

UN ANALISIS AL USO DE LAS GUIAS DE APRENDIZAJE EN  
MATEMATICAS, PARA LA APROXIMACION A LOS CONCEPTOS DE  
SEMEJANZA Y CONGRUENCIA EN TRIANGULOS APARTIR DE LAS  
ACTIVIDADES COGNITIVAS DE VISUALIZACION Y RAZONAMIENTO  
CON Y SIN MEDIACION DOCENTE.

ANA MILENA CAICEDO RUIZ  
MARGARETH JULIETH MONDRAGON MORENO

UNIVERSIDAD DEL VALLE  
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA  
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA  
BUENAVENTURA  
2022

**UN ANALISIS AL USO DE LAS GUIAS DE APRENDIZAJE EN  
MATEMATICAS, EN LA APROXIMACION A LOS CONCEPTOS DE  
SEMEJANZA Y CONGRUENCIA EN TRIANGULOS APARTIR DE LAS  
ACTIVIDADES COGNITIVAS DE VISUALIZACION Y RAZONAMIENTO  
CON Y SIN MEDIACION DOCENTE.**

**ANA MILENA CAICEDO RUIZ  
MARGARETH JULIETH MONDRAGON MORENO**

**Trabajo de Grado para optar el título de  
LICENCADO EN EDUCACION BASICA CON ENFASIS EN MATEMATICAS**

**DIRECTORA  
HILDA MARLETH PALACIOS**

**UNIVERSIDAD DEL VALLE  
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA  
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA  
BUENAVENTURA  
2022**

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

## DEDICATORIA

*A mis padres Evaristo Mondragón Guaitoto y Jurani Susan Moreno Hurtado que, con su apoyo incondicional en mi formación personal y profesional, comprensión, perseverancia y motivación constante permitieron la culminación de este nuevo proyecto en mi vida.*

*A mis hermanos, May Enrique Mondragón Moreno, Ahilin Alondra Mondragón Moreno y Ronal Armando Mondragón Camacho por ser el combustible que me permite seguir luchando día a día, mis abuelos Evaristo Mondragón Viveros, Rosa Elena Hurtado Mosquera y Rodolfo Moreno por todo el apoyo y comprensión brindada.*

***Margareth Julieth Mondragón Moreno.***

*A mis padres, Fredy Caicedo y Carmen Ruiz por su apoyo en el recorrido de este proceso.  
A mi esposo Darwin Castañeda por su apoyo y fuente de inspiración.*

***Ana Milena Caicedo Ruiz.***

## **AGRADECIMIENTO**

Primeramente, gracias a Dios por permitirnos culminar esta nueva etapa en nuestra vida, después de adversidades, risas, tristezas y nuevos comienzos, hoy podemos decir ¡lo logramos! A nuestros padres, por ese apoyo incondicional y desinteresado, por el amor y comprensión que nos empujó y mantuvo siempre centradas en conseguir nuestros sueños. A nuestros familiares por el apoyo incondicional, lo cual permitió que siguiéramos fuertes y perseverantes a conseguir nuestros propósitos.

A nuestra asesora, que más que una docente de apoyo consideramos como una maestra y amiga Hilda Marleth Palacios por la paciencia, amor y dedicación con la que dirigió este trabajo de investigación, además de lo aportado a nuestra formación académica y personal.

A la universidad del Valle sede Pacifico por permitirnos nuestra formación como profesionales competentes y capaces. Por último, a nuestros compañeros, amigos y docentes los cuales representaron un cúmulo de saberes y experiencias las cuales fueron de mucha ayuda y apoyo para nosotras.

## **RESUMEN**

El presente trabajo de investigación describe de manera general la forma en la que se promovió la aproximación a un conjunto de estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa República de Venezuela (IERV) del distrito de Buenaventura a los conceptos de semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento propuestas por Duval, utilizando como herramienta didáctica la guía de aprendizaje en la que se articulan elementos relacionados con los conceptos desde lo geométrico. Para tal fin se implementaron dos guías de aprendizaje cuya estructura asumió la propuesta por el Ministerio de Educación Nacional.

Este ejercicio de investigación, se desarrolló a través de una metodología cualitativa bajo un estudio de caso, en que se realizaron dos intervenciones bajo dos dinámicas diferentes, una sin mediación docente y la con mediación docente.

En este trabajo se resalta por un lado la necesidad de la mediación de un docente en el proceso de aprendizaje, cuando no se cuenta con una cultura de trabajo autónomo en poblaciones con características como la considerada en nuestro caso y por otro lado la influencia de las actividades cognitivas de la visualización y el razonamiento, cuando se abordan conceptos que conllevan propiedades y características que deben ser tenidas en cuenta para su comprensión.

**Palabras claves:** Guía de aprendizaje, Visualización, Razonamiento, Semejanza en triángulos y Congruencia en triángulos.

**TABLA DE CONTENIDO**

RESUMEN .....	III
INTRODUCCIÓN .....	1
CAPÍTULO I. ASPECTOS GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN .....	3
1.1    Planteamiento del problema .....	3
1.2    Objetivos.....	6
1.2.1    Objetivo general.....	6
1.2.2    Objetivos específicos .....	6
1.3    Marco contextual .....	7
1.4    Justificación.....	9
CAPÍTULO II. MARCO DE REFERENCIA TEORICO .....	13
2.1    Perspectiva curricular .....	14
2.1.1    Aspectos relacionados con el pensamiento espacial.....	14
2.1.2    Aspectos relacionados con el pensamiento métrico .....	16
2.2    Perspectiva didáctica .....	17
2.2.1    La guía de aprendizaje .....	17
2.3    Perspectiva cognitiva.....	22
2.3.1    Visualización .....	22
2.3.2    Razonamiento .....	24
2.4    Perspectiva matemática .....	25
2.4.1    Congruencia entre figuras geométricas.....	26
2.4.2    Semejanza entre figuras geométricas.....	31
CAPÍTULO III. ASPECTOS METODOLÓGICOS .....	36
3.1    Momento 1. Preparatoria .....	39
3.1.1    Diseño de las actividades.....	39
3.1.2    Diseño de instrumento de análisis .....	49
3.2    Momento 2. implementación.....	52
CAPÍTULO IV. ANALISIS .....	57
4.1    Análisis inicial .....	57
4.1.1    La guía de aprendizaje como herramienta metodología para el aprendizaje.....	57
4.2    Análisis final.....	66
4.2.1    Una mirada desde el desarrollo de las guías de aprendizaje .....	67
4.2.2    Los procesos cognitivos como facilitadores en el aprendizaje de la semejanza y la congruencia.....	68
4.2.3    Desde la aproximación a los conceptos .....	70

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

CAPITULO V. CONCLUSIONES .....	71
BIBLIOGRAFÍA .....	75
ANEXOS .....	78

## **ÍNDICE DE TABLAS**

Tabla 1. Resultados cuatrienio- Razonamiento y Resolución, Institución Educativa República de Venezuela.....	5
Tabla 2. Aprendizajes y evidencias evaluados por el icfes en pruebas saber 9° .....	11
Tabla 3. Diseño de rejilla de análisis. ....	51
Tabla 4. Rejilla de análisis- guía congruencia .....	59
Tabla 5. Rejilla de análisis - guía de semejanza. ....	63

## ÍNDICE DE ILUSTRACIÓN

Ilustración 1. Fachada de la Institución Educativa República de Venezuela -----	7
Ilustración 2. Estructura de guía de aprendizaje propuesta por el MEN.-----	19
Ilustración 3. Explicación de partes de la estructura de guía propuesta por el MEN. -----	20
Ilustración 4. Congruencia entre segmentos (métrico)-----	26
Ilustración 5. Congruencia entre segmentos (geométrico) -----	27
Ilustración 6. Congruencia entre ángulos -----	27
Ilustración 7. Congruencia entre figuras geométricas-----	28
Ilustración 8. Correspondencia entre lados y ángulos -----	29
Ilustración 9. Criterio de congruencia LAL -----	30
Ilustración 10. Criterio de congruencia ALA -----	30
Ilustración 11. Criterio de congruencia LLL. -----	31
Ilustración 12. Semejanza en triángulos -----	32
Ilustración 13. Proporcionalidad entre magnitudes. -----	33
Ilustración 14. Criterio de semejanza AAA -----	34
Ilustración 15. Triángulos semejantes. Criterio LAL -----	34
Ilustración 16. Triángulos semejantes. Criterio LLL.-----	35
Ilustración 17. Momentos de la investigación.-----	37
Ilustración 18. Actividad uno-guía de congruencia. -----	41
Ilustración 19. Actividad uno - guía de congruencia. -----	42
Ilustración 20. actividad dos - guía de congruencia-----	43
Ilustración 21. actividad cuatro- guía de congruencia. -----	44
Ilustración 22. Actividad cinco - guía de congruencia-----	45
Ilustración 23. Actividad uno - guía de semejanza. -----	46
Ilustración 24. Actividad uno - guía de semejanza. -----	47
Ilustración 25. Actividad dos- guía de semejanza. -----	48
Ilustración 26. Actividad tres - guía de semejanza. -----	49
Ilustración 27. Estudiante recortando su construcción.-----	54
Ilustración 28. Actividades sin desarrollar.-----	55
Ilustración 29. Guía de congruencia – página 1.-----	87
Ilustración 30. Guía de congruencia - página 2. -----	88

Ilustración 31. Guía de congruencia- página 3.	89
Ilustración 32. Guía de congruencia - página 4.	90
Ilustración 33. Guía de congruencia - página 5.	91
Ilustración 34. Guía de congruencia - página 6.	92

## **INTRODUCCIÓN**

Los pensamientos espacial y métrico, hacen parte de la estructura curricular propuesta por el MEN, para orientar procesos pedagógicos que se desarrollan en las actividades en las escuelas a nivel nacional. Dado que por un lado el pensamiento métrico busca conducir a los educandos a la comprensión de las magnitudes, cantidades y medidas; y el pensamiento espacial el cual busca fomentar en los estudiantes la comprensión de lo que los rodea.

En este trabajo se abordaron estos componentes de las matemáticas, tomando en cuenta que la IERV, la cual es la institución de interés para nosotros, vienen presentado bajo desempeño por parte de los estudiantes en relación con los pensamientos antes mencionados, y en consecuencia en algunos objetos de conocimiento como lo son: la semejanza y la congruencia en triángulos. Dado el momento por el que atraviesa el sistema educativo, le tocó recurrir a nuevas formas de atender las actividades académicas.

Proceso que se atiende a través del diseño, implementación y análisis del desarrollo de las actividades propuestas en la guía de aprendizaje, todo esto para dar respuesta a la pregunta de indagación. Todo lo antes mencionado, se plasma a través de los cinco capítulos en los cuales se divide este trabajo de investigación:

En el capítulo uno se describe el problema, se presentan algunas dificultades encontradas a partir de la revisión de investigaciones anteriores, la situación vivida actualmente por la humanidad asociada al COVID 19 e información concerniente a los resultados obtenidos por la institución en las pruebas SABER sobre las temáticas de nuestro interés, aspectos de los cuales resuelto la pregunta de indagación. Además, se presentan los objetivos tanto generales como específicos, una contextualización de la población y la justificación, en la cual se presenta la necesidad e importancia de esta investigación.

En el segundo capítulo se presentan los aspectos teóricos que dan sustento a esta investigación, a través de cuatro perspectivas las cuales son: curricular la cual atiende aspectos relacionados con los pensamientos espacial y métrico los cuales se sustentaron a partir de las posturas del MEN (1998, 2003, 2006), tomando en cuenta que esta es la entidad con mayor autoridad en Colombia con relación a la educación.

En el tercer capítulo se atienden aspectos concernientes a la metodología implementada en esta investigación, esta es de tipo cualitativo descriptivo desde lo planteado por Castaño (2002) y se basa en un estudio de caso desde Camargo. Por otro lado, es importante resaltar que este trabajo de investigación se desarrolló en cuatro momentos: Preparatoria (documentación y diseño de actividades que componen la guía), implementación (intervenciones, la recolección de la información y selección de información), análisis (revisión de información, análisis inicial y análisis final) y finalmente las conclusiones.

El cuarto capítulo responde a la cuarta fase, donde se precisan aspectos de los análisis de la investigación, a partir de lo diseñado como actividades propuestas en las guías, los resultados que se obtuvieron y el marco teórico como criterio de contraste entre lo esperado y lo propuesto, desde donde se definen las categorías de análisis.

Finalmente, el quinto capítulo atiende las conclusiones a las cuales se llegó en este trabajo de investigación a la luz de los objetivos propuestos en este trabajo y otros aspectos resultantes en el proceso de investigación.

## **CAPÍTULO I. ASPECTOS GENERALES DE LA INVESTIGACIÓN**

En este apartado se presenta; el planteamiento del problema, los objetivos, la justificación y el marco contextual. para el desarrollo de este, se abordan investigaciones en la que se presentan las guías de aprendizaje como eje central en este proyecto, reconociendo que en la actual situación de pandemia (covid-19) es importante reconocer las diferencias entre los procesos que desarrollan los estudiantes de forma autónoma, haciendo uso de las guías con relación a los procesos que desarrollan en la enseñanza tradicional. del mismo modo, se identifican algunas dificultades relacionadas con los conceptos de semejanza, congruencia y las transformaciones geométricas.

### **1.1 Planteamiento del problema**

El COVID -19 es una emergencia sanitaria que ha golpeado tanto a Colombia como al mundo entero, esto trayendo como consecuencia la suspensión de muchas de las actividades que las personas realizaban en vida diaria, y entre esas actividades la asistencia a los planteles educativos por parte de los docentes y estudiantes, provocando en los planteles educativos y docentes la necesidad de buscar nuevas estrategias que permitieran continuar con los procesos de enseñanza y aprendizaje desde casa. Ante esta situación, las clases presenciales asistidas por tecnologías se convirtió en una salida para dar continuidad a la educación, pero, la falta de conectividad generó dificultades en este proceso, Alonso (2019) menciona que, la falta de conectividad en las instituciones del distrito de Buenaventura no son exentas a presentar obstáculo para continuar con los procesos educativos; puesto que, la mayoría de los estudiantes no cuentan con acceso a internet para conectarse a las clases virtuales. Por otra parte, el censo del DANE (2018) indica que: las viviendas en Buenaventura que no cuenta con internet son 92,5%; lo que ha llevado a

considerar como alternativas las guías de aprendizaje como la herramienta didáctica más asequible para la población, a pesar de haber otras como la presencialidad asistida por tecnología, las secuencias didácticas y fichas de laboratorio. Sin embargo, Cardini (2020) menciona que: Esta alternativa enfrenta otras dificultades a la hora de transformar o diseñar estrategias pedagógicas que sean clara para el estudiante. Tomando en cuenta que los estudiantes y los docentes no se encontraban familiarizados con esta herramienta, sin embargo, los últimos se les capacito en cuanto a esta.

El desarrollo de una guía de aprendizaje requiere la autonomía en los estudiantes al realizar actividades que se encuentran en ella, sin embargo, se destaca que el proceso de aprendizaje en algunos casos debe estar acompañado por un docente o adulto, ante esto, Cardini et al., (2020) señala que “para aprender, los adolescentes, al igual que todos los estudiantes del tramo obligatorio y aunque de un modo diferente al de los más pequeños, necesitan el acompañamiento de sus padres y adultos”. (p.17). Es decir que en la etapa que se encuentran los estudiantes de octavo grado, se necesita del acompañamiento de un docente o adulto que guie ese proceso.

Ahora bien, en la IERV los estudiantes presentan bajos resultados en los procesos de razonamiento y resolución de problemas (Tabla 1) en el componente de las matemáticas, entre las cuales además se presentan dificultades asociadas comprensión de la congruencia y semejanza en triángulos, aspectos que se encuentran reflejados en los resultados de las pruebas saber realizadas en los años 2014, 2015, 2016 y 2017 a estudiantes de tercero, quinto y noveno de la IERV, estas dificultades tienen que ver con:

- Describir características de las figuras que son congruentes o semejantes entre sí.

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

- Establecer correspondencia entre objetos o eventos y patrones e instrumentos de medidas.
- Ubicar objetos con base en instrucciones referentes a posición, dirección y distancia.
- Identificar unidades tanto estandarizadas como no convencionales apropiadas.

*Tabla 1. Resultados cuatrienio- Razonamiento y Resolución, Institución Educativa Repùblica de Venezuela.*

Competencia	Porcentaje de respuestas incorrectas				Diferencia con Colombia			
	2014	2015	2016	2017	2014	2015	2016	2017
Razonamiento	36.4	47.7	62.5	75.8	2.0	-5.2	-21.4	-17.2
Resolución	32.9	43.6	66.2	74.4	-0.2	-9.1	-26.0	-17.8

*Fuente: Adaptación cuatrienio 2018.*

De lo anterior se puede establecer que existe una correspondencia en las dificultades que presentan los estudiantes en cuanto al pensamiento espacial y sistemas geométricos, específicamente en los conceptos de semejanza y congruencia en triángulos entre los grados evaluados. Ahora bien, los tienen dificultades asociadas al razonamiento, pues estos presentan bajos rendimientos en esta competencia, por tal situación la implementación de la visualización y el razonamiento para el desarrollo de las guías de aprendizaje, tomando en cuenta que estas actividades cognitivas van de la mano, pues la visualización conlleva al razonamiento.

La situación de pandemia ha permitido que las guías de aprendizaje tomen mayor protagonismo en la IERV, pues los estudiantes en su mayoría presentan dificultad para trabajar con mediación tecnológica, debido a que la mayoría de estos no cuentan con los medios para trabajar con esta metodología, por tal razón se busca dar respuesta a la siguiente pregunta problema:

¿Cuáles son los alcances de las guías de aprendizaje como herramienta didáctica en la aproximación a los estudiantes de 8° de la IERV a la comprensión de la semejanza y congruencia en triángulos desde la actividad cognitiva de visualización y razonamiento, con y sin la mediación docente?

Para dar respuesta a la pregunta planteada se establece como ruta los siguientes objetivos.

## **1.2 Objetivos**

A continuación, se presentan los objetivos planteados para esta investigación:

### **1.2.1 Objetivo general**

Analizar los alcances de las guías de aprendizaje en matemáticas, en la aproximación a la comprensión de los conceptos de semejanza y congruencia en triángulos, en estudiantes de 8° de la IERV desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento con y sin mediación docente.

### **1.2.2 Objetivos específicos**

- Reconocer la estructura y los elementos que componen la guía de aprendizaje apropiada en la IERV para la elaboración del diseño de las actividades propuestas en la misma.
- Implementar las guías de aprendizaje con y sin mediación de docente para aproximar a los estudiantes de 8° de la IERV al aprendizaje de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

- Identificar a partir de las producciones de los estudiantes los alcances del uso de las guías de aprendizaje en la aproximación a la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento en los estudiantes de 8° de la IERV con y sin mediación docente.

### **1.3 Marco contextual**

Este trabajo se realizó en la IERV, ubicada en el municipio de Buenaventura, la cual, hace parte del sector oficial, esta cuenta con cuatro sedes, la principal está ubicada en la subida del barrio Viento Libre, Cra 11 Cl 2 No 104. Cuenta con tres sedes localizadas de la siguiente manera: Policarpa Salavarrieta, Cra.14 No. 1-07, y San Bartolomé De Las Casas, Cra 12 No 1s-36 en barrio Lleras. Nelson Mandela, barrio el Firme. La modalidad de educación es técnica académica, ofrece los servicios de preescolar, básica primaria, básica secundaria y media. En las jornadas; mañana, tarde, nocturna, y sabatino.

*Ilustración 1. Fachada de la Institución Educativa República de Venezuela*



Esta institución educativa cuenta con una población estudiantil, la cual, en su mayoría son de estratos 1 y 2 y viven en baja mar, son afrodescendientes y unos pocos son mestizo e indígenas, dada su condición económica y las fuentes de recursos, que para un gran número de ellos es la

pesca y los trabajos informales, la mayoría no cuentan con acceso a internet ni recursos tecnológicos. Otro aspecto relevante que afecta a las familias de ese sector son los altos índices de violencia ocasionados por los grupos al margen de la ley, los cuales operan en ese territorio, generando desplazamiento y afectaciones psicosociales en dicha población.

Por otra parte, cabe mencionar que los familiares de estos estudiantes presentan un alto índice de analfabetismo, impidiendo que le puedan prestar acompañamiento y orientaciones a sus acudidos en las tareas escolares.

Atendiendo las condiciones particulares de esta población, el bajo desempeño en los aspectos propios del pensamiento espacial y métrico, el momento histórico por el que pasa la humanidad, las estrategias consideradas por el sistema educativo en Colombia y especialmente en esta institución en recurrir a las guías de aprendizaje como medio para dar continuidad a la atención académica de los estudiantes, y dado que se habla de retorno a la preespecialidad en una etapa experimental de los resultados que puedan tener las estrategias adoptadas para mitigar el impacto del COVID 19, se hace necesario considerar que las guías de aprendizaje como mediación en los procesos de enseñanza-aprendizaje, requieren de una mirada para indagar cómo puede influir está en la búsqueda de aprendizajes autónomo por parte del estudiantado.

Por otro lado, al ubicarse en el contexto de Buenaventura, el uso de metodologías convencionales no son la mejor opción en las condiciones actuales que se encuentran las Instituciones Educativas, los docentes y los estudiantes, pues partiendo de las condiciones geográficas, económicas y sociales del territorio Bonaverense, se podría mencionar que ni los docentes ni los estudiantes cuentan con las condiciones para asumir las clases presenciales asistidas por tecnología en la mayoría de los casos; argumento principal por el cual se hace pertinente utilizar metodologías que permitan a los estudiantes seguir con su proceso educativo sin tener un

contacto estrecho con otros estudiantes y los docentes, cuestión que ha permitido reconocer las guías de aprendizaje como una importante y necesaria estrategia pedagógica en este territorio.

#### **1.4 Justificación.**

La ley general de Educación, 115 de 1994 menciona que la educación es un proceso de forma integral del estudiante acorde a las necesidades que este presenta, ya sea familiar, social o personal, además, muestra a las matemáticas como una de las áreas fundamentales y obligatorias para la formación de los estudiantes.

