el cuento, por lo tanto no alcanzan el logro. En el numeral 8 la mayoría de los estudiantes realizan el dibujo donde plasman su creatividad y esfuerzo y alcanzan el logro: construye dibujos que recrean un texto geométrico. La minoría de los estudiantes no realiza el dibujo, por tanto no alcanzan el indicador antes mencionado.</p>

Evaluación

Se observa buena capacidad de análisis en los estudiantes, ya que logran describir e interpretar las relaciones triangulares en otros contextos, además clasifican los triángulos con sus propias palabras, sin embargo se evidencia poco manejo del lenguaje formal y poca claridad en las propiedades y características de los triángulos.

Respecto a la congruencia y semejanza de triángulos, la mayoría de los estudiantes no tienen claridad en estos conceptos y por ende no se logra una buena argumentación.

Se observa que los estudiantes lograron una experiencia estética, ya que se dejaron afectar por la obra cubista, primero dando un nombre a la obra, posteriormente exponiendo los sentimientos que surgieron a partir de la obra. También se observa experiencia estética cuando describen las características de los triángulos y cuando realizan cuentos y dibujos que dan cuenta de lo que sienten al ver la obra cubista.

Tabla 6. Resultados Arte Geométrico 4

Categorías		
Capacidad de análisis	Argumentación	Experiencia estética
En los numerales 4 y 7 la mayoría de los estudiantes clasifican triángulos por medio del mandala, analizan las propiedades de las relaciones triangulares e interpretan las relaciones triangulares en diferentes contextos, articulando el mandala con los triángulos semejantes y congruentes. En el punto 4 se pregunta a los	En los numerales 4, 6 y 7 la mayoría de los estudiantes definen las relaciones triangulares y explican con sus propias palabras una situación geométrica que surgió a partir de la creación del mandala. Los numerales 4 y 7 mencionados en la categoría anterior y el numeral 6 se les piden escribir que aprendieron de la actividad. En los numerales 6 y 7 la mayoría de	En el numeral 1 se le propone a los estudiantes construir una circunferencia al reverso de la hoja con un radio de 10 cm, en el 2 punto crear el mandala a partir de la circunferencia y los triángulos pedidos en la clase anterior que son semejantes y de color azul y los otros de color verde, en el numeral 3 se les piden darle un nombre a su mandala y los numerales 6 y 7 ya

<p>estudiantes por las definiciones de triángulos semejantes y triángulos congruentes.</p> <p>En el numeral 7 o momento 4 se les pide realizar un escrito en el que plasmen las emociones en la creación del mandala y la relación que existe con los conceptos geométricos.</p> <p>Algunos estudiantes no diferencian un triángulo semejante de uno congruente, confunden las definiciones de cada uno de ellos y por ende no los clasifican.</p> <p>En el numeral 4 en el literal a algunos estudiantes responden que los triángulos semejantes son los de color azul y otros señalan que los de color verde, mientras unos pocos dicen que los azules con los verdes, y en el literal b algunos estudiantes responden los triángulos congruentes son los de color verde y otros dicen que los de color azul. Otros estudiantes no escriben nada.</p> <p>En el numeral 7 que corresponde al momento 4 los estudiantes escriben lo siguiente:</p> <p>“con triángulos semejantes y congruentes se puede formar un mandala, curiosidad, creatividad y poder plasmar asertivamente lo que pensaba, alegría, me sentí creativo, la actividad tiene relación con los tipos de triángulos que aplicamos en el mandala teniendo en cuenta</p>	<p>estudiantes argumentan que aprendieron a ser creativos por medio de la realización del mandala, también dicen que aprendieron a identificar los tipos de triángulos; además argumentan que estuvieron a gusto con la actividad y concluyen que con triángulos semejantes y congruentes se puede realizar un mandala.</p> <p>Numeral 4 en el literal a algunos estudiantes responden que los triángulos semejantes son los de color azul y otros señalan que los de color verde, mientras unos pocos dicen que los azules con los verdes, y en el literal b algunos estudiantes responden los triángulos congruentes son los de color verde y otros dicen que los de color azul. Otros estudiantes no escriben nada.</p> <p>En el punto 6 los estudiantes responden “ aprendí a ser creativo, a conocer un mandala y las definiciones de semejanza y congruencia, a construir un mandala, aprendí a medir los triángulos, aprendí a realizar un mandala con triángulos, a identificar los triángulos, aprendí utilizar los triángulos en el arte y el manejo de compás”</p> <p>En el numeral 7 que corresponde al momento 4 los estudiantes escriben lo siguiente:</p> <p>“con triángulos semejantes y congruentes se puede formar un mandala, curiosidad, creatividad y poder plasmar asertivamente lo que</p>	<p>han sido mencionados en las categorías anteriores.</p> <p>Se alcanzaron los indicadores de logro y se puede hablar que hay experiencia estética, ya que la mayoría de los estudiantes crean un mandala con triángulos semejantes y congruentes de forma armoniosa, algunos tuvieron como resultado lo que querían plasmar, otros afirman que no lograron que el mandala quedara como ellos se lo imaginaban. La mayoría de los estudiantes articulan el arte y la geometría a través de mandalas y afirman sentirse satisfechos por la metodología implementada, argumentando ya que de esta manera logran identificar las características de los triángulos semejantes y congruentes.</p> <p>En el numeral 1 y 2 la mayoría el mandala usando los triángulos ya elaborados, a muchos de ellos les queda bien elaborado.</p> <p>En el punto 3 nombran su mandala de la siguiente forma:</p> <p>“azul y verde, triángulos en construcción, mi primer mandala, la estrella puntiaguda, mandala abstracto” muy pocos no lo nombran.</p> <p>En el numeral 5 se les pregunta ¿qué les llamó la atención de la actividad? los estudiantes manifiestan “me gustó la forma de proponer la actividad, mi</p>
---	---	--

<p>sus medidas, emoción en la distribución de los triángulos para crear el mandala y esforzarme para que quedara bonito, sentí ansiedad distribuyendo los triángulos”</p>	<p>pensaba, alegría, me sentí creativo, la actividad tiene relación con los tipos de triángulos que aplicamos en el mandala teniendo en cuenta sus medidas, emoción en la distribución de los triángulos para crear el mandala y esforzarme para que quedara bonito, sentí ansiedad distribuyendo los triángulos”</p>	<p>creatividad, a realizar mandalas con triángulos, a utilizar triángulos para crear un mandala, el arte con la geometría”</p> <p>En los puntos 6 y 7 se mencionó sus respuestas en la categoría anterior.</p>
---	---	--

Evaluación

Se observa un buen desempeño por parte de los estudiantes en esta actividad, ya que se alcanzaron los indicadores de logro propuestos, además se ve la articulación que los estudiantes le dieron al mandala con las relaciones triangulares.

