



**Dificultades, obstáculos y errores que presentan los estudiantes de sexto grado de la  
Institución Educativa José María Córdoba en la comprensión y representación de las  
Medidas de Tendencia Central**

Nathalia Grijalba Benachí

201661849

Universidad del Valle Sede Norte

Instituto de Educación y pedagogía Área de Educación Matemática

Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

2021



**Dificultades, obstáculos y errores que presentan los estudiantes de sexto grado de la  
Institución Educativa José María Córdoba en la comprensión y representación de las  
Medidas de Tendencia Central**

Nathalia Grijalba Benachí

201661849

Trabajo de grado para optar por el título de Licenciada en Educación Básica con Énfasis  
en Matemáticas

Director:

Julio Cesar Méndez Cardona

Universidad del Valle

Instituto de Educación y Pedagogía

Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemática

2021

## **AGRADECIMIENTOS**

*En primer lugar, agradecerle a Dios por permitirme culminar mi carrera Universitaria, por darme la fuerza y la fortaleza para enfrentar día a día todas aquellas dificultades que se me presentaban en el camino y ayudarme a no darme por vencida.*

*A mis padres por ser ese apoyo incondicional, por ser mi motor para seguir adelante, por creer en mí y llevarme siempre en sus oraciones, por darme la oportunidad de estudiar una carrera y poderles brindar un mejor futuro.*

*A mi novio, mi mejor amigo y mis compañeros de clase que de una u otra forma me alentaban a seguir adelante, me daban consejos y nunca me dejaron sola en este camino.*

*A mi director de trabajo de grado Julio Cesar Méndez Cardona por ofrecerme sus valiosos conocimientos y su experiencia profesional y por su paciencia.*

*A la Institución Educativa “José María Córdoba” por brindarme el espacio para realizar mi trabajo de investigación, especialmente al profesor Javier Ruiz Quiñones por la disposición que tuvo al brindarme su colaboración y espacio con el grado sexto.*

*A los docentes de la Universidad del Valle, en especial mi directora de carrera Adriana García Moreno y mi profesor Cristian Andrés Hurtado Moreno que guiaron mi proceso académico, quienes me brindaron su apoyo y compartieron sus conocimientos y experiencias para enriquecer mi formación.*

**TABLA DE CONTENIDO**

TABLA DE FIGURAS .....	6
Resumen .....	8
CAPÍTULO 1 Aspectos generales del estudio .....	9
1.1 Introducción .....	9
1.2 Antecedentes .....	12
1.3 Planteamiento del problema .....	19
1.4 Objetivos.....	22
1.4.1 <i>Objetivo general</i> .....	22
1.4.2 <i>Objetivos específicos</i> .....	22
1.5 Justificación .....	23
CAPÍTULO 2 Marco teórico .....	28
2.1 Noción de estadística.....	28
2.2 Características de las medidas de tendencia central y sus propiedades .....	29
2.2.1 <i>Media aritmética</i> .....	30
2.2.2 <i>La mediana</i> .....	31
2.2.3 <i>La moda</i> .....	33
2.3 Educación estadística .....	33
2.4 Enfoque Ontosemiótico (EOS) .....	37
2.5 Obstáculos en el aprendizaje de las matemáticas.....	43
2.6 Errores en el aprendizaje de las matemáticas .....	45
CAPÍTULO 3 Marco metodológico .....	48
3.1 Fase 1: Estudio teórico .....	49
3.2 Fase II: Planificación .....	49
3.2.1 <i>Tipo de estudio</i> .....	49
3.2.2 <i>Diseño de instrumentos</i> .....	50
3.2.3 <i>Caracterización de la población</i> .....	53
3.2.4 <i>Puesta en acto en el aula</i> .....	53
3.2.5 <i>Descripción del cuestionario</i> .....	54

3.2.6 <i>Propósito del cuestionario</i> .....	56
3.3 Análisis de los resultados obtenidos por los estudiantes .....	62
CAPÍTULO 4 Conclusiones y recomendaciones .....	92
4.1 Introducción .....	93
4.2 Conclusiones respecto a los objetivos de la investigación .....	95
4.2 Recomendaciones.....	96
Referencias .....	97
ANEXOS .....	102

**TABLA DE FIGURAS**

<b>Figura 1.</b>	Tipos de significados institucionales y personales .....	41
<b>Figura 2.</b>	Objetos primarios.....	43
<b>Figura 3.</b>	Fases de estudio .....	48
<b>Figura 4.</b>	Ítem 1 .....	57
<b>Figura 5.</b>	Ítem 2 .....	58
<b>Figura 6.</b>	Ítem 3 .....	59
<b>Figura 7.</b>	Ítem 4 .....	60
<b>Figura 8.</b>	Ítem 5 .....	61
<b>Figura 9.</b>	Ítem 1 .....	63
<b>Figura 10.</b>	Respuesta de E1 .....	63
<b>Figura 11.</b>	Respuesta de E2.....	64
<b>Figura 12.</b>	Respuesta del E3 .....	65
<b>Figura 13.</b>	Respuesta del E4.....	65
<b>Figura 14.</b>	Respuesta del E5 .....	66
<b>Figura 15.</b>	Ítem 2 .....	67
<b>Figura 16.</b>	Respuesta de E1 .....	67
<b>Figura 17.</b>	Respuesta del E2.....	69
<b>Figura 18.</b>	Respuesta del E3 .....	70
<b>Figura 19.</b>	Respuesta del E4.....	71
<b>Figura 20.</b>	Respuesta del E5 .....	72
<b>Figura 21.</b>	Ítem 3 .....	73
<b>Figura 22.</b>	Respuesta del E1 .....	73
<b>Figura 23.</b>	Respuesta del E2.....	75
<b>Figura 24.</b>	Respuesta del E3 .....	76
<b>Figura 25.</b>	Respuesta del E4.....	77
<b>Figura 26.</b>	Respuesta del E5 .....	78
<b>Figura 27.</b>	Ítem 4 .....	79
<b>Figura 28.</b>	Respuesta del E1 .....	80
<b>Figura 29.</b>	Respuesta del E2.....	80

<b>Figura 30.</b>	Respuesta del E3 .....	82
<b>Figura 31.</b>	Respuesta del E4 .....	82
<b>Figura 32.</b>	Respuesta del E5 .....	83
<b>Figura 33.</b>	Ítem 5 .....	85
<b>Figura 34.</b>	Respuesta de E1 .....	85
<b>Figura 35.</b>	Respuesta del E2 .....	87
<b>Figura 36.</b>	Respuesta del E3 .....	89
<b>Figura 37.</b>	Respuesta del E4 .....	89
<b>Figura 38.</b>	Respuesta del E5 .....	90

## Resumen

En este presente trabajo de grado se pretende analizar y dar a conocer las posibles dificultades, obstáculos y errores que presentan los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa José María Córdoba en la comprensión y representación de las medidas de tendencia central. Para llevar a cabo este análisis, se consideró como referente teórico los significados personal e institucional del Enfoque Ontosemiótico (EOS) propuestos por Godino y colaboradores (2008), al igual que los objetos primarios y dos de las categorías de la taxonomía de los errores realizadas por Radatz (1979). Los cuáles brindaron aportes importantes para el análisis del objeto matemático (medidas de tendencia central). Teniendo en cuenta lo dicho anteriormente, se elaboró un cuestionario con 5 ítems tomados de diferentes autores y adaptados al contexto de los estudiantes de Educación Básica, específicamente grado sexto (6°), de la Institución Educativa José María Córdoba la cual pertenece al corregimiento de Mondono Cauca, para luego realizar su respectivo análisis de las respuestas de los estudiantes y evidenciar qué errores presentan con respecto al objeto matemático y conocer las dificultades que se presentan de dichos errores encontrados. La metodología que se emplea en este trabajo es de tipo cualitativo y se va a tomar una muestra de cinco estudiantes de la población estudiantil de grado sexto.

*Palabras Claves:* Estadística, Enfoque Ontosemiótico, Dificultades, Obstáculos, Errores, Medidas de Tendencia Central.

# **CAPÍTULO 1**

## **Aspectos generales del estudio**

### **1.1 Introducción**

El siguiente trabajo se encuentra ubicado en el marco de la línea de investigación Estadística del programa de Licenciatura en educación básica con énfasis en Matemáticas de la Universidad del Valle, el estudio abarca el análisis de las dificultades, obstáculos y errores que los estudiantes de sexto grado manifiestan alrededor del objeto matemático medidas de tendencia central en la resolución de situaciones problema. Es por esto que uno de los objetivos es presentar el análisis de las dificultades, obstáculo y errores que se obtengan, mediante un cuestionario, teniendo en cuenta también que este cuestionario será aplicado de manera virtual por motivos de la pandemia ocasionada por el Covid19.

Hay que tener en cuenta que la motivación que se tuvo para realizar este trabajo surge de la importancia en la comprensión y representación de las medidas de tendencia central en situaciones de la vida cotidiana, puesto que un buen aprendizaje de este objeto matemático genera en el estudiante distintas herramientas para un futuro en las diferentes actividades que vaya a realizar de acuerdo a su formación profesional.

Con base a lo dicho anteriormente, se proponen cuatro capítulos para el desarrollo de este trabajo: en el primer capítulo se presentan los aspectos generales en los cuales se enmarca este trabajo, como lo son los antecedentes, el planteamiento del problema, los objetivo, y la justificación, en donde se abordan las propuestas de investigaciones que se han realizado acerca de las medidas de tendencia central, sus propiedades, definiciones e interpretación.

En el segundo capítulo se indican algunos referentes teóricos donde se identifican las propiedades y definiciones del objeto matemático, los significados institucional y personal y los objetos primarios los cuales pertenecen al Enfoque Ontosemiótico (EOS), propuestos por Godino y Batanero (2008).

El tercer y cuarto capítulo, comprende las fases de estudio, que tiene en cuenta la metodología, la población, el tipo de investigación, cuestionario, los instrumentos de análisis utilizados para la realización del trabajo y el análisis de los resultados obtenidos. También las conclusiones y recomendaciones del trabajo. Por último, la bibliografía que se utilizó en el trabajo y los anexos.

Seguidamente se presenta aportaciones importantes acerca de la estadística y la importancia que tiene en el currículo de matemáticas.

La estadística es hoy; parte del currículo de matemáticas en la educación primaria y secundaria en muchos países, debido a su utilidad en la vida diaria, su papel instrumental en otras disciplinas, la necesidad del conocimiento estocástico básico en muchas profesiones y su importancia en el desarrollo de un razonamiento crítico Batanero, 2001; Franklin y Cols., 2).

En Colombia y los diferentes países del mundo, el currículo es el documento legal donde se redactan las condiciones y reglamentos en las que se va a generar la educación en cualquier sistema educativo, independientemente del modelo político que utilice el país, de acuerdo, al tipo de reglas que se aplican y las instituciones que a este se rigen.

En países como México, la estadística es enseñada por el docente de una forma tradicional, como parte de la asignatura de matemáticas por el profesor de esta materia. Es por tal

razón que se requiere de un profundo análisis tanto del currículo de matemáticas como también de las dificultades de los estudiantes a los cuales se dirige esta enseñanza. Mayen, S. (2009).

Tanto en Colombia como en otros países del mundo se ha dado gran importancia a la estadística, buscando mejorar su enseñanza en la educación básica, sin dejar de reconocer que la estadística ha estado presente durante décadas. En los últimos años se han encontrado diversos aportes y recomendaciones que permiten que esta área de la educación matemática se mejore en su práctica y enseñanza, ampliando y renovando las diferentes metodologías de enseñanza.

Es por eso que se desea abordar, los diferentes aspectos que no permiten que el estudiante adquiera un concepto claro de las tendencias de medida central. También se ha dado la necesidad de centrar la enseñanza de la estadística en los datos que se pueden recolectar, a diferencias de los conceptos y algoritmos, de los cuales, los estudiantes pueden dar manejo de ello, realizar actividades y que pueden de esta forma tener interacción con la estadística a través de problemas y actividades de la vida real desde su temprana edad. (Franklin y cols., 2007). Lo escrito aquí se tuvo en cuenta para el diseño del cuestionario.

Según Batanero (2002), señala la deficiencia que presenta la enseñanza en cuanto a la estadística puesto que se pide y exige a los profesores que imparten un nuevo contenido sin tener en cuenta que no todos ellos han tenido una formación didáctica específica y esto hace que se vuelva más compleja.

Es por ello que en este trabajo lograremos identificar el problema, y el resultado de conocer las diferentes causas que no permiten que el estudiante aborde con claridad el tema de medidas de tendencia central y la importancia que esta adquiere dentro de las matemáticas. También se dará a conocer en cada apartado el marco teórico, marco metodológico y objetivo

que permiten que este proyecto sea de utilidad para la enseñanza y aprendizaje de las medidas de tendencia central.

Aunque se logra evidenciar que la enseñanza de la estadística ha avanzado, es notable que los estudiantes sigan presentando carencias y dificultades en la comprensión de los conceptos, procesos y ejercicios relacionados con Medidas de Tendencia Central.

Por esta razón, autores como Batanero (2000) y Batanero y Godino (2002), mencionan que estas posibles dificultades se suelen presentar en el ámbito internacional educativo de diversas instituciones y proponen realizar estrategias de enseñanza para lograr mejorar el aprendizaje de estos conceptos a partir del reconocimiento de las diversas particularidades del estudiante en cuanto al contexto y el entorno en el que se encuentra.

