



El uso del software GeoGebra para promover el aprendizaje significativo de la fracción como relación parte-todo en las operaciones de suma y resta con estudiantes de quinto grado

Elaborado: Natalia Amu Mancilla

Universidad Del Valle

Facultad De Educación Y Pedagogía

Escuela de educación en ciencias tecnologías y culturas

Programa: Licenciatura En Educación Básica Con Énfasis En Matemáticas

Santiago de Cali, 29 de agosto de 2022



El uso del software GeoGebra para promover el aprendizaje significativo de la fracción como relación parte-todo en las operaciones de suma y resta con estudiantes de quinto grado

Elaborado: Natalia Amu Mancilla

Trabajo de Grado Presentado para Optar al Título de Licenciada en Educación

Básica con Énfasis en Matemáticas

Profesor: David Benítez Mojica

Tutor del Trabajo de Grado

Universidad Del Valle

Facultad De Educación Y Pedagogía

Escuela de educación en ciencias tecnologías y culturas

Programa: Licenciatura En Educación Básica Con Énfasis En Matemáticas

Santiago de Cali, 29 de agosto de 2022.

## DEDICATORIA

En primer lugar, le doy gracias a Dios por permitirme avanzar en esta etapa de mi vida.

Agradezco a mis padres, Harvey Amu Mina y María Cruz Mancilla Jiménez y a mi hermano Luis Fernando Amu Mancilla por inculcar en mi lucha y deseo de superación.

A mi hija Dahiana Ramos Amu, por su amor y su apoyo incondicional, porque es mi mayor motivación para seguir adelante.

## AGRADECIMIENTOS

Le doy gracias a la Universidad del Valle porque en sus instalaciones se hicieron realidad mis sueños de cursar los estudios de pregrado.

A la Institución Educativa del corregimiento de Robles por los espacios concebidos para la implementación del presente trabajo de grado.

Al director del trabajo de grado David Benítez Mojica gracias por su apoyo, dedicación, orientación y esfuerzo, a los y las evaluadores Marisol Santacruz Rodríguez y Adolfo Galindo Borja por su compromiso de la lectura y la evaluación de este trabajo de grado.

## **RESUMEN**

El trabajo de grado que se presenta en el siguiente documento, se centra en caracterizar el diseño de unas hojas de trabajo que contiene un proceso de aprendizaje que pretende favorecer las competencias y el desarrollo de estrategias heurísticas y de control por medio de procesos de visualización, arrastre, comparación, ejercitación, formulación, búsqueda y generalización de patrones para resolver problemas sobre de la fracción como relación parte-todo en situaciones de la vida diaria, con el uso de un Ambiente de geometría dinámica como GeoGebra en estudiantes de grado quinto.

Respeto a los sistemas de representación del objeto matemático se destacó la representación gráfica, numérica, decimal y lenguaje natural, al mismo tiempo el uso del software GeoGebra, puesto que contribuyó de forma significativa lo que facilitó la comprensión del método de resolución de problema de Pólya en la fracción como relación parte-todo, además de permitirles a los y las estudiantes ser partícipes en la construcción de su propio conocimiento.

En este sentido el diseño metodológico del trabajo de grado propone no solo el diseño de hojas de trabajo sino también su aplicación (como prueba piloto) a un grupo de estudiantes de la Institución Educativa del corregimiento de Robles. El objetivo de la propuesta busca que los y las estudiantes adquieran mayor comprensión de la fracción como relación parte-todo y un aprendizaje significativo para su resolución sin necesidad de recurrir a procesos de enseñanza limitados a la memorización y al cálculo.

Este trabajo de grado es una contribución a las investigaciones que se han realizado sobre la fracción como relación parte-todo en estudiantes de primaria.

**Palabras claves:** Números fraccionarios, GeoGebra, hoja de trabajo, sistema de representaciones, aprendizaje significativo y Educación por competencia.

## TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	1
<b>CAPÍTULO I. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN</b>	<b>6</b>
1.1. Contextualización	6
1.1.1. Pensamiento numérico	6
1.2. Formulación del problema	15
1.3. Antecedentes	20
1.3.1. Elementos de la institución educativa	20
1.3.2. Propuesta curricular de la institución	21
1.3.3. Curriculares	28
1.3.3.1. Los lineamientos curriculares.	28
1.3.3.2. Estándares básicos de competencias en Matemáticas.	30
1.3.3.2.1. Coherencia Vertical y Coherencia horizontal	31
1.3.4. Antecedentes de investigación	35
1.3.4.1. Antecedentes locales o Institucionales.	35
1.3.4.2. Antecedentes Municipales.	37
1.3.4.3. Antecedentes nacionales.	37
1.3.4.4. Antecedentes internacionales.	39
1.4. Justificación	45
1.5. Objetivos	48
1.5.1. Objetivo principal	48
1.5.2. Objetivos secundarios	48
1.6. Formulación de preguntas de investigación	49
1.6.1. Pregunta central	49
1.6.2. Preguntas auxiliares	49
<b>CAPÍTULO II. MARCO DE REFERENCIA</b>	<b>51</b>
2.1. Educación por competencia	51
2.1.1. Enfoque por competencias	53
2.2. La resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas	55
2.3. Mediación Instrumental.	60
2.4. Uso de múltiples representaciones	61
2.5. Recursos didácticos	64
2.6. Recursos educativos digitales	65
2.7. Objeto matemático	66

2.7.1. Las fracciones	66
2.7.1.1. Fracción y sus diferentes significados.	66
2.7.1.1.1. Parte-todo.	67
2.7.1.1.2. La fracción como cociente.	67
2.7.1.1.3. La fracción como medida.	67
2.7.1.1.4. La fracción como razón.	68
<b>CAPÍTULO III. DISEÑO METODOLÓGICO</b>	<b>69</b>
3.1. Contexto de la investigación	69
3.2. Sujetos de investigación	71
3.2.1. Descripción socioeconómica de la población	71
3.3. Fases de secuencia de diseño	71
3.4. Fases de estudio	72
3.4.1. Fases de diseño de actividades	73
3.4.2. Fase del estudio piloto	75
3.4.3. Fase de uso de tecnología	75
3.4.4. Fase de recolección de la información	76
3.4.5. Análisis de resultados	77
3.4.5.1. Análisis cuantitativo.	78
3.4.5.2. Análisis cualitativo.	78
<b>CAPÍTULO IV. DISEÑO Y ANÁLISIS DE INVESTIGACIÓN</b>	<b>80</b>
4.1. Análisis de la prueba diagnóstica	80
4.1.1. Descripción de la actividad	81
4.1.2. Objetivos	81
4.1.3. Condiciones de aplicación	81
4.1.4. Análisis cuantitativo	82
4.1.4.1. Análisis cuantitativo global	84
4.1.5. Análisis cualitativo	85
4.1.6. Consideraciones finales	98
4.2. Análisis de la hoja de trabajo N° 1: Introducción a las fracciones	100
4.2.1. Descripción de la actividad	100
4.2.2. Objetivos	101
4.2.3. Condiciones de aplicación	101
4.2.4. Análisis cuantitativo	102
4.2.4.1. Análisis cuantitativo global	103

4.3.5. Análisis cualitativo	104
4.2.6. Consideraciones finales	120
4.3. Análisis de la hoja de trabajo N°2: Suma de fracciones	123
4.3.1. Descripción de la actividad	123
4.3.2. Objetivos	124
4.3.3. condiciones de aplicación	125
4.3.4. Análisis cuantitativo	125
4.3.4.1. Análisis cuantitativo global	127
4.3.5. Análisis cualitativo	128
4.3.6. Consideraciones finales	149
4.4. Análisis de la hoja de trabajo N°3: Resta de fracciones	151
4.4.1. Descripción de la actividad	151
4.4.2. Objetivos	151
4.4.3. condiciones de aplicación	152
4.4.4. Análisis cuantitativo	152
4.4.4.1. Análisis cuantitativo global	154
4.4.5. Análisis cualitativo	155
4.4.6. Consideraciones finales	171
4.5. Análisis de la prueba final	172
4.5.1. Descripción de la actividad	173
4.5.2. Objetivos	173
4.5.3. condiciones de aplicación	173
4.5.4. Análisis cuantitativo	174
4.5.4.1. Análisis cuantitativo global	175
4.5.5. Análisis cualitativo	176
4.5.6. Consideraciones finales	186
<b>CAPÍTULO V. Conclusiones</b>	<b>189</b>
5.1. Conclusiones generales del trabajo de grado considerando los argumentos expuestos en el planteamiento del problema.	189
5.2. Conclusiones generales del trabajo de grado considerando los argumentos expuestos en el marco teórico.	192
5.3. Conclusiones generales del trabajo de grado considerando los argumentos expuestos en la metodología.	193
5.4. Impacto del diseño de las hojas de trabajo.	196
5.5. Respuesta a las preguntas auxiliares de investigación	198

5.6. Sugerencias	200
5.6.1.Sugerencia para los y las docentes de matemática	201
5.6.2.Sugerencia para los y las estudiantes	203
5.6.3.Sugerencia para directivos escolares	203
<b>REFERENCIA</b>	<b>205</b>

## **ÍNDICE DE TABLAS**

Tabla N°1 de la coherencia vertical y la coherencia horizontal. Elaboración propia.	32
Tabla N°2. Se describe de manera detallada el calendario de implementación de las hojas de trabajo.	76
Tabla N°3. Resultados de la prueba diagnóstica. Fuente: Elaboración propia.	83
Tabla N°4. Resultados de la prueba diagnóstica con los indicadores estadísticos.	84
Tabla N°15. Resultados de la hoja de trabajo N° 1: Introducción a las fracciones	102
Tabla N°16. Resultados de la hoja de trabajo N° 1: Introducción a las fracciones con los indicadores estadísticos.	103
Tabla N°29. Resultados de la Hoja de trabajo N° 2.	126
Tabla N°31. Resultados de la Hoja de trabajo N° 2 con los indicadores estadísticos.	123
Tabla N°43. Resultados obtenidos de la hoja de trabajo N°3:	153
Tabla N°44. Resultados obtenidos de la hoja de trabajo N°3 con los indicadores estadísticos.	154
Tabla N°55. Resultados obtenidos de la prueba de evaluación final.	174
Tabla N°56. Resultados obtenidos de la prueba de evaluación final con los indicadores estadísticos.	175
Tabla N°66. Impacto del diseño de las hojas de trabajo.	196

## ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1. Esquema del marco teórico de la investigación. Fuente: elaboración propia</i>	20
<i>Figura 2. Los lineamientos curriculares. Fuente: elaboración propia.</i>	30
<i>Figura 3: Desarrollo de competencias Fuente: elaboración propia.</i>	53
<i>Figura 4. Esquema del método de Pólya que se basa en la resolución de problemas.</i>	56
<i>Figura 5: La herramienta fuente: elaboración propia.</i>	61
<i>Figura 6. Mapa del municipio de Jamundí.</i>	70
<i>Figura 7. Fases de estudio. Fuente: Elaboración propia</i>	73
<i>Figura 8. Resultados globales de la prueba diagnóstica.</i>	84
<i>Figura 9. Resultados globales de la hoja de trabajo N°1.</i>	104
<i>Figura 10. Resultados globales de la hoja de trabajo N°2.</i>	127
<i>Figura 11. Resultados globales de la hoja de trabajo N°3.</i>	155
<i>Figura 12. Resultados globales de la prueba de evaluación final.</i>	175

## ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

<i>Imagen 1. Prueba diagnóstica estudiante No. 7.</i>	86
<i>Imagen 2. prueba diagnóstica estudiante No. 8</i>	86
<i>Imagen 3. prueba diagnóstica estudiante No. 7</i>	87
<i>Imagen 4. prueba diagnóstica estudiante No. 9</i>	87
<i>Imagen 5. prueba diagnóstica estudiante No. 16</i>	88
<i>Imagen 6. prueba diagnóstica estudiante No. 13</i>	88
<i>Imagen 7. prueba diagnóstica estudiante No. 12</i>	89
<i>Imagen 8. prueba diagnóstica estudiante No. 11</i>	90
<i>Imagen 9. prueba diagnóstica estudiante No. 9</i>	91
<i>Imagen 10. prueba diagnóstica estudiante No. 16</i>	92
<i>Imagen 11. prueba diagnóstica estudiante No. 13</i>	93
<i>Imagen 12. prueba diagnóstica estudiante No. 8</i>	93
<i>Imagen 13. prueba diagnóstica estudiante No. 13</i>	94
<i>Imagen 14. prueba diagnóstica estudiante No. 8</i>	94
<i>Imagen 15. prueba diagnóstica estudiante No. 7</i>	95
<i>Imagen 16. prueba diagnóstica estudiante No.1</i>	95
<i>Imagen 17. prueba diagnóstica estudiante No. 15</i>	96
<i>Imagen 18.prueba diagnóstica estudiante No. 9</i>	96
<i>Imagen 19.prueba diagnóstica estudiante No. 6</i>	97
<i>Imagen 20.prueba diagnóstica estudiante No. 2</i>	97
<i>Imagen 21.prueba diagnóstica estudiante No. 13</i>	98
<i>Imagen 22.prueba diagnóstica estudiante No. 7</i>	98
<i>Imagen 23. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 11.</i>	106
<i>Imagen 24. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 5.</i>	106
<i>Imagen 25. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 11.</i>	107
<i>Imagen 26. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 6.</i>	108
<i>Imagen 27. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 11.</i>	109
<i>Imagen 28. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 7.</i>	109
<i>Imagen 29. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 3.</i>	111

<i>Imagen 30. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 16.</i>	111
<i>Imagen 31. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 13.</i>	112
<i>Imagen 32. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 10.</i>	114
<i>Imagen 33. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 10.</i>	115
<i>Imagen 34. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 10.</i>	116
<i>Imagen 35. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 10.</i>	117
<i>Imagen 36. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 8.</i>	118
<i>Imagen 37. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 10.</i>	119
<i>Imagen 39. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 8.</i>	120
<i>Imagen 40. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 11.</i>	120
<i>Imagen 41. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 6.</i>	129
<i>Imagen 42. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 7.</i>	129
<i>Imagen 43. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 10.</i>	131
<i>Imagen 44. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 7.</i>	132
<i>Imagen 45. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 8.</i>	133
<i>Imagen 46. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 5.</i>	133
<i>Imagen 47. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 14.</i>	134
<i>Imagen 48. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 5.</i>	135
<i>Imagen 49. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 11.</i>	136
<i>Imagen 50. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 7.</i>	136
<i>Imagen 51. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 13.</i>	137
<i>Imagen 52. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 7.</i>	137
<i>Imagen 53. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 9.</i>	139
<i>Imagen 54. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 14.</i>	139
<i>Imagen 55. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 9.</i>	140
<i>Imagen 56. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 15.</i>	141
<i>Imagen 57. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 5.</i>	142
<i>Imagen 58. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 10.</i>	143
<i>Imagen 59. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 13.</i>	144
<i>Imagen 62. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 3.</i>	147
<i>Imagen 63. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 13.</i>	148

<i>Imagen 64. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 7.</i>	148
<i>Imagen 65. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 4.</i>	156
<i>Imagen 66. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 5.</i>	156
<i>Imagen 67. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 10.</i>	157
<i>Imagen 68. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 15.</i>	159
<i>Imagen 69. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 2.</i>	160
<i>Imagen 70. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 5.</i>	161
<i>Imagen 71. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 13.</i>	162
<i>Imagen 72. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 3.</i>	162
<i>Imagen 74. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 3.</i>	164
<i>Imagen 75. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 13.</i>	165
<i>Imagen 76. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 3.</i>	165
<i>Imagen 77. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 13.</i>	166
<i>Imagen 78. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 6.</i>	167
<i>Imagen 79. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 13.</i>	168
<i>Imagen 80. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 7.</i>	168
<i>Imagen 81. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 14.</i>	170
<i>Imagen 82. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 3.</i>	171
<i>Imagen 84. Prueba de evaluación final estudiante No. 3.</i>	177
<i>Imagen 85. Prueba de evaluación final estudiante No. 3.</i>	178
<i>Imagen 86. Prueba de evaluación final estudiante 7.</i>	178
<i>Imagen 87. Prueba de evaluación final estudiante No. 2.</i>	179
<i>Imagen 88. Prueba de evaluación final estudiante No. 14.</i>	180
<i>Imagen 89. Prueba de evaluación final estudiante No. 13.</i>	181
<i>Imagen 90. Prueba de evaluación final estudiante No. 3.</i>	181
<i>Imagen 91. Prueba de evaluación final estudiante No. 13.</i>	182
<i>Imagen 92. Prueba de evaluación final estudiante No. 5.</i>	182
<i>Imagen 93. Prueba de evaluación final estudiante No. 13.</i>	183
<i>Imagen 94. Prueba de evaluación final estudiante No. 14.</i>	183
<i>Imagen 95. Prueba de evaluación final estudiante No. 13.</i>	184
<i>Imagen 96. Prueba de evaluación final estudiante No. 11.</i>	185

<i>Imagen 97. Prueba de evaluación final estudiante No. 12.</i>	186
<i>Imagen 98. Prueba de evaluación final estudiante No. 7.</i>	186

## **ÍNDICE DE ANEXOS**

<i>Anexo 1: Prueba diagnóstica</i>	199
<i>Anexo 2: Hoja de trabajo (Actividad 1)</i>	201
<i>Anexo 3: Hoja de trabajo (Actividad 2)</i>	206
<i>Anexo 3: Hoja de trabajo (Actividad 3)</i>	212
<i>Anexo 4: Hoja de trabajo (Evaluación final)</i>	217
<i>Anexo 5: Hoja de trabajo (Sitio web: Fracciones)</i>	219

## **LISTA DE SÍMBOLOS Y ABREVIATURAS**

### **Símbolos Términos**

$a$  Numerador

$b$  Denominador

$a/b$  Fracción

$b \neq 0$  Denominador diferente de cero

### **Abreviatura Términos**

MEN Ministerio de Educación Nacional

DBA Derechos Básicos de Aprendizaje

EBC Estándares Básicos de Competencia

TIC Tecnología de la Información y la Comunicación

ha Hectárea

## ● INTRODUCCIÓN

Este trabajo de grado se realiza en el marco del programa de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Facultad de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle, en el contexto de la línea de formación de Tecnología de la Información y Comunicación.

En los antecedentes locales se identificó un alto porcentaje de reprobación en el área de matemáticas, esto se da en gran parte por la deserción educativa y la poca ausencia de motivación. Una de las razones de esta problemática es que los y las estudiantes de primaria no han adquirido un aprendizaje significativo de matemáticas.

Además, es evidente que en el proceso del desarrollo del pensamiento matemático de los y las estudiantes es insuficiente. Por esta razón, comienza una dificultad desde la educación básica primaria y se va repitiendo en la educación básica secundaria y también en la educación media, Cristianne Butto (2013).

En consecuencia es indispensable que en el nivel escolar se comience a incorporar la resolución de problemas matemáticos para el desarrollo de procesos fundamentales del pensamiento matemático.

Por otro lado, en los antecedentes nacionales a partir del año 2006 el Ministerio de Educación Nacional puso en práctica un nuevo Plan y Programas de Estudio llamado *EBC en matemáticas para Primaria y Secundaria con un enfoque centrado en el desarrollo de competencias*. El Ministerio de Educación Nacional afirma que:

*“Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema*

*significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos” (MEN, 2006, p. 49)*

Las competencias matemáticas necesitan de un ambiente de aprendizaje donde se incluyan muchos aspectos tales como razonar matemáticamente en situaciones problemas tanto comprensivas como significativas, plantear problemas matemáticos, analizarlos y plantear un diseño que permita resolverlos, que faciliten progresar a niveles de competencias más complejos.

De acuerdo al Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación, la competencia es:

*“Un sistema de acción complejo que abarca las habilidades intelectuales, las actitudes y otros elementos como la motivación y los valores” (Benítez, 2007, 18).*

Desde esta perspectiva, se puede reflexionar que la idea de aprendizaje tiene un significado más amplio que abarca el desarrollo de distintas competencias. Los y las estudiantes deben adquirir un aprendizaje que no se limita a la memorización de conceptos, propiedades, definiciones, o algoritmos (Rivas, A. 2009).

La competencia de resolución de problemas en matemáticas ha sido un tema con dificultades, pero cuando los y las estudiantes adquieren esta habilidad, presentan un pensamiento lógico matemático y conocimientos propios del área (MEN, 1998).

De lo anterior, surge la necesidad por captar el interés de los y las estudiantes para solucionar un problema matemático, al implementar un diseño de Ambiente de aprendizaje (Romero, 2011), el interés de los y las estudiantes por las tecnologías informáticas y la comunicación posibilitan deducir una concordancia con los medios de la tecnología que al ser influenciado con la enseñanza de las matemáticas alcanza grandes resultados en el aprendizaje y en la resolución, el uso de problemas en el contexto real de los y las estudiantes. (Aguilar, B.2014).

Este trabajo de grado tiene como objetivo principal el siguiente: Describir las características que tiene un proceso de aprendizaje de las fracciones con relación parte-todo en un ámbito de la resolución de problemas en contexto real con el uso del software GeoGebra en estudiantes de grado quinto.

Esta investigación nació del interés por conocer por qué gran parte de los estudiantes tiene dificultades en el aprendizaje del concepto de fracción con relación parte-todo. Esto permitirá plantear diferentes tipos de estrategias de aprendizaje a través de instrumentos del uso del software GeoGebra.

GeoGebra integra diferentes representaciones con el fin de promover el uso de las tecnologías para reconstruir las percepciones de los y las estudiantes acerca del concepto de la fracción con relación parte-todo. En esta investigación se plantea que GeoGebra permitiría, pues, que los y las estudiantes apliquen las matemáticas en diferentes contextos de la vida diaria, cercanos a sus experiencias cotidianas. Esto podría resultar que los y las estudiantes encuentren caminos para superar sus dificultades en el transcurso del desarrollo del aprendizaje.

Para lograrlo es necesario diseñar 3 tipos de hojas de trabajo que permitan promover el desarrollo y habilidades del pensamiento numérico de los estudiantes de quinto. Se espera que este trabajo sea de gran ayuda a los y las estudiantes en la búsqueda de estrategias didácticas para promover el aprendizaje del objeto matemático de manera motivada y eficaz con el uso del software GeoGebra.

La estructura del documento tiene cinco capítulos la cual se divide en: formulación del problema, marco teórico, diseño metodológico, diseño y análisis de los resultados del trabajo y conclusiones generales.

El primer capítulo presenta la formulación del problema. Se presenta la fundamentación teórica de la investigación, desde el marco legal, marco investigativo. En él se desarrollan la justificación de los objetivos y preguntas que dieron origen al trabajo.

El segundo capítulo se fundamenta en los documentos teóricos de la investigación, desde el marco teórico-conceptual. Se presentaron las teorías que son el fundamento para comprender el problema de investigación. Estos se describen de la siguiente manera: enfoque por competencias, la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas a partir del método de resolución de problemas matemáticos del trabajo de Pólya (1945), mediación instrumental, la importancia de los recursos educativos digitales y los recursos didácticos, el uso de múltiples representaciones de las fracciones y por último se presentará el objeto matemático.

El tercer capítulo presenta una descripción detallada de las características de los sujetos que participarán en el trabajo para luego explicar las fases que la integran: fase de diseño de actividades, fase del estudio piloto, fase de uso de tecnología, fase de recolección de datos y fase de análisis de la información. Finalmente, se explica el propósito del análisis de la información tanto cuantitativa como la información cualitativa. Las fases implementadas fueron sugeridas del capítulo tres de la tesis doctoral de David Benítez Mojica (2006).

El cuarto capítulo se presenta el diseño, análisis y los resultados del trabajo de grado se describe el análisis de la información y sistematización de los datos obtenidos en la implementación de las hojas de trabajo, el análisis cuantitativo se llevó a cabo en términos de porcentajes y se realizará por medio de los indicadores estadísticos (media, promedio, desviación típica, coeficiente de variación y prueba de hipótesis) y el análisis cualitativo consiste en analizar y reflexionar sobre las estrategias, el lenguaje, la forma en la argumentan o justificación, las

herramientas que utilizaron los estudiantes para dar respuesta a las preguntas de la prueba diagnóstica.

En el quinto capítulo se presentan las conclusiones generales del trabajo de grado considerando primeramente los argumentos expuestos en el planteamiento del problema, en el marco teórico y en la metodología. En segundo lugar, está enfocado hacia las conclusiones de las preguntas de investigación las cuales orientaron la conformación del trabajo. En tercer lugar, se orienta hacia el cumplimiento de los objetivos a nivel de las hojas de trabajo. Por último, en el cuarto lugar, se presentan algunas sugerencias.

Por último, se encuentran las referencias bibliográficas, ya que estos fueron los referentes revisados para la construcción de los fundamentos teóricos del trabajo de grado.

## **CAPÍTULO I. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN**

### **Introducción.**

El siguiente punto trata del primer capítulo donde está fraccionado en 6 momentos. En el momento 1.1. Se expone la contextualización, lo cual contiene la información necesaria sobre el tema de aprendizaje de la fracción parte-todo con el uso del software GeoGebra. El momento 1.2. se enfoca en el planteamiento del problema partiendo de investigaciones que han sido la base para el desarrollo de este trabajo de grado. El momento 1.3. se presenta la fundamentación teórica de la investigación, desde el marco legal y marco investigativo. El momento 1.4. se expone la justificación mencionando las razones que motivaron la selección y realización del trabajo de grado. El momento 1.5. se formula el objetivo principal y cuatro objetivos secundarios. Por último, el momento 1.6. se formulan las preguntas de investigación. Estas preguntas permiten dar respuesta a los objetivos empleando los referentes teóricos, que vienen siendo el soporte de la categorización, análisis, reflexión y el diseño de las actividades con el uso del software GeoGebra.

### **1.1. CONTEXTUALIZACIÓN**

#### ***1.1.1. PENSAMIENTO NUMÉRICO***

En 1998 surgen los lineamientos curriculares de matemáticas y demás ciencias, donde ya no se enseña contenidos en la escuela, sino que la escuela debe trabajar el desarrollo del pensamiento matemático.

En relación con Parra (2020), se han venido realizando cambios para favorecer el progreso y la calidad de la educación matemática en Colombia. A partir de los Lineamientos curriculares de matemática del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1998), se logró que los

procesos y conocimientos básicos de las matemáticas fueran categorizados en cinco pensamientos matemáticos: pensamiento numérico, pensamiento espacial, pensamiento métrico, pensamiento aleatorio y pensamiento variaciones.

Se debe agregar que, el pensamiento numérico entendido por el MEN (1998), hace referencia a la comprensión que tienen los y las estudiantes sobre el significado de los números, a sus diferentes interpretaciones y representaciones, utilización de los números en contextos significativos, a la utilización de su poder descriptivo y la relación de las operaciones con las habilidades. Siendo las habilidades un medio para comunicar, procesar e interpretar la información, con el fin de generar estrategias que faciliten manejar los números y las operaciones.

Además, el Ministerio de Educación Nacional busca que los y las estudiantes logren desarrollar habilidades y competencia que les facilite resolver problemas matemáticos en situaciones de diferentes contextos y así aplicar lo aprendido.

Esto implicó un fuerte cambio didáctico para maestros y maestras, pues las directivas del MEN les exigieron repensar su práctica en la implementación de estrategias de enseñanza, que pasó de un modelo repetitivo a un modelo constructivista.

Teniendo en cuenta, que MEN (1998), de acuerdo a los Lineamientos curriculares de matemáticas antes mencionados, el constructivismo matemático juega un papel importante en los y las estudiantes, porque les permite sentir la necesidad de realizar construcciones mentales acerca de los objetos matemáticos y por la aplicación que les da; de lo anterior se deriva la forma como los y las estudiantes organizan las estructuras mentales, para así desarrollar sus propios conocimientos donde el papel del profesor es guía, instruyendo a los y las estudiantes para realicen sus propias construcciones.

Por ello se escoge este conjunto numérico, pues se trabaja uno de los conceptos que en la instituciones es considerado de los más difíciles, además el Ministerio de Educación Nacional (1998) en los Lineamientos curriculares de la matemática reporta que el concepto de fracción presenta una gran dificultad en los estudiantes.

Las fracciones son un tema que se enseña desde la escuela que tiene diferentes constructos ya sea parte-todo, operador, razón, medida y cociente. Todos estos constructos se usan en la enseñanza y generan diferentes dificultades en los y las estudiantes.

Ahora puedo decir, que en el proceso de aprendizaje, los y las estudiantes presentan dificultades al momento de aprender los conceptos básicos de las fracciones, la función que cumple tanto el numerador como el denominador, desarrollo de ejercicios y resolución de problemas ya sea de las mismas matemáticas (cálculo, geometría, trigonometría, estadística, probabilidad, álgebra y aritmética) o de otras áreas (química, física) y de la vida cotidiana.

A su vez, aparecieron los Estándares básicos de aprendizaje (MEN, 2006) que son los parámetros mínimos que todo estudiante debe lograr, respondiendo fundamentalmente a un proceso inclusivo. En otras palabras, se establecieron los Estándares básicos de competencia por lo que proporcionan a los y las estudiantes un desarrollo de competencias matemáticas, para ello es necesario el razonamiento, comunicación y la argumentación.

Con respecto, en el año 2016 surgen los Derechos Básicos de Aprendizaje, comprendidos como “un conjunto de saberes y habilidades acerca de lo fundamental que cada estudiante debe aprender al finalizar un grado escolar” (DBA, 2016, p. 2). Esto es, en el año 2016 el MEN propuso los *DBA*, por medio de estos *DBA* la comunidad educativa, los padres de familia y la sociedad pueden comprender qué aprendizajes deben adquirir y desarrollar los y las estudiantes en los años escolares.

Con esto se quiere decir, que los y las estudiantes a partir del grado tercero deben conocer y manejar el concepto de fracción. Posteriormente los y las estudiantes a partir del grado cuarto retoman haciendo referencia a las fracciones (enteros y decimales), además en este grado se plantea la relación del concepto de fracción con el contexto de los y las estudiantes, MEN (1998).

### ***1.1.2. Consideraciones sobre la resolución de problemas de matemáticas***

Hernández (2018) menciona que en la década de los 70 surgió el Movimiento de la Resolución de Problemas como rechazo al Movimiento Mundial de las Matemáticas Modernas y del regreso a lo básico. La mirada fue puesta en el método de la resolución de problemas matemáticos a partir del trabajo de Pólya (1945), donde se realizó una descripción detalladamente del método. Pólya en su trabajo realiza una descripción del modo en que se lleva a cabo la resolución de problemas matemáticos.

La introspección que viene siendo una reflexión sobre la experiencia personal como matemático, fue la estrategia que utilizó para realizar la descripción.

También, Hernández (2018) plantea que la competencia matemática de resolución de problemas debe ser parte fundamental de las actividades matemáticas y en la construcción de currículo de matemática para favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje.

La resolución de problemas se conoce como una competencia a desarrollar dentro del currículo de matemática. Siendo Pólya (1945), el pionero del principio de numeración o de la teoría de la resolución de problemas, es fundamental retomar algunas de sus ideas detalladamente. Luego muestran las diferencias que existen entre el trabajo de Schoenfeld (1985), Pólya (1945) y Pearl (1983).

Así mismo, Benítez, D. (2015), resalta que los trabajos de resolución de problemas matemáticos que realiza Pólya (1945) es totalmente teórico, ya que realizan construcciones modelos basándose en sus propias experiencias como profesores y matemáticos.

Mientras que el trabajo de resolución de problema matemático de Schoenfeld (1985), produce reflexión teóricas, donde prueba por medio de documentos las diferencias fundamentales que existen entre el trabajo de los expertos y los y las estudiantes de matemáticas, y emplear la observación que se agrupan en información con base de ciertas perspectivas de registros sistemáticos, dicho de otro modo, reconocer los hechos que realizan los y las estudiantes en el momento en que resuelven problemas matemáticos.

Por otra parte, las estrategias de resolución de problema matemático surgieron a partir de método heurístico que realizó Pearl (1983), apoyados en los trabajos con problemas idénticos a él de Pólya, ya que este considera cuatro pasos para resolver un problema matemático, creando la competencia matemática de resolver cualquier tipo de problema el cual se vea implicando a los y las estudiantes y que tenga el interés de dar más importancia al proceso que al resultado obtenido.

### ***1.1.3.Estrategias heurísticas y de control***

Mendoza (2018), Afirma que el papel que cumple las estrategias heurísticas en la resolución de problema fortalece a los y las estudiantes en el desarrollo de los métodos heurísticos (estrategias que guían los diferentes caminos para acercarse a una posible solución), procedimiento algorítmico (procedimientos específicos que muestran el paso a paso de la solución del problema), el pensamiento crítico y creativo (creatividad de generar enfoques alternativos), al aprendizajes de razonamiento matemático, las operaciones y procedimientos

mentales que usan los y las estudiantes al momento de comprender el contenido temático al mismo tiempo desarrollan habilidades para transformar los datos y llegar a una solución.

En cuanto a, Mendoza (2018), menciona que la aplicación de las estrategias heurísticas, estas influyen de manera significativa a la resolución de problemas, porque ayuda a mejorar la comunicación, la argumentación, la explicación, en la relación que presentan los datos y las incógnitas, la indagación de patrones, el uso de las operaciones y las consideraciones adecuadas que usan los y las estudiantes en el momento de resolver un problema.

Por otro lado, Mendoza (2018) menciona que las estrategias de control permiten verificar lo anterior dicho, es decir, comprobar si los procedimientos y el resultados son los más acertados para llegar a una solución de un problema. Pero también se debe tener en cuenta que en las estrategias de control los y las estudiantes deben ser conscientes de desarrollar sus habilidades metacognitivas, para comprender el por qué, cómo y cuándo es adecuado usar una estrategia de aprendizaje, con el fin de comprender, extraer y aprender de la información que arroja los datos que están inmerso en el problema.

#### ***1.1.4. Aprendizaje significativo***

El papel de la visualización es importante en el tema de la fracción parte todo, porque es una herramienta que les facilitara a los y las estudiantes la construcción de un aprendizaje significativo ya que logra articular los distintos tipos de representación de los registros, donde los podría aplicar diferentes contextos.

Comprendiendo el aprendizaje es significativo desde la perspectiva de Ausubel (1983):

Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos: Son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición. (p.18).

Asimismo, Ausubel (1983), menciona que el aprendizaje educativo se puede dar a partir de recepción (recibir la información) o por descubrimiento (exploración de documentos investigativos), como estrategia de enseñanza para que los y las estudiantes logren un aprendizaje significativo.

Se debe resaltar que se debe comprender como aprendizaje significativo a la incorporación entre los conocimientos previos que son esquemas de conocimiento (experiencias, hechos, sucesos y demás) de los y las estudiantes con los conocimientos nuevos que han logrado adquirir mediante su interés para formar una estructura cognitiva Ausubel (1983).

Para evidenciar si los y las estudiantes lograron adquirir un aprendizaje significativo Ausubel (1983) menciona que deben cumplir on los siguientes aspectos:

- Los y las estudiantes deben obtener una mayor retención de la información que les permita lograr un conocimiento.
- Los y las estudiantes deben tener la capacidad de adquirir conocimientos nuevos y relacionarlos con los conocimientos previos para construir una estructura cognitiva.
- Los y las estudiantes deben estimular su memoria para que logre ser a largo plazo.
- Los y las estudiantes deben ser activos en la interpretación de las actividades de aprendizaje.
- Los y las estudiantes deben generar recursos cognitivos.

Ausubel (1983) afirma que la lograr una estrategia de enseñanza se deben cumplir tres requisitos para que los y las estudiantes adquieran un aprendizaje significativo, tales como:

- Los materiales que usen los y las docentes en su enseñanza deben estar organizados para que los y las estudiantes alcancen a construir sus conocimientos de manera significativa.

- Los materiales que usen los y las docentes en su enseñanza deben incorporar los conocimientos previos con los conocimientos nuevos de tal forma que comprenda la relación entre estos dos tipos de conocimientos, con el propósito de facilitarles a los y las estudiantes que guarden una memoria a largo plazo a partir de la resolución de problemas matemáticos que incluya acciones del contexto de los y las estudiantes.
- Los y las estudiantes deben presentar interés, motivación y una actitud activa en las actividades de aprendizaje para que estas logren ser significativos en su proceso.

### ***1.1.5. GeoGebra como medio tecnológico***

Es importante apreciar que en la actualidad como ámbito de aprendizaje la utilización de los medios tecnológicos, ya que para el aprendizaje de las matemáticas y más enfocado en la fracción parte todo es necesario implementar nuevas situaciones didácticas que ayuden y faciliten a la comprensión e interpretación de los resultados.

Recientes investigaciones muestran que el papel de la tecnología en el aprendizaje de las matemáticas ha abierto nuevas posibilidades para la enseñanza. La investigaciones de Santos & Benítez (2003) mencionan que es interesante e importante reconocer el uso de la tecnología computacional en el salón de clase pues este permite a los y las estudiantes reflexionar matemáticamente a partir de la transformación, manipulación, observación, etc.

Cabe resaltar que la fracción relaciona representaciones en diferentes registros (gráficos y numéricos), su comprensión radica en la capacidad de relacionar esos registros.

Por eso, Parra, D. (2020), menciona que el software GeoGebra es un instrumento dinámico que se utiliza para el sistema educativo en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.

Según Markus y Karl (2004), El software GeoGebra está dirigido tanto para los y las estudiantes que tengan edades de 10 años en adelante y profesores de primaria y secundaria.

El software GeoGebra es un tipo de geometría interactiva y también algebraica como la incorporación directa de ecuaciones. Con este software se puede animar a los y las estudiantes a que despierten su interés a acercarse a las matemáticas de forma práctica o experimental. Con GeoGebra se pueden realizar construcciones dinámicas, donde estas construcciones tienen la facilidad de modificarse dinámicamente arrastrando elementos, objetos libres, introducción de vectores o coordenadas, etc.

Markus, (citado de Aguilar, B. 2014, pp. 38-39), presentan 10 características claves del software GeoGebra para su implementación en el aula:

- El software GeoGebra es de fácil acceso ya que cualquier persona puede disponer y utilizar este.
- El software GeoGebra se puede adaptar a partir de las necesidades de los y las estudiantes y del profesor sin tener ningún tipo de consecuencia legal. Esto les permite realizar cualquier tipo de modificación, ajuste y personalización.
- Es un software duradero ya que está sujeto a una autenticidad, vigencia y validez en el tiempo.
- El software GeoGebra es flexible ya que se une con facilidad a diversos medios didácticos digitales.
- El software GeoGebra conserva una jerarquía y una conexión que permite integrarse con otros medios.
- El software GeoGebra cuenta con unas competencias de intercambiar información y ser aplicado en diferentes entornos digitales centrado en los estándares.

- El software GeoGebra permite la interacción eficiente y fácil entre las personas.
- Con el software GeoGebra se pueden realizar diseños y construcciones para poder enlazarlas con plataformas.
- El software GeoGebra se pueden adaptar los diseños y las construcciones con diferentes motivos para implementarlo en diversos contextos.

Este software les permite a los y las estudiantes una exploración que favorezca la visualización de las concordancias existentes entre los objetos, para satisfacer y resolver problemas en un ambiente digital.

En cuanto a las guías didácticas dan a entender que es imprescindible trabajar a través del empleo o uso de elementos concretos, pero es fundamental trabajar con las TIC ya que es un instrumento que aplica a la educación mejorando el desarrollo de aprendizaje utilizando lo como un medio de apoyo de materiales escolares. Por este motivo las actividades que se diseñarán en el software GeoGebra se elaborarán a partir del tipo de conocimiento que han adquirido los y las estudiantes y se construirán situación problema de su cotidianidad, cabe resaltar que este software les permitirá a los y las estudiantes conjeturar y validar una situación de su contexto.

## **1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA**

Para el desarrollo de la formulación del planteamiento del problema se utilizó como base investigaciones que aportan herramientas respecto a la fracción parte todo y un fuerte énfasis en los aspectos del currículo de matemática, entre ellas se encuentran realizadas por Caviedes (2014), Fandiño (2006), Rico y Sierra (1997), Ley 115 (1994), (MEN, 1998), (MEN, 2006), (MEN, 2017) Castaño (2014), González (2015), Lara et al. (2016), Duque et al. (2017).

Fandiño (2006), menciona que el currículo no es solo una planificación de instrucciones, que tiene el propósito de elaborar proyectos, estrategias y métodos para las actividades en el aula, sino viene siendo un instrumento cultural, con el fin de formar a los estudiantes como ciudadanos. De esta manera la dimensión social, cultural y la creación humana han sido incluidas en el currículo escolar de matemática.

Fandiño (2006), dice que la malla curricular es un instrumento en el cual se condensan los saberes que deben aprender los y las estudiantes y la planificación de cómo estos son aplicados y organizados por el o la docente. Este documento a su vez debe contener la misión y la visión de la Institución ya que los contenidos deben ir fuertemente ligados al estudiante modelo que se desea formar.

Además, el diseño de este instrumento debe de estar en concordancia con la Ley General de Educación (Ley 115 de 1994), la cual da unas orientaciones curriculares llamadas Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) y Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006), así como los Derechos Básicos de Aprendizaje - DBA (MEN, 2017); adicional a esto, en la malla curriculares debe definir el modelo pedagógico en el cual se fundamenta la enseñanza. Cabe resaltar que una malla curricular se realiza para cada una de las áreas orientadas en la Institución.

La educación tal cual como la plantea el (MEN, 2006) está dada por unas competencias y unos Derechos Básicos de Aprendizaje a los cuales deben ceñirse las instituciones educativas, estas competencias dan la pauta sobre las habilidades que debe desarrollar el y la estudiante según el ciclo de escolaridad en que este se encuentre; al hacer el análisis de la malla curricular ya mencionada se encontró que las metas están definidas por nivel escolar, articulando los DBA y la matriz de referencias de estándares del MEN.

Rico y Sierra (1997), dice que la malla curricular ha sido elaborada por un comité de Matemáticas, el cual, decide el trabajo de matemáticas de la Institución. Este comité deja en el documento plasmado sus concepciones mediante las cuales crea este plan de aula y en un segundo paso, el documento es revisado por el Coordinador General y posteriormente es aprobado por la Rectora del colegio.

La estructura curricular según Caviedes (2014) está determinada por la interrelación y dependencia de los elementos y momentos que atraviesan el proceso de construcción curricular, partiendo de una fundamentación y de la identificación de los ejes problemáticos para llegar a la organización global y particular del plan de estudios. Con base en esto, se analiza que los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) tienen una influencia grande en la realización del plan de aula del colegio, empezando por consideraciones de los referentes curriculares, Por otro lado, el plan de aula define los procesos planteados en los lineamientos, así como cada pensamiento (conocimientos básicos). Por parte de los Estándares Básicos de Competencia mantienen su influencia en este plan de aula por medio de los contenidos que se trabajan en cada uno de los grados, todos estos siguen lo propuesto por ellos.

De acuerdo con este antecedente nacional de Castaño (2014) plantea que en la enseñanza de las matemáticas existe una dificultad que está situada en la poca relación que tienen los temas que se llevan a cabo en clase con el contexto, porque no hay una conexión práctica del conocimiento escolar con las matemáticas que surgen en el contexto.

Por otro lado, en los antecedentes internacionales de González (2015) a nivel escolar se han identificado múltiples dificultades en el aprendizaje de las fracciones que obedecen a varios factores como: la falta de comprensión, conocimientos erróneamente adquiridos con

anterioridad, distracción, desconocimiento, comprensión incorrecta del concepto de fracción, falencia en la aplicación sistemática de procedimientos.

Las múltiples representaciones del concepto de fracción, hacen que este sea complejo de entender. Cabe destacar que la comprensión del concepto de fracción no se aprende de inmediato, sino que debe construirse a medida que los y las estudiante vayan edificando su aprendizaje, si esto no se lleva a cabo de esta manera los y las estudiantes quedarán con vacíos de conocimientos, Lara et al. (2016).

Con respecto a, Duque et al. (2017) mencionan que gran parte de los textos escolares referidos al concepto de fracción, los y las estudiantes encuentran fórmulas para resolver y llegar a una solución, pero esto no les permite lograr una comprensión del concepto como tal, por la dificultad de no poder relacionar los registros gráficos y numéricos.

Muchos de los argumentos que plantean los y las estudiantes acerca de la fracción, vienen siendo dificultades desde la imposibilidad de dar una descripción detallada de una definición de cada uno de los constructos.

De este mismo modo, algunos de los y las estudiantes que están en la secundaria establecen una relación entre la fracción con el de división. Además los y las estudiantes se apartan de los conocimientos intuitivos de la fracción como una parte de algo.

Desde luego los y las estudiantes al no tener claro las diferentes representaciones de fracción se mostrarán procesos de aprendizaje apartados del significado de este y no tendrán facilidad en la apropiación del concepto de fracción.

Acorde con los antecedentes de investigación que se muestran, se puede asegurar que los estudiantes de quinto grado podrán presentar dificultades de comprensión sobre la construcción del concepto de fracción.

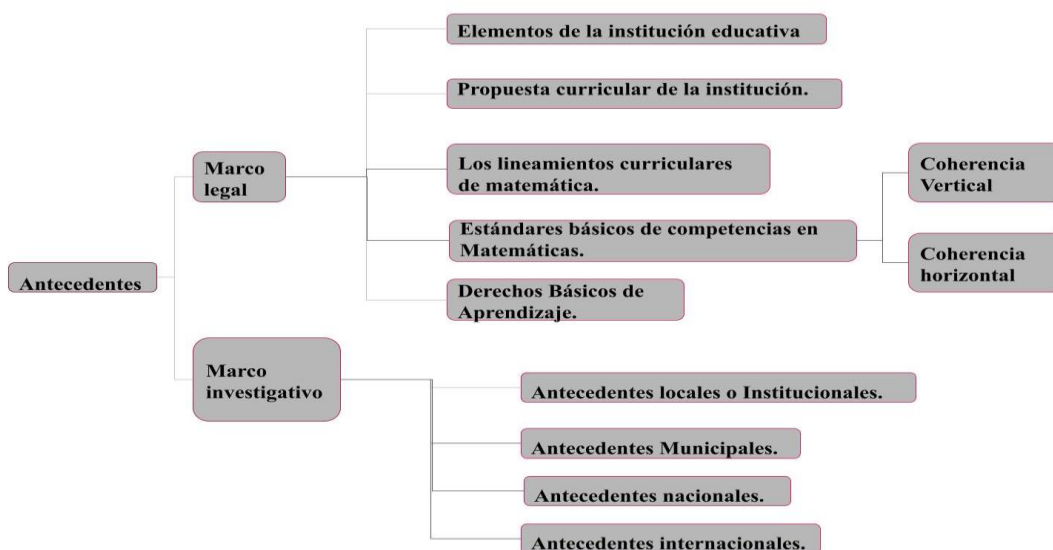
Con respecto a lo que plantea Hincapié (2011), problema es que en las escuelas rurales de Colombia hay prácticas asociadas a unas concepciones de la enseñanza de las matemáticas de hace más de 20 años y que no es común encontrar en la escuela prácticas de enseñanza que atiendan los desarrollos de la tecnología.

Hay que mencionar, además que en las escuelas rurales de Colombia no enseña las matemáticas mediante la resolución de problemas de manera metodológica, ya que se basan en la memorización de fórmulas matemáticas, en el desconocimientos de diferentes estrategias que permiten llegar a una solución y sobre todo en el desconocimiento de relacionar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática mediante la resolución de problemas y mi proyecto de investigación atiende a este problema.

La problemática que aborda la presente investigación está relacionada con el aprendizaje de las fracciones con relación parte todo en un ámbito de la resolución de problemas en contexto real con el uso de GeoGebra en estudiantes de grado quinto.

### 1.3. ANTECEDENTES

En la figura 1 se presenta la fundamentación teórica de la investigación, desde el marco legal y marco investigativo.



○ Figura 1. Esquema del marco teórico de la investigación. Fuente: elaboración propia

En la parte legal, de este trabajo está delimitado por la Ley general de educación de acuerdo con la ley 115 (Art 23) sobre las áreas obligatorias y fundamentales; Elementos de la institución educativa, Propuesta curricular de la institución, los Derechos Básicos de Aprendizaje de Matemática (MEN, 2016) los Lineamientos Curriculares de Matemática y Estándares Básicos de Competencia en Matemática

#### 1.3.1. Elementos de la institución educativa

##### 1.3.1.1. Misión.

La misión de la institución educativa es educar y formar integralmente a los y las estudiantes desde preescolar hasta bachillerato en los conocimientos técnico agropecuario, tecnológico, artístico, saberes ancestrales, valores y cultura de paz, con el objetivo de que los y

las estudiantes logren adquirir capacidades y estrategias para proyectarse en los distintos campos de desempeño humano ya sea a nivel local, nacional o internacional.

#### **1.3.1.2. Visión.**

La visión de la institución educativa, es que a partir del año 2020 logre ser una de las mejores instituciones educativas que aporte un excelente servicio educativo de alta calidad de carácter oficial a nivel municipal, departamental y nacional, integrando instrumentos y herramientas fundamentales para que los estudiantes desarrollen e implementen para generar y obtener su potencial y presentar iniciativas de las necesidades de su entorno para construir proyectos que beneficien el desarrollo rural y al sector productivo, en pro de la construcción de la cultura de paz.