La mayoría de los estudiantes se dejaron afectar en la realización del mandala, ya que por medio de este aprendieron o asimilaron términos como semejanza y congruencia.

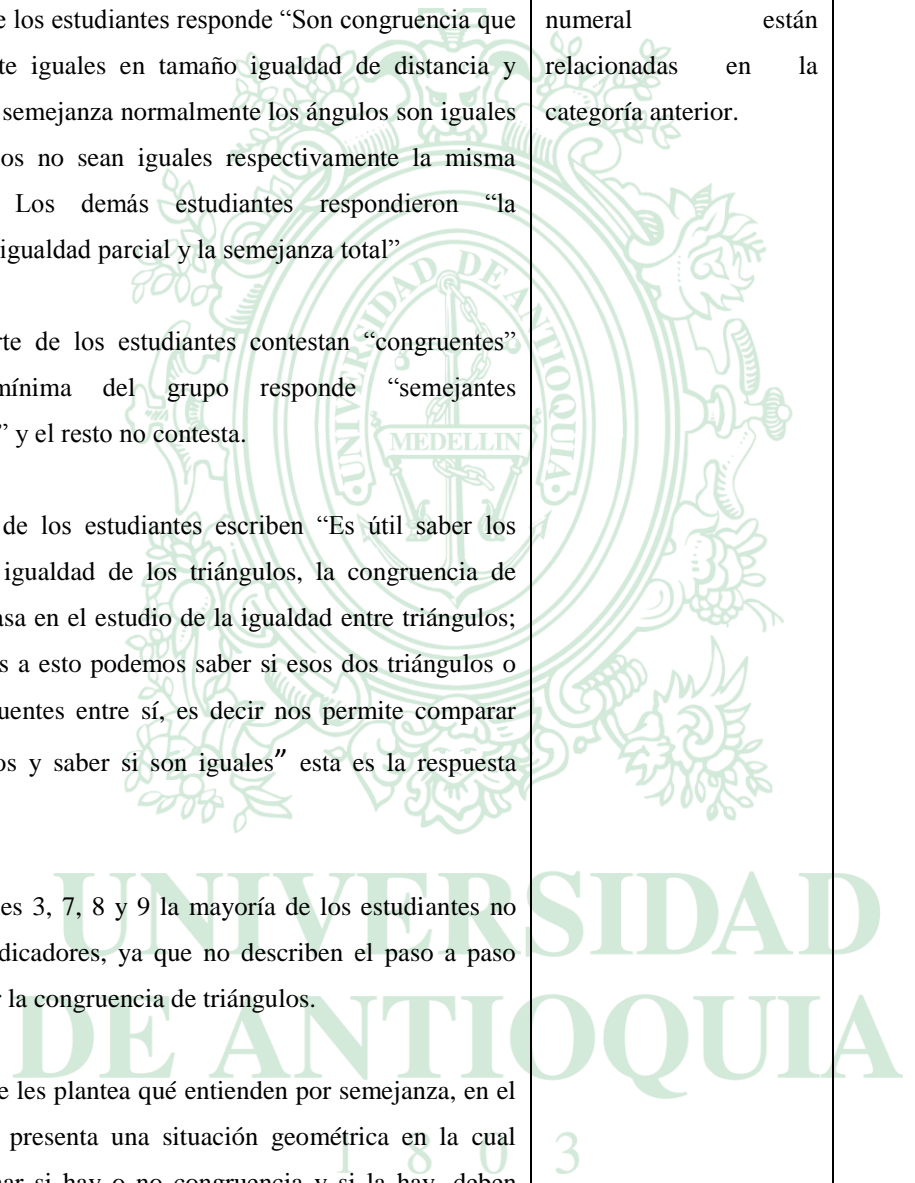
La mayoría de estudiantes hace énfasis en su gusto por aprender relaciones triangulares a partir de esta metodología, además se logró evidenciar que se les hace más fácil identificar y relacionar los conceptos desde esta estrategia.

Cabe resaltar que los estudiantes llevaron los triángulos sugeridos, compás y pegante, además la buena disposición en la actividad; muchos de ellos no lograron terminar el mandala en esa hora de clase, ya que conversaban mucho.

Tabla 7. Resultados Arte Geométrico 5

Categorías		
Capacidad de análisis	Argumentación	Experiencia estética
<p>La mayoría de los estudiantes alcanzan los indicadores de logro en los numerales 1, 2, 4, 5 y 6, ya que en estos clasifican los</p>	<p>En los numerales 1, 2, 4 y 6 la mayoría de los</p>	<p>En esta actividad no se plantean puntos en</p>

<p>triángulos diciendo si son semejantes o congruentes y analizan las propiedades de las relaciones triangulares, explicando con sus propias palabras una situación geométrica.</p> <p>En el numeral 1 se les pide escribir qué entienden por congruencia, en el 2 escribe falso o verdadero si el criterio pertenece o no a la congruencia de triángulos y justifica. El esquema fue el siguiente:</p> <p>a. LLL () b. Mpt () c. LAL () d. Lxy () e. AAL() f. AAA()</p> <p>En nuestro trabajo entendemos como criterios de congruencia de triángulos: ALA, ángulo-lado-ángulo. LAL, lado-ángulo-lado. LLL, lado-lado-lado. LLA, lado-lado.</p> <p>En el numeral 4 se propone que los estudiantes establezcan la diferencia entre congruencia y semejanza.</p> <p>En el numeral 5 se presenta una situación con triángulos donde el estudiante determina si son congruentes o semejantes.</p> <p>En el punto 6 se pregunta la utilidad de la congruencia de triángulos.</p> <p>En los siguientes numerales las respuestas más relevantes son las siguientes: 1-“Que si dos figuras son idénticas en su forma y superficie son congruentes, 2 triángulos dos figuras que en son congruentes, si son idénticas en forma y superficie”</p> <p>2-“a. LLL (V)</p>	<p>estudiantes definen las relaciones triangulares teniendo en cuenta los criterios de congruencia, también explican con sus propias palabras una situación geométrica en cuanto a semejanza y congruencia.</p> <p>En la categoría anterior describe en qué consisten lo propuesto para los estudiantes en estos puntos.</p> <p>Las respuestas de los numerales 1, 2, 4 y 6 están relacionadas en la categoría anterior.</p> <p>En el numeral 3 se le plantea al estudiante ¿qué entiende por semejanza?</p> <p>La mayoría los estudiantes no tienen claro el concepto de semejanza.</p> <p>Las respuestas de este punto están relacionadas en la categoría anterior.</p> <p>En los numerales 8 y 9 expuesto en la categoría anterior, no logran</p>	<p>los cuales se puedan identificar los indicadores de logro que tienen que ver con experiencia estética.</p>
--	--	---