Por tal motivo, este trabajo se da a conocer mediante antecedentes de trabajos que se han realizado hasta el momento y el trabajo que tiene los futuros maestros de contribuir al mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas y en especial la estadística en el tema Medidas de Tendencia Central.

Seguidamente de los antecedentes, se abordará la problemática, objetivos, marco teórico, marco metodológico y finalmente el análisis que se ha hecho respecto a las respuestas de los estudiantes y su comprensión en las medidas de tendencia central.

## **1.2 Antecedentes**

De acuerdo al campo de estudio del presente trabajo de grado, se realizó una búsqueda en los repositorios de algunas Universidades nacionales e internacionales, tales como Universidad de Granada y Antioquia, obteniendo de ellas trabajos de maestría en documentos PDF, los cuales

contaban con información de suma importancia y actividades de aprendizaje para la comprensión y la enseñanza de medidas de tendencia central. Esta información se recogió con el propósito de orientar el trabajo de grado y hacer un estudio de los diferentes aportes que se han realizado hasta el momento.

En primer lugar, se encontró el trabajo de Oviedo, K., Contreras, J. M., Arteaga P. y Ruiz, K. (2017). De la Universidad de Granada. Dicho trabajo trató de mostrar los diferentes recursos encontrados en internet, los cuales estaban diseñados para la enseñanza de medidas de tendencia central en secundaria, cuyo objetivo general pretendía dos cosas, por un lado que los estudiantes lograran comprender el concepto que se estaba enseñando a partir de ese medio y que fuera de gran ayuda para su enseñanza y por otro lado centró la atención hacia el docente, que ellos se capaciten respecto a las tecnologías vigentes en internet y que asesoren a sus estudiantes sobre el uso de los recursos, ya que es un medio que podría facilitar la comprensión del tema que se está abordando. Dicho trabajo también propuso hacer diferentes actividades mediante algunos applets donde se pretendía llevar a cabo la enseñanza de medidas de tendencia central, de manera que se identificasen las dificultades que presentaron los estudiantes al realizar dichas actividades, y el aporte que pudo hacer las actividades tanto al docente como a los estudiantes. Las actividades consistían inicialmente en explorar y reconocer los conceptos de media y mediana, los datos representados en una recta numérica y en diagrama de cajas, se realizó un juego didáctico que le permitía al estudiante visualizar y determinar objetos matemáticos relacionados con el tema de medidas de tendencia central.

Finalmente, esta investigación concluye que, aunque los recursos virtuales y en particular los applets son muy importantes para la enseñanza de las matemáticas y en este caso medidas de

tendencia central, no se trabajan por sí solos, se necesita la guía y la orientación del docente y que ese docente esté capacitado para enseñar y trabajar con los recursos necesarios.

En segundo lugar, se tiene el trabajo de Agudelo, L. (2016). De la Universidad de Antioquia-Medellín. Este es un trabajo para el título de Maestría el cual trata sobre actividades orientadoras que se hicieron a estudiantes de sexto grado entorno a la enseñanza de medidas de tendencia central con el fin de analizar el desarrollo de la actividad de aprendizaje de esos estudiantes y para lograrlo se llevó a cabo una investigación cualitativa donde se fomentaría una relación entre estudiante y profesor y se fortalezca la comunicación. Las actividades constaban de 10 tareas en las cuales los estudiantes debían tener comunicación y socialización tanto entre pares como con la docente, luego se socializó los resultados que obtuvieron. Las tareas constaban de preguntas sobre la alimentación escolar, los alimentos saludables para los estudiantes, las cuales se representaban más tarde a través de gráficos como diagrama de barras, al igual que se le hallaba la mediana e iban aprendiendo más a fondo acerca de este tema y sus representaciones.

Esta investigación concluyó con un resultado exitoso, ya que las actividades fueron muy útiles y positivas para los estudiantes puesto que contribuyeron al aprendizaje de ellos, les ayudó a reconocer las características del concepto enseñado, les ofreció una visualización más ágil de las relaciones establecidas de la frecuencia absoluta en cuanto a la moda y entre todos cooperaron en las actividades, buscando respuestas por fuera del aula y enriqueciendo sus conocimientos en cuanto este concepto.

En tercer lugar, encontramos el trabajo de Mayén, S. (2009). Este trabajo investigativo trata en primer lugar dejar claro y explicado los significados y características del concepto de medidas de tendencia central, aborda mucha información que le ayuda al estudiante a

familiarizarse con el tema. Tiene una actividad la cual se llama “cuestionario Piloto”. El cuestionario piloto es aquel que permite evaluar una serie de preguntas y respuestas utilizando un tamaño de muestra más pequeño que el de la muestra planeada. Este consta de varias preguntas orientadas a la evaluación del significado personal que los estudiantes les dan a las medidas de tendencia central. El cuestionario tuvo como objetivo recoger datos sobre las prácticas matemáticas que realizaron los estudiantes al resolver problemas relacionados con medidas de tendencia central y poder aproximarlos a esa comprensión.

Finalmente, esta investigación concluye, que sin importar la cantidad de información que se les brinde a los estudiantes sobre el concepto de medidas de tendencia central, y se explique con ejemplos y gráficas, las dificultades persisten en cuanto al análisis y comprensión del tema. Pues a los estudiantes se les sigue dificultando resolver problemas de ese tipo, no se profundizó al máximo el concepto para una mejor comprensión por parte de los estudiantes.

En cuarto lugar, se presenta el trabajo de Cubides, K., Rosada. L. (2011). Universidad Santiago de Cali. Este trabajo de investigación se encuentra ubicado en la línea de didáctica, en especial la estadística. Este trabajo está enfocado en el estudio de las dificultades y obstáculos que presentan los estudiantes en la obtención e interpretación de las medidas de tendencia central y la resolución de problemas.

Uno de los principales objetivos de este trabajo fue el de presentar un análisis de las dificultades que se obtuvieron mediante un “taller diagnóstico” y desarrollar un documento que permitiera también a los futuros docentes reflexionar acerca de las diversas estrategias que se pueden implementar en la motivación del estudiante y lograr que él tenga un aprendizaje significativo. Se puede evidenciar mediante este “taller diagnóstico” errores cometidos por los

estudiantes en cuanto a la aplicación correcta de cada medida de tendencia central en cada actividad propuesta y a las respuestas erróneas introducidas por ellos.

De este trabajo se puede concluir que los estudiantes tienen poco conocimiento acerca de las propiedades que cumple las medidas de tendencia central (media, mediana y moda); también se puede evidenciar que los estudiantes presentan dificultades en la parte algorítmica, pues al calcular la mediana no ordenaban los datos de forma correcta, esto genera dificultad en el aprendizaje de los estudiantes en cuanto a las medidas de tendencia central, también se puede observar la falta de comprensión de este objeto matemático y los obstáculos que se les presenta a los estudiantes para poder avanzar en ello.

En quinto lugar, se presenta el trabajo de investigación de C. Batanero, J. D. Godino, D. R. Green, P. Holmes y A. Vallecillos. (2014). Esta información se tuvo en cuenta para el Marco Teórico y el análisis, trata sobre los posibles errores, concepciones y obstáculos que presentan los estudiantes en la comprensión de las medidas de tendencia central. También menciona que el estudiante proporciona respuestas erróneas, con respecto a un patrón de evaluación, o en ocasiones no es capaz de dar ninguna respuesta lo cual muestra el gran problema que hay en el campo de la educación estadística y en especial las medidas de tendencia central y el trabajo que tenemos los futuros licenciados por aportar conocimientos nuevos y estrategias que le ayuden al estudiante a tener una mejor comprensión referente a este tema.

Por último, la investigación hace algunas consideraciones a tener en cuenta en la enseñanza del objeto matemático seleccionado, una de ellas es que a veces los alumnos muestran falta de interés hacia la estadística, puesto que este tema se les ha enseñado de manera abstracta desde edades tempranas.

Autores como Radatz (1980). Consideran el análisis de errores como “una estrategia de investigación prometedora para clarificar cuestiones fundamentales del aprendizaje matemático” (pag. 16). De este mismo modo, Borassi (1987) presenta el análisis de errores en educación matemática “como un recurso motivacional y como un punto de partida para la exploración matemática creativa, implicando valiosas actividades de planteamiento y resolución de problemas-2 (pág. 7).

De acuerdo a estos conceptos dados por autores, se debe prestar atención cuando se le presenta obstáculos al estudiante en la realización de un ejercicio, al desarrollar un problema, sus procedimientos y al llevar lo aprendido a las representaciones ya sean gráfica, simbólica, etc.

Dado esos obstáculos, conlleva al estudiante a presentar errores en la interpretación de las medidas de tendencia central, al igual que en la comprensión e interpretación de ellas.

De esta manera, Brouseau (1983) menciona ciertas características de los obstáculos que conllevan a los estudiantes a cometer errores, una de ellas es la siguiente:

Un obstáculo es un conocimiento, no una falta de conocimiento. El estudiante utiliza este conocimiento para producir respuestas adaptadas a un cierto contexto que encuentra con frecuencia.

Según lo que indican los antecedentes llegamos a la conclusión que a pesar de que las investigaciones y enseñanzas acerca de medidas de tendencia central han avanzado y los docentes tratan de mejorar cada día las formas de enseñar generando estrategias, los estudiantes siguen presentando dificultades, obstáculos y errores a la hora de aprender y comprender este tema, al realizar actividades que impliquen sus propiedades, también confunden la media con la

mediana y sus representaciones, en otras palabras, siguen presentando lagunas en el aprendizaje y esto hace que se genere en ellos un aprendizaje erróneo referente a este tema.

De acuerdo a los antecedentes escritos en los párrafos anteriores surgen las siguientes preguntas:

¿Cómo los estudiantes de grado sexto distinguen las diferencias de media, mediana y moda?

¿Cómo enseñan los docentes? ¿Cómo aprenden los estudiantes? Estas cuestiones han sido preocupantes en la comunidad educativa.

El proceso de aprendizaje del alumno debe basarse en su propia actividad creadora, es decir, aquellas actividades propias del ser humano, en sus descubrimientos personales, en sus motivaciones intrínsecas, debiendo ser la función del profesor la de orientar, guiar, animar, pero no la de fuente fundamental de información. (Martínez, 2004 citado en Cattaneo, 2012, p.24)

Dado que son varios los interrogatorios, se debe profundizar más a fondo el concepto del tema de medidas de tendencia central en grado sexto, buscar estrategias que fomenten un aprendizaje significativo en los estudiantes, de modo que logren tener una buena comprensión de acuerdo este tema y lo puedan aplicar a la vida diaria.

Teniendo en cuenta todas aquellas investigaciones que se han realizado acerca de la enseñanza y aprendizaje de las medidas de tendencia central, cabe resaltar que todas ellas justifican la importancia de este trabajo dado que la evaluación de los conocimientos y dificultades de los estudiantes nos motivan a querer diseñar e implementar acciones didácticas que conduzcan al estudiante a superar todo aquello que se le presenta. Por ello damos paso al

planteamiento del problema donde se busca dar una posible solución a nuestra pregunta problema.

### **1.3 Planteamiento del problema**

En este capítulo se propone centrar el objeto de estudio, de las dificultades, obstáculos y errores que presentan los estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa José María Córdoba en la comprensión y representación de las medidas de tendencia central.

Las investigaciones que se han realizado en los últimos años en la enseñanza de la estadística, en especial las medidas de tendencia central han mostrado ciertas dificultades asociados tanto al aprendizaje como a la enseñanza de este tema. Puesto que, en algunos casos, los docentes no introducen el pensamiento aleatorio en la enseñanza de la estadística, o si lo introducen no lo enseñan a profundidad.

Estas investigaciones concuerdan en que una de las mayores dificultades que presentan los estudiantes y lo limitan a entender el objeto matemático se debe a que no tienen presente las propiedades de cada medida de tendencia central y a su representación, pues debido a esto, el estudiante no es capaz de reconocer las diferentes representaciones e interpretaciones de este concepto propuestas en diversos contextos. De esta manera, las dificultades en el estudio y el uso de las medidas de tendencia central en gran parte se deben por lo mencionado anteriormente, al lenguaje utilizado por los docentes y a la complejidad de los conceptos matemáticos que se abordan. De acuerdo a lo dicho anteriormente, Radatz (1980), considera el análisis de errores como:

Una estrategia de investigación prometedora para clarificar cuestiones fundamentales del aprendizaje matemático, del mismo modo que el análisis de errores en educación matemática, como un recurso motivacional y como un punto de partida para la exploración matemática creativa, implicando valiosas actividades de planteamiento y resolución de problemas Borassi (1987).

También menciona los tipos de errores que suelen ocurrir en el aprendizaje de las matemáticas: Errores debidos a dificultades de lenguaje y Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos.

Algunos autores preocupados por la enseñanza de la estadística en la educación básica, han enfocado sus investigaciones en la realización de un análisis profundo sobre las variables que se presentan en el aula de clase para la comprensión de los conceptos estadísticos, entre estos autores se encuentran Batanero, Godino, entre otros. Ellos han podido lograr que la estadística tenga cambios significativos en cuanto a la ciencia como tal y por supuesto a la enseñanza-aprendizaje.