#### **1.3.1.3. Filosofía.**

La institución educativa pretende construir en los y las estudiantes unas habilidades, conocimientos y capacidades críticas con la intención de que logren identificar su identidad territorial reconociendo sus aspectos culturales, comerciales, económicos del sector productivo, conjuntamente con la innovación tecnológica para favorecer la vocación agrícola.

#### **1.3.1.4. Principios de la institución.**

La Institución educativa asume los siguientes principios que guían las acciones educativas, tales como: el respeto, amor, perdón, justicia, tolerancia y responsabilidad.

### ***1.3.2. Propuesta curricular de la institución***

En el análisis del plan de aula que se llevará a cabo, se espera encontrar que la Institución Educativa reconozca el conocimiento matemático no sólo como un conglomerado de técnicas y conceptos, sino como un cuerpo de conocimiento, habilidades y destrezas en las cuales se debe

formar al estudiante, esto con el fin de educar un individuo apto para la sociedad, sin embargo, este objetivo se logra cuando la Institución Educativa establece un currículo con una mirada socio-cultural, en el cual se es consciente que la educación no es un proceso apartado de la dinámica social y que por el contrario esta actividad nace en el seno de la sociedad y de la necesidad de pasar de generación en generación un conocimiento.

Se considera importante que el plan de aula de la Institución Educativa tenga en cuenta que el conocimiento matemático es una construcción socio-cultural, que el hombre ha desarrollado a lo largo de la historia y alrededor de la cual se han tejido sin número de debates, lo cual nos ha traído hasta hoy las matemáticas que conocemos, siendo esto una de las razones de peso que justifica la pertinencia de formar en matemática, sin restarle importancia al hecho de que el conocimiento matemático que encuentra presente en las dinámicas sociales; Sin embargo, el conocimiento matemático debe contar con una estructura que establezca un orden a los contenidos enseñados, como bien sabemos en nuestro modelo educativo referenciamos ese orden con los Estándares Básicos de Competencias, escrito por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), basados en ellos esperamos que la Institución Educativa dirija la formación de sus estudiantes en educación matemática.

Por otra parte cabe resaltar que la evaluación constituye un proceso de suma importancia en la dinámica de la enseñanza- aprendizaje, más es conocido que algunas instituciones desestiman el valor de esta y la relegan a un proceso cuantitativo, perdiendo así sus cualidades más importantes, por lo anterior se confía en que el papel de la evaluación que plantea esta Institución Educativa sea un papel donde esta herramienta sea tomada con provecho y aporte a la mejora de los procesos de enseñanza- aprendizaje, para ello se requiere que la institución construya herramientas de evaluación que le permitan recolectar la información suficiente

respecto a los procesos de aprendizaje de los estudiantes como por ejemplo el uso de secuencias o proyectos de aula.

Para alcanzar los objetivos de enseñanza- aprendizaje no es suficiente el conocimiento del docente y los instrumentos de evaluación, también es necesario que la Institución educativa cuente con las herramientas físicas que sean un apoyo para el quehacer docente en el aula de clases.

Con todos los aspectos mencionados anteriormente se cree que el aprendizaje matemático que debe pretender un currículo es aquel que el estudiante pueda interiorizar generando un aprendizaje significativo y desarrollando destrezas y habilidades que le permitan su desempeño tanto en el aula como fuera de ella.

Se entiende el conocimiento matemático en la Institución educativa del corregimiento de Robles, (2022, p. 1) la matemáticas deja de ser esa pedagogía tradicional para convertirse en funcional, es decir pasa de esos planteamientos teóricos carentes de significados prácticos a un conjunto de adquisiciones de conceptualizaciones básicas y de hábitos de estudio que le permitan reaccionar adecuadamente ante un problema y situación real, que lo lleven a las posibles soluciones.

Con la cita anterior, se observa que los entes matemáticos son abstractos porque son operables principalmente por el pensamiento, de modo que enriquecen las habilidades del mismo. De la mano del propósito de la enseñanza debe de ir el tipo de formación matemática deseada, ya que a pesar de que sea un área que debe ser incluida en toda malla curricular de cualquier institución, el propósito de enseñanza de esta cambia entre instituciones; refiriéndonos a esto, la Institución Educativa tiene como propósito de formación el desarrollo de habilidades de

pensamiento y nociones matemáticas a través de la resolución de problemas y su aplicación en diferentes contextos.

(Ruíz, 2010, p. 124) menciona que “Los conocimientos matemáticos son los contenidos y métodos de las matemáticas”. De esto se comprende que los conocimientos matemáticos son las formas de razonar un conjunto de saberes que están inmersos en los contenidos matemáticos. Los saberes pueden ser las habilidades, actitudes, conceptos, alrededor de la organización de las actividades por medio de métodos de las matemáticas, con el fin de alcanzar un determinado objetivo.

Rico y Sierra (1997) la formación en matemática hace referencia a que los estudiantes desarrollen capacidades elementales como fortalecer su pensamiento crítico e investigativo, tener una comunicación asertiva, resolver problemas matemáticos con la competencia de resolución de problemas, ser responsable, trabajar en grupos durante su recorrido escolar.

Los estudiantes por medio de la matemática pueden desarrollar un razonamiento lógico, este le permite razonar coherente con ejercicios o problemas matemático. Por medio de la matemática los estudiantes pueden expresar sus emociones, estructurar sus actitudes, habilidades y capacidades al momento de resolver un problema de su vida cotidiana.

La Institución educativa del corregimiento de Robles, (2022, p. 5) menciona que “El modelo constructivista concibe al estudiante como un ser capaz de construir conceptos matemáticos a través del razonamiento” la Institución educativa hace una reflexión respecto a cómo se enseña y se aprende matemáticas, reconociendo que se debe tomar en cuenta el entorno del y de la estudiante como este y esta aprende de él, y también se valora el trabajo del y de la estudiante. La metodología de enseñanza-aprendizaje está orientada en el trabajo del docente en la organización y desarrollo del plan de estudios; también, se encuentra de manera explícita un

modelo pedagógico que es el constructivista el cual se enmarca el proceso de enseñanza de la teoría de Vygotsky con su teoría fundamentada en la zona de desarrollo próximo y la teoría de Piaget con la asimilación, adaptación, acomodación y equilibrio entre otros, el cual, está orientado en generar estrategias que le permitan a los y las estudiantes construir sus conocimientos.

Se entiende la evaluación en la Institución educativa del corregimiento de Robles, (2022, pp. 8 y 9) desde varios procesos:

1. Evaluación formativa: Es un tipo de evaluación sumamente importante si no el más importante de todos y consiste en la reflexión sobre todo el proceso de enseñanza-aprendizaje y en el área de matemáticas se evaluará teniendo en cuenta los procesos de forma interactiva, retroactiva y proactiva. Procurando promover en el estudiante la capacidad de regular sus propios procesos de aprendizaje, lo cual implica que incluso sea el propio estudiante que en determinada medida evalúe sus propios aprendizajes.
2. Evaluación sumativa: Se realizará al final de cada unidad didáctica trabajada en el periodo con el fin de verificar si están cumpliéndose los objetivos propuestos. Se evaluará teniendo en cuenta los productos y no los procesos.
3. Evaluación diagnóstica: Se realizará al inicio de cada unidad didáctica con el objetivo de recoger información que permita tener un punto de referencia para el abordaje de los procesos de aprendizaje de los estudiantes.
4. Autoevaluación: se trata de la evaluación del alumno acerca de su propio
5. Coevaluación: el alumno realiza la evaluación de su trabajo con el acompañamiento del docente

6. Heteroevaluación: la evaluación mutua, que es la realizan los estudiantes a las producciones de sus pares.

De lo anterior se comprende que la evaluación está orientado a aportar herramientas que enriquezcan los procesos de enseñanza-aprendizaje, por tal motivo la institución considera la evaluación como una proceso de suma importancia, que cuenta con un sentido en doble vía, es decir tanto cualitativo como cuantitativo, pero con un mayor peso en el aspecto cualitativo; bien dice Cazares (2008) que los logros de los objetivos se puede determinar por medio de la evaluación, ya que esta permite observar en qué medida el currículo y la enseñanza han logrado los objetivos de la educación.

El tipo de instrumento que utiliza la Institución educativa del corregimiento de Robles, (2022, p. 9) para la organización de sus propuestas en el aula son:

- Evaluaciones Finales.
- Material fotocopiado de textos que servirán como material de apoyo.
- Talleres en clase (actividades académicas) pueden ser individuales o grupales
- Tareas y socialización de las mismas.

(Caviades, 2014, p. 17), “El currículo debe servir de derrotero para la construcción de los proyectos específicos de la comunidad educativa. Con base en lo anterior, es posible definir esquemas operativos flexibles que permitan un tratamiento particular de todas las unidades que conforman la Institución”. El currículo debe ser de utilidad para la construcción de los proyectos que se plantea la comunidad educativa, con el fin de que permitan desarrollar tratamientos y procedimientos de todas las unidades que conforman la Institución y la organización social.

En la Institución educativa del corregimiento de Robles tienen como recursos de trabajo el área de matemáticas: Salones, elementos tecnológicos (video Beam, computadores y calculadoras), instrumentos de medición (reglas, compás, escuadra, transportador, cinta métrica, hojas milimetradas), Juegos lúdico-matemáticos, libros (matematízate en los grados 3°, 4° y 5°), diferentes espacios del colegio.

(Rico y Sierra, 1997, p. 30). Todo currículo debe prever la asignación de medios y recursos; también debe regular la composición y formación del grupo de personas encargadas del funcionamiento de la institución y, muy en particular, de los profesores y formadores responsables de poner en práctica el plan de formación correspondiente. De lo anterior se comprende que, la articulación entre los recursos materiales y la enseñanza de las matemáticas llevan una carga importante en la creación de la propuesta del currículo de una Institución Educativa, porque así mismo, se podrá oscilar entre unos ciertos límites y unas propuestas espontáneas a realizar.

Los Lineamientos Curriculares tienen una influencia grande en la realización de la malla curricular del colegio, empezando por consideraciones de los referentes curriculares, en los que se resuelven las preguntas iniciales que todo currículo debe tener, como por ejemplo, la concepción de qué es matemáticas para el comité realizador de este documento. Por otro lado, la malla curricular define los procesos planteados en los lineamientos, así como cada pensamiento (conocimientos básicos). Por parte de los Estándares Básicos de Competencia mantienen su influencia en este plan de área por medio de los contenidos que se trabajan en cada uno de los grados, todos estos siguen lo propuesto por ellos. Ahora, respecto a sus concepciones sobre los conceptos generales que hay, únicamente se explicita lo que se entiende por cada proceso y por cada conocimiento básico. El contexto no aparece en el documento de manera explícita.

Por lo tanto, se puede comprender que el currículo es un plan de estudio que está escrito con el fin de ayudar y evitar las dificultades de la comunidad educativa y a la sociedad, integra elementos fundamentales entre la dimensión social y cultural, donde el proceso de enseñanza-aprendizaje el docente debe programar las actividades que va a implementar junto con las estrategias didácticas ya sean métodos o técnicas para planificar las acciones del proceso formativo y así lograr los resultados de aprendizaje viene a su vez condicionado por el entorno en el que se desarrolla el mismo. Al rediseñar el proceso de enseñanza, este pretende que el profesor y los estudiantes transmitan sus conocimientos sobre la base del desarrollo social y humano, que implica una evolución sobre las relaciones de las personas y sobre el bienestar social.

### ***1.3.3. Curriculares***

#### **1.3.3.1. Los lineamientos curriculares.**

Los currículos de matemáticas actualmente están orientados a apoyar el proceso de desarrollo del pensamiento y sistema numérico. Dicho pensamiento ha estado presente a lo largo de este siglo en la ciencia, en la cultura e incluso en la forma de razonar cotidianamente, MEN (1998).

Acorde a la descripción anterior, de las actividades propuestas los y las estudiantes deben de llevar a cabo para la resolución de problemas matemáticos, la visualización, representación, construcción y exploración. este trabajo de grado se sustenta en tres diferentes puntos de vista, de acuerdo al MEN (1998), posibilita estructurar el currículo de forma agradable:

- ❖ Los procesos generales están orientados al tipo de aprendizaje que deben realizar los y las estudiantes al momento de adquirir los conocimientos matemáticos a partir de los

procedimientos, argumentos, resolución, razonamiento y comunicación que se lleven a cabo (MEN 1998).

- ❖ Los conocimientos básicos influyen en el proceso de desarrollo del pensamiento y sistema matemático (MEN 1998).
- ❖ El contexto está relacionado con las situaciones problemáticas en los entornos que rodean a los y las estudiantes y que le dan significado al aprendizaje de las matemáticas (MEN 1998).

De lo anterior se elaboró un cubo el cual me permitiera describir lo anterior, pero en este trabajo solo se va a trabajar algunos de ellos, los cuales son:

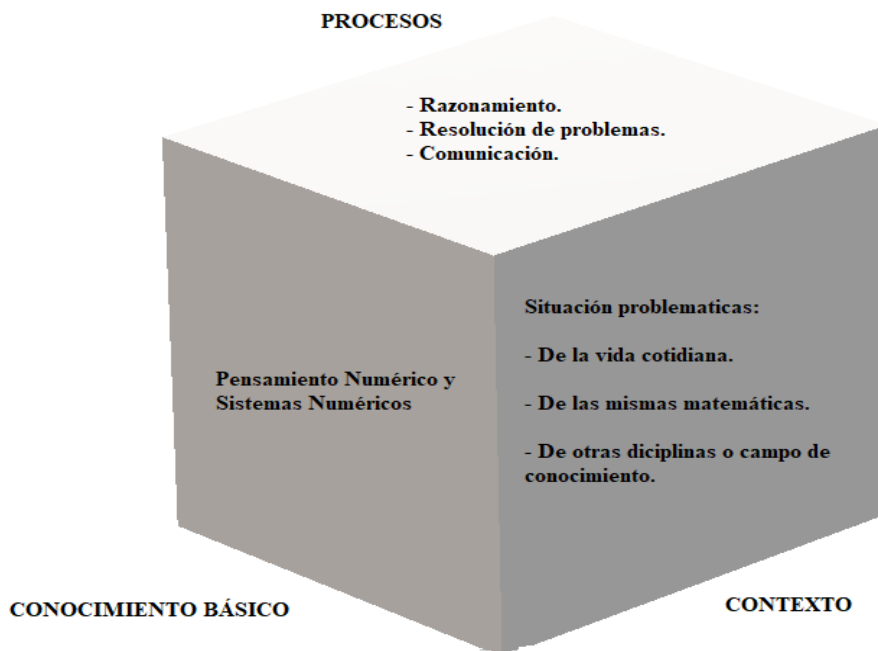


Figura 2. Los lineamientos curriculares. Fuente: elaboración propia.

### 1.3.3.2. Estándares básicos de competencias en Matemáticas.

Este trabajo está enfocado en el pensamiento Numérico, donde los estándares en los cuales se soporta el trabajo es desde el pensamiento seleccionado, los Conocimientos Básicos son los siguientes:

- *“Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones” (MEN, 2006, P. 82-83).*
- *“Utilizo la notación decimal para expresar fracciones en diferentes contextos y relaciono estas dos notaciones con la de los porcentajes” (MEN, 2006, P. 82-83)*
- *“Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiere de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones” (MEN, 2006, P. 82-83).*

Los tres estándares que sustentan esta investigación, están ubicados dentro de un pensamiento numérico y sistema numérico para los grados cuarto y quinto, resalta el papel del

concepto de las fracciones, ya que las fracciones pertenecen a el contexto cotidiano, al igual que otros tipos de conceptos lo utilizamos con o sin razón, en tres aspectos: El primero es comprender en diferentes contextos el concepto de la fracción; segundo, se trata de emplear una escritura de los números decimales para representar las fracciones en diversas situaciones y uno las dos anteriores notaciones con la notación de porcentajes. y el tercero trata de determinar y expresar estrategias para dar solución a problemas de los números naturales y sus operaciones.

#### ***1.3.3.2.1. Coherencia Vertical y Coherencia horizontal***

Se propone un diagrama que guarde una relación con los estándares básicos de competencias de matemática, particularmente para el aprendizaje de la fracción.

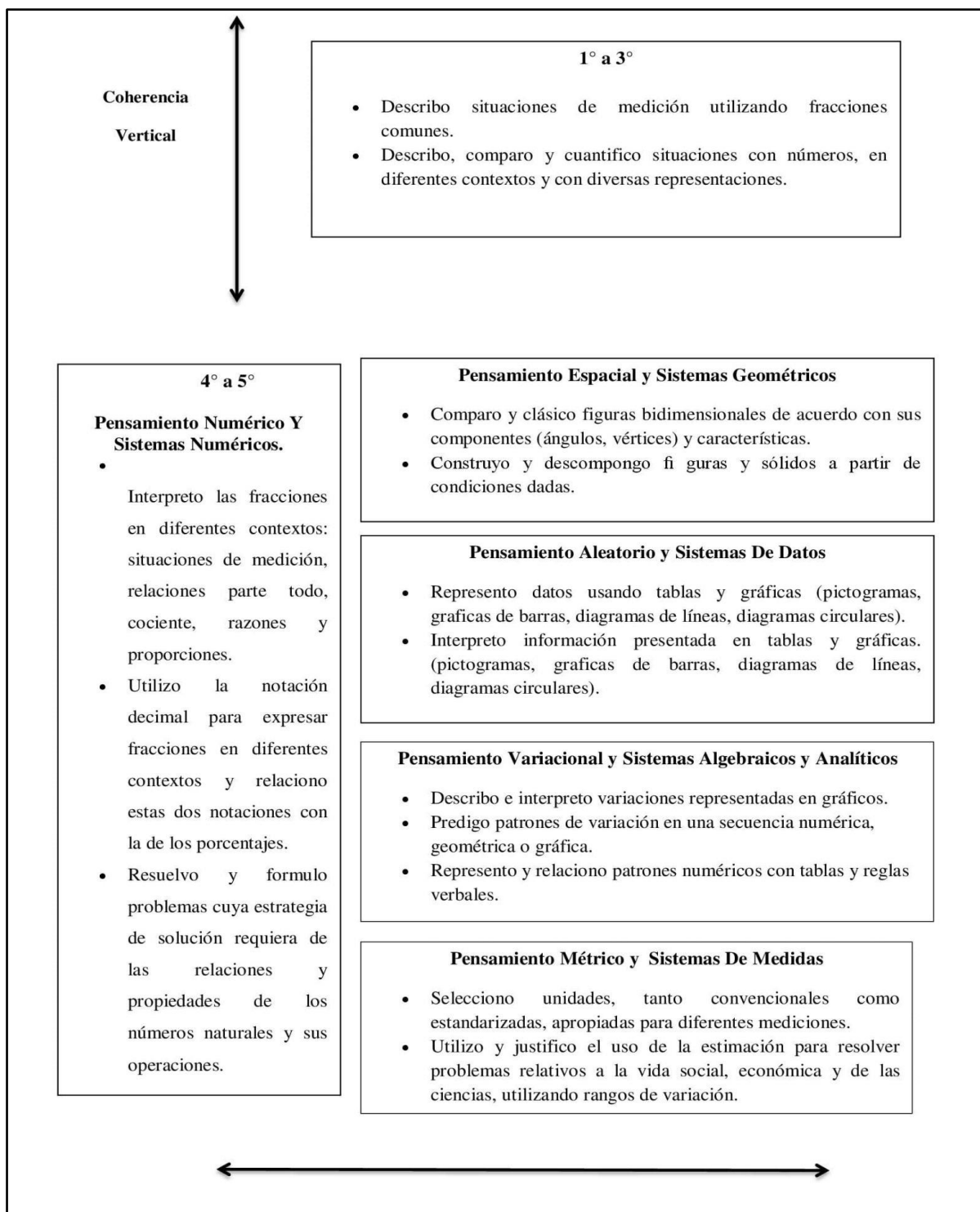


Tabla N°1 de la coherencia vertical y la coherencia horizontal. Elaboración propia.

En la tabla está organizada de la siguiente forma; una coherencia vertical que está dada por la relación de un estándar con los demás estándares del mismo pensamiento en los otros

conjuntos de grados. (MEN 2006). Los estándares en los cuales nos fundamentamos están en conjunto de los grados 4° a 5° y están orientados al pensamiento numérico y sistemas numéricos. La coherencia horizontal está dada por la relación que tiene un estándar con los estándares de los demás pensamientos dentro del mismo conjunto de grados (MEN 2006). En concordancia con la definición expuesta, relacionamos los estándares en los cuales nos fundamentamos, con estándares ubicados en el mismo conjunto de grados.

### **1.3.3.3. Derechos Básicos de Aprendizaje.**

Los DBA (2016) son un grupo de aprendizajes que están formalmente estructurados, con el propósito de que los y las estudiantes aprendan en un periodo formativo, es decir que los y las estudiantes en cada uno de los grados que van cursando adquiera un conjunto de aprendizaje en la educación escolar.

Cabe mencionar que los Derechos Básicos de Aprendizaje se organizan guardando coherencia tanto con los Estándares Básicos de Competencias como con los Lineamientos Curriculares.

Su interés consiste en que plantean elementos para construir diferentes caminos de enseñanza que fomenten el logro o la obtención de aprendizaje en los periodos formativos, con la intención de que los y las estudiantes logren o alcancen los estándares de competencias expuesto por cada grupo de grado.

Los DBA en el que se basa este trabajo de grado son los siguientes:

- *Interpreta las fracciones como razón, relación parte todo, cociente y operador en diferentes contextos. MEN, 2016, p 30)*

- *Describe y justifica diferentes estrategias para representar, operar y hacer estimaciones con números naturales y números racionales (fraccionarios), expresados como fracción o como decimal MEN,2016, p 30)*
- *Interpreta y utiliza los números naturales y racionales en su representación fraccionaria para formular y resolver problemas aditivos, multiplicativos y que involucren operaciones de potenciación. MEN,2016, p 37)*
- *Compara y ordena números fraccionarios a través de diversas interpretaciones, recursos y representaciones. (MEN,2016, p 38)*

Estos cuatro DBA resaltan cuatro aspectos del uso o conocimiento del concepto de fracción:

Primero, se enfoca en que los estudiantes tengan la habilidad de comprender e interpretar los diferentes significados del concepto de fracción y resolverlos en diferentes contextos.

Segundo, de que desarrollar diversas destrezas y habilidades para argumentar de forma coherente y explicar de manera ordenada y detallada el desarrollo de estrategias ya sean por medios de los algoritmos, propiedades de las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) y sus interacción, para hacer apreciaciones y procedimientos al resolver problemas para representar cantidades, operar y realizar apreciaciones con los números tanto naturales como fraccionarios.

Tercero, trata de que los y las estudiantes comprendan y expliquen el desarrollo y la utilización de los números naturales y los números fraccionarios, con la intención de que los y las estudiantes expresen y solucionen problemas aditivos, multiplicativos donde presenten una relación entre dos o más cantidades y que involucren operaciones de potenciación.

Cuarto, se enfoca en establecer una relación de semejanza entre los números fraccionarios y organizarlos a través de un lenguaje matemático, recursos didácticos y con representaciones ya sea gráfica, tabular y algebraica.

Al enlazar los EBC en Matemáticas y los DBA ya dicho, se organizará una propuesta centrada en la unión del software GeoGebra, visto como la herramienta principal para la adquirir conocimientos de la fracción, puesto que este permite de manera dinámica la representación, visualización y manipulación.

### ***1.3.4. Antecedentes de investigación***

#### **1.3.4.1. Antecedentes locales o Institucionales.**

En la Institución Educativa del corregimiento de Roble, no se encuentran antecedentes que aporten una aproximación a modelos de investigación apropiados a la propuesta de intervención “El uso del software GeoGebra para promover el aprendizaje significativo de la fracción como relación parte todo con estudiantes de quinto grado”

La institución educativa no presenta una buena dotación de equipos (pocos computadores, internet inestable y un *video-bean*), con respecto a esto gran parte de los docentes se limitan a innovar e involucrar las nuevas tecnología en la educación.

Por otro lado, el plan de aula de la Institución Educativa del corregimiento de Robles, se observó que este sustenta la importancia de las matemáticas en el aula de clases, argumentando que estas área forma al estudiante en actitudes y valores que son herramientas fundamentales en la edificación de un individuo capaz de asumir retos y crear estrategias que le permitan solucionar problemas de su vida cotidiana; tal como lo afirma Cazares (2008) el aprendizaje resulta ser un proceso en el cual el individuo adquiere no solo conocimientos, sino también

actitudes y valores, a través de las cuales se incorporan nuevas formas de pensamiento, se puede decir que la visión de la Institución Educativa del corregimiento de Roble coincide en gran parte con lo dicho por Cazares y que desde esta óptica la educación matemática no solo juega un papel de contenidos, procesos y técnicas.

Los actores educativos de Institución Educativa del corregimiento de Roble, se encuentra un soporte constante en los documento emitidos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), como son Los Lineamientos Curriculares, Estándares básicos de competencias y Derechos Básicos de Aprendizaje, evidenciando que la construcción del documento antes analizado contó con un amplio estudio de estos documentos , los cuales dan las pautas para orientar la educación en Colombia y a su vez están contruidos por Estudiosos en el tema de la educación matemática y la didáctica de las matemáticas.

El conocimiento matemático que pretende llevar este plan de aula, es un conocimiento que no desconoce los aspectos puros de las matemáticas, pero tampoco los concibe alejados de un contexto socio-cultural, además toma muy en cuenta los procesos, contextos y pensamiento que están en juego en la educación matemática.

Dicho lo anterior, se puede considerar que el currículo de la Institución educativa del corregimiento de Robles, presenta un conjunto de elementos, que no solo se enfocan en los temas o contenidos, sino que se involucran otros aspectos socioculturales y políticos, éticos y valor cultural. Por esta razón un currículo es una forma de ver y usar las matemáticas como un conocimiento funcional, para generar ciertas prácticas y mirar como las matemáticas se incrustan en esas mismas prácticas, y cómo éstas prácticas surgen de una forma funcional. Ya que el currículo funcional trata de los desarrollos personales y colectivos de las personas. También trata de los proyectos que están basados en situaciones cotidianas.

Por lo tanto en la Institución Educativa del corregimiento de Robles, los y las estudiantes del grado quinto existe la necesidad de realizar diseños de hojas de trabajo en el aula que logre que los y las estudiantes puedan comprender con más facilidad las fracción como relación parte todo y apoye el aprendizaje de este, con el propósito de que los resultados mejoren cada vez más en la prueba de estado y desarrollen competencias para un mejor rendimiento académico, sin dejar de lado la articulación con las nuevas tecnologías digitales dentro del proceso educativo.

#### **1.3.4.2. Antecedentes Municipales.**

En el municipio de Jamundí, se logró identificar que hay escasos trabajos del tema de la fracción, más específicamente trabajos de aprendizaje de la fracción mediado con el Software GeoGebra.

Se debe resaltar es que en el municipio de Jamundí gran parte de los profesores de matemática de primaria, realizan unas series de reuniones para socializar y hacer un intercambio de experiencias con respecto al trabajo en el aula del tema de fracciones, diseñando o utilización materiales concretos y computacionales para la resolución de problemas matemáticos del contexto y las distintas estrategias, competencias y métodos que sugiere el Ministerio de Educación Nacional para llevarlas cabo en las actividades matemáticas.

#### **1.3.4.3. Antecedentes nacionales.**

Existen una gran cantidad de trabajos, proyectos, tesis de maestría y escritos que señalan a la comprensión y a la resolución de problemas del tema de las fracciones en los y las estudiantes de la primaria.

Hincapié (2011) presenta el trabajo de maestría titulado: “Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes significados, con los docentes de primaria de la Institución Educativa

San Andrés de Girardota “En este trabajo se realizó una experiencia de formación con respecto al concepto de fracción y sus diferentes significados a docentes de primaria. La metodología utilizada fue apoyada a la Didáctica de las Matemáticas que desarrolle procesos de aprendizaje significativo. Construye un diseño unas guías de trabajo basadas en el propio contexto y lo implementó, con el propósito de fortalecer y reflexionar sobre las prácticas educativas de los docentes de la institución Educativa San Andrés.

Aguilar (2014), presenta el trabajo de maestría titulado: “Resolución de problemas matemáticos con el Método de Pólya mediante el uso de GeoGebra en primer grado de secundaria” En este trabajo tuvo como objetivo probar que al relacionar un método didáctico con un recurso tecnológico educativo, este pueden ayudar a mejorar el aprendizaje de un tema matemático. En el marco teórico se llevó a cabo un análisis documental de distintos autores con respecto a la resolución de problemas con las operaciones de suma y multiplicación con el uso del software GeoGebra por medio del método de Pólya. Utiliza una metodología de experimentación y es de naturaleza cuantitativa.

Jaimes Valbuena, J. C..., González Gutiérrez, N. R., & Carvajal Pulido, C. A. (2021) se presenta un artículo titulado: “Aprendizaje del objeto fracción en un contexto rural” En este artículo se realizó una propuesta educativa para los y las estudiantes de los grados cuarto y quinto de la Institución Educativa las Mercedes para orientar y favorecer el aprendizaje de las fracciones y de los registros semánticos que la componen para las representaciones. Se diseñó unas hojas de trabajo enfocadas en la formulación y resolución de problemas adaptados al contexto. Este artículo utiliza un marco de referencia de la teoría de representaciones semióticas Duval (2017). La metodología se plantea con un enfoque cualitativo.

Araque Suaza, E. A., Arenas Echavarría, G. A., & Carvajal Valdez, J. A.(2016) presenta el trabajo de Especialista en Informática y Multimedia en Educación titulado: “Las tic, una herramienta didáctica para mejorar la interpretación y comprensión de los números fraccionarios en el grado tercero de la i.e.r la blanquita de murri sede chimurro del Municipio de Frontino” En este trabajo se realiza un propuesta educativa diseñando una estrategia que tiene como objetivo fortalecer y motivar el aprendizaje de los y las estudiantes de la comprensión e interpretación de las fracciones, mediante una secuencia de actividades en la plataforma Moodle de manera virtual acompañados de contenidos digitales, esto con la intención de generar un interés activo por parte de los y las estudiantes de la Institución Educativa Rural La Blanquita Sede Chimurro.

La revisión de estos trabajos sirvieron para generar ideas base, sobre investigaciones realizadas con antelación al presente trabajo sobre concepciones que construyen los estudiantes sobre el concepto de fracción, características del proceso de resolución de problemas ya que es una competencia matemática que involucra este concepto e investigaciones relativas al uso de tecnologías computacionales en procesos de resolución de problemas sobre fracciones. Todos estos elementos sirven de soporte, de antesala y ayudó a generar ideas y rutas de trabajo para la investigación en el aula.

#### **1.3.4.4. Antecedentes internacionales.**

En la agendas actuales de investigación es plenamente vigente estudios que exploran la fracción como relación parte-todo. En este sentido, encontramos una amplia gama de trabajos que dan cuenta de resultados sobre el aprendizaje, sobre la enseñanza, sobre el diseño actividades de aprendizaje y sobre la implementación de las tecnologías digitales como instrumentos de uso para abordar las fracciones en el ámbito escolar.

Araque et. al (2016) mencionan que gran parte de los países de América Latina existe un porcentaje elevado de los y las estudiantes que cursan en primario el grado quinto y no comprenden ni resuelven problemas que estén relacionados con las fracciones. También Araque et. ál (2016) dicen que los rendimientos que se identifican en los estudios internacionales son bajos con cada una de las regiones del mundo, pero más en las instituciones educativas que son de bajos recursos, por lo que se expone que gran parte de los procesos que se realizan en las instituciones educativas rurales son de baja calidad, por esta razón es fundamental orientar a los y las estudiantes desde el grado quinto a la comprensión, interpretación y a la resolución de problemas con números fraccionarios, con el propósito de articular el conocimiento de las fracciones con las nuevas tecnologías computacionales.

Flores (2007), se presenta un artículo titulado: “ Una construcción de significado de la operatividad de los números fraccionarios” En este artículo se da a conocer la relación de lo que se comprende de fracción y los diferentes significados asociado a este. También se presenta la influencia de los distintos significados al instante de realizar operaciones en las fracciones.

Así mismo, Flores (2007) menciona que el concepto de fracción en la educación primaria presenta mucha dificultad en el proceso de enseñanza y aprendizaje, dado que es un concepto difícil de comprender por las distintas representaciones que asumen.

Por esta razón es pertinente abordar este tema desde el cómo es asimilado la fracción por los y las estudiantes y como lo pueden relacionar con la resolución de problemas desde su contexto cotidiano.

De acuerdo con González (2015) en su tesis de maestría titulada “Errores comunes en el aprendizaje de la fracción: un estudio con alumnos de 12/13 años en Cantabria” dice que a nivel escolar se han identificado múltiples dificultades en el aprendizaje de las fracciones que

obedecen a varios factores como: la falta de comprensión, conocimientos erróneamente adquiridos con anterioridad, distracción, desconocimiento, comprensión incorrecta del concepto de fracción, falencia en la aplicación sistemática de procedimientos.

Lara, et al (2016) en su trabajo de grado titulado “Una propuesta didáctica para fomentar un aprendizaje significativo en la construcción del concepto de fracción en la relación parte-todo, en el nivel de tercer año básico” menciona que las múltiples representaciones del concepto de fracción, hacen que este sea complejo de entender. Cabe destacar que la comprensión del concepto de fracción no se aprende de inmediato, sino que debe construirse a medida que los y las estudiante vayan edificando su aprendizaje, si esto no se lleva a cabo de esta manera los y las estudiantes quedarán con vacíos de conocimientos.

Para Llinares & Sánchez (1997), en su artículo titulado “Aprender a enseñar, modos de representación y número racional” dicen que en el proceso de enseñanza del tema de la fracción existen dificultades debido a que, en momentos se enseña de forma algorítmica repetitiva que se adaptan a todos los acontecimientos, sin llevar a cabo un estudio de los procesos necesarios para obtener los resultados. Para que los y las estudiantes comprendan y aprendan el tema de las fracciones es necesarios diferentes tipos de registros de representación tales como el gráfico y el simbólico, etc.

Llinares & Sánchez, (1997), es imprescindible plantear que, para que los y las estudiantes entiendan las ideas relacionadas con el concepto de fracción y sea ampliamente comprendido, efectivo y tengan la facilidad de desarrollar las operaciones básicas de las fracciones se debe proponer las secuencias de enseñanza de tal modo que proporcionen a los y las estudiantes la apropiada experiencia con la mayor claridad de sus interpretaciones o explicaciones.

A partir de estas consideraciones de los autores, se destaca el análisis asociado con la fracción, ya que se han reconocidos dificultades en el conocimiento de la fracción, porque el concepto de fracción no se aprende inmediatamente en el momento en que se lo enseñen, sino, que se aprende a medida que se construye el aprendizaje y vaya rellorando los vacíos de conocimiento de este concepto.

Reyes & Prieto (2016) en su artículo titulado “Interpretaciones de la fracción en una experiencia de simulación con GeoGebra” tienen como propósito hacer una descripción de cómo los estudiantes se enfrentan al software GeoGebra para resolver las tareas matemáticas. Además realizan una experiencia de simulación para la interpretación de las fracciones como relación parte-todo, las fracciones como reparto y el operador de las fracciones, contribuyendo a la creación y validación de técnicas de localización de las figuras geométricas del software GeoGebra con dos estudiantes. También usaron la cuadrícula del software GeoGebra como referente gráfico, porque facilitó los argumentos, conjeturas y reflexiones de los estudiantes en el momento de realizar la implementación de la experiencia de simulación.

Pari (2020) en el artículo “Comprender mejor las fracciones con GeoGebra” dice que las dificultades que presentan los estudiantes se debe por la falta de comprensión conceptual, donde estas dificultades se presentan en todos los países del mundo, ya que es un tema en la que los estudiantes presentan mucha dificultad. Tiene como objetivo presentarles a los estudiantes de educación básica que el software GeoGebra es una herramienta didáctica que les facilitará la comprensión del concepto de fracción. Realiza un análisis documental de todas las interacciones de fracciones los estudiantes logran comprender cuándo utilizan estas interpretaciones y la transforman cuando pasan por un sistema de representación.

Otras investigaciones como la de Santos & Benítez (2003), en su artículo titulado “Herramientas Tecnológicas en el Desarrollo de Sistemas de Representación para la Resolución de Problemas” narran que las nuevas tecnologías ofrecen un recurso a los y las estudiantes que puede apoyar el acceso y el desarrollo de recursos matemáticos que les favorezcan en el proceso de construcción de esos modelos. El uso de diferentes representaciones cumple un rol fundamental en el entendimiento tanto de la resolución de problemas matemáticos como en los conceptos matemáticos. En este sentido, es fundamental que los y las estudiantes elaboren construcciones acerca del sistema de representación que permitan analizar y reflexionar desde varias perspectivas los conceptos matemáticos. Especialmente, en el empleo de diferentes herramientas tecnológicas como software dinámico que permiten establecer con claridad una mejor visualización e identificación de relaciones, propiedades y definiciones que hacen parte de la estructura de los conceptos o más bien de los problemas matemáticos.

Los y las estudiantes pueden realizar fácilmente exploraciones, construcciones y mover los objetos, con el fin de poder analizar propiedades, o relaciones de figuras en las representaciones dinámicas, la cual estas representaciones que se realizan de manera creativa en software permiten identificar la necesidad de plantear argumentos que apoyen a la formulación de conjeturas. (Santos & Benítez, 2003).

Arbain y Shukor, (2014) El software GeoGebra debería introducirse entre los docentes de matemática como un instrumento de enseñanza para los y las estudiantes puedan visualizar, explorar de una manera más amplia las matemáticas y así sean capaces de pensar de forma crítica y creativa. Para complementar Bakara, Ayuba, Luanb, Tarmizia, (2010, p. 4651) “*El uso del ordenador en la enseñanza y el aprendizaje no sólo sirve para aumentar el rendimiento de los alumnos, sino también su motivación*”. El uso del software GeoGebra les permitirá a los y las

estudiantes fortalecer su confianza y motivación a partir de una exploración significativa de las diferentes representaciones que ofrece el software GeoGebra.

Los docentes pueden utilizar el software GeoGebra, porque permite crear hojas de trabajo dinámicas, estas se pueden utilizar con cualquier navegador de Internet que soporte Java.

Markus y Fuchs (2004), mencionan que las hojas de trabajo que se elaboran en el software GeoGebra son absolutamente independientes de este mismo software o programa, por ende no existe la necesidad de instalar el software GeoGebra para utilizar la hoja de trabajo que se realice. El software GeoGebra es también una herramienta que permite crear temas, herramientas, recursos y contenidos interactivos en el proceso de enseñanza y aprendizaje que se realizan mediante las tecnologías comunicativas. Cabe considerar que las aplicaciones que realicen los y las estudiantes son independientes en este software, ya que pueden emplearse en cualquier plataforma y también se puede utilizar directamente desde el internet, lo que resulta beneficioso para las redes informáticas de las instituciones educativas.

A partir de estas consideraciones de los autores, es muy importante y necesario construir el concepto de fracción de un modo de una manera más significativa, el cual le permita al estudiante fortalecer ese aprendizaje a la medida en que construye este, para que tenga unas buenas bases de este concepto, por esto surge una necesidad de buscar unas estrategias, que permitan caracterizar el proceso de aprendizaje que favorece la construcción de conocimientos y el desarrollo de habilidades sobre el concepto de fracciones con el uso de GeoGebra en estudiantes de grado 5.

Estas revisiones aportaron enfoques teóricos y metodológicos contruidos en el campo de la educación matemática en general y de la resolución de la resolución de problemas con el uso de tecnologías digitales. En este sentido, se revisaron trabajos donde se muestra el potencial que

tienen las tecnologías digitales para apoyar el uso de múltiples representaciones, como elemento importante en la resolución de problemas de matemáticas, para hacer tratamiento y conversión de los objetos. Asimismo, se estudió la importancia que tienen las hojas de trabajo como objetos de uso. Asimismo se estudió el potencial que tiene Geogebra en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

#### **1.4. JUSTIFICACIÓN**

La motivación que dirige al presente trabajo de grado es el abandono que existe en las escuelas rurales de Colombia, acerca de las prácticas de enseñanza de las operaciones básicas (adición y sustracción) con relación a la fracción parte-todo que no atiendan los desarrollo de la tecnología y mi proyecto de investigación atiende a este problema.

Como se afirmó arriba, que no hay una articulación del conocimiento de las fracciones parte todo y sus usos con situaciones reales y tampoco existe una relación con las operaciones básicas (adición y sustracción). Los y las estudiantes deben tener la capacidad de reconocer la utilidad de las fracciones parte todo en la práctica y poder aplicar dicho conocimientos en la resolución de problemas aplicando el método de Polya con el uso del software GeoGebra vinculados a experiencias de su contexto. Con el objeto de diseñar e implementar en la Institución Educativa del corregimiento de Robles, estrategias que sean de gran interés para los y las estudiantes y así poder despertar su curiosidad y lograr mejorar sus resultados tanto en las pruebas de estado e institucionales.

Con esto quiero decir, que se buscará generar estrategias para el aprendizaje de las dos operaciones básicas (adición y sustracción) de las fracciones con los estudiantes de quinto grado, por medio de las hojas de trabajo a haciendo uso de la resolución de problemas mediante el

método de Pólya (1945) con el uso del *software GeoGebra*. El método de Pólya está conformado por cuatro etapas que permiten dar solución al problema, las etapas son: comprender el problema, trazar un plan, ejecutar el plan y visión retrospectiva.

El diseño de las hojas de trabajo está fundamentado en el documento curricular que determinan las matemáticas (1998), en los Estándares Básicos de Competencias (2006) y los Derechos Básicos de Aprendizaje (2016).

Este trabajo de grado aportará estrategias didácticas debido a que son diversas las dificultades que presentan los y las estudiantes al momento de resolver problemas matemáticos y más específicamente de la fracción parte todo. Estas dificultades pueden ser superadas haciendo uso de estrategias didácticas innovadoras, tal es este caso que integrará el software GeoGebra y la resolución de problemas para el mejoramiento del aprendizaje de los números fraccionarios.

Para Markus y Fuchs, “...*el software ha sido diseñado para su uso en las escuelas*” (2004, p. 2) para complementar (Santos, M., & Benítez, D. 2003, p. 24) “*recientes reformas curriculares sugieren que los maestros deben diseñar e implantar actividades de aprendizaje en las cuales los estudiantes tengan la oportunidad de desarrollar y usar diversos sistemas de representación para resolver tareas matemáticas*”.

Por esta razón los docentes y la institución educativa deben diseñar hojas de trabajo que posibiliten el aprendizaje significativo en estudiantes, por medio del Software GeoGebra. El desarrollo de este applet permitirá estudiar las fracciones. El Propuesto se compone de varias hojas de trabajo, que permiten a los estudiantes reforzar los conocimientos estudiados, volver sobre lo construido y evitar la permanente inestabilidad que genera en los y las estudiantes las resoluciones de las actividades a las que no están acostumbrados o experimentado.

Es fundamental tener en cuenta que la evaluación en el área de matemáticas ha cambiado. Se debe enseñar a los y las estudiantes a pensar de manera lógica, empleando sus saberes previos, con el fin de proporcionar un saber nuevo a partir de otros, para que tengan confianza en sus habilidades y destrezas en su razonamiento.

Cuando los y las estudiantes aprenden a interactuar con los números, es porque conviven constantemente con el uso de los números, es importante que analicen situaciones de su contexto, utilizando de recursos que favorezcan lograr o conseguir una solución acertada. Aguilar, B. (2014).

Además de las ideas descritas anteriormente, en las siguientes líneas se presentan argumentaciones sobre la importancia de realizar la presente investigación en el marco de un trabajo de grado de Licenciatura en Educación básica con énfasis en Matemáticas:

- El trabajo de grado implica el diseño de actividades de aprendizaje. En este caso se diseñan hojas de trabajo bajo la metodología que propone Benítez (2006).
- El diseño de estas actividades ha sido utilizado en la formación de profesores a través del seminario del semillero de investigación y diplomado en diseño de ambientes de aprendizaje promovido por el Instituto GeoGebra de Cali.
- La toma de datos se realizará bajo la modalidad presencial y todas las conclusiones y reflexiones que emerjan son necesarias para la educación matemática actual por las exigencias de la pandemia generada por el COVID 19.
- En el trabajo se combina la resolución de problemas, el uso de las TIC, el diseño de actividades y la evaluación educativa.
- Este estudio con estas características no se ha hecho en nuestra región. suroccidental de Colombia y constituye una innovación educativa.

- El trabajo se va a realizar en el institución educativa del Corregimiento de robles del municipio de Jamundí, los trabajos en la zona rural en educación matemática tienen mucha importancia por toda la brecha sociocultural que generalmente hay en nuestro medio, generalmente las investigaciones se realizan es en la zona urbana y hay pocas investigaciones en las zona rural.

Hoy en día no se puede obviar que gran parte de las generaciones vivimos en una época computacional, ya que esta ha influido en campo de la educación y en la cultura. La investigación que se reportara integra el empleo de un software libre, con la intención de generar diferentes representaciones dinámicas del objeto matemático para que los y las estudiantes desarrollen procesos del pensamiento numérico. Por lo tanto es fundamental utilizar tecnologías digitales en la institución educativa.

## **1.5. OBJETIVOS**

### ***1.5.1. OBJETIVO PRINCIPAL***

Describir las características que tiene un proceso de aprendizaje de la fracción como relación parte-todo en un ámbito de la resolución de problemas en contexto real con el uso de GeoGebra en estudiantes de grado quinto.

### ***1.5.2. Objetivos secundarios***

- Diseñar hojas de trabajo, a partir del software de GeoGebra que ayude en el desarrollo de la competencia de resolución de problemas matemáticos favoreciendo la construcción del aprendizaje de las fracciones.
- Estudiar los recursos que emplean los y las estudiantes de grado quinto en las operaciones de suma y resta sobre fracciones con el uso del software GeoGebra.

- Analizar las estrategias heurísticas que muestran los estudiantes en la resolución de problemas sobre fracciones con el uso del software GeoGebra.
- Estudiar las estrategias de control que muestran los estudiantes en la resolución de problemas sobre fracciones con el uso del software GeoGebra.

## **1.6. FORMULACIÓN DE PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN**

Desde esta perspectiva, este trabajo se centrará en contestar la siguiente pregunta de investigación:

### ***1.6.1. Pregunta central***

¿Qué característica tiene un proceso de aprendizaje de la fracción como relación parte-todo en un ámbito de la resolución de problemas en contexto real con el uso de GeoGebra en estudiantes de grado quinto?

### ***1.6.2. Preguntas auxiliares***

- ¿Con qué criterios se pueden diseñar hojas de trabajo, a partir del software de GeoGebra que ayude en el desarrollo de la competencia de resolución de problemas matemáticos favoreciendo la construcción del aprendizaje de las fracciones?
- ¿Cuáles son los recursos que emplean los y las estudiantes de quinto grado en las operaciones de suma y resta sobre fracciones con el uso del software GeoGebra?
- ¿Cuáles son las estrategias heurísticas que muestran los estudiantes en la resolución de problemas sobre fracciones con el uso del software GeoGebra?
- ¿Qué tipos de estrategias de control muestran los estudiantes en la resolución de problemas sobre fracciones con el uso del software GeoGebra?

La problemática se centra en los y las estudiantes, de lo anterior surgen las preguntas pasadas que dirigen este trabajo de grado. Estas preguntas que se plantean permitirán dar respuesta tanto a los objetivo general como a los objetivos específicos empleando los referentes teórico que se proponen en el marco teórico, que vienen siendo el soporte de la categorización, análisis, reflexión y el diseño de hojas de trabajo con el uso del software GeoGebra con el propósito de mejorar o fortalecer el proceso de aprendizaje de los y las estudiantes para lograr la construcción de conocimientos y el desarrollo de habilidades sobre el concepto de fracción.

## **CAPÍTULO II. MARCO DE REFERENCIA**

### **Introducción**

En el siguiente capítulo se presentan los fundamentos teóricos relacionados con el aprendizaje de la fracción como relación parte todo con el uso del software GeoGebra. Este capítulo está dividido en 7 partes: La parte 2. Se plantea la educación por competencia que trata de orientar el proceso educativo del aprendizaje y de los y las estudiantes. La parte 2.1. trata del enfoque por competencia donde se describe la articulación de las cuatro dimensiones que son los conocimientos, habilidades, actitudes y valores. La parte 2.2. Se enfoca en la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas donde se explica el método de George Pólya, el cual aporta una ayuda para el mejoramiento de la comprensión del lenguaje matemático, de la enseñanza y aprendizaje. La parte 2.3. trata de la mediación instrumental la cual genera dos impactos uno es ampliación cognitiva y el otro reorganización. La parte 2.4. El uso de múltiples representaciones favorece la resolución de problemas de la fracción parte todo. La parte 2.5. se menciona la pertinencia de los recursos didácticos, el cual muestra la realidad para informar y favorecer el proceso de aprendizaje. La parte 2.6. se plantea la importancia de los recursos educativos digitales, que vienen siendo un instrumento que favorece el entendimiento o la comprensión de problemas de varios contextos por medio del manejo, exploración y la observación. Por último tenemos la parte 2.7. se describe detalladamente cada uno de los significados que presenta el objeto matemático.