<p>b. Mpt (F) c. LAL (V) d. Lxy (F) e. AAL(F) f. AAA(F)”</p> <p>4-La minoría de los estudiantes responde “Son congruencia que son exactamente iguales en tamaño igualdad de distancia y ángulos y el de semejanza normalmente los ángulos son iguales aunque los lados no sean iguales respectivamente la misma proporción” Los demás estudiantes respondieron “la congruencia es igualdad parcial y la semejanza total”</p> <p>5-una gran parte de los estudiantes contestan “congruentes” otra parte mínima del grupo responde “semejantes completamente” y el resto no contesta.</p> <p>6-una minoría de los estudiantes escriben “Es útil saber los criterios de la igualdad de los triángulos, la congruencia de triángulos se basa en el estudio de la igualdad entre triángulos; es decir, gracias a esto podemos saber si esos dos triángulos o más son congruentes entre sí, es decir nos permite comparar varios triángulos y saber si son iguales” esta es la respuesta más relevante.</p> <p>En los numerales 3, 7, 8 y 9 la mayoría de los estudiantes no lograron los indicadores, ya que no describen el paso a paso para determinar la congruencia de triángulos.</p> <p>En el punto 3 se les plantea qué entienden por semejanza, en el punto 7 se les presenta una situación geométrica en la cual deben determinar si hay o no congruencia y si la hay, deben enunciar los criterios de congruencia que se presentan.</p> <p>En los numerales 8 y 9 se les muestra situaciones de congruencia de triángulos y los estudiantes deben escribir el paso a paso para determinar la congruencia, teniendo en cuenta los criterios de congruencia</p>	<p>aplicar las relaciones triangulares en la solución o determinación de si dos triángulos son congruentes o no.</p> <p>Las respuestas de este numeral están relacionadas en la categoría anterior.</p>	
--	---	---

<p>Las respuestas más destacadas que muestran no alcanzar el logro son:</p> <p>3-“Son parecidos, relación entre cosas con características en común, que si son triángulos tienen sus ángulos iguales son semejantes respectivamente los lados iguales, son triángulos con lados opuestos. ” y las respuestas que algunos estudiantes intentaron responder acertadamente “es la relación de completa igualdad proporcionalidad entre todos los lados entre sus ángulos, dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos iguales y si tienen dos lados proporcionales e iguales ángulos que forma eso”</p> <p>7-una parte significativa de los estudiantes enuncian los criterios para determinar la congruencia:</p> <p>“$\triangle ABC \cong \triangle DEF$ por el criterio LAL”</p> <p>“$\triangle ABC \cong \triangle DEF$ por el criterio LLL”</p> <p>“$\triangle ABC \cong \triangle DEF$ por el criterio ALA”</p> <p>8- No lo realizan</p> <p>La mínima parte de los estudiantes que lo realizan escriben:</p> <p>“ Son 2 triángulos son congruentes si posee dos pares de ángulos iguales como también el lado comprendido entre tales ángulos por LAL $\triangle ABC \cong \triangle DEF$”</p> <p>9- los pocos estudiantes que lo realizan separan los triángulos:</p> <p>“por el criterio LAL $\triangle ABC \cong \triangle DEF$”</p> <p>“1. Tiene dos lados iguales</p> <p>2. Tienen el mismo ángulo y pertenecen al congruencia ALA”.</p>		
---	--	--

Evaluación

1 8 0 3

Se logra percibir que la mayoría de los estudiantes no logra la capacidad de análisis cuando se trata de realizar una demostración implementando los criterios de congruencia, también se logra observar que no poseen problemas cuando se trata de dar una definición con sus propias palabras.

La mayoría de estudiantes no tienen claro el concepto de semejanza y muy pocos dan la definición completa y acertada. Los estudiantes confunden la medida de los lados de un triángulo con el concepto de lado opuesto, esto puede ser una de las razones por las que no tienen claro el concepto de semejanza, además les cuesta trabajo argumentar cuando se les presenta un caso formal, pero no presentan ningún problema cuando deben argumentar a partir de sus palabras.

Cabe resaltar que en esta actividad se le entregó a cada estudiante la teoría correspondiente de congruencia y semejanza de triángulos y pese a ello presentaron dificultades para desarrollar los numerales, y en consecuencia no alcanzan los indicadores; muy pocos lograron los indicadores.

Tabla 8. Resultados Arte Geométrico 6

Categorías		
Capacidad de análisis	Argumentación	Experiencia estética
<p>La mayoría de los estudiantes a partir de su caligrama, deja plasmado su aprendizaje respecto a las relaciones triangulares, logrando el indicador que tiene que ver con interpretar las relaciones triangulares en diferentes contextos.</p> <p>La actividad consistió en colocar carteles alrededor del patio-salón donde están dibujados triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos y cada uno con sus respectivos</p>	<p>A partir de las preguntas realizadas en la actividad, los estudiantes dan cuenta de lo aprendido, definiendo y aplicando las relaciones triangulares.</p> <p>Además, explican con sus propias palabras una situación geométrica, en este caso es lo que contiene el caligrama.</p> <p>Las preguntas propuestas son las siguientes:</p> <p>-1 ¿cree que es apropiado aprender geometría a partir de los caligramas?</p> <p>-2 ¿qué te llamó la atención?</p> <p>-3 ¿qué aprendiste de la actividad?</p> <p>Las respuesta que sobresalieron son las siguientes:</p> <p>-1 “si me parece apropiado ya que lo que uno hable de geometría en el caligrama después ya sea en la vida cotidiana o estudiantil se le haría más fácil responder una pregunta se acuerda del caligrama”</p> <p>“sí, ya que es más dinámico y poco aburrido y se pueden transmitir diferentes conocimientos con una sola actividad como</p>	<p>La mayoría de los estudiantes permiten ser afectados por el cubismo literario, que a través de la creación de un caligrama en el cual plasman su afectación de las relaciones triangulares y el arte cubista, logrando así el indicador se deja afectar por obras cubistas.</p>