Ahora bien, la geometría como asignatura de las matemáticas ha estado ligada con el desarrollo del ser humano y con la comprensión que este ha hecho de su entorno, el MEN (2006) menciona que “la geometría tiene una larga historia siempre ligada a las actividades culturales humanas, científicas y tecnológicas” (p. 1), esta ha estado presente en muchos de los aspectos del desarrollo y evolución de la especie humana, por tal motivo, se puede establecer que, el aprendizaje de la geometría es importante para el desarrollo de un estudiante. Además, el MEN (1998), plantea la necesidad de darle más importancia a la enseñanza de la geometría dentro de la educación. Es decir, la enseñanza de la geometría debería tener mucha más importancia en los currículos escolares en Colombia, y si se toma en cuenta que es una de la asignatura de las matemáticas a la que se le ha asignado una intensidad horaria específica en la IERV, se puede evidenciar que no hay resultados satisfactorios por parte de los estudiantes en esta asignatura, lo que podría indicar que persistan las dificultades en su aprendizaje por tal razón, es necesario trabajar en esta área y además teniendo en cuenta el bajo desempeño que han tenido los estudiantes de la Institución de interés, en las pruebas externas en estos objetos de conocimiento, se hace pertinente atender estas temáticas en esta investigación, tomando en cuenta que nos interesa identificar cuáles son los

resultados que se obtienen de la misma con y sin la mediación del docente, además, de analizar si las dificultades persisten o surgen otras.

Desde el punto de vista académico, esta investigación es relevante porque, los objetos de conocimiento de semejanza y congruencia tienen gran importancia en el currículo colombiano, tomando en cuenta que de acuerdo a los EBC se deberían abordar con los estudiantes desde primero de primaria hasta la media, con el objetivo de potencializar el desarrollo del pensamiento espacial en los educandos.

Ahora bien, debido a las múltiples dificultades mencionadas en el primer capítulo asociadas a la semejanza y congruencia en triángulos y al reconocer la relación que guardan con las transformaciones geométricas y tomando en cuenta que estas se dividen en dos partes, las isométricas (traslación, rotación y las reflexiones) relacionadas con la congruencia y las isomórficas (homotecia) que se relaciona con la semejanza.

Por otro lado, a pesar de que en los referentes de calidad se manifiesta o se encuentra estipulado que se deben desarrollar las temáticas ya mencionadas, se puede evidenciar que los estudiantes de dicha Institución siguen presentando dificultades en torno a ellas. Aunque, estas pruebas son el reflejo de los resultados antes de la pandemia, donde se daba una mayor interacción entre docente-alumno en la trasmisión del saber matemático, se ve la necesidad de analizar qué tanto se aproximan los estudiantes a los conceptos antes mencionados a través de una guía de aprendizaje, cual ha sido el medio de interacción entre el conocimiento, el estudiante y el docente durante el tiempo de aislamiento y por ello al regresar de forma presencial a la escuela.

Ahora bien, el momento histórico que está pasando la humanidad y al que no es ajeno Colombia ha llevado a que muchas Instituciones entre ellas la IERV tengan la necesidad de trabajar

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

con guías de aprendizaje impresas. Dichas guías han resultado de gran importancia ya que, permite el desarrollo de un espacio autónomo, donde sea el estudiante el autor y promotor principal de la construcción de su conocimiento, ante esto Aguirre afirma que las guías de aprendizaje son:

Herramienta valiosa de motivación y apoyo; pieza clave para el desarrollo del proceso de enseñanza a distancia, porque promueve el aprendizaje autónomo al aproximar el material de estudio al alumno (texto convencional y otras fuentes de información), a través de diversos recursos didácticos (explicaciones, ejemplos, comentarios, esquemas y otras acciones similares a la que realiza el profesor en clase). (Aguirre, 2004, p. 183).

Es decir, que las guías de aprendizaje representan un material el cual permite y promueve el aprendizaje a distancia, pero en nuestro caso se pondrá en uso en los mismos escenarios escolar sin dejar de lado sus características, funcionalidad y propósito pero con convirtiéndose en una herramienta poderosa para la planificación de los temas académicos, además, Aguirre (2004) menciona que las guías de aprendizaje deben de contener todos los elementos que el docente deberá presentar de forma presencial, como lo son: información con respecto a la temática a tratar, comentarios, esquemas o dibujos explicación y/ o ejemplos.

Desde el punto de vista social, los estudiantes serán más autónomos e independientes, según Gracia y de la Cruz (2014) quienes mencionan que “las guías didácticas son un recurso del aprendizaje que optimiza el desarrollo del proceso enseñanza-aprendizaje por su pertinencia al permitir la autonomía e independencia cognitiva del estudiante”. Es decir, que estas guías son un instrumento que sirve como recurso para la enseñanza y el aprendizaje, en la que se concreta la acción del docente y los estudiantes de manera asincrónica o sin crónica para nuestro caso, donde el docente además de construir las guías a través de un paso a paso, debe impulsar a que el estudiante desarrolle competencias y reflexione por sí mismo.

En aras de promover tal intención y conllevar al desarrollo de pensamiento matemático, hemos considerado importante desarrollar la actividad cognitiva de visualización, tomando en cuenta que esta, es determinante en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, pues es la visualización la que permite comprender y conjeturar con base en dichos objetos matemáticos, además de potencializar y llevar a los estudiantes a razonar sobre estos, de este modo el razonamiento es parte fundamental en este proceso, tomando en cuenta que este crear argumentos basados en las conjeturas, visualizaciones o lo aprendido anteriormente; lo antes mencionado se basa en lo expuesto por el MEN, el cual establece que: el razonamiento es considera un proceso fundamental que se debe desarrollar en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Considerando todo lo antes mencionado , en esta investigación interesa revisar cuales son los desempeños de los estudiantes en la aproximación a la comprensión a los conceptos planteados cuando se pone en juego la visualización en pro del razonamiento, cuando se usa una guía de aprendizaje como herramienta didáctica con y sin la mediación de un docente. Al conjugar todos los aspectos relacionados anteriormente, se considera una propuesta que conlleve a la comprensión de los objetos matemáticos puestos en consideración y que a partir de ello se fortalezca el desarrollo de pensamiento geométrico, en atención a las dificultades que se evidencian sobre el pensamiento espacial y métrico a lo largo de este trabajo para el caso de la IERV, dando cabida a la guía de aprendizaje como herramienta facilitadora en pro del desarrollo autónomo de los estudiantes, dada la realidad reciente de aislamiento vivida por la humanidad, para la cual claramente no estábamos preparados y que esta permitirá develar el impacto de la misma en los posibles avances que puede haber tenido la población de interés durante este lapso de tiempo y que en ocasiones futuras esta herramienta podrá considerarse como un elemento necesario para conllevar las actividades académicas en circunstancias adversas aun cuando los estudiantes puedan

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

contar con acceso a acompañamiento de un docente o no. Por otro lado se considera la visualización como aspecto determinante para contribuir a la comprensión de los conceptos abordados y el razonamiento sobre los mismos dadas su pertinencia teórica como proceso que permite ampliar la forma de reconocer las características de la representación de una figura.

## **CAPÍTULO II. MARCO DE REFERENCIA TEÓRICO**

En este apartado del trabajo se presentarán los argumentos sobre los cuales se fundamenta la investigación; es importante conocer que este proyecto está orientado desde cuatro perspectivas; curricular, didáctica, cognitiva y disciplinar. En la perspectiva curricular se abordan los Lineamientos Curriculares, los Estándares Básicos de Competencia propuestos por el MEN y

vistos desde el pensamiento espacial y métrico. En la perspectiva didáctica se aborda todo lo relacionado con las guías de aprendizaje vistas desde diferentes autores. En la perspectiva cognitiva se abordan los conceptos de visualización y razonamiento desde la teoría de Duval. Y, en la perspectiva matemática se presentan los conceptos de semejanza, congruencia y cómo estas se relacionan con las transformaciones geométricas.

## **2.1 Perspectiva curricular**

La enseñanza de la geometría juega un papel importante en el desarrollo del pensamiento matemático escolar, todo esto partiendo de que la enseñanza de las matemáticas debe ser obligatoria en Colombia, es decir que la enseñanza de las matemáticas no se puede dejar a un lado independientemente de las condiciones o situaciones por las que se esté cursando. Si bien en diversas investigaciones en educación matemática se ha establecido que el desarrollo del pensamiento espacial es determinante en las matemáticas, debido a que este permite que los estudiantes sean capaces de conocer y relacionar su entorno.

En los lineamientos curriculares emanado por el MEN, se establecen cinco tipos de pensamientos que se espera los estudiantes desarrolle en su etapa escolar para el aprendizaje de las matemáticas, pero, para que esto suceda se relacionan con cinco tipos de sistemas que permiten que este proceso se dé; de acuerdo al interés de este trabajo, en esta perspectiva se abordan aspectos relacionados con el pensamiento espacial y el pensamiento métrico, partiendo de la relación establecida por el MEN para la enseñanza de las matemáticas en los ámbitos escolares.

### **2.1.1 Aspectos relacionados con el pensamiento espacial**

La enseñanza de la geometría busca la compresión y apropiación de los individuos de su entorno, pues este es concebido como “el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales

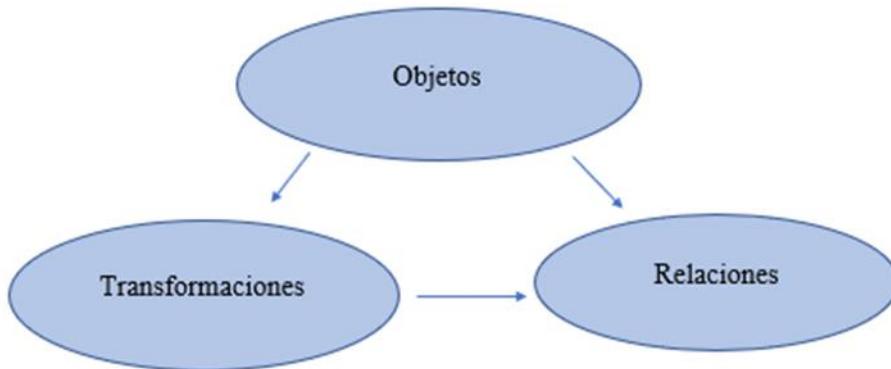
*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

se construye y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellas, sus transformaciones y sus diversas traducciones a representaciones mentales” (MEN, 1998, p. 37). Es decir, el pensamiento espacial articula los procesos cognitivos de un individuo, esto permite que estos comprendan cada una de las cosas que suceden a su alrededor.

Por otra parte, el MEN (1998), establece una relación entre el pensamiento espacial y los sistemas geométricos como forma para su desarrollo el cual, se concibe como: “el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construye y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellas, sus transformaciones y sus diversas traducciones a representaciones mentales” (MEN, 1998, p. 37). En concordancia con lo anterior se puede establecer que los sistemas geométricos y el pensamiento espacial al articularse buscan desarrollar en el individuo la compresión de su entorno, de la orientación y la distribución de espacios.

Ahora bien, los sistemas geométricos están compuestos por tres elementos, los objetos, siendo estos elementos matemáticos, los cuales pueden estar en dos y tres dimensiones; las trasformaciones, siendo los movimientos que se le aplican a una figura u objeto matemático, lo cual permite que este cambie de posición o de tamaño y las relaciones siendo estas la correspondencia entre uno o más objetos, dichos elementos se relacionan así:

Ilustración 2. Elementos que componen un sistema geométrico.



De este modo la geometría está orientada a la comprensión de objetos del entorno en diferentes dimensiones, permitiendo así la comprensión de sus características, sus propiedades, y la relación de estos con otras figuras u objetos. Dada la importancia de las transformaciones que se abordaran en la propuesta de intervención, resulta de importancia considerar lo antes dicho en nuestra investigación

### 2.1.2 Aspectos relacionados con el pensamiento métrico

La estructura curricular en matemáticas establece el pensamiento métrico como uno de los cinco que los estudiantes deben desarrollar a lo largo de su formación escolar. Vasco et al (2006) establece el pensamiento métrico como aquel que hace referencia a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones.

De acuerdo con MEN, el Pensamiento Métrico y Sistemas de Medida son definidos como:

“Los conceptos y procedimientos del pensamiento métrico se refieren a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones.(MEN, 2003).

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

Es decir, el desarrollo del pensamiento métrico en los estudiantes apunta a la comprensión que hagan los individuos sobre las formas de medidas, las cantidades, magnitudes y las situaciones en las cuales son útiles o utilizables, además los instrumentos en que se pueden apoyar para realizar estos procesos.

Se hace necesario el abordaje de este aspecto debido a la relación existente entre el pensamiento espacial y el pensamiento métrico, además del uso que hacen los estudiantes del pensamiento métrico para el desarrollo de las actividades planteadas.

## **2.2 Perspectiva didáctica**

En esta perspectiva se abordan aspectos concernientes a la guía de aprendizaje, los cuales son parte importante de este trabajo, dado que es la herramienta didáctica puesta al servicio de las intervenciones hechas en este ejercicio investigativo.

### **2.2.1 La guía de aprendizaje**

El proceso educativo colombiano en el marco de la pandemia, ha tenido una serie de cambios que han afectado tanto a colegios, profesores, estudiantes y padres de familias que van desde conectarse a las clase presenciales asistidas por tecnologías hasta recibir las actividades académicas propuestas en documentos físicos ya que, los estudiantes se han visto en la necesidad de aislarse en casa, distanciados de los planteles educativos, dando cabida a nuevas estrategias que permitan a los estudiantes adquirir los conocimientos necesarios.

De acuerdo al importante papel que juegan estas en el proceso educativo en las condiciones que se vivieron en la actualidad, las cuales, permiten que se presente al estudiante la información y orientación pertinente frente a la enseñanza de un concepto u objeto determinado, haciendo del

estudiante un agente autónomo y responsable de la construcción de su conocimiento. Se toma a Aguirre (2004) quien menciona que:

Herramienta valiosa de motivación y apoyo; pieza clave para el desarrollo del proceso de enseñanza a distancia, porque promueve el aprendizaje autónomo al aproximar el material de estudio al alumno (texto convencional y otras fuentes de información), a través de diversos recursos didácticos (explicaciones, ejemplos, comentarios, esquemas y otras acciones similares a la que realiza el profesor en clase). (p. 183).

Es decir, que las guías de aprendizaje desde este punto de vista constituyen un material de apoyo tanto para los docentes como para los estudiantes, partiendo de que en las condiciones recientes de pandemia, en algunas instituciones educativas de Buenaventura no se les facilitó a los docentes dar a los estudiantes orientaciones académicas de forma sincrónica o presencial, pues la construcción de aprendizaje está limitada al uso de las guías en la mayoría de los casos; así mismo, Cafam (2008) plantea que las guías son un “Instrumento dirigido a los estudiantes con el fin de ofrecerles una ruta facilitadora de su proceso de aprendizaje y equiparlos con una serie de estrategias para ayudarlos a avanzar en la toma de control del proceso de aprender a aprender” Cafam (2008) p. 1

Es decir, que las guías de aprendizaje es un material que le brinda a los estudiantes toda la información y estrategias necesarias para construir ese aprendizaje esperado, partiendo de que se debe de presentar en ella toda la información que se daría en el aula, la cual debe ser clara y suficiente para permitir que los estudiantes alcancen los objetivos planteados.

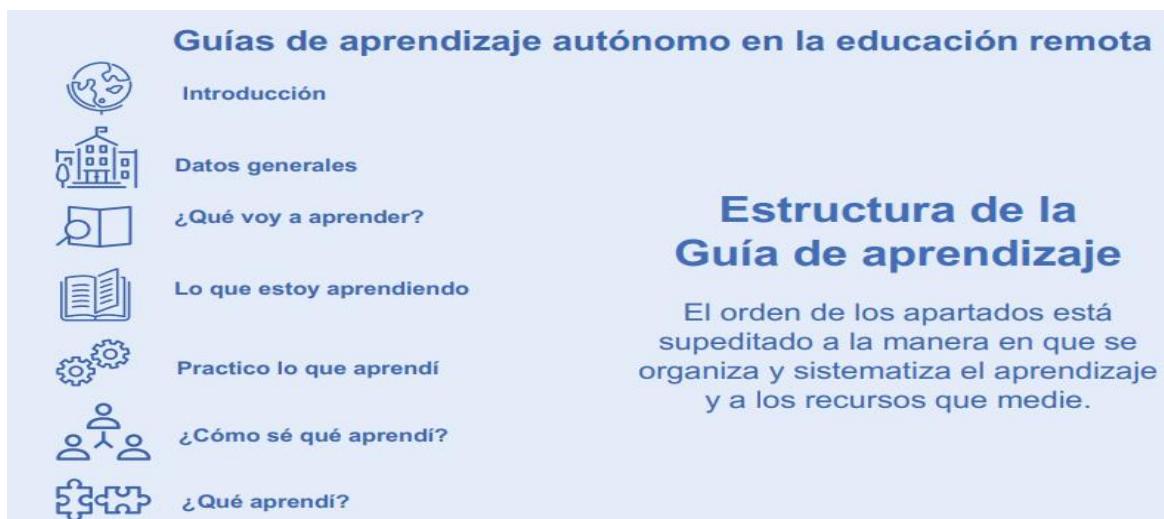
En concordancia con lo mencionado anteriormente, podríamos establecer que las guías de aprendizaje son una herramienta impresa o digital que va dirigida a los estudiantes, con el objetivo

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

de que sean estos los que construyan su conocimiento forma autónoma, es importante precisar que la guía de aprendizaje debe de contener todos los elementos que un docente desarrollaría en el aula de clase.

De acuerdo a la propuesta del MEN (2019), una guía de aprendizaje debe estar estructurada y contener unos determinados elementos que se consolidan en unos apartados en los cuales su orden puede estar supeditado a la manera en que se organiza y sistematiza el aprendizaje y a los recursos que medie.

*Ilustración 3. Estructura de guía de aprendizaje propuesta por el MEN.*



*Fuente: MEN (2019)*

Ilustración 4. Explicación de partes de la estructura de guía propuesta por el MEN.



Fuente: MEN (2019)

En esta estructura de guía de aprendizaje, en un primer momento se contempla una introducción, en la cual se presenta a los estudiantes de manera general el contenido de esta, la temática a tratar y demás elementos a tener en cuenta para su desarrollo. Seguido de esto se presentan los datos generales que responden al área y la asignatura en las cuales se enmarca dicha guía, nombre del docente, nombre del estudiante e institución en la cual se desarrolla, además del estándar y el DBA que se tomó en cuenta para su elaboración.

Un tercer momento se desarrolla el momento denominado ¿Qué voy a aprender? En este se presentan elementos que permiten dar cuenta de la temática a abordar, además de poner en consideración saberes previos que el estudiante deberá utilizar para el desarrollo de este nuevo saber; posteriormente se presentan los conceptos y conocimientos que deberá adquirir el estudiante frente a la temática, y por último se presentan actividades a partir de las cuales se van a conocer dificultades, habilidades y evidencias frente a lo aprendido.

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

Es importante tener en cuenta que el MEN presento a las instituciones educativas la estructura de guía de aprendizaje establecida por ellos, pero estas eran libres de poder usarla o modificarla según sus necesidades y características de la población a trabajar.

Por otro lado, cabe precisar que la guía propuesta por el MEN, fue adoptada por la IERV, pero que esta a su vez realiza unos pequeños ajustes en pertinencia al contexto y la población atendida, a continuación se presenta el modelo que tomamos en consideración para realizar las intervenciones en el desarrollo de la investigación, ya que respondía a las generalidades de lo sustentado teóricamente por nuestros referentes.

*Ilustración 5. Estructura de guía de la institución educativa República de Venezuela.*

INSTITUCION EDUCATIVA REPUBLICA DE VENEZUELA INSTITUCION EDUCATIVA REPUBLICA DE VENEZUELA SEDE SAN BARTOLOME DE LAS CASAS		
Área: <b>DOCENTES:</b>	Grado:	Asignatura:
Estándar:	DBA:	
Aprendizaje:	Evidencia de aprendizaje: Objeto de conocimiento a priorizar:	
NOMBRE DEL ESTUDIANTE:		

★ OBJETIVO DE APRENDIZAJE

💡 INTRODUCCIÓN

📘 ¿QUE VOY A APRENDER?

📘 PRÁCTICO Y APRENDO.

⚙ AHORA VAMOS A PRACTICAR LO APRENDIDO

🌐 PRÁCTICO LO QUE APRENDI

Preguntas	SI	NO

*Felicitaciones has desarrollado la guía de geometría desde casa.*



Después de realizar un proceso de búsqueda e indagación se pudo establecer la estructura de guía de aprendizaje que se presentó anteriormente como la que se utiliza dentro de la institución.

## **2.3 Perspectiva cognitiva**

Esta perspectiva atiende los aspectos relacionados con la visualización y el razonamiento, las cuales resultan de interés para nuestro trabajo, puesto que las actividades que se propongan atenderán situaciones que coloquen en juego su uso ya que según Duval estas contribuyen al desarrollo de pensamiento matemático, además este considera que la visualización conduce al razonamiento.

### **2.3.1 Visualización**

La Educación Matemática como campo de investigación se ocupa de indagar sobre todos los factores que intervienen en el proceso educativo, esto con el objetivo de encontrar respuestas las cuales permitan buscar estrategias que ayuden a mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Ahora bien, en la enseñanza y aprendizaje de la geometría las representaciones de los objetos juegan un papel determinante, pues es a partir de la visualización que los estudiantes se relacionan con el objeto; siendo la visualización una actividad cognitiva mediante la cual, los individuos pueden reconocer las características de un objeto o figura geométrica tanto de la inicial como la final, permitiendo que los estudiantes reconozcan las transformaciones que estás sufren , en el campo de la geometría.(Marmolejo y Vega 2012).

Además, para este proyecto se tiene en cuenta las tres aprehensiones propuestas por Duval (1999) que son: la aprehensión perceptiva, aprehensión operatoria y la aprehensión discursiva,

tomando en cuenta que cada aprensión permite comprender elementos de un objeto matemático desde otra perspectiva. A continuación, se presentan cada una de ellas.