### **2.1. EDUCACIÓN POR COMPETENCIA**

Castellanos, et al (2003) afirman que la educación por competencia tiene como objetivo desarrollar en los y las estudiantes habilidades que le permitan adquirir conocimiento por medio de la acción. También la educación por competencia pretende formar y preparar a los y las

estudiantes para que afronten y generen iniciativas que respondan a las necesidades de un mundo globalizado. Con relación a lo anterior, se debe mencionar que la educación por competencia se puede ver como un componente clave para la educación tradicional, ya que, para saber hacer y poder participar es esencial que los y las estudiantes comiencen a partir de aspectos cognitivos.

Además, Castellanos et al (2003), plantean cuatro aspectos importantes que son la base para favorecer el desarrollo de la educación por competencia, tales como:

1. Aprender a conocer hace referencia a facilitar la investigación y aumentar los conocimientos de los y las estudiantes.
2. Aprender a hacer alude a las capacidades de los y las estudiantes mediante el uso de sus habilidades tanto motrices (coordinación de los movimientos musculares) como sociales (trabajo en grupo).
3. Aprender a ser, pretende fortalecer y promover la personalidad de los y las estudiantes para potenciar autonomía.
4. Aprender a convivir, se trata de incitar a los y las estudiantes a respetar a sus compañeros, a fortalecer sus valores, a generar un buen manejo para disminuir el conflicto y a la búsqueda persistente de paz.

Los cuatro aspectos importantes que son la base para favorecer el desarrollo de la educación por competencia, amplía el contexto de la participación de la educación, ya que considera la parte conceptual y la parte cognitiva de los y las estudiantes donde se distingue la importancia de los conocimientos teóricos, con el propósito de que los y las estudiantes obtengan una actitud crítica para mejorar en sus desempeños.

Castellanos et al (2003), afirman que la educación por competencias se apoya en la teoría constructivista, ya que plantean orientarse en el proceso educativo del aprendizaje y de los y las estudiantes, con el objetivo de que los y las estudiantes logren construir sus conocimientos en el salón de clase con la ayuda de estrategias de aprendizaje por medio de contenidos significativos que producen cambios en su contexto y también logren una construcción personal.

### ***2.1.1. Enfoque por competencias***

Como se planteó en el segundo punto educación por competencia, se comprenderá por competencia como un enfoque constructivista o enfoque por competencias, como componente que integra aspectos relacionados los conocimientos, habilidad, actitudes y valores, que se evidencia en el desempeño de los y las estudiantes.

Por otro lado, Hernández (2018) argumenta que la palabra competencia tiene distintas maneras de interpretar y de adaptación en la Educación. Hernández menciona que la:

“Competencia se comprenderá como la capacidad que desarrolla un individuo para poner en práctica de manera articulada cuatro dimensiones: Conocimientos, Habilidades, Actitudes y Valores” p71.

Se observa en la siguiente figura las cuatro dimensiones para el desarrollo de competencias:



Figura 3: Desarrollo de competencias Fuente: elaboración propia.

Se debe resaltar que para poder desarrollar una competencia, deben cumplir que las cuatro dimensiones se articulen.

Hernández (2018) dice que se debe comprender por conocimientos aquellos recursos, tales como propiedades y definiciones que tienen los y las estudiantes a su disposición, para emplearlos en la actividad matemática.

Hernández (2018) menciona que las habilidades están comprendidas por un lado de las estrategia cognitivas que forman una secuencias de acción en la actividad matemática tales como (visualizar, hallar patrones, formular conjeturas, etc.); y por otro lado las estrategias metacognitivas vienen siendo todas las acciones o preguntas que realizan los y las estudiantes para consolidar si entendió con totalidad en enunciado del problema, si escogió los recursos y realizó los procedimientos adecuados para desarrollar el problema. Todo esto con la intención de reflexionar sobre cada uno de los pasos que realizó el estudiante para resolver un problema, y poder saber si encontró o no encontró la solución de este.

Hernández (2018) dice que la actitud viene siendo la disposición y el interés que tengan los y las estudiantes para realizar las actividades matemáticas, ya que la falta de interés por los y las estudiantes puede reflejar resultados bajos en las actividades. Para complementar Hernández, A. 2018, p, 72 (citado de Benítez, 2006) donde argumenta que por medio de secuencias didácticas, instrumentos y demás, mejoran de forma positiva la actitud de los y las estudiantes respecto a el estudio de las matemáticas.

Hernández (2018) menciona que los valores son aquellos principios éticos y morales que reflejan las acciones de los y las estudiantes.

## **2.2. LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS**

Las teorías del aprendizaje y la dificultad del proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas van conjuntamente, las cuales ofrecen argumentos para la justificación de las probables causas de este suceso, de todas maneras, es importante analizar las explicaciones o justificaciones de las ideas de Pólya (1945), que aporta al proceso de enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas como una valiosa ayuda para la mejor comprensión del lenguaje matemático, en consideración de las dificultades que han tenido y tienen los y las estudiantes frente a la resolución de problemas Aguilar (2014).

Benítez (2015, p.4). Dice que en 1945, Pólya presenta un trabajo titulado Cómo plantear y resolver problemas, el cual se transformó en un clásico. El libro está dividido en cuatro secciones:

- a. En el salón de clases.
- b. Cómo resolver un problema: Un diálogo.
- c. Breve diccionario de heurística.
- d. Una sección de problemas, sugerencias y soluciones.

Es pertinente mencionar que nos vamos a enfocar en la primera sección, que es en el salón de clases, el autor deja ver el propósito de la lista: ayudar a los y las estudiantes en forma efectiva y natural cuando este en la solución de un problema matemático. Pólya persiste en que no se les debe dejar solo a los y las estudiantes el intento de resolver un problema, pero tampoco se les debe instruir en lo que deben de realizar. El papel del profesor debe ser un guía, el cual

plantee preguntas y sugerencias o recomendaciones de manera que los y las estudiantes poco a poco vayan logrando un desarrollo autónomo.

La resolución de problemas Pólya lo considera como un proceso en el que se aplican las etapas siguientes:

- a. Comprender el problema
- b. Trazar un plan
- c. Ejecutar el plan.
- d. Visión retrospectiva.

Se observa en la siguiente figura el método de Pólya que se basa en la representación gráfica el cual ilustra el proceso de las cuatros etapas de resolución de problemas:

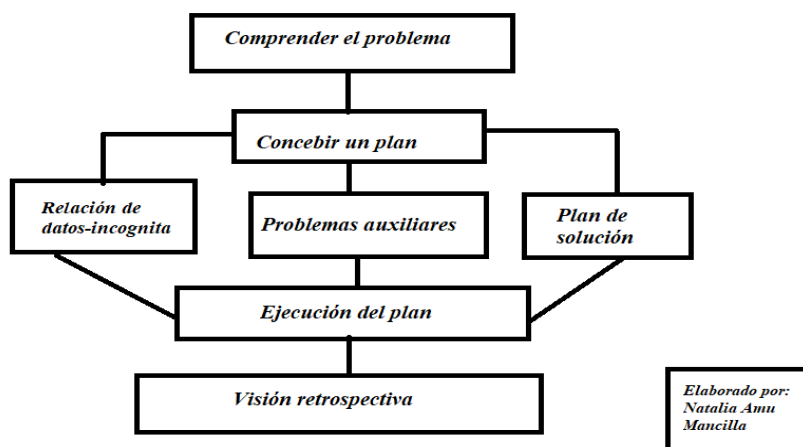


Figura 4. Esquema del método de Pólya que se basa en la resolución de problemas. Fuente: elaboración propia.

Ahora observaremos una breve descripción sobre cada una de las etapas del proceso, se dará el siguiente ejemplo que explicara cada una de estas fases.

Ejemplo: La señora María se dirige al supermercado D1 a comprar los ingredientes para hacer arepas rellenas, compra  $\frac{1}{4}$ libra de queso costeño,  $\frac{3}{7}$ libra de harina de trigo y  $\frac{1}{2}$ libra de mantequilla margarita. ¿Cuántas libras llevó en total la señora María?

1. **Comprender el problema:** en la comprensión del problema se quiere que los y las estudiantes reconozcan e identifiquen los elementos que se descubren en un problema propuesto: los datos, las incógnitas y las condiciones del problema. Estos elementos deben ser encontrados cuando se conteste a las preguntas:

- ¿Cuál es la información relevante que se encuentran en el problema y deja extraer de manera explícita los datos?
- ¿Cuáles son las incógnitas que se hallan en el problema?
- ¿Cuál es la condición que plantea el problema?

Cuando el estudiante tenga claro la respuesta a estas preguntas anteriores estos deben contribuir de modo significativo a la comprensión de los problemas que se trata de resolver.

Inmediatamente que el estudiante entienda el problema con claridad, debe entrar en una etapa de configuración de un plan de solución al problema.

Ahora explicaremos esta fase con el ejemplo que se planteó anteriormente.

Los datos que se hallan en el problema son:  $\frac{1}{4}$  libra de queso costeño,  $\frac{3}{7}$  libra de harina de trigo y  $\frac{1}{2}$  libra de mantequilla margarita.

La incógnita que se hallan en el problema es: ¿Cuántas libras llevo en total la señora María?

La condición que plantea el problema son los verbos que lo acompañan y en este caso es: comprar y llevar.

2. **Configurar el plan:** En la configuración hace referencia al cómo o qué estrategias van a utilizar los y las estudiantes para resolver el problema. Benítez. D. (2015) menciona que en este desarrollo, puede resultar de mucho beneficio para las

estrategias heurísticas, las cuales son estrategias generales que por sí mismas no aseguran éxito, pero resultan de suficiente ayuda cuando se emplean. Algunas estrategias heurísticas que logran ayudar a diseñar un plan incluyen:

- Considerar parte de la hipótesis.
- Pensar en problemas conocidos.
- Dividir un problema en subproblemas.
- Formular el problema de forma diferente.
- Usar diagramas para mostrar los ejercicios y problemas de manera distinta.

Las estrategias heurísticas aparecen en forma de sugerencias y preguntas, estas heurísticas pueden ser empleadas en la escuela por los y las estudiantes y profesores, imitando el monólogo que sustenta un matemático. De estas consideraciones se deduce los pilares del plan: Las técnicas a utilizar, los métodos a seguir.

De acuerdo con el ejemplo se debe realizar una operación matemática entre la incógnita y la condición, es decir, se debe sumar todo lo que compró y el resultado que obtuvo fue lo que llevo en total.

3. **Ejecutar el plan:** En la ejecución de un plan hace referencia a llevar a cabo lo que los y las estudiantes establecen en la configuración del plan, donde se da solución al problema. En esta etapa se pretende utilizar los desarrollos matemáticos que posibilitan ofrecer la precisión que se necesita en la solución del problema.

Ahora se desarrollara lo propuesto en la configuración del plan que se dio en el ejemplo:

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{7} + \frac{1}{2} = \frac{33}{28}$$

Cabe resaltar que no es tan comprensible el resultado obtenido  $\frac{33}{28}$ , por esta razón lo transformaremos a decimal quedando 1,17 libras.

4. **Visión retrospectiva:** En esta cuarta etapa hace referencia a cuestionar los procesos o desarrollos matemáticos que lograron dar solución al problema, es decir, reflexionar si el proceso desarrollado permitió resolver el problema. Resumiendo lo anterior Benítez. D. (2015), dice que la visión retrospectiva les permite a los y las estudiantes acudir a sus procesos meta-cognitivos para verificar si está o no está de acuerdo con lo que realizó y, si es necesario, replantear el proceso de resolución.

Benítez. D. (2015), menciona que las críticas más fuertes que se le hace al trabajo de resolución de problemas de Pólya, hacen referencia a la resolución de problemas ideal que él concibe, la cual progresa de seguido y sin dificultad desde la primera fase que es la de entender el problema hasta la de revisión y reflexión del problema, donde se observa que Pólya conoce qué hacer en cada momento y la justificación de lo que realiza. Es importante resaltar que el trabajo de Pólya no se halla argumentos que respondan a las preguntas:

- a. ¿Qué debe hacer un resolutor cuando no ha entendido un problema?
- b. ¿Qué acciones instruccionales se deben emprender para promover el entendimiento de los problemas?
- c. Muchas veces las alternativas y estrategias seleccionadas por el alumno conducen a caminos oscuros que no prometen llevar con éxito a la solución del problema.

Al analizar todos los procesos que se llevaron a cabo en las tres fases anteriores, se comprende que la señora María se llevó en total del supermercado D1 el 1,17 libras.

### 2.3. MEDIACIÓN INSTRUMENTAL.

Camargo (2018), plantea que la mediación instrumental inicio a partir de la propuesta de Vygotsky que menciona que las acciones tanto particulares como sociales de los personas están mediada por herramientas (que vienen siendo un objeto concreto con el que se desarrolla una actividad) y los signos (que están relacionados a tres aspectos objeto, representación e interpretación).

Consideremos ahora que, el papel que juegan las herramientas genera un interés en impulsar un proceso de enseñanza- aprendizaje que apoye la contribución de los y las estudiantes en las prácticas y actividades matemáticas. Así que, las herramientas no son neutras en el proceso de construcción del significado del objeto matemático, de los conceptos y los procedimientos.

A su vez, Camargo (2018), menciona que cuando las personas interactúan con las herramientas como una ayuda en la resolución de una actividad o tarea matemática experimenta un proceso que implica tres aspectos de transformación, con el fin de volverse un instrumento. Los tres aspectos se pueden identificar en la siguiente gráfica:

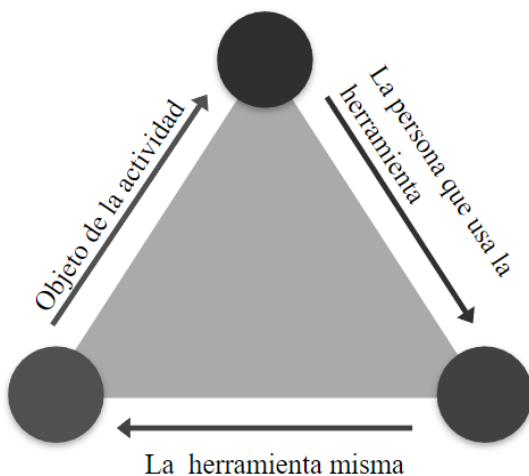


Figura 5: La herramienta fuente: elaboración propia.

Se debe agregar que, (Rabardel, 2011, citado de Camargo, 2018, p. 7) para que una herramienta sea un instrumento debe intervenir dos componentes:

“(i) el componente artefactual que tiene que ver con las características propias de la herramienta, cómo se manipula y sus usos potenciales y (ii) el componente cognitivo que tiene que ver con formas personales y estables de uso de la herramienta para resolver una tarea”

Dicho lo anterior, para que una herramienta sea un instrumento se debe conocer cuáles son las propiedades, características y la potencialidad que tiene al momento manipular, construir, visualizar, mover y demás. Pero se debe tener en cuenta lo cognitivo ya que permite que el sujeto pueda resolver las actividades.

Por otra parte, Hernández (2018) la utilización de materiales ya sea los computadores produce una mediación instrumental que logra generar dos impactos: uno es la ampliación cognitiva, el estudiante al manipular el computador puede ampliar las estrategias para la resolución de un problema. El segundo es la reorganización, donde el estudiante por medio de la resolución de un problema utiliza materiales concretos o tecnológicos, donde los resultados pueden llegar a ser distintos. En consecuencia los estudiantes pueden lograr observar de manera diferente con la presencia de las TIC.

## **2.4. USO DE MÚLTIPLES REPRESENTACIONES**

Parra, D. (2020), menciona que al utilizar diferentes tipos de representaciones matemáticas con relación a un mismo concepto favorece la resolución de problemas asociados a dicho concepto, aunque el enunciado de un problema no tiene implícito el desarrollo de solución, se puede acudir a otra manera de representación para comprenderlo. Esto se alcanza por medio

de la manipulación de las representaciones, incorporando las representaciones de naturaleza intuitiva, porque favorecen la construcción de un conjunto de imágenes conceptuales que los y las estudiantes tengan asociadas a un concepto matemático.

Mencionado lo anterior Parra, D. (2020), afirma que los objetos matemáticos presentan distintos tipos de representaciones. A su vez, los estudios que se han realizado en el campo de la educación matemática han demostrado por medio de sus documentos que el uso de diferentes representaciones desempeña un papel fundamental en el proceso de aprendizaje de las matemáticas.

Kaput (1989) menciona que en el concepto de representación se debe distinguir el papel que juegan los símbolos (el objeto que se representa) y el concepto (objeto representado) ya que son dos entidades que tienen una relación pero presentan una función por separado. Con esto quiero decir, que las representaciones gráficas o los símbolos numéricos, no se pueden confundir con la función que representan.

Duval (1993), nombra la Semiosis a las actividades que están enlazadas a la elaboración de representaciones que se apoyan en los signos y los símbolos que integran el sistema usado para producirlas. Así mismo, denomina la noesis a las actividades relacionadas a la aprehensión ideal de los objetos que se representan, incorporando las distintas actividades y procesos cognitivos desarrollados por los y las estudiantes. Es necesario recalcar que, (Duval, 1993, p.14) dice que “la semiosis es la que determina las condiciones de posibilidad de la noesis” esta afirmación que plante Duval (1993), significa que para que los y las estudiantes logren hacer aprehensión cognitiva, es esencial que usen los distintos registros semióticos de representación.

Por otra parte, Duval (1993 y 1995) dice que para que un sistema semiótico logre ser un sistema de representación, debe cumplir con las siguientes tres acciones:

- 1. Identificación:** La acción de identificación se basa en el reconocimiento de las diferentes representaciones que se muestran ante los y las estudiantes, lo que conlleva a una clasificación e identificación de características en el contenido que se representa. En la siguiente imagen se presenta un ejemplo:



Con esta imagen se quiere que los y las estudiantes logren identificar las fracciones como relación parte-todo por representación numérica, cuando reconocen la forma de la fracción donde el numerador es uno y el denominador es dos y la representación gráfica, cuando reconocen la parte que se divide la figura y las partes que se toma de la figura (sombreada).

- 2. Tratamiento:** El tratamiento es tener el objeto en un registro y hacer cambios del registro al interior del mismo sin salirse. Por ejemplo:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6} \quad \text{ó} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$$

Por medio de estos ejemplos el estudiante puede hacer cambios al interior de un registro para poder operarlo, es decir que no se salió del registro numérico.

- 3. Conversión:** La conversión se trata de pasar de un registro uno a un registro dos y demás. Es decir, que la inversión realiza la transformación del registro externamente. Por ejemplo, se realiza una conversión cuando se pasa de una fracción como relación parte-todo a su registro numérico, gráfico, decimal, porcentual y escribir en lenguaje natural.

$$\frac{1}{2} \equiv \text{[Diagrama de un círculo dividido en dos mitades, con la mitad derecha sombreada en azul.]} \equiv 0.5 \equiv 50\% \equiv \boxed{\text{La mitad}}$$

De la imagen se comprende que es el mismo ente matemático visto a través de diferentes registros semióticos de representación. Además lo anterior se incorpora en la resolución de problemas matemáticos.

Todo lo anterior se relaciona de manera directa con el proceso de resolución de problema, porque por un lado los y las estudiantes deben de reconocer las fracciones, deben de saber pasar de una fracción a otra de acuerdo al problema, ya que gran parte de los problemas están en el lenguaje verbal y hay que traducirlo a la representación gráfica y numérica, deben de saber leer de un gráfico a otro de acuerdo al contexto del problema y deben de saber operar. Por lo tanto, se puede afirmar que todas estas tres funciones de la semiosis son fundamentales para la cognición y para la resolución de problemas matemáticos.

Desde otro punto de vista, Parra (2020) menciona que la teoría de Duval acerca de sistemas de representación múltiple, es fundamental que los y las estudiantes alcancen pasar por al menos dos sistemas de representación para prevenir confundir éstas con el objeto matemático. Desde esta perspectiva, los y las estudiantes han alcanzado adquirido un aprendizaje sólo cuando es competente de juntar los diferentes tipos de representaciones de una forma natural al mismo tiempo de la resolución de problemas. Todo lo anterior permite decir que las teorías de resolución de problemas y los sistemas semióticos de representación mantienen una estrecha relación.

## **2.5. RECURSOS DIDÁCTICOS**

De acuerdo con los autores (Ponce, Palacio, Pérez, 2003), explican que los recursos didácticos son una estructura que determina un conjunto de medios de comunicación que muestra la realidad para informar y favorecer el proceso de aprendizaje; que logran los

conocimientos y permiten desarrollar capacidades o competencias para obtener los propósitos a través de los sentidos, conciencia y conocimientos. Los autores antes mencionados señalan que los recursos didácticos, las habilidades y destrezas que se deben desarrollar, enriquecimiento de valores, la metodología, los contenidos programados y el grupo de estudiantes con que se trabaja deben de conservar una rigurosa relación con el propósito de:

- Motivar la clase.
- Facilitar la comprensión del tema y la capacidad creadora.
- Favorecer el aprendizaje basado en la observación y la experimentación

haciéndolo más activo, participativo y concreto.

Taborda, J. (2020). En el proceso de enseñanza-aprendizaje se utiliza el recurso didáctico, ya que es un instrumento que facilita la representación de diferentes contextos reales que logran relacionarse directamente, lo anterior fortalece el desarrollo de competencias cognitivas y fomenta la comprensión al momento de la adquisición y la construcción de los conocimientos, de esta forma se favorece su aprendizaje.

## **2.6. RECURSOS EDUCATIVOS DIGITALES**

Los recursos educativos digitales vienen siendo en las instituciones educativas un instrumento que favorece el entendimiento o la comprensión de problemas de varios contextos por medio del manejo, exploración y la observación. Es importante adquirir los instrumentos tecnológicos en las instituciones educativas para garantizar el aprendizaje.

Respeto a (Moreno y Sandoval, 2012, p. 28), afirma que “... *el uso de las tecnologías digitales conlleva una reestructuración cognitiva puesto que requieren también del aprendizaje de la sintaxis que controla la mediación de la herramienta en cuestión*” para ampliar más lo

anterior “*En ese sentido, las tecnologías digitales no son tan solo un soporte externo de la cognición sino que se integran a ella y la transforman*”. En las instituciones educativas las tecnologías digitales han generado en los estudiantes y profesores una estructura diferente tanto en la relación como en la comunicación. Pero también las tecnologías digitales transforman la forma de construir el proceso del conocimiento matemático. Hay que tener en cuenta que no solo se trata, de que exista una cognición a la que se le añade una herramienta o más bien una tecnología digital, lo que sí existe es una transformación de la cognición que al relacionarse con la tecnología digital o la herramienta, funciona de un modo nuevo produciendo un conocimiento matemático diferente.

## **2.7. OBJETO MATEMÁTICO**

### ***2.7.1. Las fracciones***

#### **2.7.1.1. Fracción y sus diferentes significados.**

Hincapié, C. P. (2011), para comprender con claridad el concepto de fracción es un extenso camino dado a sus diferentes interpretaciones, cuestión que en muchos casos están presentes en el proceso de aprendizaje del tema de fracción. En pocas palabras se entiende que para comprender el concepto de fracción con claridad se debe entender cada uno con sus propios significados.

Por esta razón Hincapié, C. P. 2011, pp. 21, (citado de Gallardo, J. 2008), afirma que el conocimiento de que la fracción manifiesta distintos significados se reporta desde investigaciones sistemáticas (Kieren, 1976, 1988, 1993; Behr, Harel, Post & Lesh, 1992; Gairín, 1998; Escolano & Gairín, 2005). A saber: parte-todo, cociente, operador, razón y medida.

Hincapié, C. P. (2011), con la descripción detallada de los significados de la fracción que aparecen a continuación se plantean las cinco formas de interpretaciones de la fracción que se tuvieron presente para conceptualización. Cabe destacar que el significado de la fracción como relación parte-todo es el fundamento para comprender los demás significados de la fracción y que la fracción como medida es el coordinada básica, porque implementa la relación cuantitativa entre la parte y el todo.

#### ***2.7.1.1.1. Parte-todo.***

Obando (2006), la fracción como parte-todo se entiende y se reflexiona como un todo de magnitud discreta o magnitud continuas, que se fracciona en partes iguales mostrando la relación que existe entre el número de partes y el todo. Es importante mencionar que la interpretación de la fracción como parte – todo en una situación de medida sólo concede comparar cantidades de medidas del mismo tipo.

#### ***2.7.1.1.2. La fracción como cociente.***

Obando (2006), la fracción como cociente es un conjunto de medidas diferentes que representan dos números enteros de cantidades diferentes. Cuando la fracción como cociente es interpretada como la consecuencia de la división de uno o varios objetos entre el número de partes, esta tendrá su propio significado y no será una fracción sin sentido.

#### ***2.7.1.1.3. La fracción como medida.***

Hincapié (2011), la fracción como medida se representa comúnmente de las formas  $a/b$  y  $\frac{a}{b}$ . La fracción como medida se presenta cuando se quiere medir una determinada magnitud, en el cual la unidad de medida no está contenida un número entero de veces en la magnitud que se desea medir en la unidad. Para que la medida sea exacta se deben de realizar varios procesos que

permitan medir utilizando múltiplos de la unidad y submúltiplos de la unidad. También se debe llevar a cabo comparaciones con la unidad de medida.

#### ***2.7.1.1.4. La fracción como razón.***

Hincapié (2011), la fracción como razón permite que los y las estudiantes realicen comparaciones de un conjunto de cantidades de magnitudes distintas. En pocas palabras la fracción como razón se define como la comparación de dos cantidades de igual o diferente magnitud. Con relación a lo anterior, la fracción como razón logran ser comparaciones de la forma parte-parte en un conjunto de magnitud discreta o comparaciones de la forma parte-todo en conjunto de magnitud discreta y continua.

## **CAPÍTULO III. DISEÑO METODOLÓGICO**

### **Introducción**

En el siguiente capítulo se pretende hacer una descripción de las actividades que forman parte en este trabajo de grado.

En primer lugar es necesario detallar las características de los sujetos que participan en el trabajo y, luego, se explicará la investigación del diseño a partir de la fase de estudio, tales como: fase de estudio piloto, fase de uso de tecnología, fase de recolección y fase de análisis de la información.

Por último se explica el propósito del estudio de la investigación tanto cuantitativa como cualitativamente. Las fases implementadas fueron sugeridas en la tesis doctoral de David Benítez Mojica (2006).

### **3.1. CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN**

La aplicación del trabajo se realizará en la Institución Educativa, la cual se encuentra ubicada en el Corregimiento de Robles Valle del Cauca y pertenece al Municipio de Jamundí en el Sur del Departamento del Valle del Cauca con un 85% de personas afro y las demás distribuidas entre mestizos y mulatos. La extensión total del Corregimiento es de 1,460.49 has. De las que aproximadamente 18 son urbanas y 1.442.49 rurales. El área urbana está dividida en 5 barrios y la zona rural en 3 veredas (Laguna Seca con 139.3 ha, El Progreso con 80.4 has y Tinajas con 671.3 has). La extensión total del Corregimiento de Robles es de 18.50 km<sup>2</sup>.

Las características básicas de la Institución Educativa son: su calendario académico es A, se encuentra en el sector oficial, el género de los y las estudiantes que hacen parte de la institución es mixto, cuenta con cuatro niveles educativos (escolar, básica primaria, básica

secundaria y media), la jornada académica es en horas de la mañana y tiene un carácter técnico/ educativo, pero con especialidad educativa.

Robles limita por el norte con el corregimiento de Guachinte, por el sur con el corregimiento de Chagres, por el occidente con el corregimiento de Timba y por el oriente con el corregimiento de Quinamayo.

En el casco urbano de Robles viven 1.465 personas, de los cuales el 46% son hombres y el 54% restante mujeres, el 60% de la población está entre los 0 y 29 años. La población menor de 10 años es de 333 habitantes, es decir, el 20, 18 % es la totalidad de la población.

Los datos anteriores del Contexto de la investigación fueron tomados de las fuentes de Información del proyecto “Gestión del conocimiento e intercambios de experiencias entre telecentros Compartel y telecentros comunitarios (2006)” escrito por Carlos Alberto González, Marco Tulio Lucumí e Información escrita en Funecorobles. y complementado con los datos públicos de Alejandra María Díaz González (2009), Néstor Raúl Carabalí Lugo (2010).

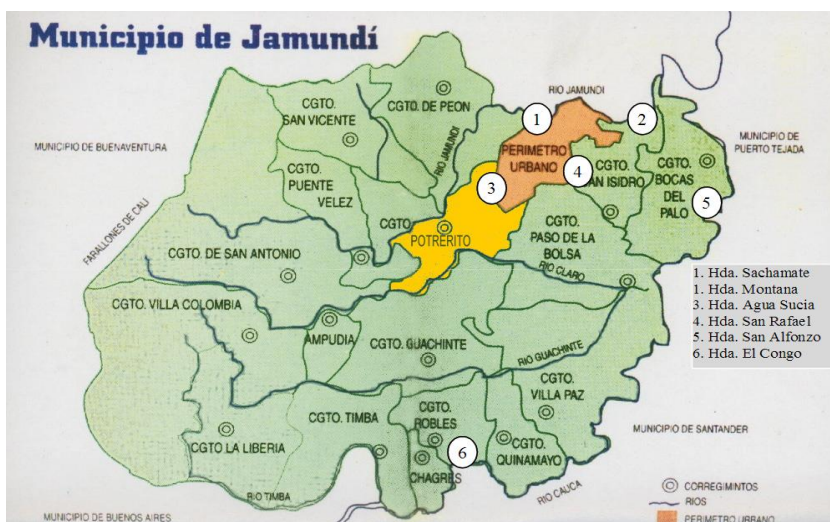


Figura 6. Mapa del municipio de Jamundí. Fuente: Mapa del municipio de Jamundí y la ubicación de las haciendas.

Realizado por la autora Muñoz G., Ana, basándose en información obtenida en la Secretaría de Hacienda.

### **3.2. SUJETOS DE INVESTIGACIÓN**

Las personas que participaron en el trabajo de grado son estudiantes del grupo 5° de la Institución Educativa del corregimiento de Robles, integrado por 16 estudiantes, de los cuales 6 son mujeres (37,5%) y 10 hombres (62,5%), con edades entre 9 y los 11 años, pero en su mayoría de 10.

#### ***3.2.1. Descripción socioeconómica de la población***

Los estudiantes de grado quinto un 100% de la Institución Educativa son de estrato 1 y 2 en el cual la mayoría no dispone de un dispositivo electrónico para poder llevar a cabo el proyecto de investigación.

Esta población de estudiante de la sede, gran parte de los acudientes tienen un trabajo agrícola independiente (se siembran y se cosechan banano, plátano, cacao, café, yuca, naranja, mandarina, etc.), trabajos informales (venta de rifas, tiendas, domicilios, venta de postres, galletas, etc.), trabajo asalariado (caña, maíz, piña) todos estos trabajos se realizan en los corregimientos de Robles, Chagres, Timba y Quinamayo que son parte del municipio de Jamundí, sin olvidar la población restante de acudientes trabaja en el sector privado y público.

### **3.3. FASES DE SECUENCIA DE DISEÑO**

Las fases de secuencia de diseño posibilitan el desarrollo cognitivo del estudiante, las cuales son:

**3.3.1. Formulación de problemas:** En esta fase se le entregará al estudiante las hojas de trabajo la cual tendrá problemas relacionados con el tema de las fracciones.

**3.3.2. Manejo del software de GeoGebra:** En esta fase se le presenta a los estudiantes el software dinámico de GeoGebra, donde se les explicaran a los estudiantes la función de las

herramientas que presenta este software, el cual le permitirán hacer una mejor exploración del objeto matemático seleccionado.

**3.3.3. Fase de exploración:** En esta fase los estudiantes deben de explorar el software a partir de la manipulación, interacción y visualización de las actividades de las hojas de trabajo que se realizaron en GeoGebra.

**3.3.4. Fase de comunicación:** En esta fase los estudiantes argumentan, comunican, expresan sus ideas de forma verbal con sus compañeros y el profesor, y escrita con los formularios que acompañan las hojas de trabajo.

**3.3.5. Fase de institucionalización:** En esta fase los estudiantes han logrado construir su conocimiento, donde el docente tiene el papel formalizar el conocimiento de los y las estudiantes a partir de sus observaciones y da claridad en los conceptos en que presentaron dificultad.

### **3.4. FASES DE ESTUDIO**

En esta sección se presentan de manera sintética los pasos que se siguieran durante el trabajo, en las distintas fases: fase de diseño de actividades, fase del estudio piloto, fase de uso de tecnología, fase de recolección y fase de análisis de la información.

En la siguiente figura se pueden identificar las fases de estudio que se desarrollaran en el trabajo. Posteriormente se hace una descripción detallada de cada una de las fases.

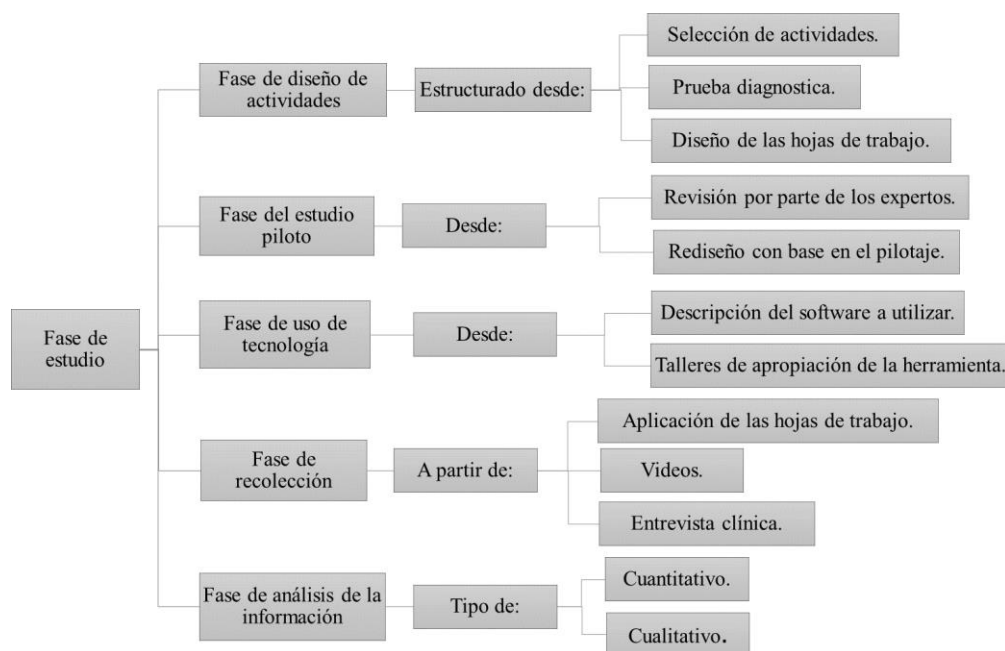


Figura 7. Fases de estudio. Fuente: Elaboración propia

### 3.4.1. Fases de diseño de actividades

Benítez (2006), la fase inicial comprendió cuatro sub-fases: selección de las actividades y solución anticipada. A Continuación se da una explicación de cada una de las sub-fases.

**3.4.1.1. Selección de las actividades.** En la primera sub-fase hace referencia a la selección de las actividades o problemas que se van a abordar en la investigación, los cuales serán orientados de la propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006), estructurados a partir de los estándares básicos de competencia en matemática, para el grado quinto de primaria.

**3.4.1.2. Solución anticipada de las actividades.** Es necesario resolver las actividades, para evaluar su potencial, es decir, la solución a priori permitirá: determinar la pertinencia de los problemas y preguntas y deducir si las actividades propuestas tienen dificultades al momento de dar la solución.

**3.4.1.3. Aplicación de encuesta diagnóstica al grupo pilotaje.** El segundo alude a realizar una prueba diagnóstica, que permitirá comprender qué conocimientos tienen los y las estudiantes acerca del concepto de fracciones, además permite identificar las dificultades y errores que presentan al momento de dar solución a la prueba diagnóstica, para así realizar el diseño de las hojas de trabajo.

La encuesta se aplicará en una hora de clase en forma individual. Donde se explicará la importancia de la encuesta para el trabajo de grado e instrucciones de las actividades. Se les exigirá a los estudiantes que justifiquen cada una de sus respuestas al momento de contestar en el formulario. Luego se analizará los resultados de la prueba diagnóstica, la cual permitirá tener las bases para diseñar las hojas de trabajo, con el fin de superar esas dificultades y aclarar los errores que presentaran los estudiantes.

**3.4.1.4. Diseño de hojas de trabajo y encuesta de salida.** Con los resultados que surjan de la aplicación de la prueba diagnóstica, se puede diseñar las hojas de trabajo a partir de los conocimientos y dificultades por parte de los estudiantes, particularmente las asociadas a creencias erróneas acerca de la fracción. En consecuencia, esta situación se puede dar de la forma en que los estudiantes resuelvan los problemas vinculados a este concepto. Esta puede ser una de las razones para realizar el diseño de las hojas de trabajo cuyo propósito fundamental es favorecer el desarrollo del pensamiento numérico. También se pretende elaborar una prueba para la evaluación final que viene siendo la encuesta de salida para determinar el avance de los estudiantes en términos cuantitativos y cualitativos al concluir la aplicación de la propuesta didáctica (Rivas, 2009).

### ***3.4.2. Fase del estudio piloto***

Una vez diseñada la encuesta diagnóstica, las hojas de trabajo y la encuesta de salida, se presentarán para una revisión por parte del director del trabajo y de los profesores que tengan conocimiento sobre la elaboración de la propuesta en la resolución de problemas y en la tecnología de la información y la comunicación. Esto con el fin de mejorar y rediseñar las hojas de trabajo que dieran cuenta de la investigación del objeto de estudio. (Benítez, 2006)

Las adaptaciones que ofrecieron los y las docentes para mejorar el diseño de las hojas de trabajo fue que debía de mejorar en el tamaño de la letra porque estaba muy pequeña y dificultaba la visualización y la comprensión y colocar el logo de la universidad del Valle para representar el trabajo. Por lo tanto, las adaptaciones que recomendaron los y las docentes fueron atendidas para el rediseño de las hojas de trabajo para que los y las estudiantes no presentaran ninguna dificultad en su proceso de aprendizaje del objeto matemático a trabajar.

### ***3.4.3. Fase de uso de tecnología***

La fase de tecnología ofrecerá unas instrucciones sobre el software GeoGebra que les permitirán a los y las estudiantes un acercamiento a este software. Benítez (2006), propone tres acciones, pero en esta investigación sólo se abordarán dos que son: descripción general del software GeoGebra y taller de manejo de la tecnología.

**3.4.3.1. Descripción general del software GeoGebra.** En esta acción se realizará una descripción global del manejo del software GeoGebra a los y las estudiantes y mostrar las características más importantes de GeoGebra, las funciones, los comandos principales y la forma de operarlos con relación a la vista gráfica y la hoja de cálculo. (Benítez, 2006).

**3.4.3.2. Taller de manejo de la tecnología.** Se les entregará a los y las estudiantes una serie de actividades sobre el manejo básico del software GeoGebra, donde el profesor va estar atento a las dudas que surjan al momento de la ejecución de las actividades.

#### **3.4.4. Fase de recolección de la información**

La recolección de datos es muy importante, ya que a partir de ahí se analiza y procesa la información que se obtiene en cada una de las actividades que hacen parte del trabajo de grado.

Los instrumentos de recolección son:

- La encuesta de diagnóstico.
- Las hojas de trabajo.
- La encuesta de salida.

Por otro lado, la recolección de los datos se implementó durante una semana, con los y las estudiantes de quinto grado de la institución educativa. En la siguiente tabla se presentan el calendario de aplicación de la las actividades de las hojas de trabajo y el tiempo de implementación:

Tabla N°2: calendario de implementación de las hojas de trabajo.

<b>Fecha de aplicación</b>	<b>Actividades implementadas</b>	<b>Tiempo</b>
18/02/2022	Prueba diagnóstica	30 minutos
8/06/2022	Hoja de trabajo N°1	180 minutos
9/06/2022	Hoja de trabajo N°2	180 minutos
10/06/2022	Hoja de trabajo N°3	180 minutos
10/06/2022	Prueba de evaluación final	30 minutos

Tabla N°2. Se describe de manera detallada el calendario de implementación de las hojas de trabajo. Fuente de elaboración propia.

La prueba diagnóstica permitió diseñar las hojas de trabajo N°1, N°2 y N°3. Las actividades que se encuentran en la hoja de trabajo resultaron ser interesantes para los y las estudiantes hasta al punto de entretenerlos, También se usó las hojas de trabajo como un instrumento de recolección de los datos, ya que contenía varias preguntas de opción múltiple y preguntas abiertas son un espacio prudente para que los y las estudiantes contestaran. En el transcurso de la implementación de las hojas de trabajo se resaltan tres etapas:

1. Los y las estudiantes trabajan de manera individual enfrentándose al problema matemático.
2. El docente a partir de las dificultades que presenten los y las estudiantes en la implementación de las hojas de trabajo plantea sugerencias y responde preguntas con el propósito de permitirles a los y las estudiantes un acercamiento a la solución del problema matemático.
3. Los y las estudiantes se enfrentan a problemas de su propio contexto.

#### ***3.4.5. Análisis de resultados***

Después de recolectar la información, se debe archivar físicamente y electrónicamente las hojas de trabajo con la fecha de implementación. Inmediatamente después guardados los archivos anteriores, se comenzó a realizar las tablas y gráficas de acuerdo a las categorías de análisis, siendo las categorías en el análisis cuantitativo correcto, incorrecto y no contestó y las categorías en el análisis cualitativo fueron de acuerdos a las estrategias y competencias desarrolladas por los y las estudiantes.

Una vez guardados los archivos, se procedió a realizar tablas y gráficas de acuerdo a las categorías de análisis. En lo cuantitativo utilizamos las categorías: correcto, incorrecto y no sabe.

En lo cualitativo utilizamos categorías de acuerdo a tipo de competencias desarrolladas por los estudiantes.

Una vez que se obtenga toda la información, se sigue a analizarla, con el enfoque mixto, que es la recolección de datos tanto cualitativos como cuantitativos. Al considerar los resultados que se obtuvieron, estos permiten dar respuesta a las preguntas de investigación que motivaron a la realización del presente trabajo de grado.

Rivas (2009), dice que es importante considerar que tanto el análisis cuantitativo y cualitativo me permite comparar los resultados de la prueba diagnóstica con los de la encuesta de salida, para así determinar con mayor precisión el impacto de la propuesta didáctica y el uso de tecnología computacional en el aprendizaje del tema de la fracción.

Por otra parte, el uso de las TIC viene siendo un instrumento pedagógico que juega un papel muy importante en la escuela, ya que favorece el desarrollo de la competencia del estudiante para construir su propio conocimiento.

#### **3.4.5.1. Análisis cuantitativo.**

El análisis cuantitativo permite determinar los resultados de los estudiantes en términos de porcentajes y se realizará con el uso de la media, promedio, desviación típica, coeficiente de variación y prueba de hipótesis.

#### **3.4.5.2. Análisis cualitativo.**

El análisis cualitativo consiste en analizar y reflexionar sobre las estrategias, el lenguaje, la forma en la argumentan o justificación, las herramientas que utilizaron los estudiantes en la resolución de los problemas planteados.



## **CAPÍTULO IV. DISEÑO Y ANÁLISIS DE INVESTIGACIÓN**

### **Introducción**

Este trabajo de grado presenta un diseño para aprender las fracciones con relación parte-todo mediado con el Software GeoGebra. Para el desarrollo del objeto matemático tratado se realizó una Prueba diagnóstica, con preguntas de opción múltiple y preguntas abiertas, donde permitió identificar cuáles eran las dificultades que tenían los estudiantes acerca las fracciones con relación parte-todo. Posteriormente se realizaron tres hojas de trabajo y todas se realizaron mediante el software GeoGebra y estas fueron encaminadas a los objetivos acorde al método de resolución de problemas. Además a cada una de hojas de trabajo se les realizaron formularios con el fin de evaluar lo aprendido del applet. Por último se realizó un formulario para la evaluación final recopilando tanto las preguntas de las tres actividades anteriores y de la prueba diagnóstica.

Una vez que se obtenga toda la información, se sigue a analizarla, con el enfoque mixto, que es la recolección de datos tanto cualitativos como cuantitativos. Al considerar los resultados que se obtuvieron, estos permiten dar respuesta a las preguntas de investigación que motivaron a la realización del presente trabajo de grado.

### **4.1. ANÁLISIS DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA**

En este espacio, se llevará a cabo el análisis a partir de los resultados obtenidos por parte de los estudiantes en el momento de desarrollar la actividad propuesta. Se hará un análisis de tal forma que expondrán apartados de la consigna presentada a los estudiantes, además se harán comentarios en los cuales se identifica la aproximación por parte de los y las estudiantes al

objeto matemático, como también aquellas dificultades que se presentan en el momento de resolver los distintos problemas propuestos. Por otro lado también se analizaron las diferentes gráficas estadísticas que se obtuvieron por parte de los resultados de los estudiantes.

#### ***4.1.1. Descripción de la actividad***

Se realizará un análisis de la prueba diagnóstica recopilando la información de los argumentos que dieron los estudiantes en el momento de realizar la prueba. La prueba diagnóstica tiene el propósito de poder comprender los conocimientos previos que tiene el estudiante acerca del objeto matemático entendiendo las habilidades y debilidades conceptuales de los y las estudiantes en el transcurso del proceso de aprendizaje con la hoja de trabajo propuesto. Esta prueba tiene 10 preguntas en las que trata los conceptos de fracción, numerador, denominador, fracción propia, fracción impropia y fracción igual a la unidad. Cuando ya se tienen todos los resultados de la prueba diagnóstica se dará comienzo a hacer las construcciones de las hojas de trabajo.

#### ***4.1.2. Objetivos***

El objetivo de la prueba diagnóstica es dar a conocer si los y las estudiantes cuentan el conocimiento necesario de objeto matemático y sus componentes que considero básico para realizar la situación didáctica, también considerar si los y las estudiantes necesitan realmente de la clase diseñada.

#### ***4.1.3. Condiciones de aplicación***

La prueba diagnóstica fue diseñada en un formulario de Google, la cual fue impresa con 10 preguntas en total unas de opciones múltiples y otras abiertas. Esta prueba fue implementada

de manera presencial el día viernes 18 de febrero del 2022 en el salón de clase, con una duración de 30 minutos, se estuvo aclarando dudas e inquietudes sobre la redacción y sentido de las preguntas, participaron 16 estudiantes de quinto grado con edades que oscilan entre los 9 y 11 años de edad.

#### **4.1.4. Análisis cuantitativo**

El análisis cuantitativo permite determinar los resultados de los estudiantes en términos de porcentajes y se realizará por medio de los indicadores estadísticos, es decir con el uso de la media, promedio, desviación típica y coeficiente de variación. Esto se hace con el fin de describir los resultados generales en la prueba diagnóstica.

En el análisis cuantitativo se clasificó las respuestas dadas por los y las estudiantes en una escala de la siguiente forma: 0 va a ser igual a “No contestó”, 1 va a ser igual a “Respuesta incorrecta” y 2 va a ser igual a “Respuesta correcta”.

*Tabla N°3. Resultados de la prueba diagnóstica*

N° de estudiantes	N° de preguntas										Total de puntos	Porcentaje
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10		
1	1	0	0	0	2	2	1	1	2	0	9	45%
2	1	2	0	2	2	1	1	0	1	0	10	50%
3	2	1	0	2	2	2	1	0	2	0	12	60%
4	1	1	0	2	2	2	2	0	1	0	11	55%
5	2	1	1	1	2	1	2	1	2	1	14	70%
6	2	1	0	1	2	1	1	1	2	2	13	65%
7	1	1	1	2	1	1	2	1	1	1	12	60%
8	2	2	1	1	2	1	1	1	2	2	15	75%
9	1	2	2	2	2	1	1	2	2	2	17	85%
10	2	1	1	1	2	1	2	0	2	1	13	65%
11	2	2	1	1	2	1	1	2	2	2	16	80%
12	2	2	1	2	2	1	1	1	2	2	16	80%
13	2	2	2	2	2	2	1	1	1	2	17	85%
14	2	1	1	2	2	2	1	1	2	2	16	80%
15	2	1	1	2	2	1	1	1	2	2	15	75%
16	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	12	60%
Promedio	1,63	1,31	0,81	1,50	1,88	1,31	1,25	0,88	1,75	1,31	13,625	68%

Tabla N°3. Resultados de la prueba diagnóstica. Fuente: Elaboración propia.

Las preguntas 1, 4, 5, 6, 8 y 10 hacen referencia sobre las definiciones de una fracción, denominador, numerador, fracción propia, fracción impropia y fracción que es igual a la unidad. Cada una de las preguntas anteriores son de opción múltiple acompañadas de una pregunta que permitía saber el porqué se seleccionó la respuesta que creían correcta; la pregunta 2 trata sobre mencionar cuales son las partes de una fracción; la pregunta 3 trata sobre los conocimientos de las diferentes representaciones que tienen las fracciones y las últimas preguntas 7, 9 y 10 construir ejemplos de una fracción propia, de una fracción impropia y de una fracción igual a la unidad. Todas las preguntas de la prueba diagnóstica tiene el objetivo de guiar para desarrollar las hojas de trabajo.

Tabla N°4. Resultados de la prueba diagnóstica

Media	13,625 ( 68,125%)
-------	-------------------

Desviación típica	12,28
Coefficiente variacional	18,021

Tabla N°4. Resultados de la prueba diagnóstica con los indicadores estadísticos. Fuente: Elaboración propia.