<p>puntos y líneas notables. Al frente de estas imágenes carteles con caligramas de contenido de un corazón y de contorno de una casa. Se les habló de los carteles para recordar teoría de las relaciones triangulares y en qué consistían los caligramas y finalmente se les dio instrucciones para elaborar su caligrama con las relaciones triangulares en grupos de tres estudiantes.</p>	<p>poemas o escritos de diferentes autores o ramas de literatura al mismo tiempo que figuras geométricas de diferentes ángulos” “sí, porque es una forma más fácil y divertida de aprender” “creo que si es apropiado porque ayudan a nuestro desarrollo de forma diferente” Cabe mencionar que para algunos esta actividad no es viable, ya que dicen “no, es una manera muy lenta de aprender” -2 “la forma de hacerla y donde nos hicimos” estos estudiantes se refieren al lugar de la realización de la actividad que fue en el patio salón del colegio. “Las figuras y mi creatividad para desarrollar el trabajo” “que es una nueva forma nueva de aprender” “poder hacer un poema a través de una figura” “la explicación de los triángulos y caligramas” “la didáctica que se usó para realizarla” “nos llama mucho la atención que podamos aprender nuevas cosas sobre geometría , nos atraen este tipo de cosas” “me llamó la atención inventarnos el poema de un triángulo y nunca lo había hecho” “el compartir y crear el poema” -3 “aprendí a utilizar más mi imaginación y sobre los triángulos” “aprendí a ser más creativa, más razonable y aprendí varios nombres de triángulos “ “hacer caligramas de triángulos” “a construir poemas y caligramas” “aprendimos de baricentro” “a comprender sobre los caligramas” “aprendimos a imaginar más allá de lo que podemos y también aprender más sobre el acutángulo y el caligrama” “los diferentes tipos de triángulos”</p>	<p>En línea con lo anterior la mayoría de los estudiantes permiten que el arte sea su inspiración para crear su poema con forma de triángulo, usando las relaciones triangulares; logrando así el indicador: relaciona la geometría con el arte al crear textos. También se evidencia que los estudiantes articulan el arte y la geometría a través de la creación de caligramas.</p>
--	--	---

1 8 0 3

Evaluación

En esta actividad se evidencia que la mayoría de los estudiantes logran los objetivos propuestos, de acuerdo a los indicadores ya mencionados, a partir de la creación de un caligrama, ya sea de contenido o de contorno, usando los conceptos de relaciones triangulares.

Al finalizar dicha actividad se realizó una retroalimentación con los estudiantes a través de una pregunta orientada a indagar su experiencia en la sesión, dicho interrogante es ¿Qué aprendí de los triángulos? Y nos parece importante mencionar algunas de las respuestas, ya que hacen parte de este proceso

“Aprendí que hay diferentes clases de triángulos, que con los caligramas uno le pone más interés al tema. Que los triángulos son muy importantes para la geometría y para aplicar en la vida cotidiana”

“En esta clase pudimos aprender diversas actividades con los caligramas, pudimos tener las posibilidades de recibir conocimientos sobre los tipos de triángulos y las clases que pertenece cada uno, también aprendimos a trabajar algo de literatura al construir el texto”

Tabla 8. Evaluación final de las categorías

Categorías		
Capacidad de análisis	Argumentación	Experiencia estética
<p>La mayoría de los estudiantes logran los indicadores de esta categoría, mostrando una evolución significativa en cada actividad.</p> <p>Se percibe además, que la mayoría de los estudiantes mejoraron su capacidad de análisis, logrando un pensamiento crítico como lo proponen nuestros teóricos.</p>	<p>La mayoría de los estudiantes en la primera actividad, no logran los indicadores por no tener buena argumentación en dicho momento; sin embargo, se observa un mejoramiento en algunos numerales de las siguientes actividades.</p> <p>La mayoría de los estudiantes se apropiaron de los conceptos de relaciones triangulares, para así dar una buena argumentación, mientras unos pocos no hacen nada o escriben algo no relacionado con la actividad.</p> <p>La mayoría de los estudiantes tienen la competencia de argumentación, ya que observan, interpretan y defienden su posición respecto a lo que se preguntan según nuestros autores.</p>	<p>Se percibe que la mayoría de los estudiantes tienen experiencias estéticas en las diferentes actividades propuestas, ya que permitieron afectar su ser con las obras cubistas y el cubismo literario para así crear sus textos y caligramas.</p> <p>La mayoría alcanzan los indicadores en esta categoría. Los objetivos se alcanzan ya que los docentes diseñaron actividades con obras cubistas, para así sensibilizar e impactar a los estudiantes y que éstos sean afectados y transformados como lo indican nuestros autores.</p>

A modo general percibimos que la mayoría de los estudiantes poseen gran compromiso en cada actividad, permitiendo así, mejorar cada aspecto de las categorías, lo cual se logra observar en todas las actividades, dando razón en que el arte y la geometría se pueden articular para mejorar el aprendizaje, pero sobre todo que el estudiante desarrolla la experiencia estética para lograr así aprendizaje de relaciones triangulares.



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



9.2. Discusión de resultados

A continuación se hará la discusión entre los instrumentos que usamos para la investigación: caracterización de los estudiantes de 8^o, la guía de prejuicios de los docentes y estudiantes de Licenciatura en Matemáticas y Física y los análisis de resultados de la estrategia didáctica.