### **2.3.1.1 *Aprensión perceptiva***

Esta aprehensión se caracteriza por reconocer e identificar una figura inmersa en una configuración, ante esto Duval (1999) señala que, “el reconocimiento de ciertas unidades figúrales y tiende a ocultar las otras” (p. 210) ... Al ser procesos intuitivos se puede reconocer más rápido una figura.

Es decir, un cuadrado puede ser visto como: la ventana de una casa, como un cuadro, como una pantalla de televisor etc. Ahora bien, a partir de esta aprensión se pueden reconocer elementos característicos de una figura como lo son los lados, los ángulos, la forma y el tamaño, siendo este el enfoque puesto en consideración en esta investigación.

### **2.3.1.2 *Aprensión operatoria***

Esta aprehensión se produce cuando se modifica la figura inicial con el fin de reconocer una figura, Ante esto Duval (1999) señala que esta aprehensión “permite ver desplegarse en una figura dada una variedad de sub-figura posible, que no son inmediatamente al primer golpe de vista” (p. 211). Es decir que, esta aprehensión puede darse añadiendo nuevos elementos geométricos o reconfigurando otra, es decir, a partir de la figura inicial construir otra conservando sus áreas.

Por otro lado, esta permite realizar trasformaciones a las figuras como lo son: la translación, rotación, simetrías y homotecia a partir de las cuales se produce una figura a partir de otra en la cual puede cambiar o conservarse el tamaño de la figura.

### **2.3.1.3 Aprendición discursiva**

Esta aprehensión tiene que ver con las propiedades matemática que produce una configuración de definiciones, teoremas y axiomas. Además, esta tiene que ver con la relación de congruencia entre un enunciado y su representación gráfica.

Es decir, esta aprensión da cuenta de la relación que existe entre un enunciado o un discurso dado en lengua natural y una representación que se haga de esto o expresiones en lenguaje simbólico, en este se debe dar cuenta de las propiedades y definiciones que hacen característica la representación gráfica de un objeto matemático.

La visualización, poniendo en consideración las aprensiones se utilizaron, tomando en cuenta que estas permiten conocer elementos del proceso de visualización de los objetos matemáticos que realizan los estudiantes.

### **2.3.2 Razonamiento**

En la búsqueda de mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se ha considerado el razonamiento como parte importante de este proceso, en este sentido, los procesos de razonamiento son considerados hoy día como una variedad de acciones que toman los alumnos para comunicarse y explicar a otros, tanto como a ellos mismos, lo que ven, descubren, piensan y concluyen (Hershkowitz, 1998).

Por otro lado, Duval (1998), establece tres tipos de razonamiento desarrollados es en los procesos discursivos, sin embargo, en esta investigación se tendrán en cuenta dos de ellos, los cuales estos son:

### **2.3.2.1 Proceso discursivo teórico**

Este se caracteriza por su desarrollo del discurso a partir de deducciones, este discurso puede ser en lenguaje natural o simbólico. Es decir, en esta investigación se considera el razonamiento como un proceso en el cual se da un discurso en lenguaje natural o simbólico que es producto de deducciones a partir de una situación.

### **2.3.2.2 Proceso discursivo natural**

Este se caracteriza por que el discurso se desarrolla de manera espontánea en la comunicación ordinaria a través de argumentaciones, explicaciones y descripciones. Es decir, se considera como razonamiento cualquier discurso que se dé en lenguaje natural y este compuesto por explicaciones, argumentos y descripciones que se producen de manera espontánea.

Los elementos que en este apartado se ponen en abordar se pusieron en consideración, de manera que los estudiantes dieran respuestas a los cuestionamientos planteados en las guías de aprendizaje haciendo uso de los procesos de dar cuenta del razonamiento, tomando en cuenta que este es uno de los procesos que el MEN espera que los estudiantes desarrollos en matemáticas.

## **2.4 Perspectiva matemática**

En esta perspectiva, se realiza un desarrollo de los conceptos de semejanza, congruencia con sus criterios presentando ilustraciones, finalmente se abordan las transformaciones geométricas (traslación, rotación, reflexiones y homotecia) mostrando la relación que guardan éstas con la semejanza y congruencia. Para esto se tiene en cuenta autores como: Samper y Medina (2013) y Julio (2014).

## 2.4.1 Congruencia entre figuras geométricas

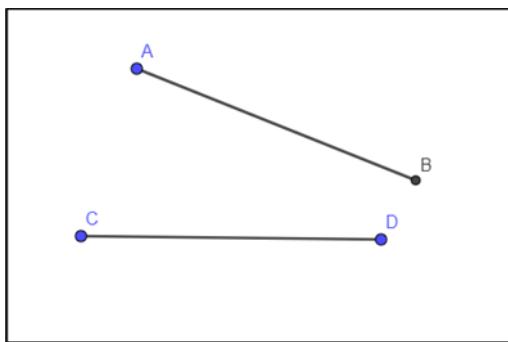
De manera natural se puede decir que dos figuras geométricas son congruentes si estas tienen la misma forma y el mismo tamaño, para esto también deberían de coincidir los elementos que la componen, como lo son los segmentos, los ángulos. Para su construcción nos basamos en el libro Geometría Moderna (Moise & Downs, 1986).

### 2.4.1.1 Congruencia entre segmentos

Para este apartado tomaremos en cuenta la congruencia desde dos perspectivas, la métrica y la geométrica.

**Definición desde lo métrico:** Dos segmentos  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  son congruentes, si sus longitudes son iguales, es decir,  $AB = CD$ . Entonces  $\overline{AB} \cong \overline{CD}$  si y solo si  $AB \cong CD$

Ilustración 6. Congruencia entre segmentos (métrico)

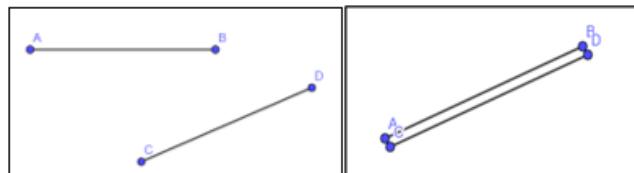


Fuente: Elaboración propia

### Definición desde lo geométrico

Dos segmentos  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  son congruentes si al superponer uno con el otro sus extremos coinciden, es decir, trasladar un segmento  $\overline{AB}$  sobre el segmento  $\overline{CD}$  de tal manera que coincidan en sus dos extremos. Entonces  $\overline{AB} \cong \overline{CD}$  si y solo si  $\overline{AB}$  coincide con  $\overline{CD}$ .

*Ilustración 7. Congruencia entre segmentos (geométrico)*

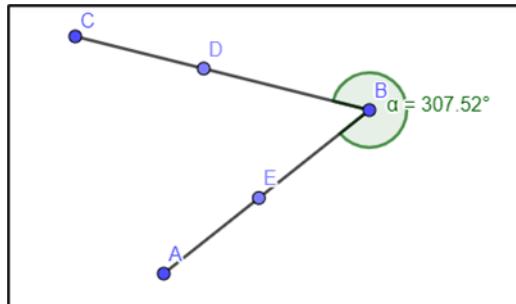


*Fuente: Elaboración propia*

#### **2.4.1.2 Congruencia entre ángulos**

Un ángulo  $\angle A$  es congruente con otro ángulo  $\angle B$  si y solo si estos ángulos tienen la misma amplitud. Por ejemplo, el ángulo  $\angle CBA \cong \angle DBE$ .

*Ilustración 8. Congruencia entre ángulos*



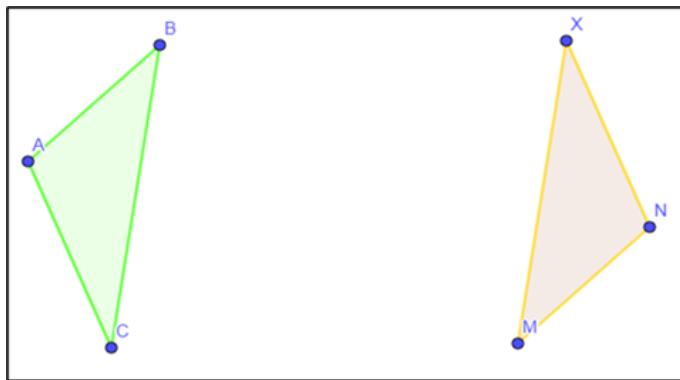
*Fuente: Elaboración propia*

Esta afirmación es correcta debido a que los ángulos los ángulos antes mencionados no solo son congruentes, sino que son iguales ya que comparten el mismo vértice.

#### **2.4.1.3 Congruencia entre figuras geométricas**

De forma corriente se podría decir que dos figuras geométricas son congruentes si conservan la misma forma y el mismo tamaño, es decir, al superponer una figura a la otra todos sus vértices coinciden.

Ilustración 9. Congruencia entre figuras geométricas



Fuente: Elaboración propia

Por ejemplo, si se tienen dos triángulos  $\Delta ABC$  y  $\Delta MNX$  como se muestra en la ilustración 7, se podría probar si estos son congruentes súper poniendo una figura a la otra, si los vértices y puntos coinciden exactamente, estas serían congruentes.

Ahora bien, para superponer una figura a la otra, trasladamos  $\Delta ABC$  sobre el  $\Delta MNX$ , de tal manera que el  $\overline{AB}$  quede sobre el  $\overline{MN}$ ,  $\overline{CB}$  sobre  $\overline{MX}$  y  $\overline{CA}$  sobre  $\overline{NX}$ . Esto con el objetivo de que haya una correspondencia entre los pares de lados y los ángulos de cada una de las figuras.

$$\overline{AB} \Leftrightarrow \overline{MN}$$

$$\overline{CB} \Leftrightarrow \overline{MX}$$

$$\overline{CA} \Leftrightarrow \overline{NX}$$

$$\angle ABC \Leftrightarrow \angle XMN$$

$$\angle BAC \Leftrightarrow \angle XNM$$

$$\angle MXN \Leftrightarrow \angle BCA$$

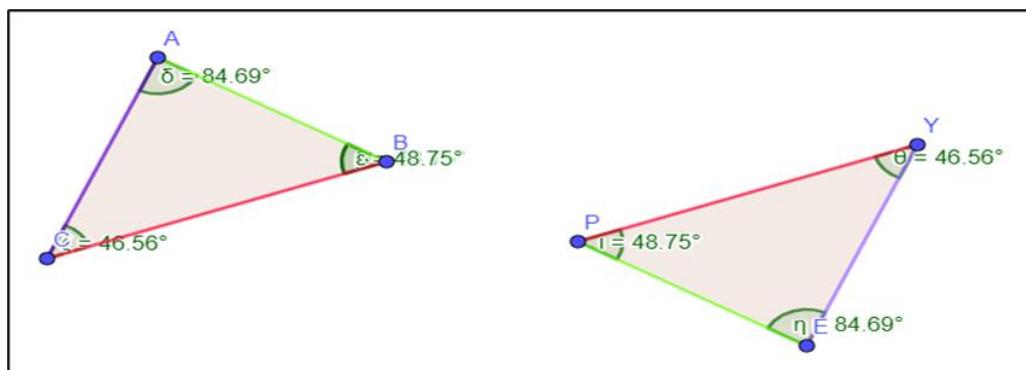
Entonces las figuras son congruentes.

#### **2.4.1.4 Congruencia entre triángulos**

En relación con el concepto de congruencia Samper y Medina (2013) mencionan que: “Dos triángulos son congruentes si existe una correspondencia entre sus vértices de un lado de los triángulos y los ángulos y lados correspondientes son congruentes” (p.135). Es decir, si al menos dos lados de un triángulo corresponden con dos lados del otro triángulo y a su vez los ángulos que se forman en cada vértice son congruentes, entonces se puede establecer que dichos triángulos son congruentes.

Ante esto Euclides emplea la manera de determinar esta definición trasladando y superponiendo un triángulo sobre otro de tal forma que coincidan, al utilizar esta idea Euclides establece los criterios de congruencia que son: LAL, ALA, LLL. A continuación, se muestra un diagrama que sintetiza los criterios de congruencia.

*Ilustración 10. Correspondencia entre lados y ángulos*



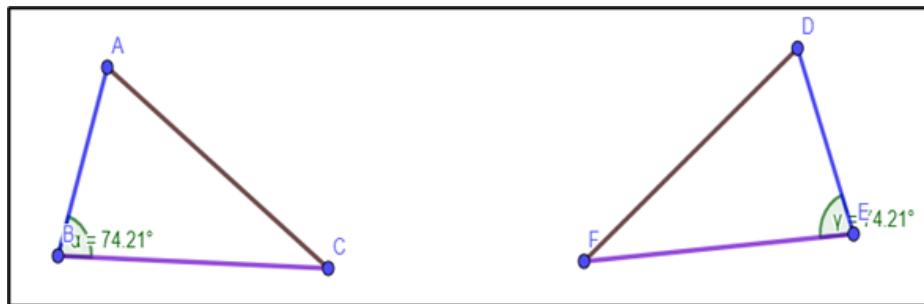
*Fuente: Elaboración propia*

##### **2.4.1.4.1 Criterios de congruencia**

###### **Criterio LAL (Lado- Ángulo- Lado)**

Si se tienen dos triángulos,  $\Delta ABC$  y  $\Delta DEF$  estos son congruentes si tienen dos pares de lados congruentes y el par de ángulos formados entre ellos congruentes entre sí.

Ilustración 11. Criterio de congruencia LAL



Fuente: Elaboración propia

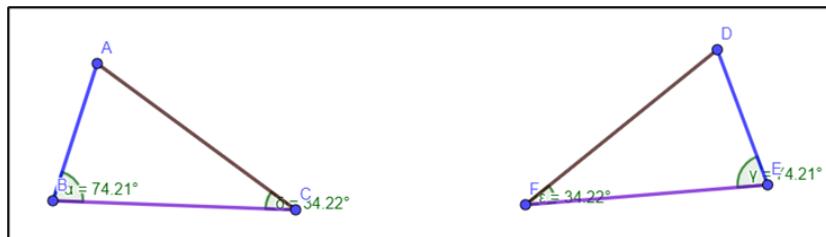
Esto escrito simbólicamente se representa así:

$$\Delta ABC \cong \Delta DEF \text{ si y solo si } \overline{AB} \cong \overline{DE}, \overline{BC} \cong \overline{FE} \text{ Y } \angle B \cong \angle E.$$

#### Criterio ALA (Angulo- Lado- Angulo)

Si se tienen dos triángulos,  $\Delta ABC$  y  $\Delta DEF$  estos son congruentes si se tienen dos pares de ángulos correspondientes congruentes y el lado que estos comparten también congruente entre sí.

Ilustración 12. Criterio de congruencia ALA



Fuente: Elaboración propia

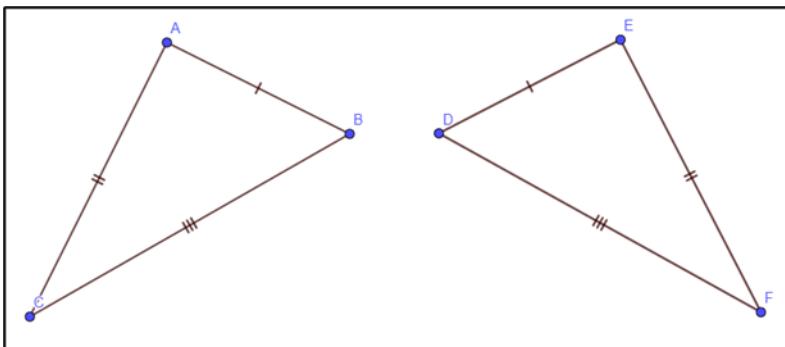
Esto escrito simbólicamente se representa así:

$$\Delta ABC \cong \Delta DEF \text{ si y solo si } \angle B \cong \angle E, \angle C \cong \angle F \text{ Y } \overline{BC} \cong \overline{FE}.$$

#### Criterio LLL (Lado- Lado- Lado)

Si se tienen dos triángulos,  $\Delta ABC$  y  $\Delta DEF$  estos son congruentes si tienen sus tres lados correspondientes congruentes entre sí.

*Ilustración 13. Criterio de congruencia LLL.*



*Fuente: Elaboración propia*

Escrito simbólicamente se puede representar así:

$$\Delta ABC \cong \Delta DEF \text{ sí y solo si } \overline{AC} \cong \overline{EF}, \overline{AB} \cong \overline{ED} \text{ y } \overline{BC} \cong \overline{DF}.$$

## 2.4.2 Semejanza entre figuras geométricas

Dos figuras son semejantes si estas cuentan con el mismo número de lados y sus ángulos son congruentes, además de tener la misma forma independientemente del tamaño.

Dicho de otra manera, dos figuras son semejantes si una de ellas es una copia a escala de la otra. Para la construcción de este apartado nos basamos en el libro Geometría Moderna (Moise & Downs, 1986).

### 2.4.2.1 Semejanza en triángulos

En relación con el concepto de semejanza en triángulo, Samper y Medina (2013) expresan que la relación de semejanza entre triángulo se establece si existe una correspondencia entre los vértices de tal forma que los ángulos correspondientes son congruentes y los lados correspondientes son proporcionales, esto significa que si tenemos dos triángulos DEF y D'E'F' podemos establecer que son correspondientes que si superponemos el triángulo DEF al triángulo D'E'F', podemos establecer una relación entre las longitudes de los lados, pues las longitudes del

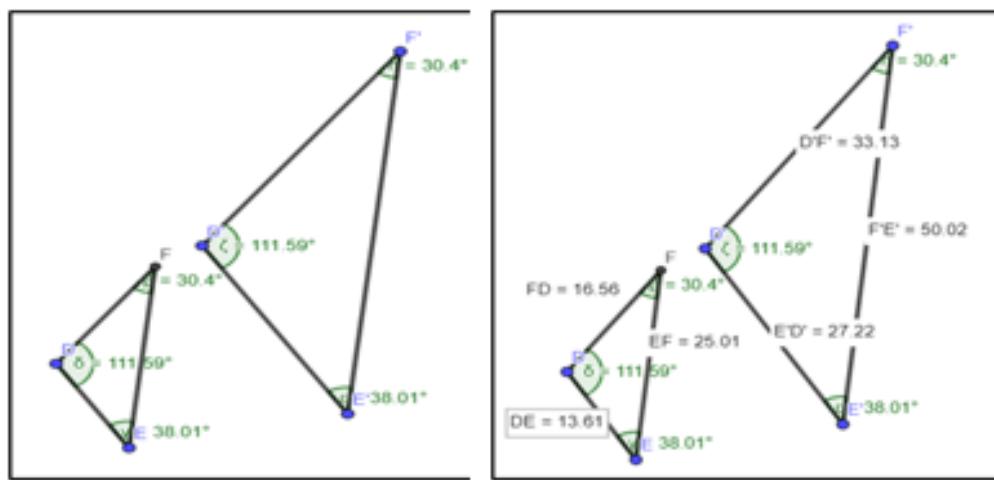
triángulo D'E'F' representan el doble de las longitudes del triángulo DEF, las cuales se representan así:

$$\overline{D'F'} = 2\overline{DF},$$

$$\overline{D'E'} = 2\overline{DE}$$

$$\overline{F'E'} = 2\overline{FE}$$

*Ilustración 14. Semejanza en triángulos*



Fuente: Elaboración propia.

Ahora bien, se podría representar esta relación de manera que la longitud de los lados del triángulo DEF representa la mitad de la longitud de los lados del triángulo D'E'F':

$$\overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{D'E'}$$

$$\overline{DF} = \frac{1}{2} \overline{D'F'}$$

$$\overline{EF} = \frac{1}{2} \overline{E'F'}$$

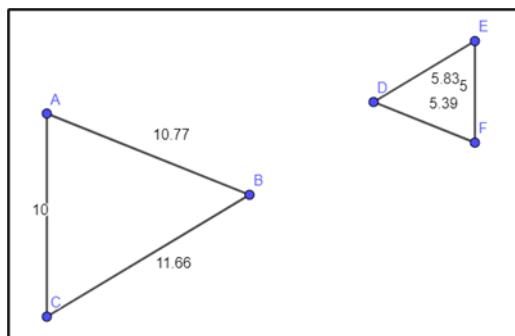
*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

En concordancia con lo anterior, si analizamos las longitudes de los lados de los triángulos podremos decir que estos son proporcionales entre sí, tomando en cuenta que si expresamos estas en forma de fracción la razón entre estas debe de ser constante o iguales entre sí.

$$\frac{\overline{D'F'}}{\overline{DF}} = \frac{\overline{E'F'}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{D'E'}}{\overline{DE}}$$

Ejemplo: verificar si los lados de los siguientes triángulos son proporcionales.

*Ilustración 15. Proporcionalidad entre magnitudes.*



*Fuente: elaboración propia*

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{CB}}{\overline{DE}}$$

$$\frac{10,77}{5,39} = \frac{10}{5} = \frac{11,66}{5,38}$$

$$2 = 2 = 2$$

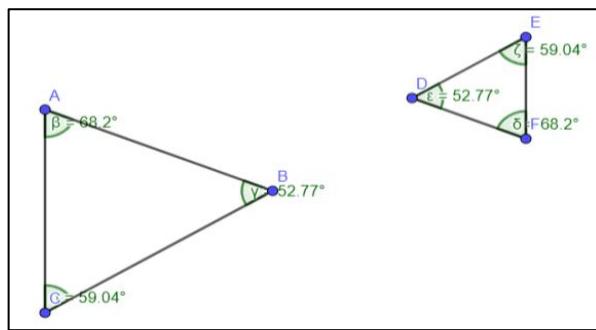
Por tanto, los lados son proporcionales.

#### 2.4.2.1.1 Criterios de semejanza

##### *Criterio AAA (Ángulo- Ángulo- Ángulo)*

Dos triángulos son semejantes, si estos cuentan con todas las parejas de ángulos correspondientes congruentes entre sí.

Ilustración 16. Criterio de semejanza AAA



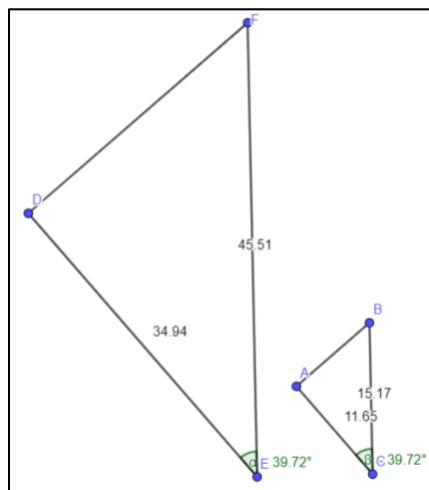
Fuente: Elaboración propia.

