

ANÁLISIS A LAS DECISIONES DE DOCENTES DE EDUCACIÓN EN
MATEMÁTICAS, PARA EL ACERCAMIENTO DE ESTUDIANTES DE GRADO 9º, AL
DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL DURANTE LA EMERGENCIA
SANITARIA COVID 19.



MARWIN CATHERINE GOMEZ MOSQUERA-201757732

LIZETH DANIELA MUÑOZ CUERO-201757760

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR EL TÍTULO DE
LICENCIADO EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICA

ASESOR

PROFESOR: JHON JAIR ANGULO VALENCIA

UNIVERSIDAD DEL VALLE - SEDE PACÍFICO

FACULTAD DE EDUCACIÓN

BUENAVENTURA

2022



INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA Subdirección Académica		ACTA DE EVALUACIÓN DE TRABAJO DE GRADO								
Programa Académico	<u>Licenciatura educación Maté</u>		Fecha							
Código del programa:	<u>3469</u>		Resolución del programa:	<table border="1"><tr><td>Día</td><td>Mes</td><td>Año</td></tr><tr><td><u>2</u></td><td><u>5</u></td><td><u>2022</u></td></tr></table>	Día	Mes	Año	<u>2</u>	<u>5</u>	<u>2022</u>
Día	Mes	Año								
<u>2</u>	<u>5</u>	<u>2022</u>								
Título del Trabajo o Proyecto de Grado <u>Análisis a las decisiones de docentes de educación en Maté para acercar... covid 19</u> Se trata de:										
Proyecto <input type="checkbox"/>		Informe Final <input checked="" type="checkbox"/>								
Director										
Nombre del Primer Evaluador <u>Hilda Marleth Palacios Andrade</u>										
Nombre del Segundo Evaluador										
Estudiantes										
Nombres y Apellidos	Código	Plan	E-mail	Teléfonos de contacto						
Lizeth Muñoz	3469	1957760	Munoz.Lizeth@correo.univalle.edu.co	3135226699						
Marwin Gomez	3464	1957735	marwin.Gomez@correo.univalle.edu.co	3195876559						
Evaluación										
Aprobado <input checked="" type="checkbox"/>	Meritario <input type="checkbox"/>	Laureado <input type="checkbox"/>								
Aprobado con recomendaciones <input type="checkbox"/>	No Aprobado <input type="checkbox"/>	Incompleto <input type="checkbox"/>								
En el caso de ser Aprobado con recomendaciones (diligenciar la página siguiente), éstas deben presentarse en un plazo máximo de (máximo un mes) ante:										
Director del Trabajo o Proyecto de Grado <input type="checkbox"/>		Primer Evaluador <input type="checkbox"/>	Segundo Evaluador <input type="checkbox"/>							
En el caso de que el Informe Final se considere Incompleto (diligenciar la página siguiente), se da un plazo máximo de semestre (s) para realizar una nueva reunión de Evaluación el: dd mm aa										
En el caso que no se pueda emitir una evaluación por falta de conciliación de argumentos entre Director, Evaluadores y Estudiantes; expresar la razón del desacuerdo y las alternativas de solución que proponen (diligenciar la página siguiente).										
Firmas										
<u>Jhon Jair Angelo V.</u> Director del Trabajo o Proyecto de Grado			Segundo Evaluador							
Primer Evaluador										



Dedicatorias

A los motores de mi vida, mis amores más grades y regalos máspreciados; mi madre Andrea Paola Gómez, un ejemplo a seguir; una mujer aguerrida; que me enseñó a luchar por mis metas, mi hijo Wilmar Andrés Mosquera Gómez que es el tesoro más grande que me ha concedido la vida, que me dio fuerzas y me inspiro para no rendirme y convertirme en una versión mejor de sí misma, a mi abuelo Manuel Cenobio Gómez que siempre lo llevare en mi corazón. A mi compañera Lizeth Daniela Muñoz por su amistad, apoyo y compresión; porque fue un motivo de inspiración para culminar mi formación y no rendirme ante las adversidades, a cada uno de mis familiares y amigos, por hacer parte de mi vida y llenarme de motivación.

Marwin Catherine Gómez Mosquera

A la razón de mi existir, mi mayor tesoro, mi madre Isabel Cuero, por ser ese ejemplo de amor, entrega y lealtad, pues su apoyo incondicional ha sido mi motor para nunca rendirme; a mi padre, Martín Muñoz, por guiarme y enseñarme el valor de la perseverancia y la constancia, y sobre todo por su apoyo en todos los momentos de mi vida. A mis hermanos, Rubén Muñoz y Lina Muñoz, por guiarme en este camino de la vida, en la que sus ejemplos han sido grandes insumos para convertirme en una persona íntegra. En especial a mi hermana Lina, por enseñarme a ser una excelente estudiante. A mis sobrinas Laura Caicedo e Isabella Caicedo, por ser esos ángeles que invaden con ternura y amor mi vida. A mi tía Sandra Cuero, por siempre apoyarme y estar constantemente impulsándome para culminar mis estudios y tener un proyecto de vida prospero. A mis abuelos, Jesús Cuero y Mariana Camacho Q.P.D. por quererme con un amor profundo y real, y enseñarme valores y principios necesarios para mi vida

Lizeth Daniela Muñoz Cuero

Agradecimientos

Principalmente darle gracias a Dios, por darnos la dicha de vivir y hacer de nosotras, mujeres sabias, perseverantes y constantes, que convirtieron su vida en un propósito de fe y esperanza, para ser mejores cada día; estás virtudes, fueron fundamentales para culminar este proceso académico, teniendo como eje principal a Dios, el Espíritu Santo, los Ángeles y arcángeles.

A nuestro asesor, el magister Jhon Jair Angulo Valencia, por ser el faro que dio luz a nuestro trabajo de investigación, por guiarnos y, sobre todo, por compartir tan valiosos aprendizajes tanto en este proceso, cómo a lo largo de nuestra formación universitaria. Es nuestro ejemplo a seguir. También, le agradecemos por convertirse en un gran amigo, con el que siempre podemos contar. No alcanzan las palabras para agradecerle por haber asumido el reto de ser nuestro asesor.

A nuestros familiares, por creer y depositar su confianza en nosotras, y brindarnos el apoyo incondicional para emprender este camino; y, sobre todo, por hacernos entender la importancia de formarnos académicamente y de convertirnos en mujeres independientes, empoderadas y resilientes, que sean capaces de cumplir sus sueños y metas.

A nuestros compañeros, en especial a Brayan Steven Sinisterra Victoria, por siempre compartimos sus aprendizajes y estar dispuesto a guiarnos cuando lo necesitábamos, gracias por la paciencia y la empatía para con nosotras. Es un ser de luz, y, sobre todo, una persona con grandes principios y valores a nivel personal, y con demasiadas capacidades y competencias en lo académico.



Finalmente, a nuestros evaluadores y docentes, entre ellos el profesor Jarol Valencia, por el apoyo incondicional, quienes aportaron grandes aprendizajes a lo largo de nuestra formación académica.

Resumen

La siguiente propuesta de indagación, requisito parcial para optar por el título de Licenciadas en Educación Básica con Énfasis en Matemática presenta un análisis a la toma de decisiones de dos docentes de matemáticas del distrito de Buenaventura; uno de la Institución Educativa Escuela Normal Superior Juan Ladrilleros y el otro, del Instituto Comercial del Pacífico, INCODELPA; para acercar a los estudiantes de grado 9º, al desarrollo del pensamiento variacional durante la emergencia sanitaria COVID – 19. Se hace necesario mencionar que esta indagación es de tipo cualitativa, cuya estrategia de investigación es la entrevista semi estructurada, según Camargo (2018); en la cual, se tuvo como criterio de selección que los docentes tuvieran una formación como licenciados con un mínimo de tres años de experiencia en el ejercicio docente en la institución en la que laboran actualmente.

Para la recolección de datos, se planteó una entrevista de tipo escrita, y sus resultados fueron analizados teniendo en cuenta los referentes didácticos; entre los cuales se encuentra, lo planteado por: Shulman (1987), Ball et al. (2007) y Rico (2004) e igualmente, los procesos de generalización, caracterización y modelación; que son considerados elementos propios del pensamiento variacional según el MEN (1998, 2006). Los resultados dieron cuenta de la organización curricular de los docentes y el uso de referentes curriculares para la toma de decisiones, diseño y evaluación del currículo.

PALABRAS CLAVES:

Pensamiento variacional, toma de decisiones, Covid-19, Docentes de matemáticas, Procesos.



TABLA DE CONTENIDO

Resumen.....	7
Introducción	13
1 Capítulo 1: Planteamiento del Problema.....	15
1.1 Descripción del Problema	15
1.2 Formulación del Problema	20
1.3 Justificación	21
1.4 Objetivos	30
1.4.1 <i>Objetivo general.....</i>	30
1.4.2 <i>Objetivos específicos.....</i>	30
2 Capítulo 2: Marco Contextual y de Referencia Conceptual.....	31
2.1 Marco Contextual.....	31
2.2 Marco de Referencia Conceptual	35
2.2.1 <i>Una mirada al impacto del covid-19 en la educación matemática.....</i>	35
2.2.2 <i>Una mirada a algunos elementos que inciden en la toma de decisiones de un docente.</i>	37
2.2.3 <i>Una mirada a algunos aspectos relacionados con el pensamiento variacional</i>	54
2.2.4 <i>Relaciones entre las perspectivas del marco de referencia conceptual.....</i>	65
3 Capítulo 3: Metodología.....	66
3.1.1 <i>Momento 1. Fundamentación conceptual de la entrevista:</i>	68
3.1.2 <i>Momento 2. Preparación de una versión preliminar de la entrevista:</i>	70
3.1.3 <i>Momento 3. Aplicación de la entrevista:</i>	72
3.1.4 <i>Momento 4. Análisis de las respuestas:</i>	74
3.1.5 <i>Momento 5. Producción de los resultados:.....</i>	79
3.2 Criterios de Selección de las Instituciones Educativas y los Docentes.....	81
3.3 Fases de la Investigación.....	82
3.3.1 <i>Fase 1. Planteamiento del problema:</i>	82
3.3.2 <i>Fase 2. Marco de referencia conceptual:</i>	82
3.3.3 <i>Fase 3. Metodología:</i>	83
3.3.4 <i>Fase 4. Análisis y consideraciones finales:</i>	83
4 Capítulo 4: Resultados y Análisis.....	85
4.1 Descripción de los Entrevistados	85

4.2	Resultados Y Análisis De La Primera Implementación De La Entrevista.....	86
4.2.1	<i>Resumen de la primera implementación de entrevista.....</i>	103
4.2.2	<i>Síntesis de los resultados y análisis de la primera implementación</i>	114
4.3	Resultados Y Análisis De La Segunda Implementación De La Entrevista.....	117
4.3.1	<i>Resumen de la segunda implementación de entrevista</i>	126
4.3.2	<i>Síntesis de los resultados y análisis de la segunda implementación.....</i>	134
5	Capítulo 5: Conclusiones y Recomendaciones	137
5.1	Recomendaciones	142
6	Referencias	144
7	Anexos.....	148
7.1	Primer Formato De La Entrevista	148
7.2	Segundo Formato De La Entrevista	149
7.3	Resultados De La Primera Implementación De La Entrevista.....	151
7.3.1	<i>Resultados de la primera implantación de la entrevista del profesor 1</i>	151
7.3.2	<i>Resultados de la primera implementación de la entrevista del profesor 2</i>	155
7.4	Resultados De La Segunda Implementación De La Entrevista.....	161
7.4.1	<i>Resultados de la segunda implementación de la entrevista del profesor 1</i>	161
7.4.2	<i>Resultados de la segunda implementación de la entrevista del profesor 2</i>	163



ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Estándares básicos de competencias para el pensamiento variacional en los grados 8-9 y 10-11.	46
.....	
Tabla 2: Relación entre las competencias del docente de matemática y los tipos de conocimientos.	47
Tabla 3: Relación entre las capacidades del docente de matemáticas y los tipos de conocimientos.	49
Tabla 4: Relación entre las competencias, capacidades y aportes de otros autores.	51
Tabla 5: Particularidades de los referentes teóricos utilizados en el marco de referencia conceptual.....	53
Tabla 6: Similitudes y diferencias entre los aportes de los autores utilizados en el marco de referencia conceptual.	54
Tabla 7: Procesos y estándares básicos de competencias del pensamiento variacional.....	63
Tabla 8: Objetos de conocimientos que pertenecen a los procesos propios del pensamiento variacional.	
.....	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 9: Características de la Metodología.....	67
Tabla 10: Fundamentación conceptual de la entrevista.	69
Tabla 11: Rejilla de análisis.....	75
Tabla 12: Respuesta de la pregunta 1 y las categorías en las que se ubica.	104
Tabla 13: Respuesta de la pregunta 2 y las categorías en las que se ubica.	105
Tabla 14: Respuesta de la pregunta 3 y las categorías en las que se ubica.	106
Tabla 15: Respuesta de la pregunta 4 y las categorías en las que se ubica.	106
Tabla 16: Respuesta de la pregunta 5 y las categorías en las que se ubica.	107
Tabla 17: Relación entre las categorías en las que se ubica las respuestas de cada docente y los autores.	
.....	108
Tabla 18: Respuesta de la pregunta 6 y las categorías en las que se ubica.	127
Tabla 19: Respuesta de la pregunta 7 y las categorías en las que se ubica.	128
Tabla 20: Relación entre las categorías en las que se ubica las respuestas de cada docente y los autores.	
.....	129

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1: Instituto Comercial del Pacífico, Incodelpa.....	31
Ilustración 2: Institución Educativa Escuela Normal Superior Juan Ladrilleros.	33
Ilustración 3: Forma matricial de un Sistema de Ecuaciones Lineales.	43
Ilustración 4: Matriz de coeficientes de un Sistema de Ecuaciones Lineales.	44
Ilustración 5: Matrices de incognitas y terminos independientes.	44
Ilustración 6: Representaciones y elementos de una función afín.	58
Ilustración 7: Representación gráfica y analítica de diferentes funciones.	60
Ilustración 8: Representación del continuo numérico.....	61
Ilustración 9: Plan de ejecución de una entrevista Semi-estructurada	68
Ilustración 10: Primer formato de la entrevista.....	71
Ilustración 11: Relaciones entre los objetivos y la metodología.....	80



ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Porcentaje de recurrencia de las respuestas de P1	108
Gráfico 2: Porcentaje de las categorías de acuerdo con los autores en los se sustentan las mismas.....	110
Gráfico 3: Porcentaje de recurrencia de las respuestas de P2	111
Gráfico 4: Porcentaje de las categorías de acuerdo con los autores en los se sustentan las mismas.....	113
Gráfico 5: Porcentaje de recurrencia de las respuestas de P1	129
Gráfico 6: Porcentaje de las categorías de acuerdo con los autores en los se sustentan las mismas.....	131
Gráfico 7: Porcentaje de recurrencia de las respuestas de P2	132
Gráfico 8: Porcentaje de las categorías de acuerdo con los autores en los que se sustentan las mismas..	133

Introducción

La siguiente propuesta de indagación pedagógica, se centró en conocer los elementos que incidieron en la toma de decisiones de dos docentes de matemáticas, de Instituciones del Distrito de Buenaventura, para acercar a los estudiantes de grado 9º al desarrollo del pensamiento variacional, durante la pandemia COVID-19; esto con la finalidad de analizar dichas decisiones.

Para tal fin, se hizo necesario describir algunos elementos, que permitieran visibilizar un conjunto de dificultades propias del objeto abordado en cuestión; así como también, tener una fundamentación teórica que respaldara lo abordado. Por ello, se hizo necesario partir de un planteamiento del problema, referentes teóricos y metodología. En la descripción del problema, se expusieron las dificultades y necesidades presentes en la toma de decisiones de los docentes de matemáticas, para priorizar los procesos propios del pensamiento variacional; en la formulación del problema, se presentó la pregunta problematizadora que impulsó la investigación; en la justificación, se consideraron algunos aspectos influyentes en la toma de decisiones de los docentes como: el conocimiento del contenido, los dominios de conocimientos matemáticos, las capacidades y competencias del profesor de matemáticas, los referentes planteados por el MEN, etc.; de igual forma, se decretó el objetivo general, que da cuenta de la finalidad de la investigación, y los objetivos específicos, que planteaban la ruta a seguir para lograr dicho propósito.

Del mismo modo, se expuso el marco de referencia conceptual en el que se estableció los referentes teóricos que sustentaron el proceso de indagación, los cuales fueron instaurados, a partir de tres perspectivas; que presentan y asocian elementos didácticos, curriculares y disciplinares. De lo anterior, se enmarcó el impacto del COVID-19 en la educación matemática, se dio cuenta de algunos elementos que inciden en la toma de decisiones de un docente; y se

resaltaron, los elementos teóricos planteados por el MEN (1998, 2006), de acuerdo con los conocimientos a desarrollar del pensamiento variacional en grado 9º.

Luego, se describió la metodología para dar cuenta el ¿cómo? se llevó a cabo la investigación; en la cual, se tuvo en cuenta un enfoque cualitativo de alcance descriptivo y la estrategia investigativa de entrevista Semi-estructurada de acuerdo con Camargo (2018). En esta, como instrumento para la recolección de información, se realizó una entrevista a dos docentes de matemáticas de instituciones del distrito de Buenaventura, y para la selección de estos docentes, se establecieron unos criterios; esta entrevista contó con dos fases o momentos; en la primera fase se presentaron cinco preguntas sustentadas en los referentes teóricos y la segunda fase surgió, de la primera y en esta se buscó hacer mayor énfasis en objetos de conocimiento del pensamiento variacional.

Finalmente, en la obtención de los resultados en cada una de las fases, se procedió a realizar el análisis de esos resultados y para este fin, se estableció una rejilla de análisis, para determinar las categorías conforme al cruce entre la relación de los referentes teóricos asociados a la toma de decisiones de docentes y los procesos del pensamiento variacional. Finalmente, se estipularon las conclusiones, las recomendaciones y las referencias.

1 Capítulo 1: Planteamiento del Problema

En este capítulo, se presentaron algunos aspectos teóricos para dar cuenta de: las dificultades presentes en la toma de decisiones de los docentes de matemáticas, para priorizar los procesos propios del pensamiento variacional; la pregunta problematizadora; la justificación, que dio cuenta de los argumentos por los cuales se realizó esta investigación, y en esta, se consideraron algunos elementos influyentes en la toma de decisión de los docentes; y finalmente, el objetivo general y los objetivos específicos, que determinaron respectivamente, la finalidad y ruta a seguir de la investigación.

1.1 Descripción del Problema

Esta propuesta de investigación pedagógica, centró su interés en reconocer la forma en la que algunos docentes del Distrito de Buenaventura, seleccionaron criterios para acercar a sus estudiantes del grado noveno, al desarrollo del pensamiento variacional; de esto, es importante destacar que, en su constitución hubo dificultades asociadas al reconocimiento de patrones y situaciones de variación y cambio; reconocimiento de variables; procesos de modelación y generalización, entre otras. Por tanto, se requirió identificar la forma como los docentes seleccionaron diferentes objetos, aprendizajes y situaciones para acercar a los estudiantes al desarrollo de este componente.

Es importante destacar que, desde el 13 de marzo del año 2020, se declaró en Colombia el aislamiento preventivo por la emergencia sanitaria COVID-19, la cual afectó casi todas áreas que componen la sociedad, tanto a nivel nacional como internacional, siendo la educación uno de los escenarios más afectados por el confinamiento. Las Instituciones Educativas se vieron



obligadas a cambiar la forma de llevar a cabo los procesos de enseñanza y aprendizaje. De esto, CEPAL y UNESCO (2020) Mencionan que:

La pandemia ha transformado los contextos de implementación del currículo, no solo por el uso de plataformas y la necesidad de considerar condiciones diferentes a aquellas para las cuales el currículo fue diseñado, sino también porque existen aprendizajes y competencias que cobran mayor relevancia en el actual contexto. (p.4)

En otras palabras, una de las consecuencias de tales cambios fue que, muchos docentes tuvieron la necesidad de reformular sus planes de área, y realizar la selección de objetos de conocimientos, aprendizajes o estándares que permitieran el desarrollo de los diferentes tipos de pensamiento matemático en sus estudiantes. Esta propuesta de investigación se centró en reconocer la forma en la que los docentes seleccionaron tales elementos, para acercar a los estudiantes al desarrollo del pensamiento variacional.

Ahora bien, se consideró que la formación recibida por los docentes, influyó de manera directa en la toma de decisiones dentro del aula, porque ellos en su quehacer, ponen en práctica algunos de los elementos conceptuales y metodológicos adquiridos durante su formación profesional; es por eso que se reconoció la importancia del conocimiento matemático adquirido durante su formación, porque permite que en su planeación, tome decisiones que estén enfocadas en desarrollar pensamiento matemático en los estudiantes. Sin embargo, se reconoció que algunos docentes tuvieron dificultades para decidir cuáles son los aprendizajes u objetos de conocimientos que permitían acercar a los estudiantes al desarrollo del pensamiento matemático.

Al respecto Arboleda (2016, citado por Cabrera, 2019) expone que: “La dificultad de los docentes para gestionar una clase de matemáticas idónea sigue latente, quizás por la dificultad para identificar un conocimiento matemático ideal para enseñar”. Es decir, que los docentes tuvieron dificultades para decidir los aprendizajes, objetos o estándares que permitieran acercar a los estudiantes al desarrollo del pensamiento matemático; de modo que, esto demuestra que, ellos no tenían un criterio que les permitiera tomar decisiones acerca de tales elementos y de manera implícita, tampoco reconocían la incidencia de esa selección, en el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes. Esa carencia de criterios de selección, también pudo originarse porque el docente no tenía un dominio de los diferentes conocimientos que los estudiantes deben desarrollar en un grado particular, es decir que él solo priorizó los conocimientos en los que tenían mayor comprensión; de modo que, el conocimiento matemático del profesor influye de manera significativa en los objetos a enseñar; en otras palabras, si un profesor tiene dificultades para comprender un tema, es muy poco probable que él quiera enseñarlo. En ese sentido es importante reconocer que: “Las dificultades que tienen los alumnos para aprender matemáticas en muchas ocasiones están vinculadas a situaciones didácticas inapropiadas o a la ausencia del conocimiento disciplinar de los profesores” (Carrillo et al., 2009, p.48). Es decir que, la ausencia de conocimiento matemático en los docentes, incidió de manera significativa en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, ya que si el docente no tiene un nivel de aprehensión conceptual de un objeto, esto va imposibilitar que lo enseñe de manera adecuada o en su defecto, esa ausencia puede llevarlo al diseño de situaciones que no correspondan con el objeto bajo estudio, o a la selección de objetos o aprendizajes que no acerquen a los estudiantes al desarrollo del pensamiento matemático.



En consonancia con lo anterior, a nivel nacional y local, el Ministerio de educación propone en los Lineamientos curriculares (1998), Estándares básicos de competencias (2006) y en los derechos básicos de aprendizaje V (2016) un conjunto de aprendizaje que deben alcanzar los estudiantes para desarrollar un tipo de pensamiento matemático en un determinado grado.

Al ser el Distrito de Buenaventura perteneciente a Colombia, todas las Instituciones Educativas comprendidas en el mismo, deben tener como base lo propuesto por el MEN en sus diferentes documentos para la estructuración de los diferentes planes de área. Esta propuesta se interesó por conocer los argumentos que utilizaron los docentes para justificar la selección de algunos objetos, aprendizajes o estándares para acercar a los estudiantes del grado noveno al desarrollo del pensamiento variacional, teniendo en cuenta la amplia gama de aprendizajes para este grado de escolaridad. A continuación, se presenta algunas dificultades relacionadas con la incidencia que tuvieron algunos elementos en la toma de decisiones de los profesores para acercar a los estudiantes al desarrollo del pensamiento variacional:

➤ Para algunos docentes de matemática es más importante que los estudiantes aprendan conceptos, que desarrollen pensamiento matemático. De esto Dávila (2018) afirma que:

Aunque los conceptos son fundamentales para la adquisición de conocimiento en el estudiante, éstos por sí solos no posibilitan el desarrollo del pensamiento matemático y en tal sentido, la misión del docente no se ciñe exclusivamente en la transmisión estática, de un cúmulo de conocimientos específicos. (p.6)

Es decir que varios docentes tienen dificultades para reconocer que los conceptos no son importantes si no conllevan al estudiante al desarrollo de pensamiento variacional. En otras palabras, para algunos docentes es más relevante que los estudiantes aprendan conceptos que desarrollen pensamiento matemático.

➤ Los docentes no abordan algunos objetos de conocimiento que permiten el desarrollo del pensamiento variacional porque solo deciden enseñar los que dominan. Al respecto Caballero y Cantoral (2013) mencionan que:

Nuestra hipótesis sostiene que las causas que originan estas dificultades para desarrollar un pensamiento variacional en profesores de bachillerato consisten en que ante una situación que involucra el estudio de la variación y el cambio, el pensamiento de los profesores los lleva a centrarse en utilizar algún conocimiento matemático que dominen y que previamente los condujo a un resultado satisfactorio, de manera que su uso le garantice poder dar respuesta a las situaciones que se le plantean. (p. 274)

Esta dificultad está asociada a que algunos docentes de matemáticas deciden enseñar solo los objetos de conocimiento de los cuales tienen un dominio conceptual y procedimental, porque esto le garantiza dar respuestas correctas a las situaciones planteadas a los estudiantes en situaciones de variación y cambio. En otras palabras, el docente como no desarrolla pensamiento variacional, en muchos casos prioriza algunos objetos más que otros porque no hay un dominio conceptual de todos los objetos de conocimiento que deben ser abordados para un grado particular.



➤ El discurso utilizado por los docentes se centra en los procesos netamente procedimentales más no en el desarrollo del pensamiento matemático. Con respecto a lo anterior Reséndiz (2004, citado por Caballero y Cantoral, 2013) menciona que: “El discurso matemático escolar parece inhibir el desarrollo de ideas variacionales, al centrar la atención en el desarrollo de destrezas mecánicas y algorítmicas que no dejan ver la naturaleza variacional del Cálculo”. En otras palabras, la dificultad está asociada a que el discurso utilizado por algunos docentes de matemáticas no conduce a los estudiantes al desarrollo del pensamiento variacional, sino que a través del mismo se intenta centrar la atención en adquirir habilidades netamente operacionales que no requieren un mayor grado de interpretación.

1.2 Formulación del Problema

¿Qué incidió en la toma de decisiones de dos docentes, uno de la Institución Educativa Normal Superior Juan Ladrilleros, y otro, del Instituto Comercial del Pacífico, INCODELPA, para acercar a los estudiantes del grado 9º al desarrollo del pensamiento variacional durante la emergencia sanitaria COVID-19 en el año 2020?

1.3 Justificación

La llegada de la emergencia sanitaria ocasionada por COVID-19, generó entre otras cosas, la necesidad de repensar los procesos educativos y formativos a nivel nacional e internacional. Este hecho originó que los planteles educativos y docentes en particular revisaran una gama de estrategias que les permitiera tener un acercamiento con los estudiantes, y a su vez, tener la posibilidad de compartir los aprendizajes propuestos para cada grado de escolaridad según la planeación institucional.

Por tal motivo, situando esto desde el aprendizaje de las matemáticas se consideraron algunos aspectos influyentes en la toma de decisión de los docentes, como lo son: los conocimientos matemáticos, los referentes planteados por el Ministerio de Educación, las competencias matemáticas asociadas al pensamiento variacional, la formación profesional como experiencia en el campo de la docencia y la incidencia del COVID-19 en la toma de decisiones.

En este sentido; en lo que respecta a los conocimientos matemáticos asociados al desarrollo del pensamiento variacional, fue necesario tener presente los mismos para determinar los criterios de selección; que permitirán priorizar los procesos propios de dicho pensamiento; como el significado de las variables, caracterización y descripción del cambio, modelación, entre otros. De acuerdo con Rico (1995) se pudo determinar que, al pensarse el proceso de enseñanza y las competencias a desarrollar en este caso, con respecto al pensamiento variacional, se acudió a los conocimientos matemáticos relacionados con este pensamiento. De lo que dicho autor afirma lo siguiente: “la necesaria consideración instrumental del conocimiento matemático desde un

punto de vista cognitivo, donde se interpretan los conceptos y estructuras matemáticas como herramientas mediante las que se realizan determinadas funciones y se ponen en práctica determinadas competencias" (Rico, 1995, p.6). Por tanto, al pensarse los instrumentos o las relaciones del conocimiento matemático, se atribuyen y articulan los conceptos y estructuras con los objetivos y competencias a desarrollar.

De acuerdo con Rico (1995) las matemáticas están inmersas en la educación obligatoria porque permiten desarrollar las capacidades de razonamiento lógico, simbolización, abstracción y precisión, lo cual de una u otra forma ayuda al educando a mejorar los procesos de pensamiento y particularmente en la toma de decisiones. De lo anterior, se pudo inferir que los criterios de selección o argumentos de los docentes, se definieron con respecto a los procesos y competencias fundamentales del pensamiento matemático y para el interés de esta investigación en el pensamiento variacional; los cuales determinaron el conocimiento y competencias que debían ser desarrolladas por el estudiante con relación a este pensamiento.

En este mismo orden de ideas, en cuanto a los referentes planteados por el Ministerio de Educación Nacional, el MEN (2006) en los Estándares Básicos de Competencia propone los aprendizajes y habilidades que deben ser abordados en los diferentes ciclos o niveles escolares del pensamiento matemático, el cual está compuesto por el pensamiento aleatorio, el pensamiento variacional, el pensamiento numérico, el espacial y el métrico. Para este caso, es importante destacar que el pensamiento variacional está relacionado con los otros tipos de pensamiento matemático y con otros tipos de pensamientos propios de otras ciencias.

Algunos de las relaciones que se pudieron establecer entre el pensamiento variacional y los otros tipos de pensamiento matemático son las siguientes: con el pensamiento numérico para captar los patrones numéricos, con el pensamiento métrico para establecer diferencias entre

magnitudes, etc. Por tanto, el desarrollo de este, es considerado unos de los logros para alcanzar en la educación básica y contribuye a la superación de los contenidos matemáticos fragmentados.