El rendimiento promedio de los y las estudiantes fue de 13,625 que equivale al 68,125%, es un promedio relativamente bajo porque son preguntas muy básicas y al tratarse de temas básicos se contempla que el rendimiento promedio debió ser superior. Seguramente 27,1875% de los y las estudiantes han abordado estos temas en la asignatura de matemáticas en la escuela, pero el aprendizaje de los y las estudiantes no ha sido significativo. Además se contempla que el grupo de los y las estudiantes existe una mayor dispersión equivalente al 18,021%.

#### 4.1.4.1. Análisis cuantitativo global

El rendimiento promedio o de la media de los y las estudiantes fue de 13,625 de 32 que equivale al 42,578%. De lo anterior podemos comprobar que hay un rendimiento global bajo de los y las estudiantes y tenemos un coeficiente de variabilidad muy bajo del 18,021% y nos refleja que es un grupo muy disperso o homogéneo.

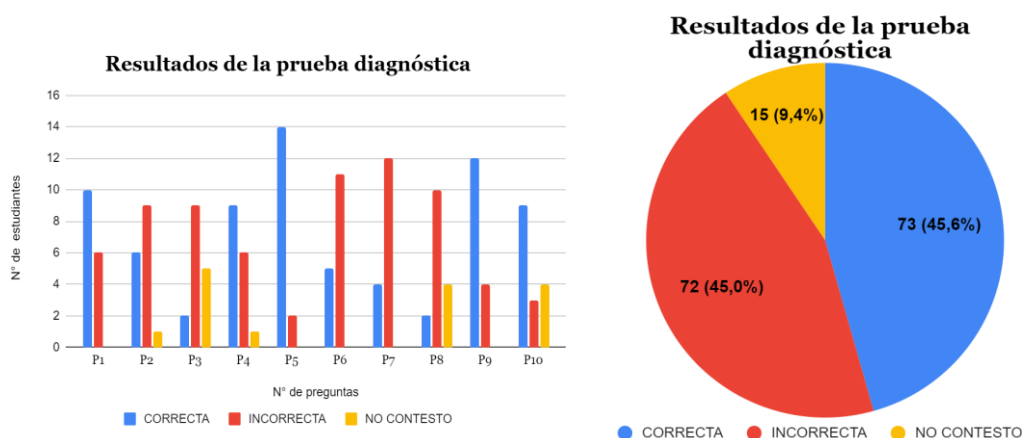


Figura 8. Resultados globales de la prueba diagnóstica.

Se puede observar que en la prueba diagnóstica las preguntas 1, 4, 5, 9 y 10 las y los estudiantes obtuvieron buenos resultados, pero las preguntas 2, 3, 6, 7 y 8 se observó que las respuestas correctas van disminuyendo y presentan respuestas incorrectas o no contestan, esto da a entender que los y las estudiantes no tienen conocimientos intuitivos de las fracciones, pero no han logrado formalizar objeto matemático.

#### **4.1.5. Análisis cualitativo**

El análisis cualitativo consiste en analizar y reflexionar sobre las estrategias, el lenguaje, la forma en la argumentan o justificación, las herramientas que utilizaron los estudiantes para dar respuesta a las preguntas de la prueba diagnóstica.

##### **La pregunta 1. ¿Qué es una fracción?**

- La fracción es la suma de dos o más dígitos.
- La fracción es quitar una o más parte a un todo.
- La fracción viene siendo un número entero que ha sido dividido en partes iguales y cada parte es la fracción del entero.

¿Por qué seleccionaste la respuesta anterior?

La pregunta es de elección múltiple y se pretende alcanzar con esta pregunta que los y las estudiantes puedan identificar y reconocer el concepto de fracción para seleccionar la respuesta correcta y luego justificar el porqué seleccionaron dicha respuesta.

En la tabla N°5 se evidencia los resultados de la primera pregunta:

Correcto	Incorrecto	No contestó
10 (62,5%)	6 (37,5%)	0 (0%)

*Fuente: elaboración propia*

Con relación a este resultado de la primera pregunta, se observa que todos los y las estudiantes contestaron a esta pregunta. De acuerdo a los resultados obtenidos de esta pregunta se identificó que el 62,5% de la población de estudiantes emplea de forma correcta la definición del concepto de fracción.

**Imagen 1. Prueba diagnóstica estudiante No. 7.**

En esta argumentación escrita se alcanza a identificar que el estudiante relaciona su respuesta con una de las opciones de la pregunta ¿Qué es una fracción? Primera opción: La fracción es la suma de dos o más dígitos, y por esta razón no da una respuesta clara.

**Imagen 2. prueba diagnóstica estudiante No. 8**

Esta pregunta fue contestada correctamente por la estudiante, porque hace asumir que la fracción es un número pero hace referencia a que la fracción está dividida en partes iguales y que cada parte de estas es un entero.

**La pregunta 2. ¿Cuáles son las partes de una fracción?**

Esta es una pregunta abierta que tiene como finalidad de comprender si los y las estudiantes tienen claro las partes que tiene una fracción.

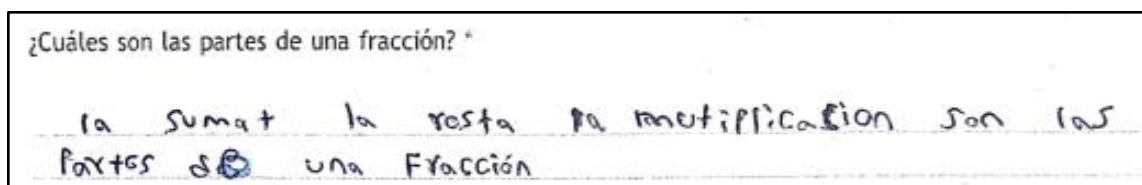
Tabla N°6:

Correcto	Incorrecto	No contestó
6 (37,5%)	9 (56,25%)	1 (6,25%)

*Fuente: elaboración propia*

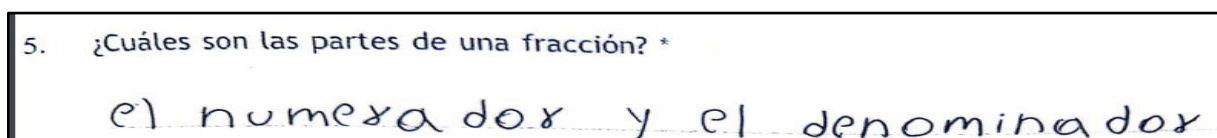
Con relación a este resultado de la segunda pregunta, el 62,5% de los y las estudiantes contestaron de forma incorrecta o no contestaron la pregunta, se concluye que 10 de 16 estudiantes no tienen claridad en las partes que tiene una fracción.

### Imagen 3. prueba diagnóstica estudiante No. 7



El estudiante presenta una confusión de las partes de una fracción y de las operaciones básicas matemáticas, realizando una combinación entre estas por medio de su argumentación, además no responde para nada la pregunta que se le está dando.

### Imagen 4. prueba diagnóstica estudiante No. 9



Se puede identificar que el estudiante presenta un conocimiento en las partes que tienen la fracción y responde de manera correcta, de modo que las hojas de trabajo va a retroalimentar sus concepciones de una manera ordenada y formal.

**La pregunta 3. ¿Cuáles son las representaciones que tienen las fracciones? Escribe tres representaciones distintas de una fracción.**

La pregunta tres es abierta que tiene como propósito que los y las estudiantes argumenten y den ejemplos de las diferentes representaciones conocen de las fracciones.

Tabla N°7:

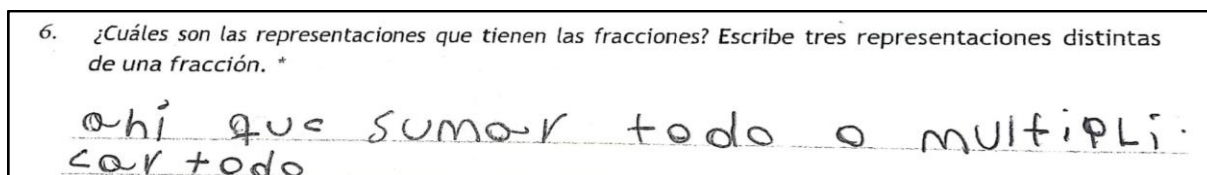
Correcto	Incorrecto	No contestó
----------	------------	-------------

2 (12,5%)	9 (56,25%)	5 (31,25%)
-----------	------------	------------

*Fuente: elaboración propia*

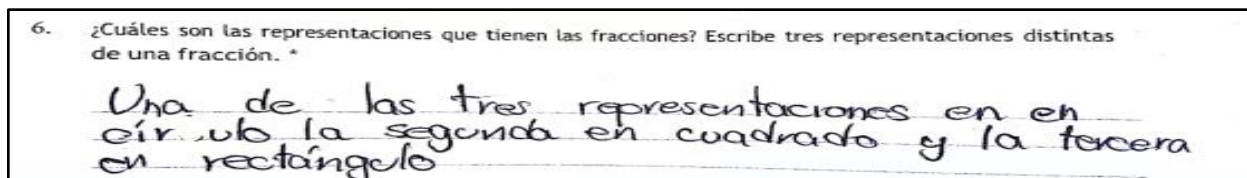
Se identifica que solo 2 estudiantes dieron respuesta correctas a la pregunta tres, ya que esta pregunta es primordial del diagnóstico, para el desarrollo de las hojas de trabajo. Enseguida se presentarán respuestas de algunos de los y las estudiantes.

#### Imagen 5. prueba diagnóstica estudiante No. 16



El estudiante sigue presentando confusiones entre las representaciones de una fracción y de las operaciones básicas de las matemáticas, gran parte de esta dificultad se da porque ven la fracción como una división.

#### Imagen 6. prueba diagnóstica estudiante No. 13



La estudiante propone tres tipos de representaciones de la fracción la cual es correcta, pero deja de lado los demás tipos de representación que tienen las fracciones.

#### La pregunta 4.¿Qué representa el NUMERADOR en una fracción?

- El numerador es un número que se encuentra en la parte de abajo de una fracción y es menor.
- El numerador es el número de arriba de una fracción que indica el número de partes divididas.
- El numerador es el número superior de la fracción y es mayor

¿Por qué seleccionaste la respuesta anterior?

La pregunta cuatro es de opción múltiple y tiene como propósito comprender qué tipo de concepciones tienen los y las estudiantes de lo que es el numerador de una fracción, donde los y las estudiantes van a escoger cual es la respuesta que ellos consideran correcta. Luego van a justificar el porqué seleccionaron la respuesta anterior.

Tabla N°8:

Correcto	Incorrecto	No contestó
9 (56,25%)	6 (37,5%)	1 (6,25%)

*Fuente: elaboración propia*

La pregunta cuatro es de opción múltiple donde el 56,25% de los y las estudiantes seleccionaron de forma correcta la respuesta, pero cuando daban sus argumentaciones eran muy débiles o incompletas donde se entendía lo que ellos querían dar a entender. Por otro lado el 37,5% y el 6,25% de los estudiantes seleccionaron la respuesta incorrecta o no contestaron y en las justificaciones se analizó que tenían una concepción errónea de lo que representa el numerador de una fracción

### Imagen 7. prueba diagnóstica estudiante No. 12

7. ¿Qué representa el NUMERADOR en una fracción? \*

Marca solo un óvalo.

☐ El numerador es un número que se encuentra en la parte de abajo de una fracción y es menor

☒ El numerador es el número de arriba de una fracción que indica el número de partes divididas

☐ El numerador es el número superior de la fracción y es mayor

¿Por qué seleccionaste la respuesta anterior? \*

por que es el numero de arriba de una fracción

La selección de esta respuesta es correcta, pero cuando justifica el por qué seleccionar esa opción queda incompleta o muy por encima lo quiso decir.

### Imagen 8. prueba diagnóstica estudiante No. 11

7. ¿Qué representa el NUMERADOR en una fracción? \*

Marca solo un óvalo.

☒ El numerador es un número que se encuentra en la parte de abajo de una fracción y es menor

☐ El numerador es el número de arriba de una fracción que indica el número de partesdivididas

☐ El numerador es el número superior de la fracción y es mayor

¿Por qué seleccionaste la respuesta anterior? \*

escogi la respuesta porque el numerador es el que se encuentra en la parte de abajo de la fracción

El estudiante que seleccionó esta opción, la respuesta fue incorrecta porque está confundiendo lo que representa el numerador con el denominador de una fracción, además en la justificación confirma que el numerador es el número que se encuentra en la parte de abajo de una fracción. Por esta razón el estudiante presenta una dificultad en identificar cuál es la función del numerador y denominador de una fracción.

### La pregunta 5. ¿Qué representa el DENOMINADOR en una fracción?

- El denominador es el número de abajo de una fracción que muestra el número de partes en que se divide la unidad.
- El denominador es una fracción que es igual a un número entero.
- El denominador es una fracción impropia.

¿Por qué seleccionaste la respuesta anterior?

La pregunta cinco es de opción múltiple y tiene como propósito comprender qué tipo de concepciones tienen los y las estudiantes de lo que es el denominador de una fracción, donde los y las estudiantes van a escoger cual es la respuesta que ellos consideran correcta. Luego van a justificar el porqué seleccionaron la respuesta anterior.

Tabla N°9:

Correcto	Incorrecto	No contestó
----------	------------	-------------

14 (87,5%)	2 (12,5%)	0 (0%)
------------	-----------	--------

*Fuente: elaboración propia*

Se logra observar que el 87,5% de los y las estudiantes tienen un conocimiento claro de lo que representa el denominador de una fracción, desde otro punto de vista si se realiza una relación con la pregunta anterior, se evidencia que los y las estudiantes no tienen claro un conocimiento sobre lo que representa el numerador que es la pregunta 3. Puesto que 7 de 16 de los y las estudiantes no contestaron de manera correcta o no contestaron a la pregunta. Dónde está pregunta mantiene una gran relación con la anterior, pero hubo una variación en relación con los resultados.

### Imagen 9. prueba diagnóstica estudiante No. 9

¿Qué representa el DENOMINADOR en una fracción? \*

Marca solo un óvalo.

☒ El denominador es el número de abajo de una fracción que muestra el número de partes en que se divide la unidad

☐ El denominador es una fracción que es igual a un número entero

☐ El denominador es una fracción impropia

¿Por qué seleccionaste la respuesta anterior? \*

denominador es el numero de abajo de una fracion

Pasa lo mismo de esta pregunta con la anterior, porque cuando los y las estudiantes seleccionan la respuesta y es correcta, pero cuando justifica el por qué seleccionar esa opción queda incompleta lo quiso decir.

### Imagen 10. prueba diagnóstica estudiante No. 16

¿Qué representa el DENOMINADOR en una fracción? \*

Marca solo un óvalo.

☐ El denominador es el número de abajo de una fracción que muestra el número de partes en que se divide la unidad

☒ El denominador es una fracción que es igual a un número entero

☐ El denominador es una fracción impropia

¿Por qué seleccionaste la respuesta anterior? \*

por que el denominador es una fracción que es igual

La selección de esta pregunta es incorrecta porque, quiere dar a entender que tanto el numerador como el denominador son iguales, o mejor es una fracción igual a la unidad, al momento de argumentar se identifica que este estudiante presenta una confusión entre el numerador y el denominador.

### La pregunta 6. ¿Qué es una fracción propia?

- La fracción propia es cuando el numerador es menor que el denominador.
- La fracción propia es cuando el numerador es mayor que el denominador.
- La fracción propia es cuando el numerador es igual que el denominador.

La pregunta seis es de opción múltiple que tiene finalidad de que los y las estudiantes seleccionen la respuesta que ellos consideran correcta de lo que comprenden por una fracción propia.

Tabla N°10:

Correcto	Incorrecto	No contestó
5 (31,25%)	11 (68,75%)	0 (0%)

Fuente: elaboración propia

En la pregunta seis es de opción múltiple, se logra identificar que el 68.75% de los y las estudiantes seleccionaron una de las respuestas incorrectas y el otro 31,25% de los y las

estudiantes seleccionaron la respuesta correcta. Enseguida se presentarán respuestas de algunos de los y las estudiantes.

### Imagen 11. prueba diagnóstica estudiante No. 13

1. ¿Qué es una fracción propia? \*

Marca solo un óvalo.

☒ La fracción propia es cuando el numerador es menor que el denominador La

☐ fracción propia es cuando el numerador es mayor que el denominador La fracción

☐ propia es cuando el numerador es igual que el denominador

La estudiante que seleccionó esta opción es correcta. Se observa que tiene claridad con respecto a las fracciones propias, pero las hojas de trabajo le permitirán fortalecer más sus condiciones.

### Imagen 12. prueba diagnóstica estudiante No. 8

¿Qué es una fracción propia? \*

Marca solo un óvalo.

☐ La fracción propia es cuando el numerador es menor que el denominador La

☐ fracción propia es cuando el numerador es mayor que el denominador La fracción

☒ propia es cuando el numerador es igual que el denominador

Se sigue presentando que las fracciones propias son fracciones igual a la unidad, donde los estudiantes siguen manteniendo creencias erróneas en decir que para que una fracción sea propia el numerador y el denominador deben de ser iguales.

### La pregunta 7. Escriba un ejemplo de una fracción propia.

La pregunta nueve tiene la finalidad de que los y las estudiantes puedan representar de forma numérica o escrita un ejemplo de una fracción propia.

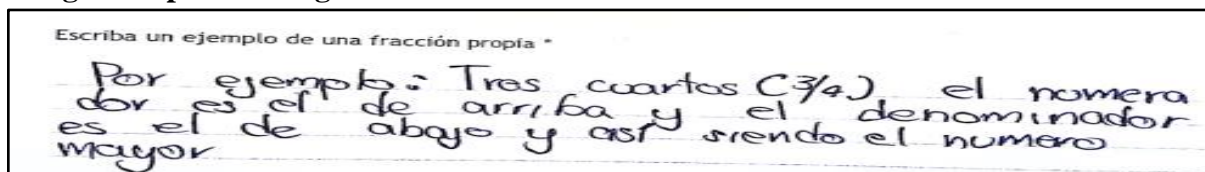
Tabla N°11:

Correcto	Incorrecto	No contestó
4 (25%)	12(75%)	0 (0%)

Fuente: elaboración propia

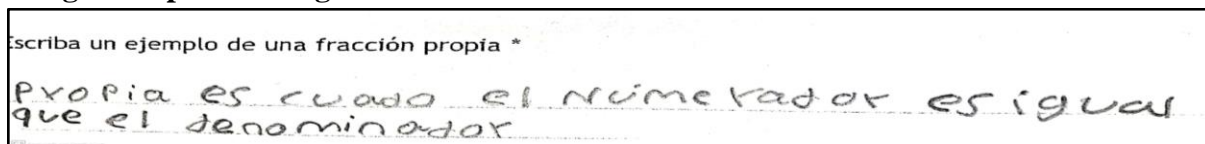
Respecto a la pregunta nueve los resultados que se presentan se observa que 12 de 16 estudiantes o el 75% no tuvieron claridad con respecto a esta pregunta, ya que presentan creencias erróneas sobre las fracciones propias, ya que son fundamentales para nuestras hojas de trabajo, pero el 25% de los estudiantes respondieron de manera correcta la pregunta donde representaron ya sea de forma numérica o escrita el ejemplo de la fracción impropia.

### Imagen 13. prueba diagnóstica estudiante No. 13



La estudiante presentó dos tipos de argumentaciones correctas, una de manera numérica donde planteo un ejemplo, pero además de plantearlo lo argumento.

### Imagen 14. prueba diagnóstica estudiante No. 8



De acuerdo a las anteriores preguntas se sigue manteniendo la creencia errónea en pensar que en las fracciones propias el numerador y denominador son iguales.

#### La pregunta 8. ¿Cuándo en una fracción el numerador es mayor que el denominador?

- Fracciones propias
- Fracciones impropias
- Fracción igual al entero

La pregunta ocho es de opción múltiple que tiene finalidad de que los y las estudiantes seleccionen la respuesta que ellos consideran correcta de lo que comprenden por una fracción impropia.

Tabla N°12:

Correcto	Incorrecto	No contestó
2 (12,5%)	10 (62,5%)	4 (25%)

*Fuente: elaboración propia*

Se evidenció que solo dos estudiantes seleccionaron la respuesta correcta, de lo que comprenden de una fracción impropia, pero 14 de 16 estudiantes presentó un gran porcentaje de 87,5% de no tener claro de cómo se define una fracción impropia, mostrando bajos resultados.

### Imagen 15. prueba diagnóstica estudiante No. 7

¿Cuándo en una fracción el numerador es mayor que el denominador?  
 Marca solo un óvalo.

☒ Fracciones propias Fracciones  
☐ impropias Fracción igual al  
☐ entero

El estudiante no tiene claro que es una fracción propia y que es una fracción impropia, por lo tanto es una respuesta incorrecta.

### Imagen 16. prueba diagnóstica estudiante No.1

¿Cuándo en una fracción el numerador es mayor que el denominador? \*  
 Marca solo un óvalo.

☐ Fracciones propias Fracciones  
☒ impropias Fracción igual al  
☐ entero

Cuando el estudiante escogió esta opción, esta respuesta es considerada la correcta.

### La pregunta 9. Escriba un ejemplo de una fracción impropia

La pregunta nueve tiene la finalidad de que los y las estudiantes puedan representar de forma numérica o escrita un ejemplo de una fracción impropia.

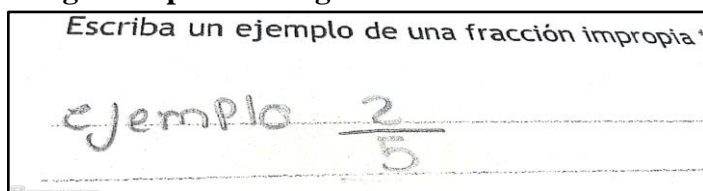
Tabla N°13:

Correcto	Incorrecto	No contestó
12(75%)	4 (25%)	0 (0%)

*Fuente: elaboración propia*

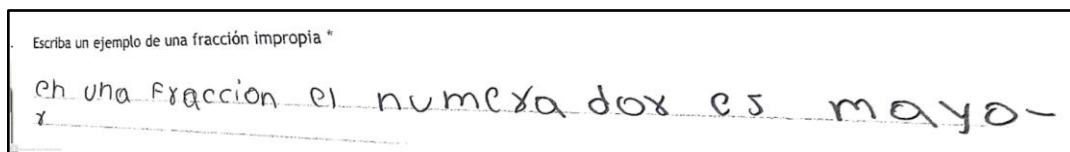
Respecto a la pregunta nueve los resultados que se presentan se observa que cuatro estudiantes o el 25% no tuvieron claridad con respecto a esta pregunta, pero el 75% de los estudiantes respondieron de manera correcta la pregunta donde representaron ya sea de forma numérica o escrita el ejemplo de la fracción impropia.

**Imagen 17. prueba diagnóstica estudiante No. 15**



Este ejemplo muestra claramente que el estudiante no comprende con totalidad como representar una fracción impropia, dado que el ejemplo que da es una representación de una fracción propia.

**Imagen 18. prueba diagnóstica estudiante No. 9**



La respuesta que plantea el estudiante es correcta, pero la argumentación es incompleta porque solo afirma que en una fracción el numerador es mayor, donde no hace referencia al denominador, es decir que no explicita de manera formal lo que quiere decir dando a entender implícitamente.

**La pregunta 10. ¿Qué entiendes por una fracción que es igual a la unidad?**

- Fracciones propias
- Fracciones mixtas
- Es una fracción donde el numerador es igual al denominador.

Escriba un ejemplo de una fracción que sea igual a la unidad?

La pregunta seis es de opción múltiple que tiene finalidad de que los y las estudiantes seleccionen la respuesta que ellos consideran correcta de lo que comprenden por una fracción igual a la unidad. Luego los estudiantes pueden representar de forma numérica o escrita un ejemplo de una fracción que sea igual a la unidad.

Tabla N°14:

Correcto	Incorrecto	No contestó
9 (56,25%)	3 (18,75%)	4 (25%)

*Fuente: elaboración propia*

La pregunta diez el 56,25% de los y las estudiantes seleccionaron de manera correcta la respuesta y gran parte de los ejemplos eran representados de forma numérica. 18,75% y 25% de los y las estudiantes seleccionaron de manera incorrecta la respuesta y no proponen ningún tipo de ejemplo.

### Imagen 19.prueba diagnóstica estudiante No. 6

¿Qué entiendes por una fracción que es igual a la unidad? \*

Marca solo un óvalo.

☐ Fracciones propiasFracciones

☐ mixtas

☒ Es una fracción donde el numerador es igual al denominador

El estudiante que seleccione esta opción es la correcta, donde presenta un conocimiento claro de lo que es una fracción igual a la unidad.

### Imagen 20.prueba diagnóstica estudiante No. 2

¿Qué entiendes por una fracción que es igual a la unidad? \*

Marca solo un óvalo.

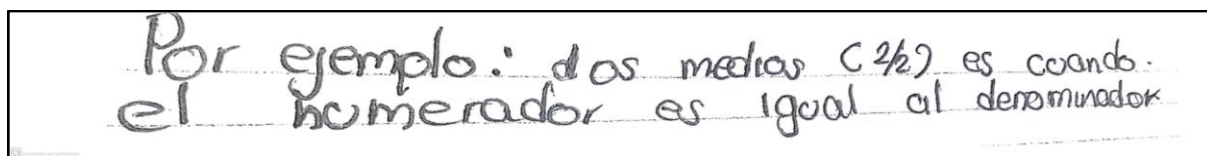
☐ Fracciones propiasFracciones

☒ mixtas

☐ Es una fracción donde el numerador es igual al denominador

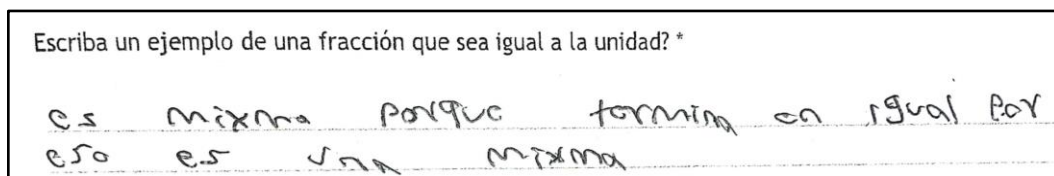
El estudiante que seleccionó esta opción está incorrecto dado que está confundiendo la fracción igual a la unidad con una fracción mixta, donde estas fracciones mixtas están comprendidas por un número entero y otra fracción.

**Imagen 21.prueba diagnóstica estudiante No. 13**



La estudiante presentó dos tipos de argumentaciones correctas, una de manera numérica donde planteó un ejemplo, pero además de plantearlo lo argumentó de forma correcta.

**Imagen 22.prueba diagnóstica estudiante No. 7**



Esta descripción que realizó el estudiante cuando se le pidió que dieran un ejemplo de una fracción igual a la unidad mantiene una creencia errónea de pensar el ejemplo como una fracción mixta. se debe comprender que mixta hace referencia a mixta.

**4.1.6. Consideraciones finales**

La implementación de la prueba diagnóstica permitió comprender el nivel de conocimiento que tenían los y las estudiantes al momento de llevar a cabo la dicha prueba. Por lo tanto se puede afirmar que el desempeño que muestran los y las estudiantes en los análisis cualitativos y cuantitativos son muy bajos 45,6% de respuestas correctas, por ende se muestran las siguientes:

- El desempeño por parte de los y las estudiantes de las preguntas 1, 4, 5, 9 y 10 fue bueno, se puede decir que los y las estudiantes en general presentan unos conocimientos previos sobre fracción, fracción igual a la unidad y ejemplos de esta, numerador y denominador de una fracción. Cabe destacar que en la pregunta 4 y 5 gran parte los estudiantes no comprendía con claridad que representa en una fracción el numerador y el denominador donde confunden estas dos partes fundamentales de la fracción. Las preguntas 9 y 10 estuvieron enfocadas en definir que era una fracción igual a la unidad y además dar un ejemplo que representara, ya sea de forma numérica o escrita esta fracción.
- El desempeño por parte de los y las estudiantes de las preguntas 2, 3, 6, 7 y 8 obtuvieron unos resultados muy bajos, dado que presentan dificultades y mantienen creencias erróneas de las partes de una fracción, fracción propia, fracciones impropias y ejemplos de esta. En las preguntas 2 y 3 hubo gran porcentaje de respuestas incorrectas donde la mayor parte de los y las estudiantes presentan dificultades en la comprensión de las partes de una fracción y en las representaciones que tienen las fracciones, y esa dificultad se da porque confunden las partes y representaciones de una fracción con las operaciones básicas de matemática. En la 3 pregunta los y las estudiante no presentaron la habilidad de relacionar los sistemas de representación, ya que se les dificultó pasar de un sistema de representación a otro (gráfico, numérico, decimal o lenguaje natural y al contrario). En las preguntas 6, 7 y 8 los y las estudiantes no distinguen o no tienen claro cuando las definiciones de fracciones propias y las fracciones impropias, dado que las confunden.

## **4.2. ANÁLISIS DE LA HOJA DE TRABAJO N° 1: INTRODUCCIÓN A LAS FRACCIONES**

### ***4.2.1. Descripción de la actividad***

En la actividad 1 se plantea la hoja de trabajo N° 1 llamada Introducción a las fracciones se aplicó el día 8 de junio de 2022: esta actividad permitió que los y las estudiantes logaran explorar sobre los elementos fundamentales de la fracción como relación parte-todo y poder visualizar qué cambios se producen en la fracción si los elementos que la componen se transforman.

La hoja de trabajo N° 1 constituía de tres ejercicios y un problema, estos estaban diseñados en el software GeoGebra. El primer ejercicio consistió en que los y las estudiantes logaran visualizar, mover, graficar y comprender los diferentes tipos de representaciones gráficas (circular, rectangular y lineal), numérica, decimal y escrita que tiene la fracción como relación parte-todo. El segundo ejercicio los y las estudiantes deben de calcular, colocar y ordenar la fracción como relación parte-todo que corresponde a las casillas de numerador y denominador.

El tercer ejercicio los y las estudiantes deben de usar la herramienta lápiz para trazar una línea uniendo las fracciones que representan las pizzas con las representación numérica. Por último se propone un problema llamado “LA CARRERA” donde el y la estudiante para resolverlo debe utilizar el método de resolución de problema de Polya. También se elaboraron 12 preguntas en el formulario de Google, donde se debía contestar de forma escrita.

#### **4.2.2. Objetivos**

- Identificar las estrategias heurísticas utilizadas por los y las estudiantes de quinto grado en la resolución de problemas.
- Analizar cómo los y las estudiantes comprenden y argumentan los elementos fundamentales de la fracción como relación parte-todo.
- Analizar el impacto del empleo de tecnología en el objeto matemático
- Analizar cómo determinan una relación entre las diferentes representaciones de la fracción como relación parte-todo.

#### **4.2.3. Condiciones de aplicación**

La implementación de la Hoja de trabajo N° 1 se dispuso de 3 horas, participaron 16 estudiantes del grado quinto con edades comprendidas entre 9 y 11 años, la aplicación se realizó de manera presencial el día 8 de junio de 2022 en la sala de sistema.

Para el desarrollo de la Hoja de trabajo N° 1 se presentó a los y las estudiantes la primera actividad llamada “Introducción a las fracciones” diseñada en el software GeoGebra para la exploración, arrastre, interacción, visualización, uso de las diferentes herramientas para la comprensión del objeto matemático y resolución de problema, mediante 12 preguntas que elaboraron en el cuestionario de Google, donde los y las estudiantes tenían la posibilidad de contestar las preguntas y volver a observar las actividades anteriores con el fin de que precisaran su argumentación para dar una respuesta con sentido y claridad a las preguntas.

#### 4.2.4. Análisis cuantitativo

La siguiente tabla se presentan los resultados de la Hoja de trabajo N° 1, donde se presentan las respuestas de los y las estudiantes y se clasificó por medio de una escala de la siguiente manera: 0 va a ser igual a “No contestó”, 1 va a ser igual a “Respuesta incorrecta” y 2 va a ser igual a “Respuesta correcta”. Por otro lado, el análisis cuantitativo se realizó mediante los indicadores estadísticos, tales como la media, promedio, desviación típica y coeficiente de variación. Esto se realiza con el propósito de describir los resultados generales en la Hoja de trabajo N° 1.

*Tabla N°15. Resultados de la hoja de trabajo N° 1: Introducción a las fracciones*

N° de estudiantes	N° de preguntas												Total de puntos	Porcentaje
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12		
1	1	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	0	17	71%
2	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	0	16	67%
3	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	19	79%
4	0	2	0	2	2	2	2	2	2	2	2	1	19	79%
5	1	1	0	2	2	2	2	2	2	2	2	1	19	79%
6	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	23	96%
7	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	0	19	79%
8	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	22	92%
9	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	22	92%
10	1	0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	0	17	71%
11	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	23	96%
12	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	0	21	88%
13	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	24	100%
14	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	21	88%
15	0	2	0	2	2	2	2	2	2	2	2	1	19	79%
16	2	1	2	1	2	2	2	0	0	0	0	0	12	50%
total	18	18	19	30	32	32	32	30	30	30	30	12	313	82%

Tabla N°15. Resultados de la hoja de trabajo N° 1: Introducción a las fracciones

Las preguntas 1,2 y 3 tenían como propósito de que los y las estudiantes pudieran mover la herramienta llamada deslizador para que los estudiantes observarán e identificarán las distintas representaciones gráficas (lineal, circular y rectangular), numérica, decimal y textual. Luego los y las estudiantes colocaban valores numéricos en una casilla de control para dibujar las fracciones,

después visualizaban y justificaban que pasaba cuando en la fracción parte-todo el numerador es menor, mayor e igual denominador.

La segunda parte de la actividad se plantearon varios cuadrados que se han sombreados de color rojo algunas áreas. La pregunta 4 tuvo la intención de que los y las estudiantes sumarán todas las fracciones que corresponden a las áreas sombreadas y colocar la fracción que corresponda a cada casilla.

La tercera parte de la actividad se encuentran cuatro representaciones gráficas de pizzas y hay cuatro representaciones numéricas correspondientes a esas pizzas. La pregunta 5 los y las estudiantes con el uso de la herramienta lápiz trazaron una línea uniando las dos representaciones y argumentaron en cuantas partes se divide las pizzas y cuantas partes se toman de la pizzas.

En la cuarta parte de la actividad se propone un problema llamado “LA CARRERA”, donde se plantean las preguntas 6, 7, 8, 9, 10, 11 y 12. Los y las estudiantes resolvieron el problema y describieron detalladamente las estrategias utilizadas para resolver el problema.

Tabla N°16:

Media	19,6 (81,5%)
Desviación típica	16,4
Coefficiente variacional	20,2

Tabla N°16. Resultados de la hoja de trabajo N° 1: Introducción a las fracciones con los indicadores estadísticos.

El rendimiento promedio de los y las estudiantes fue de 19,6 lo que representa un 81,5 % , es un porcentaje alto de respuestas correctas y se obtuvo un coeficiente variacional de 20,2% el cual se conserva un grupo heterogéneo.

#### ***4.2.4.1. Análisis cuantitativo global***

El rendimiento de la media de los y las estudiantes fue de 19,6 de 32 que equivale al 61,13%. En relación con lo anterior se puede confirmar que hay un rendimiento global alto de los y las estudiantes y el coeficiente de variabilidad muy bajo del 20,2% y nos refleja que es un grupo disperso.

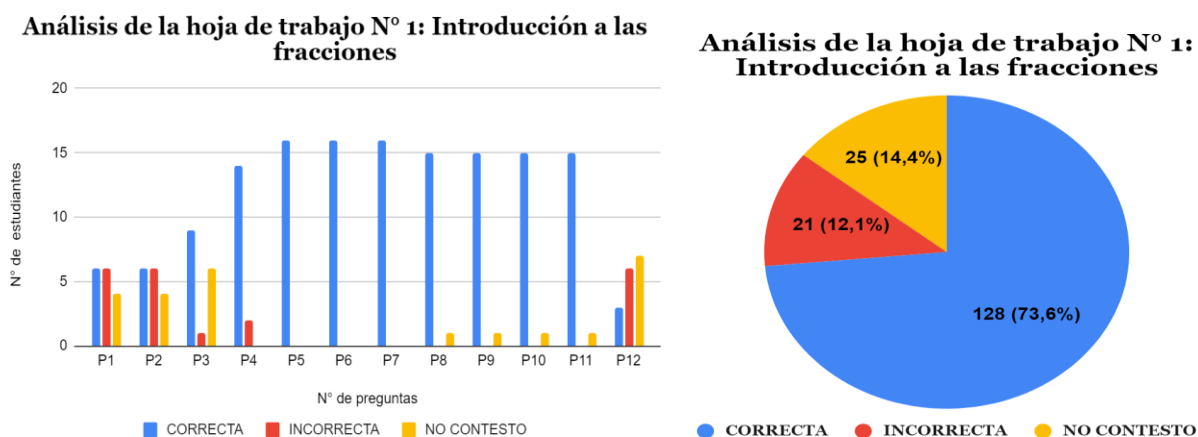


Figura 9. Resultados globales de la hoja de trabajo N°1.

Se observa que en la Hoja de trabajo N° 1 las preguntas de la 4 hasta la 11 los y las estudiantes lograron buenos resultados, pero en las preguntas 1,2,3 y 12 se puede observar el descenso de las respuestas correctas y muestran el aumento de respuestas incorrectas y no contestadas, se puede comprender que los y las estudiantes presentan dificultades en la formalización del objeto matemático. El porcentaje de respuestas correctas de los y las estudiantes es de 73,6%, de incorrectas es de 12,% y de respuestas que no contestaron es de 14,4%.

#### 4.3.5. Análisis cualitativo

En la hoja de trabajo N°1 se presentan 12 preguntas fundamentales para la retroalimentación de los conceptos que hacen parte del objeto matemático, se debe resaltar que

estas preguntas se responden de manera conjunta con las actividades que conforman la hoja de trabajo N°1.

Por otro lado, el análisis cualitativo que se realiza en la hoja de trabajo N°1 se hace con el propósito de analizar las estrategias que utilizan los estudiantes para la resolución de problemas matemáticos y en los ejercicios propuesto, luego reflexionar sobre los argumentos que plantean en cada una de sus respuestas de la hoja de trabajo N°1.

En la primera parte de la hoja de trabajo N °1 mueve el deslizador verde para que observes la **Pregunta 1. ¿Qué pasa cuando en la fracción el numerador es menor denominador?**

La primera pregunta tiene como propósito de que los y las estudiantes por medio de las actividades que están en la hoja de trabajo hayan tenido un acercamiento a la representación gráficas (lineal, circular y rectangular) y numérica del objeto matemático, para comprender cuándo en una fracción el numerador es menor denominador.

En la tabla se evidencia los resultados de la primera pregunta:

Tabla N°17:

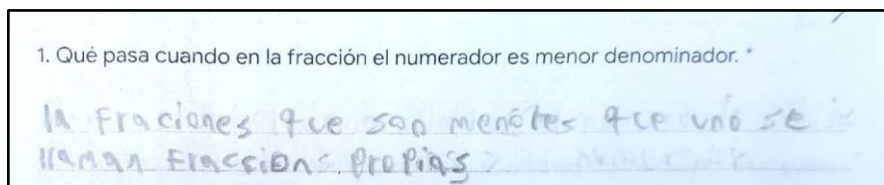
Correcto	Incorrecto	No contestó
6 (37,5%)	6 (37,5%)	4 (25%)

*Fuente: elaboración propia*

Se alcanzó a evidenciar con estos resultados que el 37,5% de los y las estudiantes contestaron de manera correcta y el 37.5% de los estudiantes presentaron dificultades en la justificación de esta pregunta hasta llegar al punto de que el 25% de los y las estudiantes no contestaron esta pregunta. De lo anterior, se deduce que se obtuvo un alto porcentaje de estudiantes que contestaron de manera incorrecta, se consideraba que se encontraría este resultado, porque no lograron llevar a cabo un acercamiento en cada una de las representaciones

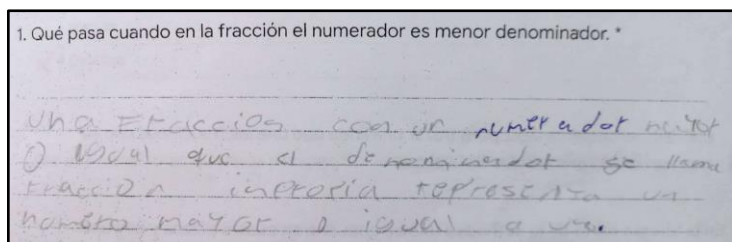
gráficas (lineal, circular y rectangular) y numérica del objeto matemático, para comprender cuándo en una fracción el numerador es menor denominador.

**Imagen 23. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 11.**



En la imagen 23, se observa una respuesta correcta, el estudiante encontró que en las representaciones gráficas y numéricas del objeto matemático pudo visualizar y comprender cuándo en una fracción el numerador es menor que el denominador llamándolo una fracción propia. La respuesta que plantea este estudiante se logra evidenciar que utilizó estrategias que le permitieron visualizar, arrastrar, y demás donde estas le posibilitaron identificar características de una fracción propia, se logra evidenciar que el estudiante está progresando, ya que en prueba diagnóstica afirmó que no presentaba ningún conocimiento previo entorno a las fracciones propias.

**Imagen 24. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 5.**



En la imagen # se evidencia que el estudiante no alcanzó a desarrollar una estrategia adecuada para justificar de manera correcta la pregunta, esto se debe a que presenta una mala comprensión y diferenciación de las fracciones propias y las impropias, lo que generó una dificultad en la argumentación de la pregunta.

**Segunda pregunta. ¿Qué pasa cuando en la fracción el numerador es mayor denominador?**

La segunda pregunta plantea el mismo propósito que la primera pregunta, lo que la hace diferente es que los y las estudiantes van a argumentar por lo que comprendieron al momento de observar las representaciones cuándo en una fracción el numerador es mayor denominador.

En la tabla se evidencia los resultados de la segunda pregunta:

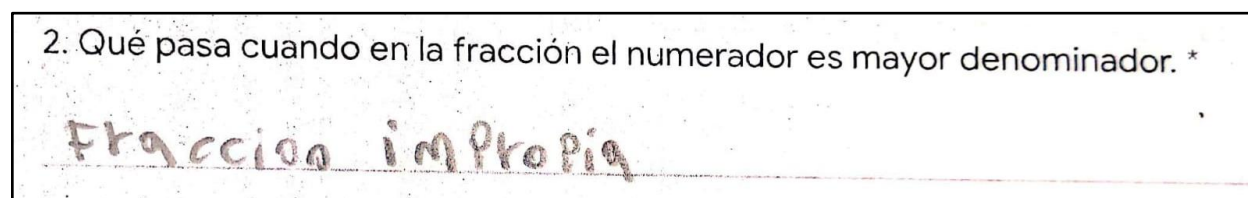
Tabla N°18:

Correcto	Incorrecto	No contestó
6 (37,5%)	6 (37,5%)	4 (25%)

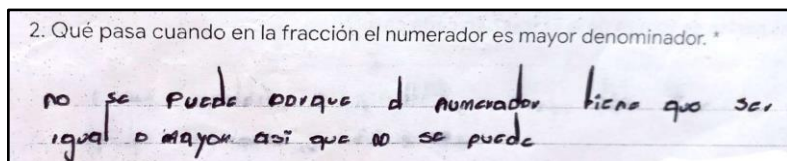
*Fuente: elaboración propia*

Con los resultados que se encuentran en la tabla 18 se evidencia que el 37,5% y el 25% que al sumar estos dos porcentajes equivalen a 62,5% donde los y las estudiantes contestaron incorrectamente o no contestaron la pregunta. Con el resultado anterior, se puede afirmar que los y las estudiantes no alcanzaron a comprender qué pasa cuando en una fracción el numerador es mayor que el denominador ya que se constató que hubo mucha confusión en esta pregunta.

**Imagen 25. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 11.**



En esta imagen # se presenta una respuesta correcta de uno de los estudiantes, se observa que cuando el estudiante menciona en su manuscrito fracción impropia, hace referencia que cuando se tiene una fracción y el numerador es mayor denominador esto representa una fracción impropia.

**Imagen 26. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 6.**

En la imagen 26, se observa una respuesta incorrecta de uno de los estudiantes, porque no alcanza a identificar por medio de la visualización y arrastre las características cuando en una fracción el numerador es mayor que el denominador, esto indica que el estudiante presenta una dificultad para comprender las fracciones impropias. En el argumento que plantea el estudiante redactó que no se puede porque el numerador tiene que ser igual o mayor, y dicho lo anterior afirma que no se puede, por ello el estudiante no cumple con el propósito que se plantea en la primera parte de la actividad de la hoja de trabajo N°1, puesto que no argumentan de manera correcta la pregunta.

**Tercera pregunta. ¿Qué pasa cuando en la fracción el numerador es igual denominador?**

La tercera pregunta guarda una estrecha relación con la primera y la segunda pregunta, lo que las hace distintas es que los y las estudiantes van a conjeturar cuándo en una fracción el numerador es igual denominador, esta conjetura lo realizan por medio de la observación de cada una de las representaciones que plantea la actividad de la hoja de trabajo N°1.

En la tabla se evidencia los resultados de la tercera pregunta:

Tabla N°19:

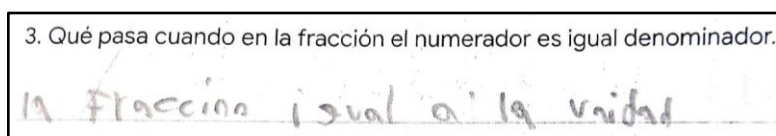
Correcto	Incorrecto	No contestó
9 (56,2%)	1 (6,3%)	6 (37,5%)

*Fuente: elaboración propia*

Los resultados que se presentan en la tabla 19, se evidencia que 56,2% de los y las estudiantes tienen una concepción clara de cuándo una fracción es igual a la unidad, porque

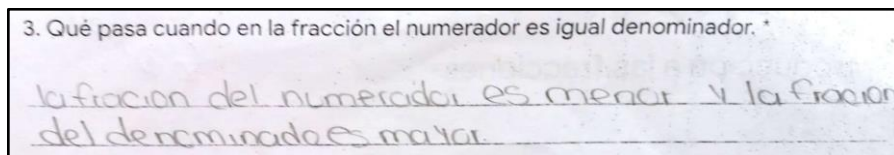
reconoce que cuando en una fracción el numerador es igual denominador es una característica que tiene la fracción igual a la unidad, por otro lado si establecemos una relación con las dos preguntas anteriores , se logra observar que tuvieron un rendimiento bajo sobres la primero y segunda preguntas que se elaboraron en la primera parte de la actividad de la hoja de trabajo N°1. De lo anterior, se puede afirmar que el mayor porcentaje de los estudiantes no contestaron de manera correcta a las preguntas anteriores y en esta tercera pregunta que está relacionada con las anteriores, hubo un cambio con respeto a los resultados, ya que el rendimiento de los y las estudiantes fue mayor y el porcentaje aumentó.

**Imagen 27. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 11.**



En la imagen 27, se refleja una respuesta correcta de uno de los estudiantes. Se debe mencionar que la primera, segunda y la tercera pregunta están relacionadas porque el estudiante afirma por medio de su argumentación cuando una fracción es propia o impropia, además muestra sus conocimientos de las características cuando un numerador es menor, mayor o igual que el denominador.

**Imagen 28. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 7.**



En la tabla 28, se observó que el 6,3% (1 estudiante) no logro comprender cuándo una fracción es igual a la unidad, usando la herramienta deslizador del software GeoGebra, mientras que un 37,5% (6 estudiantes) no llevaron a cabo la actividad a pesar de las diferentes instrucciones acerca del manejo adecuado de las diferentes herramientas y comandos del

software GeoGebra, ya que es fundamental porque hace parte de los recursos y conocimiento de los y las estudiantes que implementan las actividades de la hoja de trabajo N°1.

En cuanto a la segunda parte de la actividad uno, hay varios cuadrados que se han sombreado con color rojo algunas áreas.

**Cuarta pregunta. Coloca la fracción que corresponda en la casilla de numerador y denominador.**

La cuarta pregunta tiene como fin que los y las estudiantes a partir de sus conocimientos básicos y con el uso del software GeoGebra sume todas las áreas sombreadas de color rojo y logre construir la fracción que corresponde en cada uno de los cuadrados.

En la tabla se evidencia los resultados de la cuarta pregunta:

Tabla N°20:

Correcto	Incorrecto	No contestó
14 (87,5%)	2 (12,5%)	0

*Fuente: elaboración propia*

En la tabla 20, se presentan los resultados de manera numérica (cantidad de estudiantes) y porcentual (rendimiento) de los manuscritos que realizaron los y las estudiantes donde se observa que el 87,5% de los y las estudiantes adquirieron por medio de la visualización, el conteo y la suma de áreas sombreadas lograron argumentar las características del cuadrado el cual representaba una fracción, lo que muestra un progreso significativo en los y las estudiantes respecto a la objeto matemático, aunque el 12,5% de los y las estudiantes completo en las casillas de numerador y denominador de manera incorrecta permitiendo observar que presentan dificultades en el proceso de construcción de una fracción que corresponde en cada uno de los cuadrados dados. Seguidamente se muestran evidencias de los trabajos realizados por unos estudiantes.

### Imagen 29. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 3.

coloca la fracción que corresponda en cada casilla.

En la segunda parte de la actividad uno hay varios cuadrados que se han sombreado con color rojo algunas áreas. Suma todas las fracciones que corresponden a las áreas sombreadas. \*

por que las area que estan de Rojo son los Numeradores y los que No son Rojo son los denominadores.