Teniendo en cuenta los resultados de la caracterización de los estudiantes, cabe resaltar que la mayoría de los familiares son bachilleres, lo cual es un factor que puede influir en los hábitos de estudio de los estudiantes, ya que pueden sentir el apoyo y motivación de su familia. Algunos estudiantes manifestaron que no les gusta la geometría, ya que no les interesa nada sobre esta, debido a que han presentado dificultades “por no dedicarle tiempo y por poca claridad en la exposición de los temas”, les parece aburrida y rutinaria o simplemente no les llama la atención.

Por otro lado, en la guía de prejuicios se observó que los docentes y estudiantes de Licenciatura en Matemáticas y Física, utilizan pocas metodologías didácticas para tener al estudiante motivado en el aprendizaje de las relaciones triangulares, también se observó que no tienen claro cuáles son las relaciones triangulares y manifestaron que para sus clases usan tablero, marcador, texto guía y evalúan de manera tradicional los conceptos aprendidos. En la guía de prejuicios se indagó por lo que entienden los docentes por experiencia estética y arte cubista, algunos manifestaron lo que entienden por dichas temáticas pero no lo relacionan con el aprendizaje de relaciones triangulares. Lo descrito anteriormente son factores que pueden influir en que los estudiantes vean las clases de geometría monótonas y por ende no les interesa aprenderla, pues, no ven la conexión con la vida cotidiana y consideran que no les va a servir en ningún momento de su vida.

En el análisis de resultados de la estrategia didáctica se pudo observar que enseñar relaciones triangulares a partir del arte cubista es una buena metodología, ya que se observó un buen desempeño por parte de los estudiantes, se sintieron motivados y lo más importante es que aprendieron relaciones triangulares dándole una experiencia estética cubista.

10. Conclusiones y Recomendaciones

10.1. Conclusiones

A partir de nuestra vivencia y la experiencia hermenéutica en el proceso de la investigación, somos transformados a causa de la estrategia didáctica, ya que permitió nuevas alternativas para la enseñanza de las relaciones triangulares. Además, cambia nuestra concepción de la enseñanza, lo que implica hacer una dialéctica entre la geometría y otras áreas del conocimiento, en nuestro caso es el arte cubista, a partir de esta investigación pueden surgir nuevas investigaciones haciendo relación de la geometría con otra ciencia.

Se logra reconfigurar el concepto de arte cubista en el diseño de una estrategia didáctica para la enseñanza de las relaciones triangulares, ya que los resultados que arrojó la implementación de la estrategia didáctica da cuenta de ello y de la viabilidad de las diferentes actividades de la estrategia.

Una estrategia didáctica mediada por el cubismo posibilita el aprendizaje de las relaciones triangulares; esto se deriva de los resultados los cuales muestran que la experiencia estética de los estudiantes fue significativa y para la vida.

Se permitió evaluar la estrategia con experiencia hermenéutica, puesto que desde el inicio de la investigación se hizo una PRACCIS hasta los resultados de la implementación de la estrategia.

Se logra una congruencia con la teoría, ya que fuimos cuidadosos con los teóricos que aportaron a la investigación, puesto que son el pilar de nuestro trabajo, de los cuales se formaron tres componentes, el didáctico, disciplinar y metodológico, para así dar sentido al proceso investigativo; dando énfasis en el tema de experiencia estética, dado que es el protagonista de la estrategia.

La experiencia estética es fundamental para este trabajo de grado, pues los docentes estamos siendo llamados a cambiar las estrategias tradicionales de dar clase, por otras, donde

llevemos a los estudiantes a analizar los contenidos de una determinada área, involucrando las artes con geometría, para de esta forma realizar creaciones innovadoras con los estudiantes.

Este trabajo es un aporte importante, ya que a los estudiantes se les están proponiendo contenidos nuevos y otras maneras de solución, más creativas, con un logro diferente y es hacer que se conciba la geometría de un modo distinto al tradicional, de una forma más interdisciplinar, debido a que se conversa con otra disciplina, donde se destaque el valor de la experiencia y a su vez se establezcan relaciones explícitas entre estas dos disciplinas o campos del saber.

La experiencia estética establece una relación con la geometría y el arte, ya que permite desarrollar de una mejor manera la estrategia didáctica, con el fin de presentarla de una forma en la que se pueda innovar, tanto en el proceso de enseñanza, como en el de aprendizaje, y obtener así, un mejor desempeño y un mejor aprendizaje por parte de los estudiantes, en cuanto a las relaciones triangulares, es aquí entonces donde se aborda el componente disciplinar, en el cual se muestra cada uno de los elementos que se utilizan como recurso para la realización de la estrategia didáctica.

10.2. Recomendaciones

Esta investigación cumplió con los objetivos propuestos para llegar a los resultados obtenidos en la estrategia implementada y nos parece importante tener en cuenta lo siguiente:

Como se dijo en las conclusiones esta investigación es el inicio de nuevas propuestas para la enseñanza de relaciones triangulares, a partir de la dialéctica con otras áreas del saber.

Sería interesante profundizar en algunos temas como experiencia estética y arte cubista, puesto que hay mucho de ello, pero no se le da importancia para la enseñanza en ciencias.

Las actividades de la estrategia didáctica están bien diseñadas y son coherentes con los resultados esperados. Lo cual es pertinente para utilizarla en el aula de clase de cualquier institución educativa.