De modo que, al finalizar noveno grado se espera que los estudiantes hayan adquirido las competencias básicas del pensamiento variacional, que posteriormente serán la base para la Educación Media en la geometría analítica y el cálculo diferencial e integral, entre otros. Por lo que, la adquisición de estas competencias, dependieron en gran medida de las decisiones tomadas por los docentes con respecto a los procesos a priorizar en dicho pensamiento; más aun teniendo en cuenta la situación actual de pandemia por la que atraviesa el mundo entero.

En este mismo sentido, se fue necesario precisar las competencias del pensamiento variacional, el cual tiene que ver con la caracterización, descripción del cambio, modelación matemática, entre otros aspectos. La finalidad de este pensamiento es percibir, identificar y caracterizar la variación en diferentes contextos. (Dolores y Salgado, 2009, citado en Moreno y Mateus, 2020). De lo anterior se consideró la pertinencia del estudio de patrones de variación, la modelación, la noción de variable y función; como los conocimientos adecuados para desarrollar el pensamiento variacional en la Educación Básica Secundaria. De esto, se consideró que desarrollar el pensamiento variacional implica hacer uso de las actividades inmersas en el mismo; como lo son: la descripción, modelación, representación en distintos registros simbólicos, formulación de conjeturas, entre otras.

Por consiguiente, las competencias matemáticas asociadas al pensamiento variacional tuvieron que convertirse en un elemento imprescindible para determinar los objetivos de aprendizaje, los cuales fueron un foco central en la toma de decisiones de los docentes; sobre los procesos que cobraron mayor relevancia y que fueron priorizados en el acercamiento al desarrollo del pensamiento variacional durante la emergencia sanitaria del COVID-19.



Ahora bien, referente a la formación profesional del docente, la cual está impregnada de conocimientos, teorías y prácticas; que definen las competencias disciplinar y didáctica, las metodologías y estrategias de enseñanza del educador. Marcelo (1989, citado por Moral, 2000) menciona que:

La Formación del Profesorado es el campo de conocimientos, investigación y de propuestas teóricas y prácticas, que dentro de la Didáctica y Organización Escolar, estudia los procesos mediante los cuales los profesores en formación o en ejercicio- se implican individualmente o en equipo, en experiencias de aprendizaje a través de las cuales adquieren o mejoran sus conocimientos, destrezas y disposiciones, y que les permite intervenir profesionalmente en el desarrollo de su enseñanza, del currículum y de la escuela, con el objetivo de mejorar la calidad de la educación que reciben los alumnos. (p. 12)

Por tanto, la formación del profesorado es el estudio de las experiencias de aprendizaje para la reflexión constante del quehacer docente; la búsqueda del mejoramiento continuo de sus conocimiento y destrezas para el desarrollo del proceso de enseñanza y las actividades que giran en torno a este proceso; como la planeación curricular y demás. De lo anterior, se estableció que los conocimientos, teorías y prácticas adquiridos en la formación, estuvieron asociados a los procesos de enseñanza y por ende a la toma de decisiones, particularmente en tiempos de pandemia donde se tuvo que realizar una priorización de los elementos matemáticos a desarrollar, en este caso con respecto al pensamiento variacional.

En este mismo orden de ideas, por lo que corresponde a la experiencia en el campo de la docencia, se reconoció que un docente en ejercicio posee la experticia para la configuración de la planeación curricular; ya que esta misma lo ha dotado de conocimiento para establecer las competencias, los objetivos de aprendizaje y los objetos matemáticos que le permitieron cumplir dicho fin, como lo es el desarrollo del pensamiento variacional; y a su vez establecer unos criterios de selección.

Según Jiménez (2010, citado por Con & Zapata, 2018), la matemática ha tenido un carácter multifacético durante la historia y la forma de concebirla no ha permanecido igual, ha sufrido un proceso de cambio y evolución constante. Por eso, las distintas formas de concebir el conocimiento matemático influyen directamente en la estructura de las clases y en la postura del docente frente a los estudiantes. Por este motivo se consideró la ideología del docente como un elemento influyente en la toma de decisiones y más aun teniendo en cuenta las necesidades sociales y a su vez los elementos que adquieren mayor relevancia de acuerdo a la realidad social. Es por eso que se consideró pertinente mirar que elementos tienen en cuenta los docentes para la toma de decisiones en el acercamiento del pensamiento variacional durante la actual situación de pandemia.

De todo lo anterior, se concluye que los argumentos centrales que justifican la necesidad de abordar esta indagación son:

1. Los conocimientos matemáticos asociados al pensamiento variacional contribuyen al fomento del razonamiento lógico, la interpretación, argumentación y la simbolización que son saberes fundamentales del pensamiento matemático; ya que, en este pensamiento se tiene como procesos propios del mismo el significado de las variables, caracterización y descripción del cambio, entre otros. Por lo que, se debe priorizar los elementos



fundamentales y determinar relaciones conceptuales; creando así una red cognitiva de conocimientos, que permita desarrollar habilidades y competencias para acercar a los estudiantes a este pensamiento y a su vez, contribuir al desarrollo del conocimiento matemático. Teniendo en cuenta que, desde este pensamiento se busca articular algunos objetos de conocimiento y que los mismos no sean visto como entes aislados; puesto que, este pensamiento está relacionado con los otros tipos de pensamiento matemáticos.

2. De acuerdo, con: Rico (2004), Shulman (19987) y Ball et al. (2007) el conocimiento didáctico del profesor de matemática; es un aspecto fundamental para pensar y crear los procesos de enseñanza. De acuerdo con los mismos; el docente de matemática debe tener un conocimiento disciplinar del área; pero además un conocimiento matemático pensado y/o enfocado en la enseñanza; debe tener la capacidad de crear redes conceptuales (establecer relaciones entre los contenidos matemáticos), determinar las habilidades y competencias a desarrollar en los educandos conforme a un grado o conjuntos de grados.

Por lo que, el conocimiento didáctico de los contenidos permite relacionar el conocimiento disciplinar con el conocimiento pedagógico. A lo que Shulman (1987, citado por Cabrera, 2019) menciona que “el conocimiento del contenido para la enseñanza se refiere a la combinación del contenido y la pedagogía”. Para de esta manera, entrelazar dichos conocimientos y pensarse el proceso de enseñanza; lo que a su vez implica tomar decisiones respectos a los elementos fundamentales de un pensamiento, como lo es el variacional; para poder desarrollar el mismo en un grado en particular.

Por consiguiente, es esencial que el docente de matemática no solo dominio la disciplina; si no también posea conocimiento didáctico y pedagógico asociado a la misma. Por tanto, no

solo debe ser capaz de resolver problemas, de comprender y aplicar las representaciones simbólicas, de realizar cálculos, etc.; si no también de pensarse, planear, diseñar y/o ejecutar los procesos de enseñanzas vinculados al área. Ya que, para enseñar el área; no basta solo con tener claridad sobre esta, sus aspectos conceptuales y procedimentales.

3. Desde lo referentes teóricos planteados por el MEN (1998 y 2006) se establece el pensamiento variacional como uno de los componentes esenciales del conocimiento matemático; además se plantea el mismo como un objetivo fundamental de la educación básica y se espera que al finalizar el grado noveno, los estudiantes desarrollen las competencias primordiales de este pensamiento que son la base para la Educación Media en la geometría analítica y cálculo diferencial; ya que, la adquisición de estas competencias depende de las decisiones tomadas por los docentes para priorizar los elementos del pensamiento de interés.

4. Con el desarrollo del pensamiento variacional, se contribuye a la adquisición de conocimientos matemáticas, como las siguientes: caracterización de la variación, modelación matemática, descripción de cambio, formulación de conjeturas, estudio de patrones, generalización, estudio formal de los objetos algebraicos, estudio de nociones de variable y funciones, comprender la variable y sus significados, predecir y controlar el cambio, aplicación de diferentes formas de representación, interpretar y modelar las ecuaciones, igualdades, desigualdades e inecuaciones, comprender la relación de dependencia o independencia entre variables y en los tipos de funciones.

5. La formación profesional como experiencia en el campo docente, está relacionada con los conocimientos, teorías y prácticas desarrolladas por los docentes en sus procesos de enseñanza; esta determina la mirada del docente en cuanto a su quehacer o rol como educador



para la planeación curricular, aplicación de estrategias, metodologías, etc. Teniendo en cuenta los conocimientos adquiridos en educación matemática antes y durante el ejercicio profesional; que lo ha dotado de conocimientos disciplinar, didáctico y pedagógico para la toma de decisiones. Por lo cual, es considerado un aspecto incidente en la toma de decisiones de los docentes; más aún, en cuanto a pensarse los procesos educativos se refiere; como lo es tener en cuenta la realidad social e intentar acercar a los estudiantes al desarrollo de un conocimiento; en este caso del pensamiento variacional.

6. La actual emergencia sanitaria COVID-19 ha traído consigo una serie de cambios en los procesos de enseñanza y aprendizaje; ejemplo, el cambio en el escenario educativo, lo cual representa un reto para las Instituciones Educativas. También es relevante mencionar las modificaciones curriculares, debido, a que por un lado se está llevando a cabo las clases de forma remota o semipresencial y por el otro, la priorización que se realiza en los conocimientos por la actual situación. De esto el CEPAL Y UNESCO (2020) menciona que:

La pandemia ha transformado los contextos de implementación del currículo, no solo por el uso de plataformas y la necesidad de considerar condiciones diferentes a aquellas para las cuales el currículo fue diseñado, sino también porque existen aprendizajes y competencias que cobran mayor relevancia en el actual contexto. (...) Tal es el caso de los ajustes y las priorizaciones curriculares y la contextualización necesaria para asegurar la pertinencia de los contenidos a la situación de emergencia que se vive, a partir del consenso entre todos los actores relevantes. (p.6)

Es decir, la actual situación de pandemia ha generado que los docentes hagan una priorización de los aprendizajes teniendo en cuenta el contexto de tal emergencia; en ese sentido los docentes deben de realizar ajustes en el currículo de tal forma que puedan responder a las necesidades actuales y sobre todo decidir la relevancia de los conocimientos para un grado particular; de acuerdo a las competencias matemáticas a desarrollar.

Además, es adecuado reconocer que la selección de los procesos para acercar a los estudiantes al desarrollo del pensamiento variacional incidió en los procesos de enseñanza y estos a su vez, en el proceso de aprendizaje, por lo que fue necesario indagar acerca de las decisiones que tomaron los docentes en la priorización de objetos matemáticos para el desarrollo del pensamiento variacional.

7. La selección de un docente de matemáticas del sector privado, y otro del público, se realiza con el objetivo de conocer las diferencias y similitudes que hay entorno a las decisiones que toman los docentes en su planificación curricular. En otras palabras, esta propuesta se interesa por identificar las variaciones que hay entorno a las decisiones tomadas en la planeación según sea el carácter (Público o Privado) de la institución.



1.4 Objetivos

1.4.1 *Objetivo general*

Analizar las decisiones que tomaron dos docentes de matemática de Instituciones del Distrito de Buenaventura, para acercar a los estudiantes de grado 9º al desarrollo del pensamiento variacional durante la pandemia COVID-19.

1.4.2 *Objetivos específicos*

- Diseñar una entrevista que permita la identificación de las razones que dan los docentes de matemáticas, para acercar a los estudiantes al desarrollo del pensamiento variacional, durante la emergencia sanitaria Covid-19.
- Establecer categorías de análisis que permitan determinar criterios sobre la forma como los docentes toman decisiones para acercar a los estudiantes al desarrollo del pensamiento variacional
- Valorar desde referentes disciplinares y didácticos, las razones que dan los docentes para acercar a los estudiantes al desarrollo del pensamiento variacional.

2 Capítulo 2: Marco Contextual y de Referencia Conceptual

En este capítulo se presenta el contexto en el cual se dio la toma de decisiones de los docentes y algunos aspectos teóricos relacionados con las decisiones de los profesores de educación matemáticas en el desarrollo del pensamiento variacional en la actual situación de pandemia COVID-19.

2.1 Marco Contextual

Este trabajo de indagación se desarrolló con dos docentes de matemática; los cuales hacen parte de las siguientes instituciones: INCODELPA, instituto comercial del pacífico y Normal Superior Juan Ladrilleros, ambas del distrito de Buenaventura; las cuales son la primera de carácter no oficial y la segunda oficial.

- El Instituto Comercial del Pacifico - INCODELPA está ubicado en el barrio Bellavista, calle 1 a 47 D 43 Buenaventura Valle del Cauca, aprobada por la resolución No. 0602 de agosto 28 de 2006, que ofrece los niveles de educación desde grado cero, hasta la media vocacional.

Ilustración 1: Instituto Comercial del Pacífico, Incodelpa.



Nota. Tomada de (INSTITUTO COMERCIAL DEL PACÍFICO, 2021)



Esta Institución otorga el título de “Bachiller Comercial” a quienes culminen de manera satisfactoria el curso de educación media. Tiene como visión ser una institución reconocida, por ser formadora de los futuros líderes de las empresas establecidas a nivel municipal, departamental y nacional, educando a personas en valores y principios del ser, mediante la ejecución de proyectos institucionales y personales que fortalezcan el pensamiento empresarial y habilidad en la solución de problemas. Y su misión es la construcción de una sociedad a través de la formación integral de nuestros educandos, expresada en el desarrollo de competencias, cognitivas, humanísticas, investigativas y laborales que les permita competir eficientemente en el campo laboral y profesional, mediante la ejecución de proyección institucionales y personales para mejorar su calidad de vida y la convivencia a favor de una cultura de paz y mejoramiento.

- La Institución Educativa Normal Superior Juan Ladrilleros está ubicada en la Calle 1ºA N° 47D-40 Barrio el Cristal, Buenaventura Valle del Cauca, aprobado por la resolución N°. 792 junio 18 de 1999, que ofrece los niveles de educación desde transición hasta la educación media académica, educación técnica (Programa de formación complementaria de educadores) y, educación para jóvenes y adultos.

Ilustración 2: Institución Educativa Escuela Normal Superior Juan Ladrilleros.



Nota. Tomada de (PALOMAP ,2022)

Esta Institución Educativa otorga el título de “Bachiller Académico con profundización en Pedagogía” a quienes culminen de manera satisfactoria el curso de educación media y el título de “Normalista Superior” a quienes culminen de manera apropiada la educación técnica. Tiene como visión constituirse como una de las más importantes instituciones formadoras de maestros para la educación preescolar y la básica primaria de la región pacífica, ofreciendo programas educativos de alta calidad con eficiencia, pertinencia y eficacia, participando activamente en el fortalecimiento de la identidad cultural de la comunidad. Y su misión es formar de manera integral personas y educadores competentes en el ámbito pedagógico, ético, moral, cognitivo, investigativo, tecnológico y etnoeducativo; capacitados y cualificados para desempeñarse en diversos contextos en los niveles de preescolar y básica primaria.

En relación con lo anterior, a partir del presente trabajo se puede proponer una reflexión sobre los aspectos a considerar para acercar a los estudiantes al desarrollo del pensamiento variacional y a su vez, establecer una comparación de los elementos que inciden en la toma de decisiones de los docentes con respectos a los dos escenarios planteados anteriormente. Ya que, las decisiones de los docentes contribuyen de manera directa en el proceso de enseñanza y a su vez, la enseñanza influye en el proceso de aprendizaje.



Por tanto, se establece que este trabajo contribuyo al conocimiento didáctico y pedagógico del docente; ya que se resaltaron aspectos que intervienen en la planeación curricular y que, del mismo modo, se permitió reflexionar y mejorar las relaciones entre los saberes, conocimientos, conceptos y/o nociones a considerar para el desarrollo del pensamiento variacional y de esta manera se aportar al desarrollo de este pensamiento en los estudiantes.

2.2 Marco de Referencia Conceptual

En este apartado se presentaron algunos aspectos teóricos relacionados con la toma de decisiones de los profesores de educación matemáticas en el desarrollo del pensamiento variacional en la actual situación de pandemia, tales como: su conocimiento del contenido, algunas capacidades y competencias profesionales, y los aprendizajes que permiten el desarrollo del pensamiento variacional. Todo lo anterior, se expuso con el objetivo de conocer la base de los argumentos que los profesores de matemáticas utilizaron para priorizar los objetos o aprendizajes que permitieron acercar a los estudiantes del grado noveno al desarrollo del pensamiento variacional durante la emergencia sanitaria COVID-19.

2.2.1 *Una mirada al impacto del covid-19 en la educación matemática.*

En Colombia el 13 de marzo del 2020 se declara el aislamiento preventivo, por la actual situación de pandemia; la cual, trajo consigo grandes cambios en los diferentes ámbitos de la sociedad tanto a nivel nacional como internacional, dado que no se estaba preparado para afrontar los diferentes escenarios económicos, políticos y educativos afectando de manera directa a todos los individuos de la sociedad.

A nivel nacional, en Colombia uno de los escenarios que más se vio afectado fue la educación, por tal razón el MEN (2020) emitió una directiva en la que expuso que:

Con la situación de pandemia las instituciones educativas deben hacer una revisión, ajuste y adaptación de los elementos propios de un proceso curricular



flexible, adaptado a las posibilidades de cada contexto y dirigido a promover aprendizajes significativos en los niños, niñas, adolescentes y jóvenes. (p.2)

De modo que la directriz que tuvieron que seguir todas las instituciones fue realizar una reestructuración de los planes de áreas, priorizando algunos objetos o aprendizajes con el objetivo de responder a las exigencias impuesta por la emergencia COVID-19 y acercar a lo estudiante al desarrollo del pensamiento matemático.

De manera particular, en la educación matemática surgieron muchos cambios entorno a tales elementos, algunos asociados a la forma como se desarrollan los procesos de enseñanza-aprendizaje y otros, a las diferentes herramientas telemáticas utilizadas para la comunicación entre docentes y estudiantes. Por tanto, muchos docentes se vieron obligados hacer uso de herramientas tecnológicas para el desarrollo de las clases, para apoyar el proceso de enseñanza, para realizar los procesos evaluativos, etc. Esto generó la necesidad de vincular a la educación matemática, el uso de software como GeoGebra, que permite representar diversos objetos matemáticos, para visualizar, comprender e identificar nociones de cambio y variación, entre otras.

Además, en cuanto a las formas como se desarrollaban los procesos educativos (sincrónicas o asincrónicas, remotas o semipresencial) algunos docentes se vieron en la necesidad de reestructurar su plan de área, y tuvieron que priorizar algunos contenidos teniendo en cuenta la actual situación; lo que hizo que se enfatizara en los elementos y competencias fundamentales para el desarrollo del pensamiento matemático. De esto CEPAL y UNESCO (2020) mencionan que:

La pandemia ha transformado los contextos de implementación del currículo, no solo por el uso de plataformas y la necesidad de considerar

condiciones diferentes a aquellas para las cuales el currículo fue diseñado, sino también porque existen aprendizajes y competencias que cobran mayor relevancia en el actual contexto. (p.4)

En otras palabras, Cepal Y Unesco quisieron significar que la estructura curricular recibió un cambio tanto en la modalidad de implementación, como en la selección de los aprendizajes u objetos a enseñar, lo cual permitió vislumbrar la incidencia que ha tenido la situación de pandemia en los procesos de enseñanza y aprendizajes. Lo antes mencionado representó un reto para los docentes de matemáticas, ya que se tuvieron que adaptar a las diferentes formas de desarrollar los procesos de enseñanza y aprendizaje; y a la priorización de los contenidos, teniendo en cuenta las necesidades impuestas por la emergencia y los aprendizajes que se tuvieron fomentar en un grado particular.

2.2.2 Una mirada a algunos elementos que inciden en la toma de decisiones de un docente.

Es importante reconocer la importancia que tiene la toma de decisiones en el proceso de enseñanza de las matemáticas, dado que permite realizar una planificación de los objetos o aprendizajes que el estudiante debe alcanzar en un determinado grado y que de manera simultánea desarrolle pensamiento matemático. Al respecto, Margolinas (2005, citado por Ortiz & Espinosa, 2012) plantea que: ya sea en el nivel macro o en el micro, la toma de decisiones, representa una actividad muy importante del maestro. Además, desde las investigaciones en didáctica de las matemáticas, se resalta el papel del profesor en el diseño y elaboración de su material de trabajo, ya que en esta actividad el maestro toma una serie de decisiones en pro de alcanzar los objetivos propuestos.



En otras palabras, los profesores de matemáticas en la planificación curricular toman decisiones que permiten que ellos seleccionen estrategias metodológicas, recursos didácticos, aprendizajes u objetos entre otros, en aras de contribuir al desarrollo del pensamiento matemático. Esta propuesta de investigación pedagogía se centra en las decisiones que el docente de matemáticas toma para la selección de aprendizajes u objetos que permitir acercar a los estudiantes al desarrollo del pensamiento variacional.

2.2.2.1 Una revisión al conocimiento didáctico de los contenidos. Se considera que el conocimiento didáctico del contenido, en adelante (CDC), propuesto por Shulman (1987), influye de manera significativa en la toma de decisiones dentro del aula porque permite que el profesor seleccione los objetos de conocimientos propicios para el aprendizaje de los estudiantes en una determinada situación, así como también, las diferentes estrategias pedagógicas y didácticas que él debe utilizar para poder realizar un adecuado proceso de enseñanza. De esto, Shulman (1987, citado por Cabrera, 2019) menciona que: El conocimiento del contenido representa una combinación entre el conocimiento disciplinar y la pedagogía, lo cual permite comprender cómo determinados temas y problemas se organizan, se representan y se adaptan a los diversos intereses y capacidades de los alumnos, y se exponen para su enseñanza.

En otras palabras, el CDC permite establecer una relación entre la naturaleza de los objetos matemáticos y su transposición didáctica para convertirse en objeto de enseñanza, de modo que el docente es el actor que decide tanto en la planificación, implementación y evaluación, los elementos que harán parte de cada uno de esos elementos del currículo.

Ahora bien, en aras de identificar ese conocimiento que debe de tener el profesor de matemáticas para la toma de decisiones y su práctica de enseñanza; se hace necesario presentar dos componentes propuestos por Shulman (1987) que contribuyen a comprender el conocimiento

que debe poseer y desarrollar un profesor en su práctica docente; de los tres solo nos enfocaremos en los siguientes:

2.2.2.1.1 *Conocimiento del contenido de la disciplina por enseñar.* El primer componente lo define Shulman (1987, citado por Cabrera, 2019) como: “la cantidad y organización de conocimiento *per se* en la mente del profesor”. Es decir que es importante conocer las diferentes formas de pensamiento y estructuras mentales del profesor frente a las matemáticas, ya que esto permite conocer el nivel de dominio que tenga el mismo de los diferentes objetos de conocimiento.

Mencionado lo anterior, es importante reconocer que no solo es relevante conocer qué contenido se enseñará, sino que es conveniente que el profesor reconozca el por qué esos objetos o aprendizajes se deben enseñar, y la trascendencia de esos para el desarrollo de pensamiento matemático en los estudiantes. De esto, Pinto y Gonzales (2008) afirman que:

Conocer bien el contenido de una lección incrementa la capacidad del profesor para realizar actividades diferentes en el aula, coordinar y dirigir las intervenciones y preguntas de los estudiantes, generar un cúmulo de estrategias de enseñanza vinculadas con el contenido y profundizar en el porqué y el para qué de la asignatura. (p.89)

De modo que cuando el profesor conoce bien los objetos de conocimiento que debe enseñar, esto le facilita la toma decisiones a la hora de su selección y planificación de actividades dentro del aula.



2.2.2.1.2 *Conocimiento de la didáctica específica.* En el segundo componente

Shulman (1987, citado por Cabrera, 2019) afirman que: Los profesores no sólo tienen o deben conocer y comprender el contenido de su materia, sino también cómo enseñar ese contenido de manera efectiva, es decir, conocer lo que parece ser más fácil o difícil para los estudiantes, cómo organizar, secuenciar y presentar el contenido para promover el interés y habilidades del estudiante. Es decir que además del conocimiento disciplinar que debe poseer el profesor, es importante que tomen decisiones acerca de las diferentes estrategias pedagógicas y didácticas para la enseñanza de los objetos que él considere adecuados para un grado particular.

2.2.2.2 Una revisión al dominio de los conocimientos para la enseñanza de las

matemáticas. Los dominios de conocimiento que propone Ball y sus colaboradores, tienen como base lo propuesto por Shulman (1986, 1987) acerca del conocimiento del contenido para la enseñanza; proponen que el profesor debe de dominar unos tipos de conocimientos que permitan la enseñanza de las matemáticas. De esto Ball et al. (2007) mencionan que: los profesores requieren conocimientos matemáticos significativos, habilidades, hábitos mentales y perspicacia. (...) los conocimientos matemáticos necesarios para llevarlos a cabo, se mantienen como un dominio de conocimientos necesarios para el trabajo de los profesores. En otras palabras, los profesores de matemáticas deben de dominar varios tipos de conocimientos matemáticos para poder llevar a cabo el proceso de enseñanza de manera eficaz.

Ahora bien, teniendo en cuenta lo propuesto por Shulman acerca del conocimiento del contenido para la enseñanza; Ball, Thames y Phelps presentan 4 tipos de conocimientos, para efectos de esta investigación solo se abordarán los siguientes: Conocimiento De Contenido Común

(CCK), Conocimiento Especializado del Contenido (SCK) y Conocimiento del Horizonte del contenido (HCK).¹

2.2.2.1 *Conocimiento De Contenido Común (CCK)*². El docente de matemática debe poseer un conocimiento común del contenido de las matemáticas, que no es exclusivo del acto de enseñar, y que le permite reconocer los aspectos elementales de las matemáticas que son conocimiento de todos. Con respecto a esto Ball et al. (2007) afirman que: El conocimiento de contenido común (CCK) se define como: “el conocimiento y la habilidad matemáticos utilizados en entornos distintos a la enseñanza” (p.32).

Es decir que, este tipo de conocimiento, por un lado, le permite al docente reconocer los objetos de conocimientos básicos que debe aprender un estudiante durante un grado en particular, por ejemplo: es de conocimiento común, reconocer que en el grado octavo los estudiantes ya deben saber resolver ecuaciones lineales o que en grado 11 los estudiantes deben ver límites. Más allá de que se realice de esa forma, es muy trivial escuchar que los docentes reconocen más o menos que tema los estudiantes deben aprender en un cierto grado de escolaridad. Por otro lado, el docente también emplea un conocimiento de contenido común, cuando reconoce que las nociones matemáticas básicas de un objeto, hacen parte del conocimiento que toda persona conoce acerca de las matemáticas, en otras palabras, es de conocimiento común las operaciones básicas, las letras como incógnitas o variables, representación gráfica de una función lineal etc.

¹ Common Content Knowledge (CCK), Specialized Content Knowledge (SCK) y Knowledge of the Content Horizon (HCK), 3 dominio de conocimiento establecidos por Ball, Thames y Phelps (2007), en las que las siglas representan cada uno de las palabras que compone cada dominio

² Common Content Knowledge(CCK): conocimiento de contenido común

Es importante resaltar, que el docente utiliza el conocimientos que tiene en común con los estudiantes, para luego enseñarle de manera más interna lo propio de cada uno de esos objetos, y es aquí donde se convierte en conocimiento especializado dado que el docente ya reconoce que para el aprendizaje de las matemáticas no solo basta con tener un conocimiento común, sino que es necesario poseer unas habilidades matemáticas exclusivas del acto de enseñar, las cuales les permitirán explicar el porqué de cada uno de los elementos abordados para la enseñanza de un objeto. En otras palabras, el docente es capaz de convertir ese objeto, en un objeto a enseñar.

2.2.2.2.2 ***Conocimiento Especializado del Contenido (SCK³)***. El profesor de matemáticas debe de poseer un conocimiento especializado del contenido porque esto le permite decidir en todos los ámbitos de la enseñanza, de manera particular, este conocimiento permite que el docente realice una selección de los objetos de conocimiento que debe abordar para acercar a los estudiantes a un determinado objeto de conocimiento mezclando conocimientos disciplinares, pedagógicos y didácticos. Con respecto a este tipo de conocimiento Ball et al. (2007) afirman que: “El conocimiento especializado del contenido (SCK), es el conocimiento y la habilidad matemática que necesitan exclusivamente los profesores para llevar a cabo su trabajo” (p.34). En otras palabras, el conocimiento especializado es el que le permite al profesor de matemática convertir su conocimiento disciplinar en objeto para ser enseñado. Este tipo de conocimiento es de suma importancia porque permite que el docente decida los objetos que debe enseñar y a su vez permite reconocer ese nivel de aprehensión conceptual que tiene el profesor acerca de la disciplina matemática.

Ahora bien, el conocimiento especializado da cuenta del saber sabio, en el que el docente reconoce la naturaleza del objeto para posteriormente convertirlo en un objeto a enseñar. En otras

³ Specialized Content Knowledge (SCK): Conocimiento Especializado del Contenido

palabras, el docente conoce la esencia de cada uno de los objetos de conocimiento que pretende enseñar; de manera particular, uno de los objetos pertenecientes al pensamiento variacional son los sistemas de ecuaciones lineales, en la que el docente debe reconocer la génesis de la misma para poder realizar un mejor proceso de enseñanza. Mencionado lo anterior, se presenta el siguiente:

Se reconoce que los sistemas de ecuaciones lineales en su naturaleza poseen una forma matricial, en la que se puede como su nombre lo expresa, representar como una matriz, teniendo en cuenta los siguientes elementos:

Una matriz puede estar compuesta por diferentes ecuaciones, de forma general se expresa de la siguiente manera:

Ilustración 3: Forma matricial de un Sistema de Ecuaciones Lineales.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

Nota. Tomada de (Matesfacil, 2022)

Mencionado lo anterior, es importante reconocer que los sistemas componen unas incógnitas, coeficientes y términos independiente que de forma matricial se expresa de la siguiente forma:

Coeficiente de la incognita x: $a_{i,j} \in K$ (Siendo K los números reales o complejos)

Termino independiente de la ecuación: i y $b_i \in K$

Teniendo en cuenta lo anterior, se define la matriz de coeficientes de cada una de las ecuaciones:

Ilustración 4: Matriz de coeficientes de un Sistema de Ecuaciones Lineales.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Nota. Tomada de (Matesfacil, 2022)

También, se define una matriz (x) que compone las incógnitas y una (b), que integra los términos independientes de cada una de las ecuaciones.