En la imagen 29, se evidencia una respuesta correcta, en lo cual la estudiante por medio de la estrategia de visualización y conteo pudo reconocer y escribir algunas características del objeto matemático, dando así un progreso fundamental para la comprensión de la construcción de las partes de una fracción con relación parte-todo.

### Imagen 30. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 16.

coloca la fracción que corresponda en cada casilla.

En la segunda parte de la actividad uno hay varios cuadrados que se han sombreado con color rojo algunas áreas. Suma todas las fracciones que corresponden a las áreas sombreadas. \*

No como 1 a uno por a parte los nombres en cada casilla

En la imagen 30, se observa una respuesta incorrecta porque el estudiante no alcanzó a reconocer las partes que caracterizan el objeto matemático, lo que muestra que presenta dificultades en el conocimiento de las partes que integran a una fracción, a pesar de las actividades anteriormente trabajadas en la hoja de trabajo N°1.

**Quinta pregunta. ¿Escribe en cuantas partes se divide las pizzas y cuantas partes se toman de la pizzas? En cada caso.**

La quinta pregunta tiene como propósito que los estudiantes logren relacionar las representaciones gráficas de la pizzas y unas fracciones correspondientes a esas pizzas, es decir,

que los y las estudiantes utilizan el software GeoGebra para usar la herramienta lápiz con el fin trazar una línea que una las representación numérica (fracciones) con su representación gráfica (pizzas) en cada uno de los casos.

En la tabla se evidencia los resultados de la primera pregunta:

Tabla N°21:

Correcto	Incorrecto	No contestó
16 (100%)	0	0

*Fuente: elaboración propia*

En la tabla 21, se evidencia que el 100% de los y las estudiantes adquirieron de manera adecuada en cuantas partes se divide las pizzas y cuantas partes se toman de la pizzas cuando usaron la herramienta lápiz para establecer una relación entre la representación gráfica en la numérica; se nota el progreso significativo en cuanto al manejo y utilización del software GeoGebra para pasar de una representación a otra donde todos los y las estudiantes realizaron la actividad de la hoja de trabajo exitosamente.

### Imagen 31. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 13.

En la tercera parte de la actividad 1, se encuentran cuatro pizzas y unas fracciones correspondientes a esas pizzas. ¿Escribe en cuantas partes se divide las pizzas y cuantas partes se toman de la pizzas? En cada caso.

5. Utiliza la herramienta lápiz para trazar una línea que una las representación numérica (fracciones) con su representación gráfica (pizzas).

<b>Caso 1:</b> La pizza está dividida en 8 partes, y de la pizza 5 partes fueron tomadas.	<b>Caso 2:</b> La pizza está dividida en 4 partes y 3 partes de la pizza fueron tomadas.
<b>Caso 3:</b> La pizza está dividida en 2 partes y 1 parte de la pizza fue tomada.	<b>Caso 4:</b> La pizza fue repartida en 4 partes y 1 parte fue tomada.

En la imagen 31, se evidencia una de las respuestas correctas donde la estudiante logró completar la tabla donde se colocaban cada uno de los casos haciendo uso del software GeoGebra, precisamente de la herramienta lápiz. Dicho lo anterior, los y las estudiantes

presentan un buen manejo del software GeoGebra lo que le permitió desarrollar diferentes habilidades.

## **EVALUACIÓN**

### **Resuelve el problema.**

En la cuarta parte de la actividad 1, hay un problema relacionado con una carrera. Para poder resolver el problema primero dirígete a la hoja de trabajo N°1 y lee con atención la situación del problema.

### **Responde las siguientes preguntas:**

#### **Sexta pregunta. ¿Quién ha recorrido mayor distancia?**

- Luis
- Nando
- Dahiana

La sexta pregunta tiene la intención de que los y las estudiantes por medio de las actividades que llevaron a cabo anteriormente, les permita tener un acercamiento al objeto matemático o el propósito de que puedan realizar una conjetura de forma correcta del problema matemático que se les planteó. Por otro lado, lo que se quiere en la pregunta es que los estudiantes ya hayan realizado una resolución del problema para seleccionar cual es la respuesta correcta

En la tabla se evidencia los resultados de la primera pregunta:

Tabla N°22:

Correcto	Incorrecto	No contestó
16 (100%)	0	0

*Fuente: elaboración propia*

En la tabla 22, se evidenció que el 100% de los estudiantes seleccionaron la respuesta correcta. Es fundamental resaltar que en esta pregunta el estudiante debería dar cuenta a partir de sus conocimientos previos y los que adquirió en la implementación de las actividades de la hoja de trabajo N°1 para resolver el problema matemático.

**Imagen 32. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 10.**

En la imagen 32, se observa una de las respuestas correctas de los y las estudiantes, el estudiante a partir de las actividades anteriores logró resolver de manera adecuada el problema matemático, utilizando estrategias heurísticas que le permitieron desarrollar procedimientos para comprender quien recorrió la mayor distancia en la carrera de natación y poder seleccionar la respuesta correcta.

**Séptima pregunta. ¿Por qué consideras que esta persona fue la que recorrió mayor distancia?**

La séptima pregunta está relacionada con la sexta pregunta, dado que tiene como propósito analizar los argumentos que plantean los y las estudiantes para justificar porque la persona que escogió fue la que recorrió mayor distancia en la carrera de natación.

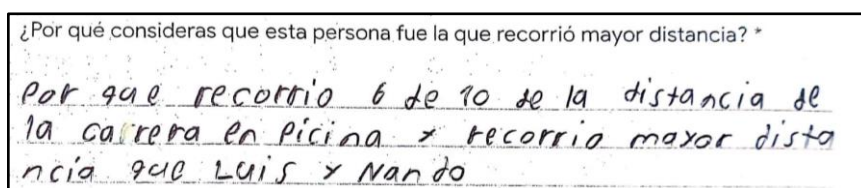
Tabla N°23:

Correcto	Incorrecto	No contestó
16 (100%)	0	0

*Fuente: elaboración propia*

En la tabla 23, se muestran los resultados obtenidos de los y las estudiantes siendo el 100% de las respuestas correctas, en esta pregunta los estudiantes presentaron sus conocimientos previos, estrategias y habilidades heurísticas a través del uso de software GeoGebra tales como la visualización, comparación, y demás, siendo estos elementos claves que le posibilitaron argumentar de manera correcta el por qué consideraba que esta persona fue la que recorrió mayor distancia en la carreta de la piscina.

**Imagen 33. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 10.**



En este manuscrito se evidencia que el estudiante a través de las estrategias heurísticas tales como la visualización y la comparación de medidas de las distancias, el estudiante desarrolló una resolución del problema matemático que le permitió plantear un argumento correcto.

**Octava pregunta. ¿Quién ha recorrido menor distancia?**

- Luis
- Nando
- Dahiana

La octava pregunta está relacionada con la sexta pregunta, porque pretende que a partir de la resolución del problema matemático los y las estudiantes logren decir que recorrió la menor distancia en la carrera de natación y luego seleccionar la opción correcta.

En la tabla se evidencia los resultados de la primera pregunta:

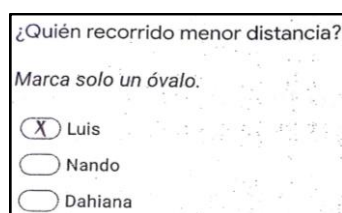
Tabla N°24:

Correcto	Incorrecto	No contestó
15 (93,7%)	0	1 (6,3%)

*Fuente: elaboración propia*

En la tabla 24, se evidencia que 6.3% (1 estudiante) no realizó la conjetura del problema matemática y así dar solución a la pregunta, sin embargo el 93,7% de los y las estudiantes presentaron argumentos válidos que le permitieron dar respuesta correcta a esta pregunta.

### Imagen 34. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 10.



¿Quién recorrió menor distancia?

Marca solo un óvalo.

☒ Luis

☐ Nando

☐ Dahiana

En la imagen 34, se evidencia una de las respuestas correctas de los y las estudiantes, se logra observar que usó diferentes estrategias heurísticas que le permitió resolver el problema matemático para llegar a seleccionar la respuesta correcta.

### Novena pregunta. ¿Por qué consideras que esta persona fue la que recorrió menor distancia?

La novena pregunta está relacionada con la séptima pregunta, dado que tiene como propósito analizar los argumentos que plantean los y las estudiantes para justificar porque la persona que escogió fue la que recorrió mayor distancia en la carrera de natación.

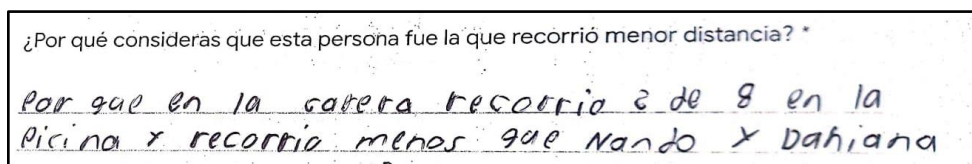
En la tabla se evidencia los resultados de la primera pregunta:

Tabla N°25:

Correcto	Incorrecto	No contestó
15 (93,7%)	0	1 (6,3%)

*Fuente: elaboración propia*

Con el resultado que está en la tabla 25, se evidencia que solamente un estudiante no respondió a la pregunta, sin embargo el 93,7% (15 estudiantes) contestaron correctamente la pregunta con argumentos claros y concretos.

**Imagen 35. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 10.**

En la imagen 35, se observa una de las respuestas correctas que presentaron los y las estudiantes utilizando estrategias y habilidades heurísticas, finalmente estas le permitió conjeturar y plantear un argumento válido, de acuerdo con la respuesta que dio el estudiante se observó que tenía claridad en los procedimientos para solucionar el problema matemático.

**Décima pregunta. ¿Quién ha recorrido la mitad de la distancia?**

- Luis
- Nando
- Dahiana

La décima pregunta está relacionada con la sexta y octava pregunta, porque pretende que a partir de la resolución del problema matemático que los y las estudiantes logren decir que recorrió la menor distancia en la carrera de natación y luego seleccionar la opción correcta.

En la tabla se evidencia los resultados de la primera pregunta:

Tabla N°26:

Correcto	Incorrecto	No contestó
15 (93,7%)	0	1 (6,3%)

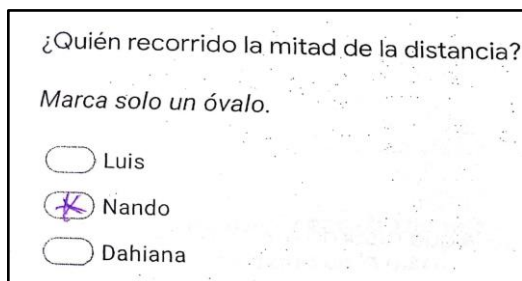
*Fuente: elaboración propia*

La sexta, octava y décima preguntas están relacionadas con respecto a la resolución de problema matemático propuesto, ya que los y las estudiantes deben de resolverlo para generar tres tipos de conjeturas distintas para dar respuesta a las preguntas dadas.

Por otro lado, en la tabla #, el 93,7% de los y las estudiantes respondieron de manera correcta, desarrollando los procedimientos de la solución del problema para justificar quien

recorrió la mitad de la distancia en la carrera de natación, el 6,3% (1 estudiante) no consiguió plantear ningún tipo de respuesta.

**Imagen 36. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 8.**



¿Quién recorrió la mitad de la distancia?

Marca solo un óvalo.

☐ Luis

☒ Nando

☐ Dahiana

En la imagen 36, se evidencia una de las respuestas correctas la estudiantes, se logra observar que usó diferentes estrategias heurísticas que le permitió resolver el problema matemático para llegar a seleccionar la respuesta correcta.

**Undécima pregunta. ¿Por qué consideras que esta persona fue la que recorrió la mitad de la distancia?**

La undécima pregunta está relacionada con la séptima y novena pregunta, dado que tiene como propósito analizar los argumentos que plantean los y las estudiantes para justificar porque la persona que escogió fue la que recorrió mayor distancia en la carrera de natación.

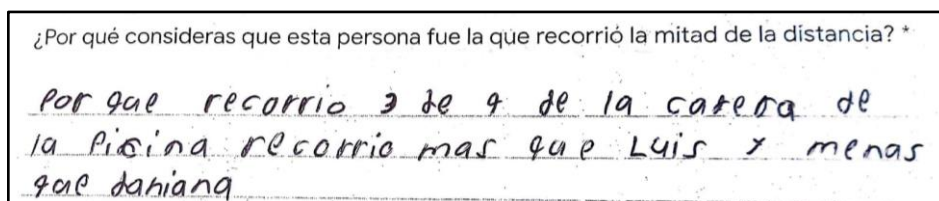
En la tabla se evidencia los resultados de la primera pregunta:

Tabla N°27:

Correcto	Incorrecto	No contestó
15 (93,7%)	0	1 (6,3%)

*Fuente: elaboración propia*

Con el resultado que está en la tabla 27, se evidencia que solamente un estudiante no respondió a la pregunta, sin embargo el 93,7% (15 estudiantes) contestaron correctamente la pregunta con argumentos claros y concretos.

**Imagen 37. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 10.**

En la imagen 37, se observa una de las respuestas correctas que presentaron los y las estudiantes utilizando estrategias y habilidades heurísticas, finalmente estas le permitió conjeturar y plantear un argumento válido, de acuerdo con la respuesta que dio el estudiante se observó que tenía claridad en los procedimientos para solucionar el problema matemático.

**Duodécima pregunta. ¿Qué estrategia utilizaste para resolver el problema?**

La duodécima pregunta tiene como propósito analizar las estrategias heurísticas que los y las estudiantes plantean cuando enfrentan la resolución de problemas matemáticos del objeto matemático.

En la tabla se evidencia los resultados de la primera pregunta:

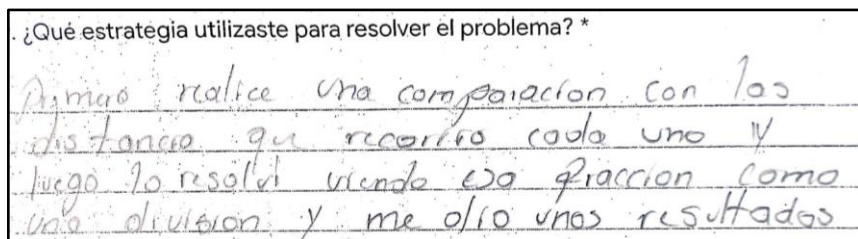
Tabla N°28:

Correcto	Incorrecto	No contestó
3 (18,8%)	6 (37,5%)	7 (43,7%)

*Fuente: elaboración propia*

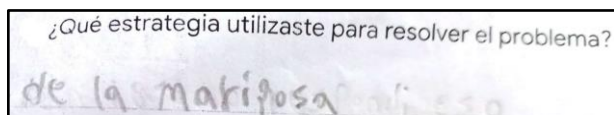
En la tabla 28, el 81,2% (13 estudiantes) respondieron incorrectamente la pregunta y unos de los y las estudiantes no contestaron a la pregunta, a pesar de que interactuaron con las actividades diseñadas en el applet, se evidenció que hubo una confusión en la solución del problema matemático, por esta razón los y las estudiantes no alcanzaron a cumplir con el objetivo de esta pregunta, sin embargo el 18,8% respondieron correctamente la pregunta.

**Imagen 39. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 8.**



En la imagen 39, la estudiante responde correctamente a la pregunta, mencionando la estrategia que utilizó para resolver el problema matemático, donde afirma que lo primero que hizo fue una comparación con las distancias que recorrió cada uno (Luis, Nando y Dahiana), luego representa la fracción dada como una división para observar los resultados y así mencionar quien recorrió menor, mayor y la mitad de la distancia en la carrera de natación. Por lo anterior, se concluye que la estudiante utilizó las estrategias heurísticas adecuadas para resolver el problema matemático.

**Imagen 40. hoja de trabajo N°1 estudiante No. 11.**



En la imagen 40, el estudiante contestó de manera incorrecta la pregunta, porque no uso las estrategias heurísticas adecuadas para conjeturar, además el estudiante afirma que utilizó la estrategia de la mariposa, con esto se evidencia que el estudiante presenta dificultades en la utilización de estrategias dado que no fue claro para él, por lo tanto no logró el objetivo para establecer la conjetura.

**4.2.6. Consideraciones finales**

Una vez implementada la hoja de trabajo N°1, el 73,6% de los y las estudiantes obtuvieron un mayor rendimiento porcentual, ya que construyeron y fortalecieron sus

conocimientos que les permitió comprender los elementos fundamentales de la fracción como relación parte-todo que se realizaron en esta hoja de trabajo. Se presentan los siguientes factores que describen el impacto:

- En la implementación de la hoja de trabajo N°1 se observó que los y las estudiantes tuvieron una participación activa en todo el proceso de las actividades de la fracción como relación parte todo, mediante el uso con el software GeoGebra y el lápiz y papel, en el que se realizaron actividades como: identificar las características de la fracción cuando el numerador es menor, mayor e igual que el denominador por medio del software GeoGebra mediante los procesos de visualización, arrastre y comparación. Reconocer en la representación gráfica las partes de una fracción y colocar en las casillas de numerador y denominador los números enteros positivos. Usar la herramienta lápiz del software GeoGebra para trazar una línea que una las representación numérica (fracciones) con su representación gráfica (pizzas). En la última actividad se propone un problema se observa que hubo una mayor interacción con GeoGebra y la hoja de trabajo.
- En la implementación de la hoja de trabajo N°1 se pone en juego valores, es decir que las respuestas que daban los y las estudiantes en cada una de las preguntas muestra la apropiación de valores tales como la responsabilidad, el respeto hacia los demás, la honestidad en contestar las preguntas y el compromiso en realizar las actividades propuestas.
- Es fundamental reconocer que la combinación de las actividades de la hoja de trabajo y el software GeoGebra logro permitir que los y las estudiantes presenten mayor interés y se involucraran en el proceso de aprendizaje de la fracción como relación parte-todo, a tal

punto que lograban identificar y corregir lo que realizaban de manera errónea y se puede observar por los tachones que realizaron al momento de borrar.

- La integración del software GeoGebra y las herramientas que la componen fue necesario porque permitió que los y las estudiantes lograran observar las características y los elementos fundamentales de las fracciones como relación parte-todo, dándoles la posibilidad de desarrollar estrategias heurísticas y de control.
- El rendimiento de los y las estudiantes en las preguntas 4 y 5 fue alto, se puede mencionar que los y las estudiantes en general presentan los conocimientos para comprender con claridad la transición de pasar representación gráfica a una representación numérica de las fracciones con relación parte-todo utilizando las diferentes herramientas que tiene el applet. También los y las estudiantes logran comprender cuáles son las partes de una fracción representadas gráficamente.
- Además en las preguntas 6,7, 8, 9, 10 y 11 están relacionadas con la resolución de problemas matemático que implican la comparación y el cálculo de fracciones que están representadas numéricamente. Se evidenció que gran parte de los y las estudiantes realizaron una comparación entre las tres fracciones y luego calcular para poder justificar quién de los tres participantes ha recorrido mayor, menor y la mitad de la distancia en la carrera de natación y justificar por qué considera que esa persona fue la que recorrió dicha distancia en la carrera de natación.
- Las preguntas 1, 2, 3 y 12 el desempeño de los y las estudiantes es bajo, estas estuvieron orientadas a requerir en los y las estudiantes una comprensión e interpretación lógica y coherente de los conceptos matemáticos a trabajar en las actividades que conforman la Hoja de trabajo N° 1. Las preguntas 1, 2 y 3 gran parte de los y las estudiantes tuvieron

dificultades en argumentar cuando una fracción con relación parte-todo el numerador es mayor, menor o igual al denominador. Por último en la pregunta 12 la mayoría de los y las estudiantes presentaron dificultades en desarrollar habilidades, relacionando estas habilidades como un conjunto de estrategias el cual permitiera justificar el método que utilizaron al resolver el problema llamado “LA CARRERA” .

### **4.3. ANÁLISIS DE LA HOJA DE TRABAJO N°2: SUMA DE FRACCIONES**

#### ***4.3.1. Descripción de la actividad***

En la actividad 2 se propone la Hoja de trabajo N° 2 llamada “Suma de fracciones” se aplicó el día 9 de junio de 2022, antes de que los y las estudiantes iniciaran la actividad es importante reconocer los procedimientos para realizar la operación de suma de fracción como relación parte-todo, Para ello se propone observar el vídeo. Una vez finalizado, se dará comienzo a la actividad. En esta actividad los y las estudiantes logran explorar e interactuar con los elementos fundamentales de la operación suma en fracción con relación parte-todo.

La Hoja de trabajo N° 2 la constituyen tres ejercicios y dos problemas reales enfocados en el contexto de los y las estudiantes, estos estaban diseñados en el software GeoGebra. El primer ejercicio consistió en que los y las estudiantes movieran o desplazaran cada uno de los deslizadores de numerador y denominador para observar las diferentes fracciones que se construían en las representaciones circulares y como estas también se podían construir las fracciones al momento de colocar cualquier número natural en las casillas de numerador y denominador.

La segunda parte de la actividad se plantean seis casos de suma de fracción con relación parte-todo, los estudiantes deben resolverlo de manera tradicional (lápiz y papel) la suma de fracciones y luego dirigirse a la Hoja de trabajo N° 2 y colocar los números naturales en las casillas de numerador y en las casillas del denominador, para resolver las suma de fracción que se observa en la applet y coloca el resultado en el espacio dado, con el propósito de hacer un contraste entre los resultados dados y argumentar que tipo de procedimiento realizó para llegar a la solución de la suma de fracciones.

La tercera parte de la actividad los y las estudiantes visualizaron la forma como se representa y se aborda las fracción con relación parte-todo en la recta numérica, en esta actividad se proponen diferentes ejemplos para la comprensión de este.

La cuarta y la quinta actividad se proponen dos problemas llamados “Venta de queso costeño” y “Venta de pollos campesinos en la plaza de Timba” en estas dos actividades los y las estudiantes justificaron cual era la respuesta correcta y porque las demás opciones no eran la respuesta correcta. En estas actividades los y las estudiantes resolvieron los dos problemas argumentando cuánta porción de queso costeño se llevaron en total Juan y Oscar de la tienda y cuántos kilos pesan en total los dos pollos de la granja de la señora María, luego plantearon el método utilizado para resolver el problema, por último colocaron el número que representaba la opción correcta en la Hoja de trabajo.

#### **4.3.2. Objetivos**

- Identificar las estrategias heurísticas y de control utilizadas por los y las estudiantes de quinto grado en la resolución de problemas.

- Analizar el impacto del empleo de tecnología en el aprendizaje de la fracción con relación parte-todo en operación de adición.
- Analizar cómo comprenden, resuelven, argumentan y qué procedimientos utilizan los y las estudiantes para la resolución de problemas.

#### ***4.3.3. condiciones de aplicación***

La implementación de la Hoja de trabajo N° 2 se presentó a los y las estudiantes la segunda actividad llamada “Suma de fracciones” diseñada en el software GeoGebra para la exploración, arrastre, interacción, visualización, uso de las diferentes herramientas para la comprensión del objeto matemático. El tiempo destinado fue de 3 horas, participaron 16 estudiantes del grado quinto con edades comprendidas entre 9 y 11 años, la aplicación se realizó de manera presencial el día 9 de junio de 2022 en la sala de sistema.

La Hoja de trabajo N° 2 contó con 12 preguntas elaboradas en el formulario de Google, estas están inmersas en la ejercitación y resolución de problemas mediadas con tecnología para el aprendizaje de suma de fracciones como relación parte-todo.

#### ***4.3.4. Análisis cuantitativo***

La siguiente tabla se presentan los resultados de la Hoja de trabajo N° 2, donde se presentan las respuestas de los y las estudiantes y se clasificó por medio de una escala de la siguiente manera: 0 va a ser igual a “No contestó”, 1 va a ser igual a “Respuesta incorrecta” y 2 va a ser igual a “Respuesta correcta”. Cabe señalar que, el análisis cuantitativo se realizó mediante los indicadores estadísticos.

Tabla N°29 se presentan los resultados de la Hoja de trabajo N° 2:

N° de estudiantes	N° de preguntas												Total de puntos	Porcentaje
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12		
1	2	2	1	1	1	2	2	2	1	2	2	2	20	83%
2	0	1	1	2	2	2	1	2	1	2	0	2	16	67%
3	0	2	2	1	1	2	2	2	2	2	1	2	19	79%
4	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	22	92%
5	2	2	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	22	92%
6	2	2	2	2	2	1	2	1	2	2	1	2	21	88%
7	1	1	2	2	1	1	2	2	2	1	2	1	18	75%
8	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	23	96%
9	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	24	100%
10	2	2	1	2	2	2	1	2	1	2	1	2	20	83%
11	0	1	0	2	2	2	2	2	0	2	0	2	15	63%
12	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	0	2	20	83%
13	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	24	100%
14	0	1	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	20	83%
15	0	2	2	2	2	2	2	1	2	2	1	2	20	83%
16	1	2	2	2	2	2	1	2	0	2	1	2	19	79%
total	18	26	26	28	29	30	28	30	25	31	21	31	323	84%

Tabla N°29. Resultados de la Hoja de trabajo N° 2.

La primera parte de la actividad se plantea la pregunta 1 tiene como fin que los y las estudiantes identificaran y argumentaran la diferencias que se establecen las distintas representaciones circulares al momento de mover los deslizadores.

En la segunda parte de la actividad se proponen las pregunta 2 y 3 los y las estudiantes colocaron distintos números naturales en las casillas de numerador y en las casillas del denominador, para luego resolver las suma de fracción que se observa en la applet y colocar el resultado en el espacio dado. Después los y las estudiantes mencionaron el tipo de procedimiento que realizaron para llegar a la solución de la suma de fracciones.

En tercera parte de actividad se abordan la pregunta 4, 5 y 6 los y las estudiantes proponen y a la vez solucionan un ejercicio de suma de fracciones, luego colocaron los números naturales en las casillas para saber si llegaron al mismo resultado del applet o a otro y justificaron qué estrategia utilizaron para la solución del ejercicio.

En las cuarta parte de la actividad se proponen dos problemas que están diseñados con respecto al contexto de los y las estudiantes, en esta se proponen las preguntas 8, 9, 10, 11 y 12

que tienen como propósito de resolver los dos problemas, escoger cuáles de las opciones que se presentan en el applet es la correcta y justificar el método que utilizaron para resolver el problema.

Tabla N°30:

Media	20,2 (84,1%)
Desviación típica	16,9
Coefficiente variacional	20,1

Tabla N°30. Resultados de la Hoja de trabajo N° 2 con los indicadores estadísticos. Fuente. Elaboración propia.

Se observa que la media de los y las estudiantes en la Hoja de trabajo N° 2 es de 20,2 de 32 que equivale al 84,1% lo que nos indica un desempeño alto, el coeficiente de variabilidad fue de 20,1% se identifica que la dispersión disminuyó respecto a la Hoja de trabajo N° 1.

#### 4.3.4.1. Análisis cuantitativo global

En los siguientes gráficos se puede observar los resultados generales de la Hoja de trabajo N° 2:

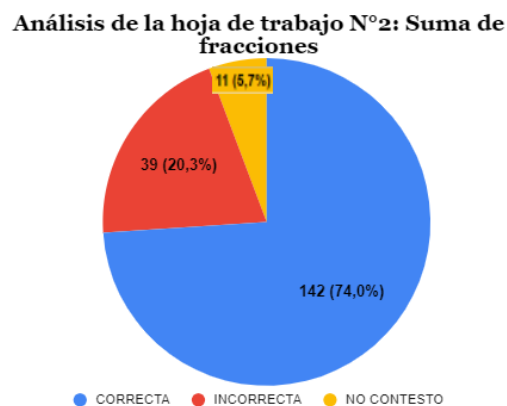
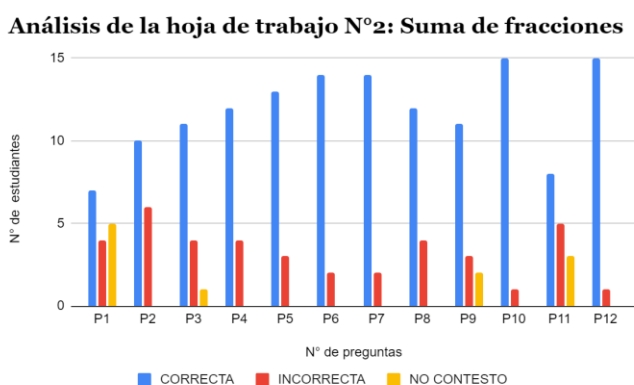


Figura 10. Resultados globales de la hoja de trabajo N°2.

Se analiza que el porcentaje de respuestas correctas es del 74% de respuestas incorrectas es del 20,3% y respuestas no contestadas es del 5,7% a partir de estos resultados se concluye que gran parte de los y las estudiantes construyeron un aprendizaje significativo del objeto matemático y el respeto de los estudiantes presentaron dificultades en la comprensión, ejercitación y resolución de problemas.

#### ***4.3.5. Análisis cualitativo***

En la hoja de trabajo N°2 se presentan 12 preguntas importantes para llevar a cabo la operación suma de la fracción como relación parte-todo, se debe resaltar que estas preguntas se responden de manera conjunta con las actividades de la hoja de trabajo N°2.

Por otro lado, el análisis cualitativo que se realiza en la hoja de trabajo N°2 se hace con el propósito de analizar las estrategias que utilizan los y las estudiantes para resolver los ejercicios de las operaciones de suma de la fracción como relación parte-todo y la resolución de problemas matemáticos, luego reflexionar sobre los argumentos que plantean en cada una de sus respuestas de la hoja de trabajo N°2.

En la primera parte de la hoja de trabajo N °2 mueve cada uno de los deslizadores de numerador y denominador.

**Primera pregunta. Al mover los deslizadores responde: ¿Qué puedes observar de la representación circular y fracción que se muestra?**

La primera pregunta tiene como propósito de que los y las estudiantes por medio del uso del software GeoGebra logren tener un acercamiento en cada una de las representaciones gráficas (lineal, circular y rectangular) y numérica del objeto matemático, con el fin de que puedan establecer una relación entre las representaciones dadas.

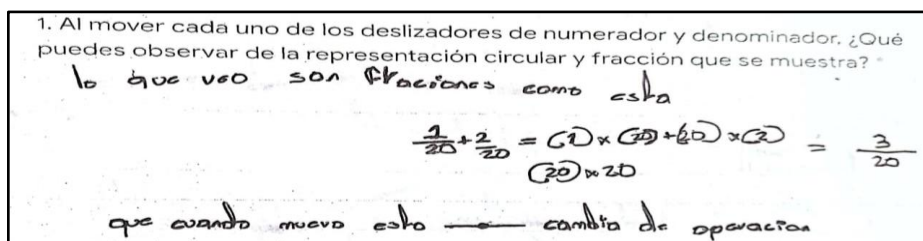
Tabla N°32:

Correcto	Incorrecto	No contestó
7 (43,8%)	4 (25%)	5 (31,2%)

*Fuente: elaboración propia*

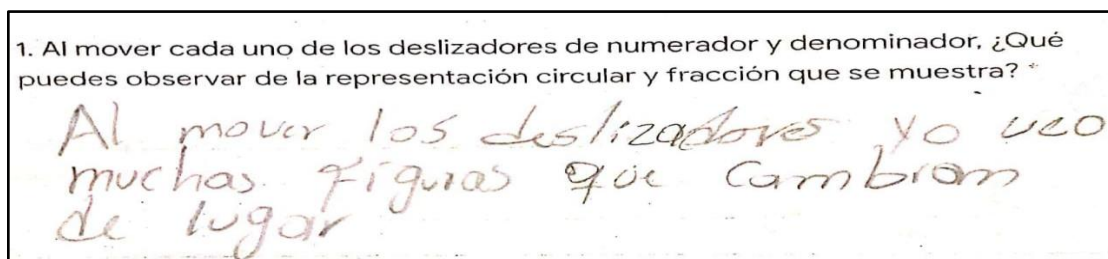
Se observó que el 43,8% de los y las estudiantes escribió de manera correcta la relación que encontraron entre las representaciones gráficas y numéricas, el 25% no lograron tener un acercamiento e identificación y el 31,2% restante no contestaron.

#### Imagen 41. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 6.



En la imagen 41, se observa que la estudiante responde de manera correcta, porque la estudiante logró evidenciar por medio del arrastre de la herramienta del deslizador la relación que hay entre las representaciones gráficas y numéricas, comprendiendo que si mueve el deslizador las fracciones que se muestran en las dos representaciones van a cambiar.

#### Imagen 42. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 7.



En la imagen 42, se presenta una respuesta incorrecta, donde el estudiante muestra dificultades en el uso del software GeoGebra a pesar de haber establecido un espacio prudente para conocer e interactuar con las diferentes herramientas que se van a utilizar en la implementación de las hojas de trabajo.

**Segunda pregunta. Resuelve las suma de fracción que se observa en la applet y coloca el resultado en el espacio dado.**

Cantidad de fracciones	Casos de suma de fracciones
A	$\frac{3}{7} + \frac{4}{5}$
B	$\frac{4}{6} + \frac{3}{4}$
C	$\frac{2}{7} + \frac{3}{8}$
D	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
E	$\frac{3}{9} + \frac{7}{8}$
F	$\frac{2}{4} + \frac{5}{6}$

Procedimiento y resultado del caso A:
Procedimiento y resultado del caso B:
Procedimiento y resultado del caso C:
Procedimiento y resultado del caso D:
Procedimiento y resultado del caso E:
Procedimiento y resultado del caso F:

La segunda pregunta, hace parte de la segunda parte de la actividad y tiene la intención de que los y las estudiantes resuelvan de forma tradicional (lápiz y papel) la suma de fracciones y luego dirigirse a la applet y colocar los números naturales en las casillas de numerador y en las casillas del denominador, para resolver las suma de fracción que se observa en la applet y coloca el resultado en el espacio dado, con el propósito de hacer un contraste entre los resultados dados y argumentar que tipo de procedimiento realizó para llegar a la solución de la suma de fracciones.

Tabla N°33:

Correcto	Incorrecto	No contestó
10 (62,5%)	6 (37,5%)	0

*Fuente: elaboración propia*

En la tabla se muestra que 62,5% de los y las estudiantes respondieron de manera correcta, consiguieron operar de manera adecuada la suma de fracciones de forma tradicional y con el uso del software GeoGebra. Por otra parte, el 37,5% de los y las estudiantes contestaron de manera incorrecta, lo que muestra que los y las estudiantes no desarrollan adecuadamente las estrategias.

**Imagen 43. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 10.**

Resultado de A:

$$\frac{3}{7} + \frac{4}{5} = \frac{3 \times 5 + 7 \times 4}{7 \times 5} = \frac{15 + 28}{35} = \frac{43}{35}$$

Resultado de B:

$$\frac{1}{6} + \frac{3}{4} = \frac{1 \times 4 + 6 \times 3}{6 \times 4} = \frac{4 + 18}{24} = \frac{22}{24}$$

Resultado de C:

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{8} = \frac{2 \times 8 + 7 \times 3}{7 \times 8} = \frac{16 + 21}{56} = \frac{37}{56}$$

Resultado de D:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1 \times 2 + 2 \times 1}{2 \times 2} = \frac{2 + 2}{4} = \frac{4}{4}$$

Resultado de E:

$$\frac{3}{9} + \frac{7}{8} = \frac{3 \times 8 + 9 \times 7}{9 \times 8} = \frac{24 + 63}{72} = \frac{87}{72}$$

Resultado de F:

$$\frac{2}{4} + \frac{5}{6} = \frac{2 \times 6 + 4 \times 5}{4 \times 6} = \frac{12 + 20}{24} = \frac{32}{24}$$

En la imagen 43, se observa que el estudiante responde correctamente, porque el estudiante marca que conoce un método que le permite operar sumas de fracciones, mostrando sus conocimientos acerca del método cruzado para operar.

**Imagen 44. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 7.**

Resultado de A\*

$$\frac{3}{7} + \frac{4}{5} = \frac{8+11}{12} = \frac{19}{12}$$

Resultado de B\*

$$\frac{4}{6} + \frac{3}{4} = \frac{8+9}{10} = \frac{17}{10}$$

Resultado de C\*

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{8} = \frac{10+10}{15} = \frac{20}{15}$$

Resultado de D\*

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3+3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

Resultado de E\*

$$\frac{3}{9} + \frac{7}{8} = \frac{11+16}{17} = \frac{27}{17}$$

Resultado de F\*

$$\frac{2}{4} + \frac{5}{6} = \frac{7+5}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

En la imagen 44, se evidencia que el estudiante contestó de manera incorrecta, ya que el estudiante expone sus conocimientos indicando que conoce un método que le permite operar suma de fracciones, asimismo se evidencia que el estudiante no logró escribir de manera correcta dicho método.

**Tercera pregunta. ¿Qué procedimiento utilizaste para llegar a la solución de la suma de fracciones?**

La tercera pregunta tiene la intención de que los y las estudiantes justifique qué tipo de procedimientos realizan al momento de resolver cada uno de los ejercicios de sumas de fracción con relación parte-todo que se plantearon en la segunda parte de la actividad de la hoja de trabajo N°2.

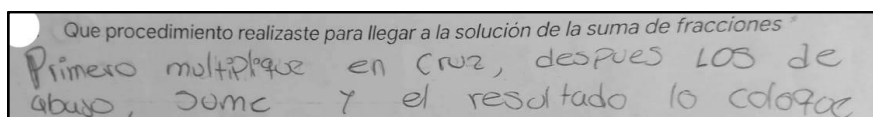
Tabla N°34:

Correcto	Incorrecto	No contestó
11 (68,8%)	4 (25%)	1 (6,2%)

*Fuente: elaboración propia*

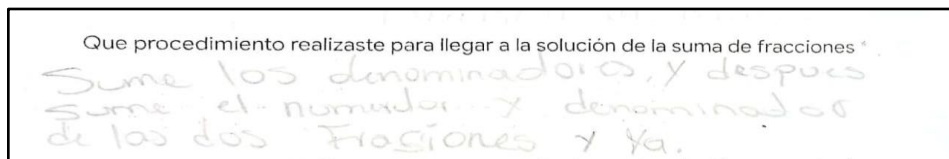
Se evidencia en la tabla que el 68,8% de los y las estudiantes contestaron de manera correcta, mencionando los diferentes procedimientos que realizó para resolver cada uno de los ejercicios que se les proponen en la segunda pregunta, pero el 25% de los y las estudiantes respondieron incorrectamente, ya que no lograron obtener un aireamiento de forma correcta, de modo que no contestaron de forma acertada. El 6,2% no contestaron a la pregunta.

#### **Imagen 45. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 8.**



En la imagen 45, se muestra el manuscrito de una de las respuestas correctas, esta pregunta está relacionada con la segunda pregunta, donde la estudiante redacta el método que utilizaron para operar la suma de fracciones, dando así un paso notable para entender este método matemático.

#### **Imagen 46. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 5.**



En la imagen 46, se observa que el estudiante responde incorrectamente, porque logró identificar las características del método que usó para la operación de suma de fracciones, lo que quiere decir que el estudiante presenta dificultades para resolver operaciones de suma de fracciones. En el manuscrito el estudiante redactó que inicialmente que sumó los denominadores, luego sumó los numeradores y por último sumo los denominadores de las dos fracciones dadas,

por lo que no se nota que el estudiante no cumple con el objetivo de la actividad, puesto que no son las características del método utilizado.

**Cuarta pregunta. ¿A qué resultado llegaste?**

La cuarta pregunta pertenece a la tercera parte de la actividad de la hoja de trabajo N°2, el propósito de esta pregunta es que los y las estudiantes propongan un ejercicio de suma de fracción con relación parte-todo y lo puedan resolver para luego colocar los dados en el applet y hacer una comparación con el resultado que el estudiante obtuvo con el resultado obtenido de la solución de la applet, para ver el resultado los y las estudiantes deben de dar clic en la casilla ver solución y responder a qué resultado llegó.

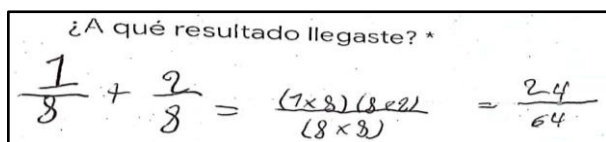
Tabla N°35:

Correcto	Incorrecto	No contestó
12 (75%)	4 (25%)	0

*Fuente: elaboración propia*

En la tabla se observa que todos contestaron la pregunta, donde el 75% de los y las estudiantes proponen y desarrollaran un ejemplo de sumas de fracciones de manera correcta, mientras que el 25% de los y las estudiantes no lograron plantear ni mucho menos resolver el ejemplo de suma de fracciones.

**Imagen 47. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 14.**



$$\frac{1}{8} + \frac{2}{8} = \frac{(1 \times 8) + (2 \times 8)}{(8 \times 8)} = \frac{24}{64}$$

En la imagen 47, se evidencia una de las respuesta correctas de los y las estudiantes, donde se nota que el estudiante propone un ejemplo y lo resuelve, mostrando que presenta un buen conocimiento de la operación de suma de las fracciones.

**Imagen 48. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 5.**

¿A qué resultado llegaste?

$$\frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

En la imagen 48, se observa una respuesta incorrecta porque el estudiante no logró realizar de manera adecuada el método cruzado para llevar a cabo la operación de suma de fracciones, dado que realizó la suma entre la multiplicación del numerador de la primera fracción con el denominador de la segunda fracción y viceversa llegando a un resultado incompleto y erróneo.

**Quinta pregunta. ¿Llegaste al mismo resultado de la applet o a otro? ¿Cuál?**

La quinta pregunta está relacionada con la cuarta pregunta, porque a partir del resultado de la applet y el obtenido por parte de los y las estudiantes al momento de resolver el ejercicio de suma de fracciones con relación parte-todo que propusieron, deben de realizar una comparación y ver si llegó al mismo resultado de la applet o a otro y si llegó a otro mencionar cuál.

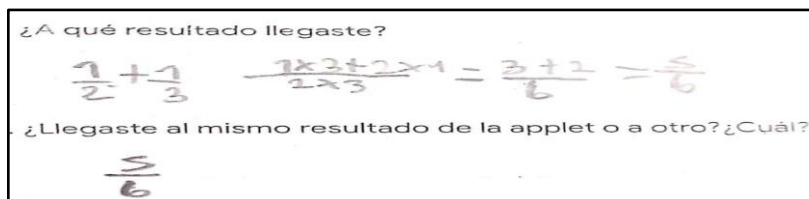
Tabla N°36:

Correcto	Incorrecto	No contestó
13 (81,3%)	3 (18,7%)	0

*Fuente: elaboración propia*

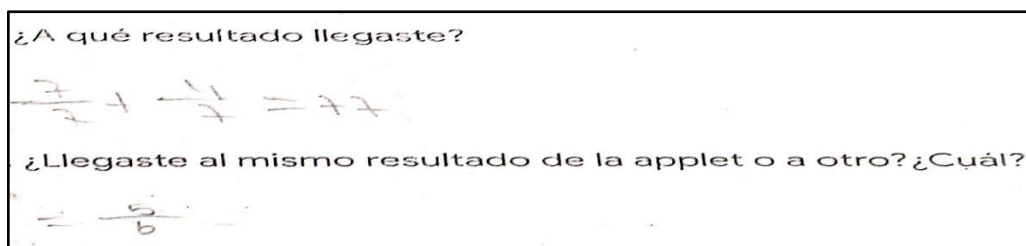
En la tabla se observa que el 18,7% de los y las estudiantes no contestaron correctamente, se puede notar que 3 de 16 estudiantes no lograron establecer una relación entre el resultados que obtuvieron con el que les mostró la applet. El 81,3% de los y las estudiantes respondieron correctamente.

**Imagen 49. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 11.**



En la imagen 49, se observa una respuesta correcta, cabe mencionar que esta pregunta está relacionada con la cuarta pregunta porque se quiere que los estudiantes propongan un ejercicio de suma de fracciones y que lo resuelvan y luego lo comparen con el resultado que les arroja el applet, esto con el fin si los y las estudiantes llegaron al mismo resultado que la applet o a otro.

**Imagen 50. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 7.**



En la imagen 50, se presenta una respuesta incorrecta, porque el estudiante no realizó todo el procedimiento con el método cruzado llegó a un resultado diferente al que le dio la applet, esto fue porque el estudiante no culminó la operación de suma de fracciones. Además el resultado del ejercicio de suma de fracciones le va dar un resultado diferente al que planteó en el manuscrito el estudiante porque el resultado no sería  $\frac{5}{6}$  sino  $\frac{77}{49}$ .

**Sexta pregunta. ¿Qué estrategia utilizaste para solucionar el ejercicio?**

La sexta pregunta tiene una relación con la cuarta y quinta pregunta, que tiene como propósito que los y las estudiantes argumenten que tipo de estrategia heurística usaron para la solución del ejercicio que ellos y ellas propusieron.

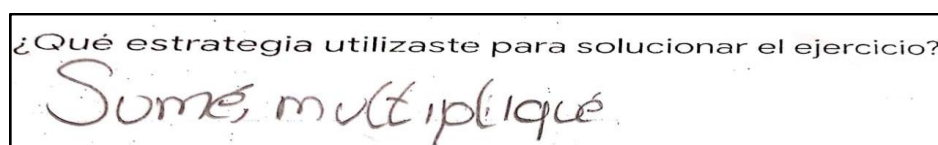
Tabla N°37:

Correcto	Incorrecto	No contestó
14 (87,5%)	2 (12,5%)	0

*Fuente: elaboración propia*

En la tabla se evidencia que el 87,5% de los y las estudiantes contestaron correctamente, escribiendo las estrategias que usaron para la solución del ejercicio propuesto por ellos mismos, el 12,5% de los y las estudiantes no contestaron correctamente.

### Imagen 51. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 13.



En la imagen 51, se observa el manuscrito de la estudiante, donde plantea una respuesta correcta, el estudiante escribe que el tipo de estrategia que utilizó para resolver el ejercicio que propuso fue utilizar la suma y luego la multiplicación, se nota que el orden como lo escribió no es como lo resolvió con estas dos operaciones matemáticas.

### Imagen 52. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 7.



En la imagen 52, se evidencia que el estudiante responde de manera incorrecta, se nota que tiene una confusión en la operación matemática que está trabajando en la hoja de trabajo N°2, por ende las estrategias utilizadas no le permitió resolver el ejercicio que propuso en la cuarta pregunta, ni mucho menos hacer un contraste con la quinta pregunta.

## EVALUACIÓN

### Resuelve el problema.

En la cuarta parte de la actividad 2, hay dos problemas llamados “Venta de queso costeño” y “Venta de pollos campesinos en la plaza de Timba”. Para poder resolver los

problemas primero dirígete a la hoja de trabajo N°2 y lee con atención las situaciones de los problemas:

**Responde las siguientes preguntas:**



**Séptima pregunta. ¿Cuánta porción de queso costeño se llevaron en total Juan y Oscar de la tienda?**

En séptima pregunta se ubica en la cuarta parte de la actividad, se propone un problema que están diseñados con respecto al contexto de los y las estudiantes, tiene como propósito que los y las estudiantes resuelvan el problema matemático teniendo en cuenta las actividades anteriores y a partir de sus conocimientos previos y con los conocimientos, estrategias y habilidades heurísticas que le generado al usar de la hoja de trabajo N°2, para conjeturar y argumentar con claridad cuánta porción de queso costeño se llevaron en total Juan y Oscar de la tienda.

Tabla N°38:

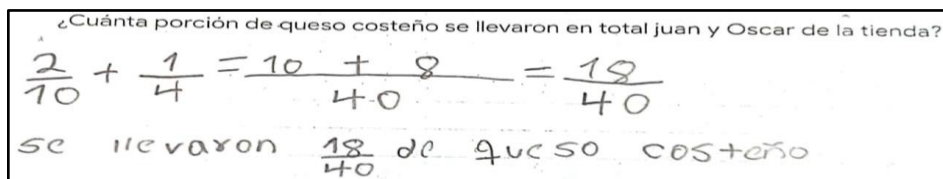
Correcto	Incorrecto	No contestó
12 (75%)	4 (25%)	0

*Fuente: elaboración propia*

En la tabla se evidencia que todos contestaron a la pregunta, donde el 75% de los y las estudiantes sacaron los datos fundamentales que les permitieron resolver el problema matemático de manera correcta, mientras que el 25% operaron los datos de forma incorrecta, evidenciando la confusión que presentan los y las estudiantes en la operación de suma, por un lado los y las estudiante sumas los numeradores y los denominadores, siendo esta una gran dificultad que

presenta los y las estudiantes, y por el otro lado realizan la operación usando en método cruzado de suma de fracciones.