Siguiendo con esta idea, autores como Struss y Bichler (1988) en su investigación sobre la comprensión de la media tratan de evaluar a los estudiantes mediante una serie de preguntas estructuradas distinguiendo una serie de propiedades entre las cuales se encuentra las siguientes:

- La media es un valor comprendido entre los extremos de la distribución
- el valor medio está influenciado por los valores de cada uno de los datos. Por esto la media no tiene elemento neutro, etc.

De acuerdo a las anteriores propiedades, estos autores realizaron diferentes actividades con estudiantes de diferentes edades con el objetivo de evaluar la comprensión que ellos tenían acerca de este concepto. Al realizar las actividades propuestas, se identificó, el progreso de los

estudiantes en la comprensión de las medias, medianas en base a sus propiedades, pero los estudiantes siguieron presentando dificultad en las demás propiedades tales como: la suma de las desviaciones por los valores de cada uno de los datos respecto de la media es cero, otra que nos dice es que hay que tener en cuenta los valores nulos en el cálculo de la media. En esta misma línea, Leon, M. R., y Zawokeswski, F. S. (1991).

Mencionan que las propiedades que se encuentran relacionadas con el valor del cero o con la representación de la media (simbólica como gráficamente) resultan en verdad un problema para los estudiantes.

Del mismo modo, en los trabajos de Belén Cobo (2003) se mencionan dificultades en cada una de las medidas de tendencia central, estas dificultades están asociadas a la falta de comprensión por parte de los estudiantes, presentan dificultad al comparar distribuciones, representarlas gráficamente y resolver las diversas actividades que se les plantea.

De acuerdo a las dificultades mencionadas anteriormente, las cuales han presentado un problema en el aprendizaje de las medidas de tendencia central, se realizaron diversas actividades como cuestionarios, pruebas piloto donde se evaluaron las respuestas correctas e incorrectas de los estudiantes y de acuerdo a las respuestas dieron unas posibles soluciones.

Por otro lado, el número de investigaciones sobre la didáctica de la estadística es aún muy escaso, en comparación con las existentes en otras ramas de las matemáticas. Por ello, no se conocen aún cuales son las principales dificultades de los alumnos en muchos conceptos importantes. Sería también preciso experimentar y evaluar métodos de enseñanza adaptados a la naturaleza específica de la estadística, a la que no siempre se pueden transferir los principios generales de la enseñanza de las matemáticas. Las investigaciones existentes no son muy

conocidas por los profesores, ya que falta todavía mucha labor de difusión, especialmente de trabajos realizados fuera de nuestro país. Batanero, C. (2000).

De acuerdo a la problemática identificada, es pertinente realizar la siguiente pregunta problematizadora:

*¿Qué dificultades, obstáculos y errores presentan los estudiantes de sexto grado de la institución educativa José María Córdoba del corregimiento de Mondono en la comprensión y representación de las medidas de tendencia central?*

## **1.4 Objetivos**

### ***1.4.1 Objetivo general***

Analizar las dificultades, obstáculos y errores que presentan los estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa José María Córdoba en la comprensión y representación de las medidas de tendencia central mediante un cuestionario.

### ***1.4.2 Objetivos específicos***

- Evidenciar las dificultades obstáculos y errores que presentan estudiantes de sexto grado, a través de un cuestionario donde se les presentan situaciones problema que requieren el uso de las medidas de tendencia central para su resolución.

- Clasificar y analizar las dificultades obstáculos y errores encontrados en los resultados de los estudiantes al resolver la prueba, teniendo en cuenta el enfoque Ontosemiótico.

- Proponer recomendaciones con base en los resultados obtenidos, para contribuir a la

disminución de dificultades obstáculos y errores en la enseñanza del objeto matemático.

### **1.5 Justificación**

La estadística es una ciencia que ha ido teniendo sus cambios a lo largo de los años, cambios que han sido significativos en la enseñanza y aprendizaje de ella y en especial las medidas de tendencia central, por este motivo, el ministerio de educación nacional (MEN) realizó la introducción de la estadística en el currículo de matemáticas, logrando que este documento sea una guía para las instituciones educativas y docentes en cuanto al proceso de elaboración de proyectos educativos, también ha incorporado el desarrollo del pensamiento aleatorio y sistemas de datos con unos contenidos básicos propuestos para la educación básica, viéndose así la necesidad de formar al estudiante con conceptos básicos estadísticos que en un futuro serán de gran utilidad en las actividades que él realice a diario, debido a que hoy en día se observa como en los medios de comunicación, en el trabajo y aún en otras ciencias y disciplinas es necesario comprender y conocer los conceptos básicos de la estadística.

El pensamiento aleatorio se encuentra directamente ligado a los conceptos y procedimientos de la teoría de probabilidad y la estadística inferencial, en cuanto a la parte estadística, las experiencias vividas por los estudiantes permiten realizar asignaciones de forma numérica en las cuales se puede medir las probabilidades de los sucesos. Cabe resaltar que este trabajo se centra en las medidas de tendencia central, según el pensamiento aleatorio, los estudiantes usan las medidas de tendencia central (media, mediana y moda) para hacer interpretaciones de un conjunto de datos ya se recolectado del mismo contexto del estudiante y de sus experiencias vividas.

Batanero y Godino (2002) en su proyecto, señalan la importancia y el objetivo de la estadística, al igual que las razones fundamentales por las cuales se debe implementar en la enseñanza a partir de la educación básica primaria:

La estadística es hoy una parte de la educación general deseable para los ciudadanos, quienes precisan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos que con frecuencia aparecen en los medios de comunicación. Las principales razones que fundamentan la enseñanza de la estadística son las siguientes:

Es útil para la vida posterior a la escuela, ya que en muchas profesiones se precisan unos conocimientos básicos del tema.

Su estudio ayuda al desarrollo personal, fomentando un razonamiento crítico, basado en la valoración de la evidencia objetiva, apoyada en los datos, frente a criterios subjetivos.

Ayuda a comprender los restantes temas del currículo, tanto de la educación obligatoria como posterior, donde con frecuencia aparecen gráficos, resúmenes o conceptos estadísticos.

Parece ser que, en Colombia esta medida no ha sido suficiente para que se introduzca en las aulas de clase la estadística como ciencia fundamental en el desarrollo cognitivo del estudiante, es por este motivo que la estadística sigue siendo objeto de estudio de investigación. Teniendo en cuenta que Godino y Batanero han sido los pioneros en la educación estadística y se han preocupado por mejorar en los avances que ha tenido la educación estadística en cuanto a la publicación de varios textos e investigaciones que conllevan a tomar conciencia del papel importante que juega el docente y la actitud que él debe tener frente a la estadística, debido a que es el docente el principal mediador del conocimiento estadístico.

Por su parte MOORE, aclara:

La Estadística es la ciencia de los datos con más precisión, el objeto de la estadística es el razonamiento a partir de datos empíricos. La estadística es una disciplina científica, autónoma que tiene sus métodos específicos de razonamiento.

Según lo anterior se podría deducir que en el aula de clases no se le está dando a la estadística la importancia que requiere para ser enseñada y abordada, lo cual da paso a que se presenten diversas dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de ella, tal como lo indica Mayen en su tesis.

Batanero (2000) indica que: nos encontramos con la paradoja de pedir a los profesores que imparten un nuevo contenido, para el que no todos han tenido una formación didáctica específica. Por otro lado, el número de investigaciones sobre la enseñanza de la estadística es aún escaso, y sólo estamos comenzando a conocer las principales dificultades de los alumnos en los conceptos más importantes.

Por esta razón, los estudiantes suelen presentar dificultades, obstáculos y errores en la comprensión de las medidas de tendencia central, debido también a que los docentes en ocasiones presentan la enseñanza de este tema de una forma muy general, lo cual no permite que el estudiante se apropie de esos conocimientos estadísticos.

Del mismo modo, es importante también mencionar el papel que juega la educación estadística en la formación del estudiante:

Zapata (2011) dice que un ciudadano común requiere de la educación estadística para poder entender y comprender el entorno en el que se encuentra y está socializado. Esta educación

debe promoverle elementos que le ayuden al manejo de la información y sea un sujeto que toma decisiones de acuerdo a sus necesidades.

Del mismo modo Lopes, C. (2003) en el siguiente apartado da a conocer la importancia de la educación estadística y el papel que juega la escuela:

Las propuestas curriculares de matemáticas están buscando justificar la importancia y la relevancia de esos temas en la formación de los estudiantes, resaltando que ellos deben conocer los procedimientos que deben desarrollar para un aprendizaje significativo. El estudio de esos temas se torna indispensable para el ciudadano en los días de hoy y en los tiempos futuros, delegando a la enseñanza de la matemática el compromiso de no sólo enseñar el dominio de los números, sino también la organización de los datos, lectura de gráficos y análisis estadísticos. (p. 58).

De igual manera, Godino, et., al (2004)

A modo de conclusión, es pertinente ampliar el foco investigativo acerca de las dificultades obstáculos y errores que presentan los estudiantes de secundaria en la comprensión y representación de las medidas de tendencia central, puesto que esto les permitirá a los futuros docentes generar e implementar estrategias dentro del aula de clases para lograr un aprendizaje eficaz y significativo, y del mismo modo motivar a los estudiantes a enriquecer sus conocimientos.

Para evidenciar las dificultades, obstáculos y errores que presentan los estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa José María Córdoba en la comprensión y representación las medidas de tendencia central, se tomará ítems de cuestionarios ya realizados; se modificarán

de acuerdo al contexto y grado del estudiante y se aplicará el cuestionario con preguntas significativas, este cuestionario será guiado con el propósito de enriquecer y afianzar los conocimientos de los estudiantes, como también opacar un poco aquellas dificultades, obstáculos y errores que presentan en la comprensión y representación de ellas.

## CAPÍTULO 2

### Marco teórico

Una vez se haya expuesto los motivos de la realización de este trabajo bajo las medidas de tendencia central, y se haya justificado con claridad, la finalidad del marco teórico es analizar los siguientes apartados donde se abordarán conceptos de gran importancia y que se encuentran inmersos en las medidas de tendencia central:

- Noción de estadística.
- Características de las Medidas de Tendencia Central y sus propiedades
- Educación Estadística
- Enfoque Ontosemiótico (EOS)
- Obstáculos en el aprendizaje de las matemáticas
- Errores en el aprendizaje de las matemáticas

#### 2.1 Noción de estadística

Para algunos la estadística suele entenderse como una colección de datos de una población o grupo de personas que se desean analizar, presentados por medio de gráficos o tablas.

La estadística es una ciencia que ha estado en constante desarrollo, a pesar de que en un tiempo atrás no se tenía en cuenta en algunas instituciones pero que a partir del siglo XX pasó a considerarse una de la ciencia fundamental en cuanto a la metodología y a la base del método científico experimental.

Una definición formal de estadística es la siguiente:

“Estadística es la investigación de los hechos objeto de cálculos para poner de manifiesto las condiciones y perspectivas de la sociedad”. Roberto Behar y Mario Yepes. MOORE, (1999), por su parte afirma:

La estadística es la ciencia de los datos. Con más precisión, el objeto de la estadística es el razonamiento a partir de datos empíricos. La estadística es una disciplina científica autónoma, que tiene sus métodos específicos de razonamiento.

Como se ha mencionado en las anteriores afirmaciones, la estadística es la ciencia que tiene su propia forma de razonamiento, análisis y reflexión y aquella en la que la recolección de datos que se realice, puede ser válidas.

HOLMES (1980), por su parte afirma: la estadística es una parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos adultos, quienes precisan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos que con frecuencia aparecen en los medios informativos.

Aunque existen diversas definiciones de estadística, en este trabajo abordaremos la definición que plantea Moore y Carmen Batanero, puesto que es la que afirma que la estadística es una ciencia la cual permite razonar de forma tal que existen métodos distintos a los que plantean la educación matemática.

## **2.2 Características de las medidas de tendencia central y sus propiedades**

A continuación, se presenta las definiciones de medidas de tendencia central (media, mediana y moda) lo cual permite que haya una mayor claridad en el avance de este trabajo. Por

tal motivo se va a tomar como referencia el texto titulado Estocástica y su didáctica para maestros de los autores Roberto Behar y Mario Yepes:

La comparación de dos distribuciones de frecuencias correspondientes, por ejemplo, a muestras distintas de una misma variable (como número de hermanos, altura, etc.), puede hacerse de una manera directa por medio de la tabla, o visualmente con ayuda de gráficos estadísticos. Pero también se puede hacer eligiendo un valor representativo de cada muestra. La media, la moda y mediana son soluciones matemáticas idóneas para este tipo de problema según distintas circunstancias. Reciben el nombre de “estadísticos” o características de posición (o tendencia) central.

### **2.2.1 Media aritmética**

Para Godino y Batanero (2001), la principal medida de tendencia central es la media aritmética. Cuando La variable es cuantitativa, es decir, aquel número que se obtiene sumando todos los valores de la variable ( $x_i$ ), la cual se divide entre el número de datos o valores obtenidos (n).

Simbólicamente se presenta como:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

La media aritmética es la cantidad que se repite equitativamente cuando se tiene diferentes cantidades de una magnitud y se quiere distribuir de manera uniforme. Dicho de otra manera. La media aritmética es el resultado de dividir la suma de todos los datos observados entre la cantidad de dichos datos.