Ilustración 5: Matrices de incógnitas y términos independientes.

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

Nota. Tomada de (Matesfacil, 2022)

Con lo antes presentado, la forma matricial del sistema de ecuaciones lineales se puede expresar de la siguiente forma:

$$A \times x = b$$

Es de suma importancia que el docente reconozca estas nociones propias de los sistemas de ecuaciones lineales ya que permite que en su proceso de enseñanza puedan caracterizar este objeto de conocimiento y a su vez, poder contribuir a que sus estudiantes superen posibles dificultades de aprendizaje porque reconoce la naturaleza de este objeto.

2.2.2.2.3 *Conocimiento del Horizonte del contenido (HCK⁴)*. El profesor de matemáticas en la selección de los objetos a enseñar en un grado en particular debe de reconocer la transversalidad que hay entre los diferentes tópicos de las matemáticas y buscar la forma de relacionarlos en pro de que los estudiantes no los asuman como entes separados que no guardan ninguna conexión, sino como un conjunto de aprendizajes que componen la educación matemática. De esto Ball et al. (2007) plantean que: “El conocimiento del horizonte es la conciencia de cómo se relacionan los temas matemáticos a lo largo de las matemáticas incluidas en el plan de estudio” (p.42). Es decir que, el profesor de matemáticas debe de decidir los objetos de conocimiento que van a componer el plan de estudios, teniendo en cuenta que estos deben de estar interrelacionados para un mejor proceso de aprendizaje. En otras palabras, el docente utiliza este tipo de conocimiento para integrar los objetos de conocimiento a lo largo del plan de estudio, con el objetivo de promover el desarrollo del pensamiento Variacional.

El docente debe reconocer la necesidad de presentar objetos de conocimiento que los estudiantes necesitan aprender en grado en particular, pero también, los que van a necesitar para grados posteriores. Dicho lo anterior, para el desarrollo del pensamiento variacional, de lo propuesto por el MEN (2006) se espera que el docente de matemáticas tenga en cuenta que el estudiante viene con unos conocimientos previos de grados anteriores y su vez, reconozca lo que el estudiante debe aprender en el grado noveno, y que él vaya a necesitar en la media para poder realizar una planificación curricular en ella demuestre, su conocimiento con horizonte del contenido.

⁴ Knowledge of the Content Horizon (HCK): Conocimiento del Horizonte del contenido

Tabla 1: Estándares básicos de competencias para el pensamiento variacional en los grados 8-9 y 10-11.

PENSAMIENTO VARIACIONAL	
Grado 8º y 9º	Grado 10º y 11º
<ul style="list-style-type: none">Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.	<ul style="list-style-type: none">Analizo las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas y racionales y de sus derivadas.
<ul style="list-style-type: none">Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.	
<ul style="list-style-type: none">Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.	<ul style="list-style-type: none">Interpreto la noción de derivada como razón de cambio y como valor de la pendiente de la tangente a una curva y desarrollo métodos para hallar las derivadas de algunas funciones básicas en contextos matemáticos y no matemáticos.
<ul style="list-style-type: none">Analizo en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones específicas pertenecientes a familias de funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas.	<ul style="list-style-type: none">Modelo situaciones de variación periódica con funciones trigonométricas e interpreto y utilizo sus derivadas.
<ul style="list-style-type: none">Identifico y utilizo diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una curva que representa en el plano cartesiano situaciones de variación.	

2.2.2.3. Una revisión a las competencias y capacidades del docente de matemáticas.

Teniendo en cuenta lo mencionado por Rico; el cual, realiza aportes en cuanto al tema en cuestión y establece una serie de competencias y/o capacidades que debe poseer el docente y en particular el educador de matemáticas; estableciendo a su vez que en la formación de los mismos debes existir un perfil didáctico. Que docta al profesor de matemáticas; en este caso de secundaria del conocimiento: disciplinar, curricular y didáctico; que le permiten dominar el saber de la ciencia o el área como lo son las matemáticas; diseñar, planear y ejecutar la propuesta curricular y analizar o tomar decisiones en pro del proceso de enseñanza.

Por lo anterior, Rico (2004) presenta unas competencias generales propias para el docente de matemáticas de secundaria; las cuales son las siguientes:

1. Dominio de los contenidos matemáticos de Educación Secundaria desde una perspectiva matemática superior y su conocimiento como objetos de enseñanza-aprendizaje.
2. Dominio de la organización curricular y planificación de estos contenidos matemáticos para su enseñanza.
3. Capacidad para el análisis, interpretación y evaluación de los conocimientos matemáticos de los alumnos a través de sus actuaciones y producciones matemáticas.
4. Capacidad de gestión del contenido matemático en el aula.

Ahora bien, es pertinente realizar una articulación entre las competencias enunciadas por Rico (2004) y los tipos de conocimiento que posee un docente de matemática; por este motivo, se presenta la siguiente tabla:

Tabla 2: Relación entre las competencias del docente de matemáticas y los tipos de conocimientos.

RELACIÓN ENTRE LAS COMPETENCIAS DEL DOCENTE DE MATEMÁTICA Y LOS TIPOS DE CONOCIMIENTO

Tipos de conocimiento	Competencias del docente de matemáticas, según Rico (2004)
Conocimiento disciplinar	Dominio de los contenidos matemáticos de Educación Secundaria desde una perspectiva matemática superior y su conocimiento como objetos de enseñanza-aprendizaje.
Conocimiento curricular	Dominio de la organización curricular y planificación de estos contenidos matemáticos para su enseñanza.
Conocimiento didáctico	Capacidad para el análisis, interpretación y evaluación de los conocimientos matemáticos de los alumnos a través de sus actuaciones y producciones matemáticas.
	Capacidad de gestión del contenido matemático en el aula.



La primera de estas competencias, está asociada al conocimiento disciplinar del docente, la segunda, al conocimiento curricular y las dos últimas, a su conocimiento didáctico. Por lo cual, el docente de matemáticas de educación básica secundaria encargado de guiar el proceso de enseñanza-aprendizaje en noveno grado; debe poseer las competencias mencionadas para orientar el curso y poder desarrollar en sus estudiantes el pensamiento variacional y más aún; durante la emergencia sanitaria COVID- 19 que trajo consigo diferentes desafíos educativos, como, por ejemplo, el cambio en la forma como se desarrollaban las clases o interacciones con los estudiantes. Ya que; este educador se vio en la tarea de priorizar los procesos propios del pensamiento variacional que le permitieran acercar a sus estudiantes al desarrollo del mismo; lo que implico, posiblemente que se reestructurara la planeación curricular.

Hecho que involucra hacer uso del saber disciplinar, didáctico y curricular, y del mismo modo, de las competencias generales expuestas anteriormente; además de algunas capacidades que debe poseer dicho educador, enunciadas por este mismo autor. Como las siguientes:

1. Capacidad para analizar y evaluar propuestas concretas para el currículo de matemáticas de secundaria.
2. Capacidad para analizar desde un punto de vista superior los contenidos de las matemáticas escolares.
3. Habilidad para organizar y secuenciar la estructura de objetivos y contenidos del currículo de matemáticas en la educación secundaria.
4. Capacidad para realizar el análisis didáctico de los temas de las matemáticas escolares.
5. Capacidad para analizar y evaluar propuestas y materiales curriculares en el aula de matemáticas.

De lo expuesto anteriormente, se hace necesario conocer el enfoque de cada una de las capacidades mencionada por Rico (2004), es por eso que se muestra a continuación la siguiente tabla para dar establecer la relación entre las capacidades y tipos de conocimiento que posee el educador matemático.

Tabla 3: Relación entre las capacidades del docente de matemáticas y los tipos de conocimientos.

RELACIÓN ENTRE LAS CAPACIDADES DEL DOCENTE DE MATEMÁTICA Y LOS TIPOS DE CONOCIMIENTO	
Tipos de conocimiento	Capacidades del docente de matemáticas, según Rico (2004)
Conocimiento disciplinar	Capacidad para analizar desde un punto de vista superior los contenidos de las matemáticas escolares.
Conocimiento curricular	Capacidad para analizar y evaluar propuestas concretas para el currículo de matemáticas de secundaria
Conocimiento didáctico	Habilidad para organizar y secuenciar la estructura de objetivos y contenidos del currículo de matemáticas en la educación secundaria
	Capacidad para analizar y evaluar propuestas y materiales curriculares en el aula de matemáticas.
	Capacidad para realizar el análisis didáctico de los temas de las matemáticas escolares.

La primera, la tercera y la quinta, de las capacidades planteadas por Rico, están relacionada con el conocimiento curricular, la segunda al conocimiento disciplinar; la cuarta, con el conocimiento didáctico. Por ese motivo, lo conocimiento disciplinar del educador matemático debe tener una capacidad de análisis superior, con respecto a los objetos a enseñar; en cuanto al conocimiento didáctico, está asociada al uso de esas estrategias didácticas a implementar en el proceso de enseñanza, a la identificación de dificultades de los estudiantes, etc.; y finalmente el conocimiento curricular está vinculado, con el análisis, análisis, evaluación, organización y planificación del currículo de matemáticas.

De modo que, las capacidades a desarrollar por el docente de matemáticas; particularmente de secundaria y específicamente del grado noveno; que es el nivel de interés en esta investigación; están vinculadas a diversos conocimientos que conforman el saber didáctico que debe poseer el educador. Ante esto, Rico (2004) establece que: “las capacidades estas asociadas al conocimiento disciplinar, psicopedagógico, didáctico y práctico”. Puesto que, el saber del docente de matemática puede ser considerado como un conjunto de conocimientos teóricos, prácticos, didácticos, curricular, pedagógico, etc.; que implica, posiblemente que, al pensarse los procesos de enseñanza, como: realizar la planeación curricular o reestructurar la misma; se haga uso de dichas competencias y capacidades abordadas.

Por todo lo anterior, se establece una relación entre los tipos de conocimiento o la clasificación del conocimiento del educando de matemáticas con las competencias y capacidades planteadas por Rico (2004) y algunos elementos planteados por Shulman (1987), Ball, Thames y Phelps (2007). Esta relación se establece a continuación, en la siguiente tabla.

Tabla 4: Relación entre las competencias, capacidades y aportes de otros autores.

RELACIÓN ENTRE LAS COMPETENCIAS, CAPACIDADES Y APORTES DE OTROS AUTORES.

Tipos de conocimiento	Competencias del docente de matemáticas, según Rico (2004)	Capacidades del docente de matemáticas, según Rico (2004)	Aportes de otros autores.
Conocimiento disciplinar	Dominio de los contenidos matemáticos de Educación Secundaria desde una perspectiva matemática superior y su conocimiento como objetos de enseñanza-aprendizaje.	Capacidad para analizar desde un punto de vista superior los contenidos de las matemáticas escolares.	Conocimiento del contenido de la disciplina por enseñar. Shulman (1987)
Conocimiento curricular	Dominio de la organización curricular y planificación de estos contenidos matemáticos para su enseñanza.	Capacidad para analizar y evaluar propuestas concretas para el currículo de matemáticas de secundaria	Conocimiento especializado del contenido (SCK). Ball, Thames y Phelps (2007).
Conocimiento didáctico	Capacidad para el análisis, interpretación y evaluación de los conocimientos matemáticos de los alumnos a través de sus actuaciones y producciones matemáticas.	Habilidad para organizar y secuenciar la estructura de objetivos y contenidos del currículo de matemáticas en la educación secundaria	Conocimiento de la didáctica específica. Shulman (1987)
	Capacidad de gestión del contenido matemático en el aula.	Capacidad para analizar y evaluar propuestas y materiales curriculares en el aula de matemáticas.	Conocimiento del horizonte del contenido (HCK). Ball, Thames y Phelps (2007).

Fuente: elaboración propia

De la tabla presentada anteriormente, se puede inferir que, el dominio de los contenidos matemáticos a enseñar y la capacidad para analizar los contenidos de las matemáticas escolares, hacen parte del conocimiento disciplinar del educador y pueden relacionarse con: el conocimiento



del contenido de la disciplina por enseñar, el conocimiento especializado del contenido y el conocimiento del horizonte del contenido.

Así mismo, el dominio de la organización curricular y planificación de los contenidos matemáticos y la capacidad para analizar y evaluar el currículo de matemáticas; está relacionado con el conocimiento curricular y, además, el conocimiento del horizonte del contenido infiere en la planeación y secuenciación de los objetos de conocimiento.

Igualmente, el análisis, la interpretación y evaluación de los conocimientos matemáticos de los alumnos, la capacidad de gestión del contenido matemático en el aula, son elementos propios del conocimiento didáctico y pueden ser vinculados con: el conocimiento de la didáctica específica y el conocimiento del horizonte del contenido.

Por lo anterior, se estableció que las competencias y capacidades asociadas al conocimiento didáctico y disciplinar pueden vincularse y ser vista desde los aportes de otros autores; ya que estos, proporcionan elemento que apunta a dichas competencias y, además, para el caso de estos dos tipos de conocimiento son más de un referente teórico que lo aborda. Por consiguiente, los aspectos asociados al conocimiento disciplinar y didáctico fueron abordados conforme lo propuesto por Shulman (1987), Ball et al. (2007) y lo curricular se centró en las competencias y capacidades establecidas por Rico (2004). Esto con el fin de establecer una rejilla de análisis y posteriormente, unas categorías que permitieron valorar los resultados. Por ese motivo, en la rejilla de análisis, en cuanto a los aportes obtenidos por Rico (2004), solo se hizo uso de la competencia y capacidad relacionada con el conocimiento curricular; las cuales se presentan en la tabla anterior; ya que las otras competencias y capacidades asociadas a los otros tipos de conocimiento del educador matemático, están implícitas en los aportes realizados por los otros referentes teóricos Shulman (1987) y Ball, Thames y Phelps (2007).

2.2.2.3. Resumen de los diferentes elementos teóricos presentados en el marco de referencia conceptual. Se presentan particularidades de los referentes teóricos utilizados en el marco de referencia conceptual.

Tabla 5: Particularidades de los referentes teóricos utilizados en el marco de referencia conceptual.

ELEMENTOS COMUNES	
SHULAMN (1987), BALL ET AL. (2007) Y RICO (2004)	
Todos presentan elementos asociados a: diferentes tipos de conocimiento, capacidades y competencias que debe poseer el profesor de matemáticas para su proceso de enseñanza.	
SHULAMN (1987)	Presenta elementos asociados al conocimiento disciplinar y didáctico del contenido de la disciplina a enseñar.
BALL ET AL. (2007)	Expone tres tipos de dominio relacionados con el conocimiento común de las matemáticas, el conocimiento disciplinar exclusivo y el conocimiento para relacionar los diferentes objetos de conocimientos a lo largo del plan de estudio que debe poseer el profesor de matemáticas.
RICO (2004)	Establece dos capacidades necesarias en la etapa de planificación curricular de un profesor de matemáticas de secundaria. Una asociada a: el dominio de la organización curricular y planificación de estos contenidos matemáticos; y la otra a: la capacidad para analizar y evaluar propuestas concretas para el currículo de matemáticas.

Por otro lado, también se reconoce unas diferencias en los aportes hechos por los mismos; es por eso, que se presenta la siguiente tabla:

Tabla 6: Similitudes y diferencias entre los aportes de los autores utilizados en el marco de referencia conceptual.

SIMILITUDES	
Ambos presentan elementos asociados al conocimiento disciplinar exclusivo del profesor de matemáticas; y el conocimiento didáctico del contenido de la disciplina a enseñar.	
SHULMAN (1986, 1987) Y BALL ET AL. (2007)	También exponen factores relacionados con el conocimiento de la didáctica específica que debe tener un profesor de matemáticas para llevar a cabo sus clases y relacionar los diferentes objetos de conocimientos a lo largo del plan de estudio que debe poseer el profesor de matemáticas.
BALL ET AL. (2007) Y RICO (2004)	Ambos exponen elementos que el profesor de matemáticas debe considerar en la planificación curricular; dado que debe tener en cuenta la transversalidad que hay entre los diferentes objetos del plan de estudio, y conforme a eso, realizar una organización y planificación de esos contenidos matemáticos.
DIFERENCIAS	
SHULMAN (1986, 1987) Y RICO (2004)	Uno, determina el conocimiento disciplinar y didáctico que debe poseer el profesor de matemáticas; y el otro centra su interés en la planificación curricular que debe realizar el mismo.

2.2.3 Una mirada a algunos aspectos relacionados con el pensamiento variacional

De acuerdo con el MEN (1998 y 2006) el pensamiento matemático está compuesto por el pensamiento aleatorio, el pensamiento variacional, el pensamiento numérico, el espacial y el métrico. Sin embargo, el pensamiento variacional está relacionado con los otros tipos de pensamiento matemático y con otros pensamientos propios de otras ciencias; por tanto, el desarrollo del pensamiento variacional es considerado unos de los logros para alcanzar en la educación básica y este contribuye a la superación de contenidos matemáticos fragmentados; que, por el contrario, están vinculados entre sí, para analizar, organizar y modelar situaciones.

Ahora bien, el MEN (1998) establece el pensamiento variacional como uno de los logros a alcanzar en la educación básica, en el cual se vincula los conocimientos con el objetivo de analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones. Del mismo modo, se plantearon algunos objetos matemáticos en los cuales están inmerso la variación; estos son: los procesos infinitos, sucesiones, divisibilidad, la función como dependencia y modelos de función, las magnitudes, la simbolización algebraica, la noción y significado de la variable, la proporcionalidad, etc.

De modo que, el pensamiento variacional tiene que ver con la caracterización, descripción del cambio. “Percibir, identificar y caracterizar la variación en diferentes contextos es el objeto fundamental del pensamiento variacional” (Dolores y Salgado, 2009, citado en Moreno y Mateus, 2020).

El estudio formal de los objetos algebraicos, la generalización de la aritmética, modelación de situaciones, etc. (...) Tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos. (MEN, 2006, p. 66).

De lo anterior, se considera que con el desarrollo del pensamiento variacional se hace uso de las actividades inmersas en el mismo; como lo son: la descripción, modelación, representación en distintos registros simbólicos, formulación de conjeturas, entre otras.; que intervienen en la construcción de procedimientos, algoritmos o ecuaciones. De manera que, para el desarrollo de dicho pensamiento el MEN (2006) resalta algunas nociones y conceptos propios del mismo, como



lo son: constante, variable, función, razón o tasa de cambio, dependencia o independencia de una variable con respecto a otra y con tipos de funciones, así como con las relaciones de desigualdad, ecuaciones e inecuaciones.

Lo anterior, implica la formulación de conjeturas, la generalización y argumentación que se encuentra inmersa en la elaboración e interpretación de las representaciones en distintos registros simbólicos, las relaciones de equivalencia, etc.

Las múltiples relaciones entre la producción de patrones de variación, la modelación y el estudio de las nociones de variable y de función son las perspectivas más adecuadas para relacionar el pensamiento variacional con el cálculo algebraico en la Educación Básica Secundaria. (MEN, 2006, p.68).

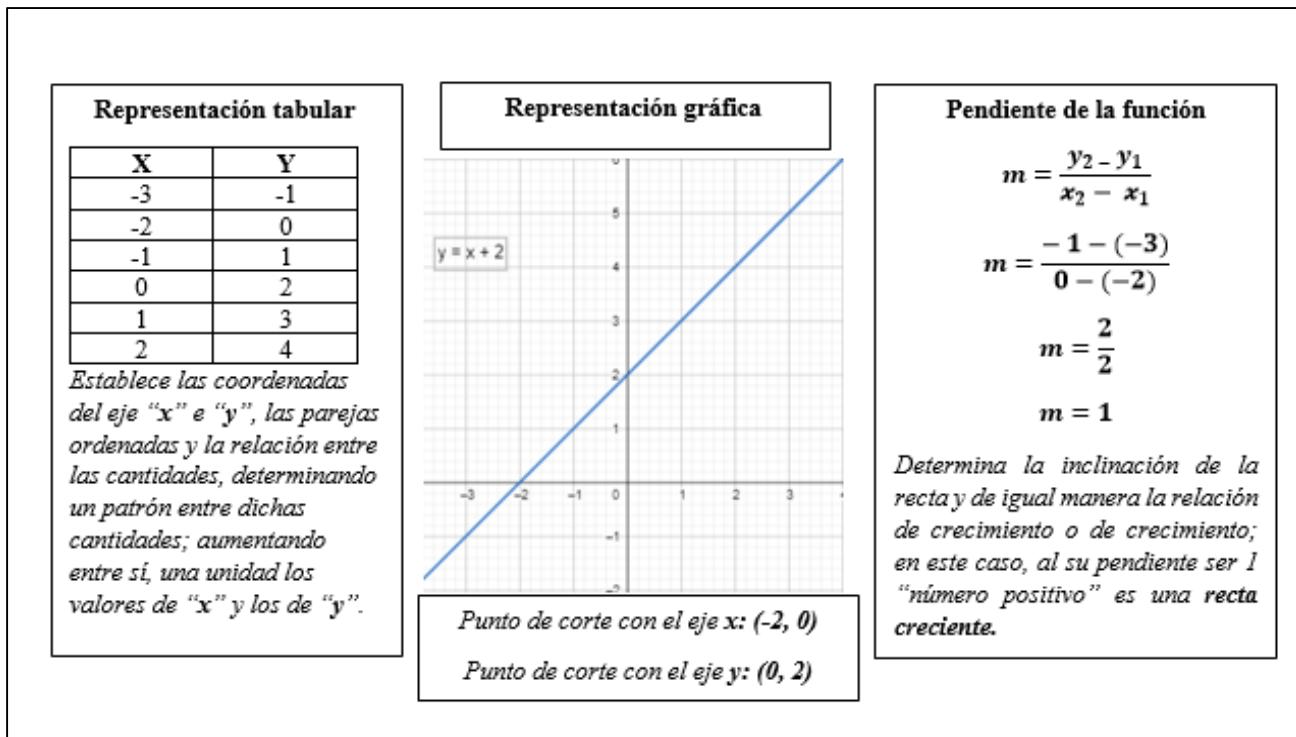
De lo anterior se considera la pertinencia del estudio de patrones de variación, la modelación, la noción de variable y función; como los conocimientos adecuados para desarrollar el pensamiento variacional en la Educación Básica Segundario; Esto implica, comprender la variable y sus significados, las funciones y sus diversas formas de representación, interpretar y modelar las ecuaciones, igualdades, desigualdades e inecuaciones, entre otros aspectos; ya que, están presentes en las representaciones de cambio y variación, por medio de diferentes registros de representación como: grafico, algebraico y verbales; por lo cual se espera que al finalizar dicho ciclo de estudio el estudiante cuente con estos saberes.

Además, con el abordaje de los procesos asociados al pensamiento variacional se establecen diversas competencias asociadas a este pensamiento, que se pretende que el estudiante logre alcanzar; entre las que resaltan las siguientes, de acuerdo con el MEN (1998):

- Las representaciones gráficas tienen como fin abordar los aspectos de la dependencia entre variables, gestando la noción de función como dependencia y a su vez, patrones de variación entre variables; para predecir y controlar el cambio con la producción de sistemas que relacionan la variación.

Por medio de las representaciones gráficas se determina la relación de dependencia de una variable con respecto a otra; donde se tienen unos elementos de partida y por medio de estos se puede hallar o establecer los elementos de llegada de acuerdo a dicha relación. A su vez, la representación gráfica no solo permite describir la relación de dependencia; si no también la variación entre las variables; ya que en esta se plasma el “comportamiento” de ambas variables y de esta manera identificar patrones de variación, predecir y controlar el cambio, identificar lo que cambia y lo que permanece constante. Como se muestra en el siguiente ejemplo:

Ilustración 6: Representaciones y elementos de una función afín.



La gráfica anterior corresponde a una función afín; en la cual de acuerdo a los valores que se asigna a la variable "x", se determinan los valores de "y", donde "y" es la variable dependiente e "x" la variable independiente. Además, se puede determinar que ambas variables tomarán diferentes valores; de acuerdo a dicha relación de dependencia, que permite identificar el patrón de variación, predecir y controlar el cambio. También, cabe resaltar que existen unos elementos propios de la función como la pendiente, los puntos de cortes y demás; que cobran sentido de acuerdo a un contexto.

Ahora bien, por medio del pensamiento variacional se puede comprender el significado de dichos elementos en un contexto en particular y formular las relaciones de dependencia e independencia de las variables, la relación proporcional, identificar y representar el cambio y la variación; para finalmente establecer conclusiones. Ya que, en objetos de conocimiento

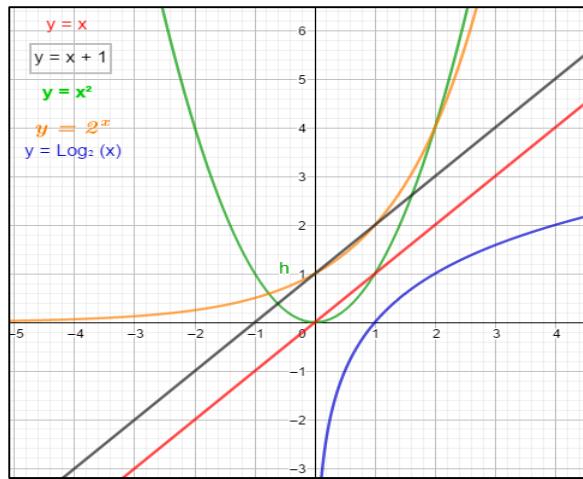
como las funciones, se hace uso de los procesos generales del pensamiento variacional, como lo son: la modelación, caracterización y generalización.

El primero, la modelación al relacionar los objetos de conocimiento con la realidad o contextos; el segundo, la caracterización al establecer los elementos que hacen parte de los objetos de conocimiento, en el caso de las funciones de primer grado, al determinar sus coordenadas, puntos de corte, tipo de función o gráfica, pendiente, relación entre cantidades y establecer su comportamiento de crecimiento o decrecimiento y el tercero, la generalización al estipular la representación algebraica para indicar el patrón y la relación entre las cantidades.

- Los modelos más simples de función (lineal, afín, cuadrática, exponencial, logarítmica...) encapsulan modelos de variación como la proporcionalidad. La introducción de la función intenta dar cuenta de la naturaleza y las relaciones de los conjuntos en que se definen.

A continuación, se presentarán las representaciones gráficas de las funciones mencionadas anteriormente (lineal, afín, cuadrática, exponencial y logarítmica), con el propósito de explicar cómo estas funciones hacen parte de los elementos del pensamiento variacional.

Ilustración 7: Representación gráfica y analítica de diferentes funciones.



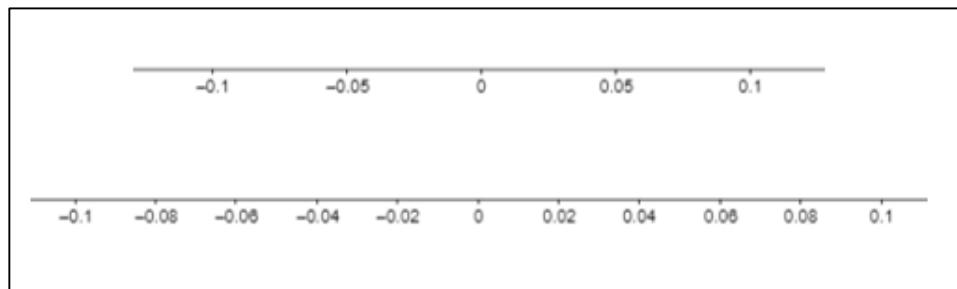
En el objeto de conocimiento de los tipos de funciones, intervienen diferentes formas de representación como la representación gráfica, tabular y algebraica. En estas intervienen relaciones de dependencia e independencia entre variables; que implica comprender el significado de la misma y a su vez, identificar, caracterizar y describir las relaciones de cambio y variación; haciendo uso de las representaciones antes mencionadas.

Del mismo modo, establecer relaciones de proporcionalidad entre variables, como: proporcionalidad directa al aumentar o disminuir progresivamente las cantidades de ambas variables, proporcionalidad inversa al aumentar una y disminuir la cantidad de la otra variable, etc. Lo que implica, el uso de la modelación matemática para la representación de situaciones y la interpretación de las mismas, para comprender el cambio y la variación inmersos en las relaciones entre las variables y estudiar los patrones de variación.

Sin dejar de lado el estudio de los objetos algebraicos, la variable, la función y demás elementos que toman mayor fuerza y son estudiando con mayor profundidad en el desarrollo del pensamiento variacional.

- En lo referente a la construcción del continuo numérico, los escenarios deben ser los numéricos y los geométricos. Particularmente el trabajo con las representaciones decimales, cobra especial relevancia. Los procesos infinitos deben ser introducidos en contextos geométricos. A continuación, se presenta un ejemplo para ilustrar esta situación.

Ilustración 8: Representación del continuo numérico.



El continuo numérico puede ser representado de forma numérica, gráfica y geométrica; con el propósito de expresar las secuencias numéricas y/o los conjuntos numéricos a y u vez comprender la composición del mismos, la noción del infinito que desde el pensamiento variacional se puede generalizar, modelar y describir dichos conceptos, conocimientos y nociones; permitiendo así categorizar los conjuntos numéricos, identificar, interpretar y describir los mismos. Así, captar y representar patrones numéricos, la variación de los números; para representarlos por medio de diferentes sistemas de representación, identificar sus características y finalmente determinar conclusiones.