$\Delta ABC$  es semejante con el  $\Delta DEF$  debido a que  $\angle A \cong \angle F$ ,  $\angle C \cong \angle E$  y  $\angle D \cong \angle B$ .

### Criterio LAL (Lado- Ángulo- Lado)

Dos triángulos son semejantes, si dos de sus lados correspondientes son proporcionales y el ángulo que se forma entre ellos es congruente (con la misma medida).

Ilustración 17. Triángulos semejantes. Criterio LAL



Fuente: elaboración propia.

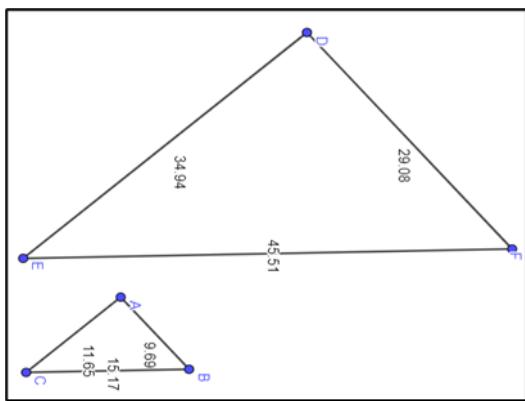
$\Delta ABC$  es semejante  $\Delta DEF$ , debido a que  $\angle E \cong \angle C$  y  $\frac{DE}{FE} = \frac{AC}{BC}$ .

### Criterio LLL (Lado- Lado- Lado)

Dos triángulos son semejantes, si estos cuentan con todos sus lados correspondientes son proporcionales.

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

Ilustración 18. Triángulos semejantes. Criterio LLL.



Fuente: Elaboración propia

El  $\Delta ABC$  es semejante con el  $\Delta DEF$  tomando en cuenta que todas las parejas de lados correspondientes son proporcionales.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{ED}} = \frac{\overline{CB}}{\overline{FE}}$$

En este sentido, es necesario que los estudiantes comprendan conceptos como proporcionalidad y ángulos los cuales son determinantes para el desarrollo de estas temáticas.

### **CAPÍTULO III. ASPECTOS METODOLÓGICOS**

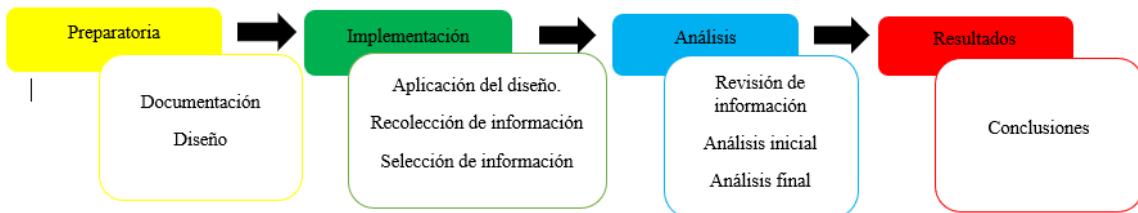
Este trabajo es de tipo cualitativo descriptivo, que según Castaño (2002) está orientada a describir con detalle y exhaustividad los fenómenos, situaciones o costumbre y actividades en uno o más momentos del tiempo, basado en hipótesis o teoría. Es decir, esta investigación permite

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

conocer el comportamiento de los fenómenos en estudio, de forma sistemática. Esto con el fin de dar cuenta del desarrollo de los objetivos planteados en este trabajo, así como dar respuesta a la pregunta de investigación. Esta metodología se basa en un estudio de casos que desde la postura de Camargo consiste “en describir y caracterizar una situación o historia individual o grupal (i.e. ser humano específico, entidad, organización o institución) cuya particularidad es interesante desde el punto de vista investigativo” (p. 24). Dado que la población objeto de estudio en esta investigación presenta características particulares por su condición socioeconómica, el único medio con el cual contaron para continuar con sus actividades académicas durante la pandemia fue el de la guía de aprendizaje, tomando como fundamento principal sus carencias de recursos y medios tecnológicos, por tanto, no contaron con el acompañamiento directo de un docente en el desarrollo de las actividades que en las guías se proponían; tomando en cuenta dichas condiciones, las cuales hacen particulares la población que compone esta institución educativa es pertinente la metodología utilizada.

Este trabajo de investigación está desarrollado en cuatro momentos, basada en la propuesta de Rodríguez, Flores y García, (1996) las cuales se indican de la siguiente manera:

*Ilustración 19. Momentos de la investigación.*



El primer momento llamado preparación se desarrolló en dos fases: la primera es de documentación, en donde se atendió aspectos relacionados con las diferentes perspectivas en las que se aborda el proceso, además, de caracterizar la Institución, la población objeto de estudio, y

la documentación de la guía de aprendizaje presentada por el MEN (2019) y a su vez la implementada por la institución. La segunda parte de este primer momento, corresponde al diseño y revisión de las actividades propuestas en las dos guías de aprendizaje a la luz del marco de referencia teórico.

En el segundo momento llamado implementación, se desarrollaron dos guías de aprendizaje con los estudiantes de 8° grado de la IERV para obtener como insumo a analizar, las respuestas que ellos produzcan mediante el uso de lápiz, papel y otras herramientas convencionales como regla, trasportador, colores, cartulina y tijeras, a través de guías impresas; este momento se ejecutó a través de dos dinámicas diferentes de implementación, una donde los estudiantes realizaron las actividades propuestas en la guía de forma autónoma y la otra mediada por docente.

En el tercer momento se realizó el análisis a las producciones de los estudiantes resultantes de la implementación, desarrolló en dos tiempos en los cuales te atendió un análisis inicial donde se presentan por separado el producto de cada una de las intervenciones a la luz de unas categorías de análisis previamente determinadas y un análisis final donde se contrastan los resultados que se obtienen de las dos formas de intervención puestas en estudio en este trabajo; con el fin de mirar los alcance del uso de la guías de aprendizaje en la aproximación a la semejanza y congruencia en triángulos a partir de las transformaciones geométricas desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento con y sin la mediación del docente.

En el cuarto momento se presentan los resultados y conclusiones producto del ejercicio investigativo de este trabajo de grado.

A continuación, se presentan con mayor detalle los aspectos atendidos en los momentos uno y dos y en los capítulos posteriores se dará cuenta de los momentos tres y cuatro.

### **3.1 Momento 1. Preparatoria**

Como ya se ha indicado, esta primera fase se desarrolla en dos partes: la primera donde se atendió la documentación relacionada con los antecedentes que sobrevienen al problema puesto en juego en este ejercicio, las diferentes perspectivas que conforman el marco teórico con el cual se desarrolló este trabajo, además, de caracterizar la Institución y la población objeto de estudio.

Tal documentación aporto los elementos necesarios para el desarrollo del segundo momento de la investigación en el que se atendió el diseño de las actividades propuestas en las guías implementadas.

Es importante tener en cuenta que la documentación aporto elementos a partir de los cuales se realizó un cotejo entre la información obtenida, dicha información con relación a las guías de aprendizaje, tomando en cuenta que estas no tienen un solo formato ni estructura, por lo tanto, se realizó una búsqueda de información que permitiese dar con la más adecuada para la población.

#### **3.1.1 Diseño de las actividades**

Para el diseño de las actividades, se tomaron en cuenta los contenidos de la EBS en el componente del pensamiento espacial y métrico, de acuerdo con los Estándares Básicos de Competencia y Lineamientos Curriculares establecidos por el MEN, asociadas a la semejanza y congruencia, que en este caso se abordaron desde los triángulos, Por otro lado se tiene en cuenta que los estudiantes de 8° de la IERV, según información aportada por el docente, no han visto temas asociados a semejanza y congruencia debido a que en la pandemia generada por el Covid-19 se priorizaron temáticas dadas las condiciones de trabajo y la poca interacción con los estudiantes ya referidas anteriormente en otros apartados de este trabajo, esto implicó pensar en actividades que facilitaron y promovieron la participación de los estudiantes poniendo en uso algunos material

como: regla, transportador, tijeras, cartulina, colores, con el fin de que les permitiera resaltar, construir, comunicar, conjeturar y fundamentar los conceptos. Tales dinámicas nos permitieron colocar en juego procesos de visualización y razonamiento, con la intención de favorecer el acercamiento de los estudiantes a conceptos asociados a la semejanza y congruencia de triángulos.

### **3.1.1.1 *Actividades diseñadas para la guía 1***

La actividad propuesta en esta guía se aborda el tema de la congruencia en triángulos planteada desde la actividades cognitiva de visualización y razonamiento, indicadas a través de transformaciones isométricas (traslación y rotación) consideradas en este caso como una forma de acercar al estudiante al tema de la congruencia. Para lo cual se utilizaron como medio de trabajo materiales como: cartulina, lápiz, transportador, reglas, bolígrafo, tijeras y colores, el cual consistía en construir triángulos congruentes que cumpliera con algunas condiciones dadas a través de instrucciones que se dieron en cinco pasos y que además se acompañan con ilustraciones.

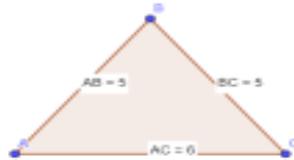
*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

*Ilustración 20. Actividad uno-guía de congruencia.*

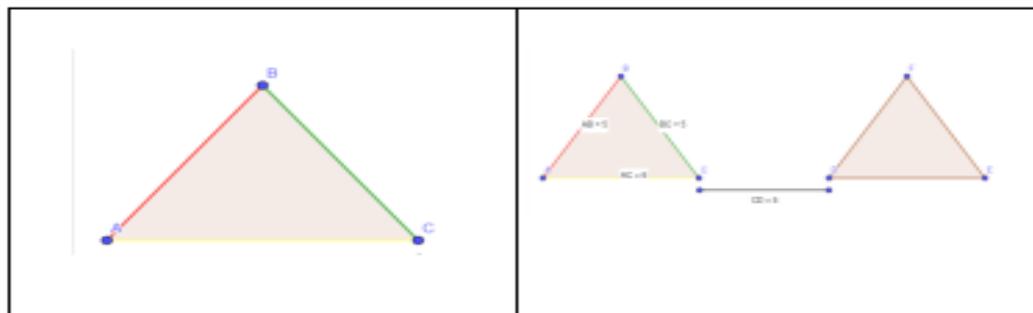


**PRACTICO Y APRENDO.**

1. Dibuja en el trozo de cartulina un triángulo isósceles.  
Recuerda que un triángulo se puede clasificar de acuerdo a los lados o los ángulos, en este caso un triángulo isósceles es aquel que tiene 2 lados iguales y 1 diferente.



2. debes utilizar medidas diferentes a las que se muestran en el ejemplo  
colorea los lados del triángulo de la siguiente manera:
  - el segmento AB de color rojo.
  - el segmento AC de color amarillo.
  - el segmento BC de color verde.
3. Ahora, traslada el triángulo cinco centímetros a la derecha.  
EJEMPLO: Observa cómo lo puedes hacer.

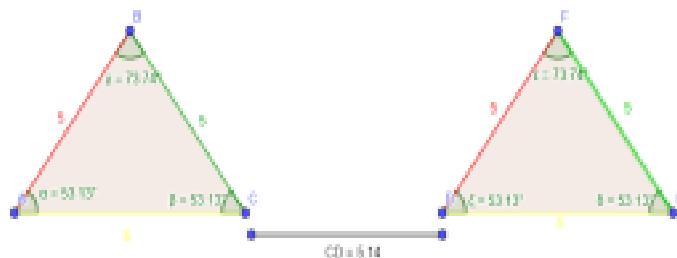


4. Luego con la ayuda de la regla verifica la longitud de los lados y con el transportador mide la amplitud de los ángulos de ambos triángulos y ubica esas medidas en ellos.  
Recuerda que el ángulo es la amplitud entre dos líneas que comparten un punto que recibe el nombre de vértice.
5. Colorea del mismo color los lados correspondientes entre los dos triángulos.



Con esta actividad se espera motivar a los estudiantes al aprendizaje de una nueva temática, además de comprender los elementos que hacen congruentes dos triángulos sin conocer el concepto, como lo son: la correspondencia entre lados, la correspondencia entre lados y los criterios que permiten determinar cuándo dos triángulos son congruentes. Este proceso realizado por los estudiantes sería determinante para dar respuesta a las preguntas que se presentan a continuación:

Ilustración 21. Actividad uno - guía de congruencia.



6. Ahora utilizando las tijeras recorta las figuras y colócalas una sobre la otra haciendo coincidir los lados correspondientes.

A ese proceso de colocar una figura sobre la otra se le llama **superposición** de figuras.

➤ Responde las siguientes preguntas con respecto a lo que realizaste anteriormente:

A. ¿Qué ocurre con los lados de los triángulos?

---

---

---

B. ¿La medida de los ángulos del triángulo sufrieron algún cambio cuando se trasladó?

---

---

---

C. Describe qué observaste al superponer los triángulos

---

---

---

---

Esta actividad comprende tres preguntas cuyo propósito es dar cuenta de lo aprendido, y que revelarán si se cumplido con el objeto de la actividad, el cual, era acercar al estudiante al conocimiento de congruencia y la comprensión de los elementos que hacen congruentes dos triángulos.

Posteriormente se le presenta el concepto formal de congruencia, seguido de dos actividades que permitan dar cuenta que tanto se acercaron los estudiantes al concepto de congruencia entre

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

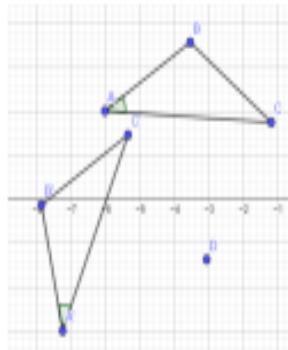
triángulos, teniendo en cuenta los criterios de congruencia a través del uso de la visualización y el razonamiento.

*Ilustración 22.actividad dos - guía de congruencia*



Ahora vamos a practicar lo aprendido

7. En la siguiente ilustración se muestran dos triángulos, uno es la rotación del otro, obsérvala y mide las longitudes de sus lados y la amplitud de sus ángulos con ayuda de la regla y el transportador.



- Responda las siguientes preguntas con respecto a la ilustración anterior:

- A. ¿Cuándo mediste los lados de los triángulos a qué conclusión pudiste llegar?

---

---

---

- B. ¿Qué paso con la forma del triángulo después que se le aplicó la rotación?

---

---

---

- C. ¿Son congruentes los triángulos?

Justifica tu respuesta:

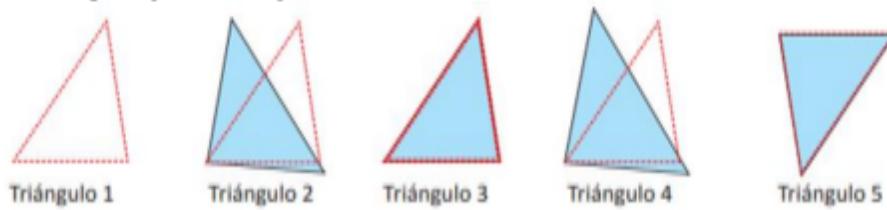
Con esta actividad se espera que los estudiantes justifiquen la congruencia haciendo uso de los criterios presentados anteriormente en la guía de aprendizaje, además de conocer

comprender que dos triángulos son congruentes independientemente de la posición en la que estén.

Seguido de esto se plantea una actividad en la cual se presentan una serie de imágenes compuesta por triángulos.

*Ilustración 23. actividad cuatro- guía de congruencia.*

8. En la siguiente ilustración se muestran 5 triángulos. Observa y describe qué ocurre con cada uno de los triángulos que en ella se presentan.



Triángulo 1:

---

---

Triángulo 2:

---

---

Triángulo 3:

---

---

Triángulo 4:

---

---

Triángulo 5:

---

---



Con esta se espera que los estudiantes comprendan que un triángulo puede ser congruentes con uno o más triángulos.

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

Por último, se planteó una actividad de cierre donde los estudiantes pudieran identificar cuáles de los triángulos presentados eran congruentes haciendo uso de los criterios de congruencia, el propósito contenido en esta actividad estaba orientado a desarrollar procesos de visualización y razonamiento en los estudiantes, utilizando las propiedades de los criterios de congruencia y los conocimientos asociados al concepto adquiridos previamente.

*Ilustración 24. Actividad cinco - guía de congruencia*



### PRACTICO LO QUE APRENDÍ

9. Identifica si las parejas de triángulos que se presentan a continuación son congruentes. Lo puedes hacer utilizando los criterios de congruencia que aprendimos anteriormente.

	Espacio de trabajo y argumentación:
	Espacio de trabajo y argumentación:
	Espacio de trabajo y argumentación:

### 3.1.1.2 Actividades diseñadas para la guía 2

En esta guía se presenta el tema de semejanza en triángulos en la que se espera acercar a los estudiantes a su comprensión abordando desde procesos de visualización y razonamiento, para lo cual se planteó una primera actividad propuesta a través de transformaciones isomórficas (homotecia), en la que se utilizaron materiales como: reglas, transportador, lápiz, la cual consistía en la construcción sobre papel del dibujo de un triángulo y que este posteriormente sufriera una transformación (homotecia), orientada por un paso a paso que se acompañó de ilustraciones en las que se destacaban las condiciones que se requerían para alcanzar lo propuesto.

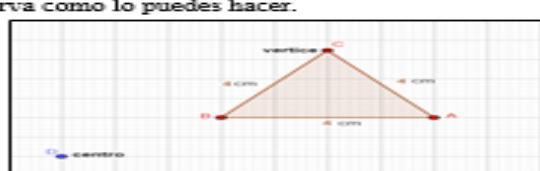
Ilustración 25. Actividad uno - guía de semejanza.



#### PRÁCTICO Y APRENDO.

1. Toma la hoja que te pedí, dibuja un triángulo, marca los puntos que unen las líneas que conforman el triángulo, recuerda que a esto se le llama (vertices) luego dale nombres, teniendo en cuenta que siempre deben ser letras mayúscula, pueden ser (A,B,C).
2. Ahora ubica un punto en cualquier lugar del plano por fuera del triángulo, el cual consideraremos como centro.

EJEMPLO: Observa como lo puedes hacer.

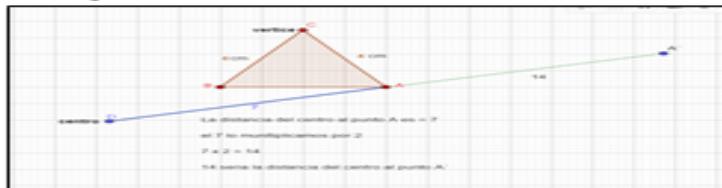


3. Luego con la reglas tomas la distancia que hay del punto que llamamos centro a cada uno de los vértices y esribelos en la linea correspondiente su medida.

4. Luego cada una de esas longitudes multiplicala por un mismo numero, en este caso te sugiero que sea por 2.

5. Ahora proyecta el resultado de cada multiplicacion desde el centro hasta un nuevo punto pasado por cada vértice de la figura inicial.

Observa como lo puedes hacer.



A continuación

Posteriormente como cierre de esta actividad, se le daba a conocer el concepto a los estudiantes indicando que todo lo que realizó y construyó era una transformación llamada

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

homotecia y que cuando ocurre esta se dice que las figuras son semejantes, en este caso los dos triángulos.

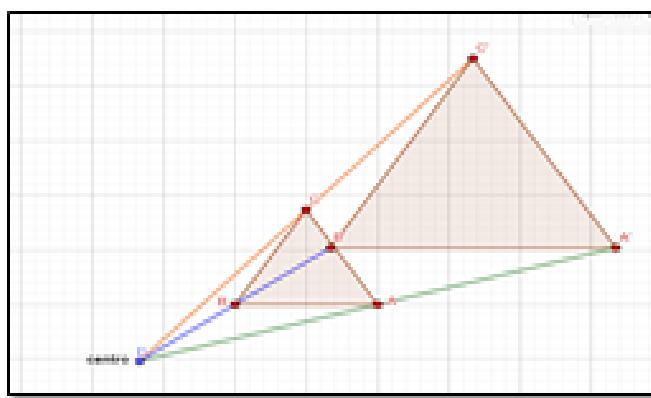
*Ilustración 26. Actividad uno - guía de semejanza.*

De acuerdo a lo que realizaste responde las siguientes preguntas.

1. ¿Qué le sucedió al primer triángulo después que se multiplicó por dos?

- 
2. ¿El triángulo inicial cambio su forma o se conservó?
- 

Al culminar las indicaciones dadas, te debe haber quedado dos triángulos como se observa en la imagen.



En la segunda actividad se promueve la verificación de los criterios de semejanza entre los triángulos que construyó anteriormente, esto con el fin de que afianzar y acercar a los estudiantes a dicho conocimiento, luego se presentan dos preguntas con el objeto de que los estudiantes argumenten sobre lo aprendido, y así verificar si se había cumplido con el propósito de la actividad.

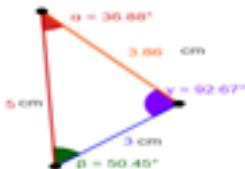
La tercera actividad se diseñó apuntando a dar cuenta del acercamiento a la temática trabajada que podían alcanzar los estudiantes, para lo cual se presenta una información acompañada de una ilustración con dos triángulos y algunas características (medidas de longitud

de sus lados y la amplitud de sus ángulos) ampliamente destacadas, para a partir de ello realizar dos preguntas que al responderlas dieran pistas de los alcances que pudieran obtenerse del afianzamiento y aproximación al concepto abordado, mediante sus argumentos y conjeturas.

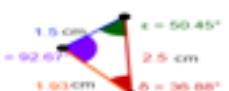
Ilustración 27. Actividad dos- guía de semejanza.

 Ahora vamos a practicar lo aprendido

6. En la siguiente ilustración se muestran dos triángulos, con las respectivas medidas de longitud de sus lados y la amplitud de sus ángulos.