Dentro de las propiedades de la media se tienen las siguientes:

- La media es un valor comprendido entre los extremos de la distribución. El valor medio es influenciado por los valores de cada uno de los datos. La media no tiene por qué ser igual a uno de los valores de los datos. Incluso puede no tener “sentido” para los datos considerados.
- La media es un “representante” de los datos a partir de los que ha sido calculada.
- La media se expresa en las mismas unidades de medida que los datos.
- La suma de las desviaciones de los datos de una variable  $x$  con respecto a la media es cero.

Cada una de estas propiedades es de suma importancia para poder comprender el concepto que se está abordando.

### 2.2.2 La mediana

De una muestra, es el valor ( $Me$ ), el cual supera y es superado por no más de la mitad de los datos.

La fórmula de esta medida para hallar dichos datos es la siguiente:

$$Me = \begin{cases} \frac{X_n + 1}{2}, & \text{si } n \text{ es impar} \\ \frac{X_{\frac{n}{2}} + X_{(\frac{n}{2}+1)}}{2}, & \text{si } n \text{ es par} \end{cases}$$

Se llama mediana al número tal que existen tantos valores de la variable superiores, inferiores o iguales a él.

Para poder calcular la mediana mediante tablas de frecuencias, primeramente, se debe observar que la frecuencia relativa acumulada la cual corresponde a la mediana, es igual a  $\frac{1}{2}$ .

De acuerdo a esta medida de tendencia central, la mediana juega un papel importante puesto que no se ve afectada por valores extremos y su uso va ligado a las distribuciones asimétricas.

Si el número de valores es impar, la mediana es el valor del centro de la tabla, cuando los datos se encuentran ordenados como en el ejemplo que se muestra a continuación: si se tiene las edades de un grupo de estudiantes: Ana 11 años, Juan 12 años, Pedro 10 años, Carlos 10 años, Alicia 9 años, al ordenar las edades de menor a mayor; Alicia 9 años, Carlos 10 años, Pedro 10 años, Ana 11 años, Juan 12 años, se puede ver que la edad del alumno que está en el centro (Pedro) es 10 años, este es el valor de la mediana.

Las propiedades que conforman esta medida de tendencia central son las siguientes:

- La suma de las distancias de los datos a un punto “a” es mínima cuando dicho punto es la mediana, y se representa de la siguiente manera:

$$f(a) = \sum_{i=1}^n |X_i - a|, \text{ donde } f(a) \text{ tiene un mínimo en } a = Me$$

### **2.2.3 La moda**

La moda es el valor de la variable que tiene mayor frecuencia. En la moda, si existe una sola moda se llama unimodal, si aparecen dos modas se llama bimodal y si se da el caso que aparece más de dos se llama multimodal.

La moda por su parte, tiene ciertas desventajas, pues si las frecuencias se centran sólo en algunos valores, al tomar uno de ellos para ser representado, los demás valores pueden que no queden bien representados dado que no se toman en cuenta todos los datos de la moda. Aunque esta medida de tendencia central tenga sus desventajas, cabe aclarar que es la única que se puede tomar para las variables cualitativas las cuales están medidas en escala nominal. Se debe tener también en cuenta que si la variable es discreta se representa como  $Mo$  y hace referencia al dato que tiene mayor frecuencia en la muestra, por otro lado, si es continua, entonces se reproduce una mayor concentración de datos, esto significa que viene a representar los datos de mayor densidad de frecuencia.

Habiendo ampliado los significados y propiedades de las medidas de tendencia central, también es importante mencionar la Educación Estadística pues en ella se abordan investigaciones importantes que se han realizado sobre las dificultades, obstáculos y errores en la comprensión de las medidas de tendencia central.

## **2.3 Educación estadística**

En palabras de Batanero (2000) “la Educación estadística se ha incorporado de forma generalizada, al currículo de matemáticas de la enseñanza primaria y secundaria” (p.41). Batanero (2000) esto se da por varias razones, principalmente se debe “al uso frecuente de datos

y concepciones estadísticos en la vida cotidiana [...], a la necesidad de un conocimiento básico de estadística en muchas profesiones y al papel importante que juega en el desarrollo de un razonamiento crítico” (p.1).

Zapata (2011) dice que un ciudadano común requiere de la educación estadística para poder entender y comprender el entorno en el que se encuentra y está socializado. Esta educación debe promoverle elementos que le ayuden al manejo de la información y sea un sujeto que toma decisiones de acuerdo a sus necesidades. En Colombia, las líneas o normas principales con las cuales cuentan los profesores para la enseñanza de la estadística se basan en dos documentos expedidos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), los lineamientos curriculares (MEN 1998) y los Estándares Básicos de competencias en Matemáticas (MEN 2006), en su documento estándares básico orienta la organización de los conceptos por conjuntos de grados desde los diferentes pensamientos y los procesos que apuntan a la formación en competencias matemáticas. En los documentos mencionados, nos hablan acerca de la educación estadística la cual se toma como “pensamiento aleatorio y sistema de datos”.

Aquí el estudiante debe reconocer, interpretar y comparar las representaciones gráficas de un conjunto de datos (diagramas de barras, diagramas circulares). Debe utilizar las medidas de tendencia central para interpretar el comportamiento de un conjunto de datos, etc.

El pensamiento aleatorio y sistemas de datos han estado presente a lo largo de la historia, en la ciencia y la cultura y aún en nuestra vida diaria.

Al introducir la estadística y la probabilidad en el currículo de matemáticas, esto genera la necesidad de hacer uso del pensamiento inductivo pues al inducirlo en un conjunto de datos, permite proponer diferentes inferencias las cuales van a tener a su vez diferentes posibilidades de

ser ciertas. Por otro lado, los docentes deben aplicar situaciones en contextos reales para introducir aquellos conceptos aleatorios, tienen el deber de preparar y poner en práctica situaciones de enseñanza orientadas a experiencias y actividades en el marco aleatorio y estadístico, donde se presentan resultados favorables y los que no lo son, situaciones que motiven al estudiante, ayude a favorecer y enriquecer sus conocimientos.

Dicho de otro modo, lo que menciona el Ministerio de Educación en los estándares Básicos de competencias, es lo que se espera que haga el estudiante, pero debemos tener en cuenta que el tiende a confundirse al realizar esta serie de procesos, representaciones y actividades, que necesitan primero comprender el concepto del objeto matemático y sus características. Seguidamente se habla sobre el significado de las medidas de tendencia central. Cuando se quiere reflexionar acerca de las dificultades que se presentan en el aprendizaje de ciertos conceptos para los estudiantes, por este motivo es necesario hacer un análisis epistemológico de su significado y para ello mencionamos a Godino (1996) el cual dice lo siguiente:

“el problema de la comprensión está, por consiguiente, íntimamente ligado a cómo se concibe el propio conocimiento matemático. Los términos y expresiones matemáticas denotan entidades abstractas cuya naturaleza y origen tenemos que explicitar para poder elaborar una teoría útil y efectiva sobre qué entendemos por comprender tales objetos”. Esta explicitación requiere responder a preguntas tales como: ¿Cuál es la estructura del objeto a comprender? ¿Qué formas o modos posibles de comprensión existen para cada concepto? ¿Qué aspectos o componentes de los conceptos matemáticos es posible y deseable que aprendan los estudiantes en un momento y circunstancias dadas? ¿Cómo se desarrollan estos componentes? (pg. 418).

Así mismo Godino, et., al (2004) menciona que un estudiante que sabe de matemáticas debe ser capaz de “utilizar el lenguaje y los conocimientos matemáticos para resolver problemas en diferentes contextos” (p. 18). Es decir, debe desarrollar habilidades y capacidades para aplicar los conceptos a partir de procedimientos y procesos matemáticos que le permitan alcanzar un aprendizaje significativo.

Para comprender el origen de las dificultades que presentan los estudiantes en las medidas de tendencia central se mencionan autores como. (Godino y Batanero, 1994; 1998a) en significado y la comprensión de los objetos matemáticos, “desarrollamos y precisamos progresivamente las nociones del significado institucional y personal de un objeto matemático”, en cuanto a lo personal, el significado que el estudiante le da a los términos y símbolos matemáticos, sus conceptos y proposiciones y la construcción de esos significados como consecuencia de la instrucción. De este mismo modo, la autora Sierpinska (1990) menciona lo siguiente:

Comprender el concepto será entonces concebido como el acto de captar su significado. Este acto será probablemente un acto de generalización y síntesis de significados relacionados a elementos particulares de la “estructura” del concepto (la “estructura” es la red de sentidos de las sentencias que hemos considerado). Estos significados particulares tienen que ser captados en actos de comprensión (p.27). “La metodología de los actos de comprensión se preocupa principalmente por el proceso de construir el significado de los conceptos” (p.35).

Siguiendo esta idea, Drumett también concibe con esta idea de significado y comprensión, pero desde un punto de vista teórico en el siguiente apartado:

“Una teoría del significado es una teoría de la comprensión; esto es, aquello de que alguien sabe cuándo conoce el lenguaje, esto es, cuando conoce los significados de las expresiones y oraciones del lenguaje” (Drumett, 1975, p.372).

Teniendo en cuenta lo que nos menciona cada autor en los apartados anteriores, podemos notar que para poder comprender un concepto u objeto matemático primeramente se debe conocer sus diferentes significados y representaciones y en qué momento aplicarlos. Por otro lado, la matemática también es considerada como un sistema conceptual lógicamente organizado. Dicha organización lógica de los conceptos, propiedades y teoremas explican el campo amplio de problemas que se encuentran inmersos en el aprendizaje de las matemáticas. (Godino y Batanero, 1998b).

Para estos autores, la importancia de la noción de significado se debe a que ella deduce una teoría de la comprensión. Según Godino (2002) la comprensión personal de un concepto matemático es la apropiación del significado que se le da a dicho concepto.

#### **2.4 Enfoque Ontosemiótico (EOS)**

El Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS) propone tres dimensiones en el análisis de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas las cuales son: la epistemológica, la cognitiva y la instruccional. Cada una de estas dimensiones está enfocada en tres modelos teóricos los cuales son: teoría de los significados institucionales y personales de los objetos matemáticos (Godino y Batanero, 1994, 1998a y b); la teoría de las funciones semióticas (Godino, 2002; Godino, Batanero y Roa, 2005) y la teoría de las configuraciones didácticas (Godino, Contreras y Font, 2006).

Este enfoque Ontosemiótico considera la matemática desde un triple punto de vista: es una actividad humana que implica la resolución de problemas (que pueden ser propios de las matemáticas o de otras disciplinas) socialmente compartida; y un lenguaje simbólico propio, que sirve para expresar las ideas matemáticas y las operaciones realizadas con los objetos matemáticos, y como un sistema conceptual lógicamente organizado.

Según Godino, J (2003):

Proponemos por tanto considerar el *Objeto institucional OI: como emergente del sistema de prácticas sociales asociadas a un campo de problemas, esto es, un emergente de PI(C)*. Los elementos de este sistema son los indicadores empíricos de OI. (pág. 97)

De acuerdo a lo mencionado anteriormente, Godino y Batanero (2004) mencionan dos tipos de significados, personal e institucional de lo cual se puede dar una definición de ellos:

**Significado Institucional:** tiene que ver con el conocimiento que se obtiene en una institución, la cual se entiende como el conjunto de personas que trabajan alrededor de un conocimiento de interés general.

En palabras de Godino (2003), el significado institucional se trata de un constructo relativo a la institución y dependiente estocásticamente del tiempo. En otras palabras, son aquellos significados que se comprenden en general como ciertos, ya sea por un grupo de personas, organizaciones, etc.

**Significado personal:** es aquel que el sujeto ha adquirido en el transcurso del tiempo, mediante su proceso de aprendizaje.

En palabras de Godino (2003), el significado personal es el sistema de prácticas personales de una persona para resolver el campo de problemas del que emerge el objeto matemático en un momento dado. Depende, por tanto, del sujeto y del tiempo estocásticamente; se desarrolla progresivamente a medida que el sujeto se enfrente a tipos de problemas cada vez más generales. En otras palabras, es el significado que construye cada estudiante de las medidas de tendencia central según su propia experiencia.

De lo anteriormente dicho, y de acuerdo a Godino (2003), en su texto teoría de las funciones semióticas, de estos dos tipos de significados personal e institucional, se desprenden otros los cuales son:

- **Significado institucional de referencia del objeto:** este hace referencia a un sistema de prácticas el cual se usa para elaborar el significado pretendido (¿Qué significado de las medidas de tendencia central se considera en una enseñanza o investigación?).
- **Significado institucional pretendido:** se denomina con este nombre al sistema de prácticas que se planifican sobre un objeto matemático para un cierto proceso instruccional (¿Qué se pretende enseñar de las medidas de tendencia central?).
- **Significado implementado:** sistema de prácticas (operativas y discursivas) que efectivamente tienen lugar en la clase de matemáticas, las cuales servirán de referencia inmediata para el estudio de los alumnos y las evaluaciones de los aprendizajes. (¿Qué se logra enseñar?).
- **Significado institucional evaluado:** Se pone en juego el proceso de evaluación, el profesor selecciona una colección de tareas o cuestiones que incluye en las pruebas de evaluación y pautas de observación de los aprendizajes. (¿Qué parte se evalúa?).

Los significados mencionados se relacionan con los significados personales que propone el enfoque Ontosemiótico los cuales son:

- **Global:** Este corresponde a la totalidad del sistema de prácticas personales que el sujeto (estudiante) es capaz de manifestar frente a un objeto matemático (lo que él sabe sobre las medidas de tendencia central).
- **Declarado:** da a conocer las prácticas expresadas a propósito de las pruebas de evaluación propuestas (preguntas del cuestionario), incluyendo las respuestas correctas como las incorrectas (lo que se consiguió evaluar).
- **Logrado:** corresponde a las prácticas manifestadas que van conforme con la pauta institucional establecida.