- La generalización de procesos aritméticos. De esto se presenta a continuación la secuencia de los números impares; para la cual se debe hacer uso de la identificación de patrones y se recurre a la modelación matemática para la representación algebraica de dicha secuencia. A su vez se encuentra inmerso la formulación de conjeturas, que permite establecer la relación presente



entre los números, para determinar la misma, por medio de una expresión general; creado así una formulación simbólica.

$$1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, \dots$$

$$a_n = 2n - 1$$

- $a_1 = 2(1) - 1$
 $a_1 = 1$

- $a_3 = 2(3) - 1$
 $a_3 = 5$

Todo lo anterior corresponde a procesos propios del pensamiento variacional; pero es relevante resaltar que no existe una única forma de acercar a los estudiantes al desarrollo del pensamiento variacional. Ahora bien, uno de los procesos que aporta elementos para el desarrollo de este pensamiento es la modelación matemática, ya que la misma permite extraer modelos que representen situaciones propias del contexto particular en el que se desenvuelven los estudiantes. El MEN (1998) afirma que la modelación permite a los alumnos observar, reflexionar, discutir, explicar, predecir, revisar y de esta manera construir conceptos matemáticos. Se hace necesario reconocer la importancia de este proceso en la enseñanza y el aprendizaje del álgebra porque permite que los estudiantes puedan establecer una relación entre las matemáticas y su contexto cotidiano; de otro modo, la modelación es el proceso que demuestra las matemáticas en un contexto real, proporcionando a los estudiantes ambientes ricos para la construcción de modelos matemáticos. Además, permite representar una situación en los diferentes registros simbólicos, determinar el comportamiento o las características de una situación, reflexionar en torno a la misma para revelar los patrones de cambio y variación y hacer conjeturas.

Todo lo anterior se especifica en el siguiente cuadro; en el cual se establece la relación entre algunos estándares básicos de competencias del pensamiento variacional del grado octavo y noveno y los procesos propios de dicho pensamiento propuestos en los lineamientos curriculares.

Tabla 7: Procesos y estándares básicos de competencias del pensamiento variacional.

Procesos del pensamiento variacional MEN (1998)	Estándares básicos de competencias, relacionados con el pensamiento variacional MEN (2006)
MODELACIÓN (Producción de modelos matemática de fenómenos y procesos de la realidad, captación y modelar la covariación entre cantidades, formulación simbólica)	Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.
	Modelo de situaciones de variación con funciones polinómicas.
	Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.
	Identifico y utilizo diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una curva que representa en el plano cartesiano situaciones de variación.
GENERALIZACIÓN (Formulación de conjeturas, estudio de patrones, generalización de la aritmética, predecir y controlar el cambio).	Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas
	Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.
	Analizo los procesos infinitos que subyacen en las notaciones decimales.
CARACTERIZACIÓN (Descripción del cambio y comprender la variación)	Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.
	Analizo en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones específicas pertenecientes a familias de funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas
	Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas

En la tabla anterior, se establece la relación entre los elementos del pensamiento variacional, presentados por los referentes teóricos planteados por el MEN (1998, 2006); articulando los procesos generales del pensamiento y los Estándares Básicos de Competencias. Intentando dar luz de los objetos de conocimiento y la implicación de modelar, caracterizar y generalizar; para así, desarrollar el pensamiento variacional. Por ese motivo a continuación se clarifica lo se considera propio en cada uno de estos procesos.

2.2.3.1 Objetos de conocimientos pertenecientes a los procesos propios del pensamiento variacional.

Tabla 8: Objetos de conocimientos que pertenecen a los procesos propios del pensamiento variacional.

ALGUNAS PARTICULARIDADES DE LOS PROCESOS DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL

MODELACIÓN	GENERALIZACIÓN	CARACTERIZACIÓN
-Cambio de situaciones reales al lenguaje matemático	- Expresiones en lenguaje natural - Expresiones en Lenguaje formal	-Identificación de símbolos -Designación del objeto
-Matematización	- Expresiones en lenguaje algebraico	-Características que lo constituyan (ángulos, líneas paralelas, líneas paralelas, etc.)
-Identificación de situaciones en lenguaje cotidiano	- Expresiones en lenguaje gráfico - Identificación de patrones - Escritura de expresiones algebraicas	-Nombre del objeto

2.2.4 *Relaciones entre las perspectivas del marco de referencia conceptual*

Es importante reconocer que las tres perspectivas del marco de referencia conceptual guardan una estrecha relación. La perspectiva didáctica, por un lado, presenta algunos elementos que inciden en la toma de decisiones, asociado a los conocimientos, capacidades y competencias que poseen los profesores de matemáticas; y, por otro lado, interesa conocer dichas decisiones en un tiempo particular, la pandemia por Cavad- 19, con el propósito de identificar los cambios realizados por los docentes, en su planificación curricular durante esta emergencia. Además, en la perspectiva disciplinar, se exponen los procesos propios del pensamiento Variacional que promueven el desarrollo del mismo. Todo lo anterior, con el objetivo de reconocer la integración de dichas perspectivas para el análisis de las decisiones que tomaron los profesores de matemáticas al intentar acercar a los estudiantes al desarrollo del pensamiento variacional, durante la emergencia sanitaria por Covid-19.

3 Capítulo 3: Metodología

Este capítulo se presenta la forma como se desarrolló la investigación, teniendo en cuenta los objetivos específicos de la misma, los cuales determinaron la ruta a seguir en el proceso de indagación. Esta metodología se enfocó en la estrategia de entrevista Sema-estructurada propuesta por Camargo (2018).

La siguiente propuesta de indagación fue de carácter cualitativo, dado que centró su interés en caracterizar lo que incidió en la toma de decisiones de dos docentes de educación matemáticas en la selección de procesos que consideraron necesarios para acercar a los estudiantes del grado noveno al desarrollo del pensamiento variacional. De esto, Compte (como se citó en Balcázar y otros, 2006) plantea que: la investigación cualitativa puede entenderse como una categoría de diseños de investigación que extraen descripciones a partir de observaciones que adoptan la forma de entrevistas, narraciones, notas de campo, grabaciones, transcripciones de audio y video casetes, registros escritos de todo tipo, fotografías, películas y artefactos. En otras palabras, este tipo de investigación se interesó por describir las relaciones sociales de los sujetos pertinentes a la misma, como lo es su conducta, sus formas de comunicación entre otros elementos a través de diferentes formas de recolección de datos. Por lo tanto, se consideró que la investigación de tipo cualitativa contribuía a esta propuesta, pues permitió que se pudieran realizar descripciones acerca de las decisiones que tomaron los docentes de matemáticas del grado noveno para acercar a los estudiantes al desarrollo de pensamiento variacional.

Ahora bien, en lo que respecta al método de investigación, se precisa que en esta indagación se empleó las estrategias investigativas: entrevista Semi-estructurada, las cuales, de acuerdo con Camargo (2018), consiste principalmente en hacer una indagación sistemática sobre un conjunto

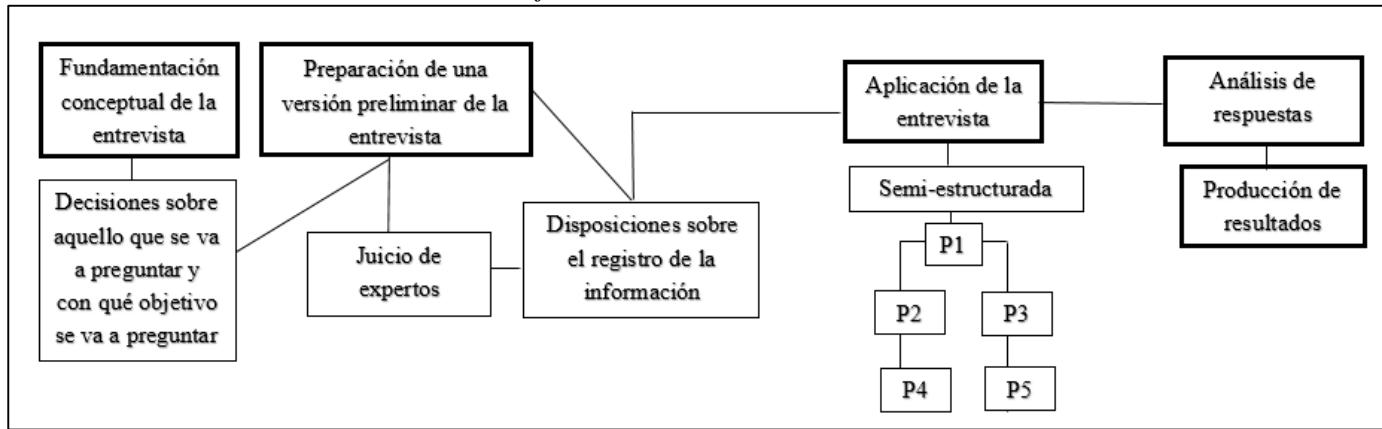
de respuestas dadas por un grupo de personas, seleccionadas cuidadosamente según los objetivos del estudio; a tal grupo, se les propone, de manera oral o escrita, una secuencia de preguntas predeterminadas y organizada con una estructura específica. Cabe mencionar que la entrevista debe ser evaluada por un experto antes de ser aplicada. Es importante resaltar que las dos estrategias se emplean cuando se quiere recopilar ideas espontáneas y auténticas de personas o grupos de personas, opiniones o puntos de vistas para analizar a partir de ellas procesos de razonamiento o concepciones e incluso detectar estructuras de pensamiento que subyacen a las ideas expuestas. A continuación, se presentan las particularidades de tal estrategia, en relación con su tipo y características:

Tabla 9: Características de la Metodología.

Tipo	Estrategia	Descripción	Participantes	Requisitos	Producto
Clínica	Entrevista Semi-estructurada.	Indagación sistemática sobre un conjunto de respuestas dadas por un grupo de personas seleccionado cuidadosamente.	Grupo de personas entrevistadas. Equipo de investigación o entrevistadores. Grupo de expertos.	Hacer las preguntas de acuerdo con las condiciones prefijadas. No intervenir en las respuestas dadas por los entrevistados. Recopilar las respuestas exactas que dan las personas.	Analizar procesos de razonamiento o concepciones e incluso detectar estructuras de pensamiento que subyacen a las ideas expuestas.

Nota. Adaptada de Camargo (2018).

De esto es importante destacar los momentos que se destacan de este tipo de estrategia lo cual se muestra en el siguiente diagrama:

Ilustración 9: *Plan de ejecución de una entrevista Semi-estructurada*

Nota. Adaptada de Plan de ejecución de una entrevista estructurada y Semi-estructurada,

Camargo, 2018.

A continuación, se presenta cada uno de los momentos expuestos en el esquema anterior, y que hicieron parte del plan para desarrollar una entrevista Semi-estructurada de acuerdo con Camargo (2018).

3.1.1 *Momento 1. Fundamentación conceptual de la entrevista:*

En este momento de la entrevista se reconocieron elementos conceptuales que permitieran fundamentar cada una de las preguntas, con el objetivo de que estas correspondieran con el objeto bajo estudio.

Ahora bien, en esta propuesta, en este primer momento, se realizó una integración entre la propuesta curricular del MEN para acercar a los estudiantes del grado al desarrollo del pensamiento variacional y algunos criterios de selección que tienen los docentes para decidir cuáles objetos o aprendizajes potenciaran tal pensamiento en este grado.

Tabla 10: Fundamentación conceptual de la entrevista.

N	Pregunta	Propósito	Relacionado a
1	¿Qué factores le permitieron decidir los aprendizajes u objetos de conocimientos que debía abordar, para acercar a los estudiantes del grado noveno al desarrollo del pensamiento variacional?	Identificar algunos elementos asociados a la toma de decisiones (Shulman, Ball, Thames y Phelps y Rico) y a los procesos propios del pensamiento variacional (MEN y Rico)	Reconocer lo que tiene en cuenta el profesor de matemáticas para seleccionar los contenidos, que él considera que permiten acercar a los estudiantes al desarrollo del pensamiento variacional.
2	¿Con base a qué, se pudieron organizar criterios, que permitieran que un estudiante movilizara pensamiento variacional?	Establecer criterios asociados a la toma de decisiones (Shulman, Ball, Thames y Phelps y Rico) y a los procesos propios del pensamiento variacional (MEN y Rico)	Establecer criterios tenidos en cuenta por el profesor de matemáticas para seleccionar los contenidos que permitan el desarrollo de los procesos propios del pensamiento variacional.
3	¿Cuáles fueron las competencias que consideró fundamentales para desarrollar el pensamiento variacional en el grado noveno?	Identificar las competencias asociadas al pensamiento variacional (MEN)	Reconocer las competencias que el docente de matemáticas consideró fundamentales para acercar a los estudiantes al desarrollo del pensamiento variacional.
4	¿Qué cambios surgieron en cuanto a la planeación curricular del pensamiento variacional en el grado noveno, durante la pandemia?	Reconocer el impacto de la pandemia por COVID- 19 en la planificación curricular. (UNESCO y MEN)	Indagar acerca de los ajustes realizados por los docentes de matemáticas ante la situación de pandemia para acercar a los estudiantes al desarrollo del pensamiento variacional.
5	Describa las razones, si fue o no necesario en Pandemia, hacer ajustes a su propuesta curricular, que permite que los estudiantes de grado noveno se acerquen al desarrollo del pensamiento variacional	Relación entre la toma de decisiones (Shulman, Ball, Thames y Phelps y Rico); los procesos propios del pensamiento variacional (MEN y Rico) y el impacto de la pandemia por COVID- 19 en la planificación curricular. (Unesco y MEN)	Conocer los argumentos dados por el profesor de matemáticas para justificar, si fue necesario o no, la realización de ajustes a su propuesta curricular durante la pandemia, entorno al pensamiento variacional.
6	Reconociendo que el objeto de conocimiento Función Lineal, es propio del pensamiento variacional, durante la pandemia, ¿Cómo lo abordo?	Reconocer la forma de abordaje de un objeto de conocimiento propio del pensamiento variacional durante la pandemia por COVID- 19. (UNESCO Y CEPAL; y MEN)	Identificar los procesos propios del pensamiento variacional, como lo son: la modelación, generalización y caracterización; en la de enseñanza de la función lineal.
7	Mencione o plantea uno de los objetos de conocimiento propio del pensamiento variacional que abordó durante la pandemia, y describa, ¿de qué forma lo hizo?	Reconocer la forma de abordaje de un objeto de conocimiento propio del pensamiento variacional durante la pandemia por COVID- 19. (UNESCO Y CEPAL; y MEN)	Conocer de forma libre, un objeto de conocimiento que el docente abordo para el desarrollo del pensamiento variacional; y a su vez, reconocer en cuáles procesos hizo mayor énfasis, si en la modelación, generalización o en la caracterización.



3.1.2 *Momento 2. Preparación de una versión preliminar de la entrevista:*

En este segundo momento, se realizó un bosquejo inicial de las preguntas que constituyeron la entrevista, teniendo en cuenta los elementos conceptuales identificados en el primer momento. En otras palabras, se construyó una entrevista preliminar, la cual fue revisada por expertos con el objetivo de identificar aspectos a mejorar y posibles ajustes que correspondieran con las bases conceptuales que sustentaban la entrevista.

De manera particular, en esta propuesta de investigación se estructuró la entrevista teniendo en cuenta lo expuesto por el MEN para el desarrollo del pensamiento variacional y los criterios de selección que tiene los docentes de matemáticas para decidir acerca de los aprendizajes que permiten acercar a los estudiantes del grado noveno al desarrollo de tal pensamiento, tal como se muestra a continuación:

Ilustración 10: Versión preliminar de la entrevista



UNIVERSIDAD DEL VALLE SEDE PACÍFICO
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ENFASIS EN MATEMÁTICAS

FECHA:

NOMBRE:

INSTITUCIÓN:

AÑOS DE EXPERIENCIA:

OBJETIVO

Conocer los factores que inciden en la toma de decisiones para acercar a los estudiantes del grado noveno al desarrollo del pensamiento variacional durante la emergencia sanitaria por Covid-19.

ENTREVISTA

1. ¿Qué factores le permitieron decidir los aprendizajes u objetos de conocimientos que debía abordar, para acercar a los estudiantes del grado noveno al desarrollo del pensamiento variacional?
2. ¿Con base a qué, se pudieron organizar criterios, que permitieran que un estudiante movilizara pensamiento variacional?
3. ¿Cuáles fueron las competencias que consideró fundamentales para desarrollar el pensamiento variacional en el grado noveno?
4. ¿Qué cambios surgieron en cuanto a la planeación curricular del pensamiento variacional en el grado noveno, durante la pandemia?
5. Describa las razones, si fue o no necesario en Pandemia, hacer ajustes a su propuesta curricular, que permite que los estudiantes de grado noveno se acerquen al desarrollo del pensamiento variacional

Es relevante precisar que el primer y segundo momento dieron cuenta del primer objetivo que se pretende alcanzar con esta propuesta de indagación, porque por un lado, para poder diseñar la entrevista se tuvo que realizar primero una conceptualización de la misma, de modo que uno de los requisitos para poder cumplir ese objetivo es que se identifiquen elementos conceptuales que fundamentaran la entrevista; y por el otro, que con el diseño de la entrevista se tuvo una versión preliminar de la misma, de modo que esta etapa ayudo a materializar los fundamentos conceptuales de la entrevista en preguntas, que posteriormente permitió identificar las razones que emplearon los docentes de matemáticas para acercar a los estudiantes al desarrollo del pensamiento variacional.

3.1.3 *Momento 3. Aplicación de la entrevista:*

Este momento consistió en llevar a cabo la entrevista, después de haber sido revisada por un experto. En otras palabras, se ejecutó la entrevista y los entrevistadores conservaron lo expresado por los entrevistados de manera exacta, sin alterar las respuestas en pro de su investigación.

En esta propuesta, la entrevista después de haber sido revisada por expertos (evaluadores de la propuesta de indagación y asesor); se realizó a dos docentes de matemáticas, uno del colegio Incodelpa y el otro de la institución educativa la Normal Superior Juan Ladrilleros, ambas del Distrito de Buenaventura. La entrevista fue de tipo escrita, en las que los docentes no sintieron la presión por dar respuestas que, adecuadas al entrevistador, sino que tuvieron su espacio tranquilo y natural para poder dar sus argumentos.

Es importante mencionar que, después de haber realizado una primera implementación de la entrevista, a los dos docentes antes mencionados; se consideró necesario modificar las

preguntas, de forma que no dieran lugar a ambigüedades; otro ajuste realizado fue, que se incluyeran dos nuevas preguntas, que permitieran completar la información acerca de objetos de conocimiento particulares del pensamiento variacional y su forma de abordaje durante la pandemia. Por lo que se realizó una segunda implementación en la que la entrevista quedó de la siguiente forma:

1. ¿Qué elementos le permitieron decidir sobre los aprendizajes u objetos de conocimientos, que debe abordar para acercar a los estudiantes del grado noveno, al desarrollo del pensamiento variacional?
2. ¿Con base a qué se pudieron determinar criterios, que permitieran que un estudiante movilizara pensamiento variacional?
3. ¿Cuáles fueron las competencias que consideró fundamentales para desarrollo del pensamiento variacional en el grado noveno?
4. ¿Qué cambios surgieron en cuanto a la planeación curricular del pensamiento variacional en el grado noveno, durante la pandemia?
5. Describa las razones, si fue o no necesario en Pandemia, hacer ajustes a su propuesta curricular, que permite que los estudiantes de grado noveno se acerquen al desarrollo del pensamiento variacional.
6. Reconociendo que el objeto de conocimiento Función Lineal, es propio del pensamiento variacional, durante la pandemia, ¿Cómo lo abordo?
7. Mencione o plantee uno de los objetos de conocimiento propio del pensamiento variacional que abordó durante la pandemia, y describa, ¿de qué forma lo hizo?

Cabe mencionar que, al presentar las modificaciones de la entrevista a los dos docentes de matemáticas seleccionados, ellos consideraron que no era necesario volver a responder las 5



primeras preguntas de la misma, puesto que, para ellos habían sido claras y no generaron ambigüedades; de modo que, expresaron, que solo darían respuestas a las 2 nuevas preguntas, dado que no consideraban necesario responder las demás, porque consignarían lo mismo que en la primera implementación. De modo que, en la segunda implementación, solo se presentaran los resultados de las preguntas 6 y 7.

3.1.4 *Momento 4. Análisis de las respuestas:*

En este momento se realizó un análisis a las respuestas dadas por los entrevistados, teniendo en cuenta los elementos teóricos que fundamentan la investigación y que componen unidades de análisis que permita caracterizar tales producciones.

De manera específica, se tuvo como objetivo en esta propuesta, construir una rejilla de análisis que relacionara los procesos propuestos por el MEN para el desarrollo del pensamiento variacional y las bases teóricas que fundamenta la toma de decisiones, con el propósito de reconocer dónde se ubicarían las respuestas dada por los entrevistados en esta relación.

3.1.4.1 Relación entre las categorías del conocimiento didáctico y los procesos de modelación, generalización y caracterización.

Tabla 11: Rejilla de análisis.

		PROCESOS PROPIOS DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL				
		Modelación	Generalización	Caracterización	Modelación, Generalización y Caracterización	
Relación entre lo didáctico y disciplinar del pensamiento variacional.		(Producción de modelos matemática de fenómenos y procesos de la realidad, captación y modelar la covariación entre cantidades, formulación simbólica)	(Formulación de conjeturas, estudio de patrones, generalización de la aritmética, predecir y controlar el cambio).	(Descripción del cambio y comprender la variación)	(Relación de los procesos que permiten el desarrollo del pensamiento Variacional)	
CATEGORIAS DE CONOCIMIENTO	S H U L M A N	Conocimiento del contenido de la disciplina por enseñar.	A1	A2	A3	A4
	B A L L Y O T R O S	Conocimiento de la didáctica específica.	B1	B2	B3	B4
	B A L L Y O T R O S	Conocimiento especializado del contenido (SCK)	C1	C2	C3	C4
		Conocimiento del Horizonte del contenido (HCK).	D1	D2	D3	D4
	R I C O	Dominio de la organización curricular y planificación de estos contenidos matemáticos para su enseñanza.	E1	E2	E3	E4
		Capacidad para analizar y evaluar propuestas concretas para el currículo de matemáticas de secundaria y post secundaria.	F1	F2	F3	F4

Relación de las categorías de conocimiento con el proceso de modelación:

A1: el docente que toma en consideración el saber específico de un objeto de conocimientos, en aras crear proceso de modelación en la actividad matemática.

B1: el docente identifica las distintas formas de abordaje de un objeto de conocimiento con respecto a la modelación matemática; de tal forma que se posibilite la variabilidad en la forma como este se trabaja en el aula de clase.

C1: el conocimiento exclusivo que el docente de matemática debe de poseer para el desarrollo de la modelación matemática en el proceso de enseñanza.

D1: el dominio del conocimiento transversal del educador, para entrelazar objetos matemáticos y fomentar la representación simbólica.

E1: el dominio de la organización curricular y planeación de los contenidos para la enseñanza de la producción de modelos matemáticos.

F1: la capacidad para analizar y evaluar una propuesta curricular, que permita la identificación de elementos propios de la modelación en los distintos planes.

Relación de las categorías de conocimiento con el proceso de generalización:

A2: el conocimiento disciplinar del profesor de matemática en relación con la vinculación de la generalización como proceso que permite el estudio de patrones.

B2: el conocimiento de la didáctica específica del educador matemático para desarrollar el estudio de patrones tales como: la formulación de conjeturas y proceso de generalización.

C2: las habilidades y competencias del profesor de matemáticas con respecto a la generalización como proceso que contribuye a la predicción del cambio en la enseñanza de las matemáticas.

D2: el docente de matemática debe de tener un dominio del conocimiento disciplinar que le posibilite relacionar los diferentes objetos de conocimiento, teniendo como base la generalización.

E2: el dominio para organizar y secuenciar objetivos del contenido curricular de matemáticas, que impliquen el uso de procesos inductivos y del lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.

F2: la habilidad del docente para el estudio de una propuesta curricular, que promueva la generalización de la aritmética y el estudio de patrones.

Relación de las categorías de conocimiento con el proceso de caracterización:

A3: el conocimiento disciplinar que posee el docente de matemáticas, para fomentar la caracterización de propiedades de las gráficas y de las ecuaciones algebraicas.

B3: el profesor de matemática posee un conocimiento didáctico que le facilita crear estrategias metodológicas que son inherentes a un objeto y que, a su vez, estimulan la caracterización, dado que, promueve el reconocimiento de propiedades de lo abordado.

C3: el dominio de conocimiento especializado que debe tener el profesor de matemáticas, para crear estrategias que le permita desarrollar el cambio y la variación, entre otras.

D3: el conocimiento del horizonte del contenido para la caracterización; como un dominio que puede utilizar el profesor de matemáticas en la presentación de objetos de conocimiento de forma integrada asociados con la descripción y compresión de la variación.



E3: el docente de matemáticas posee un dominio para la organización y planeación de objetos de conocimiento, que fomenten la enseñanza de la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones.

F3: la capacidad para examinar una propuesta curricular que fomente la descripción de las características propias de los objetos de conocimiento.

Integración de las categorías de conocimiento didáctico con los procesos de modelación, generalización y caracterización:

A4: el conocimiento disciplinar del profesor de matemáticas para el desarrollo de las competencias propias del pensamiento Variacional en su proceso de enseñanza.

B4: el conocimiento de la didáctica específica que tiene el profesor de matemáticas para proponer estrategias didácticas que permitan potenciar la modelación, generalización y caracterización.

C4: el docente tiene un conocimiento disciplinar que es exclusivo de las matemáticas que son necesarias para enseñar y potenciar los elementos propios del pensamiento Variacional.

D4: el conocimiento del horizonte del contenido que el docente utiliza para interrelacionar los objetos de conocimiento matemáticos a lo largo del plan de estudio, con el objetivo de promover el desarrollo de competencias propias del pensamiento Variacional.

E4: el docente posee un dominio en la organización y planeación curricular con respecto a la modelación, generalización y caracterización.

F4: la capacidad del docente de matemáticas para evaluar propuestas curriculares que permitan: representar la realidad a través de modelos matemáticos; el estudio de patrones, y la caracterización un objeto de conocimiento.

Ahora bien, se reconoció la estrecha relación existente entre este momento y el segundo objetivo de esta propuesta de indagación, porque para poder realizar un análisis de las respuestas, se tuvo que tener unas categorías de análisis que permitieran reconocer los argumentos empleados por los docentes de matemáticas, para acercar a los estudiantes al desarrollo del pensamiento variacional. De modo que, para llevar a cabo este momento, se tuvo que tener unos fundamentos teóricos que permitieran construir unidades de análisis que posteriormente permitirán realizar el análisis.

3.1.5 *Momento 5. Producción de los resultados:*

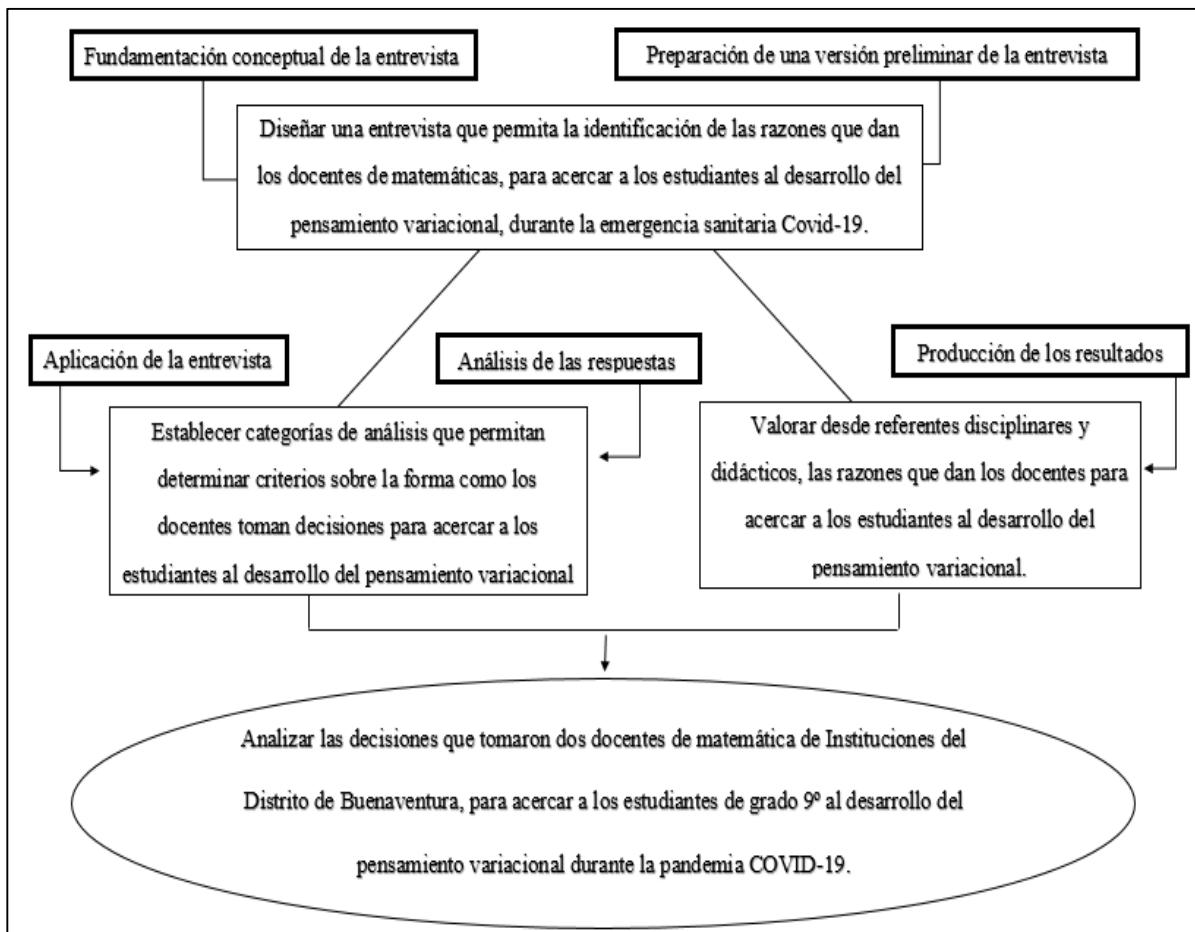
En este momento, se presentaron conclusiones que permitieran vislumbrar los resultados que se obtuvieron de la investigación, si se cumplió o no con los objetivos de la misma; los aportes y las reflexiones que deja para el campo de estudio en el que se enmarca.

En esta propuesta presentaron conclusiones que permitan reconocer los resultados de haber implementado la entrevista, si se lograron alcanzar los objetivos propuestos, los aportes que deja al campo de la educación matemática y las reflexiones para futuras investigaciones.