**Imagen 53. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 9.**



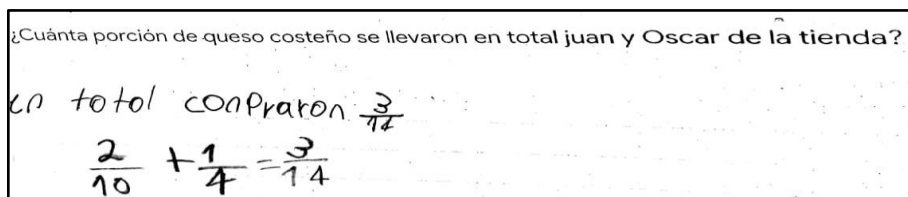
¿Cuánta porción de queso costeño se llevaron en total Juan y Oscar de la tienda?

$$\frac{2}{10} + \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 1 \cdot 10}{10 \cdot 4} = \frac{8 + 10}{40} = \frac{18}{40}$$

se llevaron  $\frac{18}{40}$  de queso costeño

En la imagen 53, se evidencia una respuesta correcta, la estudiante a partir de las distintas actividades que ha realizado en la hoja de trabajo ha logrado sacar los datos que le permitieron resolver el problema matemático, evidenciando el dominio del método cruzado que le permitió operar la suma de fracciones. Además el estudiante a partir de los procedimientos realizados realizó una conjetura afirmando que Juan y Osar se llevaron  $\frac{18}{40}$  de porción de queso costeño.

**Imagen 54. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 14.**



¿Cuánta porción de queso costeño se llevaron en total Juan y Oscar de la tienda?

en total compraron  $\frac{3}{14}$

$$\frac{2}{10} + \frac{1}{4} = \frac{3}{14}$$

En la imagen 54, se observa una de las respuestas incorrecta, a pesar de que saco los datos importantes para resolver el problema no realizó la operación con el método cruzado, sino que sumó los numeradores y denominadores de las dos fracciones. Se evidencia que a pesar de las actividades ejecutadas el estudiante presenta dificultades en la comprensión y el uso del método como habitualmente se realiza con el algoritmo.

**Octava pregunta. ¿Qué método utilizaste para resolver el problema?**

La octava pregunta tiene como fin de que los y las estudiantes mencionen detalladamente qué método les fue útil para resolver el problema matemático, además deben escribir los procedimientos que le permitieron llegar a dicha solución.

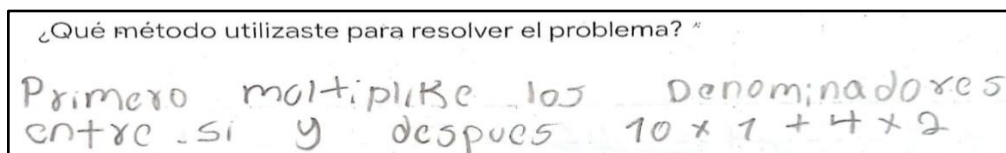
Tabla N°39:

Correcto	Incorrecto	No contestó
14 (87,5%)	2 (12,5%)	0

*Fuente: elaboración propia*

En la tabla se evidencia que el 87,5% de los y las estudiantes lograron justificar de manera adecuada el método que utilizaron para resolver el problema matemático dado, describiendo las estrategias heurísticas utilizadas, mientras que 12,5% de los y las estudiantes respondió de forma incorrecta mostrando sus dificultades que presentó al momento de resolver el problema dado; sin embargo se evidencia un progreso significativo en la ejercitación y resolución de problema con el uso del software GeoGebra, logrando exitosamente llevar a cabo las actividades de la hoja de trabajo.

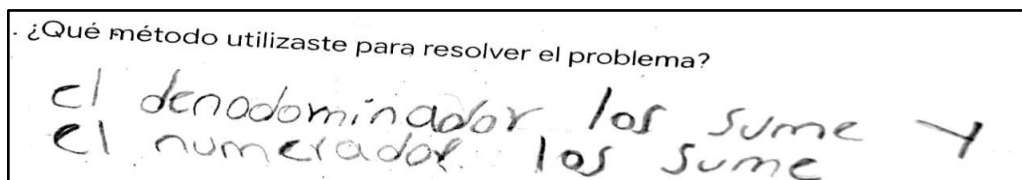
**Imagen 55. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 9.**



En la imagen 55, la estudiante responde en su manuscrito correctamente, donde describe detalladamente el método que utilizó para resolver el problema matemático, diciendo que lo primero que realizó fue multiplicar los denominadores de las dos fracciones y luego multiplica el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda fracción y por último multiplica el numerador de la segunda fracción por el denominador de la primera fracción. Del

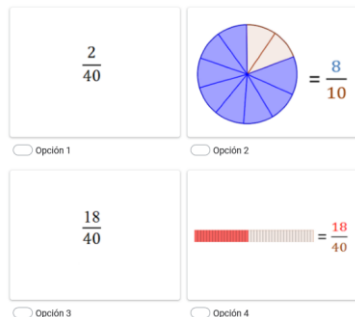
mismo modo se evidencia que el estudiante presenta la habilidad de pasar de un lenguaje natural a un lenguaje numérico.

**Imagen 56. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 15.**



En la imagen 56, se muestra una respuesta incorrecta, porque el estudiante utiliza un método que no le permite resolver el problema matemático como se quiere, dado que lo primero que hace es sumar los numeradores y denominadores de ambas fracciones, de esto se comprende que el estudiante no tiene los conocimientos para diferenciar qué método le sirve para operar suma de fracciones.

**Novena pregunta. Marca con una X en la applet y en la hoja de trabajo ¿Cuál es la opción correcta?**



Justifica tu respuesta

¿Por qué las demás opciones no son correctas?

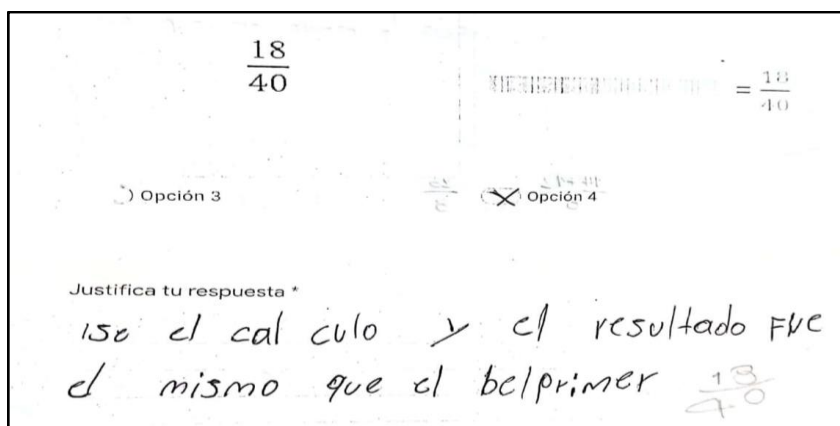
La novena pregunta tiene el propósito que los y las estudiantes seleccionen de las cuatro opciones la respuesta correcta y si no seleccionan la respuesta correcta le saldrá una X que significa que la respuesta es incorrecta siendo esta una estrategia de control para que los y las estudiantes tuvieran la posibilidad de revisar de nuevo los procedimientos de la solución del problema matemático.

Tabla N°40:

Correcto	Incorrecto	No contestó
11 (68%)	3 (18,7%)	2 (12,5%)

Fuente: elaboración propia

En la tabla se observa que 68% de los y la estudiantes seleccionaron la respuesta correcta a la pregunta, mientras que el 18,7% de los y las estudiantes seleccionaron las respuestas incorrectas, el 12,5% de los y las estudiantes no seleccionaron ninguna de las respuestas, de esto se evidencia que los y estudiantes no resolvieron el problema matemático de la pregunta anterior, dado que este le daba el resultado para la selección.

**Imagen 57. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 5.**

¿Por qué las demás opciones no son correctas?

no dan el mismo resultado de la operaco

En la imagen 57, se presenta una respuesta que se categoriza como correcta puesto que por medio de la resolución del problema matemático el estudiante seleccionó la respuesta correcta y escribiendo unos argumentos acertados, utiliza el método de Polya para extraer la información fundamental del problema y utiliza el método cruzado para operar la suma de fracciones y da respuesta a la pregunta.

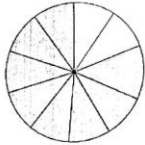
**Imagen 58. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 10.**

Cual es la opción correcta \*

Marca solo un óvalo.

$$\frac{2}{40}$$

☒ Opción 1




$$= \frac{3}{10}$$

☐ Opción 2

$$\frac{18}{40}$$

☐ Opción 3



$$= \frac{18}{40}$$

☐ Opción 4

Justifica tu respuesta \*

esta comparado <sup>2</sup> no el resultado

En la imagen 58, se evidencia una respuesta incorrecta, aunque haya sacado los datos que le permitían resolver el problema matemático, el estudiante no logró utilizar un método que le permitiera operar de forma adecuada para llegar al resultado deseado, ya que lo primero que realizó fue multiplicar los numeradores y los denominadores llegando a un resultado erróneo, de esto se evidencia que el estudiante presenta dificultades en el manejo de los métodos para la resolución de problemas matemáticos.

## Problema 2



**Décima pregunta. ¿Cuántos kilos pesan en total los dos pollos de la granja de la señora María?**

En la décima pregunta se propone el segundo problema que están diseñados con respecto al contexto de los y las estudiantes, tiene como propósito que los y las estudiantes resuelvan el problema matemático teniendo en cuenta las actividades anteriores y a partir de sus conocimientos previos y con los conocimientos, estrategias y habilidades heurísticas que le generado al usar de la hoja de trabajo N°2, para conjeturar y argumentar con claridad cuántos kilos pesan en total los dos pollos de la granja de la señora María.

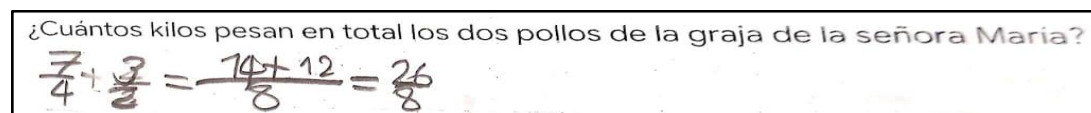
Tabla N°41:

Correcto	Incorrecto	No contestó
15 (93,7%)	1 (6,3%)	0

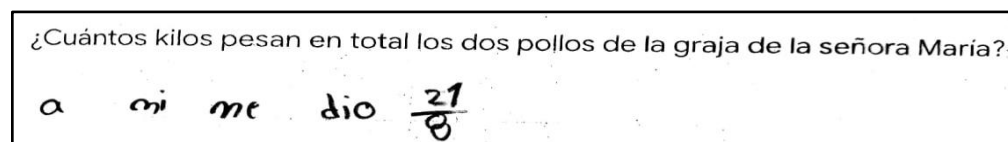
*Fuente: elaboración propia*

En la tabla se evidencia que todos contestaron a la pregunta, donde el 93,7% de los y las estudiantes sacaron los datos centrales que les permitieron resolver el problema matemático de manera correcta, mientras que el 6,3% operaron los datos de forma incorrecta, evidenciando la confusión que presentan los y las estudiantes entre las dos operaciones de suma y multiplicaciones en las fracciones.

**Imagen 59. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 13.**



En la imagen 59, se evidencia una respuesta correcta, la estudiante a partir de las distintas actividades que ha realizado en la hoja de trabajo ha logrado sacar los datos que le permitieron resolver el problema matemático, evidenciando el dominio del método cruzado que le permitió operar la suma de fracciones. La estudiante muestra que llegó al resultado de  $\frac{26}{8}$ , que significa que los dos pollos de la granja de la señora María pesan  $\frac{26}{8}$  kilos.

**Imagen 60. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 7.**

En la imagen 60, se observa una de las respuestas incorrectas, dado que no realizó la operación con el método cruzado, sino que multiplicó los numeradores y denominadores de las dos fracciones. De esto se comprende que la estudiante está confundiendo la operación de suma con la de multiplicación, ya que en esta se multiplican de manera directa los numeradores y denominador. Se evidencia que a pesar de las actividades ejecutadas la estudiante presenta dificultades en la comprensión y el uso del método como habitualmente se realiza con el algoritmo.

**Duodécima pregunta. Marca con una X en la applet y en la hoja de trabajo ¿Cuál es la opción correcta?**

$\frac{26}{8}$	$\frac{21}{8}$
<input type="radio"/> Opción 1	<input type="radio"/> Opción 2
$\frac{2}{8}$	$\frac{14}{12}$
<input type="radio"/> Opción 3	<input type="radio"/> Opción 4

La duodécima pregunta tiene el propósito que los y las estudiantes seleccionen de las cuatro opciones la respuesta correcta y si no seleccionan la respuesta correcta le saldrá una X que significa que la respuesta es incorrecta siendo esta una estrategia de control para que los y las estudiantes tuvieran la posibilidad de revisar de nuevo los procedimientos de la solución del problema matemático.

Tabla N°41:

Correcto	Incorrecto	No contestó
8 (50%)	5 (31,3%)	3 (18,7%)

*Fuente: elaboración propia*

En la tabla se observa que 50% de los y la estudiantes seleccionaron la respuesta correcta a la pregunta, mientras que el 31,3% de los y las estudiantes seleccionaron las respuestas incorrectas, el 18,7% de los y las estudiantes no seleccionaron ninguna de las respuestas, de esto se evidencia que los y estudiantes no resolvieron el problema matemático de la pregunta anterior, dado que este le daba el resultado para la selección.

**Imagen 61. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 1.**

Cual es la opción correcta \*

Marca solo un óvalo.

$$\frac{26}{8}$$
☒ Opción 1

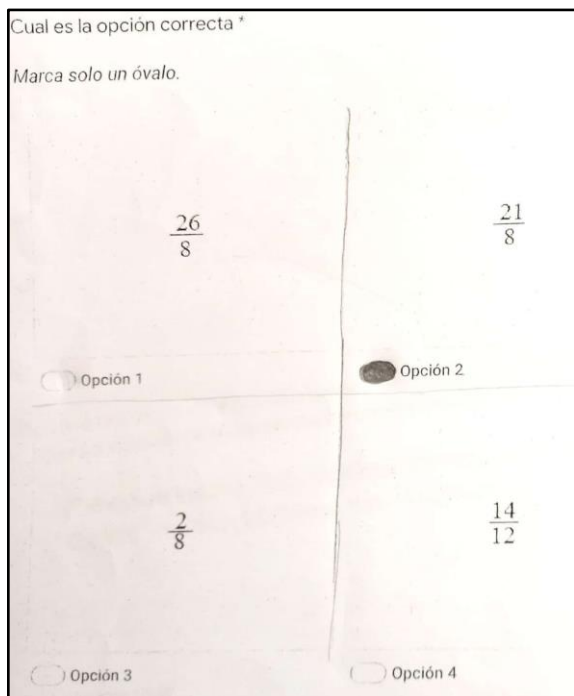
$$\frac{21}{8}$$
☐ Opción 2

$$\frac{2}{8}$$
☐ Opción 3

$$\frac{14}{12}$$
☐ Opción 4

En la imagen 61, se presenta una respuesta correcta puesto que por medio de la resolución del problema matemático el estudiante seleccionó la respuesta correcta y da respuesta a la pregunta.

**Imagen 62. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 3.**



En la imagen 62, se evidencia una respuesta incorrecta, ya que el estudiante seleccionó una de las respuestas incorrectas. Se observa que el estudiante no logró utilizar un método que le permitiera operar de forma adecuada para llegar al resultado deseado.

**Undécimo pregunta. ¿Qué método utilizaste para resolver el problema? Justifica tu respuesta**

La undécima pregunta tiene como fin de que los y las estudiantes mencionen detalladamente qué método les fue útil para resolver el problema matemático, además deben escribir los procedimientos que le permitieron llegar a dicha solución.

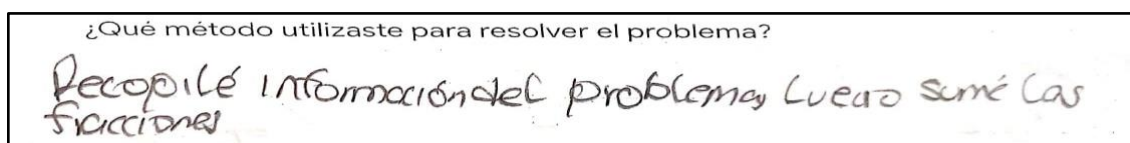
Tabla N°42:

Correcto	Incorrecto	No contestó
15 (93,7%)	1 (6,3%)	0

*Fuente: elaboración propia*

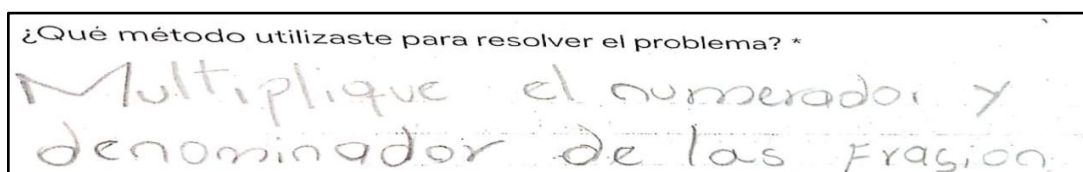
En la tabla se evidencia que el 93,7% de los y las estudiantes lograron justificar de manera adecuada el método que utilizaron para resolver el problema matemático dado, describiendo las estrategias heurísticas utilizadas, mientras que 6,3% de los y las estudiantes respondió de forma incorrecta mostrando sus dificultades que presentó al momento de resolver el problema dado; sin embargo se evidencia un progreso significativo en la ejercitación y resolución de problema con el uso del software GeoGebra, logrando exitosamente llevar a cabo las actividades de la hoja de trabajo.

**Imagen 63. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 13.**



En la imagen 63, la estudiante responde en su manuscrito correctamente, donde describe detalladamente el método que utilizó para resolver el problema matemático, siendo este método el que plantea Polya. Del mismo modo se evidencia que la estudiante presenta la habilidad de pasar de un lenguaje natural a un lenguaje numérico.

**Imagen 64. hoja de trabajo N°2 estudiante No. 7.**



En la imagen 64, se muestra una respuesta incorrecta, porque el estudiante utiliza un método que no le permite resolver el problema matemático como se quiere, dado que lo primero que hace es multiplicar los numeradores y denominadores de ambas fracciones, de esto se comprende que el estudiante no tiene los conocimientos para diferenciar qué método le sirve para operar suma de fracciones.

#### **4.3.6. Consideraciones finales**

Con respecto a la prueba diagnóstica que se llevó a cabo inicialmente en el trabajo de grado se evidenció que el 54,4% de los y las estudiantes presentaban dificultades en los elementos fundamentales de las fracciones, en el sistema de representaciones, en las operaciones básicas (suma y resta) de las fracciones como relación parte-todo. En contraste, al implementar la hoja de trabajo N°2 el 74% de los y las estudiantes lograron obtener un mayor rendimiento porcentual, disminuyendo sus dificultades y mostrando un gran progreso de la comprensión de las fracciones como relación parte-todo, en los sistemas de representaciones y en la operación de la resta. Seguidamente se presentan los aspectos que describen el impacto:

- Es fundamental reconocer que la combinación de las actividades de la hoja de trabajo y el software GeoGebra logro permitir que los y las estudiantes presenten mayor interés y se involucraran en el proceso de aprendizaje de la fracción como relación parte-todo, a tal punto que lograban identificar y corregir lo que realizaban de manera errónea y se puede observar por los tachones que realizaron al momento de borrar.
- La integración del software GeoGebra y las herramientas que la componen fue necesario porque permitió que los y las estudiantes lograran observar las características y los elementos fundamentales de las fracciones como relación parte-todo, dándoles la posibilidad de desarrollar estrategias heurísticas y de control.
- Al realizar una comparación entre la Hoja de trabajo N° 1 con la Hoja de trabajo N° 2, se puede afirmar que el desempeño de los y las estudiantes en la Hoja de trabajo N° 2 ha crecido de manera satisfactoria en su proceso de aprendizaje y ha disminuido las respuesta incorrectas y las que no generan ningún tipo de respuestas en todas las preguntas.

- Se puede afirmar que cuando los y las estudiantes realizaron la implementación de la hoja de trabajo N°2 con el software GeoGebra les permitió progresar de manera significativa en la comprensión de la operación de suma de fracciones como relación parte-todo, en el método cruzado y en la resolución de problemas matemáticos con el método de Polya (1945), ya que fue necesario porque les permitió a los y las estudiantes la reorganización y simplificación de los conocimientos previos y nuevos.
- En las preguntas 1, 2 y 11 el desempeño de los estudiantes es bajo, la mayoría de las respuestas son incorrectas o no contestan las preguntas. De esto se comprende que los y las estudiantes no lograron fortalecer su proceso de aprendizaje al momento de interactuar con la applet, ya que la pregunta 1 estaba orientada hacia el movimiento de los deslizadores para visualizar las diferentes representaciones circulares de fracciones que generaba la applet. En la pregunta 2 pocos estudiantes presentaron dificultades y alcanzaron a construir su aprendizaje en la ejercitación de suma de fracciones mediado con el software GeoGebra. La pregunta 11 está relacionada con la resolución de problemas, donde se evidencia que los y las estudiantes no lograban plantear los métodos utilizados para resolver problemas.
- En las preguntas 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9 el rendimiento de los y las estudiantes va aumentando respecto a las respuestas correctas. Las preguntas 3, 4, 5 y 6 estuvieron orientadas para que los estudiantes plantearan un ejercicio de sumas de fracciones, luego lo resolvieran y mencionarán qué estrategia utilizaron para resolverlo y por último realizarán una comparación con el resultado que genera la applet. Las preguntas 7, 8, 9, 10 y 12 estuvieron orientadas a la resolución de problemas donde se evidencia que los y las estudiantes mejoraron en la argumentación y resolución de problemas.

#### **4.4. ANÁLISIS DE LA HOJA DE TRABAJO N°3: RESTA DE FRACCIONES**

##### ***4.4.1. Descripción de la actividad***

En la actividad 3 se plantea la hoja de trabajo N° 3 llamada “Resta de fracciones” se aplicó el 10 de junio de 2022. Me gustaría dejar claro, que la Hoja de trabajo N° 3 está relacionada con la Hoja de trabajo N° 2 respecto a las actividades que se diseñaron en las Hojas de trabajo, la diferencia es que en cada una se están trabajando operaciones distintas, es decir, en la Hoja de trabajo N° 2 la operación que se trabaja es la suma y en la hoja de trabajo N° 3 la operación que se aborda es la resta del objeto matemático.

Por otro lado, en la actividad los y las estudiantes logran explorar e interactuar con los elementos fundamentales de la operación sustracción en fracción con relación parte-todo.

La Hoja de trabajo N° 3 la constituyen dos ejercicios y un problema reales enfocados en el contexto de los y las estudiantes, estos estaban diseñados en el software GeoGebra. Se elaboraron 10 preguntas en el formulario de Google orientadas a ampliar el campo de aplicación y resolución de problemas de los conceptos aprendidos por los y las estudiantes y mejorar la comprensión tanto de la operación sustracción en la fracción con relación parte-todo como la resolución de problemas relacionada con la sustracción.

##### ***4.4.2. Objetivos***

- Identificar las estrategias heurísticas y de control utilizadas por los y las estudiantes de quinto grado en la resolución de problemas en la sustracción de fracciones.
- Analizar el impacto del empleo de tecnología en el aprendizaje de la fracción con relación parte-todo en operación de sustracción.

- Analizar cómo comprenden, resuelven, argumentan y qué procedimientos utilizan los y las estudiantes para la resolución de problemas.

#### ***4.4.3. condiciones de aplicación***

La Hoja de trabajo N° 3 fue realizada por 16 estudiantes de grado quinto con edades comprendidas entre 9 y 11 años, se dispuso de 3 horas para implementación de esta hoja de trabajo y se realizó de forma presencial el día 10 de junio de 2022 en la sala de sistemas.

Para el desarrollo de la Hoja de trabajo N° 3 se presentó a los y las estudiantes la tercera actividad llamada “Resta de fracciones” diseñada en el software GeoGebra para la exploración, arrastre, interacción, visualización, uso de las diferentes herramientas para la comprensión del objeto matemático y resolución de problema, mediante 10 preguntas que elaboraron en el cuestionario de Google.

#### **4.4.4. Análisis cuantitativo**

La siguiente tabla presenta los resultados obtenidos de la Hoja de trabajo N° 3.

Tabla N°43. Resultados obtenidos de la hoja de trabajo N°3:

N° de estudiantes	N° de preguntas										Total de puntos	Porcentaje
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10		
1	2	2	2	2	1	1	2	2	2	2	18	90%
2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	19	95%
3	2	2	2	1	1	1	1	2	1	1	14	70%
4	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	20	100%
5	1	2	2	1	2	2	2	2	2	2	18	90%
6	1	0	2	2	2	2	2	1	2	2	16	80%
7	1	2	2	2	2	2	2	2	1	1	17	85%
8	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	20	100%
9	2	0	2	2	2	2	2	0	2	2	16	80%
10	1	2	2	1	2	2	1	2	2	2	17	85%
11	1	2	2	1	2	2	2	2	2	2	18	90%
12	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	19	95%
13	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	20	100%
14	2	2	2	2	0	0	2	2	2	2	16	80%
15	0	0	2	0	2	2	2	2	2	2	14	70%
16	2	0	2	2	2	1	2	2	2	2	17	85%
total	24	24	32	26	28	26	30	29	30	30	279	87%

Tabla N°43. Resultados obtenidos de la hoja de trabajo N°3:

En la actividad 3 se plantea la Hoja de trabajo N° 3 llamada “Resta de fracciones”, las preguntas 1 y 2 consistió en que los y las estudiantes movieran o desplazaran cada uno de los deslizadores de numerador y denominador para observar las diferentes fracciones que se construían en las representaciones circulares y como estas también se podían construir las fracciones al momento de colocar cualquier número natural en las casillas de numerador y denominador.

La segunda parte de la actividad se plantaron las preguntas 3 y 4 con seis casos de sustracción de fracción con relación parte-todo, los estudiantes deben resolverlo de manera tradicional (lápiz y papel) la sustracción de fracciones y luego dirigirse a la Hoja de trabajo N° 3 y colocar los números naturales en las casillas de numerador y en las casillas del denominador, para resolver las suma de fracción que se observa en la applet y coloca el resultado en el espacio dado, con el propósito de hacer un contraste entre los resultados dados y argumentar que tipo de procedimiento realizó para llegar a la solución de la suma de fracciones.

La tercera parte de la actividad se proponen las preguntas 5, 6 y 7 donde los y las estudiantes daban un ejercicio de sustracción de fracciones, luego lo resolvieron y comparan si llegó al mismo resultado que arrojó la applet.

La cuarta parte de la actividad se proponen un problema llamado “Compra de leche en el supermercado CARIBE” con las preguntas 8, 9 y 10 en esta actividad los y las estudiantes resolvieron el problema argumentando y justificaron cuántos litros de leche quedaron en la nevera de la señora María, luego plantearon el método utilizado para resolver el problema, por último colocaron el número que representaba la opción correcta en la Hoja de trabajo.

Tabla N°44. Resultados obtenidos de la hoja de trabajo N°3:

Media	17,4 (87,2%)
Desviación típica	15,7
Coeficiente variacional	18,0

Tabla N°44. Resultados obtenidos de la hoja de trabajo N°3 con los indicadores estadísticos.

La media de los y las estudiantes fue de 17,4 de 16 que equivale a un 87,2%, al analizar este porcentaje fue alto en cuanto a sus respuestas correctas y su coeficiente de variación fue del 18% lo que nos indica que ha disminuido respecto a las hojas de trabajo N° 1 y N° 2.

#### ***4.4.4.1. Análisis cuantitativo global***

En los siguientes gráficos se presentan los resultados generales de la hoja de trabajo N° 3:

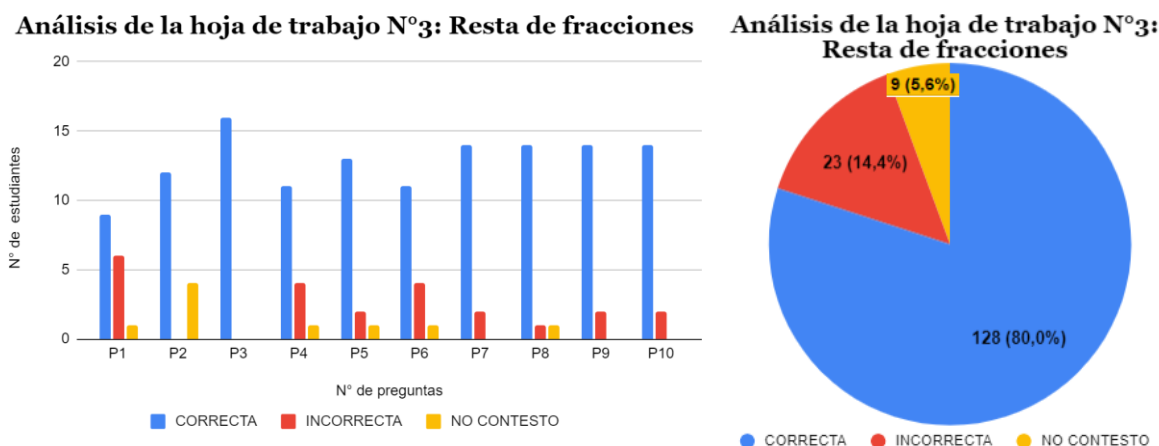


Figura 11. Resultados globales de la hoja de trabajo N°3.

Con respecto a el porcentaje de respuesta correctas es de 80% es un porcentaje muy alto y se identificó que el porcentaje aumentó respecto a la hoja de trabajo N° 2, se observa que el porcentaje de las respuestas incorrectas es de 14,4% va disminuyendo el porcentaje a medida que los y las estudiantes avanzan en la hoja de trabajo.

#### 4.4.5. Análisis cualitativo

En la primera parte de la hoja de trabajo N °3 mueve cada uno de los deslizadores de numerador y denominador.

**Primera pregunta. Al mover los deslizadores responde: ¿Qué puedes observar de la representación circular y fracción que se muestra?**

La primera pregunta tiene como propósito de que los y las estudiantes por medio del uso del software GeoGebra logren tener un acercamiento en cada una de las representaciones gráficas circular y numérica del objeto matemático, con el fin de que puedan establecer una relación entre las representaciones dadas.

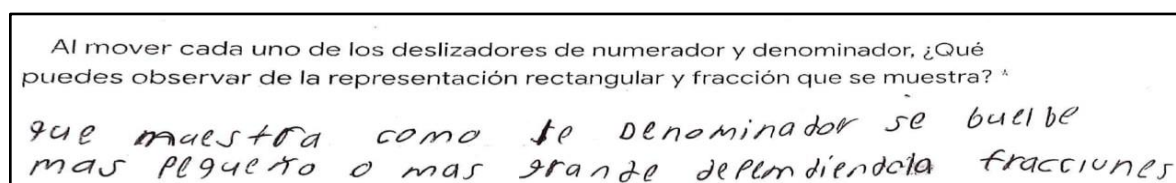
Tabla N°45:

Correcto	Incorrecto	No contestó
9 (56,2%)	6 (37,5%)	1 (6,3%)

*Fuente: elaboración propia*

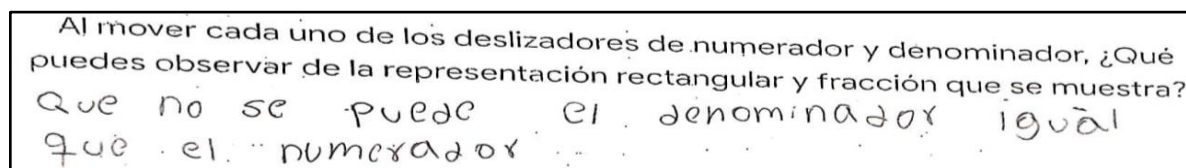
En la tabla 45, se evidencia que 56,2% de los y las estudiantes contestaron de manera correcta, el 43,8 % (7 estudiantes) contestaron de manera incorrecta. Dicho lo anterior, se observa que los y las estudiantes para esta actividad utilizaron habilidades de visualización, arrastre de la herramienta deslizador para identificar la relación entre las representaciones circular y numérica que se muestra en la applet. Además identificaron que cada vez que movían el deslizador las fracciones que estaban representadas gráficamente cambiaban.

#### **Imagen 65. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 4.**



En la imagen 65, se evidencia una de las respuestas correctas, donde el estudiante describe que al momento de mover los deslizadores logró visualizar que las partes de una fracción cambian de tamaño, siendo referencia que el tamaño viene siendo el numerador (parte sombreada del entero) y denominador (partes dividida del entero).

#### **Imagen 66. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 5.**



En la imagen 66, se observa una respuesta incorrecta, porque el estudiante afirma que al mover los deslizadores el numerador no puede ser igual que el denominador. De lo anterior se comprende que el estudiante no tiene conocimiento de la fracción igual a la unidad, dado que si

mueve los deslizadores las fracciones que se representan gráficamente y numéricamente pueden ser fracciones propia, impropia e igual a la unidad. Por lo tanto el estudiante no cumple con el propósito de la actividad.

**Segunda pregunta. ¿Qué sucede con la gráfica y las fracciones cuando mueves los deslizadores?**

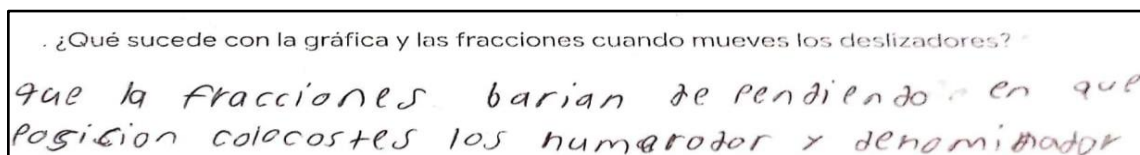
Tabla N°46:

Correcto	Incorrecto	No contestó
12 (75%)	0	4 (25%)

*Fuente: elaboración propia*

En la tabla 46, se evidencia que 75% de los y las estudiantes contestaron correctamente al escribir con las estrategias que le permitieron comprender qué pasa con la gráfica y las fracciones cuando mueves los deslizadores y el 25% de los estudiantes no contestó, esto permite entender que los y las estudiantes a pesar de que interactuaron con las herramientas del software GeoGebra no lograron desarrollar la habilidad de visualización.

**Imagen 67. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 10.**



En la imagen 67, se muestra una de las respuestas correctas, sin embargo el estudiante mala ortografía, pero dice que visualizó por medio del arrastre de los deslizadores la variación de las fracciones ya que depende la posición en que se coloquen los deslizadores que corresponde al numerador y denominador.

En la segunda parte de la actividad tiene la intención de colocar los números naturales en las casillas de numerador y en las casillas del denominador del applet.

**Tercera pregunta. Resuelve las resta de fracción que se observa en la applet y coloca el resultado en el espacio dado.**

Cantidad de fracciones	Casos de resta de fracciones
A	$\frac{6}{8} - \frac{2}{3}$
B	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$
C	$\frac{3}{7} - \frac{2}{8}$
D	$\frac{1}{5} - \frac{1}{9}$
E	$\frac{6}{6} - \frac{6}{8}$
F	$\frac{5}{6} - \frac{2}{4}$

Procedimiento y resultado del caso A:
Procedimiento y resultado del caso B:
Procedimiento y resultado del caso C:
Procedimiento y resultado del caso D:
Procedimiento y resultado del caso E:
Procedimiento y resultado del caso F:

La tercera pregunta tiene la intención de que los y las estudiantes resuelvan de forma tradicional (lápiz y papel) la resta de fracciones y luego dirigirse a la applet y colocar los

números naturales en las casillas de numerador y en las casillas del denominador, para resolver las restas de fracción que se observa en la applet y coloca el resultado en el espacio dado, con el propósito de hacer un contraste entre los resultados dados y argumentar que tipo de procedimiento realizó para llegar a la solución de la suma de fracciones.

Tabla N°47:

Correcto	Incorrecto	No contestó
16 (100%)	0	0

*Fuente: elaboración propia*

En la tabla 47, se observa que el 100% de los y las estudiantes contestaron de manera correcta la pregunta. Lo anterior permite comprender que los y las estudiantes en la implementación de las actividades lograron desarrollar habilidades y estrategias, puesto que ya conocían el método cruzado que les permitía resolver los ejercicios propuestos.

### Imagen 68. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 15.

Resultado de A:  $\frac{6}{8} - \frac{2}{3} = \frac{18-16}{24} = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$

Resultado de B:  $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{4-2}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

Resultado de C:  $\frac{3}{7} - \frac{2}{8} = \frac{24-14}{56} = \frac{10}{56} = \frac{5}{28}$

Resultado de D:  $\frac{1}{5} - \frac{1}{9} = \frac{9-5}{45} = \frac{4}{45}$

Resultado de E:  $\frac{3}{6} - \frac{6}{8} = \frac{48-36}{48} = \frac{12}{48} = \frac{1}{4}$

Resultado de F:  $\frac{5}{6} - \frac{2}{4} = \frac{20-12}{24} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$

En la imagen 68, se observa una de las respuestas correctas, porque el estudiante muestra que conoce el método cruzado que le permite operar resta de fracciones, mostrando sus conocimientos y desarrollando habilidades para la solución de los ejercicios propuestos. Además se evidencia que el estudiante aunque realiza la solución de los ejercicios, también simplifica los resultados de las fracciones obtenidas realizando una equivalencia de fracciones.

**Cuarta pregunta. ¿Qué procedimiento utilizaste para llegar a la solución de la suma de fracciones?**

La cuarta pregunta tiene la intención de que los y las estudiantes justifique qué tipo de procedimientos realizan al momento de resolver cada uno de los ejercicios de sumas de fracción con relación parte-todo que se plantearon en la segunda parte de la actividad de la hoja de trabajo N°2.

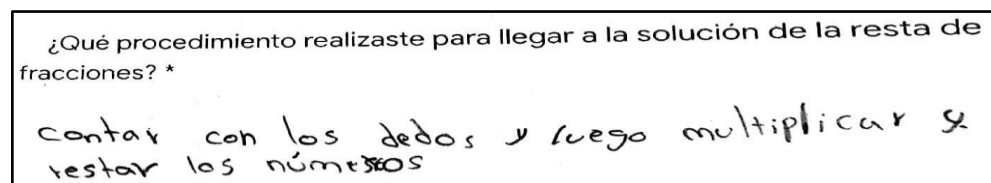
Tabla N°48:

Correcto	Incorrecto	No contestó
11 (68,7%)	4 (25%)	1 (6,3%)

*Fuente: elaboración propia*

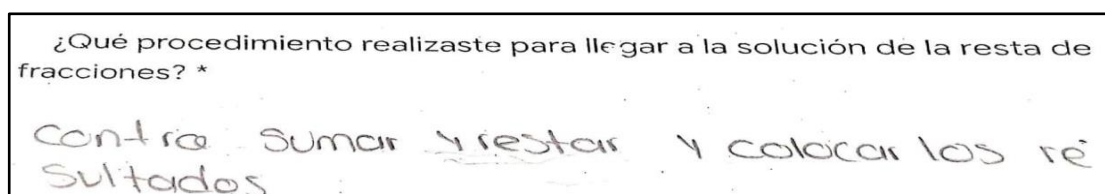
En la tabla se muestra que 68,7% de los y las estudiantes respondieron de manera correcta, consiguieron operar de manera adecuada la resta de fracciones de forma tradicional y con el uso del software GeoGebra. Por otra parte, el 25% de los y las estudiantes contestaron de manera incorrecta, lo que muestra que los y las estudiantes no desarrollan adecuadamente las estrategias, y 6,3% no contestaron la pregunta.

**Imagen 69. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 2.**



En la imagen 69, se muestra una de las respuestas correctas de la estudiante, donde uno de ellos justifica en su manuscrito que el procedimiento que realizó para solucionar el ejercicio de la operación de resta de fracciones, dice que primero contó con los dedos, luego multiplicó y por último restó los números, de esto se comprende que el estudiante procesa y representa la información de forma numérica, para luego utilizar el método cruzado para realizar las operaciones que se requieren.

**Imagen 70. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 5.**



En la imagen 70, se observa que el estudiante responde incorrectamente, porque en el manuscrito el estudiante dice que inicialmente contó, luego sumó y restó, y por último colocó los resultados, por lo que se nota que el estudiante no cumple con el objetivo de la actividad, puesto que no satisface ni establece el procedimiento para resolver el ejercicio, ya que dice que realiza una suma y en la implementación de esta hoja de trabajo N°3 no se trabaja la operación suma.

En la tercera parte de la actividad 2, debes proponer un ejercicio de resta de fracción con relación parte-todo. Luego lo debes resolver para hacer una comparación con el resultado que te genera el applet.

Da clic en la casilla ver solución y compara tu resultado con la solución que se te da en la applet responde:

**Quinta pregunta. ¿A qué resultado llegaste?**

La quinta pregunta tiene como propósito de esta pregunta es que los y las estudiantes propongan un ejercicio de resta de fracción con relación parte-todo y lo puedan resolver para

luego colocar los dados en el applet y hacer una comparación con el resultado que el estudiante obtuvo con el resultado obtenido de la solución de la applet, para ver el resultado los y las estudiantes deben de dar clic en la casilla ver solución y responder a qué resultado llegó.

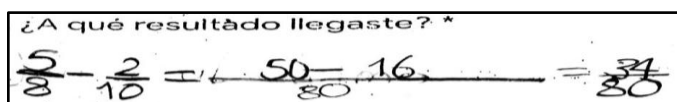
Tabla N°49:

Correcto	Incorrecto	No contestó
13 (81,2%)	2 (12,5%)	1 (6,3%)

*Fuente: elaboración propia*

En la tabla 49, se observa que 12,5 % de los y las estudiantes no lograron proponer y resolver un ejercicio de resta de fracciones, el 81,2% de los y las estudiantes si llevaron a cabo la implementación del ejercicio que presentaron, y el 6,3% no contestaron la respuesta.

**Imagen 71. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 13.**

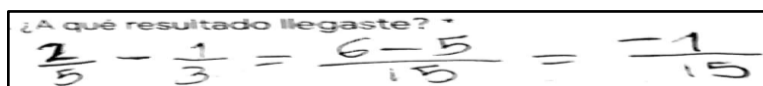


¿A qué resultado llegaste? \*

$$\frac{5}{8} - \frac{2}{10} = \frac{50}{80} - \frac{16}{80} = \frac{34}{80}$$

En la imagen 71, se evidencia una de las respuesta correctas de los y las estudiantes, donde se nota que la estudiante propone un ejemplo y lo resuelve, mostrando que presenta un buen conocimiento de la operación de resta de las fracciones.

**Imagen 72. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 3.**



¿A qué resultado llegaste? \*

$$\frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{6-5}{15} = \frac{-1}{15}$$

En la imagen 72, se observa una respuesta incorrecta porque la estudiante logró realizar del método cruzado para llevar a cabo la operación de resta de fracciones, pero cuándo resto los números se evidencia que la estudiante colocó mal resultado cambiándole el signo al número que está en el numerador de la fracción. Con este resultado se nota que la estudiante no tiene claro

cuándo un número es mayor que otro y que presenta dificultades en la operación de resta de números enteros positivos.

**Sexta pregunta. ¿Llegaste al mismo resultado de la applet o a otro? ¿Cuál?**

La sexta pregunta está relacionada con la quinta pregunta, porque a partir del resultado de la applet y el obtenido por parte de los y las estudiantes al momento de resolver el ejercicio de resta de fracciones con relación parte-todo que propusieron, deben de realizar una comparación y ver si llegó al mismo resultado de la applet o a otro y si llegó a otro mencionar cuál.

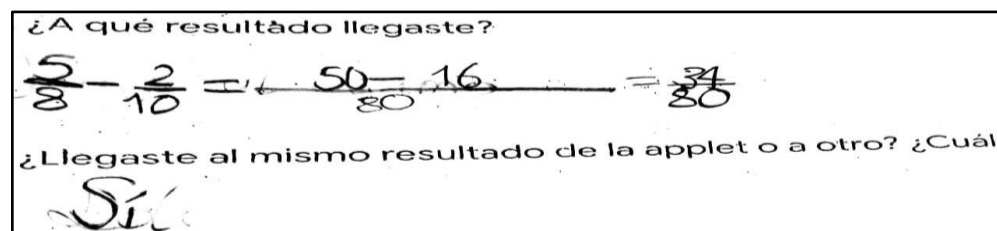
Tabla N°50:

Correcto	Incorrecto	No contestó
11 (68,7%)	4 (25%)	1 (6,3%)

*Fuente: elaboración propia*

En la tabla 50, se evidencia que el 68,7% lograron llegar al mismo resultado que les proporcionaba la applet, con el fin de establecer una comparación si llegaron al mismo resultado o a otro, el 25% de los y las estudiantes no obtuvieron los mismos resultados, ya que los procedimientos que realizaron los y las estudiantes en la solución del ejercicio fueron erróneos, y el 6,3% no contestó la pregunta.

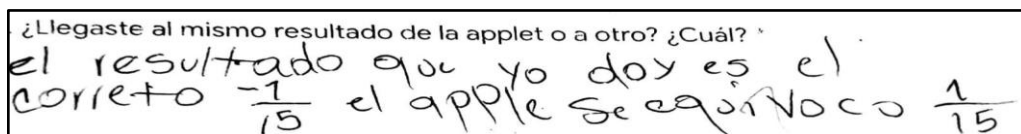
**Imagen 73. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 13.**



En la imagen 73, se observa una respuesta correcta, cabe mencionar que esta pregunta está relacionada con la quinta pregunta porque se quiere que la estudiante proponga un ejercicio

de resta de fracciones y que lo resuelvan y luego lo comparen con el resultado que les arroja el applet, esto con el fin si los y las estudiantes llegaron al mismo resultado que la applet o a otro.

**Imagen 74. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 3.**



En la imagen 74, se presenta una respuesta incorrecta, a pesar de que la estudiante realizó todo el procedimiento con el método cruzado llegó a un resultado diferente al que le dio la applet, esto fue porque la estudiante restó los números mal, esto se da porque la estudiante no comprende el papel que cumple la desigualdad de dos números enteros positivos. Además afirma que el applet se equivocó porque no le dio el mismo resultado que obtuvo él, de aquí se comprende que la estudiante no reconoce sus dificultades que presenta en la solución de este ejercicio que propuso.

**Séptima pregunta. ¿Qué estrategia utilizaste para solucionar el ejercicio?**

La séptima pregunta tiene una relación con la quinta y la sexta pregunta, que tiene como propósito que los y las estudiantes argumenten que tipo de estrategia heurística usaron para la solución del ejercicio que ellos y ellas propusieron.

Tabla N°51:

Correcto	Incorrecto	No contestó
14 (87,5%)	2 (12,5%)	0

*Fuente: elaboración propia*

En la tabla se evidencia que el 87,5% de los y las estudiantes contestaron correctamente, escribiendo las estrategias que usaron para la solución del ejercicio propuesto por ellos mismos, el 12,5% de los y las estudiantes no contestaron correctamente.

**Imagen 75. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 13.**

¿Qué estrategia utilizaste para solucionar el ejercicio?  
Multipliqué los denominadores luego  
los numeradores con el resultado reste

En la imagen 75, se observa el manuscrito de la estudiante, donde plantea una respuesta correcta, la estudiante escribe que el tipo de estrategia que utilizó para resolver el ejercicio que propuso fue utilizar la multiplicación entre los numeradores y denominadores, luego el resultado obtenido realiza una resta. Esta estrategia que utilizó la estudiante le permitió resolver de forma deseada el ejercicio.

**Imagen 76. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 3.**

¿Qué estrategia utilizaste para solucionar el ejercicio? "  
sumar y como otro resultado

En la imagen 76, se evidencia que el estudiante responde de manera incorrecta, se nota que tiene una confusión en la operación matemática que está trabajando en la hoja de trabajo N°2, por ende las estrategias utilizadas no le permitió resolver el ejercicio que propuso en la quinta pregunta, ni mucho menos hacer un contraste con la sexta pregunta.

## **EVALUACIÓN**

### **Resuelve el problema.**

En la cuarta parte de la actividad 3, hay un problema llamado. Para poder resolver los problemas primero dirígete a la hoja de trabajo N°3 y lee con atención las situación del problema.

**Responde las siguientes preguntas:**



**Octava pregunta. ¿Cuántos litros de leche quedó en la nevera?**

En octava pregunta se propone un problema que están diseñados con respecto al contexto de los y las estudiantes, tiene como propósito que los y las estudiantes resuelvan el problema matemático teniendo en cuenta las actividades anteriores y a partir de sus conocimientos previos y con los conocimientos, estrategias y habilidades heurísticas que le generado al usar de la hoja de trabajo N°1 y N°2, para conjeturar y argumentar con claridad cuántos litros de leche quedó en la nevera.

Tabla N°52:

Correcto	Incorrecto	No contestó
14 (87,4%)	1 (6,3%)	1 (6,3%)

*Fuente: elaboración propia*

En la tabla se evidencia que el 87,4% de los y las estudiantes extrajeron la información importante permitiéndoles resolver el problema matemático de manera correcta, mientras que el 6,3% operaron los datos de forma incorrecta, utilizando métodos que no le favorecen a la resolución del problema matemático, y 6,3% no contestó a la pregunta.

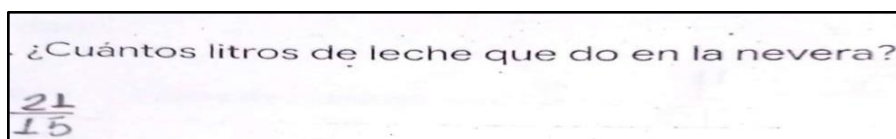
**Imagen 77. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 13.**

¿Cuántos litros de leche que do en la nevera?

$$\frac{5}{7} - \frac{3}{8} = \frac{40}{56} - \frac{21}{56} = \frac{19}{56}$$

En la imagen 77, se evidencia una respuesta correcta, la estudiante a partir de las distintas actividades que ha realizado en la hoja de trabajo ha logrado sacar los datos que le permitieron resolver el problema matemático, evidenciando el dominio del método cruzado que le permitió operar la resta de fracciones. La estudiante muestra que llegó al resultado de  $\frac{19}{56}$ , que significa que quedó en la nevera  $\frac{19}{56}$  litros de leche.