Con lo anteriormente mencionado y teniendo en cuenta que los significados dependen de los contextos sociales y de los sujetos, su carácter es relativo. Su uso en el análisis didáctico lleva a introducir la tipología de significados la cual se resume en la figura 1 (Godino, 2003, p. 141).

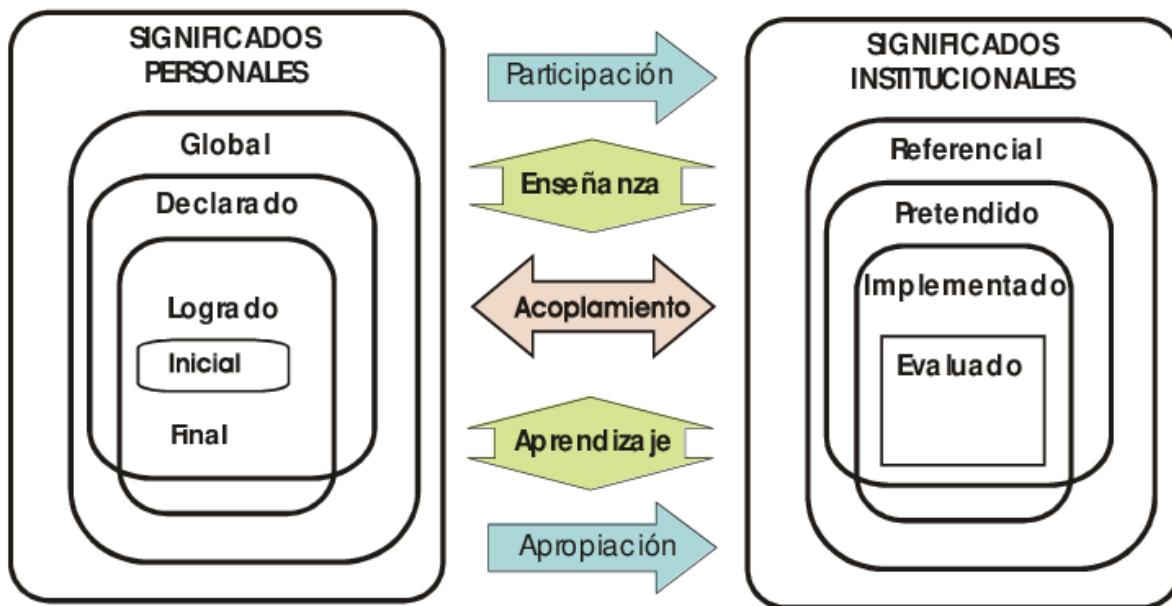
Por ende, se debe tener en cuenta las distinciones que existen entre el significado personal, global, el declarado y el logrado, como lo especifica Godino (2003):

El significado global corresponde a la totalidad del sistema de prácticas personales que es capaz de manifestar potencialmente el alumno, relativas a un objeto matemático; el declarado da cuenta de las prácticas efectivamente expresadas a propósito de las pruebas de evaluación propuestas, incluyendo tanto las correctas como incorrectas desde el punto de vista institucional, finalmente, el significado personal logrado corresponde a las prácticas manifestadas que son conformes con la pauta institucional establecida. La parte del significado declarado no

concordante con el institucional es lo que habitualmente se consideran como errores de aprendizaje.

En otras palabras, el significado personal se diferencia entre el global (todo lo que un sujeto conoce sobre las medidas de tendencia central), el evaluado (lo que se puede evaluar a priori de su conocimiento), el declarado (lo que se logra conseguir al realizar la evaluación), y el logrado (la parte del conocimiento que está de acuerdo con el significado institucional).

**Figura 1.** *Tipos de significados institucionales y personales*



En la figura 1 se representa las relaciones entre enseñanza y aprendizaje, lo que permite el acoplamiento entre los significados personales e institucionales. Aquí se muestra una parte importante en la participación de los estudiantes en las prácticas, lo que se va a manifestar en la apropiación de los significados.

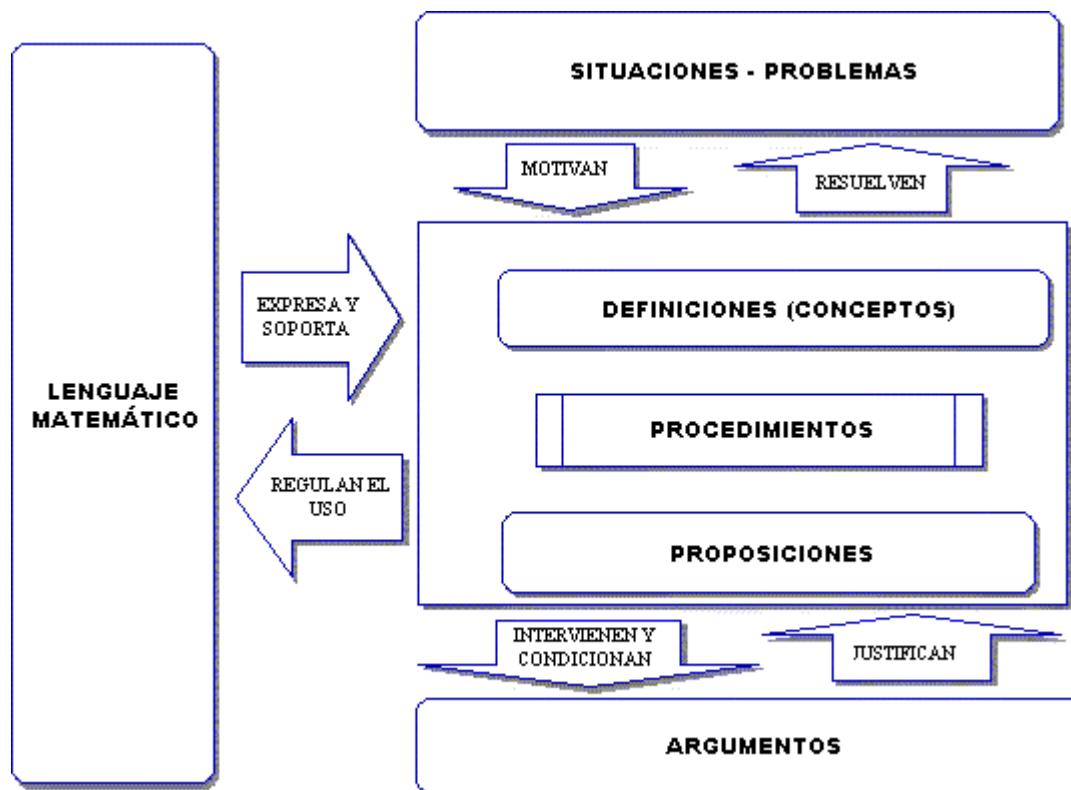
Según lo mencionado anteriormente, también es importante mencionar los sistemas de prácticas matemáticas que emergen nuevos objetos matemáticos los cuales dan cuenta de su

organización y estructura. Mayen (2005). En cuanto a los objetos matemáticos, Godino y colaboradores (2008) describen los siguientes objetos primarios (figura 7.4.2) de la siguiente manera:

- **Elementos lingüísticos:** se utilizan los términos, expresiones, notaciones, gráficos, en sus diversos registros de representación (escrito, oral, gestual), los cuáles se utilizan para representar los datos del problema planteado, las diferentes operaciones que se hace referente a ello, el objeto matemático que se utiliza y la solución encontrada.
- **Situaciones-problemas:** aplicaciones extra-matemáticas, tareas, ejercicios, problemas (el problema de la búsqueda de estrategias que ayuden a conocer los promedios de las edades dentro de una situación o de las diferentes situaciones problemas planteadas por el docente).
- **Conceptos-definición:** (introducidos mediante definiciones o descripciones), recta, punto, número, media, función, en las cuales las prácticas matemáticas de los estudiantes lo conllevan a resolver problemas matemáticos planteados por el docente, en donde en el estudiante debe recordar y aplicar las definiciones (definiciones de las medidas de tendencia central).
- **Proposiciones:** enunciados sobre conceptos, propiedades, referentes al objeto matemático que se está abordando (media, mediana y moda).
- **Procedimientos:** los que hacen parte de los algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo que los estudiantes han aprendido durante la enseñanza del objeto matemático y que los aplican al hacer el análisis de los datos recolectados.
- **Argumentos:** los enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos, deductivos, inductivos, formales o informales.

De lo anteriormente dicho se puede concluir que la comprensión de las medidas de tendencia central (media, mediana, moda) es el origen de la actividad matemática y por otro lado, los elementos lingüísticos sirven para expresar el entendimiento de los conceptos, procedimientos, expresiones y definiciones y que los argumentos son la base de la justificación.

**Figura 2.** *Objetos primarios*



## 2.5 Obstáculos en el aprendizaje de las matemáticas

Según Brouseau (1983), un obstáculo es un conocimiento, no una falta de conocimiento. El estudiante utiliza este conocimiento para producir respuestas adaptadas a un cierto contexto que encuentra con frecuencia.

En otras palabras, el estudiante adquiere un conocimiento cuando se enfrenta a una situación-problema donde la solución exige ese conocimiento, el estudiante es capaz de generar ese conocimiento en estrategia para la resolución de la situación. Por tanto, el conocimiento es el resultado de la adaptación del sujeto (estudiante) con el conjunto de situaciones en las que es muy útil como estrategia de resolución.

Brousseau (1998) y Durox (S.f) precisan las condiciones que debería satisfacer un conocimiento para poder ser llamado obstáculo, al igual que ponen de manifiesto el interés de este concepto y aclaran que se debe diferenciar del concepto dificultad. A continuación, se presentan las características de obstáculo:

- Un obstáculo es un conocimiento
- Un obstáculo tiene dominio de “validez”
- Un obstáculo resiste y reaparece
- Un obstáculo es constitutivo del saber

Menciona también que un obstáculo se presenta por errores que aparecen repetidamente, son reconocibles y persistentes.

Por otro lado, Planas, N. (2001) menciona que los obstáculos en el aprendizaje matemático surgen de dos tipos: las dificultades comunicativas y los obstáculos comunicativos.

- **Dificultades comunicativas:** este se encuentra respectivamente vinculado a la ambigüedad que el alumno experimenta cuando trata de comprender los significados utilizados en el aula diferentes a los inicialmente esperados.

- **Obstáculo comunicativo:** este se centra respectivamente en los impedimentos que el alumno encuentra en su entorno interpersonal, al intentar resolver dificultades de comprensión de las prácticas en las cuales emerge, (dificultades en la comprensión de las medidas de tendencia central) y al intentar buscar la manera que se le permita comunicar sus significados personales.

Bachelard (1938) menciona que:

“..... Hay que plantearse el problema del conocimiento científico en términos de obstáculos. Y no se trata de considerar obstáculos externos, como la complejidad y la fugacidad de los fenómenos, ni tampoco culpar la debilidad de los sentidos y de la mente humana, pues es, precisamente, en el mismo acto de conocer, íntimamente, cuando surgen como una necesidad funcional, torpezas de entendimiento y confusiones. Es ahí donde mostraremos causas de estancamiento e incluso de regresión, y donde encubriremos causas de inercia que llamaremos obstáculos epistemológicos”.

Tanto Bachelard como Brousseau caracterizan un obstáculo como:

“aquel conocimiento que ha sido en general satisfactorio durante un tiempo para la resolución de ciertos problemas matemáticos, y por esta razón se centra en la mente de los estudiantes, pero, este conocimiento resulta inadecuado y difícil de aplicarse cuando el alumno se enfrenta a nuevos problemas”.

## 2.6 Errores en el aprendizaje de las matemáticas

Los errores han sido inquietantes para los docentes, pues normalmente en el proceso de construir conocimientos matemáticos, se manifiestan errores, de ahí se da el proceso de obtener criterios de diagnóstico, corrección y superación a través de actividades que fomenten o impulsen el ejercicio de criticar las propias producciones de los estudiantes.

Ciertamente, los errores contribuyen en el aprendizaje de los diferentes contenidos matemáticos y es necesario que los docentes los reconozcan y se hagan responsables de la necesidad de superar dichos errores con el objetivo de lograr un óptimo aprendizaje. (Rico, 1995).

En la época actual, la mayor parte de los investigadores y especialistas coinciden en considerar como características generales de los errores cometidos por los alumnos (Rico, 1995) de los cuales se mencionan dos de ellos:

- **Los errores son sorprendentes:** con frecuencia los errores cometidos por los alumnos surgen de manera sorprendente, ya que por lo general se han mantenido ocultos para el profesor.
- **Los errores ignoran el significado:** aquí, las respuestas que son incorrectas, no se ponen en cuestión. Los alumnos que cometen un error no consideran el significado de los símbolos y conceptos con los que se trabajan.

De lo anterior se puede deducir o concluir que la importancia que como docentes se atribuye al error y a la manera en que con él se trabaja, interviene en el aprendizaje de los estudiantes y en su rendimiento académico.