11. Referencias Bibliográficas

- Álvarez, C. M. (1999). *La escuela en la vida*. Recuperado de http://www.conectadel.org/wp-content/uploads/downloads/2013/03/La_escuela_en_la_vida_C_Alvarez.pdf
- Álvarez, Baquero, Basto, Carrillo & Díaz (2013). *Cubismo*. Recuperado de <http://espaol.tumblr.com/post/35175583407/cubismo>
- Álvarez, I., Bautista, L., Vargas, E. & Soler, M. (2014). Actividades Matemáticas: Conjeturar y Argumentar. *Números Revista de la Didáctica de las Matemáticas*. (85), 75-90. Recuperado de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/85/Articulos_05.pdf
- Bedoya, Bustamante, Cano, Castrillón, Lopera, Sierra, & Villa (2008). *Situaciones problema para la enseñanza y el aprendizaje de las relaciones triangulares intra e inter figurales en los triángulos*. Universidad de Antioquia. Recuperado de <http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/1076/1/JC/0522.pdf> 11/09/2017
- Benítez, (2012). *Aplicaciones de la geometría en el arte, una nueva manera de asociar conceptos y medidas (tesis de maestría)*. Universidad Nacional de Colombia, Manizales, Caldas. Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/51458/1/30402933.2016.pdf> 11/09/17
- Blanco, H. (2013). *Representaciones gráficas de cuerpos geométricos. Un análisis de los cuerpos a través de sus representaciones*. Instituto Politécnico Nacional, México.
- Bosch-Príncipe, M.; Blasco-Martel, Y.; Carreras-Marín, A.(2014) Cómo trabajar la capacidad de análisis y de síntesis en estudiantes de primer curso de ADE en matemáticas I y en historia económica. *Evaluación de la competencia transversal de análisis y síntesis*. 011943 -Revista del CIDUI. ISSN: 2385-6203
- Camargo, L. & Acosta, M. (2012). Geometría, su enseñanza y su aprendizaje. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (32), 4-8. Recuperado de <http://www.scielo.org.co/pdf/ted/n32/n32a01.pdf> 10/09/2017
- Caza, E. (2015). *Mandalas en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Guía Didáctica para la correcta utilización de los mandalas en el proceso de enseñanza-Aprendizaje de los niños y niñas de 5 años de edad de Jardín de Infantes y escuela Particular Eustaquio Monte murre del D.M.Q durante el año lectivo 2014 -2015*. Instituto tecnológico Cordillera, Quito. Recuperado de <http://www.dspace.cordillera.edu.ec/bitstream/123456789/187/1/7-EDU-14-15-1725874497.pdf>
- CECA, (2011). *Desarrollo de habilidades del pensamiento*. Coordinación estatal de carrera administrativa capacitación y actualización. Gobierno de San Luis Potosí, México. Recuperado de:

- D'Amore B. (2006). "Didattica della matematica 'C'", en S. Sbaragli (ed.) (2006), *La matematica e la sua didattica, vent'anni di impegno*, Actas del Congreso Internacional homónimo, Castel San Pietro Terme (Bo), 23 de septiembre de 2006, Roma, Carocci, pp. 93-96. Recuperado de: <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v27n3/1665-5826-ed-27-03-00007.pdf>
- D'Amore B. (2006). *Objetos, Significados, Representaciones Semióticas y Sentido. Relime. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Recuperado de Internet <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2161582>
- Díaz Barriga & Hernández (1998). *Estrategias Docentes Para Un Aprendizaje Significativo*. México. McGraw-Hill. p.232.
- Díaz Barriga. (1997) *Didáctica y currículum*. México, D.F. Recuperado de http://juevanos.wikispaces.com/file/view/diaz_Barriga_001.pdf+Lectura+PCE.pdf 11/09/17
- Duval, R. (1999). Argumentar, demostrar, explicar: ¿continuidad o ruptura cognitiva? *Educación Matemática*, 12(2), 149-151. Recuperado de <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol12/2/16Valiente.pdf>
- Duval, R. (2004). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores en el desarrollo cognitivo*. Cali: Universidad del Valle.
- Edo, M. (2006). *Matemática y Arte, un contexto interdisciplinario. En Actas del I Congreso Internacional de Lógico-Matemática en Educación Infantil*. Madrid: World Association of Early Childhood Educations.
- Farina, C. (2006). *Arte; cuerpo y subjetividad. Estética de la formación y pedagogía de las aficciones* (tesis doctoral). Universidad de Barcelona, España. Recuperado de https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/2899/TESIS_CYNTHIA_FARINA.pdf
- Ferrater, J. (1975). *Diccionario de filosofía*, 38(1). Sudamericana. Recuperado de <https://profesorguillen.files.wordpress.com/2011/10/jose-ferrater-mora-diccionario-de-filosofia-tomo-ii.pdf>
- Galante, A. (2009). *Cubismo. Revista digital Edinova*. Recuperado de <http://www.eduinova.es/ene09/EI%20cubismo.pdf>
- Gamboa, R. & Ballesteros, E. (2010). La enseñanza y el aprendizaje en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Costa Rica: Revista Electrónica Educare*. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/1941/194115606010.pdf> 10/09/2017
- García, T., Y Pintich, P. (1994). Regulating motivation and cognition in the classroom: The role of self-schemas and self-regulatory strategies. *Self-regulation of learning and performance. Issues and educational applications* 127-153

- Godino, J. & Ruíz, F. (2002). Geometría y su Didáctica para Maestros. En Juan Godino (Ed). Didáctica de las Matemáticas para Maestros (pp.444-606) Granada, España: Repro Digital. C/Baza, 6. Recuperado de: https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4_Geometria.pdf
- Godino, J. D., Batanero, C. & Font, V. (2012). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *Perspectiva en la didáctica de las Matemáticas*, 47-78.
- González, E. M. (2010). *Entre la abducción y la hermenéutica o sobre una hipótesis que generaría una cosa por crear*. Universidad de Antioquia. Medellín.
- González, E. M. (2011). Sobre la Experiencia Hermenéutica o acerca la posibilidad para la construcción del Conocimiento. *Discusiones Filosóficas*, 12(18), 125 -143. Recuperado de <http://www.scielo.org.co/pdf/difil/v12n18/v12n18a06.pdf>
- Gutiérrez, J. (1990). Una Propuesta de fundamentación para la Enseñanza de la Geometría: el Modelo de Van Hiele, en S. Llinares, M.V. Sánchez (eds.), *Teoría y Práctica en Educación Matemática*. Alfar: Sevilla, España. Pp. 295-384. Recuperado de <https://www.sectormatematica.cl/articulos/van%20hiele.pdf>
- Henao, R. D. & Moreno, M. (2017). El Concepto de Experiencia Estética en la Didáctica de la Lógica y en la Formación de Maestros de Matemáticas. *Trilogía: revista Ciencia y Tecnología sociedad*, 09(16), 27-46.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. Sexta Edición. Editorial Mc Graw Hill. México.
- Jauss, H. R. (1986). *Experiencia Estética y Hermenéutica Literaria, Ensayos en el Campo de la Experiencia Estética*. Madrid. España: Taurus.
- Jauss, H. R. (ED). (2002). *Pequeña apología de la experiencia estética*. Barcelona: Grupo planeta. Recuperado de [https://books.google.com.co/books?id=hPQHmnrCxEgC&printsec=frontcover&dq=Jauss+\(2002\)&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwiS-YTm88naAhUJ3VMKHcLaCjYQ6AEIJAA#v=onepage&q=Jauss%20\(2002\)&f=false](https://books.google.com.co/books?id=hPQHmnrCxEgC&printsec=frontcover&dq=Jauss+(2002)&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwiS-YTm88naAhUJ3VMKHcLaCjYQ6AEIJAA#v=onepage&q=Jauss%20(2002)&f=false)
- Larrosa, J. (2006). Sobre la Experiencia. *Aloma*, (19), 87-112. Recuperado de <http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/96984/1/566508.pdf>
- Leal, C. (2000) citado por Radillo (2012). *Los códigos del lenguaje matemático en la geometría Euclidea. Análisis del discurso matemático escolar*. Universidad de Guadalajara México. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/4142/1/RadilloLosc%C3%B3digosALME2012.pdf> 10/09/2017
- Londoño J. (2005). *Geometría Euclidiana*. Medellín, Colombia. Universidad de Antioquia.
- Institución educativa Concejo de Medellín. (2015). *Manual de convivencia*. Resolución No 16290