Se reconoce la correspondencia entre este momento y el tercer objetivo de este trabajo de investigación, porque para poder producir unos resultados que dieran cuenta de lo realizado en la investigación; se tuvo que tener en cuenta lo que propone el MEN como aprendizajes y competencias que debe desarrollar un estudiante del grado noveno; y de esa forma, contrastar si las respuestas dadas por los profesores, se desarrollan en estrecha relación con lo expuesto por este referente curricular; y si se cumplieron o no los objetivos de esta indagación. De modo que, cuando se valoraron los argumentos que utilizan los docentes de matemáticas para acercar a los estudiantes al desarrollo del pensamiento variacional, se produjeron unos resultados que permitieron

reconocer, por un lado, si se cumplió con el objetivo de la propuesta; y por el otro, si lo maestros tuvieron como eje curricular lo expuesto por el MEN.

Ilustración 11: Relaciones entre los objetivos y la metodología.



3.2 Criterios de Selección de las Instituciones Educativas y los Docentes

La selección de las Instituciones Educativas y los docentes tomados en consideración para el desarrollo de la siguiente indagación, se hicieron teniendo presente el nivel educativo visto desde el reporte del ICFES en los año 2019 (esto aplica para la institución educativa) ; además, que el docente tuviera como mínimo, 3 años de experiencia en el establecimiento educativo; así como, que su formación disciplinar fuera en el área de educación matemática o educación matemática y física; mas no, en otras ares del conocimiento. Lo anterior, en aras de poder garantizar de que:

1. El colegio sea un modelo o un representante en lo que respecta a una propuesta educativa a nivel Distrital.
2. Conocer los criterios del docente seleccionado en la institución, según su carácter (Privado o público), los planes que en su interior se desarrollar y su conocimiento disciplinar.

Es importante mencionar que, en el sector privado, se tomó el segundo colegio con mejores resultados en la prueba ICFES 2019, porque los docentes del colegio que ocupó el primer lugar, no contaban con los criterios necesarios para ser seleccionados, es decir, que no tenían la experiencia mínima de 3 años en dicha institución.

3.3 Fases de la Investigación

El proceso investigativo se llevó a cabo mediante 4 fases, las cuales se describen a continuación:

3.3.1 *Fase 1. Planteamiento del problema:*

Permite responder a los cuestionamientos ¿qué? y ¿por qué?, de la propuesta de investigación. Por lo cual, se efectuó la búsqueda y revisión de trabajos de grados, y artículos que brindaron insumos para la identificación de dificultades y necesidades presentadas, en la toma de decisiones de los docentes de matemática, para priorizar los procesos propios del pensamiento variacional, y acercar a los estudiantes al desarrollo del mismo, durante la emergencia sanitaria del COVID-19.

3.3.2 *Fase 2. Marco de referencia conceptual:*

Ahora bien, el ¿con qué? se abordó mediante búsqueda y revisión de documentos en distintas bases de datos y diferentes idiomas (español, francés e inglés). Lo cual se organizó en tres aspectos generales: primero, una perspectiva didáctica, enmarcada en el impacto del COVID-19 en la educación matemática, el cual, ha transformado los contextos de implementación del currículo y ha requerido hacer un ajuste y adaptación de los procesos propios en un proceso curricular, adaptado a las posibilidades de cada contexto y dirigido a promover aprendizajes; segundo, una perspectiva curricular, que da cuenta de algunos elementos que inciden en la toma de decisiones de un docente, y que a su vez, permiten realizar la planificación curricular para un

determinado grado; y finalmente, una perspectivas disciplinar, que está asociada a los elementos teóricos planteados por el MEN(1998 y 2006) de acuerdo con los conocimiento a desarrollar del pensamiento variacional en grado noveno.

3.3.3 Fase 3. Metodología:

Da cuenta el ¿cómo?, el cual fue abordado mediante la descripción de la forma como se llevó a cabo la investigación, es decir mediante un enfoque cualitativo de alcance descriptivo y una estrategia investigativa de entrevista Semi-estructurada de acuerdo con Camargo (2018), teniendo en cuenta cada uno de los momentos establecidos en dicha estrategia, para la estructuración, aplicación y análisis de la rúbrica.

Por ese motivo, se establecieron unos criterios de selección de las instituciones y los docentes, para dar paso a la elaboración de la rejilla de análisis, a partir de los elementos presentados en el marco de referencia conceptual que permitan integrar dichas teorías; principalmente la forma como el MEN (1998, 2006) concibe el pensamiento variacional.

3.3.4 Fase 4. Análisis y consideraciones finales:

Por último, el análisis de las decisiones a partir de la rejilla; tomando en consideración los argumentos de los docentes para priorizar elementos, lo cual, sirvió como insumo para realizar su valoración, es decir, fijar la pertinencia de los mismos en relación con las competencias a desarrollar en el grado noveno para acercar a los estudiantes al desarrollo del pensamiento variacional.



Finalmente, se presentaron algunas conclusiones relacionadas con dicho análisis; se expusieron los factores incidentes en la toma de decisiones, y se propusieron algunos elementos a priorizar, con respecto al pensamiento variacional durante la situación de pandemia lo que estará asociado a las recomendaciones.

4 Capítulo 4: Resultados y Análisis

En este capítulo se presenta los resultados obtenidos de las dos implementaciones de la entrevista, así como el análisis a las respuestas suministradas por los dos docentes de matemática, teniendo en cuenta, por un lado, lo propuesto por el MEN (1998,2006) entorno al pensamiento variacional; y por el otro, los factores que influyen en la toma de decisiones, en la que los autores como lo son: Shulman (1987), Rico (2004) y Ball et al. (2007) aportan elementos valiosos para dicho análisis.

4.1 Descripción de los Entrevistados

La entrevista fue diseñada a dos docentes de instituciones oficiales del Distrito de Buenaventura; los cuales hacen parte: el primero de ellos, al sector privado y el segundo al sector público, cada uno con al menos 3 años de experiencia en las instituciones donde se encuentra vinculados. Además, estos docentes fueron los encargados de organizar y planificar el currículo de matemática de grado noveno, durante la emergencia sanitaria COVID- 19. A los profesores entrevistados los llamaremos P1 y P2 para facilitar su referencia a lo largo del capítulo.

P1 es profesor del Instituto Comercial del Pacífico “INCODELPA”; institución que hace parte del sector privado. Este docente cuenta con 4 años de experiencia guiando el proceso de enseñanza - aprendizaje, en el ejercicio docente de esta institución y con respecto a su perfil profesional, es egresado de la Universidad del valle - sede pacífico en la carrera de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en matemáticas.

Por otro lado, P2, tiene una trayectoria de 31 años de experiencia como docente en la Institución Educativa Normal Superior Juan Ladrilleros; institución que hace parte del sector



público y en la cual, es el encargado de liderar los procesos educativos en los grados superiores. En cuanto a su formación profesional, es licenciado en matemáticas y física egresado de la universidad del Quindío, ubicada en armenia Colombia.

4.2 Resultados Y Análisis De La Primera Implementación De La Entrevista

1. Factores que permitieron decidir los aprendizajes u objetos de conocimientos que debía abordar, para acercar a los estudiantes del grado noveno al desarrollo del pensamiento variacional.

Respuesta de P1 a la primera pregunta:

En general, para abordar los contenidos para el desarrollo del pensamiento Variacional en el área de matemáticas se consideró abordar los temas que están privilegiados en los derechos básicos de aprendizaje y pues ellos ofrecen una orientación sobre los procesos y en cierta medida los contenidos que se deben adquirir como mínimo en cada grado.

Por otro lado, se tuvo en cuenta aquellos contenidos y procesos que fueran posible explicar o abordar a través de las clases virtuales y que además las fueran a necesitar en los siguientes grados.

Análisis de la respuesta dadas por P1 a la primera pregunta:

P1: “*En general, para abordar los contenidos para el desarrollo del pensamiento Variacional en el área de matemáticas se consideró abordar los temas que están privilegiados en los derechos básicos de aprendizaje y pues ellos ofrecen una orientación sobre los procesos y en cierta medida los contenidos que se deben adquirir como mínimo en cada grado*”.

De la respuesta dada por P1, se logra identificar que, según lo expuesto por Rico (2004), el docente hace uso de lo presentado en los referentes curriculares para guiar su proceso de enseñanza, tales como: los lineamientos curriculares, estándares básicos de competencias, Derechos básicos de aprendizaje, entre otros; del mismo modo, se reconocen los elementos necesarios para el desarrollo del pensamiento variacional en el grado noveno, en el que se destacan: la modelación, generalización y caracterización. Lo anterior, permite ubicar dicha respuesta en la categoría E4, porque el docente demuestra que posee un domino en la organización y planeación curricular con respecto a la modelación, generalización y caracterización.

P1: *“Por otro lado, se tuvo en cuenta aquellos contenidos y procesos que fueran posible explicar o abordar a través de las clases virtuales”.*

Sumado a lo anterior, de la respuesta suministrada por P1, se reconoce lo presentado por Shulman (1987), porque el docente utiliza estrategias didácticas para poder seleccionar los objetos de conocimiento que fueran posibles enseñar en la modalidad virtual, ya que identifica que, por la naturaleza de algunos objetos, su explicación es más compleja bajo esta modalidad; De igual forma, se tiene en cuenta la modelación, generalización y caracterización, como procesos que permiten el desarrollo del pensamiento variacional. Dicho lo anterior, se considera que esta respuesta se sitúa en la categoría B4 porque el docente de matemática crea estrategias didácticas que propician el desarrollo de los elementos propios del pensamiento variacional como lo son: la modelación, generalización y caracterización

P1: *“y que además las fueran a necesitar en los siguientes grados”.*



Por último, la respuesta dada por P1, relaciona lo expresado por Ball et al. (2007) porque, para la selección de los objetos de conocimiento a enseñar, el docente de matemáticas tiene en cuenta lo que los estudiantes necesitan saber para los grados posteriores, esto permite identificar que el docente posee un conocimiento con horizonte matemático, dado que tiene conciencia de la relación existente entre las matemáticas a lo largo del plan de estudio. Sumado a esto, también identifica los procesos que permiten promover el pensamiento variacional propuesto por el MEN. Esta respuesta, se localiza en la categoría D4, debido a que da cuenta del conocimiento con horizonte matemático que posee el docente de matemáticas para interrelacionar los objetos de conocimientos a lo largo del plan de estudio relacionado con los elementos que promueven del desarrollo del pensamiento variacional.

Respuesta de P2 a la primera pregunta:

Los factores los podemos organizar en 2 etapas; la primera fue obteniendo los resultados de realizar la prueba diagnóstica para el grado correspondiente y de acuerdo a estos, se determinan las fortalezas y debilidades, lo que permiten realizar los refuerzos necesarios y las programaciones del área a futuro; y la segunda etapa es la aplicación de estos conceptos en los diferentes contextos especialmente en el geométrico – métrico; lo que permitió avanzar en varios pensamientos y temas al mismo tiempo.

Análisis de la respuesta dada por P2 a la primera pregunta:

P2: “*Los factores los podemos organizar en 2 etapas; la primera fue obteniendo los resultados de realizar la prueba diagnóstica para el grado correspondiente y de acuerdo a estos, se determinan las fortalezas y debilidades*”

De acuerdo con el fragmento anterior de la respuesta dada por P2, se logra identificar que, según lo expuesto por Shulman (1987), el docente hace uso del conocimiento didáctico para identificar las dificultades de los estudiantes y para esto, utiliza como estrategia didáctica la prueba diagnóstica; que le permitirá, organizar y presentar los objetos de conocimiento, para desarrollar los elementos propios del pensamiento variacional. Lo anterior, ubica dicha respuesta en la categoría B4, porque el docente muestra conocimiento en la didáctica específica, para proponer estrategias didácticas que permitan potenciar la modelación, generalización y caracterización.

P2: *“lo que permiten realizar los refuerzos necesarios y las programaciones del área a futuro;”*

De la respuesta dada por P2 se reconoce que, de acuerdo con Rico (2004), el docente posee dominio para organizar, planificar y evaluar la propuesta curricular según los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica; para enseñar objetos de conocimiento que le permitan promover la modelación, generalización y caracterización matemática. Por lo que, se sitúa esta respuesta en las categorías E4 y F4, dado que, el docente posee un dominio en la organización y planeación curricular y, además, demuestra capacidad para evaluar propuestas curriculares que permitan: la representación de la realidad a través de modelos matemáticos, el estudio de patrones y la caracterización de un objeto de conocimiento.

P2: *“la segunda etapa es la aplicación de estos conceptos en los diferentes contextos especialmente en el geométrico – métrico; lo que permitió avanzar en varios pensamientos y temas al mismo tiempo”.*

Con respecto al párrafo anterior de la respuesta dada por P2, se establece que, según Ball et al. (2007), el docente relaciona objetos de conocimiento del pensamiento variacional con los de



otros tipos de pensamiento, como el geométrico- métrico; para articularlos y desarrollar la modelación, caracterización y generalización matemática. De ahí que, se localiza la respuesta en la categoría D4, debido al conocimiento con horizonte matemático, que utiliza el docente para interrelacionar los objetos de conocimiento a lo largo del plan de estudio, con el objetivo de promover el desarrollo de competencias propias del pensamiento Variacional.

2. Organización de criterios, que permitieran que un estudiante movilizara pensamiento variacional.

Respuesta de P1 a la segunda pregunta:

Para que los estudiantes movilizaran pensamiento variacional se priorizaron temas específicos que ayudaran para tales fines, temas en los que los estudiantes lograran tener acercamientos con situaciones de cambio. En particular, las relaciones funcionales con comportamiento lineal fueron trabajadas en consideradas sesiones de clases, para que lograran ver y trabajar con todas las representaciones posibles del objeto, al mismo tiempo que las aplicaciones de estas con situaciones de la vida cotidiana, pues rápidamente le encuentran sentido a lo trabajado.

Por otro lado, para la modelación y la solución de problemas se priorizaron los S.E.L en los que los estudiantes podían identificar las variables, los datos importantes, convertir los enunciados en ecuaciones y finalmente hallar la solución, que, por cierto, eran construidas con situaciones.

Análisis de la respuesta dadas por P1 a la segunda pregunta:

P1: *“Para que los estudiantes movilizaran pensamiento variacional, se priorizaron temas específicos que ayudaran para tales fines, temas en los que los estudiantes lograran tener acercamientos con situaciones de cambio.”*

P1: “...Por otro lado, para la modelación y la solución de problemas se priorizaron los S.E.L en los que los estudiantes podían identificar las variables, los datos importantes, convertir los enunciados en ecuaciones y finalmente hallar la solución, que, por cierto, eran construidas con situaciones”.

Con respecto a la respuesta suministrada por P1, se tiene que la misma está relacionada con lo presentado por Shulman (1987), acerca del conocimiento del contenido de la disciplina a enseñar, porque el docente hace uso de su conocimiento disciplinar para priorizar la selección de un objeto de conocimiento u otro, que permitan el desarrollo del pensamiento variacional. De los objetos priorizados de manera específica, menciona los sistemas de ecuaciones lineales con el objetivo de fomentar la identificación de variables y la conversión de enunciados al lenguaje algebraico. También, se reconoce la generalización y caracterización como procesos que permiten acercar a los estudiantes a situaciones de cambio y potenciar dicho pensamiento. De esto, se considera que, desde la generalización se potencia el estudio de patrones y desde la caracterización el reconocimiento de las propiedades inherentes a un objeto.

Mencionado lo anterior, esta respuesta se ubica en las categorías A1, A2 Y A3, porque todas dan cuenta del conocimiento de la disciplina a enseñar que posee el docente; pero, en lo referente con los procesos, se ubica de la siguiente forma: en A1, porque el docente especifica que los sistemas de ecuaciones lineales le permite potenciar la modelación; en A2 y A3 porque el docente menciona que prioriza los objetos de conocimiento que permitan la identificación de situaciones de cambio, haciendo alusión a la generalización y caracterización, procesos que permiten el desarrollo del pensamiento variacional.

P1: *“En particular, las relaciones funcionales con comportamiento lineal fueron trabajadas en consideradas sesiones de clases, para que lograran ver y trabajar con todas las representaciones posibles del objeto”*

De esta respuesta proporcionada por P1, se logra identificar lo expuesto por Shulman (1987) acerca del conocimiento de la didáctica específica, porque el docente reconoce que las relaciones funcionales con comportamiento lineal, es un objeto de conocimiento extenso y que para poder trabajar con todas las representaciones del objeto es necesario un tiempo amplio, dado que, no es suficiente con tener un par de semanas para abordar los aspectos relacionados con las relaciones funcionales. Del mismo modo, se relaciona con lo presentado por Ball et al. (2007) acerca del conocimiento especializado del contenido, dado que el docente de matemáticas reconoce esa necesidad de tiempo para abordar un objeto, porque posee un conocimiento de las matemáticas, el cual es necesario para enseñarlas. Además, deja ver que involucra, objetos de conocimientos tales: como relaciones, funciones, y función lineal, que son propios de procesos de la generalización y la caracterización. Lo anterior, se sitúa en las siguientes categorías: B4, porque el docente identifica las distintas formas de abordaje de un objeto de conocimiento con respecto a los elementos propios del pensamiento Variacional, tales como: la modelación, generalización y caracterización; y C4, porque hace referencia al conocimiento especializado que posee el docente de matemáticas para la enseñanza, tomando en cuenta la modelación, generalización y caracterización, como procesos que permiten identificar la variación y el cambio en las relaciones funcionales con comportamiento lineal.

P1: *“al mismo tiempo que las aplicaciones de estas con situaciones de la vida cotidiana, pues rápidamente le encuentran sentido a lo trabajado”.*

La respuesta dada por P1, da cuenta de lo presentado por Shulman (1987) acerca del conocimiento de la didáctica específica, ya que una de las estrategias didácticas empleadas por el docente de matemáticas, es presentar aplicaciones de la vida cotidiana, con el objetivo de que los estudiantes les encuentren sentido a las relaciones funcionales con comportamiento línea en la realidad. Además, permite identificar la modelación propuesta por el MEN, como aquel proceso que permite representar la realidad a través de modelos matemáticos. Esta respuesta se focaliza en la categoría de análisis B1, porque el docente identifica las distintas formas de abordaje de un objeto de conocimiento con respecto a la modelación matemática.

Respuesta de P2 a la segunda pregunta:

Con base a la prueba diagnóstica, a la planeación organizada desde los estándares básicos de competencias, los derechos básicos de aprendizaje (DBA), las evidencias de aprendizaje y la aplicación de estas en los diferentes contextos.

Análisis de la respuesta dada por P2 a la segunda pregunta:

P2: “*Con base a la prueba diagnóstica, a la planeación organizada desde los estándares básicos de competencias, los derechos básicos de aprendizaje (DBA), las evidencias de aprendizaje y la aplicación de estas en los diferentes contextos.*”

En cuanto a la respuesta anterior dada por P2, se identifica que, en consonancia con lo expresado por Shulman (1987), el docente emplea estrategias didácticas para identificar las debilidades y fortalezas de los estudiantes y de acuerdo con Rico (2004), tiene como bases las debilidades y fortalezas identificadas, para determinar criterios que le permitan organizar el contenido y movilizar el pensamiento variacional en el educando. Lo anterior, permite posicionar



esa respuesta en las categorías B4 y E4, debido a que el docente demuestra conocimiento de la didáctica específica para proponer estrategias didácticas; tales como: pruebas diagnósticas, el abordaje de: operaciones entre expresiones algebraicas y métodos de factorización por medio del área y perímetro de figuras, la modelación de situaciones de la realidad. Además, el docente posee un dominio en la organización y planeación curricular con respecto a la modelación, generalización y caracterización.

3. Competencias que se consideraron fundamentales para desarrollar el pensamiento variacional en el grado noveno.

Respuesta de P1 a la tercera pregunta:

- Comunicación (se priorizo el reconocimiento y significado de las variables)
-Resolución de problemas y modelación (se priorizo el uso de diferentes representaciones e identificar los elementos importantes de cada problema)

Análisis de la respuesta dadas por P1 a la tercera pregunta:

P1: “- Comunicación (se priorizo el reconocimiento y significado de las variables)

-Resolución de problemas y modelación (se priorizo el uso de diferentes representaciones e identificar los elementos importantes de cada problema)”

De la respuesta dada por P1, a la pregunta 3; se logra reconocer lo expuesto por Shulman (1987) acerca del conocimiento del contenido, porque el profesor es capaz de reconocer las competencias fundamentales, para el desarrollo del pensamiento variacional en el grado noveno, lo cual da cuenta del dominio disciplinar del mismo en su proceso de enseñanza. También, de manera implícita aborda los procesos propios que permiten el desarrollo de dicho pensamiento visto desde el MEN. Esta respuesta se ubica en la categoría A4, porque el docente posee un

conocimiento disciplinar que le permite identificar los objetos de conocimiento que van a permitir desarrollar el pensamiento Variacional en sus estudiantes, tales como: sistemas de ecuaciones lineales, y funciones lineales y cuadráticas; que, a su vez, potencian: la modelación, generalización y caracterización.

Respuesta de P2 a la tercera pregunta:

Razonamiento, resolución de problemas y comunicación.

Análisis de la respuesta dada P2 a la tercera pregunta:

P2: “*Razonamiento, resolución de problemas y comunicación.*”

En relación con lo mencionado por P2 a la tercera pregunta, se determina que, de acuerdo con lo enunciado por Ball et al. (2007) , el docente utiliza el conocimiento especializado y el conocimiento del horizonte del contenido para establecer relaciones entre las competencias matemáticas; fomentando desde el razonamiento, la resolución de problemas y la comunicación, el desarrollo de la modelación y ejercitación de procedimientos; ya que, estas se pueden vincular e incentivar en los distintos objetos de conocimiento. Además, según lo expuesto por Rico (2004), el docente posee dominio de la organización curricular y planeación de contenidos matemáticos; debido a que, se considera que tiene en cuenta los referentes teóricos planteados por el Ministerio (como: Estándares Básicos de Competencias, Lineamientos Curriculares, etc.) en los cuales se presentan estas competencias; que, le permitirán desarrollar el pensamiento variacional. Dicho lo anterior, se considera que esta respuesta se sitúa en las categorías: C4, porque el docente demuestra conocimiento disciplinar exclusivo de las matemáticas y necesario, para enseñar y potenciar los elementos propios del pensamiento Variacional, en D4, por el conocimiento con horizonte matemático, que utiliza para interrelacionar los objetos de conocimiento a lo largo del plan de estudio, con el objetivo de promover el desarrollo de competencias propias del pensamiento



variacional y en E4, por su dominio en la organización y planeación curricular con respecto a los procesos y objetos de conocimiento matemáticos; tales como: ecuaciones, funciones y sistemas de ecuaciones lineales.

4. Los cambios surgidos en la planeación curricular del pensamiento variacional en el grado noveno, durante la pandemia.

Respuesta de P1 a la cuarta pregunta:

- *-En primer lugar, se pudo usar diferentes herramientas digitales que permitían observar mejor las representaciones u objetos matemáticos.*
- *-Se omitieron temas que no fueran tan necesarios para grados posteriores y para otros aprendizajes.*
- *En cuanto a la forma de observar los aprendizajes, se priorizo el discurso como elemento para identificar lo que estaba asimilando los estudiantes y con respecto a la solución de problemas, que datos tenían en cuenta para generar espacios de retroalimentación.”*

Análisis de la respuesta dadas por P1 a la cuarta pregunta:

P1: “*-En primer lugar, se pudo usar diferentes herramientas digitales que permitían observar mejor las representaciones u objetos matemáticos.*

-Se omitieron temas que no fueran tan necesarios para grados posteriores y para otros aprendizajes.

- En cuanto a la forma de observar los aprendizajes, se priorizo el discurso como elemento para identificar lo que estaba asimilando los estudiantes y con respecto a la solución de problemas, que datos tenían en cuenta para generar espacios de retroalimentación.”

Referente a la respuesta dada por P1, a la pregunta 4, se observa que corresponde con lo propuesto por Ball et al. (2007) acerca del conocimiento didáctico específico de la disciplina a enseñar, ya que por la pandemia, uno de los cambios realizado por el docente de matemáticas, fue utilizar una estrategia didáctica que le permitiría llevar acabo su proceso de aprendizaje en el entorno virtual y a su vez, utilizar las Tics para que los estudiantes pudieran observar mejor los objetos matemáticos bajo esta modalidad. Además, el docente hizo uso de otra estrategia didáctica, la cual le permitió conocer a través del discurso de los estudiantes, el nivel de comprensión que estaban teniendo de los objetos abordados, y realizar posibles retroalimentaciones. Sumado a esto, se reconoce que involucra los elementos propios del pensamiento variacional propuestos por el MEN. Esta respuesta se ubica en la categoría B4, porque presenta el conocimiento didáctico que tiene el profesor de matemáticas para proponer estrategias didácticas, en su proceso de enseñanza y potenciar la compresión y descripción del cambio y la variación.

P1: *“Se omitieron temas que no fueran tan necesarios para grados posteriores y para otros aprendizajes.”*

Seguido de esto, la respuesta proporcionada por P1, da cuenta de lo presentado por Ball et al. (2007) ,sobre el conocimiento con horizonte matemático, porque uno de los cambios realizados por el docente de matemáticas durante la pandemia está asociado, a que es capaz de identificar los objetos de conocimiento que serán necesarios para grados posteriores; en otras palabras, reconoce la relación que hay entre los objetos matemáticos en los diferentes grados y la necesidad de algunos, para el aprendizaje de otros. Sumado a esto, de manera implícita involucra las competencias propias del pensamiento variacional propuestas por el MEN. Esta respuesta se sitúa en la categoría D4, porque el docente de matemáticas posee un dominio de conocimiento que le



permite interrelacionar los objetos de conocimiento a lo largo del plan de estudio, con el objetivo de promover el desarrollo de competencias propias del pensamiento Variacional tales como: construir expresiones algebraicas equivalentes y usar lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjjeturas.

Respuesta de P2 a la cuarta pregunta:

“Toco realizar refuerzo de temáticas de los años anteriores, que eran conocimiento previo para comprender los temas siguientes; porque la prueba diagnóstica arrojo resultados no esperados; es decir, los estudiantes no habían asimilado los conocimientos del grado anterior.”

Análisis de la respuesta dada por P2 a la cuarta pregunta:

P2: “Toco realizar refuerzo de temáticas de los años anteriores, que eran conocimiento previo para comprender los temas siguientes; porque la prueba diagnóstica arrojo resultados no esperados; es decir, los estudiantes no habían asimilado los conocimientos del grado anterior.”

Con respecto a la contestado por P2, se reconoce que, según Shulman (1987), el docente dispone de conocimiento didáctico para: identificar las dificultades de los estudiantes, organizar y secuencias los contenidos, además, de acuerdo con Rico (2004), el docente evidencia dominio al evaluar la pertinencia de una propuesta curricular y de ser posible hacer una nueva planeación; con base en las dificultades de los estudiantes para lograr el desarrollo de la modelación, generalización y caracterización. De igual manera, de acuerdo con Ball et al. (2007), el docente dispone de su conocimiento especializado, para establecer las relaciones existentes de las matemáticas a lo largo del plan de estudios. Por tanto, esta respuesta se localiza en las categorías: B4, dado que el docente

demuestra conocimiento de la didáctica específica para proponer estrategias didácticas, D4, por su conocimiento con horizonte matemático para relacionar los objetos de conocimiento en entre sí y en E4, por su dominio en la organización y planeación curricular con respecto a la producción de modelos matemática de procesos de la realidad, la formulación de conjeturas, el estudio de patrones, la generalización de la aritmética, la descripción del cambio y comprensión de la variación.

5. Razones, de si fue o no necesario en Pandemia, hacer ajustes en su propuesta curricular, que permitiera que los estudiantes de grado noveno se acercaran al desarrollo del pensamiento variacional.

Respuesta de P1 a la cuarta pregunta:

- *El tiempo destinado a cada sección se hizo más corto por lo que se debía ser preciso, es decir abordar contenidos y situaciones con poco nivel de complejidad (reducción de temas)*
- *El contacto directo con los estudiantes era imposible luego entonces, las firmas de ver cómo trabajan y, lo que pensaban sobre ciertos contenidos se basó más en sus argumentaciones y procedimientos enviados a la plataforma.*
- *Proponer situaciones problemas más que ejercicios y que además fueran propios o modificados, pues el acceso a internet les permitía encontrar muchos resultados sin un proceso de análisis.*

Análisis de la respuesta dadas por P1 a la quinta pregunta:

P1: *“El tiempo destinado a cada sección se hizo más corto por lo que se debía ser preciso, es decir abordar contenidos y situaciones con poco nivel de complejidad (reducción de temas).”*

De la respuesta dada por P1, a la pregunta 5, se logra identificar lo expuesto por Shulman (1987) acerca del conocimiento del contenido de la disciplina a enseñar, porque el docente para



seleccionar lo que debía abordar, tuvo que identificar los objetos de conocimiento que tuvieran un grado de complejidad menor, para poder llevarlos a cabo en poco tiempo. También, en esta respuesta se reconoce lo presentado por Ball et al. (2007), sobre el conocimiento especializado del contenido, ya que el docente de matemáticas decide reducir ciertos temas, porque posee un conocimiento exclusivo de la enseñanza de las matemáticas, que le permite decidir, cuáles objetos no alcanza a explicar durante una sección de clase, dado que reconoce todo lo que implica el abordaje de los mismos. También, de forma implícita tiene en cuenta la generalización, modelación y caracterización para potenciar del pensamiento variacional en los estudiantes. Esta respuesta se ubica en las categorías A4 y C4, porque ambas relacionan el conocimiento disciplinar y las habilidades matemáticas que tiene el docente de matemáticas para poder enseñar y potenciar el desarrollo del pensamiento variacional.