Radatz (1979) en su taxonomía realiza una clasificación de errores a partir de unas categorías:

- **Errores debidos a dificultades de lenguaje:** señala que el aprendizaje de los conceptos, símbolos y vocabulario matemáticos es para muchos alumnos un problema similar al

aprendizaje. Estos errores son consecuencia del mal uso de los símbolos y términos matemáticos.

**- Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos**

**previos:** aquí se incluyen todas las deficiencias de conocimiento sobre contenidos y procedimientos específicos para la realización de una tarea matemática. Estos errores se dan por las deficiencias en el uso de conceptos, algoritmos, contenidos y procedimientos para las tareas matemáticas.

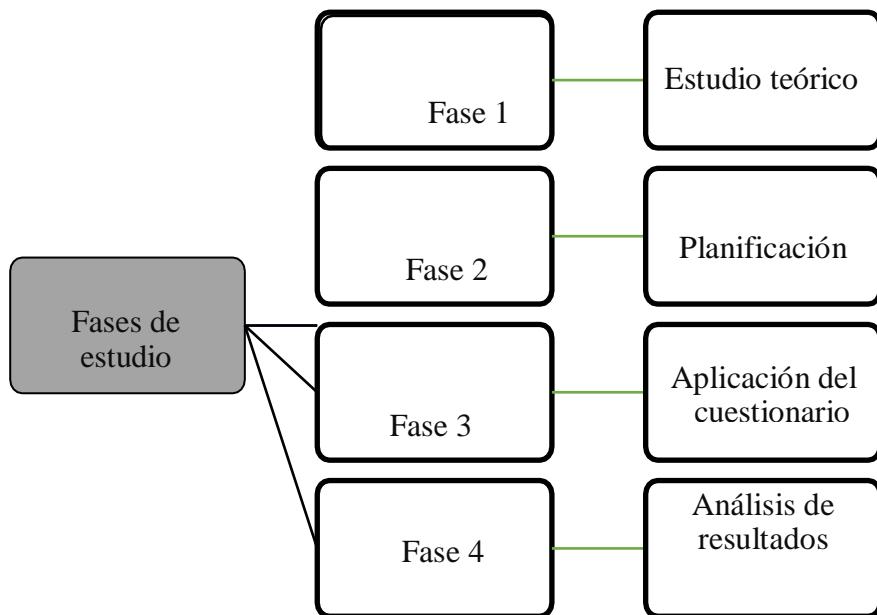
## CAPÍTULO 3

### Marco metodológico

A continuación, se presenta y describe la metodología que se emplea en este trabajo para llevar a cabo la recolección de la información obtenida de las respuestas de los estudiantes mediante un cuestionario, el cual evidencia lo referente a las dificultades, obstáculos y errores presentados por los estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa José María Córdoba.

Para el análisis de las dificultades se tuvo en cuenta los objetos primarios presentados en el enfoque Ontosemiótico propuestos por Godino y colaboradores (2008), y para el análisis de los errores se tomó en cuenta dos de las teorías propuestas por Radatz (1979). En el siguiente esquema de fases de estudio tomado de Zapata, D & Joyas, S. (2018), se explica cada parte de la metodología que se empleó en este estudio.

**Figura 3.** *Fases de estudio*



### **3.1 Fase 1: Estudio teórico**

Esta investigación se centra en un estudio de tipo cualitativo, el cual se caracteriza por el análisis y categorización de las dificultades, obstáculos y errores presentados por los estudiantes al enfrentarse a situaciones problema que involucran las medidas de tendencia central. Esto se realizó con base a las investigaciones previamente realizadas por diversos autores en diferentes repositorios y las dificultades, obstáculos y errores encontrados en ellos, como da cuenta en los antecedentes de este trabajo.

También, se va tomar en cuenta los objetos primarios expuestos en el enfoque ontosemiótico (EOS) para analizar las dificultades que presentan los estudiantes en la comprensión del objeto matemático y dos de las categorías de taxonomía de los errores propuesta por Radatz (1979) con lo cual se construyó el marco teórico presentado anteriormente.

### **3.2 Fase II: Planificación**

En esta fase se tuvo en cuenta seis aspectos: el primero describe el tipo de estudio que se va a llevar a cabo en este trabajo, el segundo menciona los instrumentos a utilizar, el tercero describe la población, el cuarto está relacionado con la puesta en acto del instrumento implementado, el quinto describe el instrumento utilizado (cuestionario) el cual se diseñó de acuerdo a unos estudios previos y el último menciona el propósito de cada ítem del cuestionario y lo que se espera que responda el estudiante.

#### ***3.2.1 Tipo de estudio***

Según Méndez (2018) quien cita a Pinto (2010), en las características de un estudio cualitativo se tiene en cuenta tres aspectos:

1. El objetivo del estudio cualitativo es la comprensión, centrada en la indagación de hechos.
2. El papel del investigador, desde el inicio del estudio asume una comprensión empática con el docente acerca de sus creencias, concepciones y conocimientos.
3. El investigador, durante el proceso del estudio, construye el conocimiento a partir del contexto natural del profesor.

Teniendo en cuenta que este trabajo tiene como fin la identificación y análisis de las dificultades, obstáculos y errores por parte de los estudiantes cuando se enfrentan a situaciones que involucran las medidas de tendencia central en su resolución, esta problemática será abordada mediante la implementación de un cuestionario el cual se enmarca en el campo cualitativo. Todo con el propósito de reflexionar sobre cómo están aprendiendo los estudiantes y el porqué de esas dificultades.

**3.2.1.1 Tipo cualitativo.** En este trabajo, se lleva a cabo un análisis cualitativo de los ítems del cuestionario relacionados con las medidas de tendencia central y para ello nos basamos en los elementos descritos en el marco teórico. En primer lugar, se revisan todas las respuestas de cada ítem para analizar cuáles fueron las dificultades que tuvieron los estudiantes al responder y qué errores cometieron.

### **3.2.2 Diseño de instrumentos**

Para este trabajo se va a diseñar un cuestionario dirigido hacia la comprensión y representación de las medidas de tendencia central y el significado personal que los estudiantes

le asignan para hallar los errores cometidos por los estudiantes. En cuanto a la comprensión, se evaluará lo siguiente:

- Comprensión de las propiedades básicas de media, mediana y moda.
- Comprensión de los significados y diferencias entre las mencionadas anteriormente.

En cuanto a las representaciones se evaluará la comprensión de las representaciones tanto gráficas, numéricas y simbólicas. También se evaluará los procedimientos que realicen los estudiantes para resolver el cuestionario. Por último, se evaluará la validez de las respuestas dadas por ellos.

El cuestionario constará de 5 ítems, los cuales están diseñados preguntas abiertas en donde el estudiante debe mostrar y justificar el procedimiento utilizado para la solución de cada uno de los ítems, estas preguntas están elaboradas con enunciados contextualizados, es decir, que se le permite al estudiante que piense una cuestión la cual está inmersa en una problemática ya sea de tipo social, escolar o de la vida diaria. Las preguntas que se van a realizar serán de datos como: edad, peso y calificación.

Con este cuestionario se espera que el estudiante sea capaz de realizar conjeturas acerca de las medidas de tendencia central, logre comprender las diferentes representaciones de la media, mediana y moda, se espera que esta actividad le ayude al estudiante a mejorar esas dificultades, obstáculos y errores que viene presentando al realizar ejercicios o resolver problemas con respecto a este tema.

En palabras del Ministerio de Educación Pública (2011), una prueba es un instrumento de medición que se utiliza con el fin de que el estudiante demuestre el aprendizaje que ha adquirido,

el dominio de una destreza o el desarrollo progresivo de una habilidad. Lo cual hace que se requiera una respuesta escrita por parte del estudiante.

**3.2.2.1 Escala de Sorto.** La escala de Sorto de acuerdo a Méndez C. (2018) es la más adecuada para aplicar a las respuestas dadas por los estudiantes como forma de evaluar las soluciones dadas por ellos.

Se trata de realizar una propuesta de tipo cualitativo, centrada en un estudio de casos, los datos que se recolectan se hacen mediante un cuestionario de situaciones hipotéticas, luego se realiza una evaluación a los estudiantes seleccionados para aplicar el cuestionario. Las etapas metodológicas son las siguientes:

- 1) Selección de estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa José María Córdoba
- 2) Aplicación de cuestionario de situaciones problema
- 3) Análisis de cuestionario
- 4) Evaluación del cuestionario

Para el análisis de las respuestas de los estudiantes en el cuestionario, se va a utilizar la escala Sorto la cual me permitirá valorar cada una de las respuestas de los estudiantes de la siguiente forma:

4= La solución es correcta

3= La solución es sólo un poco completa y correcta

2= La respuesta dada es correcta y contiene elementos fundamentales como el razonamiento

1= parte del procedimiento que realiza el estudiante es correcta, pero señala en el cuestionario la respuesta incorrecta

0= la solución es incorrecta

### ***3.2.3 Caracterización de la población***

La muestra estuvo compuesta por 5 estudiantes de grado sexto de educación básica los cuales se encuentran entre los 12 y 14 años de edad. La mayoría de los estudiantes son de zona rural y no cuentan con disponibilidad de internet a tiempo completo lo que hizo complejo la implementación del cuestionario.

Estos alumnos habían estudiado por primera vez el tema de medidas de tendencia central como parte de los temas de estadística durante el primer periodo y parte del segundo periodo antes de aplicar el cuestionario.

Se eligió esta población con el propósito de evaluar por medio del cuestionario, los conocimientos de los estudiantes y saber porque se les dificulta comprender el tema de medidas de tendencia central.

### ***3.2.4 Puesta en acto en el aula***

Se aplicó el cuestionario en una sola sección teniendo en cuenta la gran dificultad de conectividad que tienen los estudiantes. Antes de proceder a realizarlo, se les explicó en qué consistía, se les dio pautas claras de cómo resolverlo y se les pidió una explicación detallada en los ítems correspondientes. También se les explicó a los estudiantes el objetivo de la recogida de datos, solicitando su colaboración, así como la del profesor a cargo de los dos cursos, quién

revisó previamente el cuestionario, considerándolo adecuado para ser resuelto por estos estudiantes.

Al tratar de evaluar la comprensión de las medidas de tendencia central, se debe tener en cuenta que ese proceso es un constructo inobservable (León y Montero, 2002), por lo cual sus características deben ser inferidas a partir de las respuestas de los estudiantes. La comprensión que tienen los estudiantes acerca de un objeto matemático en este caso las medidas de tendencia central, es inobservable. Pero se debe tener en cuenta que las prácticas que realizan los estudiantes al resolver problemas, y en particular los relacionados con el cuestionario sobre medidas de tendencia central, si son observables siempre y cuando la recogida de datos sea completa y fiable (Godino, 1996). Por tanto, el cuestionario tiene como objetivo analizar las dificultades, obstáculos y errores que presentan los estudiantes en la comprensión y representación de estas medidas de tendencia central al resolver el cuestionario. De las respuestas escritas, se tratará de inferir el uso (correcto o incorrecto) que los estudiantes hacen de las características del objeto matemático descritos en el marco teórico (definiciones, propiedades, gráficas, etc).

### ***3.2.5 Descripción del cuestionario***

El cuestionario es un instrumento de medición que a partir de preguntas elaboradas y planteadas se obtiene una estimación de los conocimientos y capacidades de los sujetos a quienes se les aplica, que no son accesibles por simple observación o encuesta (Dane, 1990; Barbero, 2003).

En este cuestionario se van a tomar 5 ítems de otros trabajos y tesis, los cuales se van a modificar de acuerdo al contexto y grado de escolaridad de los estudiantes. También se dará a conocer el objetivo de cada ítem junto con lo que se espera que responda el estudiante.

Se elige tomar este cuestionario porque los ítems presentan enunciados de situaciones comprensibles y familiarizadas con el estudiante, también evalúa los diferentes elementos de significado considerados en nuestro marco teórico.

La comprensión de los estudiantes sobre un objeto matemático (en este caso las medidas de tendencia central) es inobservable. Pero las prácticas que se realizan al resolver los problemas, y en especial aquellos presentados como ítems en un cuestionario, si son observables, siempre y cuando la recolección de datos sea completa y fiable (Godino 1996).

Por este motivo, este cuestionario tiene como fin recolectar datos sobre las prácticas matemáticas que realizan los estudiantes al resolver problemas y ejercicios que están relacionados con las medidas de tendencia central (Media, Mediana y Moda) para realizar una aproximación a dicha comprensión. De las respuestas que den los estudiantes se tratará de inferir el uso (correcto o incorrecto) que los estudiantes seleccionados hacen de las diferentes características y conceptos del objeto matemático (definiciones, propiedades, argumentos, etc).

Las interpretaciones realizadas a partir de las respuestas harán referencia a lo que los estudiantes son capaces de hacer, y a sus conocimientos y errores del mismo.

Desde el punto de vista del marco teórico utilizado, el cuestionario es un instrumento de evaluación que tiene como finalidad proporcionar información sobre los significados personales de un grupo de estudiantes sobre un objeto o un grupo de objetos matemáticos dados y también

permite evidenciar las dificultades, obstáculos y errores que presentan los estudiantes de educación básica en la comprensión y representación de las medidas de tendencia central.

El estudio que se va a realizar a continuación es de tipo cualitativo, se caracteriza por el análisis y la categorización de las dificultades, obstáculo y errores presentados por los estudiantes al enfrentarse a situaciones problema que corresponden a las medidas de tendencia central.