- Mascarell, F. (2015). *La pintura y la abstracción*. Universidad Politécnica de Valencia, Facultad de Bellas Artes. Valencia. Recuperado de <https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/50135/MEM%20C3%93RIA%20FERNANDO%20MASCARELL%20G%C3%93MEZ.pdf?sequence=1> 10/09/2017
- Mayer, Shuell, West, Farmer & Wolf citados por Diaz, F. & Hernández, G. (ED). (1998). *Estrategias Docentes Para Un Aprendizaje Significativo*. México: McGraw-Hill.
- MEN (1998). *Lineamientos Curriculares de Ciencias Naturales y Educación Ambiental*. Recuperado de https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975_recurso_5.pdf
- MEN. (2017). Derechos básicos de aprendizaje, matemáticas. Mineducacion, Día E, Siempre día E & Presidencia de la Republica de Colombia. Recuperado de http://www.santillana.com.co/www/pdf/dba_mat.pdf
- Molina, M. (2015, Noviembre). Las rectas paralelas se besan en el infinito: Amor y humor por las Matemáticas en el Arte de la Vanguardia Histórica Española. In *II CONGRESO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN ARTE VISUALES* (pp. 516-526). Editorial Universitat Politècnica de València. Recuperado de <https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/97955/1252-3775-1-PB.pdf?sequence=1>
- Morales, A. (2006). *Algunas consideraciones de la geometría elemental*. Las Palmas, España: Universidad de las Palmas de G.C. Recuperado de https://acceda.ulpgc.es/bitstream/10553/5002/1/0235347_01990_0006.pdf 10/09/2017
- Morales, M. (2016). *Aplicaciones de la geometría en el arte, una nueva manera de asociar conceptos y medidas (tesis de maestría)*. Universidad Nacional de Colombia, Manizales, Caldas. Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/51458/1/30402933.2016.pdf> 11/09/17
- Paci, E. (1975). *Diccionario de filosofía*, 38(1). Sudamericana. Recuperado de <https://profesorvargasguillen.files.wordpress.com/2011/10/jose-ferrater-mora-diccionario-de-filosofia-tomo-ii.pdf>
- Paglini, M. (2002). Mandalas y fractales: Morfologías de la naturaleza. *Arte y Diseño Digital*, p.212- p.215. Recuperado de <http://papers.cumincad.org/data/works/att/ff26.content.pdf>
- Radillo, M. (2012). *Los códigos del lenguaje matemático en la geometría euclidiana*. Departamento de matemáticas, CUCEI, Universidad de Guadalajara, México. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/4142/1/RadilloLosc%C3%B3digosALME2012.pdf> 10/09/2017
- Ramírez A. (2003). Perspectivas Teórico – Metodológica. *Semiótica y Textos Didácticos: Análisis de una Práctica Textual*. p. 85-91 Bogotá. Colombia. Kimpres Ltda.
- Rincón, K. A. (2013). *La influencia en el proceso de enseñanza aprendizaje de los puntos notables de un triángulo, usando CAR. Estudio de caso I.E. la Laguna* (tesis doctoral). Universidad Nacional de Colombia, Manizales, Colombia. Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/39748/1/8412017.2014.pdf>



Rivera (2010). *¿Cómo Diseñar Planes de Estudio? De las áreas Fundamentales y Obligatorias para la Educación Preescolar, Básica y Media*. Bogotá. Colombia: Magisterio.

Rodríguez, N. (2014). *Caligramas*. Recuperado de http://www.culturarecreacionydeporte.gov.co/sites/default/files/adjuntos_paginas_2014/caligramas_calligrammes.pdf

Thornton, A. (2012). *La Poesía Visual. En Busca de una Dedicación*. Instituto Universitario Nacional de Arte. Argentina. Instituto universitario nacional de Arte. Recuperado de internet: http://www.academia.edu/9558004/L.O.Q.U.E._Poes%C3%ADa_Visual._En_bu_sca_de_una_definici%C3%B3n

Toledo & Sequera (2015). *La Producción del Sentido: Semiosis Social. Razón y palabra, vol. (88), pág.1-20*. Recuperado de internet http://www.razonypalabra.org.mx/N/N88/Varia/40_ToledoSequera_V88.pdf, el 12 de septiembre.

Toribio, L. (2010). *Las competencias básicas: el nuevo paradigma curricular en Europa. Foro de educación, 8(12), 25-44*. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/4475/447544587003.pdf>

UNESCO. (2004). *Las tecnologías de la información y la comunicación en la formación docente Guía de planificación*. París: División de Educación Superior. UNESCO. Recuperado de: <http://unesdoc.unesco.org/images/0012/001295/129533s.pdf>

Vasco, C. E. (2006). *Didáctica de las Matemáticas. Artículos Selectos* (tesis doctoral). Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá. Colombia.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

ANEXO a. CARACTERIZACIÓN DE LA INSTITUCIÓN



**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
PRÁCTICA PROFESIONAL DOCENTE
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA**

Caracterización de la Institución

Objetivo: Recopilar información que posibilite realizar una caracterización general de la institución, desde lo organizacional, académico y pedagógico.