$\alpha = 36.88^\circ$   
 $b = 50.45^\circ$   
 $c = 92.67^\circ$   
 $a = 3 \text{ cm}$   
 $5 \text{ cm}$



$P = 50.45^\circ$   
 $Q = 92.67^\circ$   
 $R = 36.88^\circ$   
 $1.5 \text{ cm}$   
 $2.5 \text{ cm}$   
 $1.93 \text{ cm}$

- Responda las siguientes preguntas:
  - ❖ ¿Los dos triángulos tienen la misma forma?

Justifica tu respuesta: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

❖ ¿Los dos triángulos son semejantes?

Justifica tu respuesta: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

*Ilustración 28. Actividad tres - guía de semejanza.*



Dado los resultados que se obtuvieron después de las intervenciones, y en respuesta a los momentos que se han propuesto para atender el cómo de este ejercicio investigativo, se diseñó un instrumento para el análisis el cual se presenta en el siguiente apartado, que permitiese establecer una conversación entre las diferentes perspectivas consideradas objeto de revisión a la luz de los resultados que se dieran en las intervenciones con los estudiantes análisis

### **3.1.2 Diseño de instrumento de análisis**

Para atender el análisis que se propone como cuarto capítulo en este trabajo se consideraron tres de los elementos del marco teórico como base para el mismo, que son: los procesos cognitivos de visualización y razonamiento y la guía de aprendizaje y los conceptos de semejanza y congruencia.

A continuación, se dan algunas consideraciones relacionadas con estos tres elementos.

Los procesos cognitivos de visualización y razonamiento vistos desde Duval 1998 y 1999 se asume como un papel determinante para la enseñanza y aprendizaje de la geometría, pues es la visualización la que permite representar los objetos matemáticos y reconocer las características de un objeto o figura geométrica tanto de la inicial como la final, permitiendo que los estudiantes reconozcan las transformaciones que sufren las figuras. Por su parte el razonamiento permite que los estudiantes desarrollen pensamiento matemático a través de la argumentación, la conjetura y construcción de nuevos conocimientos a partir de la información y conocimiento que ya tiene.

La guía de aprendizaje, en correspondencia con lo manifestado por (Aguirre 2004 y Cafam 2008) es considerada como una herramienta didáctica, dirigida a los estudiantes con el objetivo de que sean ellos los que construyan su conocimiento a partir de la información que se encuentra en ella.

Los conceptos de congruencia y semejanza tienen gran importancia en el currículo colombiano, teniendo en cuenta que dichos conceptos de acuerdo a los EBC se deberían abordar con los estudiantes desde primero hasta once, con el objetivo de potencializar el desarrollo del pensamiento espacial y pensamiento métrico en los educandos, estos conceptos los abordamos desde la mirada de Samper y Medina (2013), Julio (2014) y Moises & Downs (1986).

De acuerdo con cada uno de los elementos considerados en cada perspectiva, se determinan unas categorías que se fijaran en el instrumento de análisis para el que se ha diseñado una rejilla en la que se cruzan los resultados obtenidos en uno u otra categoría.

En relación con los **procesos cognitivos**, se considera la visualización y razonamiento como aspectos a analizar, en los procesos de visualización se atenderán las tres aprehensiones: operatoria

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

(OP), perceptiva (PC) y discursiva (DS) y para el razonamiento se atenderá lo relacionado con dos procesos: discursivo teórico (DT) y discursivo natural (DN).

En lo concerniente a la **perspectiva matemática** se consideran aspectos asociados a los conceptos de semejanza y congruencia, el concepto de congruencia (CC), el concepto de semejanza (CS) criterio de congruencia (CG), criterio de semejanza (CS), observar y describir (OD), la identificación de triángulos congruentes (ITC) y la identificación de triángulos semejantes (ITS).

En atención a la **guía de aprendizaje** se busca analizar si los estudiantes desarrollaron cada una de las actividades propuestas en la guía (SDTA) y la percepción de la guía (PEC)

Para atender uno de los aspectos de gran relevancia en el interés de este ejercicio investigativo, todo el análisis se atiende desde las producciones de los estudiantes contrastando las intervenciones con mediación de docente (CM) y sin mediación de docente (SM).

A continuación, se presenta el diseño de la rejilla aplicada al análisis de los resultados.

*Tabla 2. Diseño de rejilla de análisis.*

Categorías			Procesos cognitivos					Guía	
			Visualización			Razonamiento		SDTA	PEC
			OP	PC	DC	DT	DN		
M at e m át ic o	CC	SM							
		CM							
	CS	SM							
		CM							
	ITC	SM							
		CM							

Para dar cuenta de los resultados que obtuvieron del desarrollo de las guías por parte de los estudiantes en las intervenciones, se cruzaran lo matemático en sentido vertical con los aspectos de los procesos cognitivos y con los de la guía de aprendizaje, todo ello se expondrá así; si los procesos cognitivo fueron determinantes para la parte matemática se especifica y establece en la rejilla; para la guía de aprendizaje, se indica a través de las palabras SÍ (desarrolló la actividad completa) o NO (no desarrolló la actividad completa), si los estudiantes desarrollaron toda la guía y para la percepción de la guía se determina si los estudiantes desarrollaron toda la guía o no desarrollaron toda la guía con mediación docentes y sin mediación docente. Por otra parte, se indicará con la letra X (si el proceso no se consideró para el desarrollo de la actividad).

### **3.2 Momento 2. Implementación**

La implementación se desarrolla a través de cuatro intervenciones, las dos primeras donde se implementó la guía de congruencia bajo dos dinámicas de acuerdo a lo considerado como el objeto de estudio en este trabajo, una sin la mediación de docente y otra con intervención docente y dos últimas intervenciones donde se implementó la guía de semejanza bajo las mismas dinámicas consideradas en la primera intervención.

El desarrollo de la primera intervención sin mediación docente, tomó un tiempo de tres horas, en el que se recogió información a través de registros fotográficos y físicos, lo cual sirvió como insumo a la investigación.

Para esta intervención se contextualiza a los estudiantes dándoles a conocer que éramos estudiantes de Licenciatura en Educación con énfasis en Matemática de décimo semestre y que este ejercicio se estaba desarrollando en el marco de nuestro trabajo de grado, luego se les explicó a los estudiantes, que en esta oportunidad harían el trabajo de forma autónoma sin la mediación de docente por tanto no habrían intervenciones de nuestra parte y que esta era una experiencia similar

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

a la de trabajo en casa en la que no habían contado con acompañamiento de sus profesores, con respecto a la guía, se les explicó la estructura aunque ellos se supone estaban familiarizados con ella y el propósito que esta tenía al ser desarrollar.

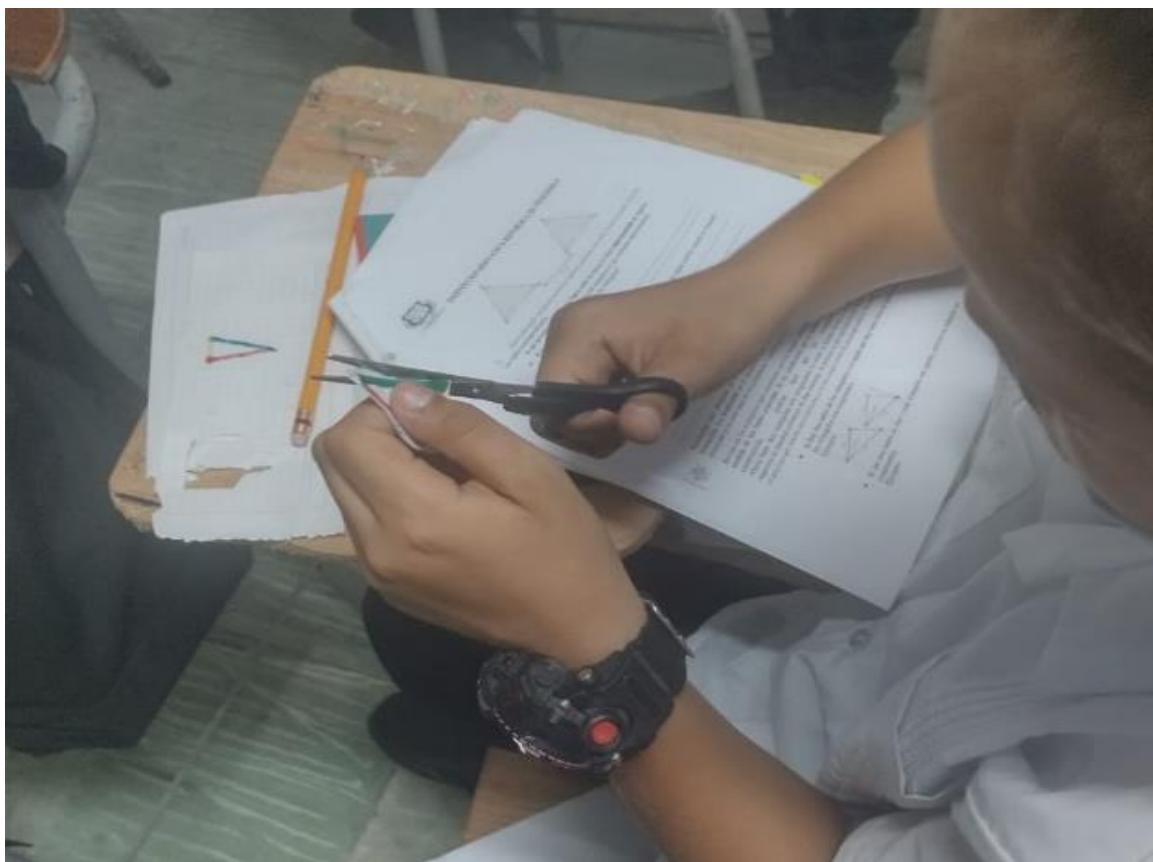
Durante este proceso surgieron dudas al desarrollar algunas actividades por parte de los estudiantes, y aunque se presentaba un paso a paso en la guía, la mayoría de ellos, en algunas decidían no hacerlas y pasaban a la siguiente, lo que impidió el desarrollo completo de las mismas.

El desarrollo de la intervención con mediación docente, tomó un tiempo de tres horas, en el que se recogió información a través de registros fotográficos y físicos, lo cual sirvió como soporte a la investigación.

Se inició dando una explicación sobre la dinámica de trabajo, se les dio a conocer que se desarrollaría la guía y que estaríamos presente en el aula de clase para orientar alguna inquietud que se presentará al respecto del ejercicio, pero que no intervendríamos de forma directa en el desarrollo de las actividades que en ella se proponían, además, se explicó la forma como estaba estructurada la guía, y finalmente se dio a conocer el propósito que se tenía con su desarrollo.

En el desarrollo de la guía, se pudo evidenciar que la mayoría de los estudiantes lograron hacer la construcción de manera correcta, pero no hicieron buenos cortes de las figuras, por lo tanto, se les orientó en lo pertinente sin influir en el desarrollo de la actividad.

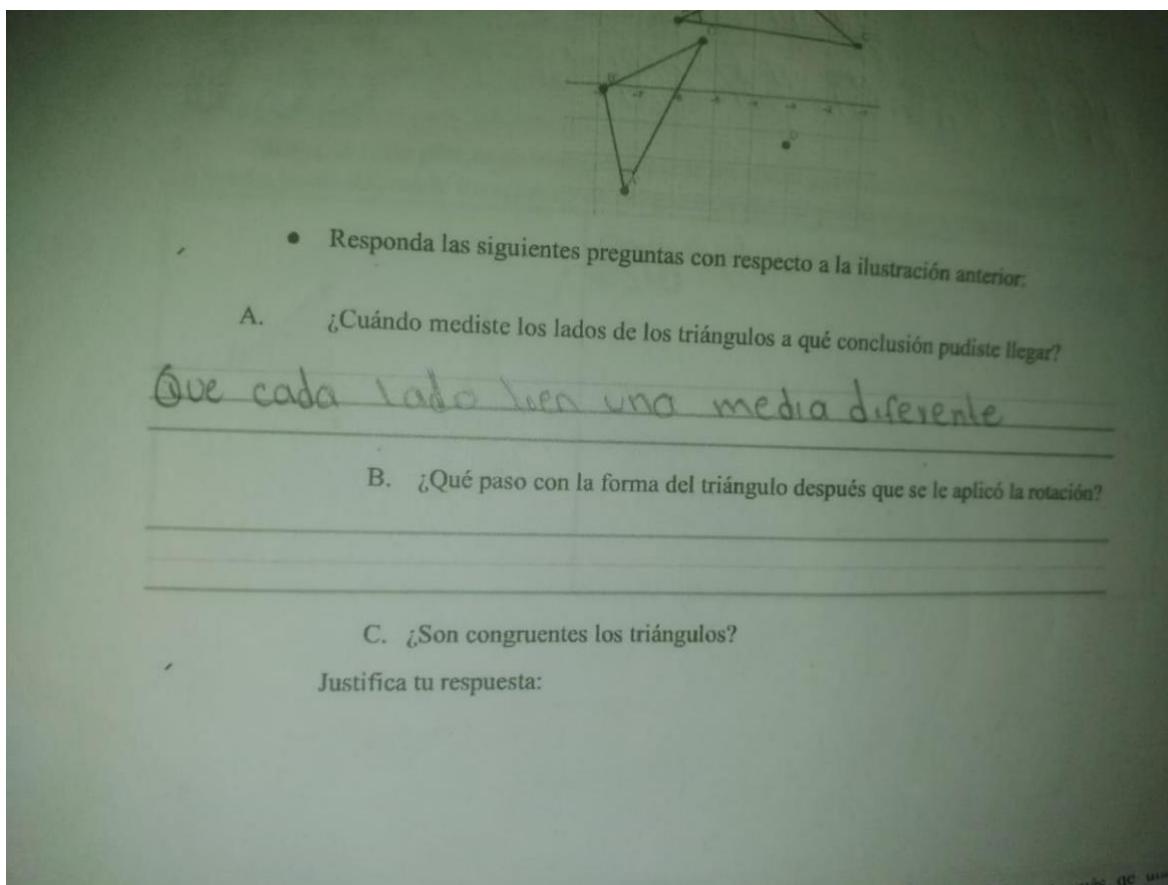
*Ilustración 29. Estudiante recortando su construcción.*



En esta oportunidad, los estudiantes lograron concluir el desarrollo de las actividades propuestas en dicha guía.

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

*Ilustración 30. Actividades sin desarrollar.*



Para el desarrollo de la segunda guía de semejanza en triángulos, la intervención se desarrolló bajo las mismas dinámicas que en las primeras intervenciones, con y sin mediación docente.

La intervención sin mediación docente, tomó un tiempo de tres horas, en el que se recogió información a través de registros fotográficos y físicos, lo cual sirvió como evidencia a la investigación.

En esta oportunidad nuevamente, se hace una introducción donde se dio a conocer que las condiciones y formas de participación nuestras serían de la misma manera como se había hecho en la experiencia anterior y que por tanto sólo daríamos orientaciones al respecto de la dinámica de trabajo, pero no en cuanto al desarrollo de las actividades, posteriormente se les explicó la

estructura y el propósito que tenía la guía a desarrollar. De esta se puede decir que, a diferencia de la guía de aprendizaje con relación a la congruencia, en esta guía los estudiantes si culminaron con el desarrollo de las actividades que la componían.

El desarrollo de la intervención con mediación docente, se tomó un tiempo de tres horas, en el que se recogió información a través de registros fotográficos y físicos, lo cual sirvió como pruebas a la investigación.

Se inició explicando la dinámica de trabajo, dándoles a conocer a los estudiantes que en esta oportunidad estaremos acompañándolos con orientaciones respecto a la estructura de la guía, pero que no intervendremos de forma directa en el desarrollo de las actividades que en ella se proponían, asegurándonos que pudieran entender lo que se debía hacer y finalmente se dio a conocer el propósito que se tenía con su desarrollo. En esta intervención los estudiantes realizaron más preguntas, con relación a las otras intervenciones.

Ahora bien, en todas las intervenciones se respondían a las preguntas de los estudiantes que tenían lugar de acuerdo a la dinámica que se estaba desarrollando, la estrategia se daba que los estudiantes levantaran la mano y nos acercábamos y atendíamos a sus requerimientos, si estos tenían lugar de acuerdo a la dinámica de mediación o no mediación docente, esto cuidando que las condiciones para el desarrollo de la actividad se mantuvieran.

## CAPÍTULO IV. ANALISIS

Este análisis se desarrolla en dos tiempos, el primero tiene que ver con un análisis inicial donde se atenderán los resultados por separado de cada una de las experiencias y un análisis final donde se contrastan las dos experiencias a la luz de los resultados que se obtienen con el fin de mirar los alcances de las guías de aprendizaje en la aproximación a la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento con y sin la mediación del docente.

### 4.1 Análisis inicial.

Este apartado contiene los análisis iniciales de la investigación.

#### 4.1.1 La guía de aprendizaje como herramienta metodología para el aprendizaje.

La guía de aprendizaje es una herramienta metodológica propuesta por el Ministerio de Educación Nacional a las Instituciones Educativas colombianas con el fin de disminuir el impacto ocasionado por la pandemia COVID-19 y continuar con los procesos educativos.

Desde este punto de vista en esta investigación se pretendía indagar y conocer si esta herramienta facilitó el acercamiento a los estudiantes al aprendizaje, en nuestro caso en los estudiantes del 8º de la Institución Educativa República de Venezuela en el área de las matemáticas, dadas sus características socioeconómicas, el poco acompañamiento de apoyo para el desarrollo de tareas con el que contaban en casa y tomando en cuenta que ni los estudiantes ni los docentes estaban familiarizados con ella. Por esto se intentó conocer si los estudiantes obtenían mejores resultados al solucionar una guía de aprendizaje de manera autónoma o con el acompañamiento de un docente. Por tal razón, se presenta el siguiente análisis en dos apartados

atendiendo el número de guías implementadas determinadas como: guía 1: aproximación al concepto de congruencia y guía 2: aproximación al concepto de semejanza.

#### **4.1.1.1 *Guía 1: aproximación al concepto de congruencia***

Con el desarrollo de esta primera guía de aprendizaje, se buscó aproximar a los estudiantes al concepto de la congruencia en triángulos, en una primera intervención sin mediación docente y la segunda con la mediación de docente, en las que se pusieron en uso las actividades cognitivas de visualización (aprensión operatoria, aprensión discursiva y aprensión perceptiva) y razonamiento (proceso discursivo natural y proceso discursivo teórica).

Las actividades propuestas para el desarrollo de la guía de aprendizaje y lo que se obtiene de las mismas se ponen en conocimiento a partir de un relato en este apartado, en la rejilla de análisis y algunos registros fotográficos, en los que se presentan aspectos considerados como relevantes en este ejercicio investigativo asociados a los objetos matemáticos (semejanza y congruencia), las actividades cognitivas (visualización y razonamiento) y de la guía de aprendizaje ( su desarrollo y percepción ) con y sin mediación de docente, para determinar con cuál de las dos formas de intervención se pudieron aproximar de manera más adecuada los estudiantes al concepto de congruencia.

A continuación, se presenta la rejilla de análisis con los aspectos recogidos a partir de las producciones de los estudiantes con y sin mediación de docente:

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

Tabla 3. Rejilla de análisis- guía congruencia

Categorías			Procesos cognitivos					La guía	
			Visualización			Razonamiento		SDT A	PEC
			OP	PC	DC	DT	DN		
Matemática	CC	SM	No reconocen el movimiento aplicado a la figura.	No reconocen los elementos característicos de las figuras.	No lograron construir la figura de acuerdo a las indicaciones dadas.	X	No argumentan o explican lo concluido	Si	No necesitaron ayuda
		CM	reconocen el movimiento aplicado a la figura.	Reconocen los elementos característicos de las figuras.	lograron construir la figura de acuerdo a las instrucciones.	X	Argumentan y explican lo concluido	Si	No necesitaron ayuda
	CG	SM	X	No lograron reconocer los elementos característicos de las figuras.	X	No justifican la congruencia a partir de argumentos basados en los criterios de congruencia.	X	No	Necesitaron ayuda
		CM	X	Reconocen los elementos característicos de las figuras.	X	justifican la congruencia a partir de argumentos basados en los criterios de congruencia.	X	Si	Necesitaron ayuda
	OD	SM	X	No reconocen los elementos característicos de las figuras.	X	X	No argumentan o explican lo concluido	No	No necesitaron ayuda
		CM	X	Reconocen los elementos característicos de las figuras.	X	X	Argumentan y explican lo concluido	Si	Necesitaron ayuda
	ITC	SM	X	No reconocen los elementos característicos de las figuras.	X	No justifican la congruencia a partir de argumentos basados en los	No argumentan o explican lo concluido	No	No necesitaron ayuda
		CM	X	Reconocer los elementos característicos de las figuras.	X	justifican la congruencia a partir de argumentos basados en los criterios de congruencia.	. Argumentan y explican lo concluido	Si	No necesitaron ayuda

#### 4.1.1.1.1 Sin la mediación de docente:

Este primer apartado dará cuenta de los aspectos registrados en la experiencia de implementación de la guía 1 sin mediación docente.

Para la actividad uno de esta guía de aprendizaje, en lo concerniente a la (CC) en relación con la guía todos los estudiantes la culminaron con su desarrollo y en cuanto a la percepción, consideraron no necesitar ayuda para su desarrollo, con respecto a los procesos cognitivos con

asociados a la visualización, se pudo establecer que en la mayoría de los estudiantes no se produjo aprensión discursiva (DC), dado que no lograron construir las figuras basándose en definiciones dadas en el paso a paso, así mismo, se pudo evidenciar que en cuanto a la aprensión operatoria (OP), estos no reconocieron la trasformación aplicada a la figura (traslación), como tampoco exploraron las características de las figuras como lo son: los lados, los ángulos, la forma y el tamaño, los cuales eran aspectos asociados a la aprensión perceptiva (PC), estos aspectos eran determinantes para que se pudiera dar respuesta de manera adecuada a partir de argumentos y explicaciones con relación a estos, este proceso da cuenta del razonamiento (DN). Como resultado de lo propuesto, se obtuvo que los estudiantes no lograron construir el concepto de congruencia.