**Imagen 78. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 6.**



En la imagen 78, se observa una de las respuestas incorrectas, dado que no realizó la operación con el método cruzado, sino que multiplicó los numeradores de las dos fracciones y luego multiplica el denominador de la primera fracción con el numerador de la segunda fracción. Se evidencia que a pesar de las actividades ejecutadas en las hojas de trabajos la estudiante sigue presentando dificultades en la comprensión y el uso del método cruzado.

**Novena pregunta. ¿Qué método utilizaste para resolver el problema?**

La novena pregunta tiene como fin de que los y las estudiantes mencionen detalladamente qué método les fue útil para resolver el problema matemático, además deben escribir los procedimientos que le permitieron llegar a dicha solución.

Tabla N°53:

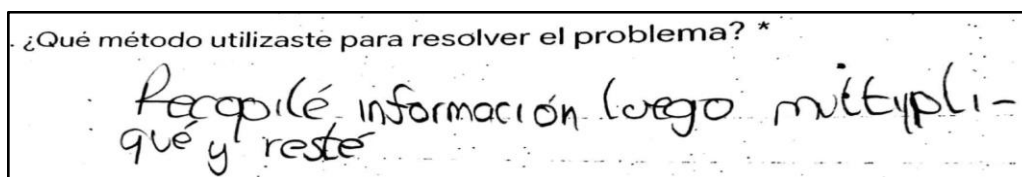
Correcto	Incorrecto	No contestó
14 (87,5%)	2 (12.5%)	0

*Fuente: elaboración propia*

En la tabla se evidencia que el 87,5% de los y las estudiantes lograron justificar de manera adecuada el método que utilizaron para resolver el problema matemático dado,

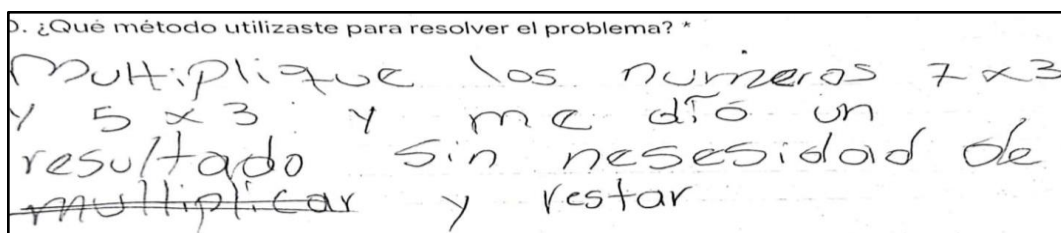
describiendo las estrategias heurísticas utilizadas, mientras que 12,5% de los y las estudiantes respondió de forma incorrecta mostrando sus dificultades que presentó al momento de resolver el problema dado; sin embargo se evidencia un progreso significativo en la ejercitación y resolución de problema con el uso del software GeoGebra, logrando exitosamente llevar a cabo las actividades de la hoja de trabajo.

**Imagen 79. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 13.**



En la imagen 79, la estudiante responde en su manuscrito correctamente, donde describe detalladamente el método que utilizó para resolver el problema matemático, ya que dice que lo primero que realizó fue recopilar la información siendo este método el que plantea Polya y por último operó con el método cruzado. Del mismo modo se evidencia que la estudiante presenta la habilidad de pasar de un lenguaje natural a un lenguaje numérico.

**Imagen 80. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 7.**



En la imagen 80, se muestra una respuesta incorrecta, porque el estudiante utiliza un método que no le permite resolver el problema matemático como se quiere, dado que lo primero que hace es multiplicar el denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda fracción, luego multiplica los numeradores de ambas fracciones, de esto se comprende que el

estudiante no tiene los conocimientos para diferenciar qué método le sirve para operar resta de fracciones.

**Décima pregunta. Marca con una X en la applet y en la hoja de trabajo ¿Cuál es la opción correcta?**

1)  $\frac{2}{56}$

☐ Opción 1

2)  $\frac{21}{15}$

☐ Opción 2

3)  $\frac{19}{56}$

☐ Opción 3

4)  $\frac{41}{1}$

☐ Opción 4

**Justifica tu respuesta**

**¿Por qué las demás opciones no son correctas?**

La décima pregunta tiene el propósito que los y las estudiantes seleccionen de las cuatro opciones la respuesta correcta de la solución del problema matemático.

Tabla N°54:

Correcto	Incorrecto	No contestó
14 (87,5%)	2 (12.5%)	0

*Fuente: elaboración propia*

En la tabla se observa que 87,5% de los y la estudiantes seleccionaron la respuesta correcta a la pregunta, mientras que el 12,5% de los y las estudiantes seleccionaron las respuestas incorrectas.

**Imagen 81. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 14.**

11. ¿Cuál de las cuatro opciones es la correcta? \*

Marca solo un óvalo.

1) $\frac{2}{56}$	2) $\frac{21}{15}$
<input type="radio"/> Opción 1	<input type="radio"/> Opción 2
3) $\frac{19}{56}$	4) $\frac{41}{1}$
<input checked="" type="radio"/> Opción 3	<input type="radio"/> Opción 4

Justifica tu respuesta \*

*Siempre haciendo la operación y rectificándola  
medio  $\frac{19}{56}$ .*

En la imagen 81, se presenta una respuesta correcta puesto que por medio de la resolución del problema matemático el estudiante seleccionó la respuesta correcta. Además el estudiante justifica su respuesta mencionando que al realizar la operación de forma correcta puede llegar a un resultado que sea equivalente a las opciones que se presentan.

**Imagen 82. hoja de trabajo N°3 estudiante No. 3.**

¿Cuál de las cuatro opciones es la correcta? \*

Marca solo un óvalo.

1)  $\frac{2}{56}$

☐ Opción 1

2)  $\frac{21}{15}$

☒ Opción 2

3)  $\frac{19}{56}$

☐ Opción 3

4)  $\frac{41}{1}$

☐ Opción 4

Justifica tu respuesta \*

Lo primero que hice fue multiplicar por  $7 \times 3$ .  $\times$   $5 \times 3$   $\times$  me dio  $\frac{27}{15}$

¿Por qué las demás opciones no son correctas? \*

Por que no son la respuesta correcta

En la imagen 82, se evidencia una respuesta incorrecta, ya que el estudiante seleccionó una de las respuestas incorrectas. Asimismo el estudiante justifica de manera equívoca presentando argumentos que no con el objetivo de la pregunta, ya que no logró usar un método que le permitiera operar de forma adecuada para llegar al resultado correcto.

**4.4.6. Consideraciones finales**

Las preguntas que se elaboraron para el desarrollo conjunto con la hoja de trabajo N° 3, son equivalente a las preguntas que se llevaron a cabo en la hoja de trabajo N°2, esta equivalencia se da porque estamos trabajando dos operaciones básicas (suma y resta), en la cual se quiere que los y las estudiantes fortalezcan o transformen su aprendizaje de las fracciones con

relación parte-todo en estas dos operaciones. Por esta razón se puede decir que en general ha aumentado las respuesta correctas de los y las estudiantes a medida que interactúan, arrastran y visualizan con el applet. Por otro lado, las respuestas incorrectas de los y las estudiantes van disminuyendo.

- En la implementación de la hoja de trabajo N°1 y N°2 los y las estudiantes desarrollaron estrategias heurísticas y de control, habilidades cognitivas matemática tales como la visualización, comparación, arrastre, identificación, interpretación, particularización y generalización para desarrollar y aumentar su capacidad de metacognición.
- El uso de las distintas representaciones (gráficas, numéricas, decimal y lenguaje natural) permite que los y las estudiantes obtuvieran un progreso significativo, ya que en la prueba diagnóstica su rendimiento fue de 12,5% y el hoja de trabajo N°3 fue de 75%, se puede afirmar que el proceso de aprendizaje en la implementación de esta hoja de trabajo fortaleció los conocimientos y género habilidades del método matemático usado.

#### **4.5. ANÁLISIS DE LA PRUEBA FINAL**

En este espacio, se llevará a cabo el análisis a partir de los resultados obtenidos por parte de los estudiantes en el momento de desarrollar la actividad propuesta.

Se realizó un formulario de Google para la evaluación final recopilando todas las preguntas fundamentales que se habían realizado tanto en la prueba diagnóstica como en las tres actividades.

#### ***4.5.1. Descripción de la actividad***

Se realizó un análisis de la prueba de evaluación final recopilando el desarrollo del conocimiento de los y las estudiantes inmediatamente después de realizar las actividades de las Hojas de trabajo.

La prueba de evaluación final tiene como propósito realizar un análisis comparativo del conocimiento con el que llegaron los y las estudiantes del objeto matemático antes de comenzar las actividades de las hojas de trabajo y el conocimiento con el que quedaron los y las estudiantes al finalizarlas. Esta prueba estuvo comprendida por 8 preguntas en las que trato de los conceptos inmersos en cada una de las actividades de las hojas de trabajo.

#### ***4.5.2. Objetivos***

El objetivo de la prueba de evaluación final es dar a conocer si los y las estudiantes construyeron y transformaron un aprendizaje significativo al usar herramientas tecnológicas sobre el objeto matemático tratado. También conocer si las hojas de trabajo diseñadas fueron pertinentes para el desarrollo de estrategias heurísticas y de control en la resolución de problemas.

#### ***4.5.3. condiciones de aplicación***

La prueba de evaluación final fue diseñada en un formulario de Google, la cual fue impresa con 8 preguntas abiertas. Esta prueba fue implementada de manera presencial el día viernes 10 de junio del 2022 en la sala de sistema, con una duración de 60 minutos, participaron 16 estudiantes de quinto grado con edades que oscilan entre los 9 y 11 años de edad.

#### 4.5.4. Análisis cuantitativo

La siguiente tabla presenta los resultados obtenidos de la prueba de evaluación final.

Tabla N°55. resultados obtenidos de la prueba de evaluación final:

N° de estudiantes	N° de preguntas								Total de puntos	Porcentaje
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8		
1	2	2	1	2	2	2	2	2	15	94%
2	1	2	2	2	2	1	2	2	14	88%
3	1	2	2	1	2	2	2	2	14	88%
4	1	2	2	2	1	2	2	2	14	88%
5	1	1	2	2	1	2	2	2	13	81%
6	1	2	1	2	2	2	1	1	12	75%
7	2	1	2	1	2	2	2	1	13	81%
8	2	2	2	2	2	2	2	2	16	100%
9	2	2	2	2	2	2	2	2	16	100%
10	1	2	2	2	1	2	1	2	13	81%
11	1	2	2	2	2	2	1	1	13	81%
12	1	2	1	2	2	1	2	2	13	81%
13	2	2	2	2	2	2	2	2	16	100%
14	1	2	1	2	2	1	2	2	13	81%
15	2	2	2	2	2	2	2	2	16	100%
16	1	2	2	2	2	2	2	2	15	94%
total	22	30	28	30	29	29	29	29	226	88%

Tabla N°55. Resultados obtenidos de la prueba de evaluación final.

Todas las preguntas que se elaboraron en la prueba de evaluación final están totalmente relacionadas con las preguntas de la prueba diagnóstica y con las hojas de trabajo con el propósito de hacer un contraste de los conocimientos de los y las estudiantes con el antes, durante y el después de la interacción con las diferentes actividades que integraban las Hojas de trabajo. Por lo anterior, no es necesario describir el propósito de cada pregunta porque en la prueba diagnóstica y con las hojas de trabajo ya se mencionaron.

Tabla N°56. resultados obtenidos de la prueba de evaluación final

Media	14,1 (88,3%)
-------	--------------

Desviación típica	12,32
Coefficiente variacional	0,14

Tabla N°56. resultados obtenidos de la prueba de evaluación final con los indicadores estadísticos.

El rendimiento de la media fue de 14,1 de 16 estudiantes lo que equivale un 88,3%, lo que significa un porcentaje alto en respuestas correctas y su coeficiente variacional es del 14% lo que denota que es un grupo heterogéneo de estudiantes.

#### 4.5.4.1. Análisis cuantitativo global

En los siguientes gráficos se presentan los resultados generales de la prueba de evaluación final:

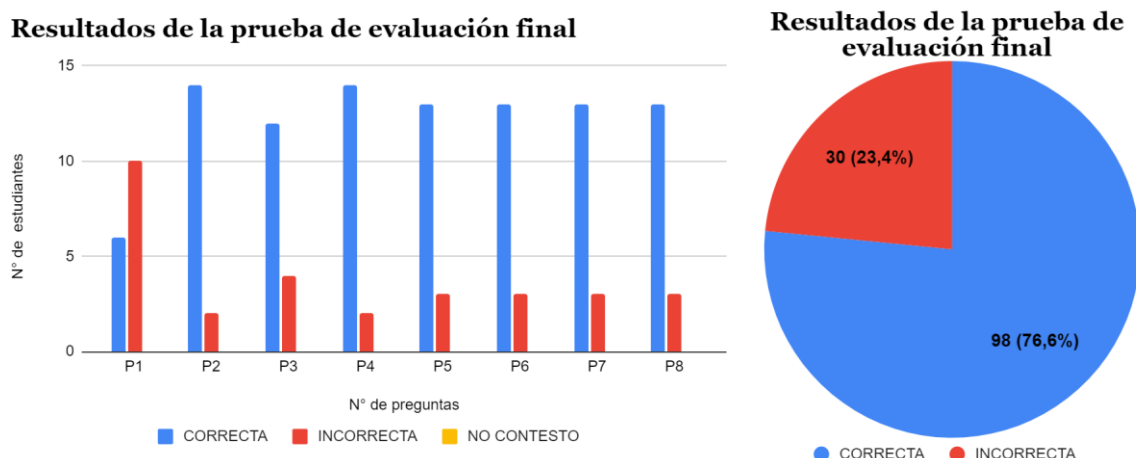


Figura 12. Resultados globales de la prueba de evaluación final.

Al observar los gráficos se puede analizar que el porcentaje de respuestas correctas es del 76,6% es un alto porcentaje, mientras que el porcentaje de respuestas incorrectas es del 23,4%.

Por medio de estos porcentajes se puede afirmar que el porcentaje de respuestas incorrectas va disminuyendo a medida que los y las estudiantes interactúan con las actividades de las Hojas

de trabajo. Por otro lado, el porcentaje de respuestas correctas va aumentando respecto a cada una de las hojas de trabajo.

#### 4.5.5. Análisis cualitativo

##### Primera pregunta. ¿Qué es una fracción?

se pretende alcanzar con esta pregunta que los y las estudiantes puedan argumentar que comprenden por una fracción, con el fin de conocer si la implementación de las actividades de las hojas de trabajo fortalecieron sus conocimientos.

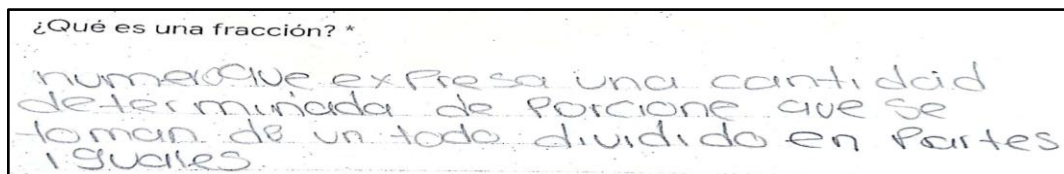
Tabla N°57:

Correcto	Incorrecto	No contestó
6 (37,5%)	10 (62,5%)	0

*Fuente: elaboración propia*

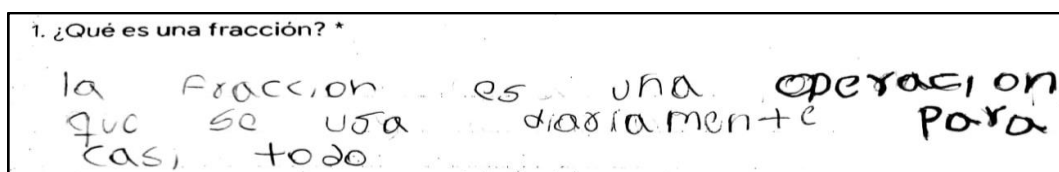
En la tabla #, se observa que el 62,5% de los y las estudiantes no lograron redactar correctamente lo que comprenden por una fracción, ya que no tuvieron la capacidad inferir mediante las actividades de las hojas de trabajo y por ende se obtuvieron estos resultados que se muestran en la tabla que no son reconfortante para el objetivo. Por otra parte, el 37,5% de los y las estudiantes respondieron de manera correcta, evidenciando que lograron construir sus conocimientos del objeto matemático.

##### Imagen 83. Prueba de evaluación final estudiante No. 7.



En la imagen 83, se observa una de las respuestas correctas, el estudiante muestra sus conocimientos y argumentos válidos, mencionando en su manuscrito lo que comprende por una fracción y da respuesta a la pregunta planteada.

#### Imagen 84. Prueba de evaluación final estudiante No. 3.



En la imagen 84, se presenta una respuesta interesante puesto que tiene claro que las fracciones hacen parte de nuestro diario vivir, sin embargo confunde el significado de fracción con una operación matemática, no hay que minimizar el argumento que da el estudiante para responder a la pregunta, pero de todos modos la respuesta es incorrecta.

#### Segunda pregunta. ¿Cuáles son las partes de una fracción?

En esta segunda pregunta tiene como finalidad de comprender si los y las estudiantes durante el desarrollo de las actividades de las hojas de trabajo llegaron a tener claridad en las partes que tiene una fracción.

Tabla N°58:

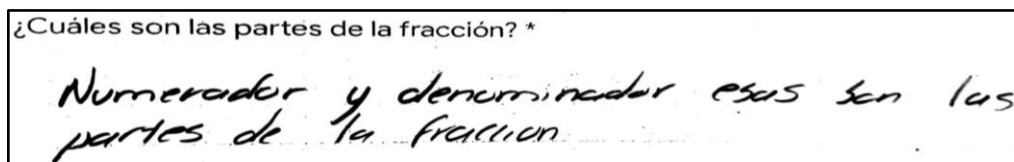
Correcto	Incorrecto	No contestó
14 (87,5%)	2 (12.5%)	0

*Fuente: elaboración propia*

En la tabla 58, se observa que el 87,5% de los y las estudiantes escribieron en su manuscrito correctamente lo que comprenden por las partes de una fracción, lo que significa que han logrado mejorar con respecto a rendimiento de la prueba diagnóstica, ya que fue un porcentaje mayor de respuestas acertadas. El 12,5% de los y las estudiantes respondieron de manera incorrecta, evidenciando que a pesar de haber llevado a cabo cada una de las hojas de

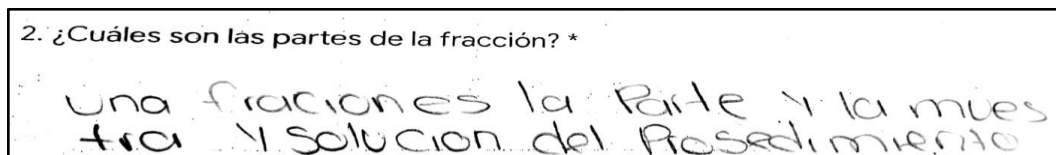
trabajo siguen presentando dificultades en la construcción del conocimiento del objeto matemático.

**Imagen 85. Prueba de evaluación final estudiante No. 3.**



En la imagen 85, se evidencia una respuesta correcta, donde se logra observar que el estudiante identifica y comprende con claridad las partes de una fracción eso quiere decir que las actividades de las hojas de trabajo retroalimenta al estudiante.

**Imagen 86. Prueba de evaluación final estudiante 7.**



En la imagen 86, se evidencia la confusión con las partes de una fracción que sigue presentando el estudiante, ya que su argumentación no logra captar la idea esencial de lo que quiere decir, por lo anterior esta respuesta es incorrecta, porque no cumple con el objetivo de la pregunta.

**Tercera pregunta. ¿Cómo se representan las fracciones? Escribe tres representaciones distintas de una fracción.**

La pregunta tres tiene como propósito que los y las estudiantes argumenten cómo se representan las fracciones, asimismo realizar ejemplos de las diferentes representaciones gráficas, numéricas, decimal y lenguaje natural que conozcan de las fracciones.

Tabla N°59:

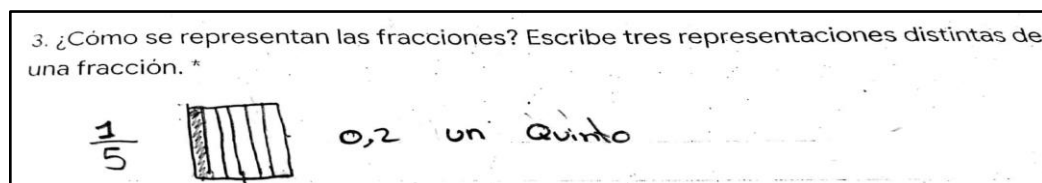
Correcto	Incorrecto	No contestó
12 (75%)	4 (25%)	0

*Fuente: elaboración propia*

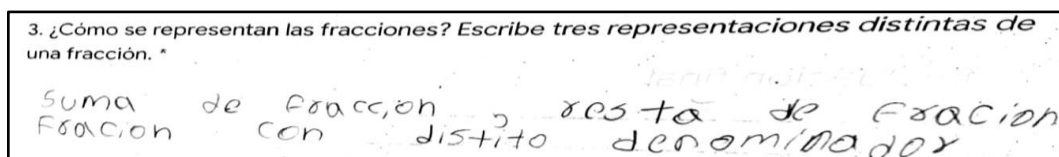
En la tabla 59, se evidencia que el 75% de los y las estudiantes respondieron correctamente a la pregunta, donde se observa que la implementación de las hojas de trabajo les aportó conocimientos para reconocer las diferentes representaciones que tienen las fracciones, sean como las representaciones gráficas, numéricas, decimal y lenguaje natural.

Sin embargo el 25% de los y las estudiantes no dan una respuesta correcta, a pesar de que trabajo las diferentes representaciones en cada una de las hojas de trabajo, no lograron hacer una deducción clara y por ende no respondieron a las pregunta de forma correcta.

### **Imagen 87. Prueba de evaluación final estudiante No. 2.**



En la imagen 87, se evidencia una respuesta correcta, donde la estudiante propone cuatro ejemplos diferentes de representaciones de una fracción, es evidente que los resultados que obtuvieron la estudiante en la prueba diagnóstica fue menor, y cuándo implementaron las hojas de trabajo les permitió reconocer que no solo hay un tipo de representación en las fracciones, sino que existen más y esto permitió tener un mayor rendimiento al estudiante en esta pregunta. Por lo tanto el estudiante cumple con el objetivo de la pregunta completamente.

**Imagen 88. Prueba de evaluación final estudiante No. 14.**

En la imagen 88, se puede observar una respuesta incorrecta, donde el estudiante no comprende y no tiene en cuenta que cuando se habla de representaciones están hablando de contenidos de expresiones ya sean gráficas, simbólicas, numéricas y verbales en las que se puede establecer las fracciones. El estudiante da entender en su manuscrito que las representaciones de una fracción son las operaciones de suma y resta de una fracción con diferente denominador y esta no es una solución correcta a la pregunta, porque no cumple con el objetivo de esta.

**Cuarta pregunta. ¿Cuál es el papel que juega el NUMERADOR en una fracción?**

La cuarta pregunta tiene como propósito comprender qué tipo de conocimiento obtuvieron los y las estudiantes en la implementación de las hojas de trabajo acerca del término numerador de una fracción.

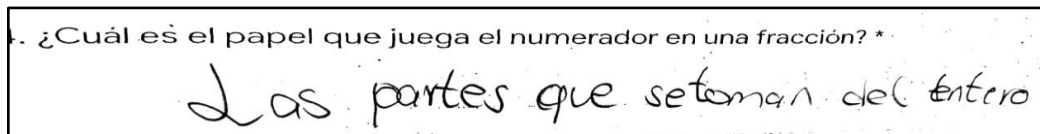
Tabla N°60:

Correcto	Incorrecto	No contestó
14 (87,5%)	2 (12.5%)	0

*Fuente: elaboración propia*

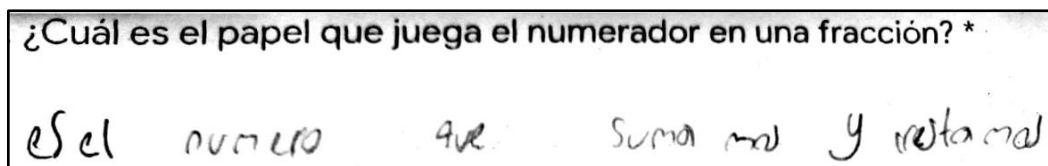
En la tabla 60, se observa que 87,5% de los y las estudiantes contestaron correctamente planteando argumentos claros y concretos. Por otro lado el 12,5% de los y las estudiantes no respondieron correctamente la pregunta, esto se da porque él no tiene claridad y desconoce aún el papel que juega el numerador en una fracción.

**Imagen 89. Prueba de evaluación final estudiante No. 13.**



En la imagen 89, se evidencia una respuesta correcta, la estudiante afirma que el numerador viene siendo las partes que se toman de un entero, haciendo referencia al entero al número que está en el numerador de una fracción.

**Imagen 90. Prueba de evaluación final estudiante No. 3.**



En la imagen 90, el estudiante presenta una respuesta incorrecta, diciendo que el numerador es un número que suma y resta. Es evidente que el estudiante no comprendió el papel que juega el numerador en una fracción en las diferentes actividades que desarrolló, por ende no responde de manera correcta a la pregunta.

**Quinta pregunta. ¿Cuál es el papel que juega el DENOMINADOR en una fracción?**

La quinta pregunta tiene como propósito comprender qué tipo de conocimiento obtuvieron los y las estudiantes en la implementación de las hojas de trabajo acerca del término denominador de una fracción.

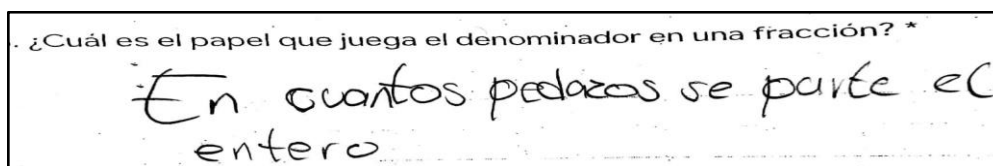
Tabla N°61:

Correcto	Incorrecto	No contestó
13 (81,3%)	3 (18,7%)	0

*Fuente: elaboración propia*

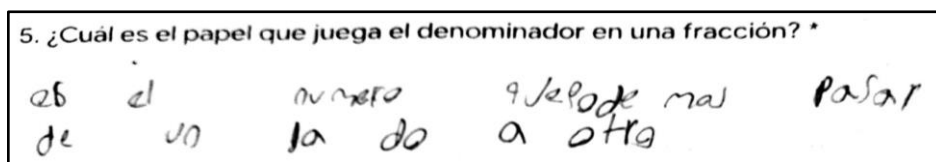
En la tabla 61, se evidencia que el 81,3% de los y las estudiantes respondieron acertadamente a la pregunta, se debe mencionar que 2 de los estudiantes que contestaron correctamente, son estudiantes que respondieron incorrectamente a las preguntas anteriores y también en la prueba diagnóstica. El 18,7% de los y las estudiantes respondieron incorrectamente y no contestaron a la pregunta.

**Imagen 91. Prueba de evaluación final estudiante No. 13.**



En la imagen 91, se evidencia una respuesta correcta, la estudiante afirma que el denominador viene siendo las partes que se dividen de un entero, haciendo referencia al entero al número que está en el denominador de una fracción.

**Imagen 92. Prueba de evaluación final estudiante No. 5.**



En la imagen 92, el estudiante presenta una respuesta incorrecta, diciendo que el denominador es un número que se puede pasar de un lado a otro. Se evidencia que el estudiante presenta mala ortografía y que el argumento que plantea no da respuesta a la pregunta. Se debe resaltar que este estudiante tampoco respondió de forma correcta la cuarta pregunta.

**Sexta pregunta. ¿Cómo debe ser una fracción para que sea una fracción propia?**

**Escriba un ejemplo de una fracción propia.**

La sexta pregunta tiene la intención que los y las estudiante describan que comprenden por una fracción propia y propongan un ejemplo que verifique lo que están dando a entender.

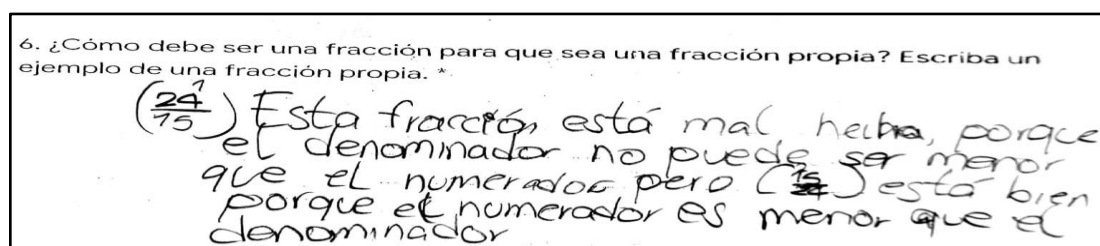
Tabla N°62:

Correcto	Incorrecto	No contestó
13 (81,3%)	3 (18.7%)	0

Fuente: elaboración propia

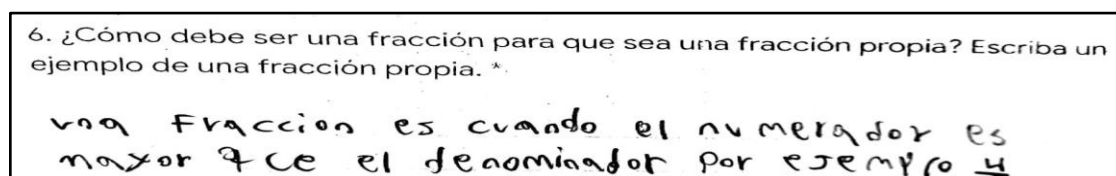
En la tabla 62, se evidencia que 81,3% de los y las estudiantes lograron contestar la pregunta de forma correcta, en otras palabras, al implementar y realizar las actividades de las hojas de trabajo tuvieron los conocimientos de argumentar que comprendieron por fracción propia, se puede concluir que los y las estudiantes que respondieron las preguntas anteriores son los que han solucionado esta pregunta, pues debido a que conocen las fracciones propias y dan un ejemplo de esta, como se observó en la prueba diagnóstica.

### Imagen 93. Prueba de evaluación final estudiante No. 13.



En la imagen 93, se evidencia que el argumento que plantea la estudiante para dar respuesta a la pregunta, es demasiado acertado, ya que cumple con el objetivo de la pregunta. Por lo tanto, las hojas de trabajo le permitieron a la estudiante fortalecer sus conocimientos hasta llegar al punto de realizar una comparación y decir cuándo es o no es una fracción es propia.

### Imagen 94. Prueba de evaluación final estudiante No. 14.



En la imagen 94, se observa una respuesta incorrecta, el estudiante a pesar de haber ejecutado las hojas de trabajo sigue presentando la misma dificultad en reconocer cuando una

fracción es propia, del manuscrito se evidencia que el estudiante confunde las fracciones propias con las fracciones impropias a partir del ejemplo que da.

**Séptima pregunta. ¿Cómo debe ser una fracción para que sea una fracción impropia? Escriba un ejemplo de una fracción impropia.**

La séptima pregunta está relacionada con la sexta pregunta, porque se quiere que los estudiantes argumenten a partir de sus conocimientos previos y los que adquirieron en la implementación de las hojas de trabajo y escriban qué entendieron por una fracción impropia y dar un ejemplo que satisfaga lo dicho.

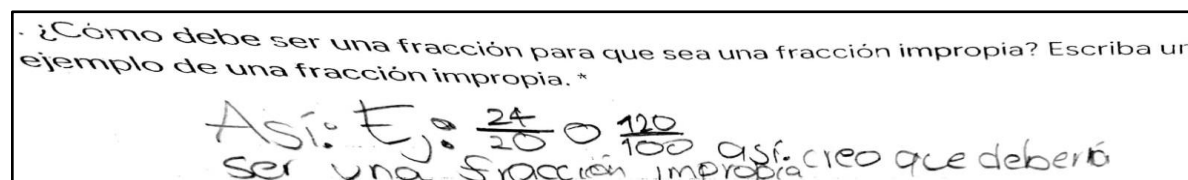
Tabla N°63:

Correcto	Incorrecto	No contestó
13 (81,3%)	3 (18,7%)	0

*Fuente: elaboración propia*

En la tabla 63, se evidencia que 81,3% de los y las estudiantes dieron argumentos válidos que respondieron de manera correcta a la pregunta. Sin embargo el 18,7% de los y las estudiantes no contestaron de forma correcta a la pregunta. Además se debe resaltar que en esta prueba de evaluación final hubo un mayor porcentaje de respuesta correctas respecto a la prueba diagnóstica de esta pregunta.

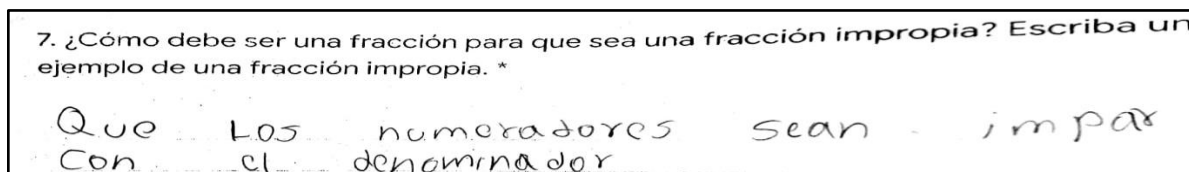
**Imagen 95. Prueba de evaluación final estudiante No. 13.**



En la imagen, se evidencia una respuesta correcta, donde la estudiante plantea dos ejemplos que le permiten a ella decir como es la forma de una fracción impropia. Se debe resaltar

que esta estudiante ha contestado en todas las preguntas de manera correcta, y se evidencia que ha mejorado su parte argumentativa por medio de la implementación de las hojas de trabajo.

### Imagen 96. Prueba de evaluación final estudiante No. 11.



En la imagen 96, se muestra un manuscrito con un argumento incorrecto, donde el estudiante afirma que para que una fracción sea impropia se debe de cumplir que el numerador como el denominador deben ser números impares. De lo anterior se puede deducir que el estudiante sigue presentando dificultades en la comprensión de las fracciones impropias, dejando en evidencia que no tiene un conocimiento claro de lo que se le pregunta.

**Octava pregunta. ¿Cómo debe ser una fracción para que sea una fracción igual a la unidad? Escriba un ejemplo de una fracción que sea igual a la unidad.**

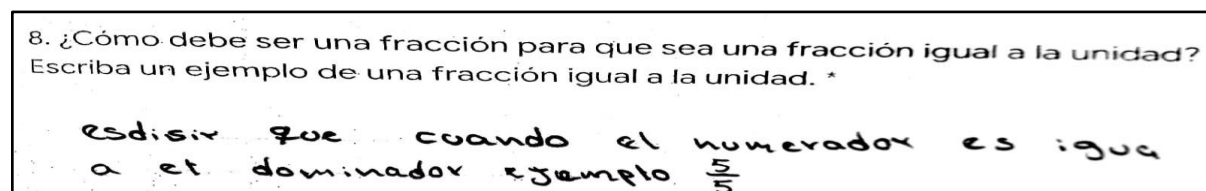
En la octava pregunta se quiere que los y las estudiantes redacten como debe ser una fracción para que sea fracción igual a la unidad y proponer un ejemplo de este tipo de fracciones.

Tabla N°65:

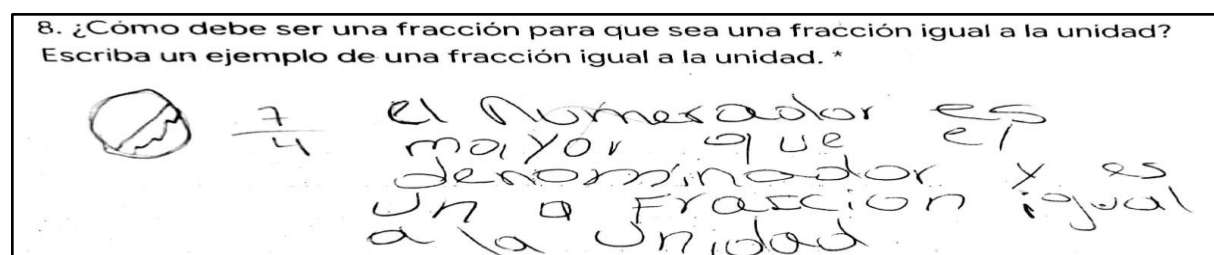
Correcto	Incorrecto	No contestó
13 (81,3%)	3 (18,7%)	0

*Fuente: elaboración propia*

En la tabla 65, se evidencia que el 81,3% de los y las estudiantes dedujeron correctamente y tuvieron conocimientos acertados con respecto a la fracción igual a la unidad proponiendo ejemplos adecuados para relacionarlos con los argumentos dados. El 18,7% no contestaron adecuadamente a la pregunta, es necesario decir que uno de los tres estudiantes no respondió correctamente a la sexta y séptima pregunta.

**Imagen 97. Prueba de evaluación final estudiante No. 12.**

En la imagen 97, se evidencia una respuesta correcta, en el manuscrito el estudiante realiza una descripción diciendo que es una fracción igual a la unidad y además plantea un ejemplo que verifique lo que está dando a entender. Por lo tanto es una respuesta válida cumpliendo el propósito de la pregunta.

**Imagen 98. Prueba de evaluación final estudiante No. 7.**

En la imagen 98, se muestra una respuesta incorrecta, se evidencia que el estudiante es una de los que ha respondido de manera incorrecta en diferentes preguntas y en esta, también sigue confundiendo las fracciones impropias con las fracciones igual a la unidad donde se puede observar tanto en el manuscrito como en la representación numérica que establece. Además realiza una representación gráfica que no tiene ningún tipo de relación de lo que escribe y con la representación numérica. Por lo tanto, no cumple con el propósito de la actividad.

**4.5.6. Consideraciones finales**

- Esta prueba de evaluación final tuvo la intención de validar y de observar hasta qué punto los y las estudiantes lograron estudiar los conceptos matemáticos aprendidos en las hoja

de trabajo N°1, N°2 y N°3 y como pudieron comprender con claridad los diferentes problemas matemáticos planteados desde las operaciones de suma y resta mediado con el software GeoGebra.

- En la implementación de las tres hojas de trabajo los y las estudiantes mostraron interés y motivación en llevar a cabo las actividades diseñadas, dando a entender que era una manera diferente de aprender un tema matemático.
- La aplicación de las actividades de las hojas de trabajo diseñadas en el software GeoGebra facilitaron la construcción y ayudaron a generar habilidades que favorecen la visualización, comparación, arrastre, particularización y generalización entre el sistema de representación de la fracción como relación parte todo.
- En la pregunta 1 pocos estudiantes mejoraron su manera de argumentar, logrando decir con claridad lo que ellos comprenden por una fracción con relación parte-todo. También se puede evidenciar que el resultado de la 1 pregunta, los y las estudiantes que siguen presentando dificultad posiblemente se debe a problemas de tipo gramaticales o de uso apropiado del lenguaje, se debe mencionar que no puedo enfatizar en profundidad en esta dificultad porque no se está haciendo un estudio de esta parte y solo se presentan unas posibles causas. Con respecto a esta dificultad se puede recomendar a posibles lectores hacer un estudio posterior, porque vale la pena que se presentó esta anomalía donde se puede hacer otro trabajo para profundizar en este detalle tan especial.
- En la pregunta 2 la mayoría de los estudiantes comprendieron con claridad cada una de las partes de la fracción, no hubo dificultad en esta pregunta.
- Se evidencia en la pregunta 3 la facilidad en la que los y las estudiantes pasaron de una representación gráfica, a una numérica, escrita o una decimal, medidas con el software

GeoGebra.

- En las preguntas 4 y 5 los y las estudiantes alcanzaron a comprender cuál era el papel que juega tanto el numerador como el denominador en una fracción.
- Los y las estudiantes en las preguntas 6, 7 y 8 pudieron comprender cómo debe ser una fracción con relación parte-todo para que sea propia, impropia e igual a la unidad.

Además plantearon ejemplo de las fracciones propia, impropia e igual a la unidad con diferentes tipos de representaciones ya sea gráfica, numérica o escrita.

## **CAPÍTULO V. CONCLUSIONES**

### **Introducción.**

El siguiente capítulo presenta las conclusiones generales del trabajo de grado considerando primeramente los argumentos expuestos en el planteamiento del problema, en el marco teórico y en la metodología. En segundo lugar, está enfocado hacia las conclusiones de las preguntas de investigación las cuales orientaron la conformación del trabajo. En tercer lugar, se orienta hacia el cumplimiento de los objetivos a nivel de las hojas de trabajo. Por último, en el cuarto lugar, se presentan algunas sugerencias.

### **5.1. CONCLUSIONES GENERALES DEL TRABAJO DE GRADO CONSIDERANDO LOS ARGUMENTOS EXPUESTOS EN EL PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.**

Como se afirmó arriba, cabe señalar que el planteamiento del problema se corroboró que en efecto es fundamental preguntarse sobre ¿Qué característica tiene un proceso de aprendizaje de la fracción con relación parte-todo en un ámbito de la resolución de problemas en contexto real con el uso de GeoGebra en estudiantes de grado quinto? Dado que se puede conformar como una contribución teórica y práctica para la población educativa, puesto que parte del reconocimiento del problema en relación con el pensamiento numérico y sistema numérico, así pues se diseñó unas hojas de trabajo que contempla el empleo de un software de GeoGebra que es un ambiente de geometría dinámica en la enseñanza de los temas del pensamiento numérico, que posibilita a los y las estudiantes construir su propio conocimiento de manera activa al momento de relacionarse con los objetos matemáticos, por lo que les permite realizar procesos de razonamiento que se implementan como nuevos conocimientos.

Por otro lado, los procesos de aprendizaje deben caracterizarse por los siguientes aspectos:

- La metodología que se implementó por medio de la incorporación del software GeoGebra, y lápiz y papel, favoreció la construcción de conocimientos del objeto matemático en las operaciones básicas (suma y resta) por lo que se evidenció en tres aspectos:
  1. El rendimiento promedio de los y las estudiantes aumentó en la interacción con las hojas de trabajo.
  2. Los y las estudiantes al momento de interactuar con las hojas de trabajo desarrollaron y fortalecieron las estrategias de heurísticas, control, habilidades y empleo de tecnología.
  3. En la implementación de las hojas de trabajo los y las estudiantes fomentaron diferentes tipos de valores tales como la responsabilidad, respeto, honestidad, y demás.
- Los y las estudiantes presentaron una actitud activa hacia el aprendizaje de estrategias, búsqueda de patrones y exploración, esta actividad de las hojas de trabajo despertó su curiosidad y les permitió dejar de lado el aprendizaje por medio de la memorización y mecanización de los procedimientos. El rol de la docente fue guiar a los y las estudiantes, proponer sugerencias y responder a sus preguntas con el propósito de orientarlos a que lograran tomar sus propias decisiones de manera correcta al momento de buscar las estrategias y métodos adecuados.
- El diseño de las hojas de trabajo promueven que los y las estudiantes utilicen diferentes tipos de representaciones del objeto matemático para valorar distintas estrategias de

solución, de forma que se enriqueciera el conocimiento al usar diversas opciones, con el fin de no limitar por un lado los procesos a un solo sistema de representación y por el otro no dejar de lado el uso de diversos medios, herramientas tecnológicas que permite fortalecer las experiencias de aprendizaje.

- En las actividades de las hojas de trabajo se plantearon situaciones de aprendizaje real y de un contexto significativo relacionado con el de los y las estudiantes.
- En la implementación de las hojas de trabajo los y las estudiantes lograron promover la apropiación del proceso de aprendizaje, identificaron sus objetivos y respondiendo dudas a partir de los objetivos.
- La metodología que se implementó motiva a los y las estudiantes a la participación, reflexión sobre las experiencias vividas en la interacción con las hojas de trabajo, fue notorio la participación y los argumentos que dieron los y las estudiantes a cada una de las preguntas.
- La propuesta que se plantea en las actividades de las hojas de trabajo trasciende a las prácticas y la experiencia que los y las estudiantes interroguen, construyan y comprendan.
- La metodología que se implementó fomenta los valores y aptitudes de los y las estudiantes desarrollando una autonomía en la construcción de su propio conocimiento ya que les ayuda a despertar la seguridad, motivación, confianza, compromiso, autosuficiencia y el uso adecuado del tiempo para la implementación de las actividades de las hojas de trabajo.
- En la implementación de las actividades de las hojas de trabajo el aprendizaje debe ser cooperativo y colaborativo entre los estudiantes y entre la docente y los estudiantes y no de ser una competencia o rivalidad entre los y las estudiantes.

- El diseño de las hojas de trabajo se integran actividades dinámicas en el software GeoGebra para los y las estudiantes.

Con relación con, las competencias que desarrollaron y adquirieron los y las estudiantes en la implementación de las hojas de trabajo son:

- Los y las estudiantes lograron obtener un conocimiento para la interpretación la fracción como relación parte-todo en diferentes contextos y sus diferentes tipos de representaciones, también resolvieron problemas matemáticos donde articularon las definiciones, propiedades de los números naturales y sus operaciones en especial suma y resta (MEN, 2006).
- Los y las estudiantes obtuvieron las herramientas necesarias que le contribuyeron al aumento de su conocimiento del objeto matemático a partir de su interés y disposición, el desarrollo de sus capacidades por medio del uso de habilidades motrices, sociales, estrategia cognitivas y estrategia metacognitivas logrando potenciar su autonomía en el uso del software GeoGebra, en las hojas de trabajo, en la resolución de problemas matemáticos y fortaleciendo sus principios éticos y morales.

## **5.2. CONCLUSIONES GENERALES DEL TRABAJO DE GRADO CONSIDERANDO LOS ARGUMENTOS EXPUESTOS EN EL MARCO TEÓRICO.**

En cuanto al marco teórico, es valioso resaltar la importancia que tendrá para los y las docentes en formación en la sede Meléndez de la ciudad de Cali de la universidad del Valle, dado que es una contribución a los trabajos de la línea de la TIC a nivel de dicha sede. Así mismo, es un marco teórico que se construyó a partir de referencias bibliográficas que hasta el momento tienen vigencia dentro de la didáctica de la matemática.

Es fundamental señalar que este trabajo de grado se puede complementar con otro modelo de estudio, donde siga influenciando e implementando distintos ambientes de geometría dinámica, pero orientados hacia el análisis del papel del docente respecto a la enseñanza cuando interactúa y visualiza la herramienta o el artefacto seleccionado y las decisiones didácticas que se consideran en dicha interacción.

### **5.3. CONCLUSIONES GENERALES DEL TRABAJO DE GRADO CONSIDERANDO LOS ARGUMENTOS EXPUESTOS EN LA METODOLOGÍA.**

Con respecto a la metodología de investigación, fue realizada por medio de resolución de problema de acuerdo con las siguientes fases de estudio sugeridas en la tesis doctoral de David Benítez Mojica (2006), fue propicia para el proceso del desarrollo de las hojas de trabajo, porque a partir de las distintas fases, se logró no solo diseñar sino experimentar y evaluar efectivamente las hojas de trabajo. Lo cual, esto permitió identificar los fenómenos más importantes que se presentan en un problema de un contexto real de aula de clase, para analizarlos y así lograr caracterizar y establecer la pertinencia de llevar las hojas de trabajo al aula de clase que se razono desde las resolución de problema y se construyó en base a las fases de estudio, mediada por el software GeoGebra.

Considerando que, la resolución de problema se enfoca en los medios de un recurso, siendo el recurso un conjunto de conocimientos previos y acciones de los y las estudiantes, donde los análisis realizados generaron elementos fundamentales, lo cual ayudó a la comprobación de los resultados.

En relación con lo anterior, es probable suponer que la metodología implementada, logró identificar criterios destacados para caracterizar las hojas de trabajo, donde se espera que este

diseño alcance a ser considerado por los docentes en ejercicio y en formación, el cual deseen integrar a sus prácticas pedagógicas ambiente de geometría dinámica.

las fases de la metodología fueron realizadas por medio de la resolución de problemas conforme a las fases siguiente:

- Fase de manejo del software de GeoGebra fue fundamental para introducir y explicar a los y las estudiantes la función de las herramientas que presenta este software, el cual le permitieron hacer una mejor exploración del objeto matemático seleccionado, ya que los y las estudiantes no habían tenido la oportunidad de interactuar con este software.
- Fase de la intervención didáctica con el software GeoGebra, los y las estudiantes hacen uso de herramientas del software para establecer características, comparación, arrastre, visualización, manipulación, construcción, reconocen e identifican las representaciones del objeto matemático, por último resuelven problemas matemáticos adaptados al contexto de los y las estudiantes con o sin apoyo de GeoGebra.
- Fase de exploración se realizó en el diseño de las actividades de las hojas de trabajo y se organiza en un link de la página web Google sites, donde los y las estudiantes podrán acceder al recurso por medio de un link e interactuar en cada una de las hojas de trabajo, permitiéndoles una mejor visualización y construcción del objeto matemático.
- Fase de comunicación se identificó la interacción entre los estudiantes y entre la profesora en formación con los y las estudiantes, se resolvieron inquietudes y a su vez se validaron los conocimientos en los y las estudiantes al momento de formular conjeturas y las argumentaciones. Fue evidente que algunos estudiantes no presentaron la disposición o el interés en realizar una participación activa en la implementación de las hojas de trabajo.