P1: *“El contacto directo con los estudiantes era imposible luego entonces, las firmas de ver cómo trabajan y, lo que pensaban sobre ciertos contenidos se basó más en sus argumentaciones y procedimientos enviados a la plataforma.”*

P1: *“Proponer situaciones problemas más que ejercicios y que además fueran propios o modificados, pues el acceso a internet les permitía encontrar muchos resultados sin un proceso de análisis.”*

Con respecto a la respuesta de P1, se relaciona con lo propuesto por Shulman (1987) acerca del conocimiento de la didáctica específica de la disciplina a enseñar, porque por la situación de pandemia el docente de matemáticas tuvo que valerse de nuevas estrategias didáctica para poder seguir con el proceso de enseñanza, tales como: reconocer el nivel de comprensión de los estudiantes a través de sus argumentaciones y procedimientos enviados a la plataforma y proponer

situaciones problemas propios, más que ejercicios, ya que reconocía que muchas de las soluciones se encontraban en internet y el objetivo era que los estudiantes los realizaran ellos mismos. También, vincula los procesos expuestos por MEN para el desarrollo del pensamiento variacional como lo son: la modelación, generalización y caracterización. Esta respuesta se localiza en la categoría de análisis B4, porque el docente utiliza estrategias didácticas que le permitan llevar a cabo su proceso de enseñanza y que a su vez con la solución de problemas puede promoverse competencias propias del pensamiento variacional.

Respuesta de P2 a la quinta pregunta:

- *Dificultades al resolver la prueba diagnóstica.*
- *Poco conocimiento del manejo de variables y de ecuaciones en los estudiantes.*
- *Dificultad en la realización de operaciones básicas.*
- *Poca asimilación de los contenidos del grado anterior.*

Análisis de la respuesta dada por P2 a la quinta pregunta:

P2: “*Dificultades al resolver la prueba diagnóstica*”.

Del fragmento anterior de la respuesta dada por P2, se logra identificar que, de acuerdo con Shulman (1987), el docente dispone de su conocimiento didáctico para identificar las dificultades de los estudiantes y considerar estas en su proceso de enseñanza; ya que dichas dificultades conllevan que el docente busque estrategias para superar las mismas y así, desarrollar en los educandos el pensamiento variacional. Como resultado, esta respuesta se localiza en la categoría B4, debido a que el docente demuestra el conocimiento de la didáctica específica que tiene de matemáticas para proponer estrategias didácticas que permitan potenciar la modelación, generalización y caracterización.



P2: “*Poco conocimiento del manejo de variables y de ecuaciones en los estudiantes.*”

P2: “*Dificultad en la realización de operaciones básicas.*”

De acuerdo con lo anterior de la respuesta dada por P2, se establece que, según lo expuesto por Shulman (1987), el docente hace uso de su conocimiento disciplinar al considerar diversos objetos de conocimiento, necesarios para desarrollar el razonamiento, la comunicación y resolución de problemas; que dan cuenta de su dominio matemático para el desarrollo del pensamiento variacional. De manera que, permite ubicar la respuesta en la categoría A4, a causa de que el docente demuestra el conocimiento disciplinar para el desarrollo de las competencias propias del pensamiento Variacional en su proceso de enseñanza.

P2: “*Poca asimilación de los contenidos del grado anterior*”.

Con respecto a el fragmento anterior de la respuesta dada por P2, se logra reconocer que, según Rico (2004), el docente hace uso de su conocimiento curricular, para analizar y evaluar el currículo; puesto que, al identificar la falta de asimilación de los contenidos del año anterior; el docente debe realizar un ajuste a la planeación para poder desarrollar el pensamiento variacional. Además, de acuerdo con Ball et al. (2007), el docente es capaz de reconocer relaciones entre los contenidos del plan de estudio e identificar los conocimientos previos de diversos objetos, para fomentar la caracterización, generalización y modelación. De modo que, permite ubicar la respuesta en las categorías F4 y D4, porque el docente demuestra conocimiento con horizonte matemático para relacionar los objetos de conocimiento en entre sí y demuestra capacidad para

evaluar propuestas curriculares que permitan: la representación de la realidad a través de modelos matemáticos, el estudio de patrones y la caracterización de un objeto de conocimiento.

4.2.1 Resumen de la primera implementación de entrevista

En resumen, de acuerdo a las respuestas dadas por P1 y P2 a cada pregunta, se estable que, con respecto a los factores para identificar los aprendizajes, procesos u objetos que se deben abordar del pensamiento variacional, P1 recurrió a los derechos básicos de aprendizaje, la metodología, modalidad de las clases y la importancia de los temas en los grados superiores y P2 los determinó conforme con las fortalezas y debilidades de los estudiantes y la transversalidad del conocimiento.

En cuanto a los criterios para movilizar el pensamiento variacional en los estudiantes; P1 priorizó temáticas para el abordaje del cambio, como: la función lineal y los sistemas de ecuaciones lineales. Por otro lado, P2, recurre a elementos, como: prueba diagnóstica, estándares básicos de competencias, derechos básicos de aprendizaje (DBA), etc.

Puesto que, para P1 las competencias para desarrollar el pensamiento variacional en el grado noveno son: la comunicación, resolución de problemas y modelación y para P2, el razonamiento, la resolución de problemas y la comunicación.

Ahora bien, en la planeación curricular del pensamiento variacional en el grado noveno, durante la pandemia surgieron de acuerdo a la opinión de los entrevistados los siguientes cambios; P1 resalta el uso de herramientas digitales y la priorización de temáticas y P2, hizo alusión a las falencias en las temáticas del año anterior. Por este motivo los entrevistados establecieron que

durante el tiempo de pandemia les toco reducir temas en la planeación y darle gran importancia a la resolución de problemas

Por lo anterior, se presenta a continuación las siguientes tablas; con el propósito de dar a conocer las respuestas de los docentes en cada una de las preguntas y las categorías de análisis en las que se ubican las respuestas dadas por los mismos.

Tabla 12: Respuesta de la pregunta 1 y las categorías en las que se ubica.

Pregunta	Entrevistado	Respuesta	Categoría de análisis involucradas
¿Qué factores le permitieron decidir los aprendizajes u objetos de conocimientos que debía abordar, para acercar a los estudiantes del grado noveno al desarrollo del pensamiento variacional?	P1	<p>En general, para abordar los contenidos para el desarrollo del pensamiento Variacional en el área de matemáticas se consideró abordar los temas que están privilegiados en los derechos básicos de aprendizaje y pues ellos ofrecen una orientación sobre los procesos y en cierta medida los contenidos que se deben adquirir como mínimo en cada grado.</p> <p>Por otro lado, se tuvo en cuenta aquellos contenidos y procesos que fueran posible explicar o abordar a través de las clases virtuales y que además las fueran a necesitar en los siguientes grados.</p>	B4, D4 y E4
	P2	<p>Los factores los podemos organizar en 2 etapas; la primera fue obteniendo los resultados de realizar la prueba diagnóstica para el grado correspondiente y de acuerdo a estos, se determinan las fortalezas y debilidades, lo que permiten realizar los refuerzos necesarios y las programaciones del área a futuro; y la segunda etapa es la aplicación de estos conceptos en los diferentes contextos especialmente en el geométrico – métrico; lo que permitió avanzar en varios pensamientos y temas al mismo tiempo.</p>	B4, D4, E4 y F4

Pregunta	Entrevistado	Respuesta	Categoría de análisis involucradas
¿Con base a qué, se pudieron organizar criterios, que permitieran que un estudiante movilizara pensamiento variacional?	P1	<p>Para que los estudiantes movilizaran P.V, se priorizaron temas específicos que ayudaran para tales fines, temas en los que los estudiantes lograran tener acercamientos con situaciones de cambio. En particular, las relaciones funcionales con comportamiento lineal fueron trabajadas en consideradas sesiones de clases, para que lograran ver y trabajar con todas las representaciones posibles del objeto, al mismo tiempo que las aplicaciones de estas con situaciones de la vida cotidiana, pues rápidamente le encuentran sentido a lo trabajado.</p> <p>Por otro lado, para la modelación y la solución de problemas se priorizaron los S.E.L en los que los estudiantes podían identificar las variables, los datos importantes, convertir los enunciados en ecuaciones y finalmente hallar la solución, que, por cierto, eran construidas con situaciones.</p>	A1, A2, A3, B1, B4 y C4
	P2	<p>Con base a la prueba diagnóstica, a la planeación organizada desde los estándares básicos de competencias, los derechos básicos de aprendizaje (DBA), las evidencias de aprendizaje y la aplicación de estas en los diferentes contextos.</p>	B4 y E4

Tabla 13: Respuesta de la pregunta 2 y las categorías en las que se ubica.

Tabla 14: Respuesta de la pregunta 3 y las categorías en las que se ubica.

Pregunta	Entrevistado	Respuesta	Categoría de análisis involucradas
¿Cuáles fueron las competencias que consideró fundamentales para desarrollar el pensamiento variacional en el grado noveno?	P1	<p>-Comunicación (se priorizo el reconocimiento y significado de las variables)</p> <p>-Resolución de problemas y modelación (se priorizo el uso de diferentes representaciones e identificar los elementos importantes de cada problema)</p>	A4
	P2	<p>-Razonamiento, resolución de problemas y comunicación.</p>	

Tabla 15: Respuesta de la pregunta 4 y las categorías en las que se ubica.

Pregunta	Entrevistado	Respuesta	Categoría de análisis involucradas
¿Qué cambios surgieron en cuanto a la planeación curricular del pensamiento variacional en el grado noveno, durante la pandemia?	P1	<p>-En primer lugar, se pudo usar diferentes herramientas digitales que permitían observar mejor las representaciones u objetos matemáticos.</p> <p>-Se omitieron temas que no fueran tan necesarios para grados posteriores y para otros aprendizajes.</p> <p>-En cuanto a la forma de observar los aprendizajes, se priorizo el discurso como elemento para identificar lo que estaba asimilando los estudiantes y con respecto a la solución de problemas, que datos tenían en cuenta para generar espacios de retroalimentación.</p>	B4 y D4
	P2	<p>Toco realizar refuerzo de temáticas de los años anteriores, que eran conocimiento previo para comprender los temas siguientes; porque la prueba diagnóstica arrojo resultados no esperados; es decir, los estudiantes no habían asimilado los conocimientos del grado anterior.</p>	

Tabla 16: Respuesta de la pregunta 5 y las categorías en las que se ubica.

Pregunta	Entrevistado	Respuesta	Categoría de análisis involucradas
Describa las razones, si fue o no necesario en Pandemia, hacer ajustes a su propuesta curricular, que permite que los estudiantes de grado noveno se acerquen al desarrollo del pensamiento variacional.	P1	<p>-El tiempo destinado a cada sección se hizo más corto por lo que se debía ser preciso, es decir abordar contenidos y situaciones con poco nivel de complejidad (reducción de temas)</p> <p>-El contacto directo con los estudiantes era imposible luego entonces, las formas de ver cómo trabajan y, lo que pensaban sobre ciertos contenidos se basó más en sus argumentaciones y procedimientos enviados a la plataforma.</p> <p>-Proponer situaciones problemas más que ejercicios y que además fueran propios o modificados, pues el acceso a internet les permitía encontrar muchos resultados sin un proceso de análisis.</p>	A4, C4 y B4
	P2	<p>-Dificultades al resolver la prueba diagnóstica.</p> <p>-Poco conocimiento del manejo de variables y de ecuaciones en los estudiantes.</p> <p>-Dificultad en la realización de operaciones básicas.</p> <p>-Poca asimilación de los contenidos del grado anterior.</p>	A4, B4, D4 y F4

Las tablas anteriores indican las categorías en las cuales se ubican cada una de las respuestas dadas por los docentes y cada categoría fue establecida por los aportes de Shulman (1987), Rico (2004), Ball et al. (2007).

Por este motivo se presenta la siguiente tabla donde se especifica las categorías en las que se ubican las respuestas dadas por cada docente conforme a los autores en los que se basan dichas categorías; de acuerdo a la rejilla de análisis.

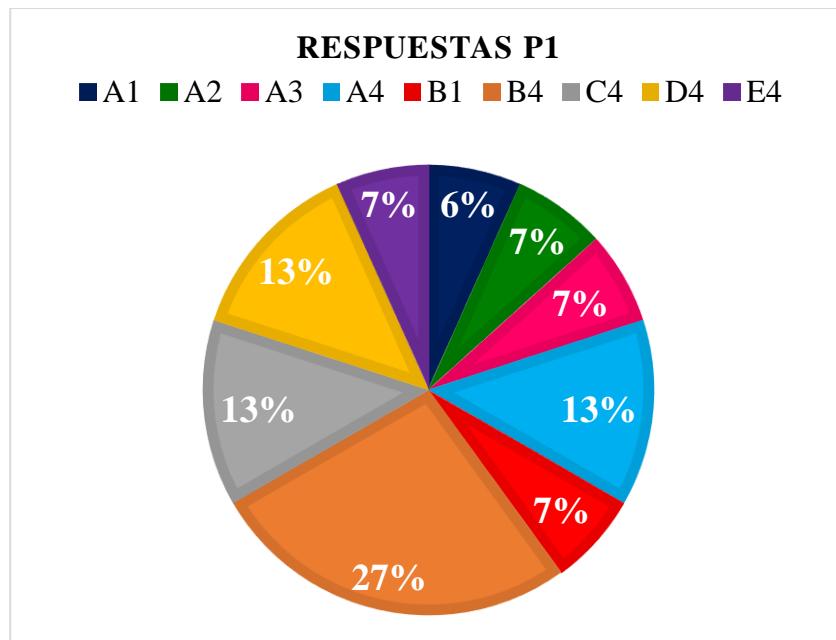
Tabla 17: Relación entre las categorías en las que se ubica las respuestas de cada docente y los autores.

DOCENTE	SHULAMN (1987)	BALL ET AL. (2007)	RICO (2004)
P1	A1, A2, A3, A4, B1, B4	C4, D4	E4
P2	A4, B4	C4, D4	E4, F4

Fuente: elaboración propia

Por lo anterior, se presentan las siguientes graficas de las respuestas de cada entrevistado; por cada uno de estos, se presentan dos gráficas, en la primera se determina el porcentaje de las categorías en las que se ubican las respuestas de los docentes y en la segunda el porcentaje de dichas categorías conforme a los autores en los se sustentan las mismas.

Gráfico 1: Porcentaje de recurrencia de las respuestas de P1



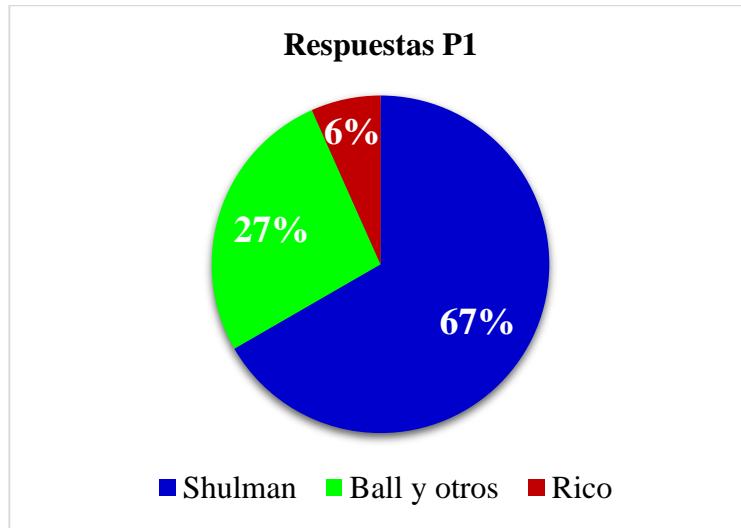
De los resultados obtenidos en las respuestas dadas por P1, se puede decir, que las categorías de análisis con mayor incidencia son B4, C4, A4 y D4; lo que permite resaltar en el educador el conocimiento didáctico y su dominio matemático, para entrelazar los objetos de conocimiento y articular los diferentes tipos de pensamiento matemático. Todo esto con la finalidad de hacer uso de dichos saberes para tomar decisiones, lograr el conocimiento necesario

en sus estudiantes y acercarlos al desarrollo del pensamiento variacional; que se reconoce es la base en grados superiores para la compresión del cálculo.

Sin embargo, se debe aceptar, que el docente también hace uso de otros conocimientos que le permitirá realizar lo enunciado anteriormente, como: el conocimiento matemático asociado a los procesos de modelación, generalización y caracterización; sin dejar de lado, el dominio en la organización y planeación curricular de los contenidos, para seleccionar, secuenciar y relacionar los objetos de conocimiento y desarrollar el pensamiento variacional. Por lo que, también se sitúan sus respuestas en las categorías, A1, A2, A3, B1 y E4; aunque, con una menor proporción a las anteriores.

Por lo anterior, se infiere que el docente reconoce los procesos generales para el desarrollo del pensamiento variacional; ya que, en su ejercicio docente resalta elementos propios del pensamiento variacional y apunta al desarrollo de la modelación, generalización y caracterización; por medio de: la modelación matemática de la realidad, las representaciones simbólicas, el estudio de patrones, la formulación de conjeturas, la descripción del cambio y la variación; todo esto, priorizando objetos de conocimiento como: el significados de las variables, los sistemas de ecuaciones lineales, las representaciones de las funciones polinómicas, las propiedades de las gráficas y las propiedades de las ecuaciones algebraicas, su clasificación, y variación, entre otros. Pero este no se centra solo en un solo proceso; si no hace uso de los tres para así lograr el desarrollo de pensamiento variacional.

Gráfico 2: Porcentaje de las categorías de acuerdo con los autores en los se sustentan las mismas.



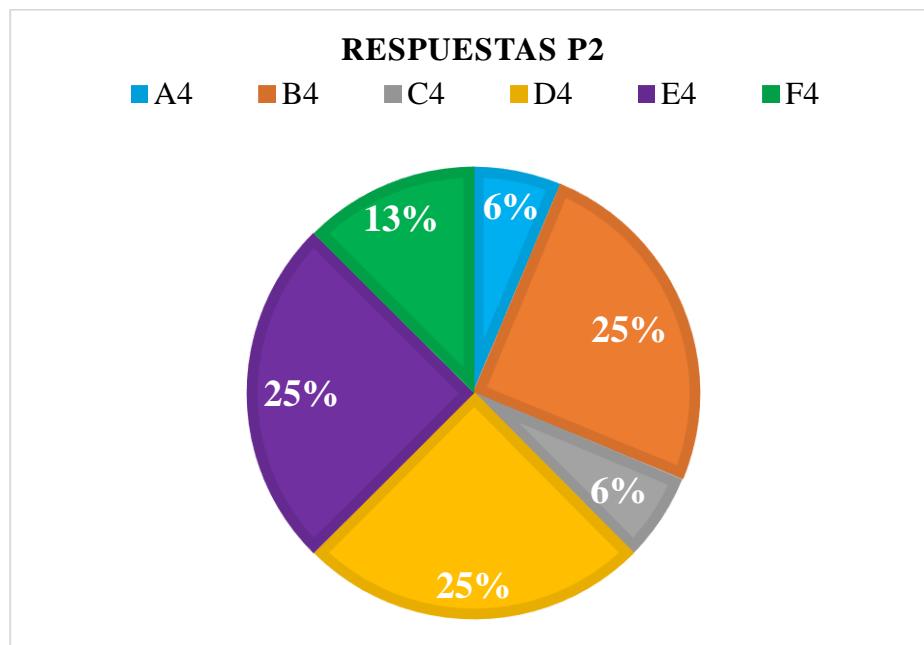
De lo anterior, se puede deducir que inconscientemente el docente se identifica con lo planteado por Shulman (1987); ya que este refleja una estructura mental de las matemáticas, que le permite poner en juego su dominio en diversos objetos de conocimiento; para de esta manera relacionar estos objetos y reconocer los conocimientos previos del educando y de igual manera, establecer los elementos necesarios para movilizar pensamiento variacional, lo que permite realizar una adecuada priorización de los mismos. Ya que este no solo, establece unos objetos como importantes para dicho pensamiento; si no también da cuenta de la necesidad de enseñarlos. Por otro lado, el docente demuestra dominio disciplinar de las matemáticas y, además, demuestra un conocimiento didáctico de la misma, para identificar las dificultades de los estudiantes y promover las habilidades; es por eso que el educador hace uso de estrategias didácticas como pruebas diagnósticas, que le permite hacer asequible el conocimiento al educando y desarrollar pensamiento.

Del mismo modo, se ponen en consideración lo enunciado por Ball et al. (2007), quienes mencionan que, el docente con conocimiento especializado del contenido es capaz de tomar decisiones para el proceso de enseñanza; lo que le posibilita seleccionar objetos de conocimientos

y hacer uso del saber disciplinar, pedagógico y didáctico; esto con el propósito de desarrollar competencias en los estudiantes y fomentar el aprendizaje del pensamiento variacional. También, con menor escala hace uso de lo planteado por Rico (2004); ya que, de acuerdo con este, el conocimiento disciplinar y el didáctico, permite establecer criterios para la toma de decisiones en los procesos de enseñanza. Por este motivo podemos decir, que los argumentos usados por el docente para acercar a los estudiantes de grado 9º al desarrollo del pensamiento variacional, están enfocados principalmente en lo disciplinar y didáctico.

Así mismo, hace uso de relaciones matemáticas entre objetos de conocimientos y tipos de pensamientos, para entre lazar los contenidos del pensamiento variacional y finalmente organizar, secuenciar, planificar y analizar el currículo.

Gráfico 3: Porcentaje de recurrencia de las respuestas de P2.



De acuerdo a las respuestas dadas por P2, se infiere que, para el docente, los procesos de modelación, generalización y caracterización tienen igual importancia en el desarrollo del pensamiento variacional, ya que, este no se limita en uno solo, sino que, les da el mismo

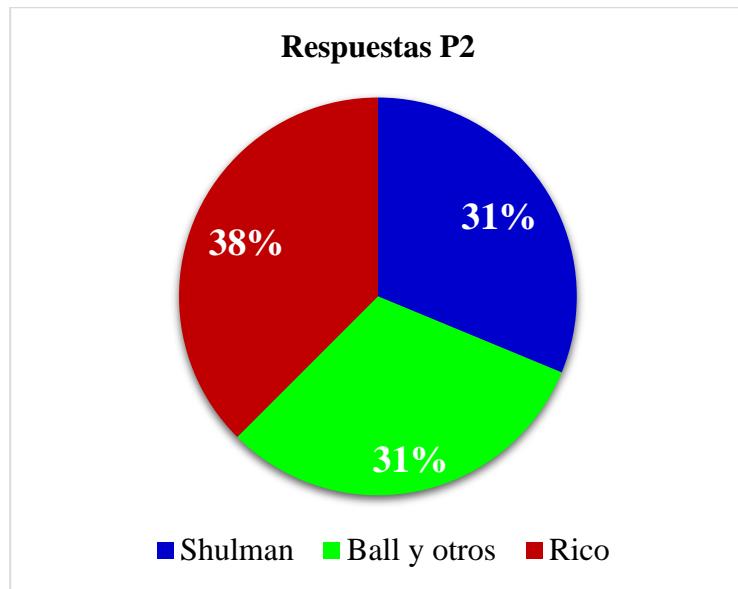


protagonismo a los tres; por este motivo, sus respuestas son ubicadas en las categorías A4, B4, C4, D4, E4 y F4; las cuales apuntan a los tres procesos mencionados anteriormente.

Por otro lado, las respuestas se ubican mayormente en las categorías B4, D4 y E4; las cuales permite resaltar el conocimiento didáctico, el conocimiento con horizonte matemático y el dominio para organizar y planificar el currículo de matemáticas; todo esto, para: establecer estrategias para la enseñanza de los objetos de conocimiento, identificar las fortalezas y debilidades de los estudiantes y tomar decisiones con base en estas, formar redes conceptuales entre los objetos de conocimiento y relacionar el pensamiento variacional con otros tipos de pensamientos matemáticos y a su vez, estructurar el currículo de matemática acorde a las necesidades de los estudiantes y conforme a las bases conceptuales para los siguientes grados escolares; todo esto, con el propósito de desarrollar en los estudiantes el pensamiento variacional.

Además, las respuestas de P2 también se logra situar en menor escala, en las categorías A4, C4 y F4; lo que logra vislumbrar el conocimiento matemático del docente para desempeñar su rol como educador, lo que, a su vez, le permite analizar la pertinencia de la propuesta curricular y ajustar la misma en pro de las necesidades y objetivos a alcázar por el educando. De este modo, se evidencia como el educador logra tomar decisiones para priorizar algunos elementos u objetos de conocimiento del pensamiento variacional, resaltando entre ellos el significado de la variable, la compresión de la variación, la factorización, las representaciones algebraicas y la generalización de la aritmética.

Gráfico 4: Porcentaje de las categorías de acuerdo con los autores en los se sustentan las mismas.



Por lo anterior, se logra identificar como el docente de forma involuntaria hace uso de los aportes dados por Shulman (1987), Rico (2004), Ball et al. (2007) ; aunque con mayor inclinación con lo mencionado por Rico (2004), el cual establece el dominio curricular del docente en la organización, planeación y análisis de una propuesta curricular pertinente para la enseñanza de las matemáticas; pero además, el docente hace uso de lo expuesto por Shulman (1987) y Ball et al. (2007) , el primero de estos autores, resalta el conocimiento disciplinar que posee el docente de matemáticas para dominar los objetos de conocimiento; ya que, este le permite no solo reconocer los contenidos a enseñar, sino también la relevancia de enseñarlos y la capacidad para enseñarlos de manera efectiva.

Por otro lado, Ball et al. (2007), exponen, la transversalidad del conocimiento matemático, que le permite al docente relacionar contenidos y diferentes tipos de pensamiento; de tal manera que estos no sean vistos como entes aislados; si no, por el contrario, en el abordaje de una temática hacer uso de otros conocimientos. De modo que, podemos decir que el docente se identifica con

lo establecido por Rico (2004); pero de mismo modo, ponen en consideración lo planteado por Shulman (1987) y por Ball et al. (2007).

Puesto que, los argumentos con los cuales establece los criterios de selección se basan en aspectos curriculares, disciplinares y didácticos; donde todos estos elementos cobran sentido e intervienen, permitiéndole al docente crear estrategias didácticas, identificar las dificultades de los estudiantes, interrelacionar los conocimientos matemáticos, determinar la importancia de enseñar algunos objetos de conocimiento, analizar, organizar y planificar el currículo de matemáticas; todo esto, para decidir los elementos propios del pensamiento variacional y acercar a los estudiantes al desarrollo del mismo.

4.2.2 Síntesis de los resultados y análisis de la primera implementación

De acuerdo con lo anterior es posible concluir que P1, se identifica con lo propuesto por Shulman (1987); lo que alude al uso del conocimiento disciplinar y el conocimiento de la didáctica específica por parte del educador, para determinar el contenido de la disciplina por enseñar. Pero por otro lado P2, hace uso mayormente de lo propuesto por Rico (2004); lo que da cuenta, del conocimiento curricular del docente, para establecer objetos de conocimiento y procesos, en la toma de decisiones para la enseñanza del pensamiento variacional; sin dejar de lado lo expuesto por Shulman (1987), Ball et al. (2007). Lo que clarifica, la vinculación del conocimiento didáctico, disciplinar, interrelacionado entre los pensamientos matemáticos, especializado y curricular; articulando los anteriores con este último. De lo anterior se infiere que, P1 hace uso del conocimiento disciplinar y didáctico con mayor fuerza en la toma de decisiones y que P2, usa un poco más el conocimiento curricular; pero a su vez, los relaciona con los otros conocimientos mencionados anteriormente.

Puesto que, el primero intenta desarrollar en sus estudiantes las competencias de comunicación, resolución de problemas y modelación; por este motivo la participación en las clases jugaba un papel importante, para conocer los argumentos del educando, conforme a los objetos de conocimiento; debido a que, no se podía supervisar totalmente el trabajo realizado por los estudiantes. Lo que hizo, que durante este tiempo la comunicación fuese mucho más relevante y, además, para una mayor compresión de los objetos de conocimiento, el relacionar esto con el contexto del educando se convirtió en una gran estrategia. De esto último, ambos docentes coinciden, resaltando la resolución de problema y la modelación de la realidad como un elemento esencial para el desarrollo de pensamiento matemático.

De ahí que, para el desarrollo del pensamiento variacional, P1 recurre al reconocimiento y significado de las variables, el uso de representaciones e identificación de los elementos presentados en una situación, modelación la realidad; por medio de temáticas como: ecuaciones, sistemas de ecuaciones lineales, función lineal y sus distintas representaciones. Por otro lado, P2 procura fomentar en los educandos el razonamiento, la resolución de problemas y la comunicación; al relacionar: los diferentes pensamientos matemáticos, los objetos de conocimiento con el contexto y disponer de contenidos, procesos y/o conocimientos, como: representaciones algebraicas, factorización, generalización de la aritmética y significado de las variables.

También, ambos docentes resaltan, que, durante la pandemia, surgieron cambios en la modalidad en la cual se desarrollaban las clases, el tiempo para las mismas y el aumento de tiempo, para abordar los objetos de conocimiento; motivo que agudizo la priorización de saberes conforme con, esos objetivos planteados; ya que, no había contacto directo entre docente y estudiantes y el educador no podía supervisar u orientar en su totalidad el proceso del estudiante. De igual manera, los entrevistados, hace un gran énfasis, en la relevancia de los conocimientos que son necesarios



para los grados siguientes, resaltando así, el pensamiento variacional como una de las bases para la educación media; lo anterior, hace parte de los argumentos dados por los docentes, para la toma de decisiones de los procesos de enseñanza del pensamiento variacional.

Por otro lado, se logra notar la diferencia entre las decisiones que toma el docente de la institución privada a las que toma el del sector público, entorno a los ajustes en su planificación curricular, dado que, en el caso de P1, modifíco su planeación teniendo en cuenta los contenidos que se pudieran abordar bajo esta modalidad, usando como referente los derechos básicos de aprendizaje para orientar los procesos y los contenidos que se deben adquirir como mínimo en grado noveno. Sin embargo, en el caso de P2, ajustó su planeación teniendo en cuenta los resultados obtenidos de la prueba de caracterización de saberes, y de manera simultánea los organizó teniendo en cuenta, los estándares básicos de competencias, los derechos básicos de aprendizaje (DBA), las evidencias de aprendizaje.