I. Generalidades de la Institución.

Nombre: _____ **Municipio:** _____ **Urbana** _____
Rural _____

Niveles en los que presta el servicio educativo: Preescolar ___ Básica Primaria ___ Básica Secundaria ___ Media ___ Formación complementaria ___ Otra ___
¿Cuál? _____

En la media vocacional, la institución ofrece:

Formación académica ___ Formación técnica ___ Especialidad: _____

Jornada(s) de funcionamiento de la institución:

Mañana ___ Tarde ___ J. Nocturna ___ Única ___ Fines de semana _____

II. Categorización del personal administrativo

Marque con una X, el nivel educativo

	Bachiller	Normalista	Licenciado	Especialista	Profesional	Maestría	Doctorado
Rector							
Coordinador							
Coordinador							
Coordinador							
Secretaria							
Secretaria							

III. Categorización del personal docente

Indique el número de docentes en cada nivel educativo

	Total	Bachiller	Normalista	Licenciado	Especialista	Profesional	Maestría	Doctorado

Preescolar								
B. Primaria								
B. secundaria								
Media Vocacional								

IV. Proyecto Educativo Institucional

1. Modelo o corriente pedagógica que orienta el P.E.I
Explique si existe o no relación y coherencia entre el componente teleológico (misión, visión, filosofía) con el modelo pedagógico y los proyectos institucionales.
2. Describa cómo el sistema institucional de evaluación se articula a las políticas establecidas en la legislación nacional (decreto 1290) y a los enfoques y lineamientos del MEN.
3. Describa como esta organizado el plan de área de matemáticas, si su estructura está enfocada en los lineamientos curriculares y los Estándares básicos de competencia en matemáticas.

V. Resultados académicos en matemáticas

Realice un rastreo estadístico de los resultados académicos institucionales de matemáticas en el 2016 en cada período. (Puede apoyarse en tablas o gráficos).

VI. Resultados obtenidos en pruebas externas

Pruebas Saber Icfes

Año	Nivel obtenido Institucional
2014	
2015	
2016	

Promedio prueba saber icfes en el área de matemáticas

Año	Promedio
2014	
2015	
2016	

En el área de matemáticas realice un análisis de los resultados de la prueba Saber -Icfes, por componente y competencia (realizar gráficos o tablas)

Pruebas saber en el área de matemáticas

(<http://www.icfessaber.edu.co/historico.php/home/buscar>)

Año	Promedio 5 grado	Promedio 9 grado
2014		
2015		
2016		

Realice un gráfico o tabla que ilustre los resultados de las pruebas Saber en los grados 5 y 9 en los distintos años en cada una de las competencias y componentes del área.
Identifique las debilidades y fortalezas específicas en cada competencia y componente.
Haga el análisis respectivo de estos resultados.

ANEXO b: CARACTERIZACIÓN DE LOS DOCENTES



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA PRÁCTICA PROFESIONAL DOCENTE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

Caracterización de los Docentes

Institución Educativa: _____ Fecha: _____

Objetivo: Recopilar información para caracterizar a los docentes de matemáticas, de las instituciones cooperadoras de la práctica pedagógica de la Licenciatura de matemáticas y física de U de A.

La información que usted nos proporcionará será de gran ayuda; por lo tanto, le solicitamos sea claro y sincero en sus respuestas.

1. Sexo: **m** ___ **f** ___
2. Años de experiencia como docente: _____
3. Último título obtenido: Normalista ___ Licenciado ___ Tecnólogo ___ Profesional no docente ___
Especialista ___ Maestría ___ Doctorado ___
4. ¿Pertenece a algún grupo académico o de investigación? Si ___ No ___ ¿A cuál?

5. ¿Lidera algún proyecto en la institución? Si ___ No ___ Nombre del proyecto:

6. ¿Sus clases están orientadas a partir de: Un texto guía ¹ ___ Guías de otros ² ___ Guías propias ³ ___
La web ___ Otro ___ ¿Cuál?

7. ¿Su plan de clases está focalizado en lo establecido en el modelo pedagógico de la institución?
Si ___ No ___ Justifique su respuesta:

8. ¿Cree usted que las herramientas y recursos con que cuenta la institución son suficientes para lograr mejores resultados de sus estudiantes en el área de geometría? Si ___ No ___ Justifique:

Justifique: _____

9. ¿Considera usted que la biblioteca de su institución cuenta con los libros suficientes para lograr mejores resultados de sus estudiantes en el área de geometría? Si ___ No ___ Justifique:

10. ¿Qué porcentaje de estudiantes pierde la asignatura geometría que usted orienta, en cada período (aproximadamente)?: entre el 5% y 15% ___ entre el 16% y 25% ___ entre el 26% y 35% ___ entre el 36% y 45% ___ entre el 46% y 55% ___ 60 % o más ___

ANEXO c: CARACTERIZACIÓN DE LOS ESTUDIANTES



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
PRÁCTICA PROFESIONAL DOCENTE
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

Caracterización de los Estudiantes de 8°05

Institución Educativa: _____ Fecha: _____

Objetivo: Recopilar información que posibilite caracterizar los estudiantes que hacen parte de la práctica pedagógica de la Licenciatura en matemáticas y física de la Universidad de Antioquia.

La información que usted nos proporcionará será de gran ayuda; por lo tanto, le solicitamos sea claro y sincero en sus respuestas.

1. Edad: ___ 2. Estrato socio-económico: ___

3. ¿Con quiénes vives?: Padres ___ hermanos ___ abuelos ___ tíos ___ otros ___ ¿Cuáles?

4. Nivel educativo de las personas con las que vive:

Familiar	Ninguno	Primaria	Secundaria	Técnico	Universidad
Padre					
Madre					
Hermanos					
Abuelos					
Tíos					
Otro: _____					

5. ¿Te gusta la geometría?: Sí ___ No ___

6. ¿Ha tenido dificultades en el aprendizaje de la geometría?: Sí ___ No ___

7. En caso afirmativo, las posibles causas de la dificultad de la geometría son:

Desinterés personal por el estudio de la geometría: ___ Metodología observada por el profesor

La geometría es un área de alta complejidad: ___ Poca claridad en la exposición de temas

Falta de recursos didácticos en la enseñanza: ___ Poca preparación académica del
profesor ___

El profesor no genera interés por su estudio ___ Falta dedicar tiempo para profundizar



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3