### **3.2.6 Propósito del cuestionario**

El propósito del cuestionario es evidenciar las posibles dificultades, obstáculos y errores que presentan los estudiantes de grado sexto en la comprensión y representación de las medidas de tendencia central, para ello se han propuesto 5 ítems los cuáles se tomaron de Cobo (2003) Oviedo (2017), Godino y Cubides, K. (2011). Estos ítems se basan en preguntas abiertas relacionadas con el objeto matemático y situaciones del contexto social, cultural y la vida cotidiana del estudiante. Esto con el fin de analizar esas dificultades que presentan los estudiantes concernientes a las propiedades, definiciones y a la realización de procedimientos por parte de ellos. En cada situación problema se va a identificar el propósito referente al objeto matemático del cual el estudiante debe tener conocimientos.

A continuación, se presentan los 5 ítems modificados de acuerdo al contexto del estudiante, los cuáles se tomaron de los autores anteriormente mencionados. También se menciona el propósito de cada pregunta y lo que se espera que el estudiante conozca de dicha situación.

**Figura 4. Ítem 1**

En la tabla que se presenta a continuación se expresa el sueldo mensual de cuatro personas que laboran en una oficina de abogados:

Cargo que desempeñan	Sueldo
Recepcionista	\$500.000
Secretaria	\$560.000
Vigilante	\$400.000
Oficios varios	\$300.000

Según la información anterior, ¿Cuál es la media aritmética de los datos que presenta la tabla?

Realice los cálculos necesarios para hallar la respuesta.

*Nota:* Tomado de Cubides, K. (2011), se eliminó la opción de respuesta múltiple y se modificó de acuerdo al grado y contexto del estudiante.

**Propósito del ítem:** Pretende evidenciar si los estudiantes utilizan la definición de media aritmética para hallar el dato que se le pide. También se pretende acercar al estudiante a su cotidianidad.

**Lo que se espera que sepan y respondan los estudiantes:** los estudiantes deben analizar los datos que se presentan en la tabla, tener en cuenta la definición de media aritmética y realizar

los cálculos necesarios para hallar el dato que se le pide aplicando la fórmula de esta medida de tendencia central de la siguiente manera:

$$\bar{X} = \frac{500.000 + 560.000 + 400.000 + 300.000}{4} = \frac{1'760.000}{4}$$

$$\bar{X} = 440.000$$

**Figura 5. Ítem 2**

A continuación, se presenta el peso en kilos de 9 niños:

15, 25, 17, 19, 16

26, 18, 19, 24

De acuerdo a los datos anteriores, ¿Cuál es la mediana del peso de los 9 niños? explique su respuesta.

*Nota:* Tomado de Godino (1999) y modificado de acuerdo al contexto del estudiante y grado de escolaridad.

**propósito del ítem:** Pretende que el estudiante conozca la definición de mediana para cualquier conjunto de datos par o impar, argumente e interprete su respuesta, también conocer si los estudiantes comprenden el objeto estadístico mediana o lo confunden con la media aritmética al realizar el cálculo.

**Lo que se espera que sepan y respondan los estudiantes:** El estudiante debe saber ordenar los datos de menor a mayor aplicando la definición de mediana, comprendan que es el centro de la distribución cuando los datos están ordenados como se dijo anteriormente.

De igual manera el estudiante podría utilizar la fórmula para calcular la mediana y el valor es el mismo, lo único que cambia es la interpretación del valor obtenido, que es el de la posición teniendo en cuenta el orden de los datos. Entonces se realiza de la siguiente manera:

$$M_e = \frac{n+1}{2} = \frac{10}{2} = 5 \quad M_e = 19$$

Por tanto, 5 representa la posición en la que está el dato de la media la cual equivale a 19.

**Figura 6. Ítem 3**

El profesor de la materia de estadística desea conocer el promedio de las notas finales de los 10 estudiantes de la clase. Las notas de los estudiantes son: 3,2 3,1 2,4 4,0 3,5 3,0 3,5 3,8 4,2 4,0.

¿Cuál es el promedio de notas de los estudiantes de la clase de estadística?

*Nota:* Tomado de Cubides, K. (2011).

**Propósito del ítem:** Pretende evaluar si los estudiantes tienen en cuenta la definición de media aritmética y si realizan todos los cálculos para hallar la respuesta, es decir si realizan la sumatoria.

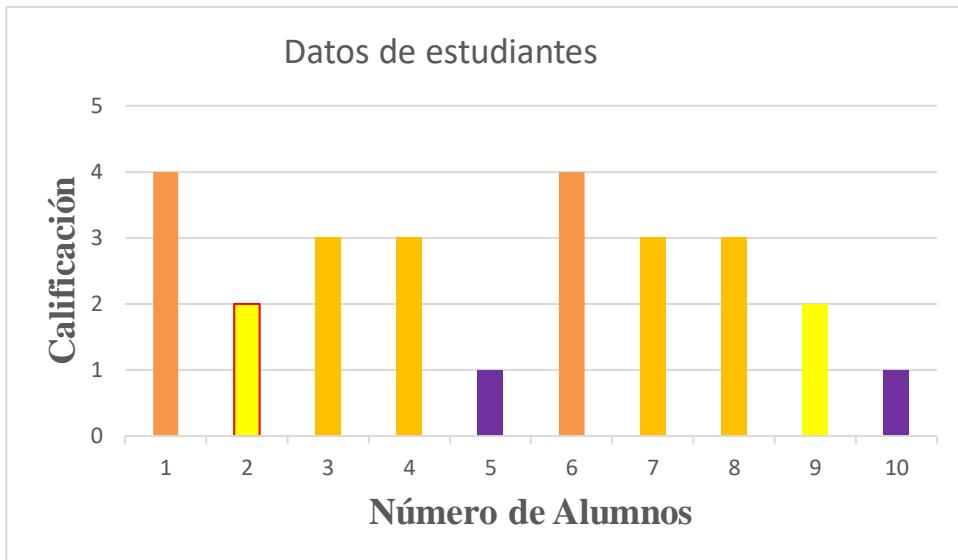
**Lo que se espera que sepan y respondan los estudiantes:** Los estudiantes deben aplicar la definición de media aritmética, junto con su fórmula de sumatoria, realizar el cálculo necesario

e interpretar la respuesta que encontró en la pregunta planteada. Para hallar el promedio de la siguiente manera:

$$\bar{X} = \frac{3,2+3,1+2,4+4,0+3,5+3,0+3,5+3,8+4,2+4,0}{10} = \frac{34,7}{10} = \bar{X} = 3,47$$

**Figura 7. Ítem 4**

El siguiente diagrama de barras muestra las notas de 10 estudiantes de grado sexto en el curso de estadística.



¿Cuál es el valor de la moda de los datos? Justifique su respuesta.

*Nota:* Tomado de Oviedo (2017), modificando la gráfica y ajustándolo al grado sexto.

**Propósito del ítem:** pretende que los estudiantes comprendan, argumenten e interpreten los datos que se muestran en la gráfica respecto a la moda

**Lo que se espera que sepan y respondan los estudiantes:** los estudiantes deben interpretar el diagrama de barras, donde la frecuencia de cada intervalo corresponde a la calificación de cada estudiante para hallar la medida de tendencia central que se le pide, es decir,

el estudiante observe cuál es el dato que más se repite. También que el estudiante justifique y argumente su respuesta.

**Figura 8. Ítem 5**

El siguiente conjunto de datos refleja las edades de 100 pacientes que se han recuperado del Covid19.

Edad de los pacientes	Frecuencias
15-19	4
20-24	38
25-29	28
30-34	20
35-39	8
40-44	1
45-49	1

¿Cuál es la media de las edades de los pacientes? Realiza los cálculos necesarios para hallar la respuesta.

*Nota:* Tomado del cuestionario de Cobo (2003) y se modificó en cuanto al enunciado.

**Propósito del ítem:** comprobar la capacidad que tienen los estudiantes para calcular la media de un conjunto de datos agrupados en intervalos y representados gráficamente en una tabla de frecuencias absolutas.

**Lo que se espera que realice el estudiante:** para calcular la media, el estudiante debe determinar la marca de clase de cada uno de los intervalos, luego multiplicarla por la frecuencia, sumar el total de los datos y luego dividirlos entre 100.

### **3.3 Análisis de los resultados obtenidos por los estudiantes**

Durante el proceso que llevó a cabo el estudio, se observaron diversas dificultades, obstáculos y errores presentados por parte de los estudiantes al resolver el cuestionario.

Para realizar el análisis de los resultados obtenidos, se tuvo en cuenta los objetos primarios del enfoque Ontosemiótico mencionados en el marco teórico, como también las dos categorías de análisis mencionadas en el mismo, tomadas de la taxonomía de los errores propuesta por Radatz (1979). Por último, se tuvo los obstáculos mencionados en el marco teórico propuestos por Planas, N. (2001).

El análisis que se describe a continuación da cuenta de los razonamientos De los 5 estudiantes seleccionados de forma aleatoria; como se mencionó en la metodología. Los estudiantes aquí se nombran de la siguiente manera E1, E2, E3, E4, E5. Al resolver cada problema, identificando los objetos estadísticos de acuerdo a las medidas de tendencia central que se usan correcta e incorrectamente o por el contrario una estrategia distinta a las mencionadas.

### ESTUDIANTE 1

**Figura 9. Ítem 1**

En la tabla que se presenta a continuación se expresa el sueldo mensual de cuatro personas que laboran en una oficina de abogados:

Cargo que desempeñan	Sueldo
Recepcionista	\$500.000
Secretaria	\$560.000
Vigilante	\$400.000
Oficios varios	\$300.000

Según la información anterior, ¿Cuál es la media aritmética de los datos que presenta la tabla? Realice los cálculos necesarios para hallar la respuesta.

**Figura 10. Respuesta de E1**

1

$$\begin{array}{r}
 500.000 \\
 560.000 \\
 400.000 \\
 + 300.000 \\
 \hline
 1760.000
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \overline{4} \\
 \hline
 440
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1760.000 \\
 - 1600 \\
 \hline
 160
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 160 \\
 - 160 \\
 \hline
 000
 \end{array}$$

La solución es correcta. Según la escala de Sorto, la valoración es 4.

El estudiante realiza el cálculo haciendo uso de las operaciones básicas suma y división, para llegar a la respuesta correcta, conoce y tiene en cuenta la definición de media aritmética, y sabe cómo calcularla (significado global), pero no aplica la simbología de esta medida de tendencia central.

**Figura 11.** *Respuesta de E2*

$$\bar{x} = \frac{500.000 + 560.000 + 400.000 + 300.000}{4}$$

$$\bar{x} = \frac{1760.000}{4}$$

$$\bar{x} = 440.000$$

La media aritmética de los datos  
es 440.000

La solución es correcta y se encuentra en la escala 4 de Sorto. El estudiante hace uso de la medida de tendencia central media para hacer el cálculo y llegar a la respuesta correcta, tiene en cuenta la definición de media aritmética y aplica la fórmula de esta medida de tendencia central (elementos lingüísticos). Escribe el paso a paso del procedimiento para llegar a la respuesta y hace uso del argumento para justificar y validar la respuesta encontrada. Aquí se puede ver reflejado que el estudiante pone en práctica lo que sabe y conoce del objeto matemático y como se apropia de él, (significado global).

**Figura 12. Respuesta del E3**

R //

$\$1500000$   
 $\$560,000$   
 $\$400,000$   
 $\$300,000$   
 $\$1760,000$

$\$1760,000 \div 4 = \$440,000$

La media aritmética es  $\$440,000$

La solución es correcta y se encuentra ubicada en la escala 4 de Sorto. El estudiante tiene en cuenta la definición de media aritmética, utiliza las operaciones básicas suma y división.

No utiliza la simbología para representar la sumatoria de los datos.

**Figura 13. Respuesta del E4**

TEMA: MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Item 1.

Media aritmética =  $\frac{\$1500,000 + \$560,000 + \$400,000 + \$300,000}{4}$

=  $\$462500$

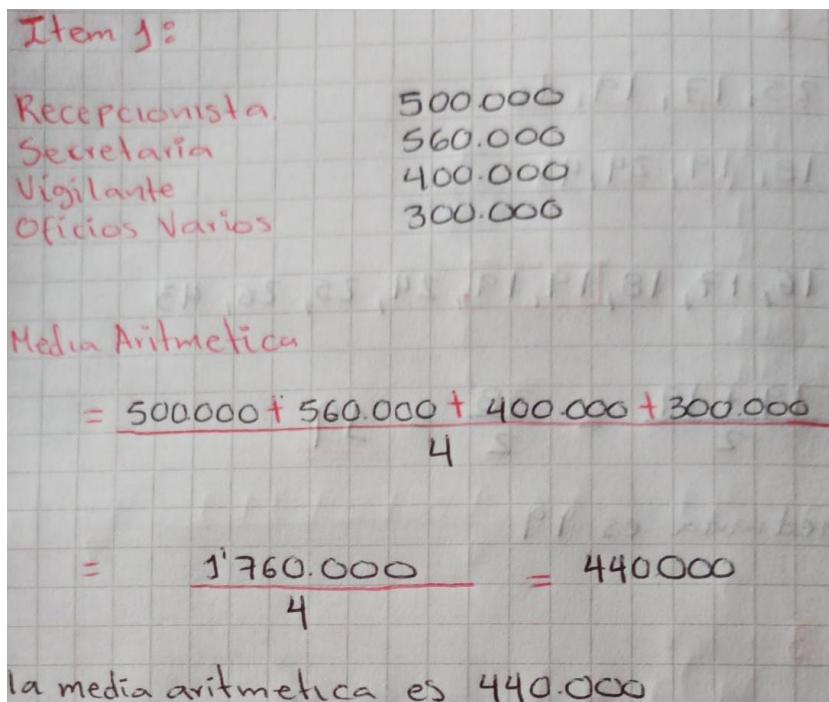
Parte del procedimiento que realiza el estudiante es correcto, pero obtiene una respuesta incorrecta, esta respuesta se encuentra ubicada en la escala 1 de sorto. El estudiante tiene presente la definición de media aritmética y aplica la fórmula al realizar la sumatoria de los datos

y dividirla entre el total de datos, pero se confunde al escribir el último dato, coloca 390.000 en lugar de 300.000 y al dividir esa sumatoria entre el total de datos, obtiene una respuesta incorrecta, tampoco coloca el símbolo de la media aritmética  $\bar{X}$ .