Para la actividad dos asociadas a (CG), con relación a la guía de aprendizaje se pudo evidenciar que la mayoría de los estudiantes no culminaron con el desarrollo de la actividad y manifestaron que no requerían ayuda para el desarrollo de lo propuesto. Con respecto a la visualización se dejó ver que los estudiantes no se produjo aprensión perceptiva (PC), puesto que la mayoría de estos no reconocieron las características de las figuras: como lados y ángulos, así mismo, no hicieron uso del proceso discursivo teórico (DT) ya que estos no dieron argumentos basados en los criterios de congruencia ni en leguaje natural ni simbólico. Por último, como resultado de los propuesto se obtuvo que los estudiantes no lograron a hacer uso de los criterios de congruencia para justificar la misma.

Para la actividad tres asociadas a (OD), respecto a la guía de aprendizaje se pudo observar que la mayoría de los estudiantes no desarrollaron esta actividad, sin embargo, consideraron no necesitar ayuda para este proceso. Con relación a la visualización se pudo conocer que en los estudiantes no se produjo aprensión perceptiva (PC), pues estos no reconocieron las características que tenían en común las figuras como lo son: el tamaño y la forma, así mismo, no hicieron uso del

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

proceso discursivo natural (DN) para comunicar lo observado a partir de argumentos y explicaciones. Por consiguiente, como resultado se obtuvo que los estudiantes no lograron observar y describir lo sucedido.

Por último, en la actividad asociada a (ITC), con relación a la guía de aprendizaje se pudo la mayoría de los estudiantes no desarrollaron la actividad planteada, sin embargo, consideraron no necesitar ayuda para su desarrollo. Con relación a la visualización se pudo extraer que en los estudiantes no se produjo aprensión perceptiva (PC), tomando en cuenta que estos no reconocieron características de las figuras como lo son: ángulos, lados, forma y tamaño, así mismo, no hicieron uso ni del proceso discursivo natural (DN) ni el proceso discursivo teoría (DT), pues estos no justificaron a partir de argumentos basados en los criterios de congruencia ni otras explicaciones. Por consiguiente, como resultado se obtuvo que estos no lograron identificar la congruencia.

#### **4.1.1.1.2 Con mediación docente:**

Este apartado dará cuenta de los aspectos registrados en la experiencia de implementación de la guía 1 con mediación docente.

Para la actividad uno de esta guía de aprendizaje, en lo concerniente a la (CC) en relación con la guía todos los estudiantes la culminaron con su desarrollo y en cuanto a la percepción, consideraron necesitar ayuda para su desarrollo, con respecto a los procesos cognitivos asociados a la visualización, se pudo establecer que en la mayoría de los estudiantes se produjo aprensión discursiva (DC), dado que lograron construir las figuras basándose en definiciones dadas en el paso a paso, así mismo, se pudo evidenciar que en cuanto a la aprensión operatoria (OP), estos reconocieron la trasformación aplicada a la figura (traslación), además exploraron las características de las figuras como lo son: los lados, los ángulos, la forma y el tamaño, los cuales eran aspectos asociados a la aprensión perceptiva (PC), estos aspectos eran determinantes para que

se pudiera dar respuesta de manera adecuada a partir de argumentos y explicaciones con relación a estos, este proceso da cuenta del razonamiento (DN). Como resultado de lo propuesto, se obtuvo que los estudiantes lograron construir el concepto de congruencia.

Para la actividad dos asociadas a (CG), con relación a la guía de aprendizaje se pudo evidenciar que la mayoría de los estudiantes culminaron con el desarrollo de la actividad y manifestaron que requerían ayuda para el desarrollo de lo propuesto. Con relación a la visualización se dejó ver que en la mayoría de los estudiantes se produjo aprensión perceptiva (PC), puesto que la mayoría de estos reconocieron las características de las figuras: como lados y ángulos, así mismo, hicieron uso del proceso discursivo teórico (DT) ya que estos dieron argumentos basados en los criterios de congruencia en leguaje natural o simbólico. Por último, como resultado de lo propuesto se obtuvo que los estudiantes lograron a hacer uso de los criterios de congruencia para justificar la misma.

Para la actividad tres asociadas a (OD), relacionado a la guía de aprendizaje se pudo observar que la mayoría de los estudiantes desarrollaron esta actividad, sin embargo, consideraron necesitar ayuda para este proceso. Con relación a la visualización se pudo conocer que en los estudiantes no se produjo aprensión perceptiva (PC), pues estos no reconocieron las características que tenían en común las figuras como lo son: el tamaño y la forma, así mismo, no hicieron uso del proceso discursivo natural (DN) para comunicar lo observado a partir de argumentos y explicaciones. Por consiguiente, como resultado se obtuvo que los estudiantes no lograron observar y describir lo sucedido.

Por último, en la actividad asociada a (ITC), con relación a la guía de aprendizaje se pudo la mayoría de los estudiantes desarrollaron la actividad planteada, sin embargo, consideraron necesitar ayuda para su desarrollo. Con relación a la visualización se pudo extraer que en los

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

estudiantes se produjo aprensión perceptiva (PC), tomando en cuenta que estos reconocieron características de las figuras como lo son: ángulos, lados, forma y tamaño, así mismo, hicieron uso del proceso discursivo natural (DN) y el proceso discursivo teoría (DT), pues estos justificaron a partir de argumentos basados en los criterios de congruencia en otras explicaciones. Por consiguiente, como resultado se obtuvo que estos lograron identificar la congruencia.

#### **4.1.1.2 Guía 2: aproximación al concepto de semejanza**

Con el desarrollo esta segunda guía de aprendizaje se buscaba la aproximación del estudiante al concepto de semejanza entre triángulos en una primera intervención sin mediación de docente y la segunda intervención con mediación de docente, en las que se pusieron en uso las actividades cognitivas de visualización (aprehensión operatoria, discursiva y perceptiva) y el razonamiento (proceso discursivo natural y teórico).

Las actividades propuestas para el desarrollo de la guía y lo que se obtiene de las mismas se ponen en conocimiento a partir de un relato en este apartado, en la rejilla considerada como instrumento de análisis y algunos registros fotográficos, en los cuales se presentan aspectos considerados relevantes en este ejercicio investigativo, como los procesos cognitivos de visualización y razonamiento, aspectos generales de la semejanza y aspectos generales de la guía, con y sin mediación de docente, para determinar con cuál de las dos formas de intervención se pudieron aproximar de manera más adecuada los estudiantes al concepto de semejanza.

A continuación, se presenta la rejilla de análisis con los aspectos recogidos a partir de las producciones de los estudiantes con y sin mediación de docente:

*Tabla 4. Rejilla de análisis - guía de semejanza.*

Categorías	Procesos cognitivos					Guía	
	Visualización			Razonamiento		SDT A	PEC
	OP	PC	DC	DT	DN		

<b>Matemático</b>	<b>CC</b>	<b>SM</b>	No reconocen el movimiento aplicado a la figura.	No reconocer las características de las figuras.	No realizan las construcciones basadas en instrucciones	<b>X</b>	No argumenta a partir de lo construido	Si	Se necesita ayuda para desarrollarla
		<b>CM</b>	Reconocen el movimiento aplicado a la figura	Reconocen las características de las figuras.	Realizan construcciones basadas en instrucciones	<b>X</b>	Argumenta a partir de lo construido	Si	Se necesita ayuda para desarrollarla
	<b>CS</b>	<b>SM</b>	<b>X</b>	No reconocer las características de las figuras.	<b>X</b>	No utiliza los criterios de semejanza para argumentos	<b>X</b>	Si	Se necesita ayuda para desarrollarla
		<b>CM</b>	<b>X</b>	Reconocen las características de las figuras.	<b>X</b>	Utiliza los criterios de semejanza para argumentos	<b>X</b>	Si	Se necesita ayuda para desarrollarla
	<b>ITS</b>	<b>SM</b>	<b>X</b>	No reconocen los elementos característicos de las figuras.	<b>X</b>	No utiliza los criterios de semejanza para argumentos	<b>X</b>	Si	Se necesita ayuda para desarrollarla
		<b>CM</b>	<b>X</b>	Reconocen las características de las figuras.	<b>X</b>	Utiliza los criterios de semejanza para argumentos	<b>X</b>	Si	Se necesita ayuda para desarrollarla

#### **4.1.1.2.1 Sin mediación docente:**

Este primer apartado dará cuenta de los aspectos registrados en la experiencia de implementación de la guía 2 sin mediación docente.

En la actividad uno asociada a (CC), en lo relacionado a la guía de aprendizaje se pudo evidenciar que todos los estudiantes culminaron con el desarrollo de la actividad de planteada, además estos consideraron necesitara ayuda para su desarrollo. Con relación a la visualización se pudo observar que en la mayoría de los estudiantes no se produjo aprensión discursiva (DC), pues estos no realizaron la construcción de las figuras basándose en definiciones dadas en un paso a paso, así mismo, en estos no se produjo aprensión operatoria (OP), pues estos no reconocieron a trasformación aplicada a la figura (homotecia), por otro lado, en estos no se produjo aprensión perceptiva (PC), pues no reconocieron características de las figura, como lo son: ángulos y lados; situación que conllevo a que en cuanto a razonamiento estos no dieran argumentos y explicaciones asociados a los elementos antes mencionados. Por último, como resultado de esto se obtuvo que la mayoría de los estudiantes lograran construir el concepto de semejanza.

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

Para la actividad dos asociadas a (CS), con relación a la guía de aprendizaje se pudo observar que todos los estudiantes culminaron con el desarrollo de la actividad propuesta, sin embargo, consideraron necesitar ayuda para su desarrollo. Con respecto a la visualización se pudo extraer que en los estudiantes no se produjo aprensión perceptiva (PC), pues estos no reconocieron características como ángulos y lados, lo que provocó que en cuanto al razonamiento estos no hicieran uso del proceso discursivo teórico para dar argumentos basados en deducciones a partir de los criterios de semejanza. Por consiguiente, los resultados obtenidos para esta actividad es que la mayoría de los estudiantes no lograron construir el concepto de semejanza.

Por último, para la actividad tres asociadas a (ITS), con relación a la visualización se pudo observar que en la mayoría de los estudiantes no se produjo aprensión perceptiva (PC), pues estos no se identificaron que en cuanto a la visualización la mayoría de los estudiantes no reconocieron las características las figuras presentadas (PC) como: ángulos y lados, lo que conllevo a que en cuanto a razonamiento estos no hicieran uso del proceso discursivo natural (DN) y/o teórico (DT). Por consiguiente, se obtuvo como resultado que estos no lograron construir la semanada

#### **4.1.1.2.2 Con mediación docente:**

Este primer apartado dará cuenta de los aspectos registrados en la experiencia de implementación de la guía 2 con mediación docente.

En la actividad uno asociada a CC, respecto de la guía de aprendizaje se pudo evidenciar que todos los estudiantes culminaron con el desarrollo de la actividad de planteada, además estos consideraron necesitara ayuda para su desarrollo. Con relación a la visualización se pudo observar que en la mayoría de los estudiantes se produjo aprensión discursiva (DC), pues estos realizaron la construcción de las figuras basándose en definiciones dadas en un paso a paso, así mismo, en estos se produjo aprensión operatoria (OP), pues estos reconocieron a trasformación aplicada a la

figura (homotecia), por otro lado, en estos se produjo aprensión perceptiva (PC), pues reconocieron características de las figura, como lo son: ángulos y lados; situación que conllevo a que en cuanto a razonamiento estos dieran argumentos y explicaciones con relación a los elementos antes mencionados. Por último, como resultado de esto se obtuvo que la mayoría de los estudiantes lograran construir el concepto de semejanza.

Para la actividad dos, asociada a (CS), en respuesta a la guía de aprendizaje se pudo observar que todos los estudiantes culminaron con el desarrollo de la actividad propuesta, sin embargo, consideraron necesitar ayuda para su desarrollo. Con respecto a la visualización se pudo extraer que en los estudiantes se produjo aprensión perceptiva (PC), pues estos reconocieron características como ángulos y lados, lo que provocó que en cuanto al razonamiento estos hicieran uso del proceso discursivo teórico (DT) para dar argumentos basados en deducciones a partir de los criterios de semejanza. Por consiguiente, los resultados obtenidos para esta actividad es que la mayoría de los estudiantes lograron utilizar los criterios de semejanza para justificar la misma.

Por último, para la actividad tres asociadas a ITS, con relación a la visualización se pudo observar que en la mayoría de los estudiantes se produjo aprensión perceptiva (PC), pues estos se identificaron que en cuanto a la visualización la mayoría de los estudiantes reconocieron las características las figuras presentadas (PC) como: ángulos y lados, lo que conllevo a que en cuanto a razonamiento estos hicieran uso del proceso discursivo natural (DN) y/o teórico (DT). Por consiguiente, se obtuvo como resultado que estos lograron identificar la semejanza.

#### **4.2           Análisis final**

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

Este apartado contiene los análisis que se generan a partir del contraste de los resultados que se obtuvieron en las implementaciones de las guías con y sin mediación docente presentadas en el análisis inicial y los elementos teóricos en los que se sustenta esta investigación.

Aspectos que se presentan a continuación bajo tres apartados: una mirada desde el desarrollo de las guías de aprendizaje, los procesos cognitivos como facilitadores en el aprendizaje de la semejanza y la congruencia, y desde la aproximación a los conceptos.

#### **4.2.1 Una mirada desde el desarrollo de las guías de aprendizaje**

La guía de aprendizaje como herramienta didáctica fue un elemento importante y central en el desarrollo de este ejercicio investigativo, dado que, a través de las dos guías implementadas, se obtuvieron los resultados que se compararon y cotejaron como fuente primaria de recolección de datos, para determinar el nivel de autonomía de los estudiantes objeto de estudio a al desarrollo de las actividades que ellas se proponen con y sin mediación de docente. Entendiendo la guía de aprendizaje como herramienta propuesta con el fin de que los estudiantes hagan uso de ella de manera autónoma, sin embargo, en esta investigación se evidencio que para el caso de los estudiantes del grado 8° de la IERV, en la mayoría de los casos se presentaron grandes dificultades en el desarrollo de las actividades cuando contaban con total autonomía, pero cuando se les dispuso orientación a través de la mediación de un docente, estos avanzaban con mayor acierto en el cumplimiento del desarrollo de lo propuesto.

#### **4.2.2 Los procesos cognitivos como facilitadores en el aprendizaje de la semejanza y la congruencia**

En este apartado se presentan los aspectos resultantes del contraste entre las dos formas de intervención en relación con los procesos cognitivos abordados como parte relevante de nuestro marco referencial.

##### **4.2.2.1 *Desde la visualización***

Desde las dos formas de intervención, se evidencia una diferencia bastante marcada en la respuesta que se obtuvieron a partir de la puesta en uso de la visualización desde las aprensiones vistas desde Duval como formas de potenciar las propiedades y características asociadas a la congruencia o semejanza de triángulo según el caso.

En lo que respecta a la intervención sin mediación docente, los estudiantes no produjeron resultados que evidenciaron que los aspectos donde se ponía en juego la visualización como proceso cognitivo en cuanto a la aprensión perceptiva los estudiantes no reconocían las unidades destacadas en las figuras propuestas, en cuanto a la aprensión operatoria, no lograron a pesar de las transformaciones que se aplicaban a los triángulos reconocer las propiedades que les pretendían mostrar, por otro lado en lo pertinente a la aprensión discursiva, no lograron acercarse a la construcción de definiciones a pesar que se les aportaban figuras destacando características y propiedades determinantes para tal fin. Por tanto, no se alcanzó lo propuesto en el desarrollo de ninguna de las dos guías bajo esta dinámica de trabajo.

Por el contrario, en el caso donde medio un docente aportando orientaciones cuando estas se requirieron, en cuanto a la aprensión perceptiva los estudiantes lograron reconocer en muchos de los casos las unidades destacadas en las figuras propuestas, en cuanto a la aprensión operatoria, las

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

transformaciones que se aplicaban a los triángulos permitieron reconocer las propiedades que les pretendían mostrar en la mayoría de los casos , en cuanto a la aprensión discursiva, lograron aproximarse a la construcción de definiciones a partir de las figuras donde se destacaron sus características y propiedades. Por tanto, se produjo un mayor acercamiento a la identificación de las características que determinaban aspectos propios ya sea de semejanza o congruencia.

#### **4.2.2.2 *Desde el razonamiento***

Tomando en cuenta las dos formas de intervención, al igual que con la visualización, que era el medio para aportar insumos que promovieron el razonamiento en los estudiantes, se marca una diferencia significativa en los resultados que se obtienen en las dos formas de intervención en lo que respecta a la puesta en uso de los procesos asociados al razonamiento vistos desde Duval.

Respecto de la intervención sin mediación docente, los estudiantes en cuanto al proceso discursivo teórico, no lograron aportar discursos acertados, puesto que no hicieron deducciones a partir de las ilustraciones e información presentada, en cuanto al proceso discursivo natural, los estudiantes no aportaron explicaciones ni argumentos desde sus percepciones acertados asociados a lo propuesto; Por tanto no lograron plantear argumentos y mucho menos llegar a concluir o construir a cerca de los conceptos que se proponían desde cada una de las actividades asociadas a la semejanza o congruencia según lo planteado en cada caso.

En las intervenciones donde hubo mediación de docente, los estudiantes en cuanto al proceso discursivo teórico, lograron aportar discursos donde se acercaban mediante deducciones que hicieron a partir de las ilustraciones e información presentada, en cuanto al proceso discursivo natural, los estudiantes aportaron explicaciones y algunos argumentos desde sus percepciones acertados asociados a lo propuesto. Esto permitió que lograran presentar justificaciones que desde

sus interpretaciones se validaron en muchos de los casos como argumentos acertados ante lo propuesto, lo que permitió que lograran conjeturar en muchos de los casos sobre los conceptos.

Una aproximación a los conceptos de semejanza y congruencia en triángulos Dadas las dos formas de intervención que son objeto principal de este análisis, y teniendo en cuenta las pistas que da lo expuesto en lo escrito que antecede este apartado y lo antes dicho al respecto en el análisis inicial, se obtiene como resultado que en la intervención sin mediación docente, los estudiantes no lograron alcanzar la comprensión de los conceptos de semejanza y congruencia de triángulos, así como tampoco de los aspectos que se asociaban a estos, en cuanto a la experiencia de intervención con mediación docente, se dio una mayor aproximación y comprensión de los aspectos asociados a los conceptos puestos en juego.

#### **4.2.3 Desde la aproximación a los conceptos**

De esto se obtuvo como resultado que la mayoría de los estudiantes se aproximaron a los conceptos abordados cuando estuvieron mediados por un docente, a diferencia de cuando no contaron con dicha mediación, en donde se les dificultó en gran medida acercarse a los conceptos que se pusieron en juego. El hecho que, si se hayan logrado mayores aproximaciones con la mediación docente, nos permite entender que el problema no estuvo en el diseño como tal de las actividades, sino posiblemente en otros factores asociados al trabajo bajo dinámicas de espacios autónomos.

## **CAPITULO V. CONCLUSIONES**

En este capítulo se precisan ideas relacionadas con la forma en la que se abordan los conceptos de semejanza y congruencia en triángulos en una guía de aprendizaje que pretendía desarrollar las actividades cognitivas de visualización y razonamiento. Ahora bien, la influencia

de la mediación docente en el desarrollo de una guía de aprendizaje y los resultados que se obtienen de estas son el principal objetivo. Lo anterior, se detalla tomando en cuenta los objetivos propuestos para la investigación y algunos elementos obtenidos a lo largo del desarrollo de la indagación.

Como aspectos concluyentes se obtiene lo siguiente:

Con respecto al primer objetivo, se logró indagar, reconocer y comprender a qué responde cada uno de los apartados que estructuran la guía de aprendizaje propuesta por el MEN, cual es la que utilizó durante la pandemia en la IERV para seguir garantizando el proceso de enseñanza a los estudiantes.

Con relación a la estructura de guía de aprendizaje, se logró indagar la estructura de guía apropiada para la institución, identificando que esta está basada en la establecida por el MEN.

En respuesta a la estructura de la guía, los apartados que la conforman, los propósitos de cada apartado, los estándares y lineamientos asociados al grado y temática a trabajar y teniendo en cuenta las actividades cognitivas consideradas en nuestros referentes teóricos como la visualización y el razonamiento, de las cuales se tuvieron en cuenta las aprensiones y dos de los procesos discursivos establecidos por Duval. La articulación de todos estos elementos permiten la construcción de una propuesta pertinente y adecuada para poner en el escenarios escolares

De la implementación de las guías de aprendizaje con y sin mediación docente al grupo e institución de interés, y del producto que se obtuvo de la recolección de información y selección de la misma, se pudo extraer insumos necesarios y suficientes que aportaron al curso y materialización de esta investigación. De estos se pudo concluir que:

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

Para la población objeto de estudio en este caso, la guía de aprendizaje como herramienta didáctica es funcional siempre y cuando estos cuenten con la orientación y acompañamiento de un docente que les permita despejar dudas cuando se requiere, que las condiciones de trabajo de autonomía total no resultan funcionales en este grupo de estudiantes.

Que las actividades cognitivas de visualización y razonamiento, permiten aportar positivamente en la construcción de los conceptos de semejanza y congruencia de triángulos fortaleciendo el desarrollo de pensamiento matemático.

Que los estudiantes del grado octavo de la IERV lograron acercarse a través de la propuesta presentada a los conceptos y aspectos asociados a la semejanza y congruencia de triángulos.

Por otro lado, se hace necesario ahondar en otros espacios y oportunidades sobre la pertinencia y acierto que pudo haber tenido el uso de las guías de aprendizaje en cuanto a las matemáticas en la población estudiantil que durante el aislamiento provocado por la pandemia utilizó esta herramienta como medio para continuar sus actividades académicas, y sobre todo aquellos que por las limitaciones de acceso a herramientas o medios tecnológicos, no contaron con un acompañamiento sincrónico de sus profesores.