- Fase de institucionalización se validó las conjeturas y la argumentaciones propuestas por los y las estudiantes en cada una de las hojas de trabajo.
- Fase de la evaluación está fragmentada en cuatro sub-fases en la implementación de las hojas de trabajo, las cuales son:
  - ❖ Diagnóstica: Fase diagnóstica se requiere que los y las docentes comprendan las diferentes estrategias cognitivas y los recursos de los y las estudiantes para lograr aproximarse a un nuevo concepto del objeto matemático y prevenir que los y las estudiantes en un futuro no logren llevar a cabo las actividades planteadas debido a vacíos conceptuales que les dificulta a una mejor comprensión del objeto matemático de estudio.
  - ❖ Formativa: en esta evaluación el proceso de las fases de exploración y de comunicación los y las estudiantes evidencian el progreso del proceso de construcción de conocimientos nuevos, el desarrollo de estrategias heurísticas y habilidades. La evaluación formativa se lleva a cabo constantemente a través de los argumentos que presentan los y las estudiantes en las hojas de trabajo.
  - ❖ Evaluación final: realizar un análisis comparativo del conocimiento con el que llegaron los y las estudiantes del objeto matemático antes de comenzar las actividades de las Hojas de trabajo y el conocimiento con el que quedaron los y las estudiantes al finalizarlas.
  - ❖ Sumativa: La evaluación sumativa trata de analizar las actividades de las hojas de trabajo desarrolladas por los y las estudiantes para valorar las respuestas de las preguntas y la solución a los problemas y así identificar el grado de apropiación de los conceptos del objeto matemático.

#### 5.4. IMPACTO DEL DISEÑO DE LAS HOJAS DE TRABAJO.

La siguiente tabla permite analizar, comprender y visualizar si las Hojas de trabajo lograron tener éxito en el aprendizaje significativo de los y las estudiantes.

	Prueba diagnóstica	Hoja de trabajo N°1	Hoja de trabajo N°2	Hoja de trabajo N°3	Prueba de evaluación final
Media o promedio	68,125	81,5	84,1	87,2	88,3
Desviación típica	12,28	16,4	16,91	15,7	12,37
Coefficiente de variabilidad	18,021	20,2	20,1	18,0	14,0

Tabla N°66. impacto del diseño de las hojas de trabajo.

Se analiza que el mejor rendimiento de los y las estudiantes fue durante la Hoja de trabajo N°1 posiblemente esto se debe a que esta Hoja de trabajo N°1 fue diseñada para el uso de los elementos o conceptos fundamentales del objeto matemático, además de tener una interacción persistente con las applets diseñados para esta hoja de trabajo. También se diseñó un applet para la resolución de problema en la Hoja de trabajo N°1 llamado “LA CARRERA “donde se realizó una contextualización para que los y las estudiantes fueran autónomos en la resolución del problema, con la intención de que visualizaran y relacionarán por medio del problema otros problemas relacionados en su contexto. Mencionado lo anterior, se evidenció que los y las estudiantes no presentaron dificultades en la comprensión del enunciado del problema y sobre lo que debían realizar para resolver el problema. Se debe mencionar que en esta hoja de trabajo N°1 los y las estudiantes comenzaron a participar con gran motivación al momento de interactuar con la applet.

La hoja de trabajo N° 2 y la hoja de trabajo N° 3 estuvieron orientadas a la suma y resta de fracciones, se mejoró el rendimiento de los y las estudiantes en estas hojas de trabajo. Se debe mencionar que el diseño de estas dos hojas de trabajo están relacionadas ya que trata de las dos operaciones básicas (suma y resta) del objeto matemático y el diseño de las applets son equivalentes solo cambia la operación que se utilice, por esta razón se realiza en conjunto el análisis ya que el desempeño de los y las estudiantes fue alto.

Por otro lado, se diseñó una applet para que los estudiantes visualizarán, comprendieran y argumentarán las diferentes representaciones del objeto matemático. Luego se diseñó un applet para que los y las estudiantes realizarán sumas de fracciones de manera tradicional (papel y lápiz) y luego colocaban los números naturales en las casillas de numerador y en las casillas del denominador, para resolver la suma de fracción que se observa en la applet y coloca el resultado en el espacio dado, con el propósito de hacer un contraste entre los resultados dados y argumentar que tipo de procedimiento realizó para llegar a la solución de la suma de fracciones.

Posteriormente se diseñó dos applet para la resolución de problema en la Hoja de trabajo N°2 llamados “Venta de queso costeño” , “Venta de pollos campesinos en la plaza de Timba” y “Supermercado CARIBE “en estas actividades los y las estudiantes resolvieron los dos problemas argumentando cuánta porción de queso costeño se llevaron en total Juan y Oscar de la tienda y cuántos kilos pesan en total los dos pollos de la granja de la señora María, luego plantearon el método utilizado para resolver el problema, por último colocaron el número que representaba la opción correcta en la Hoja de trabajo.

Se puede concluir que al diseñar las applets de la hoja de trabajo favorecieron a la comprensión de forma coherente con las preguntas que estaban planteadas. La desviación

estándar y el coeficiente de variación fueron disminuyendo, de esto se comprende que la disposición, motivación y el interés de algunos de los y las estudiantes en la implementación de las hojas de trabajo lograron cumplir con los objetivos planteados en las tres hojas de trabajo diseñadas llegando a construir un aprendizaje significativo, sin embargo, otros estudiantes no presentaron un interés y una disposición activa en la implementación de estas hojas de trabajo.

## **5.5. RESPUESTA A LAS PREGUNTAS AUXILIARES DE INVESTIGACIÓN**

**¿Con qué criterios se pueden diseñar hojas de trabajo, a partir del software de GeoGebra que ayude en el desarrollo de la competencia de resolución de problemas matemáticos favoreciendo la construcción del aprendizaje de las fracciones?**

Desde el punto de vista los criterios que orientaron el diseño de las Hojas de trabajo se enfocaron a partir de la configuración didáctica donde influye el contexto, construcción personal de los y las estudiantes, carácter curricular, matemático, una variable didáctica, mediante los procesos de visualización, construcción, arrastre, manipulación, utilización de diferentes herramientas y las retroacciones del contexto.

También en la configuración didáctica se comprende la propuesta del estudiante, de modo que desde la resolución de problemas se determinó en conjunto de objetivos relacionados con el tipo de actividades de las hojas de trabajo y los conocimiento que se quería que los y las estudiantes lograran adquirir en cada una de las hojas de trabajo,

Se describió la planificación y se diseñó las applets desde la resolución de problemas en un ambiente de geometría dinámico que es el software GeoGebra en la que se comprendió las fases de prueba diagnóstica, manejo del software de GeoGebra, Intervención didáctica con el

software GeoGebra, exploración, comunicación, institucionalización y evaluación, que privilegia al estudio del pensamiento numérico y que puede ser implementada en cualquier Institución educativa ya sea pública (zona rural o urbana) o privada (zona urbana), con la condición de que cuente con los elementos y herramientas fundamentales como los computadores, internet, etc.

**¿Cuáles son los recursos que emplean los y las estudiantes de quinto grado en las operaciones de suma y resta sobre fracciones con el uso del software GeoGebra?**

En la prueba diagnóstica se evidenció que los y las estudiantes presentaron un rendimiento muy bajo con respecto a conceptos básicos de la fracción con relación parte-todo y sus operaciones. Lo anterior permitió el desarrollo de las hojas de trabajo a partir de las dificultades y los conocimientos previos que presentaban los y las estudiantes para cumplir con cada uno de los objetivos propuestos.

La hoja de trabajo N° 1 se observó un avance significativo en el aprendizaje del objeto matemático por medio de la visualización, movimiento, cálculo, y la comprensión de los diferentes tipos de representaciones gráficas (circular, rectangular y lineal), numérica, decimal y escrita que tiene la fracción como relación parte-todo y la utilizar el método de resolución de problema de Polya, generando conjeturas y argumentos informales por los y las estudiantes.

Cuando los y las estudiantes interactuaron con las actividades de las hojas de trabajo N°1 y N°2 diseñadas en el software GeoGebra aumentó poco a poco su rendimiento y las respuesta cada vez eran correctas. Se debe mencionar que los y las estudiantes presentaron al principio dificultades en la comprensión del problema relacionado con el objeto matemático, a causa de la

carencia del diseños de applets que fortaleciera y ayudarán a través de la conjetura a contestar cada una de las preguntas planteadas en las actividades de las hojas de trabajo.

**¿Cuáles son las estrategias heurísticas que muestran los estudiantes en la resolución de problemas sobre fracciones con el uso del software GeoGebra?**

Se logró evidenciar en los y las estudiantes el uso de procesos tales como la visualización, identificación de patrones, construcción, interacción, arrastre, resolución de problemas matemáticos de las fracciones con relación parte-todo en las operaciones básicas suma y resta, ya que ayuda a mejorar la comunicación, la argumentación, la explicación, en la relación que presentan los datos y las incógnitas y las consideraciones adecuadas que usan los y las estudiantes. Lo anterior se evidenció cuando los y las estudiantes interactúan con las actividades de las hojas de trabajo y esto se reflejó en las respuestas de los y las estudiantes.

**¿Qué tipos de estrategias de control muestran los estudiantes en la resolución de problemas sobre fracciones con el uso del software GeoGebra?**

Las estrategias de control que se usan en el diseño de las applets en el software GeoGebra aparecen cuando los y las estudiantes contestan algunas de las preguntas que se elaboraron en las applets. cuando el estudiante contesta de forma correcta le sale un chulo indicando que le quedó correcta la respuesta, si por el contrario los y las estudiantes contesta de forma incorrecta le sale una equis indicando que le quedó incorrecta, Por último se les permite a los y las estudiantes a revisar de nuevo las actividades de la applet en cualquier instante.

## **5.6. SUGERENCIAS**

Las condiciones de implementación respecto a las hojas de trabajo favorecieron mucho la enseñanza del objeto matemático debido a que se aplicó en tres días y tres sesiones de tres horas lo que permitió el tiempo disponible para el desarrollo de cada una de las actividades que conforman las hojas de trabajo. Aun así, algunos estudiantes mostraron poca disposición en el aprendizaje de las fracciones con relación parte-todo mediado con el software GeoGebra, por esta razón se hizo complicado en estos estudiantes una intervención activa y responder apropiadamente las preguntas que se formularon en la hoja de trabajo.

En cuanto al regreso de la virtualidad a la presencialidad, se puede afirmar que los software fueron diseñados para explorar, navegar, buscar y visualizar en los computadores, sin embargo, gran parte de los y las estudiantes utilizaron la sala de sistema de la institución, donde se identificó que los y las estudiantes presentaban dificultades en el manejo de los computadores, más aún en la exploración de las applet ya que el internet de la institución era inestable.

#### ***5.6.1.Sugerencia para los y las docentes de matemática***

Antes de comenzar a mencionar las sugerencias para los y las docentes de matemática, se debe imprimir varios compromisos:

1. Los y las docentes deben tener una preparación activa y actualización persistente en su currículum de matemáticas.
2. Proponer en la enseñanza entornos educativos adaptados al contexto de los y las estudiantes para que genere aprendizajes significativos.
3. Incluir una capacitación ya sea en cursos, talleres y diplomados para fortalecer a los y las docentes al manejo de las nuevas tecnologías digitales y al uso de calculadoras,

computadores y tabletas con fines didácticos, para que la incluyan en el aula de clase y potencien el conocimiento a partir de recursos TIC.

Descrito lo anterior, ahora sí se mencionan las sugerencias para los y las docentes de matemática:

- Se le sugiere a los y las docentes a fomentar el desarrollo de procesos fundamentales del pensamiento matemático y no solo basarse en enseñar contenidos netamente algoritmos, sino complementar estos contenidos a partir de la estimación, visualización, generalización, particularización y encontrar patrones para la resolución de problemas.
- Se le sugiere a los y las docentes diseñar hojas de trabajo del pensamiento matemático, donde integren los distintos tipos de sistemas de representación del objeto matemático a trabajar. Lo anterior con el propósito de fortalecer el conocimiento y el desarrollo de estrategias metacognitivas en los y las estudiantes. Por otro lado, se espera que el diseño de las hojas de trabajo generen una mayor motivación e interés, pero también un impacto en el aprendizaje de los y las estudiantes.
- Se le sugiere a los y las docentes diseñar hojas de trabajo integrales, en pocas palabras lo que se quiere decir, es que las secuencias didácticas además de los contenidos temáticos, incluyen los saberes de las competencias básicas, las competencias específicas y competencias genéricas.
- Se le sugiere a los y las docentes diseñar hojas de trabajo que faciliten y generen un mejor aprendizaje. Que los y las estudiantes logren implementar estrategias que les permitan ser autónomos en construir un análisis, investigaciones, un pensamiento crítico y desarrollar su propio conocimiento.

- Realizar una evaluación constante a los y las estudiantes para saber si adquirieron las competencias, apoyándose en las evidencias de desempeño de los y las estudiantes.

### ***5.6.2.Sugerencia para los y las estudiantes***

- Los y las estudiantes deben comprender la importancia de las matemáticas a partir de un lenguaje que deben aprender para desarrollar y comunicarse con los diferentes contextos.
- Motivar a los estudiantes a utilizar el internet de manera adecuada donde lo puedan relacionar con estrategia cognitivas y metacognitivas que logre facilitar herramientas útiles como el software GeoGebra para la visualización, comprensión y construcción de conjeturas de distintos objetos matemáticos.
- Los y las estudiantes deben comprometerse de forma responsable con su propio proceso de aprendizaje, a fortalecer sus conocimientos, a desarrollar buena actitud y principios éticos y morales para presentar una mejor disposición en la resolución de problemas matemáticos y así lograr construir nuevos conocimientos.

### ***5.6.3.Sugerencia para directivos escolares***

- Gestionar los recursos y herramientas tecnológicas en las sedes de las instituciones educativas públicas rurales, con el objetivo de invertir en la educación y en la construcción de las salas de informática totalmente actualizadas implementando con un servicio óptimo de internet y de otros recursos de las TIC con distintas perspectivas de diversas áreas de conocimiento.
- Gestionar apoyo de capacitaciones y diplomados a los y las docentes de matemática para fortalecer el manejo de las TIC y el diseño de materiales didácticos que unan el uso de

distintos sistemas de representación como las herramientas de ambientes geométricos dinámicos. Es fundamental que los directivos de las instituciones educativas públicas rurales gestionen programas y software de educación permanente que logren apropiarse nuevas herramientas para fomentar la incorporación de las TIC en el aula de clase.

- Reconocer e incitar a los docentes a que presenten, realicen proyectos de investigación en el aula de clase.

## ● REFERENCIAS

- Aguilar, B. (2014). *Resolución de problemas matemáticos con el Método de Pólya mediante el uso de GeoGebra en primer grado de secundaria. Tesis de maestría.*  
<http://hdl.handle.net/11285/630045>
- Araque Suaza, E. A., Arenas Echavarría, G. A., & Carvajal Valdez, J. A. (2016). *Las TIC, una herramienta didáctica para mejorar la interpretación y comprensión de los números fraccionarios en el grado tercero de la I.E.R la blanquita de murri sede chimurro del municipio de Frontino. Recuperado de:* <http://hdl.handle.net/11371/820>.
- Ausebel, H. (1983). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo. 2° Ed.* Trillas. México
- Benítez, D. (2006). *Formas de razonamiento que desarrollan estudiantes universitarios de primer año en la resolución de problemas con tecnología digital (Tesis doctoral)* Departamento de Matemática Educativa. Cinvestav. México.
- Benítez, D. (2015). *La resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas.* Universidad Autónoma de Coahuila-México.
- Butto, C. (2013). *El aprendizaje de fracciones en educación primaria: una propuesta de enseñanza en dos ambientes. Centro de investigación y de estudios avanzados CINVESTAV. Sistema Nacional de Investigaciones México. Universidad Pedagógica Nacional-Ajusco. México.*
- Caviedes, G. (2014). *La integración curricular: entre la teoría, el diseño y la práctica. Documento de trabajo. Universidad del Valle. Cali. pp. 1-19.*
- Camargo, Leonor (2018). *Oportunidades para aprender matemáticas a partir de la mediación instrumental y semiótica. RECME - Revista Colombiana de Matemática Educativa, 3(1), pp. 3-9.*
- Castaño, A. (2014). *Dificultades en la enseñanza de las operaciones con números racionales en la educación secundaria. Tesis de Maestría no publicada, Universidad Autónoma de Colombia. Facultad de Ciencias Exactas. Manizales.*  
[http://repositorio.autonoma.edu.co/bitstream/11182/535/1/Dificultades\\_ense%3%b1anza\\_operaciones\\_n%3%bameros\\_racionales\\_educaci%3%b3n\\_secundaria.pdf](http://repositorio.autonoma.edu.co/bitstream/11182/535/1/Dificultades_ense%3%b1anza_operaciones_n%3%bameros_racionales_educaci%3%b3n_secundaria.pdf)
- Castellanos, N., Morga, L. E., & Castellanos, A. (2003). *Educación por Competencias: Hacia la excelencia en la Educación Superior. México: Red Tercer Milenio.*
- Díaz, A. (2009). *Caracterización Corregimiento Robles.*  
<https://telecentrocompartelrobles.blogspot.com/2009/04/caracterizacion.html>

- Duque, Y., Quiroz, M. y Suarez, V., (2017) *La noción de fracción en los libros de texto del grado tercero: un estudio de análisis de contenido. Maestría en Educación Matemática. Medellín, Colombia.*
- Duval, R. (1993). *Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Science Cognitives*, 5, 37-65. Traducción: Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En Hitt, E. (Ed.) *Investigaciones en Matemática Educativa II*, (pp. 173-201). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Duval R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berna: Peter Lang.
- Fandiño, M. (2006). Capítulo 2: Hipótesis a la base de un currículo de matemáticas. pp. 35-75.
- Flores García, R. Martínez, G. (2007) *Una Construcción de Significado de la Operatividad De Los Números fraccionarios. Acta X Congreso Nacional De Investigación Educativa*, 1-13. México.
- González, D. (2015). *Errores comunes en el aprendizaje de la fracción: un estudio con alumnos de 12/13 años en Cantabria. (Tesis de maestría) Facultad de educación. Universidad de Cantabria. España.*
- Jaimes Valbuena, J. C..., González Gutiérrez, N. R., & Carvajal Pulido, C. A. (2021). *Aprendizaje del objeto fracción en un contexto rural. Revista Boletín Redipe*, 10(8), 430–452. <https://doi.org/10.36260/rbr.v10i8.1419>
- Hernández, A. (2018). *Construcción de conjeturas geométricas con la mediación de GeoGebra en los estudiantes del grado octavo. [Tesis de maestría, Universidad del Tolima].*
- Hincapié, C. P. (2011). *Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes significados, con los docentes de primaria de la institución educativa San Andrés de Girardota.* <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/9252/43701138.2012.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Hohenwarter, M. y Fuchs, K. (2004). *Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system GeoGebra. Zdm*, 128-133.
- Institución educativa PBRO. Horaio Gomez Gallo (2022). *Plan de área de matemáticas*. pp. 1-11.
- Institución educativa PBRO. Horaio Gomez Gallo (2022). *Malla curricular de matemáticas*. pp. 12-46.

- Kamariah Abu Bakar, Ahmad Fauzi Mohd Ayub, Wong Su Luan y Rohani Ahmad Tarmizi. (2010). "Exploring secondary school students' motivation using technologies in teaching and learning mathematics" *Procedia - Ciencias Sociales y del Comportamiento*, vol. 2, no. 2, 2010. doi: 10.1016/j.sbspro.2010.03.744
- Kaput, J. (1989). Linking representations in the symbolic systems of algebra. En S. Wagner & C. Kieran (Eds.), *Research agenda for mathematics education: Research issues in the learning and teaching of algebra* (pp. 167- 194). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lara, S., Saldías, O. (2016). "Una propuesta didáctica para fomentar un aprendizaje significativo en la construcción del concepto de fracción en la relación parte-todo, en el nivel de tercer año básico"  
[http://repobib.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/1804/1/San\\_Martin\\_Lara\\_Paulina.pdf](http://repobib.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/1804/1/San_Martin_Lara_Paulina.pdf)
- Llinares, S. y Sánchez, M. V. (1997), *Aprender a enseñar, modos de representación y número racional*. (13-24), Primer Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (Zamora: Universidad de Granada).
- MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Santafé de Bogotá Colombia. Recuperado el 07 de Julio de 2015, de [http://www.mineducación.gov.co/cvn/1665/articles116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineducación.gov.co/cvn/1665/articles116042_archivo_pdf2.pdf).
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá, Colombia. Recuperado el 07 de Julio de 2015, de [http://www.mineducación.gov.co/cvn/1665/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineducación.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf).
- MEN. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje V.2 y de las Mallas de Aprendizaje para el Área de Matemáticas*. Bogotá, Colombia.  
[http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA\\_Matem%C3%A1ticas.pdf](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf)
- Nazihatulhasanah Arbain y Nurbiha A. Shukor. (2015). "The effects of GeoGebra on students achievement" *Procedia - Ciencias sociales y del comportamiento*, vol. 172, 2015. doi: 10.1016/j.sbspro.2015.01.356
- Obando Zapata, Gilberto y otros autores. (2006), *Módulo 1. Pensamientos Numéricos y Sistemas Numéricos*, Medellín Colombia.
- Pari condori, A. (2020). *Comprender mejor las fracciones con GeoGebra*. Universidad Nacional de Educación. <http://repositorio.unae.edu.ec/handle/123456789/1867>

- Parra, D. M. (2020). *Método gráfico para la enseñanza de las fracciones mediado con GeoGebra y la teoría de los registros de representación*.  
[https://repositorio.ucaldas.edu.co/bitstream/handle/ucaldas/16704/DianaMarcela\\_ParraCortes\\_2021PDF.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repositorio.ucaldas.edu.co/bitstream/handle/ucaldas/16704/DianaMarcela_ParraCortes_2021PDF.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Pólya, G. (1945). *¿Cómo plantear y resolver problemas?* México: Trillas.
- Ponce, C., Palacio, A., & Pérez, A. (2003). *Didáctica de Matemática*. Quito-Ecuador: MC. Producciones S.A.
- Reyes, J. & Prieto, J. L. (2016). *Interpretaciones de la fracción en una experiencia de simulación con GeoGebra*. En *Revista Educación y Humanismo*, 18 (30), 42-56.  
<http://dx.doi.org/10.17081/eduhum.18.30.1321>
- Rico, L., y Sierra, M. (1997). *Antecedentes del currículo de matemáticas*. pp. 17-75
- Rivas, S. A. (2009). *Un estudio sobre la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad en secundaria*. (Tesis Maestría en Educación), Universidad Autónoma de Coahuila.
- Sandoval Cáceres, I. T., & Moreno Armella, L. E. (2012). *Tecnología digital y cognición matemática: Rectos para la educación*. *Horizontes Pedagógicos*, Volumen 14. N° 1. 2012 / págs. 21-29 / ISSN: 0123-8264. Recuperado a partir de  
<https://horizontespedagogicos.iber.edu.co/article/view/109>
- Santos, M., & Benítez, D. (2003). *Herramientas Tecnológicas en el Desarrollo de Sistemas de Representación para la Resolución de Problemas*. *Perfil educativo*, Vol. 25 No. 100 pp. 23-41.
- Taborda, J. C. (2020). *Uso de GeoGebra para la didáctica del álgebra vectorial como introducción a la física mecánica en la institución educativa Colegio Mayor de Nuestra Señora*.  
<https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/79633/1053857651.2020.pdf?sequence=6&isAllowed=y>

## ● ANEXOS

Fotografías de la implementación de las hojas de trabajo.







○ ANEXO 1: PRUEBA DIAGNÓSTICA



<b>Prueba diagnóstica</b>	<b>Unidad:</b> Fracciones	<b>Tema:</b> Aprendizaje de la fracción con relación parte-todo mediado con el software GeoGebra.
<b>Método:</b> Resolución de problemas y elaboración de conjeturas.	<b>Materiales:</b> lápiz, lapicero, sacapunta, borrador y geogebra.	<b>Fecha:</b>
<b>Nombre y apellido:</b>		
<b>DECLARACIÓN DE COMPETENCIAS</b>		
<p><b>Objetivo</b></p> <p>El objetivo de la prueba diagnóstica es dar a conocer si los y las estudiantes cuentan el conocimiento necesario de objeto matemático y sus componentes que considero básico para realizar la situación didáctica, también considerar si los y las estudiantes necesitan realmente de la clase diseñada.</p> <p><b>Competencias específicas</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Comprende y argumenta que es una fracción.</li> <li>2. Menciona y plantea cuáles son las partes que componen a una fracción y que significan cada una de estas partes.</li> <li>3. Identifica la diferencia entre una fracción propia, impropia e igual a la unidad.</li> <li>4. Plantean ejemplos de la fracción propia, impropia e igual a la unidad.</li> <li>5. Reconoce las distintas representaciones de una fracción</li> </ol> <p><b>Estrategias didácticas.</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Lee con atención las preguntas de la prueba diagnóstica</li> <li>2. Responde las preguntas de la prueba diagnóstica con argumentos claros.</li> <li>3. Los espacios que están en blanco es para que escribas tus argumentos.</li> <li>4. Las preguntas que tienen respuestas de opción múltiple sólo marcalas con una X.</li> <li>5. Presenta tus inquietudes a la profesora de las preguntas que no comprendas.</li> </ol>		

## DIAGNÓSTICO

### 1. ¿Qué es una fracción?

- ☐ La fracción es la suma de dos o más dígitos
- ☐ La fracción es quitar una o más parte a un todo
- ☐ La fracción viene siendo un número entero que ha sido dividido en partes iguales y cada parte es la fracción del entero

¿Por qué seleccionaste la respuesta anterior?

### 2. ¿Cuáles son las partes de una fracción?

### 3. ¿Cuáles son las representaciones que tienen las fracciones? Escribe tres representaciones distintas de una fracción.

### 4. ¿Qué representa el NUMERADOR en una fracción?

- ☐ El numerador es un número que se encuentra en la parte de abajo de una fracción y es menor
- ☐ El numerador es el número de arriba de una fracción que indica el número de partes divididas
- ☐ El numerador es el número superior de la fracción y es mayor

¿Por qué seleccionaste la respuesta anterior?

### 5. ¿Qué representa el DENOMINADOR en una fracción?

- ☐ El denominador es el número de abajo de una fracción que muestra el número de partes en que se divide la unidad
- ☐ El denominador es una fracción que es igual a un número entero
- ☐ El denominador es una fracción impropia

**¿Por qué seleccionaste la respuesta anterior?**

**6. ¿Qué es una fracción propia?**

- ☐ La fracción propia es cuando el numerador es menor que el denominador
- ☐ La fracción propia es cuando el numerador es mayor que el denominador
- ☐ La fracción propia es cuando el numerador es igual que el denominador

**7. Escriba un ejemplo de una fracción propia**

**8. ¿Cuándo en una fracción el numerador es mayor que el denominador?**

- ☐ Fracciones propias
- ☐ Fracciones impropias
- ☐ Fracción igual al entero

**9. Escriba un ejemplo de una fracción impropia**

**10. ¿Qué entiendes por una fracción que es igual a la unidad?**

- ☐ Fracciones propias
- ☐ Fracciones mixtas
- ☐ Es una fracción donde el numerador es igual al denominador

**Escriba un ejemplo de una fracción que sea igual a la unidad**

- **ANEXO 2: HOJA DE TRABAJO (ACTIVIDAD 1)**



<b>Hoja de trabajo N° 1</b>	<b>Unidad:</b> Introducción a las fracciones	<b>Tema:</b> Aprendizaje de la fracción con relación parte-todo mediado con el software GeoGebra.
<b>Método:</b> Ejercitación, resolución de problemas y elaboración de conjeturas.	<b>Materiales:</b> lápiz, lapicero, sacapunta, borrador y geogebra.	<b>Fecha:</b>
<b>Nombre y apellido:</b>		
<b>DECLARACIÓN DE COMPETENCIAS</b>		
<p><b>Objetivos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Identificar las estrategias heurísticas utilizadas por los y las estudiantes de quinto grado en la resolución de problemas.</li> <li>- Analizar cómo los y las estudiantes comprenden y argumentan los elementos fundamentales de la fracción como relación parte-todo.</li> <li>- Analizar el impacto del empleo de tecnología en el objeto matemático</li> <li>- Analizar cómo determinan una relación entre las diferentes representaciones de la fracción como relación parte-todo.</li> </ul> <p><b>Competencias específicas</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Utiliza un medio computacional para facilitar la visualización y el aprendizaje del objeto matemático en las diferentes representaciones gráficas (lineal, circular y rectangular), numérica, decimal y escrita.</li> <li>2. Identifica el significado de fracción con relación parte-todo a través de ejemplos que le sean familiares a los alumnos, para la resolución de problemas.</li> <li>3. Identifica el significado de fracción con relación parte-todo por medio de representaciones gráficas (circular, rectangular y lineal) y expresiones verbales y numéricas, para la comprensión conceptual y la comunicación de las ideas matemáticas.</li> <li>4. Utiliza un medio computacional para facilitar el aprendizaje del concepto de fracción, por medio de la manipulación, transformación, construcción, comparación, articulación, identificación de propiedades, examinar conexiones y relaciones de la estructura del concepto, exploración que deduce a la identificación, formulación de conjeturas y al fortalecimiento a la visualización de las</li> </ol>		

concordancias existentes entre los objetos para satisfacer resolución de operaciones numéricas en un ambiente digital.

#### **Estrategias didácticas**

1. Lee con atención las preguntas de la de la Hoja de trabajo N°1.
2. Responde las preguntas de la Hoja de trabajo N°1 con argumentos claros.
3. Los espacios que están en blanco es para que escribas tus argumentos.
4. Las preguntas que tienen respuestas de opción múltiple sólo marcalas con una X.
5. Presenta tus inquietudes a la profesora de las preguntas que no comprendas.
6. Resuelve el problema matemático propuesto y plantea tu respuesta.

#### **CONCEPTOS Y HABILIDADES BÁSICAS**

Antes de iniciar con las actividades es importante revisar algunos conceptos previos sobre las fracciones que se podrán visualizar a partir del siguiente vídeo.

<https://youtu.be/21r6R-CzuS8>

#### **MOTIVACIÓN**

Cada actividad cuenta con herramientas de apoyo antes de iniciar cualquiera de las Hojas de trabajo que se presentan. Una de las herramientas que se pueden encontrar son los vídeos y las actividades propuestas por Colombia Aprende que potencializan los conocimientos previos.

Después de observar el video, a continuación puedes interactuar con actividades de Colombia Aprende que nos abrirán un poco el panorama de lo que tratarán las actividades.

Dale lí al siguiente link:

[https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G\\_4/M/M\\_G04\\_U01\\_L05/M\\_G04\\_U01\\_L05\\_03\\_01.html#](https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_4/M/M_G04_U01_L05/M_G04_U01_L05_03_01.html#)

**Nota:** Abajo se encuentran las actividades de la hoja de trabajo N°1, el cual se deberá diligenciar o resolver simultáneamente con las preguntas.

#### **EN ACCIÓN**

En la primera parte de la hoja de trabajo N°1 mueve el deslizador verde para que observes las representaciones gráficas (lineal, circular y rectangular), numérica, decimal y escrita.

1. Qué pasa cuando en la fracción el numerador es menor denominador.

--

2. Qué pasa cuando en la fracción el numerador es mayor denominador.

--

3. Qué pasa cuando en la fracción el numerador es igual denominador.

--

En la segunda parte de la actividad uno hay varios cuadrados que se han sombreado con color rojo algunas áreas.

4. Suma todas las áreas sombreadas de color rojo y construye la fracción que corresponde en cada uno de los cuadrados. coloca la fracción que corresponda en la casilla de numerador y denominador.

--

En la tercera parte de la actividad 1, se encuentran cuatro pizzas y unas fracciones correspondientes a esas pizzas. ¿Escribe en cuantas partes se divide las pizzas y cuantas partes se toman de la pizzas? En cada caso.

5. Utiliza la herramienta lápiz para trazar una línea que una las representación numérica (fracciones) con su representación gráfica (pizzas).

<b>Caso 1:</b>	<b>Caso 2:</b>
<b>Caso 3:</b>	<b>Caso 4:</b>

## EVALUACIÓN

### Resuelve el problema.

En la cuarta parte de la actividad 1, hay un problema relacionado con una carrera. Para poder resolver el problema primero dirígete a la hoja de trabajo N°1 y lee con atención la situación del problema

### Responde las siguientes preguntas:

6. ¿Quién ha recorrido mayor distancia?

- ☐ Luis
- ☐ Nando
- ☐ Dahiana

7. ¿Por qué consideras que esta persona fue la que recorrió mayor distancia?

8. ¿Quién ha recorrido menor distancia?

- ☐ Luis
- ☐ Nando
- ☐ Dahiana

9. ¿Por qué consideras que esta persona fue la que recorrió menor distancia?

10. ¿Quién ha recorrido la mitad de la distancia?

- ☐ Luis
- ☐ Nando
- ☐ Dahiana

11. ¿Por qué consideras que esta persona fue la que recorrió la mitad de la distancia?

12. ¿Qué estrategia utilizaste para resolver el problema?

- *ANEXO 3: HOJA DE TRABAJO (ACTIVIDAD 2)*



<b>Hoja de trabajo N° 2</b>	<b>Unidad:</b> Suma de fracciones	<b>Tema:</b> Aprendizaje de la fracción con relación parte-todo mediado con el software GeoGebra.
<b>Método:</b> Ejercitación, resolución de problemas y elaboración de conjeturas.	<b>Materiales:</b> lápiz, lapicero, sacapunta, borrador y geogebra.	<b>Fecha:</b>
<b>Nombre y apellido:</b>		
<b>DECLARACIÓN DE COMPETENCIAS</b>		
<p><b>Objetivos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Identificar las estrategias heurísticas y de control utilizadas por los y las estudiantes de quinto grado en la resolución de problemas.</li> <li>- Analizar el impacto del empleo de tecnología en el aprendizaje de la fracción con relación parte-todo en operación de adición.</li> <li>- Analizar cómo comprenden, resuelven, argumentan y qué procedimientos utilizan los y las estudiantes para la resolución de problemas.</li> </ul> <p><b>Competencias específicas</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Utiliza un medio computacional para facilitar el aprendizaje de fracción con relación parte-todo y resolver la operación suma de este objeto matemático.</li> <li>2. Utiliza un medio computacional para facilitar la visualización y el aprendizaje del objeto matemático en las diferentes representaciones gráficas (lineal, circular y rectangular), numérica, decimal y escrita.</li> <li>3. Identifica el significado de fracción con relación parte-todo a través de ejemplos que le sean familiares a los alumnos, para la resolución de problemas.</li> <li>4. Identifica el significado de fracción con relación parte-todo por medio de representaciones gráficas (circular, rectangular y lineal) y expresiones verbales y numéricas, para la comprensión conceptual y la comunicación de las ideas matemáticas.</li> <li>5. Utiliza un medio computacional para facilitar el aprendizaje del concepto de fracción, por medio de la manipulación, transformación, construcción, comparación, articulación, identificación de propiedades, examinar conexiones y relaciones de la estructura del concepto, exploración que deduce a la identificación,</li> </ol>		

formulación de conjeturas y al fortalecimiento a la visualización de las concordancias existentes entre los objetos para satisfacer resolución de operaciones numéricas en un ambiente digital.

#### **Estrategias didácticas**

1. Lee con atención las preguntas de la de la Hoja de trabajo N°2.
2. Responde las preguntas de la Hoja de trabajo N°2 con argumentos claros.
3. Los espacios que están en blanco es para que escribas tus argumentos.
4. Las preguntas que tienen respuestas de opción múltiple sólo marcalas con una X.
5. Presenta tus inquietudes a la profesora de las preguntas que no comprendas.
6. Resuelve el problema matemático propuesto y plantea tu respuesta seleccionando en el applet la respuesta correcta.

#### **CONCEPTOS Y HABILIDADES BÁSICAS**

Antes de iniciar la actividad es importante reconocer los procedimientos para realizar la operación suma de fracciones, Para ello se debe ver el video. Una vez finalizado, se dará comienzo a la actividad.

<https://youtu.be/LVHo5xvsvO0>

#### **MOTIVACIÓN**

Cada actividad cuenta con herramientas de apoyo antes de iniciar cualquiera de las Hojas de trabajo que se presentan. Una de las herramientas que se pueden encontrar son los videos y las actividades propuestas por Colombia Aprende que potencializan los conocimientos previos.

Después de observar el video, a continuación puedes interactuar con actividades de Colombia Aprende que nos abrirán un poco el panorama de lo que tratarán las actividades.

Dale li al siguiente link:

[https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G\\_4/M/M\\_G04\\_U01\\_L05/M\\_G04\\_U01\\_L05\\_03\\_03.html](https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_4/M/M_G04_U01_L05/M_G04_U01_L05_03_03.html)

#### **EN ACCIÓN**

En la primera parte de la hoja de trabajo N °2 mueve cada uno de los deslizadores de numerador y denominador.

1. Al mover los deslizadores responde: ¿Qué puedes observar de la representación circular y fracción que se muestra?

En la segunda parte de la actividad tiene la intención de colocar los números naturales en las casillas de numerador y en las casillas del denominador del applet.

2. Resuelve la suma de fracción que se observa en la applet y coloca el resultado en el espacio dado.

Cantidad de fracciones	Casos de suma de fracciones
A	$\frac{3}{7} + \frac{4}{5}$
B	$\frac{4}{6} + \frac{3}{4}$
C	$\frac{2}{7} + \frac{3}{8}$
D	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
E	$\frac{3}{9} + \frac{7}{8}$
F	$\frac{2}{4} + \frac{5}{6}$

Procedimiento y resultado del caso A:

Procedimiento y resultado del caso B:

Procedimiento y resultado del caso C:

Procedimiento y resultado del caso D:

Procedimiento y resultado del caso E:

Procedimiento y resultado del caso F:

3. ¿Qué procedimiento utilizaste para llegar a la solución de la suma de fracciones?

En la tercera parte de la actividad 2, debes proponer un ejercicio de suma de fracción con relación parte-todo. Luego lo debes resolver para hacer una comparación con el resultado que te genera el applet.

Da clic en la casilla ver solución y compara tu resultado con la solución que se te da en la applet responde:

4. ¿A qué resultado llegaste?

5. ¿Llegaste al mismo resultado de la applet o a otro? ¿Cuál?

6. ¿Qué estrategia utilizaste para solucionar el ejercicio?

## EVALUACIÓN

### Resuelve el problema.

En la cuarta parte de la actividad 2, hay dos problemas llamados “Venta de queso costeño” y “Venta de pollos campesinos en la plaza de Timba”. Para poder resolver los problemas primero dirígete a la hoja de trabajo N°2 y lee con atención las situaciones de los problemas:

### Responde las siguientes preguntas:



7. ¿Cuánta porción de queso costeño se llevaron en total Juan y Oscar de la tienda?

8. ¿Qué método utilizaste para resolver el problema?

9. Marca con una X en la applet y en la hoja de trabajo ¿Cuál es la opción correcta?

$\frac{2}{40}$ <input type="radio"/> Opción 1	 <input type="radio"/> Opción 2
$\frac{18}{40}$ <input type="radio"/> Opción 3	 <input type="radio"/> Opción 4

Justifica tu respuesta

¿Por qué las demás opciones no son correctas?

**Problema 2**



10. ¿Cuántos kilos pesan en total los dos pollos de la granja de la señora María?

11. Marca con una X en la applet y en la hoja de trabajo ¿Cuál es la opción correcta?

$$\frac{26}{8}$$

☐ Opción 1

$$\frac{21}{8}$$

☐ Opción 2

$$\frac{2}{8}$$

☐ Opción 3

$$\frac{14}{12}$$

☐ Opción 4

12. ¿Qué método utilizaste para resolver el problema?

Justifica tu respuesta

¿Por qué las demás opciones no son correctas?

- *ANEXO 3: HOJA DE TRABAJO (ACTIVIDAD 3)*



<b>Hoja de trabajo N° 3</b>	<b>Unidad:</b> Resta de fracciones	<b>Tema:</b> Aprendizaje de la fracción con relación parte-todo mediado con el software GeoGebra.
<b>Método:</b> Ejercitación, resolución de problemas y elaboración de conjeturas.	<b>Materiales:</b> lápiz, lapicero, sacapunta, borrador y geogebra.	<b>Fecha:</b>
<b>Nombre y apellido:</b>		
<b>DECLARACIÓN DE COMPETENCIAS</b>		
<p><b>Objetivos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Identificar las estrategias heurísticas y de control utilizadas por los y las estudiantes de quinto grado en la resolución de problemas en la sustracción de fracciones.</li> <li>- Analizar el impacto del empleo de tecnología en el aprendizaje de la fracción con relación parte-todo en operación de sustracción.</li> <li>- Analizar cómo comprenden, resuelven, argumentan y qué procedimientos utilizan los y las estudiantes para la resolución de problemas.</li> </ul> <p><b>Competencias específicas</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Utiliza un medio computacional para facilitar el aprendizaje de fracción con relación parte-todo y resolver la operación resta de este objeto matemático.</li> <li>2. Utiliza un medio computacional para facilitar la visualización y el aprendizaje del objeto matemático en las diferentes representaciones gráficas (lineal, circular y rectangular), numérica, decimal y escrita.</li> <li>3. Identifica el significado de fracción con relación parte-todo a través de ejemplos que le sean familiares a los alumnos, para la resolución de problemas.</li> <li>4. Identifica el significado de fracción con relación parte-todo por medio de representaciones gráficas (circular, rectangular y lineal) y expresiones verbales y numéricas, para la comprensión conceptual y la comunicación de las ideas matemáticas.</li> <li>5. Utiliza un medio computacional para facilitar el aprendizaje del concepto de fracción, por medio de la manipulación, transformación, construcción, comparación, articulación, identificación de propiedades, examinar conexiones y</li> </ol>		

relaciones de la estructura del concepto, exploración que deduce a la identificación, formulación de conjeturas y al fortalecimiento a la visualización de las concordancias existentes entre los objetos para satisfacer resolución de operaciones numéricas en un ambiente digital.

#### **Estrategias didácticas**

1. Lee con atención las preguntas de la de la Hoja de trabajo N°3.
2. Responde las preguntas de la Hoja de trabajo N°3 con argumentos claros.
3. Los espacios que están en blanco es para que escribas tus argumentos.
4. Las preguntas que tienen respuestas de opción múltiple sólo marcalas con una X.
5. Presenta tus inquietudes a la profesora de las preguntas que no comprendas.
6. Resuelve el problema matemático propuesto y plantea tu respuesta seleccionando en el applet la respuesta correcta.

#### **CONCEPTOS Y HABILIDADES BÁSICAS**

Antes de iniciar la actividad es importante reconocer los procedimientos para realizar la operación suma de fracciones, Para ello se debe ver el video. Una vez finalizado, se dará comienzo a la actividad.

<https://youtu.be/Xkss74kwrvt8>

#### **MOTIVACIÓN**

Cada actividad cuenta con herramientas de apoyo antes de iniciar cualquiera de las Hojas de trabajo que se presentan. Una de las herramientas que se pueden encontrar son los videos y las actividades propuestas por Colombia Aprende que potencializan los conocimientos previos.

Después de observar el video, a continuación puedes interactuar con actividades de Colombia Aprende que nos abrirán un poco el panorama de lo que tratarán las actividades.

Dale li al siguiente link:

[https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G\\_4/M/M\\_G04\\_U01\\_L05/M\\_G04\\_U01\\_L05\\_03\\_04.html](https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_4/M/M_G04_U01_L05/M_G04_U01_L05_03_04.html)

#### **EN ACCIÓN**

En la primera parte de la hoja de trabajo N °3 mueve cada uno de los deslizadores de numerador y denominador.

1. Al mover los deslizadores responde: ¿Qué puedes observar de la representación circular y fracción que se muestra?

2. ¿Qué sucede con la gráfica y las fracciones cuando mueves los deslizadores?

En la segunda parte de la actividad tiene la intención de colocar los números naturales en las casillas de numerador y en las casillas del denominador del applet.

3. Resuelve las resta de fracción que se observa en la applet y coloca el resultado en el espacio dado.

Cantidad de fracciones	Casos de resta de fracciones
A	$\frac{6}{8} - \frac{2}{3}$
B	$\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$
C	$\frac{3}{7} - \frac{2}{8}$
D	$\frac{1}{5} - \frac{1}{9}$
E	$\frac{6}{6} - \frac{6}{8}$
F	$\frac{5}{6} - \frac{2}{4}$

Procedimiento y resultado del caso A:

Procedimiento y resultado del caso B:

Procedimiento y resultado del caso C:

Procedimiento y resultado del caso D:

Procedimiento y resultado del caso E:

Procedimiento y resultado del caso F:

4. ¿Qué procedimiento utilizaste para llegar a la solución de la suma de fracciones?

En la tercera parte de la actividad 2, debes proponer un ejercicio de resta de fracción con relación parte-todo. Luego lo debes resolver para hacer una comparación con el resultado que te genera el applet.

Da clic en la casilla ver solución y compara tu resultado con la solución que se te da en la applet responde:

5. ¿A qué resultado llegaste?

6. ¿Llegaste al mismo resultado de la applet o a otro? ¿Cuál?

7. ¿Qué estrategia utilizaste para solucionar el ejercicio?

## EVALUACIÓN

### Resuelve el problema.

En la cuarta parte de la actividad 3, hay un problema llamado . Para poder resolver los problemas primero dirígete a la hoja de trabajo N°3 y lee con atención las situaciones de los problemas:

**Responde las siguientes preguntas:**



8. ¿Cuántos litros de leche quedó en la nevera?

9. ¿Qué método utilizaste para resolver el problema?

10. Marca con una X en la applet y en la hoja de trabajo ¿Cuál es la opción correcta?

<p>1) <math>\frac{2}{56}</math></p> <p><input type="radio"/> Opción 1</p>	<p>2) <math>\frac{21}{15}</math></p> <p><input type="radio"/> Opción 2</p>
<p>3) <math>\frac{19}{56}</math></p> <p><input type="radio"/> Opción 3</p>	<p>4) <math>\frac{41}{1}</math></p> <p><input type="radio"/> Opción 4</p>

**Justifica tu respuesta**

**¿Por qué las demás opciones no son correctas?**

- *ANEXO 4: HOJA DE TRABAJO (EVALUACIÓN FINAL)*



<b>Prueba de evaluación final</b>	<b>Unidad:</b> Fracciones	<b>Tema:</b> Aprendizaje de la fracción con relación parte-todo mediado con el software GeoGebra.
<b>Método:</b> Resolución de problemas y elaboración de conjeturas.	<b>Materiales:</b> lápiz, lapicero, sacapunta, borrador y geogebra.	<b>Fecha:</b>
<b>Nombre y apellido:</b>		
<b>DECLARACIÓN DE COMPETENCIAS</b>		
<p><b>Objetivo</b></p> <p>El objetivo de la prueba de evaluación final es dar a conocer si los y las estudiantes construyeron y transformaron un aprendizaje significativo al usar herramientas tecnológicas sobre el objeto matemático tratado. También conocer si las Hojas de trabajo diseñadas fueron pertinentes para el desarrollo de estrategias heurísticas y de control en la resolución de problemas.</p> <p><b>Competencias específicas</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Comprende y argumenta que es una fracción.</li> <li>2. Menciona y plantea cuáles son las partes que componen a una fracción y que significan cada una de estas partes.</li> <li>3. Identifica la diferencia entre una fracción propia, impropia e igual a la unidad.</li> <li>4. Plantean ejemplos de la fracción propia, impropia e igual a la unidad.</li> <li>5. Reconoce las distintas representaciones de una fracción</li> </ol> <p><b>Estrategias didácticas.</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Lee con atención las preguntas de la prueba diagnóstica</li> <li>2. Responde las preguntas de la prueba diagnóstica con argumentos claros.</li> <li>3. Los espacios que están en blanco es para que escribas tus argumentos.</li> <li>4. Las preguntas que tienen respuestas de opción múltiple sólo marcalas con una X.</li> <li>5. Presenta tus inquietudes a la profesora de las preguntas que no comprendas.</li> </ol>		

## PRUEBA DE EVALUACIÓN FINAL

1. ¿Qué es una fracción?

2. ¿Cuáles son las partes de una fracción?

3. ¿Cuáles son las representaciones que tienen las fracciones? Escribe tres representaciones distintas de una fracción.

4. ¿Qué representa el NUMERADOR en una fracción?

¿Por qué seleccionaste la respuesta anterior?

5. ¿Qué representa el DENOMINADOR en una fracción?

¿Por qué seleccionaste la respuesta anterior?

6. ¿Qué es una fracción propia? Escriba un ejemplo de una fracción propia

7. ¿Cuándo en una fracción el numerador es mayor que el denominador? Escriba un ejemplo de una fracción impropia

**8. ¿Qué entiendes por una fracción que es igual a la unidad? Escriba un ejemplo de una fracción que sea igual a la unidad**

*ANEXO 5: HOJA DE TRABAJO (SITIO WEB:FRACCIONES)*