4.3 Resultados Y Análisis De La Segunda Implementación De La Entrevista

6. Formas de abordaje del objeto de conocimiento Función Lineal, durante la pandemia.

Respuesta de P1 a la sexta pregunta:

Inicialmente se intentó acercarlos a la definición de función a través de situaciones cotidianas.

Se ejemplificó situaciones que se pueden trabajar a través del concepto y que generan una línea recta en la representación gráfica. Se abordaron cantidades de problemas que implicaban el uso de la ecuación de la recta para encontrar la relación funcional en su forma algebraica.

Se planteó identificar las variables involucradas en los problemas, que permitieran identificar que variable depende de otra. El uso de la expresión algebraica fue esencial para preguntar por diferentes valores de X, para notar el cambio, luego se priorizo el significado e interpretación de la pendiente y la interpretación de las gráficas en situaciones problemas.

Análisis de la respuesta dadas por P1 a la sexta pregunta:

P1: *“Incialmente se intentó acercarlos a la definición de función a través de situaciones cotidianas.”*

De la respuesta suministrada por P1, se reconoce lo propuesto por Shulman (1987) porque el docente hace uso de su conocimiento del contenido y de la didáctica específica, para proponer situaciones cotidianas que le permitan abordar la definición de función. En otras palabras, con respecto al contenido, el docente de matemáticas, reconoce lo que es una función, y utiliza las situaciones problemas como una estrategia metodológica que le permite acercar a los estudiantes a las funciones a través de situaciones de la realidad. Dicho lo anterior, esta respuesta se ubica en las categorías A1 Y B1, porque ambas reconocen la modelación, como aquel proceso que permite

representar la realidad a través de modelos matemáticos; se ubica en A1, porque el docente toma en consideración el saber específico de un objeto de conocimiento, en este caso la función; y en B1, porque el docente identifica las distintas formas de abordaje de un objeto de conocimiento.

P1: *“Se ejemplifico situaciones que se pueden trabajar a través del concepto y que generan una línea recta en la representación gráfica. Se abordaron cantidades de problemas que implicaban el uso de la ecuación de la recta para encontrar la relación funcional en su forma algebraica.”*

Con respecto a la respuesta dada por P1, se reconoce lo presentado por Ball et al. (2007) acerca del conocimiento especializado, porque el docente de matemáticas es capaz de identificar solo las situaciones que representan una gráfica de línea recta para acercarlos al concepto de función; además resalta la importancia de establecer una relación entre la gráfica y su ecuación algebraica. Mencionado lo anterior, esta respuesta se ubica en las categorías de análisis C1 y C3, porque ambas representan el conocimiento disciplinar exclusivo que posee el docente de las matemáticas para enseñar; pero, en lo referente a los procesos, se ubica en C1, porque a través de los ejemplos, se potencia el proceso de modelación, porque los estudiantes logran reconocer que los modelos matemáticos pueden representar su realidad; y C3, porque cuando se presenta la ecuación propia de la función y su representación gráfica, se potencia el proceso de caracterización, ya que se reconoce lo propio de este objeto de conocimiento.

P1: *“Se planteó identificar las variables involucradas en los problemas, que permitieran identificar que variable depende de otra. El uso de la expresión algebraica fue esencial para preguntar por diferentes valores de X, para notar el cambio, luego se priorizo el significado e interpretación de la pendiente y la interpretación de las gráficas en situaciones problemas.”*

De la respuesta suministrada por P1, se logra identificar lo expuesto por Shulman (1987) acerca de la didáctica específica, ya que el docente reconoce la importancia de trabajar con problemas de aplicación para el aprendizaje de la función lineal. También, se reconoció lo presentado por Ball et al. (2007) acerca del conocimiento especializado, porque es capaz de: reconocer la importancia de presentar situaciones en las que se pudiera identificar las relaciones de codependencia entre las variables; utilizar las expresiones algebraicas para acercar a los estudiantes a procesos de generalización, en la que x puede asumir diferentes valores; enfatizar en dotar de significado la pendiente y la gráfica en situaciones problemas, lo cual permite realizar una caracterización de los elementos de una función lineal. Dicho lo anterior, esta respuesta se ubica en las categorías B4, C2, Y C3, porque, por un lado, en B4 el docente reconoce la resolución de problemas como una estrategia metodológica que le permite acercar a los estudiantes a reconocer las relaciones de dependencia; la variación y el cambio; así como el significado de cada uno de los elementos de la función lineal, para el desarrollo del pensamiento variacional. Por otro lado, se ubica en C2 Y C3, porque ambas dan cuenta del conocimiento especializado del docente matemáticas; con respecto a los procesos, se ubica en C2, porque presenta las habilidades y competencias del profesor de matemáticas con respecto a la generalización; y en C3, porque expone el dominio de conocimiento especializado que debe tener el profesor de matemáticas, para caracterizar lo propio de cada objeto de conocimiento.

Respuesta de P2 a la sexta pregunta:

En primera instancia, se utilizó GeoGebra para representar las gráficas; ubicando puntos en el plano cartesiano y ver el complemento de la línea. Si es creciente o decreciente.

Luego se llevó a la realidad a través de ejercicios de aplicación, acordes a la temática tratada.



Análisis de la respuesta dadas por P2 a la sexta pregunta:

P2: *En primera instancia, se utilizó GeoGebra para representar las gráficas; ubicando puntos en el plano cartesiano y ver el complemento de la línea.*

De la respuesta suministrada por P2, se logra identificar lo propuesto por Shulman (1987), debido a que el docente hace uso de su conocimiento del contenido y de la didáctica específica, para implementar herramientas didácticas; como el uso de software de geometría dinámica, que le permiten abordar el objeto de conocimiento; y que, a su vez, posibilitan reflejar la variación. Dicho lo anterior, esta respuesta se ubica en las categorías A4, porque el docente toma en consideración el saber específico del objeto de conocimiento, y en B4, porque el docente identifica las distintas formas de abordaje del mismo para la compresión y representación del cambio y la variación.

P2: *“Si es creciente o decreciente.”*

Con respecto a la respuesta dada por P2, se reconoce lo presentado por Ball et al. (2007) acerca del conocimiento especializado, ya que, el docente de matemáticas es capaz de identificar el comportamiento de una función de primer grado; lo que implica que, comprende los elementos inmersos o condiciones que deben dar para que esta sea *creciente o decreciente*. Lo que quiere decir, que es consciente del trasbordo de dicha condición en este objeto de conocimiento. Por lo anterior, esta respuesta se ubica en las categorías de análisis C4, porque implica modelar una situación, hacer uso de representaciones; bien sea algebraica, tabular o gráfica, determinar la relación entre las cantidades, lo cual está asociado a la generalización y a su vez, para determinar dicha relación se debe ser consciente de los elementos propios del objeto de conocimiento; todo lo anterior con el propósito de desarrollar el pensamiento variacional.

P2: “*Luego se llevó a la realidad a través de ejercicios de aplicación, acordes a la temática tratada.*”

En relación con lo anterior, de la respuesta dada por P2, se logra identificar lo expuesto por Shulman (1987) acerca de la didáctica específica, puesto que, el docente reconoce la importancia de relacionar el objeto de conocimiento con la realidad, para trabajar con problemas de aplicación para el aprendizaje de la función lineal. Dicho lo anterior, esta respuesta se ubica en las categorías B1, porque el docente reconoce la resolución de problemas como una estrategia metodológica que posibilita acercar a los estudiantes a reconocer las relaciones de dependencia, variación y cambio; así como, dotar de sentido cada uno de los elementos de la función lineal con un contexto real; lo que se alude al proceso de modelación; el cual, es considerado importantes para el desarrollo del pensamiento variacional.

7. Los objetos de conocimiento propios del pensamiento variacional desarrollados durante la pandemia, y su forma de abordaje.

Respuesta de P1 a la séptima pregunta:

El concepto de factorización fue trabajado fuertemente con situaciones problemas en los que se utilizó el área de figuras planas, particularmente triángulos y algunos cuadriláteros como expresiones para determinar las dimensiones de estas.

Después de encontrar las dimensiones, las preguntas estaban encaminadas a determinar cuánto más largo o ancho era uno del otro.

Los problemas hacían referencia a terrenos (áreas) en los que después de factorizar, se asignaban valores a las variables para encontrar medidas particulares del largo y ancho.

Análisis de la respuesta dadas por P1 a la séptima pregunta:

P1: “*El concepto de factorización fue trabajado fuertemente con situaciones problemas en los que se utilizó el área de figuras planas,*



particularmente triángulos y algunos cuadriláteros como expresiones para determinar las dimensiones de estas.

Después de encontrar las dimensiones, las preguntas estaban encaminadas a determinar cuánto más largo o ancho era uno del otro.”

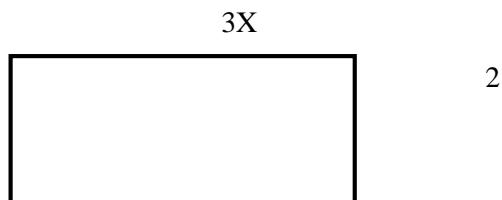
En relación con la anterior respuesta dada por P1, se reconoce lo presentado por Shulman (1987), porque el docente utiliza estrategias didácticas, para identificar que a través de situaciones problemas geométricas, puede fomentar el aprendizaje de la factorización. También, se logra reconocer lo expresado por Ball et al. (2007) porque, el docente hace uso de ese Conocimiento del Horizonte del contenido, que posee acerca de las matemáticas, para identificar objetos de conocimientos propios de geometría, que le permitían a su vez, trabajar un objeto del pensamiento variacional como lo es la factorización; de modo que, ese conocimiento del profesor de matemáticas, le posibilitó realizar una transversalidad entre objetos pertenecientes a dos tipos de pensamiento matemáticos diferentes, el variacional y el métrico. Dicho lo anterior, se considera que esta respuesta se sitúa en las categorías B4 Y D4; en B4, porque el docente de matemática crea estrategias didácticas que le permiten propiciar el desarrollo de los procesos propios del pensamiento variacional, a través de objetos del pensamiento métrico; y en D4, porque da cuenta del conocimiento con horizonte matemático que posee el docente de matemáticas para interrelacionar los objetos de conocimientos dentro de un pensamiento; y para relacionarlos con los diferentes tipos de pensamiento, en este caso el métrico, desde el cual se contribuye al desarrollo del pensamiento variacional.

P1: “*Los problemas hacían referencia a terrenos (áreas) en los que después de factorizar, se asignaban valores a las variables para encontrar medidas particulares del largo y ancho.”*

De la respuesta dada por P1, se logra identificar lo expuesto por Ball et al. (2007) acerca del conocimiento especializado, porque el docente es capaz de reconocer situaciones problemas en las que se debía hallar el área de un terreno, lo cual es propio del pensamiento métrico, para abordar la factorización; en otras palabras, el docente identificó cuales situaciones geométricas le permitían factorizar, y reconocer lo propio de este objeto de conocimiento para promover el desarrollo del pensamiento variacional. De lo expuesto anteriormente, se reconoce que esta respuesta se ubica en las categorías C1 y C2, porque ambas hacen referencia al conocimiento especializado del profesor de matemáticas, pero, en cuanto los procesos, se considera que se ubica en C1, porque al utilizar situaciones problemas con terrenos, se está realizando una representación de la realidad a través de modelos matemáticos; y en C2, porque se reconoce que se al asignar diferentes a valores a las variables se logra acercar a los estudiantes a procesos de generalización en los que comprenda, que dicha letra puede asumir cualquier valor.

Respuesta de P2 a la séptima pregunta:

Integrando el pensamiento geométrico con el variacional, aplicado al perímetro y el área de figuras geométricas planas



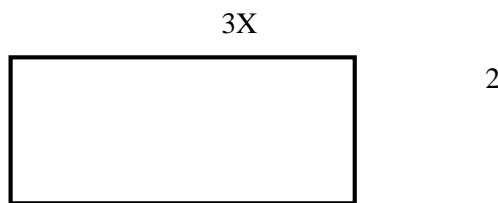
Y luego se hizo con los sólidos, de la misma manera, descomponiéndolos en figura planas y buscando las caras laterales, bases, entre otros.

Análisis de la respuesta dadas por P2 a la séptima pregunta:

P2: “*Integrando el pensamiento geométrico con el variacional, aplicado al perímetro y el área de figuras geométricas planas.*”

De la respuesta dada por P2, se reconoce lo presentado por Shulman (1987), porque el docente utiliza el conocimiento de la didáctica específica, para articular el pensamiento variacional y el pensamiento geométrico; incentivando el aprendizaje de la factorización por medio del concepto de área y perímetro de figuras. Además, se logra reconocer lo expresado por Ball et al. (2007) ya que, el docente hace uso de ese conocimiento especializado y del conocimiento del Horizonte del contenido, que posee de las matemáticas, para identificar objetos de conocimientos propios de geometría, que le permitían a su vez, trabajar un objeto del pensamiento variacional; de modo que, ese conocimiento exclusivo, le posibilitó realizar una transversalidad entre objetos pertenecientes a dos tipos de pensamiento matemáticos; pero para tal fin, el docente debe ser consciente aspectos inmerso en los objetos de conocimiento articulados. Dicho lo anterior, se considera que esta respuesta se sitúa en las categorías B4, C4 y D4; en B4, porque el docente de matemática crea estrategias didácticas para el desarrollo de los procesos propios del pensamiento variacional, en C4, porque da cuenta de un conocimiento disciplinar, especializado y en D4, porque demuestra conocimiento con horizonte matemático para interrelacionar los objetos de conocimientos de diferentes tipos de pensamiento matemático; para contribuye al desarrollo del pensamiento variacional.

P2:



“y luego se hizo con los sólidos, de la misma manera, descomponiéndolos en figura planas y buscando las caras laterales, bases, entre otros”.

De la respuesta dada por P2, se logra identificar lo expuesto por Shulman (1987), acerca del conocimiento disciplinar del contenido y el conocimiento de la didáctica específica; puesto que el docente establece situaciones en las cuales el estudiante debe hacer uso de conocimiento geométricos, como áreas de figuras; para abordar la noción de factorización. Lo que le permite modelar situaciones, generalizar y caracterizar. De igual manera se reconoce lo planteado por Ball et al. (2007) acerca del conocimiento especializado y el del horizonte del contenido, porque el docente demuestra ser consciente de los elementos que giran en torno de los objetos de conocimiento de ambos pensamiento (geométrico y variacional) y además articula estos dos tipos de pensamiento en un solo objeto; hecho que da cuenta que, el docente no ve la matemática como un elemento desarticulado. De lo expuesto anteriormente, se reconoce que esta respuesta se ubica en las categorías A4, B4, C4 y D4, porque el docente demuestra sus conocimientos al intentar incentivar en sus estudiantes el desarrollo de los tres procesos generales del pensamiento variacional; de esto, se considera que se ubica en A4, porque, el docente, da cuenta del conocimiento disciplinar para el desarrollo de los procesos propias del pensamiento Variacional, en B4, porque, el docente refleja conocimiento de la didáctica específica para proponer estrategias didácticas que permitan potenciar la modelación, generalización y caracterización, C4, porque, el docente tiene un conocimiento disciplinar que es exclusivo de las matemáticas y en D4, porque, el docente aplica la transversalidad, para interrelacionar los objetos de conocimiento a lo largo del plan de estudio, con el objetivo de promover el desarrollo de competencias propias del pensamiento Variacional.

4.3.1 Resumen de la segunda implementación de entrevista

Para el abordaje del objeto de conocimiento de la función lineal reconociendo este como unos de los objetos propios y relevantes para el desarrollo del pensamiento variacional, P1, abordó este objeto con situaciones, buscando potenciar el uso de las representaciones: gráficas y algebraica; intentando establecer la relación entre estos elementos, de eso, P2, hizo uso del software de geometría dinámica “GeoGebra” para representar las gráficas, determinar coordenadas y determinar el comportamiento de la gráfica. También, es relevante mencionar que ambos docentes, consideran en establecer la factorización, como otro de los objetos de conocimiento propio del pensamiento variacional y establecen el aprendizaje de este desde el pensamiento geométrico, con el cálculo de área y perímetro de figuras. De acuerdo a las respuestas dadas por P1 y P2 a las preguntas 6 y 7 de la entrevista, se presenta a continuación las siguientes tablas; para presentar las preguntas, las respuestas de los docentes a estas preguntas y las categorías de análisis en las que se ubican las respuestas dadas por los entrevistados.

Tabla 18: Respuesta de la pregunta 6 y las categorías en las que se ubica.

Pregunta	Entrevistado	Respuesta	Categoría de análisis involucradas
Mencione o plantee uno de los objetos de conocimiento propio del pensamiento variacional que abordó durante la pandemia, y describa, ¿de qué forma lo hizo?	P1	<p>El concepto de factorización fue trabajado fuertemente con situaciones problemas en los que se utilizó el área de figuras planas, particularmente triángulos y algunos cuadriláteros como expresiones para determinar las dimensiones de estas.</p> <p>Después de encontrar las dimensiones, las preguntas estaban encaminadas a determinar cuánto más largo o ancho era uno del otro. Los problemas hacían referencia a terrenos (áreas) en los que después de factorizar, se asignaban valores a las variables para encontrar medidas particulares del largo y ancho.</p>	B4, D4, C1 y C2
	P2	<p>Integrando el pensamiento geométrico con el variacional, aplicado al perímetro y el área de figuras geométricas planas</p> <p>3X</p>  <p>Y luego se hizo con los sólidos, de la misma manera, descomponiéndolos en figura planas y buscando las caras laterales, bases, entre otros.</p>	A4, B4, C4 y D4

Tabla 19: Respuesta de la pregunta 7 y las categorías en las que se ubica.

Pregunta	Entrevistado	Respuesta	Categoría de análisis involucradas
Reconociendo que el objeto de conocimiento Función Lineal, es propio del pensamiento variacional, durante la pandemia, ¿Cómo lo abordo?	P1	<p>Se exemplifico situaciones que se pueden trabajar a través del concepto y que generan una línea recta en la representación gráfica. Se abordaron cantidades de problemas que implicaban el uso de la ecuación de la recta para encontrar la relación funcional en su forma algebraica.</p> <p>Se planteó identificar las variables involucradas en los problemas, que permitieran identificar que variable depende de otra. El uso de la expresión algebraica fue esencial para preguntar por diferentes valores de X, para notar el cambio, luego se priorizo el significado e interpretación de la pendiente y la interpretación de las gráficas en situaciones problemas.</p>	A1, B1, B4, C1, C2 y C3
	P2	<p>En primera instancia, se utilizó GeoGebra para representar las gráficas; ubicando puntos en el plano cartesiano y ver el complemento de la línea. Si es creciente o decreciente.</p> <p>Luego se llevó a la realidad a través de ejercicios de aplicación, acordes a la temática tratada.</p>	A4, B1, B4 y C4

Las tablas anteriores indican las categorías en las cuales se ubican las respuestas dadas por los docentes y cada categoría fue establecida por los aportes de Shulman (1987), Rico (2004), Ball et al. (2007).

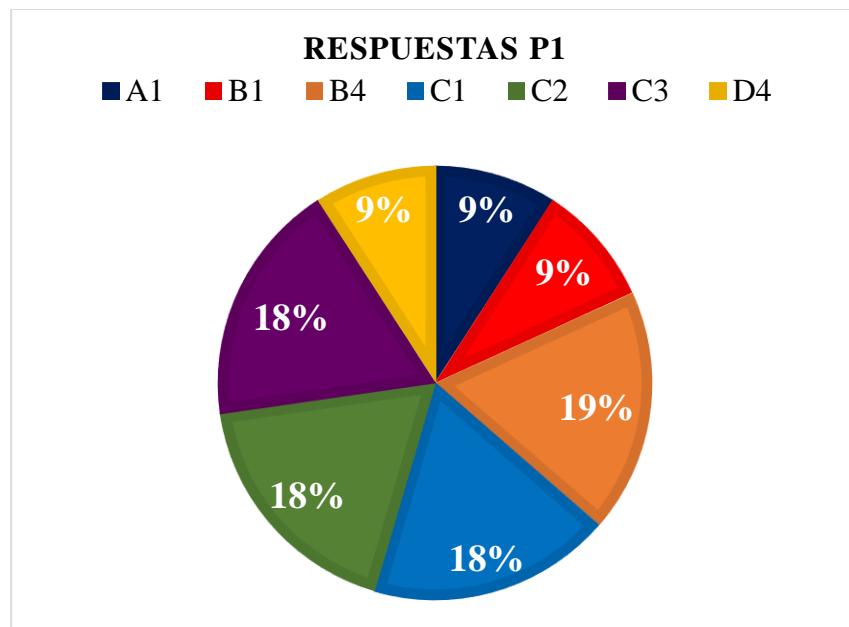
Por este motivo, se presenta la siguiente tabla donde se indica las categorías en las que se ubican las respuestas dadas por cada docente, de acuerdo a los autores en los que se basan dichas categorías.

Tabla 20: Relación entre las categorías en las que se ubica las respuestas de cada docente y los autores.

DOCENTE	SHULAMN (1987)	BALL ET AL. (2007)
P1	A1, B1, B4	C1, C3, C2, D4
P2	A4 B1, B4	C4, D4

De lo anterior, se presentan las siguientes graficas de las respuestas de cada entrevistado; por las respuestas de cada uno se presentan dos gráficas, en la primera se determina el porcentaje de las categorías en las que se ubican las respuestas de los docentes y en la segunda el porcentaje de dichas categorías conforme a los autores en los se sustentan las mismas.

Gráfico 5: Porcentaje de recurrencia de las respuestas de P1



De los resultados en las respuestas dadas por P1, a las dos últimas preguntas de la entrevista, se infiere, que las categorías de análisis con mayor incidencia son B4, C1, C2 y C3; lo que permite resaltar en el educador el conocimiento didáctico y su dominio especializado del contenido matemático, para establecer estrategias de enseñanza que le permita pensarse las forma de abordar objetos de conocimiento para el desarrollo del pensamiento variacional y en esa



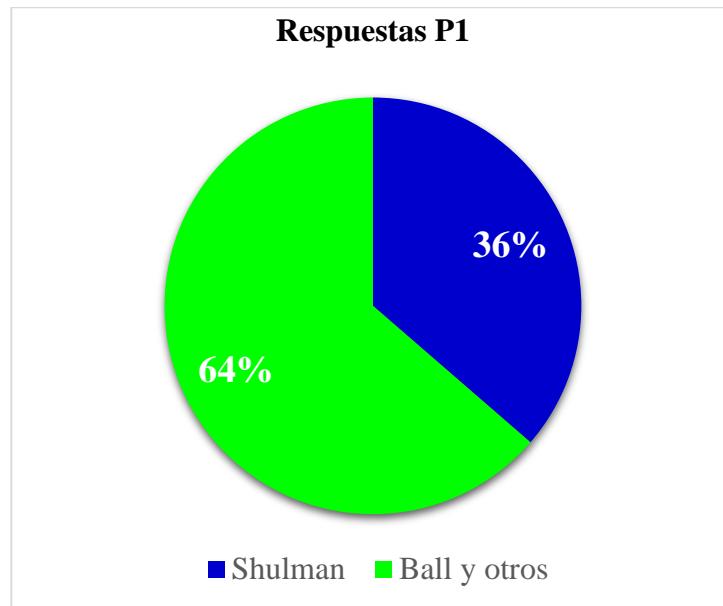
planificación el docente es consciente de: los conocimiento asociados a un objeto de conocimiento, los objetivos a alcanzar y los aprendizajes que quiere desarrollar en sus estudiantes.

Sin embargo, se debe aceptar, que el docente también hace uso de otros conocimientos, como el disciplinar relacionado con el proceso de modelación; que le permite relacionar objetos matemáticos con la realidad, y el conocimiento con horizonte matemático para relacionar distintos tipos de pensamiento matemático; para fomentar la modelación, caracterización y generalización en sus estudiantes; hecho que le ayuda a realizar el acercamiento al desarrollo del pensamiento variacional. Por lo que, también se sitúan sus respuestas en las categorías, A1, B1 y D4; aunque, con una menor proporción a las anteriores.

Por lo anterior, se recalca el reconocimiento de los procesos generales por parte del docente; como elementos a considerar para el desarrollo del pensamiento variacional; ya que, desde los objetos de conocimiento como la función lineal y la factorización el docente hace uso de los procesos generales del pensamiento variacional. En el caso de la función lineal, al modelar situaciones de variación y cambio del contexto de los educandos; lo que le permite establecer las relaciones existentes entre variables o cantidades de las situaciones, además, se debe identificar los elementos del objeto de conocimiento e implementar la representación de dichas situaciones por medio de expresiones algebraicas y gráficas.

En cuanto a, la factorización se hace uso de: expresiones algebraicas para generalizar procesos aritméticos, la aplicación del objeto de conocimiento en espacios reales, la articulación de pensamientos matemáticos y la identificación de características del objeto, como variables, propiedades, métodos y demás.

Gráfico 6: Porcentaje de las categorías de acuerdo con los autores en los se sustentan las mismas.

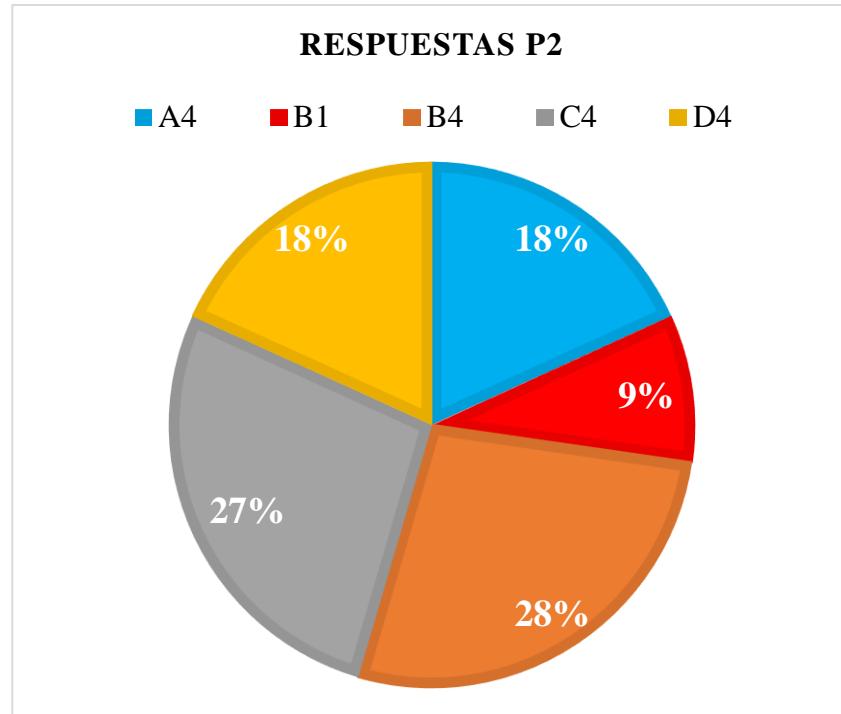


De lo anterior, se puede ratificar, que inconscientemente el docente se identifica con lo planteado por Shulman (1987); ya que, este refleja una estructura mental de las matemáticas, que le permite poner en juego su dominio en los objetos de conocimiento de la función lineal y la factorización; considerándose estos dos objetos de conocimiento, como elementos necesarios y priorizados por el docente para el desarrollo del pensamiento variacional en grado noveno, durante la pandemia. Puesto que, en su respuesta, de acuerdo a la forma como abordo los mismos y lo que incide en su aprendizaje, da cuenta de la necesidad de enseñar estos objetos de conocimiento. Por otro lado, el docente demuestra dominio disciplinar de las matemáticas y un conocimiento didáctico de la misma.

Del mismo modo, se considera de nuevo lo enunciado por Ball et al. (2007), quienes exponen el conocimiento especializado del contenido del docente, para tomar decisiones en el proceso de enseñanza; lo que le posibilita seleccionar objetos de conocimientos y hacer uso del saber disciplinar, pedagógico y didáctico; esto con el propósito de desarrollar competencias en los

estudiantes y fomentar el aprendizaje del pensamiento variacional. Por este motivo, podemos recordar, que los argumentos usados por el docente para acercar a los estudiantes de grado 9º al desarrollo del pensamiento variacional, están enfocados principalmente en lo disciplinar y didáctico.

Gráfico 7: Porcentaje de recurrencia de las respuestas de P2



De acuerdo a las respuestas dadas por P2, se reconoce el conocimiento especializado del docente y el conocimiento del horizonte del contenido; el cual es asociado por este, con los procesos de modelación, generalización y caracterización; ya que, tienen igual importancia en el desarrollo del pensamiento variacional, ya que, sus respuestas son ubicadas en las categorías A4, B4, C4 y D4; las cuales apuntan a estos tres procesos.

Por otro lado, las respuestas se ubican mayormente en las categorías B4 y C4; las cuales permite resaltar el conocimiento didáctico y el conocimiento especializado del contenido; en

segunda instancia se encuentra en la disciplina a enseñar y el conocimiento con horizonte matemático, que ubican su respuesta en las categorías A4 y D4. Todo esto, para tomar decisiones con base en estrategias didácticas, redes conceptuales entre los objetos de conocimiento y el conocimiento matemático del docente para desarrollar en los estudiantes el pensamiento variacional.

De este modo, se evidencia como el educador logra tomar decisiones para priorizar algunos elementos u objetos de conocimiento del pensamiento variacional, resaltando entre ellos el la factorización y función lineal.

Gráfico 8: Porcentaje de las categorías de acuerdo con los autores en los que se sustentan las mismas



De lo anterior, se logra identificar como el docente hace uso de los aportes dados por Shulman (1987) y Ball et al. (2007); ya que, resalta el conocimiento disciplinar que posee el docente de matemáticas para dominar los objetos de conocimiento, articula los objetos de conocimiento matemático y hace uso de estrategias didácticas ; ya que, este le permite no solo reconocer los contenidos a enseñar, sino también la relevancia de enseñarlos e implementar su conocimiento matemático para enseñarlos de manera efectiva.

Por otro lado, Ball et al. (2007), exponen, la transversalidad del conocimiento matemático, que le permite al docente relacionar el objeto de conocimiento de la factorización con el área y perímetro de figuras. De modo que, para el docente la matemática y sus objetos de conocimiento no, dejan de ser visto como entes aislados.