Sin embargo, este análisis no sólo permitió ver elementos con relación a la guía de aprendizaje, sino que también se identificaron elementos con relación al aprendizaje de conocimientos asociados. Cabe mencionar que la guía de aprendizaje después de esta experiencia se constituye para las instituciones educativas colombianas en una herramienta a considerar como medio para dar continuidad a los procesos escolares en situaciones adversas dadas las condiciones geográficas de nuestro país y donde existen unas amplias brechas de acceso a conectividad y a herramientas tecnológicas por parte de la población.

De todo lo anterior, se pudo concluir que los estudiantes de grado octavo de la IERV necesitan orientaciones en el desarrollo de las guías de aprendizajes, tomando en cuenta que estos a pesar de conocer la estructura de la guía no se encuentran familiarizados con la misma.

## BIBLIOGRAFÍA

- Aguilar Feijoo, R. M. (2004). La Guía Didáctica, un material educativo para promover el aprendizaje autónomo. Evaluación y mejoramiento de su calidad en la modalidad abierta y a distancia de la UTPL. *RIED-Revista Iberoamericana De Educación a Distancia*, 7(1-2), 179–192.
- Alonso, J., Ariza, J., Siniestra, L., & Urbano, C. (2019). Calidad de la Educación media según el examen del estado saber 11. Bogotá, Colombia: Universidad ICESI.
- Cardini, A., Bergamaschi, A., Torre, E., & Ollivier, A. (2020). Educar en pandemia: entre el aislamiento y la distancia social. Biblioteca Felipe Herrera. Banco Interamericano de Desarrollo.
- Castaño, C. & Quecedo, R. (2002). Introducción a la Metodología de Investigación Cualitativa. *Revista Psicodidactica*, 014.
- Camargo, L. (2018). Estrategias educativas de investigación en educación matemática. Bogotá: Fondo de publicaciones universidad pedagógica nacional, en evaluación.
- Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE), Geovisor CNPV 2018. Posición del observador: Departamento y Municipio Filtros temáticos Servicios Energía. (No cuenta con el servicio).
- Duval, R. (1999). Semiosis y pensamiento humano: Registro semiótico y aprendizaje intelectuales (M. Vega, Trad.). Cali: Universidad del Valle.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view? En C. Mammana y V. Villani (Eds.), *Perspectives on the teaching of geometry for the 21 st century* (pp. 37-57). Dordrecht: Kluwer Academic publishers.

- García, I; De la Cruz, Mercedes. (2014). Las guías didácticas: recursos necesarios para el aprendizaje autónomo.
- Godino, J. y Ruiz, F. (2002). Geometría y su didáctica para maestro. Universidad de granada. Granada, España.

Hershkowitz, R. (1998). About reasoning in geometry. In C. Mammana & V. Villani (Eds.), Perspective on the Teaching of the Geometry for the 21st Century (pp. 29-37). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Plublishers.

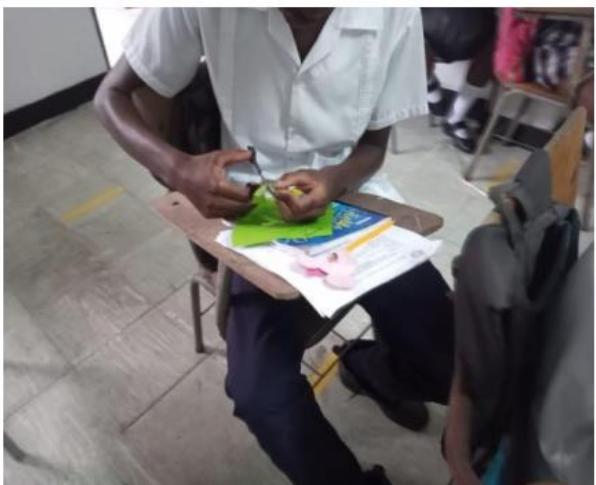
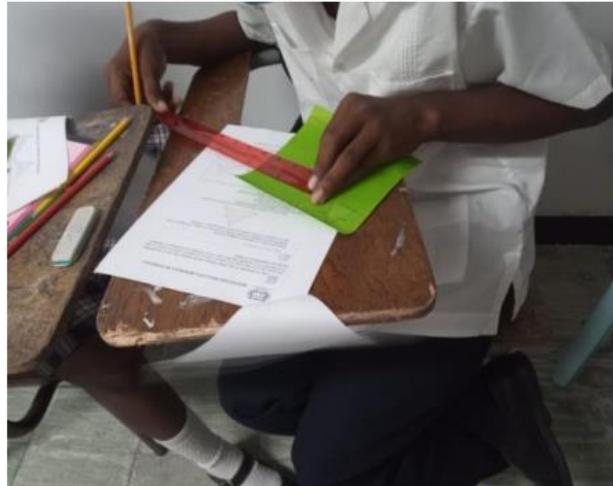
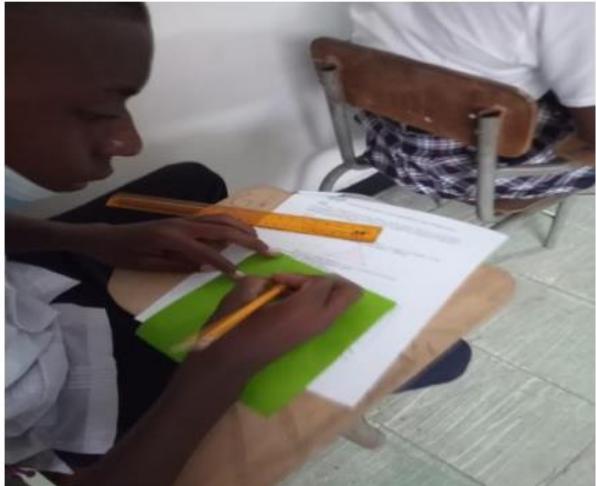
- Julio, L. (2014). Las transformaciones en el plano y la noción de semejanza (tesis de posgrado). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencia en Matemática. Bogotá, Colombia: MEN.
- Moise, E., & Downs, F. (1986). Geometría Moderna. Mexico: Addison-Wesley Iberoamericana S.A.
- Nacional, M. d. (1998). Lineamientos Curriculares. Bogotá, Colombia: MEN.
- Rodríguez, Gómez; Flores, G; & García, J. (1996). Metodología de la investigación cualitativa. Málaga: aljibe.
- Samper, C., & Molina, O. (2013). Congruencia de triángulos. In geometría plana: Un espacio de aprendizaje (pp.133-166). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Samper, C., & Molina, O. (2013). Proyección paralela y semejanza de triángulos. In Geometría plana: Un espacio de aprendizaje (pp. 191-224). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

- Vasco et al (2006). Ministerio de Educación Nacional. Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar! Imprenta Nacional de Colombia.

## ANEXOS

Anexo 1: Construcción del concepto de congruencia

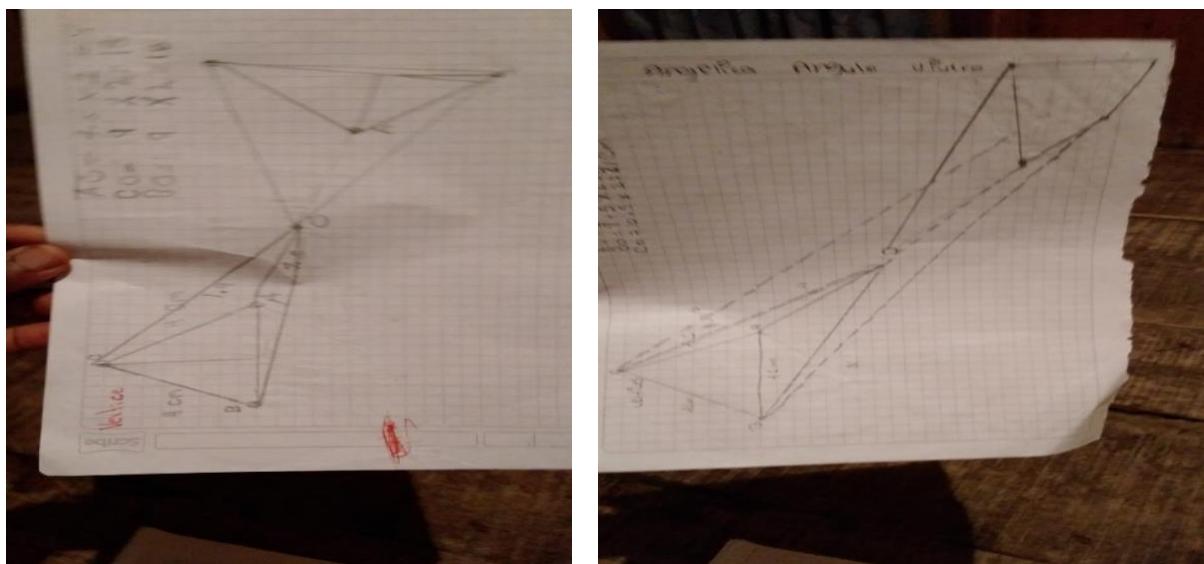


*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

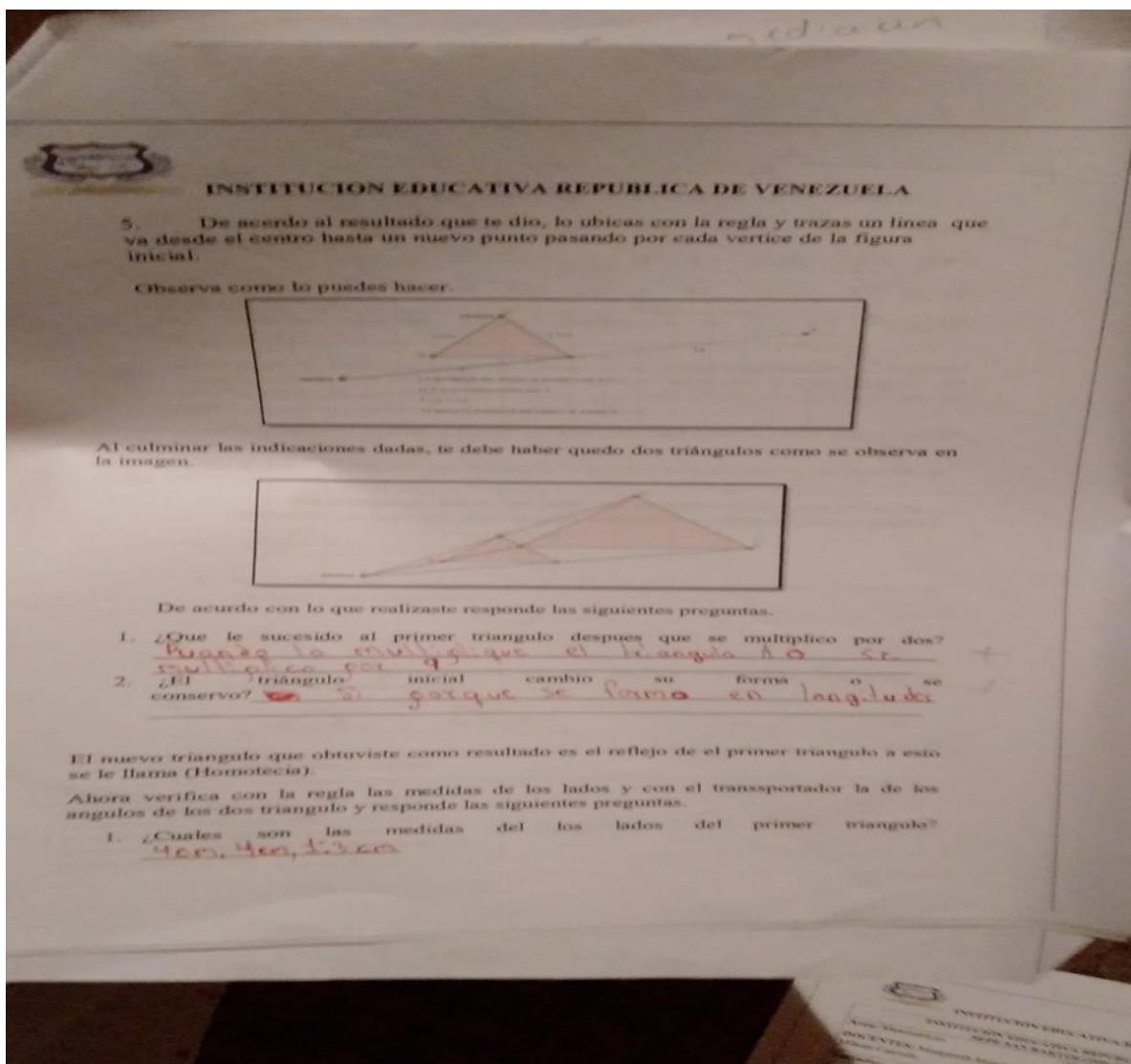
Anexo 2: Construcción del concepto de semejanza



Anexo 3: Construcciones con mediación docente



Anexo 4: Desarrollo de guía sin mediación docente



*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

*en medición*

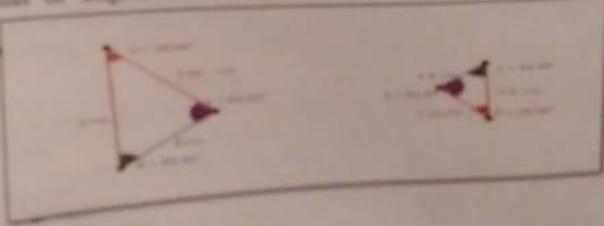
**INSTITUCION EDUCATIVA REPUBLICA DE VENEZUELA**

Ahora verifica en los triángulos que construiste anteriormente si se cumplen o no los criterios de semejanza y responde las siguientes preguntas.

1. ¿El primer criterio se cumple en los triángulos que construiste? Justifica tu respuesta. Recuerda utilizar el transportador para medir los ángulos de los triángulo.  
*Sí porque en los triángulos que construyó no hay vértice*
2. Para el caso de tus triángulos, se cumple el segundo criterio? Justifica tu respuesta.  
*No porque no hay criterio*
3. ¿El tercer criterio se cumple en los triángulos que construiste? Justifica tu respuesta.  
*No porque no hay criterio*
4. ¿Según las propiedades que verificaste, los triángulos que construiste son semejantes? Justifica tu respuesta.  
*Sí tiene los mismos lados con semejanza*

Ahora vamos a practicar lo aprendido

5. En la siguiente ilustración se muestran dos triángulos, con las respectivas medidas de longitud de sus lados y la amplitud de sus ángulos. Observa

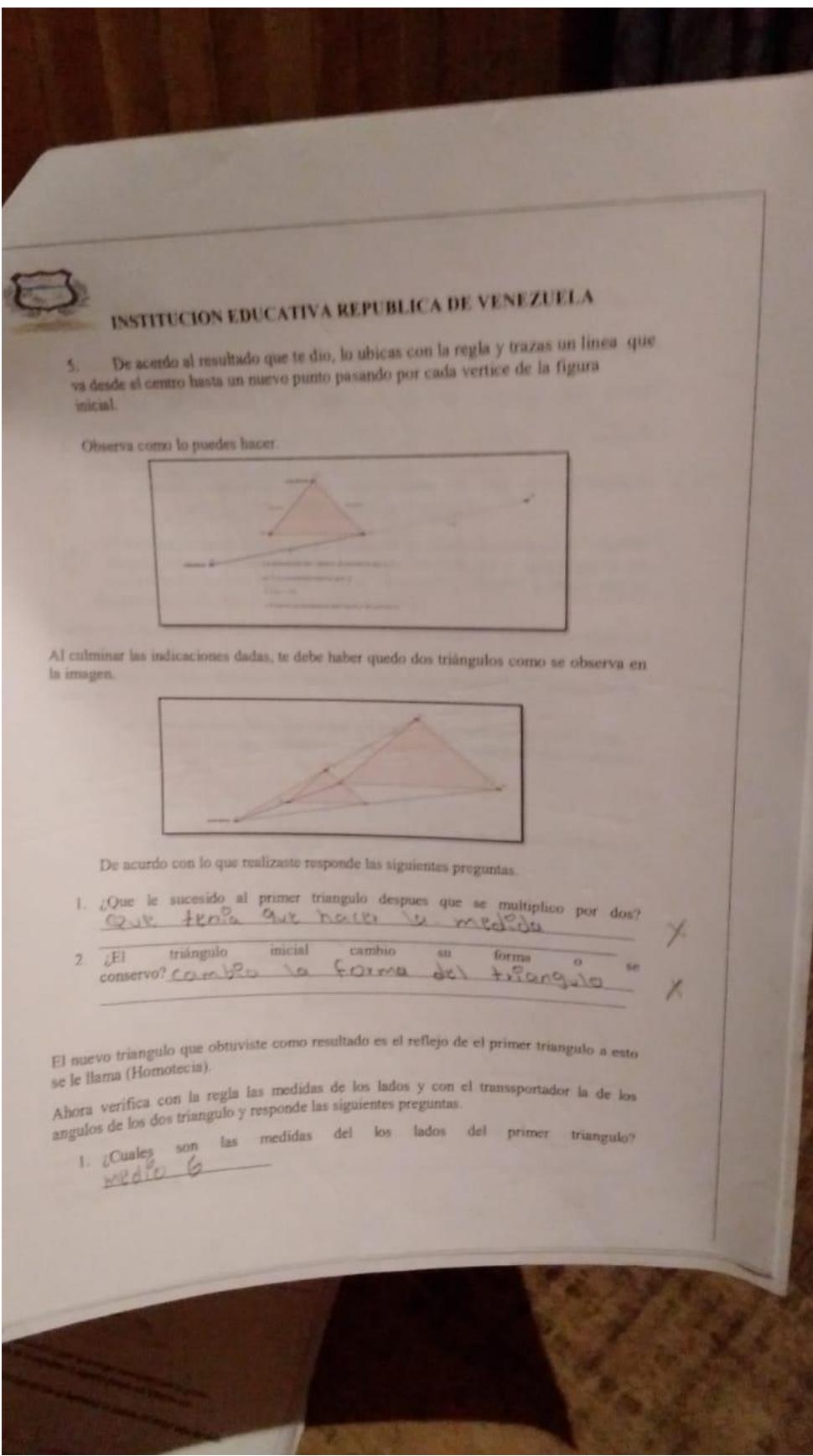


ponle las siguientes preguntas:

- ¿Los dos triángulos tienen la misma forma?
- ¿Los lados y los ángulos de los triángulos tienen la misma medida?
- ¿Los dos triángulos son semejantes?

Justifica tu respuesta:  
*Sí porque tienen los lados iguales y los ángulos iguales*

*No*



**INSTITUCION EDUCATIVA REPUBLICA DE VENEZUELA**

Ahora verifica en los triángulos que construiste anteriormente si se cumplen o no los criterios de semejanza y responde las siguientes preguntas.

1. ¿El primer criterio se cumple en los triángulos que construiste? Justifica tu respuesta. Recuerda utilizar el transportador para medir los ángulos de los triángulo.  
Sí ✓
2. ¿Para el caso de tus triángulos, se cumple el segundo criterio? Justifica tu respuesta. X
3. ¿El tercer criterio se cumple en los triángulos que construiste? Justifica tu respuesta. ✓
4. ¿Según las propiedades que verificaste, los triángulos que construiste son semejantes? Justifica tu respuesta  
Sí desigualtadas y X

Ahora vamos a practicar lo aprendido

6. En la siguiente ilustración se muestran dos triángulos, con las respectivas medidas de longitud de sus lados y la amplitud de sus ángulos. Observa

triangle A:  $a = 30.46^\circ$ ,  $b = 3 \text{ cm}$ ,  $c = 4 \text{ cm}$   
triangle B:  $C = 50.45^\circ$ ,  $A = 1.5 \text{ cm}$ ,  $B = 2 \text{ cm}$

S. ponda las siguientes preguntas:

- ❖ ¿Los dos triángulos tienen la misma forma?