Puesto que, los argumentos con los cuales establece los criterios de selección se basan en aspectos disciplinares y didácticos; donde todos estos elementos intervienen, permitiéndole al docente crear estrategias didácticas, interrelacionar los conocimientos matemáticos y determinar la importancia de enseñar algunos objetos de conocimiento; todo esto, para decidir los elementos propios del pensamiento variacional y acercar a los estudiantes al desarrollo de este.

4.3.2 Síntesis de los resultados y análisis de la segunda implementación

Como síntesis, se tiene que, P1, se identifica con lo propuesto por Shulman (1987); pero, por otro lado, P2 hace uso de lo expuesto por Shulman (1987), Ball et al. (2007). Puesto que, para el primero entrevistado, cobra mayor sentido en la toma de decisiones el conocimiento didáctico y el disciplinar; que lo dotan de herramientas, para determinar las formas como desarrollar el pensamiento variacional; hecho que implica a su vez, tener presente el conocimiento matemático de este pensamiento, para pensar dichas estrategias conforme con los procesos del pensamiento variacional y decidir o seleccionar los objetos de conocimiento que se lo permitirán. Por otro lado, para P2, tiene en cuenta no solo el conocimiento didáctico, sino también, el conocimiento del horizonte matemático y el conocimiento especializado de la disciplina; para establecer: los conocimientos del grado, la relación entre los diversos saberes o pensamiento matemático, la relevancia de los conocimientos en los grados superiores, los conocimientos previos o bases para

un objeto de conocimiento y para el desarrollo de pensamiento variacional en grado noveno. Todo esto con el propósito de tomar decisiones; lo que da cuenta de los argumentos y/o razones de los docentes en la toma de dichas decisiones, para acercar a los estudiantes de grado noveno al desarrollo del pensamiento variacional, durante la pandemia.

Puesto que, en el abordaje de la función lineal, P1, incentivo el uso de expresiones gráficas y algebraicas y fomento establecer relaciones entre los tipos de representaciones; hecho que da cuenta del proceso de generalización y que, a su vez, implica la caracterización para establecer el proceso de correspondencia entre los dos tipos de representación. Además, para formular conjeturas y establecer las relaciones entre cantidades, adicional a eso la asignación de diferentes valores a las variables, ayudo a mostrar la relación de cambio y variación. Por otro lado, P2, hizo uso de herramientas didácticas, que le permitiera visualizar el cambio y la variación; así mismo, identificar las relaciones entre las cantidades y los elementos del objeto de conocimiento.

Por esto, los docentes consideran importantes los procesos de generalización, caracterización y modelación. Convirtiéndose los mismos en pilares fundamentales para el desarrollo del pensamiento variacional; ya que, si se quiere comprender el cambio y la variación, se debe relacionar este, con la realidad y se debe determinar una expresión que represente los patrones y/o relaciones que se establece en dicha situaciones; además de, el uso de representaciones simbólicas que permitan plasmar o determinar por medio de procedimientos una situación; ahora bien se reconoce que para poder representar de manera gráfica, algebraica, tabular, etc., un objeto de conocimiento se debe identificar cada uno de sus elementos. De lo anterior, se logra identificar que, no hay una diferencia entre las decisiones que toma el docente de la institución de carácter privado a la del sector público, entorno a la importancia de abordar los objetos de conocimientos a partir de situaciones de aplicación, entre los que se destacan ambos



docentes reconocen como la función y la factorización, elementos fundamentales para el acercamiento al desarrollo del pensamiento variacional.

5 Capítulo 5: Conclusiones y Recomendaciones

El acto de analizar las decisiones de los docentes de matemáticas, resulta ser una tarea fundamental en el desarrollo de la actividad escolar, en la que se busque que los estudiantes se acerquen al aprendizaje de algún proceso u objeto de conocimiento. Lo anterior visto, desde el abordaje de objetos asociados al pensamiento variacional, genera la necesidad de reconocer las características propias de las matemáticas, inmersa en el pensamiento en cuestión; como lo son algunos procesos generales de modelación, caracterización y generalización, al igual que los objetos de conocimientos derivados de ellos.

En este sentido, se reconoce que la variedad de saberes que intervienen en la toma de decisiones de los docentes para la enseñanza de las matemáticas, y a su vez, de la planeación curricular; permite observar que de una u otra forma, estas razones están motivadas o influenciadas por algún referente o condición que impulsa al actuar o bien a dejar de hacerlo. Bajo esta premisa, se tiene que la llegada de la pandemia COVID – 19, condicionó las formas de interactuar de los docentes con los estudiantes, y a su vez, priorizar las formas como se abordaban los objetos que posibilitaban que los estudiantes se acercaran a algún objeto de conocimiento, permitiendo en sí, poner a flote la esencia de la docencia, que es, pensarse la educación.

Por lo anterior, entre los elementos influyente en la toma de decisiones, se encuentran: el dominio que debe poseer el docente de matemática en: el conocimiento disciplinar de contenido a enseñar, el conocimiento de la didáctica específica, el conocimiento especializado del contenido para determinar el trasfondo de cada objeto, el conocimiento trasversal del contenido y el conocimiento curricular para la organización, planeación, análisis y evaluación de una propuesta curricular.



Por otro lado, tomando en consideración los objetivos específicos que establecieron la ruta de esta indagación, se tiene que, la entrevista, dialogo o interacción con pares académicos dan a conocer razones utilizadas por los docentes, para seleccionar los elementos relevantes en el desarrollo del pensamiento matemático, en este caso, el variacional. De modo que, se puedan diferenciar que, en esta etapa, permean distintos procesos, tales como; la generalización, modelación y caracterización, que, para realizar dicho acercamiento al pensamiento en cuestión, se debe comprender la variación y el cambio; los cuales son considerados pilares para tal fin.

Ahora bien, en el proceso de la formulación curricular se debe establecer relaciones entre el conocimiento disciplinar y el conocimiento didáctico; determinando así, los conocimientos previos para los objetos que serán abordados en grado noveno; los cuales deben ser desarrollados en los grados anteriores. Además, el docente debe pensarse los objetos de conocimientos necesarios para los grados siguientes o de educación media y, por otro lado, debe considerar las dificultades de sus estudiantes; sin dejar de lado los referentes teóricos de calidad (lineamientos curriculares, estándares básicos de competencias, DBA, etc.), las relaciones entre el conocimiento o contenido matemático y los aspectos esenciales de cada uno.

Además, al establecer categorías de análisis para determinar los criterios sobre la forma como los docentes toman las decisiones, se logró valorar desde referentes disciplinares y didácticos, las razones dadas por los docentes, para acercar a los estudiantes al desarrollo del pensamiento variacional. Hecho, en el que se vincularon los aspectos disciplinares y didácticos del marco de referencia conceptual; los cuales, permean el conocimiento del educador matemático y que, en la actividad de decidir deben ser articulados; estos están asociados, a los procesos generales del pensamiento variacional y las competencias o capacidades disciplinares, curriculares y didácticas del docente; resaltando así, primero, el dominio disciplinar del educador para fomentar

por lo menos, uno de los procesos generales del pensamiento variacional y central su atención en el desarrollo de competencias matemáticas arraigadas a tal pensamiento; segundo, el conocimiento para la articulación de los saberes matemáticos a lo largo de los diversos niveles escolares y de los distintos pensamientos matemáticos, dejando ver las matemáticas como un ente organizado; tercero, el conocimiento matemático superior del educador; que le permita ser consciente de la génesis de la disciplina, del pensamiento de interés y de los procesos y objetos propios de este pensamiento; cuarto, la propiedad en el diseño curricular para identificar, seleccionar, organizar y secuenciar las competencias, procesos y objetos de conocimiento asociados al pensamiento variacional; y finalmente, el dominio en el conocimiento didáctico para la selección de metodologías o estrategias didácticas para la enseñanza y fomento del pensamiento variacional.

Todos estos elementos giran alrededor de la toma de decisiones, algunos en menor o mayor escala dependiendo de la perspectiva del educador que realiza la acción; pero, aun así, todos intervienen entre si al momento de decidir; por este motivo, aunque las decisiones del docente están más arraigadas al enfoque curricular, al disciplinar o didáctico; independiente del enfoque, se articula los elementos disciplinares propios del pensamiento variacional. Por tal motivo, los fundamentos teóricos no deben ser aislados; si no por el contrario, siempre estarán presente en la toma de decisiones.

Ahora bien, con respecto a los elementos que se tuvieron como base para esta indagación, se lograron extraer las siguientes conclusiones:

Con respecto a la pandemia por Covid-19, es importante reconocer que la educación ha sufrido grandes cambios entorno a la implementación del currículo. En particular, en la educación matemática, esta situación conllevo a que los docentes realizaran ajustes a su planificación curricular, ya que tuvieron que realizar una priorización de los objetos de conocimiento a enseñar.

Esta emergencia ha demostrado la importancia de que los docentes reflexionen acerca de su planificación curricular, en aras de contribuir al mejoramiento del proceso de enseñanza de las matemáticas.

En este sentido, se reconoce que llegada de la pandemia aumento el nivel de dificultad en la toma de decisiones y agudizo la necesidad de realizar la misma; por ese mismo motivo, el pensarse el proceso de enseñanza se convierte en una tarea más compleja; que requería tener claro el propósito de enseñar el pensamiento variacional y a su vez, que el docente pusiera en juego los diversos conocimientos asociados a su rol como educador; ya que, el proceso de adaptación a una situación inesperada y los cambios producto de la misma; implicó un proceso de selección riguroso para enfrentar tal desafío y poder establecer un currículo que se adaptara a las necesidades de la actualidad y que de igual manera, permitiera el desarrollo del pensamiento matemático; como lo es el pensamiento variacional. Hecho que, destaca el dominio del conocimiento curricular que debe poseer el docente, para realizar el proceso de selección; sin desmeritar, ni dejar de lado, el conocimiento disciplinar y didáctico.

En relación con la toma de decisiones, es fundamental que los docentes de matemáticas reconozcan que el acto de seleccionar los objetos a enseñar e implementarlos, convoca la toma de decisiones que involucran los siguientes elementos: los referentes curriculares, didácticos y teóricos; el conocimiento del contenido a enseñar, la relación entre los objetos de conocimiento y la importancia de conocer la naturaleza del objeto, para luego poder convertirlo en un objeto a enseñar sin desvirtuar su esencia.

Referente al pensamiento variacional, para la planificación curricular se tiene como eje principal, lo expuesto por el Ministerio de Educación Nacional acerca de este pensamiento

matemático en los lineamientos curriculares, estándares básicos de competencia y derechos básicos de aprendizaje, etc. Es de suma importancia, que los docentes reconozcan los procesos inherentes a cada pensamiento matemático que permitan el desarrollo del mismo, con el objetivo de que a través de los objetos se pueda potenciar dicho pensamiento. De manera específica, se reconoce que la modelación, generalización y caracterización son procesos que aportan a promover el desarrollo del pensamiento variacional.

En sumo, logramos concluir lo siguiente; al pensarse la educación y particularmente, tomar decisiones para el desarrollo de pensamiento o aprendizaje de un objeto de conocimiento, se involucra los tres tipos de conocimiento que hacen parte del saber del docente; los cuales son: el conocimiento curricular, el conocimiento disciplinar y el conocimiento didáctico. Cuyos conocimientos son entrelazados y utilizados por el docente dependiendo de la perspectiva del educador; el cual, puede enfocarse mayormente en uno de estos conocimientos, pero sin dejar de lado los otros, lo que implica, una vinculación constante de aquellos.

Ya que, al pensarse la enseñanza de las matemáticas; que es la disciplina en la cual se enfoca nuestro trabajo, se debe pensar en que, como, cuando, con qué y donde enseñarlo. Lo cual se puede asociar a el contenido a enseñar, la metodología a utilizar, el objetivo a alcanzar y el grado o las personas a las que se les enseñara. Por tanto, estos conocimientos están siempre compenetrados y no se puede desligar uno de otro.

Dicho de otra manera, en palabras coloquiales, al tomar decisiones en la enseñanza de las matemáticas en tiempos de pandemia o no, el docente hace uso del conocimiento disciplinar, curricular y didáctico. Por lo cual, durante la emergencia sanitaria se debió reflexionar sobre la educación; priorizar saberes, cambiar las formas de enseñar, etc.; lo que implico tomar decisiones de forma cuidadosa debido a la dificultades y necesidades del momento.



5.1 Recomendaciones

Desde esta propuesta de indagación, se pretende aportar algunas reflexiones al campo de la educación matemática que se consideran fundamentales en el proceso de enseñanza. A continuación, se presentan algunas recomendaciones que pueden servir como insumo para el mejoramiento de las dificultades identificadas en esta propuesta.

Es relevante precisar, que esta situación de emergencia sanitaria, deja una reflexión en la que los docentes deben de reconocer que hay unos aprendizajes que cobran mayor relevancia que otros según sea la situación en la que se encuentren; y a su vez, deben entender la importancia del manejo de las nuevas tecnologías de la información en los el proceso de enseñanza, ya que aparte de lo disciplinar, esto les permite tener muchos más elementos para poder decidir esos objetos que a ser enseñados bajo la modalidad virtual; dado que, si no se tiene un dominio de las herramientas tecnológicas, solo se priorizaran los objetos que los docentes sepan enseñar en lo virtual, mas no todos los objetos necesario para el desarrollo delos diferentes pensamientos matemáticos.

Cabe resaltar que, es indispensable que los docentes de matemática no solo posean un conocimiento común, sino uno especializado que sea exclusivo de la enseñanza de las matemáticas, porque este posibilita la toma de decisiones en todas las etapas de la implementación del currículo; de manera particular, es de suma importancia reconocer que es una necesidad, que los docentes de matemáticas para la planificación curricular, tengan un conocimiento especializado de las matemáticas, que les permita priorizar algunos objetos de conocimientos más que otros, en aras de potenciar el desarrollo de un terminado pensamiento matemático. En ese mismo sentido, el docente además de poseer un conocimiento disciplinar, es crucial que tenga un conocimiento de la didáctica específica de dicha área, la cual le permita tomar decisiones en la

implementación del currículo para poder idear estrategias didácticas y metodológicas que contribuyan al buen desarrollo del proceso de enseñanza y a su vez estimular el desarrollo de pensamiento matemático en los estudiantes.

En ese mismo sentido, la planificación curricular es una actividad inherente a la labor del docente, de modo que, es fundamental que los docentes posean unas competencias y capacidades que les permitan por un lado, reconocer las relaciones existentes entre las matemáticas a lo largo del plan de estudio, con el objetivo de no trabajar con los objetos como entes aislados sino que tejan relaciones entre los diferentes contenidos; por tanto, es necesario que el docente sea capaz de organizar los diferentes objetos de conocimiento pertenecientes a un grado o nivel, teniendo en cuenta los referentes de calidad, pero también reconociendo las dificultades que tienen los estudiantes.

Ahora bien, sería relevante extender la mirada hacia futuras investigaciones en las que se pueda conocer otros factores que incidan en la toma de decisiones, uno de esos elementos puede ser el proyecto educativo institucional (PEI) o proyecto educativo comunitario (PEC); en aras de recolectar información acerca de si tiene o no en cuenta, lo propio de cada institución, para la toma de decisiones de los objetos a enseñar en el área de matemáticas.

Referencias

- Ball, D.L., Thames, M.H., & Phelps, G. (2007). Content knowledge for teaching: What makes it special? <https://acortar.link/yCRLw3>
- Caballero, M. y Cantoral, R. (2013). *El desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional entre profesores de bachillerato*. En Flores, Rebeca (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (pp. 1585-1593). México. <https://n9.cl/cbjj1>
- Caballero, M. y Cantoral, R. (2013). Dificultades en el desarrollo del pensamiento variacional en profesores de bachillerato. En Sosa, Landy; Hernández, Judith; Aparicio, Eddie (Eds.), *Memoria de la XVI Escuela de Invierno en Matemática Educativa* (pp. 274-281). <http://redcimates.org/test/>
- Cabrera, N. (2019). Conocimiento Matemático sobre el Álgebra Moderna en la formación de profesores de matemáticas en la Universidad del Valle [*Tesis de pregrado, Universidad del valle*]. Biblioteca digital Univalle. <https://n9.cl/bkell>
- Camargo (2018). Estrategias cualitativas de investigación en Educación Matemática. Recursos para la captura de información y el análisis.
- Cen, M. y Zapata, Y. (2018). La reconceptualización en matemáticas. Hacia su importancia en la formación docente. <https://n9.cl/shr2d>

- Comisión Económica para América Latina y el caribe y Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (2020). La educación en tiempos de la pandemia de COVID-19. <https://n9.cl/oc77>
- Dávila, W. (2018). *Desarrollo de Pensamiento Variacional en Estudiantes de Secundaria, mediado por GeoGebra* [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Unal. <https://n9.cl/6o8lj>
- Friz, M., Sanhueza, S. y Sánchez, A. (2009). Conocimiento que poseen los estudiantes de pedagogía en dificultades de aprendizajes de las matemáticas. <https://n9.cl/ru5hh>
- Herrera, J. (2017). La investigación cualitativa. <https://acortar.link/oSbOBf>
- Instituto Comercial del Pacifico. (s.f.). [Fotografía del Instituto Comercial Del pacifico] Recuperado el 4 de septiembre del 2021 <https://n9.cl/7j41q>
- Malomap. (s.f.). [Fotografía de la Institución Educativa Normal Superior Juan Ladrilleros]. Recuperado el 4 de febrero del 2022 en <https://n9.cl/x1mou>
- Matesfacil. (s.f.). [Imagen de una matriz] Recuperado el 15 de febrero del 2022 en <https://n9.cl/thl725>

- Matesfacil. (s.f.). [Imagen de una matriz de coeficientes] Recuperado el 15 de febrero del 2022 en <https://n9.cl/25y9e>
- Matesfacil. (s.f.). [Imagen de una matriz de incógnitas y términos independientes] Recuperado el 15 de febrero del 2022 en <https://n9.cl/34ubx>
- MEN. (1998). Lineamientos Curriculares Matemáticas. <https://n9.cl/mlgt6>
- MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencia. <https://n9.cl/cey3>
- MEN (2020). DIRECTIVA No. 011. <https://n9.cl/jwrmq>
- Moral, C. (2000). Formación para la profesión docente. <https://n9.cl/w3ppi>
- Moreno, E. y Mateus E. (2020). Desarrollo del Pensamiento Variacional para la Enseñanza de Nociones Preliminares de Cálculo. Una Experiencia de Aula en la Educación Básica. <https://acortar.link/WxVzEh>
- Ortiz, D. y Espinosa, L. (2012). *Decisiones didácticas del profesor en una secuencia didáctica que integra un AGD respecto a la proporcionalidad en grado séptimo*. [Tesis de Maestría, Universidad del Valle]. <https://n9.cl/2g8rg>

- Pinto, J. y Gonzales, M. (2008). El conocimiento didáctico del contenido en el profesor de matemáticas: ¿una cuestión ignorada? <https://n9.cl/sqtsds>
- Rico, L., (1995). Consideraciones sobre el currículo escolar de matemáticas. *Revista EMA*, Vol. 1, N.º 1, 4-24. <https://n9.cl/oy9f3>
- Rico, L. (2004). Reflexiones sobre la formación inicial del profesor de matemáticas de secundaria. Profesorado. *Revista de curriculum y formación del profesorado*, 8(1), 1-15. <https://n9.cl/dm3a4>

6 Anexos

6.1 Primer Formato De La Entrevista



UNIVERSIDAD DEL VALLE SEDE PACÍFICO
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ENFASIS EN MATEMÁTICAS

FECHA:

NOMBRE:

INSTITUCIÓN:

AÑOS DE EXPERIENCIA:

OBJETIVO

Conocer los factores que inciden en la toma de decisiones para acercar a los estudiantes del grado noveno al desarrollo del pensamiento variacional durante la emergencia sanitaria por Covid-19.

ENTREVISTA

1. ¿Qué factores le permitieron decidir los aprendizajes u objetos de conocimientos que debía abordar, para acercar a los estudiantes del grado noveno al desarrollo del pensamiento variacional?
2. ¿Con base a qué, se pudieron organizar criterios, que permitieran que un estudiante movilizara pensamiento variacional?
3. ¿Cuáles fueron las competencias que consideró fundamentales para desarrollar el pensamiento variacional en el grado noveno?
4. ¿Qué cambios surgieron en cuanto a la planeación curricular del pensamiento variacional en el grado noveno, durante la pandemia?
5. Describa las razones, si fue o no necesario en Pandemia, hacer ajustes a su propuesta curricular, que permite que los estudiantes de grado noveno se acerquen al desarrollo del pensamiento variacional

6.2 Segundo Formato De La Entrevista



UNIVERSIDAD DEL VALLE SEDE PACÍFICO
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ENFASIS EN MATEMÁTICAS

FECHA:

NOMBRE:

INSTITUCIÓN:

AÑOS DE EXPERIENCIA:

OBJETIVO

Conocer los factores que inciden en la toma de decisiones para acercar a los estudiantes del grado noveno al desarrollo del pensamiento variacional durante la emergencia sanitaria por Covid-19.

ENTREVISTA

1. ¿Qué elementos le permitieron decidir sobre los aprendizajes u objetos de conocimientos, que debe abordar para acercar a los estudiantes del grado noveno, al desarrollo del pensamiento variacional?
2. ¿Con base a qué se pudieron determinar criterios, que permitieran que un estudiante movilizara pensamiento variacional?
3. ¿Cuáles fueron las competencias que consideró fundamentales para desarrollo del pensamiento variacional en el grado noveno?
4. ¿Qué cambios surgieron en cuanto a la planeación curricular del pensamiento variacional en el grado noveno, durante la pandemia?
5. Describa las razones, si fue o no necesario en Pandemia, hacer ajustes a su propuesta curricular, que permite que los estudiantes de grado noveno se acerquen al desarrollo del pensamiento variacional.



UNIVERSIDAD DEL VALLE SEDE PACÍFICO
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ENFOQUE EN MATEMÁTICAS

6. Reconociendo que el objeto de conocimiento Función Lineal, es propio del pensamiento variacional, durante la pandemia, ¿Cómo lo abordó?
7. Mencione o plantee uno de los objetos de conocimiento propio del pensamiento variacional que abordó durante la pandemia, y describa, ¿de qué forma lo hizo?

6.3 Resultados De La Primera Implementación De La Entrevista

6.3.1 Resultados de la primera implantación de la entrevista del profesor 1

Institución: Iacob del Pa. Instituto Comercial del Pacífico
Años de exp: 4.

1. En general para abordar los contenidos para el desarrollo del pensamiento variacional en el área de matemáticas se consideró abordar los temas que estaban privilegiados en los derechos básicos de aprendizajes pues ellos ofrecen una orientación sobre los procesos y en cierta medida los contenidos que se deben adquirir como mínimo en cada grado.

Por otro lado, se tuvo en cuenta aquellos contenidos y procesos que fueron posible de explicar o abordar a través de las clases virtuales y que además los fueron a necesitar en los siguientes grados.

2. Para que los estudiantes morillaran P.V, se priorizaron temas específicos que ayudaron para tales fines, temas en los que los estudiantes lograron tener acercamientos con situaciones de cambio. En particular, las relaciones funcionales con comportamiento lineal fueron trabajadas pues en consideradas sesiones de clases, para que lograran ver y trabajar con todas las representaciones posibles del objeto, al mismo tiempo que las aplicaciones de éstos con situaciones de la vida cotidiana, pues rápidamente le encontraron sentido a lo trabajado.

Por otro lado, para la modelación y la solución de problemas se priorizó los S.C.L en los que los estudiantes podían identificar las variables, los datos importantes, convertir los enunciados en ecuaciones y finalmente hallar la solución, que por cierto, eran contrastados con situaciones comunes.

3. Competencias fundamentales:

- * Comunicación (se priorizó el reconocimiento y significado de las variables)
 - * Resolución de problemas
 - * Modelación
 - * E
- } Se priorizó el uso de diferentes representaciones y identificar los elementos importantes de cada problema.

4.0 En primer lugar, se pudo usar diferentes herramientas digitales que permitían observar mejor las representaciones o objetos matemáticos.

- Se omitieron temas que no fueron tan necesarios para grados posteriores y para otros aprendizajes.
- En cuanto a la forma de observar los aprendizajes, se priorizó el discurso como elemento para identificar lo que estaban asimilando los estudiantes y con respecto a la solución de problemas, qué datos tenían en cuenta para general espacios de retroalimentación.

5. Fue necesario hacer ajustes por las siguientes razones:

- El tiempo destinado a cada sesión se hizo más corto por lo que se debía ser preciso, es decir, abordar contenidos y situaciones con poco nivel de complejidad. (Reducir temas)
- El contacto directo con los estudiantes era imposible luego entonces, las fuión de ver cómo trabajaban y, lo que pensaban sobre ciertos contenidos se basó más en sus argumentaciones y procedimientos enviados a la plataforma.
- Proponer situaciones problemáticas más que ejercicios, y que además fueran propios o modificados, pues el acceso a internet les permitía encontrar muchos resultados sin un proceso de análisis.
- Dedicar más tiempo a los contenidos más relevantes.

6.3.1.1 Evidencia de la primera implementación de la entrevista al profesor 1



6.3.2 Resultados de la primera implementación de la entrevista del profesor 2

Institución = Normal Superior Juan Lodilleros

Experiencia = 31 años

Entrevista

1. ¿Qué factores le permitieron decidir los aprendizajes y objetos de conocimientos que debía abordar, para acercar a los estudiantes del grado noveno al desarrollo del pensamiento Variacional?

Los factores los podemos organizar en 2 etapas.; la primera fue obteniendo los resultados de realizar la prueba diagnóstica para el grado correspondiente y de acuerdo a estos, se determinan las fortalezas y debilidades, lo que permiten realizar los refuerzos necesarios y las programaciones del área a futuro; y la Segunda etapa es la aplicación de estos conceptos en los diferentes contextos especialmente en el geométrico - métrico; lo que permitió avanzar en varios pensamientos y tener al mismo tiempo.



Dia ____ Mes ____ Año ____

Luis Mar. Mejía 11/2018



2. ¿Con base a qué, se pudieron organizar criterios, que permitieran que un estudiante movilizara pensamiento variacional?

Con base a la prueba diagnóstica, a la planificación organizada desde los estándares básicos de Competencias, los derechos básicos de aprendizajes (dba), las evidencias de aprendizajes y la aplicación de estos en los diferentes contextos.

Día	Mes	Año	Lunes	Martes	Miércoles	Viernes	Sábado
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="checkbox"/>				

3. ¿Cuáles fueron las competencias que consideró fundamentales para desarrollar el pensamiento variacional en el grado noveno?

Razonamiento, Resolución de problemas, y la Comunicación.



Dia ____ Mes ____ Año ____

Lunes Martes Miércoles Jueves Viernes Sábado Domingo



4. ¿Qué cambios surgieron en cuanto a la planeación curricular del pensamiento variacional en el grado noveno, durante la pandemia?

⇒ Tocó realizar refuerzo de los temáticos de los años anteriores, que eran Conocimiento previo para Comprender los temas Siguientes; por qué la prueba diagnóstica arrojó resultados no esperados, es decir, los estudiantes no habían asimilado los conocimientos del grado anterior

Dia	Mes	Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
-----	-----	-----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

5. Describo las razones, si fue o no necesario en pandemia, hacer ajustes a su propuesta curricular, que permite a los estudiantes de grado noveno se acerquen al desarrollo del pensamiento Variacional?

⇒ 1º Dificultades al resolver la prueba diagnóstica

2º Poco conocimiento del manejo de Variables y de ecuaciones en los estudiantes

3º Dificultad en la realización de operaciones básicas

4º Poca asimilación de los contenidos del grado anterior

6.3.2.1 Evidencia entrevista al profesor 2.



6.4 Resultados De La Segunda Implementación De La Entrevista

6.4.1 Resultados de la segunda implementación de la entrevista del profesor 1

6. Inicialmente se intentó acercarlos a la definición de función a través de situaciones cotidianas.

Se exemplificó situaciones que se pueden trabajar a través del concepto y que generan una recta en la representación gráfica.

Se abordaron cantidad de problemas que implicaran el uso de la ecuación de la recta para encontrar la relación funcional en su forma algebraica.

Se planteó identificar las variables involucradas en los problemas, que permitieran identificar qué variable depende de otra. El uso de la expresión algebraica fue esencial para preguntar por diferentes valores de x , para notar el cambio, luego se priorizó el significado e interpretación de la pendiente y la interpretación de gráficas en situaciones problemas.

7. El concepto de factorización fue trabajado fuertemente con situaciones problemas en los que se utilizó el área de figuras planas, particularmente triángulos y algunos cuadriláteros como expresiones algebraicas para determinar las dimensiones de éstos.

Después de encontrar las dimensiones, las preguntas estaban encaminadas a determinar cuánto más largo o ancho era uno del otro.

los problemas hacían referencia a terrenos (áreas) en los que después de factorizar, se asignaba valores a los variables para encontrar medidas particulares del largo y ancho del terreno.

6.4.1.1 Evidencia de la segunda implementación de la entrevista al profesor 1



6.4.2 Resultados de la segunda implementación de la entrevista del profesor 2

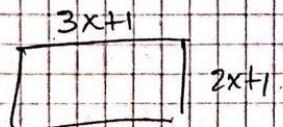
6. Reconociendo que el objeto de conocimiento Función lineal, es propio del pensamiento Variacional, durante la pandemia, ¿Cómo lo abordó?

En primera instancia se utilizó geogebra para representar las gráficamente ubicando puntos en el plano cartesiano y ver el comportamiento de la línea si era creciente o decreciente.

Luego se llevó a la realidad a través del ejercicio de aplicación acordes a la temática tratada.

7. Mencione o plantee uno de los objetos de conocimiento propio del Pensamiento Variacional que abordó durante la pandemia y describa, ¿De qué forma lo hizo?

Integrando el pensamiento geométrico con el Variacional aplicado al perímetro y el área de figuras geométricas planas.



y luego se vio en los sólidos de la naturaleza descompuestos en figuras planas y buscando las caras laterales, base, entre otros

6.4.2.1 Evidencia de la segunda implementación de la entrevista al profesor 2