Justifica tu respuesta: No es la misma forma X

- ❖ ¿Los dos triángulos son semejantes?  
Sí ✓



## INSTITUCION EDUCATIVA REPUBLICA DE VENEZUELA

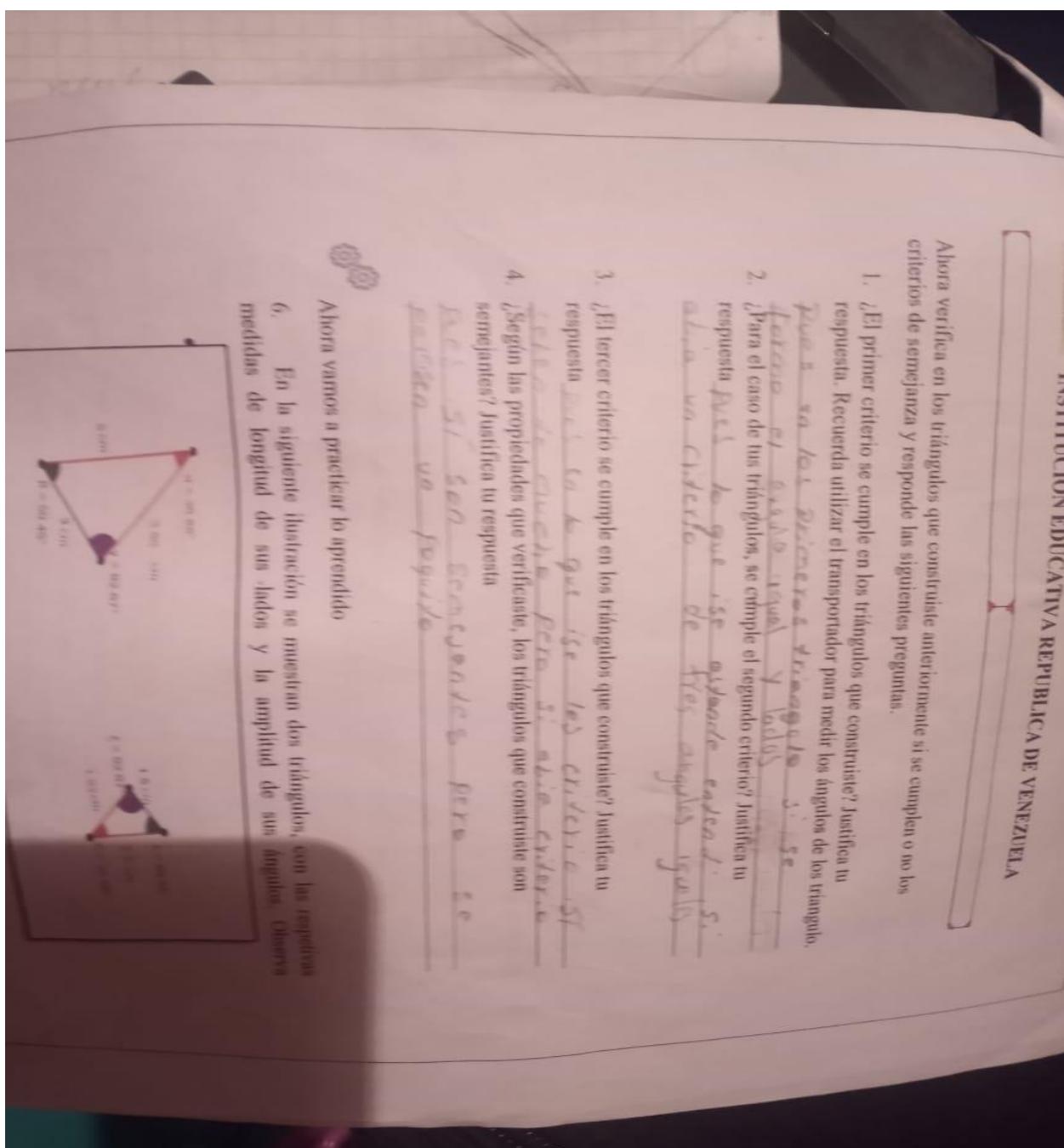
2. ¿Cuáles son las medidas de los lados del segundo triangulo? 3.3. 3.1. 4.0
3. ¿Cuál es la amplitud de cada uno de los angulos del primer triangulo?
4. ¿Cuáles es la amplitud de cada uno de los angulos del segundo triangulo?
5. ¿Que cambios resultaron en la construcción de los dos triangulos?  
Objetos con cambios pero los angulos de los triangulos

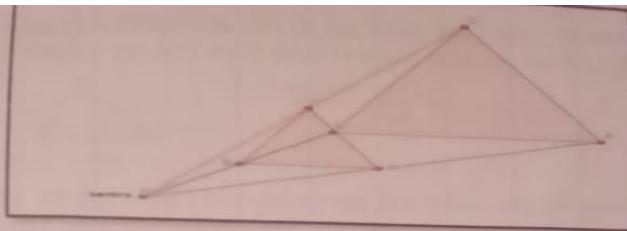
Al terminar la construcción de los triángulos se puede observar que el segundo triángulo conservó su forma mas no su tamaño, es decir que la homotecia es una transformación de una figura en el plano en la cual se conserva la forma mas no siempre el tamaño. (este se puede ampliar o reducir).

Cuando se da la homotecia entre dos figuras en este caso triángulos, se dice que ellos son

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

Anexo 5: Desarrollo de guías con mediación docente





De acuerdo con lo que realizaste responde las siguientes preguntas.

1. ¿Que le sucedio al primer triangulo despues que se multiplico por dos?  
lo que paso fue que se duplico y se volvio mas grande
2. ¿El triángulo inicial cambio su forma o se conservo?  
Pues el triangulo de inicio no se cambio se conservo y se multiplico

El nuevo triangulo que obtuviste como resultado es el reflejo de el primer triangulo a esto se le llama (Homotecia).

Ahora verifica con la regla las medidas de los lados y con el transportador la de los angulos de los dos triangulo y responde las siguientes preguntas.

1. ¿Cuales son las medidas del los lados del primer triangulo?  
4.0, 4.0, 4.0

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

*Ilustración 31. Guía de congruencia – página 1.*



INSTITUCION EDUCATIVA REPUBLICA DE VENEZUELA

INSTITUCION EDUCATIVA REPUBLICA DE VENEZUELA SEDE SAN BARTOLOMÉ DE LAS CASAS		
Área: Matemáticas	Grado: Octavo (8°)	Asignatura: Geometría
DOCENTES: Margareth Mondragón y Milena Caicedo		
Estándar: Conjeturo y verifico propiedades de congruencia y semejanza entre figuras bidimensionales en la solución de problemas.	DBA: Identifica relaciones de congruencia y semejanza entre las formas geométricas que configuran el diseño de un objeto.	
Evidencia de aprendizaje: Utiliza criterios para argumentar la congruencia de dos triángulos.		
Objeto de conocimiento a priorizar: Congruencia en triángulos		
NOMBRE DEL ESTUDIANTE:		



### OBJETIVO DE APRENDIZAJE

Identifica y reconoce triángulos congruentes a partir de transformaciones isométricas.



### INTRODUCCIÓN

! Buenos días chicos ¡espero que se encuentren muy bien.

En esta guía de aprendizaje que desarrollaremos a continuación abordaremos una temática que resulta bastante interesante para nosotros, pues esta nos va a permitir identificar cuando dos o más triángulos u otros objetos son iguales entre sí.

Para el desarrollo de esta guía de aprendizaje necesitarás los siguientes materiales: trazo de cartulina, lápiz, transportador y regla, bolígrafos, tijeras y colores, todo esto con el fin de aprender todo lo relacionado con la congruencia en triángulos.



### ¿QUE VOY A APRENDER?

Con todos los materiales que pedí anteriormente vamos a formar y medir triángulos para determinar sus características y los efectos que se produce en ellos después de una transformación isométrica.

¿Cuentas con todos los materiales? Si ese es el caso, ¡empecemos!

Ilustración 32. Guía de congruencia - página 2.



INSTITUCION EDUCATIVA REPUBLICA DE VENEZUELA

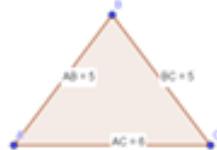


Para la realización de este trabajo deberás recordar algunas cosas que ya has aprendido. ¿Recuerdas qué es un lado? ¿Qué es un ángulo? ¿Qué es la traslación? ¿Qué es la rotación? y ¿Qué es la reflexión? Si lo recuerdas muy bien, pero si no lo recuerdas, no te preocupes lo repasamos a medida que desarrollemos el trabajo.

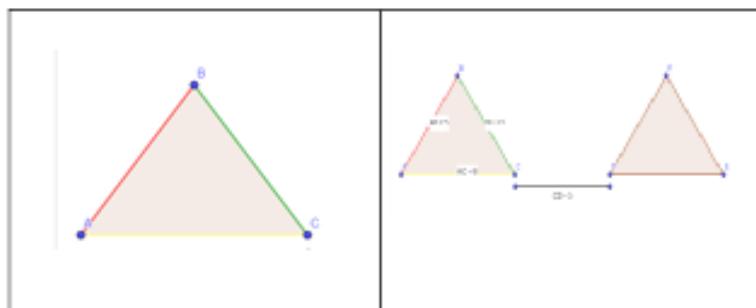


PRACTICO Y APRENDO.

1. Dibuja en el trozo de cartulina un triángulo isósceles.  
Recuerda que un triángulo se puede clasificar de acuerdo a los lados o los ángulos, en este caso un triángulo isósceles es aquel que tiene 2 lados iguales y 1 diferente.



2. debes utilizar medidas diferentes a las que se muestran en el ejemplo  
colorea los lados del triángulo de la siguiente manera:
  - el segmento AB de color rojo.
  - el segmento AC de color amarillo.
  - el segmento BC de color verde.
3. Ahora, traslada el triángulo cinco centímetros a la derecha.  
EJEMPLO: Observa cómo lo puedes hacer.

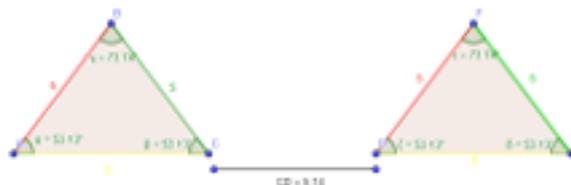


4. Luego con la ayuda de la regla verifica la longitud de los lados y con el transportador mide la amplitud de los ángulos de ambos triángulos y ubica esas medidas en ellos.  
Recuerda que el ángulo es la amplitud entre dos líneas que comparten un punto que recibe el nombre de vértice.
5. Colorea del mismo color los lados correspondientes entre los dos triángulos.

*Ilustración 33. Guía de congruencia- página 3.*



INSTITUCION EDUCATIVA REPUBLICA DE VENEZUELA



6. Ahora utilizando las tijeras recorta las figuras y colócalas una sobre la otra haciendo coincidir los lados correspondientes.

A ese proceso de colocar una figura sobre la otra se le llama **superposición** de figuras.

- Responde las siguientes preguntas con respecto a lo que realizaste anteriormente:

- A. ¿Qué ocurre con los lados de los triángulos?

---

---

- B. ¿La medida de los ángulos del triángulo sufrieron algún cambio cuando se trasladó?

---

---

- C. Describe qué observaste al superponer los triángulos

---

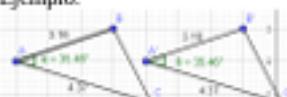
---

Recuerdas qué dibujaste un triángulo y luego lo moviste, ese movimiento recibe el nombre de **traslación**. La **traslación** es el desplazamiento de una figura a partir de un vector que indica la dirección y en este caso se va a desplazar 5 centímetros a la derecha.



Revisa en los triángulos que construyó que los ángulos correspondientes de ambos triángulos y la medida de los lados coinciden. Si las condiciones que se acaban de mencionar se dieron en tu construcción, podrías decir que los triángulos son **congruentes**. Ahora bien, dos triángulos son congruentes si tienen la misma forma y el mismo tamaño, estos aspectos se pueden constatar de dos maneras, la primera es por superposición de las figuras, que es el proceso que hiciste anteriormente y la otra es por medio de sus propiedades, las cuales son:

- Si hay dos lados de los triángulos y el ángulo que hay entre ellos es igual, entonces los triángulos son congruentes.  
Ejemplo:

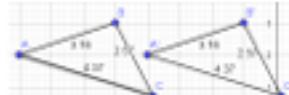


- Si los tres lados de dos o más triángulos son iguales, entonces los triángulos son congruentes.  
Ejemplo:

Ilustración 34. Guía de congruencia - página 4.

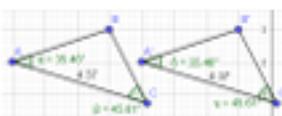


INSTITUCION EDUCATIVA REPUBLICA DE VENEZUELA



- Si dos triángulos tienen dos ángulos iguales y el lado que los une son iguales, entonces los triángulos son iguales.

Ejemplo:

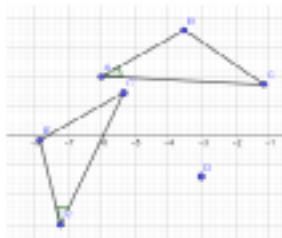


Ten presente que para conocer si dos triángulos son congruentes debes comparar la medida de sus lados y la amplitud de sus ángulos.



Ahora vamos a practicar lo aprendido

7. En la siguiente ilustración se muestran dos triángulos, uno es la rotación del otro, obsérvala y mide las longitudes de sus lados y la amplitud de sus ángulos con ayuda de la regla y el transportador.



- Responda las siguientes preguntas con respecto a la ilustración anterior:

- A. ¿Cuando mediste los lados de los triángulos a qué conclusión pudiste llegar?

---

---

- B. ¿Qué paso con la forma del triángulo después que se le aplicó la rotación?

---

---

- C. ¿Son congruentes los triángulos?

Justifica tu respuesta:

*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

*Ilustración 35. Guía de congruencia - página 5.*



INSTITUCION EDUCATIVA REPUBLICA DE VENEZUELA

8. En la siguiente ilustración se muestran 5 triángulos. Observa y describe qué ocurre con cada uno de los triángulos que en ella se presentan.



Triángulo 1:



Triángulo 2:



Triángulo 3:



Triángulo 4:



Triángulo 5:

Triángulo 1:

Triángulo 2:

Triángulo 3:

Triángulo 4:

Triángulo 5:



#### PRACTICO LO QUE APRENDÍ

9. Identifica si las parejas de triángulos que se presentan a continuación son congruentes. Lo puedes hacer utilizando los criterios de congruencia que aprendimos anteriormente.

Two triangles are shown side-by-side. The left triangle has vertices at approximately (220, 450), (380, 450), and (280, 650). The right triangle has vertices at approximately (340, 450), (500, 450), and (380, 650). Both triangles are shaded orange and have blue tick marks on their sides.	Espacio de trabajo y argumentación:
--	-------------------------------------

Ilustración 36. Guía de congruencia - página 6.



INSTITUCION EDUCATIVA REPUBLICA DE VENEZUELA

	Espacio de trabajo y argumentación:
	Espacio de trabajo y argumentación:

Vas a contar cómo te sentiste y qué tanto aprendiste en el desarrollo de esta actividad. Marca con una X lo que consideres correcto ¡Debes ser sincero!

Preguntas	SI	NO
Te gustó la idea de construir las figuras		
Consideras que la guía contenía los elementos necesarios para solucionarla		
Las actividades estuvieron difíciles		
Necesitaste ayuda para la solución de estas		

*Felicitaciones has desarrollado la guía de geometría.*



*Guía de aprendizaje: una propuesta para la enseñanza de la semejanza y congruencia en triángulos desde las actividades cognitivas de visualización y razonamiento.*

*Ilustración 37. Guía de semejanza - página 1.*

---



INSTITUCION EDUCATIVA REPUBLICA DE VENEZUELA		
INSTITUCION EDUCATIVA REPUBLICA DE VENEZUELA SEDE SAN BARTOLOMÉ DE LAS CASAS		
Área: Matemáticas DOCENTES: Margareth Mondragón y Milena Caicedo	Grado: Octavo (8º)	Asignatura: Geometría
<b>Estándar:</b> <i>Conjeturo y verifico propiedades de congruencia y semejanza entre figuras bidimensionales en la solución de problemas.</i>		<b>DBA:</b> <i>Utiliza transformaciones rígidas para justificar que dos figuras son semejantes.</i>
<b>Aprendizaje:</b> <i>Identifica relaciones de congruencia y semejanza entre las formas geométricas que configuran el diseño de un objeto.</i>		<b>Evidencia de aprendizaje:</b> <b>Objeto de conocimiento a priorizar:</b> <i>Reconocer triángulos semejantes a partir de las transformaciones.</i>
<b>NOMBRE DEL ESTUDIANTE:</b>		



### OBJETIVO DE APRENDIZAJE

Identifica y reconoce triángulos semejantes.



### INTRODUCCION

Para el desarrollo de esta guía de aprendizaje necesitaras los siguientes materiales: hojas de papel, lápiz, transportador y regla, bolígrafos, y colores, todo esto con el fin de aprender todo lo relacionado con la semejanza en triángulos.



### ¿QUE VOY A APRENDER?

Con todos los materiales que pedí anteriormente vamos a formar y medir triángulos para determinar sus características y efectos.

¿Cuentas con todos los materiales? Si ese es el caso empecemos.



Para la realización de este trabajo deberas recordar algunas cosas que ya has aprendido y otras que aprenderas. Recuerdas ¿Que es un lado del triángulo?, ¿Qué es un angulo?, ¿Qué son los vértices del triángulo? ¿Qué es homotecia?, Si lo recuerdas muy bien, pero si no lo recuerdas, no te preocupes lo repasaremos a medida que desarrollemos el trabajo.

Ilustración 38. Guía de semejanza - página 2.

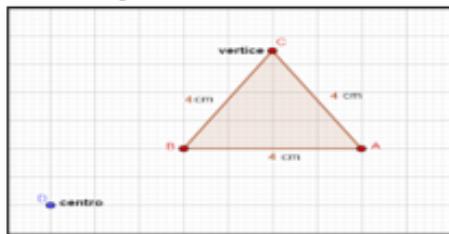


INSTITUCION EDUCATIVA REPUBLICA DE VENEZUELA

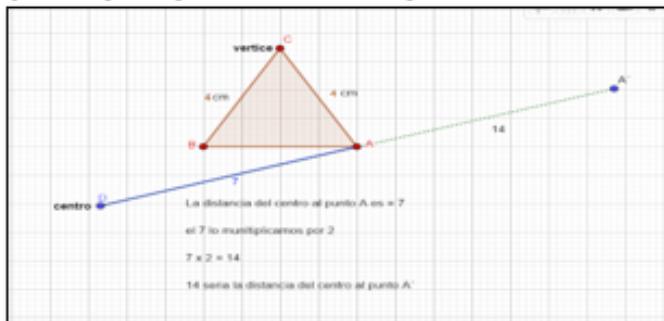


### PRÁCTICO Y APRENDO.

1. Toma la hoja que te pedí, dibuja un triángulo, marca los puntos que unen las líneas que conforman el triángulo, recuerda que a esto se le llama (vertices) luego dale nombres pueden ser (A,B,C).
2. Ahora ubica un punto en cualquier lugar del plano por fuera del triángulo, el cual consideraremos como centro.  
EJEMPLO: Observa como lo puedes hacer.



3. Ubica el centro y con la regla tomas la distancia del centro a cada uno de los vértice y lo multiplica por 2. Observa como lo puedes hacer.



De acuerdo a lo que realizaste responde las siguientes preguntas.

1. Que le sucedió al primer triángulo después que lo multiplicaste por dos?

---

2. ¿El triángulo inicial cambio su forma o se conservó?

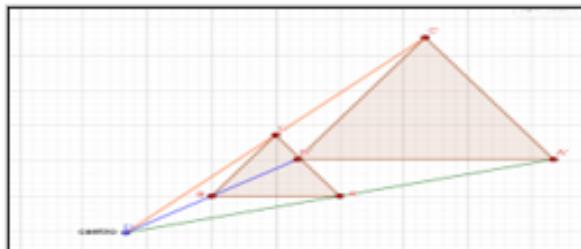
---

Al culminar las indicaciones dadas, al final de la construcción deben quedar dos triángulos es decir, que el resultado de la figura sea el reflejo del primer triángulo, como se observa en la imagen.

Ilustración 39. Guía de semejanza - página 3.



INSTITUCION EDUCATIVA REPUBLICA DE VENEZUELA



El resultado que obtuviste es el reflejo de el primer triángulo llamado (Homotecia). Con la regla y el transportador verifica las medidas de los lados y angulos de los dos triángulo y responde las siguientes preguntas.

1. ¿Cuáles son las medidas del los lados del primer triángulo? \_\_\_\_\_
2. ¿Cuáles son las medidas de los lados del segundo triángulo? \_\_\_\_\_
3. ¿Cuáles son la amplitud de los angulos del primer triángulo? \_\_\_\_\_
4. ¿Cuáles son la amplitud de los angulos del segundo triángulo? \_\_\_\_\_
5. ¿Qué pasó con las medidas del primer y segundo triángulo? \_\_\_\_\_
6. ¿Qué pasó con la amplitud de los angulos del primero y segundo triángulo? \_\_\_\_\_



En cuanto al ejercicio que hiciste puedes asumir que de los triángulos, el que se refleja conservó su forma mas no su tamaño, es decir que la homotecia es una transformacion de una figura en el plano que aunque no se conserva la distancia entre sus lados correspondiente, si se conserva la medida de sus lados.

Cuando se da la homotecia entre dos figuras en este caso triángulos, se dice que ellos son semejantes.

Eos aspectos se pueden constatar por medio de propiedades o criterios de semejanza, las cuales son:

- si en dos triángulos dos de sus lados son respectivamente proporcionales y el ángulo que hay entre ellos es igual, entonces los triángulos son semejante.
- Si en dos o más triángulos sus tres lados son proporcionales, entonces los triángulos son semejantes.
- Si en dos o más triángulos sus tres ángulos son iguales, entonces los triángulos son semejantes.

**Nota:** Dos o más lados son proporcionales si el que aumentan conserva el aumento en relación a la misma cantidad.



Ejemplo

$$\frac{6}{3} = \frac{10}{5} = \frac{8}{4} = 2 \text{ es decir que } \frac{6}{3} = 2 ; \frac{10}{5} = 2 ; \frac{8}{4} = 2$$

Por lo tanto los triángulos ABC y DEF son semejantes porque todos sus lados son proporcionales ya que todos sus lados aumentaron en una misma cantidad.



Ilustración 40. Guía de aprendizaje - página 4.



INSTITUCION EDUCATIVA REPUBLICA DE VENEZUELA

Con los triángulos que construiste anteriormente verifica si se cumplen o no con los criterios de semejanza y responde las siguientes preguntas.

1. ¿Según el primer criterio los triángulos son semejantes? Justifica tu respuesta. Para este caso ten en cuenta el transportador para medir los ángulos de los triángulos.

---

2. ¿Según el segundo criterio los triángulos son semejantes aplicando? Justifica tu respuesta \_\_\_\_\_

---

3. ¿Según el tercer criterio los triángulos son semejantes? Justifica tu respuesta \_\_\_\_\_

---



Ahora vamos a practicar lo aprendido

4. En la siguiente ilustración se muestran dos triángulos, con sus respectivas medidas de longitud de los lados y amplitud sus ángulos.



- Responda las siguientes preguntas:
  - ❖ ¿Los dos triángulos tienen la misma forma?

Justifica tu respuesta: \_\_\_\_\_

---

- ❖ ¿Los dos triángulos son semejantes?

Justifica tu respuesta: \_\_\_\_\_

---

*Ilustración 41. Guía de semejanza - página 5.*



INSTITUCION EDUCATIVA REPUBLICA DE VENEZUELA



PRÁCTICO LO QUE APRENDI

5. Observa la siguiente imagen.



Identifica la opción que puedes concluir a partir de la imagen. Justifica tu respuesta

- a. El primer triángulo no es semejante al segundo porque todos sus lados no son proporcionales.
- b. El segundo triángulo no es semejante al primero porque todos sus lados no son proporcionales.
- c. No es posible concluir algo porque se desconoce la medida del tercer lado de cada triángulo.

Vas a contar cómo te sentiste y qué tanto aprendiste en el desarrollo de esta actividad. Marca con una X lo que consideres correcto ¡Debes ser sincero!

Preguntas	SI	NO
Te gusto la idea de construir los triángulos		
Aprendiste cuando dos triángulos son semejantes		
Las actividades estuvieron difíciles		
Necesitaste ayuda para la solución de estas		

*Felicitaciones has desarrollado la guía de geometría desde casa.*