Se puede evidenciar un error al realizar la sumatoria

Este error es comprendido como errores sorprendentes que se han mantenido ocultos para el profesor, pues es sorprendente que el estudiante viendo los datos que se le presenta en la tabla, escriba un dato diferente y al realizar la sumatoria le da un valor diferente al esperado.

**Figura 14. Respuesta del E5**



La solución es correcta y se encuentra ubicada en la escala 4 de Sorto. El estudiante tiene claro y presente la definición de media aritmética y su fórmula. Cabe resaltar que aquí el estudiante no utiliza el símbolo  $\bar{X}$  de la media aritmética.

A modo de conclusión se puede evidenciar que en este primer ítem, la mayoría de los estudiantes no tuvieron en cuenta la simbología de la medida de tendencia central que se está trabajando, no leen el problema y en su procedimiento sólo utilizan las operaciones básicas para hallar el resultado.

**Figura 15. Ítem 2**

A continuación, se presenta el peso en kilos de 9 niños:

15, 25, 17, 19, 16

26, 18, 19, 24

De acuerdo a los datos anteriores, ¿Cuál es la mediana del peso de los 9 niños?  
explique su respuesta.

**Figura 16. Respuesta de El**

El

$$\begin{array}{r}
 15 \\
 25 \\
 17 \\
 19 \\
 16 \\
 26 \\
 18 \\
 19 \\
 24 \\
 \hline
 179 \\
 9 \\
 \hline
 89 \\
 81 \\
 \hline
 080 \\
 72 \\
 \hline
 8
 \end{array}$$

Solución incorrecta. Según la escala de Sorto, esta respuesta toma una calificación de 0.

Aquí el estudiante en su procedimiento vuelve hacer el cálculo con dos operaciones básicas suma y división, no tiene en cuenta su definición ni la fórmula que se debe aplicar para datos impares.

El estudiante utiliza la media aritmética en vez de la mediana.

Confunde el concepto y definición de la mediana con el de la media aritmética; pues suma todos los datos y los divide por su cantidad. A continuación, se presenta la dificultad, el obstáculo y el error encontrado en esta respuesta, tomados del marco teórico:

También, se puede evidenciar un obstáculo en la comprensión del objeto matemático el cual se explica a continuación:

### **Obstáculo comunicativo**

Aquí el alumno no comprende el concepto de mediana para datos impares, al intentar resolver el problema, hace el procedimiento de forma mecánica con lo que el ya conoce que son las operaciones básicas y la definición de media o promedio.

### **Error encontrado**

En esta respuesta se puede evidenciar una de las características generales de los errores cometidos por los estudiantes que menciona Rico (1995):

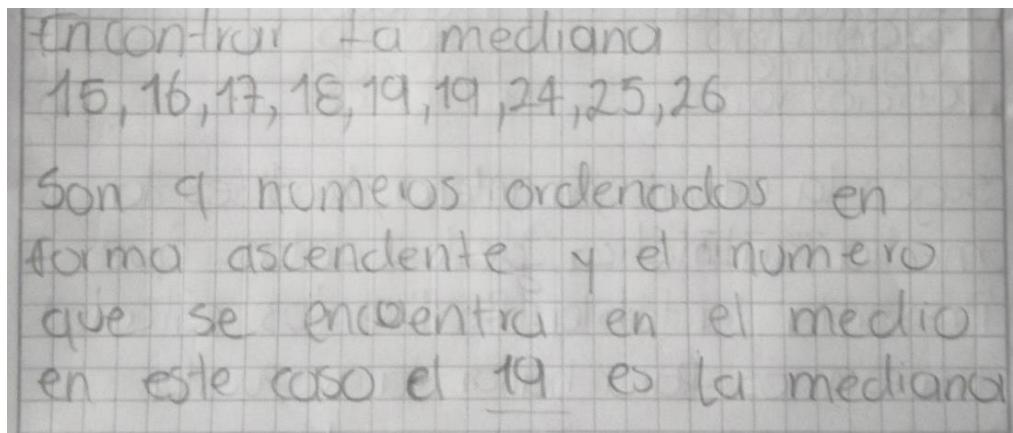
**Los errores ignoran el significado:** aquí, las respuestas que son incorrectas, no se ponen en cuestión. Los alumnos que cometen un error no consideran el significado de los símbolos y conceptos con los que se trabajan.

Según la respuesta del estudiante en este ítem, también se refleja el mismo problema de comprensión que en el trabajo de grado de Cubides, K. (2011) en la página 63, la respuesta del estudiante cuya abreviatura aparece como C2.1 con el subtítulo: **Utiliza la media aritmética en vez de la mediana.** Al realizar este análisis ella cuenta como los estudiantes utilizan la media directamente sin hacer referencia a la mediana ni aplicar la definición para calcularla, también menciona que presentan confusión entre el concepto de media y mediana.

Del mismo modo en la tesis de Cobo (2003), en la página 211, también muestra la dificultad que presenta el estudiante al resolver este problema, pues confunde media con la mediana y dice que esto supone un error en la definición de mediana, aunque haya hecho bien el cálculo de la media.

Por otro lado, esta respuesta se relaciona con la solución encontrada por Mayen, S. (209) en sus tesis, pág. 251, menciona que el estudiante recuerda el algoritmo de cálculo de la media aritmética para datos aislados y lo aplica correctamente, sin embargo, el estudiante no logra diferenciar la media de la mediana.

**Figura 17. Respuesta del E2**

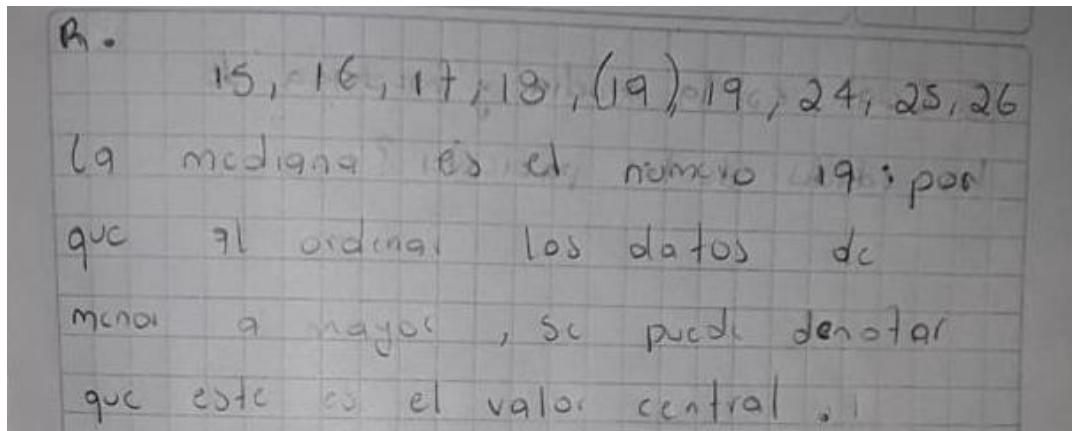


La respuesta dada es correcta y contiene elementos fundamentales como el razonamiento, esta respuesta está ubicada en la escala 2 de Sorto.

El estudiante primero ordena los datos de forma ascendente y luego toma el dato que se encuentra en la mitad y a ese dato lo llama mediana. Tiene en cuenta la definición de mediana, pone en práctica lo que sabe y conoce de esta medida de tendencia central y justifica su respuesta con argumentos válidos.

Comparando esta respuesta con la que encontró Cubides, K. (2011) pág. 60, se puede notar que el estudiante C1.2 también ordena los datos de forma ascendente, halla la mediana que es 19 y la señala.

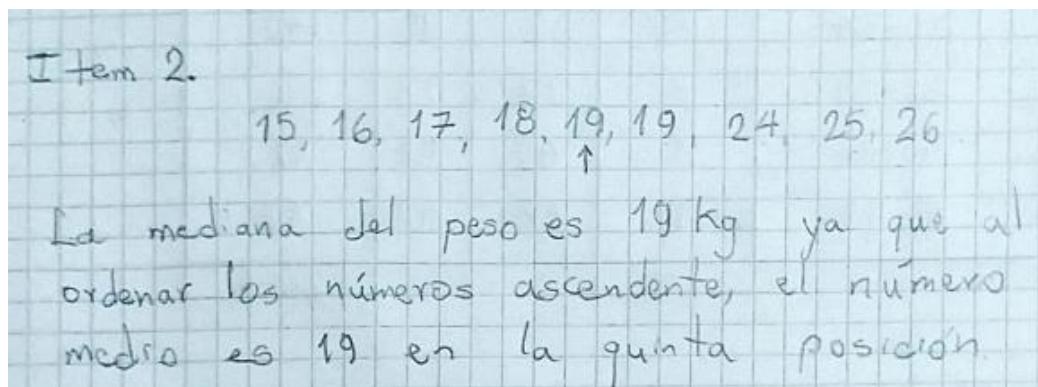
**Figura 18. Respuesta del E3**



La solución es correcta y está ubicada en la escala 4 de sorto. El estudiante ordena correctamente los datos (procedimiento), tiene presente el concepto de orden, recuerda que la mediana es el centro de un conjunto ordenado de datos, es decir, tiene presente y aplica la definición de mediana, tal como lo expresa en su argumentación.

Esta respuesta es similar a la respuesta encontrada por Mayén, S. (2009), pág. 264. En su análisis, el estudiante también ordena de menor a mayor los datos y señala el 19 como la mediana de los datos, lo cual implica que el estudiante comprende y usa correctamente la idea de orden y la definición de mediana.

**Figura 19. Respuesta del E4**



La solución es correcta y se ubica en la escala 4 de Sorto. El estudiante tiene presente el concepto y definición de mediana, sus propiedades, ordena los datos de forma correcta (procedimiento), recuerda que la mediana es el punto centro o punto medio de un conjunto de datos, también tiene presente la posición en la que se encuentra ubicado la mediana la cual es la quinta posición. Se puede evidenciar que el estudiante aplica lo que sabe y conoce de las medidas de tendencia central, en este caso la mediana.

Se puede evidenciar que el estudiante comprende el problema y el objeto matemático, por lo cual no se le dificulta resolverlo y además de ello, justifica e interpreta la respuesta encontrada.

**Figura 20. Respuesta del E5**

15, 16, 17, 18, 19, 19, 24, 25, 26

$$= \frac{19+19}{2} = \frac{38}{2} = 19$$

la mediana es 19

La solución es correcta y se encuentra ubicada en la escala 4 de Sorto. El estudiante aplica la definición de mediana para resolver el problema y ordena los datos de menor a mayor, toma los dos valores repetidos que se encuentran en el centro y los divide entre 2, dicho de otro modo, aplica la fórmula de la mediana  $\frac{n+1}{2}$  para datos pares, lo cual es un error que comete el estudiante porque se le está presentando es un conjunto de datos impares, sin embargo, halla la respuesta correcta.

Se puede evidenciar

#### **Errores debidos a dificultades de lenguaje**

Se puede evidenciar el error debido a dificultades de lenguaje, puesto que el estudiante hace un mal uso de los términos de la medida de tendencia central, es decir, para hallar la mediana utiliza la fórmula para datos pares y no toma en cuenta que el conjunto de datos es impar.

**Figura 21.** Ítem 3

El profesor de la materia de estadística desea conocer el promedio de las notas finales de los 10 estudiantes de la clase. Las notas de los estudiantes son: 3,2 3,1 2,4 4,0 3,5 3,0 3,5 3,8 4,2 4,0.

¿Cuál es el promedio de notas de los estudiantes de la clase de estadística?

**Figura 22.** Respuesta del E1

3

$$\begin{array}{r}
 3,2 \\
 3,1 \\
 2,4 \\
 4,0 \\
 3,5 \\
 3,0 \\
 3,5 \\
 3,8 \\
 4,2 \\
 4,0 \\
 \hline
 70,7
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 70,7 \quad | \quad 10 \\
 -70 \\
 \hline
 00 \quad | \quad 70 \\
 -70 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Parte del procedimiento que realiza el estudiante es correcta, pero obtiene la respuesta incorrecta, esta respuesta se ubica en la escala 1 de Sorto.

El estudiante en su procedimiento hace uso de las operaciones básicas suma y división, no suma bien expresiones decimales y presenta dificultad al dividir, pero tiene idea del algoritmo de la media aritmética o promedio, lo cual indica que realiza conexión del concepto a la situación problema.

Según lo anterior, se puede evidenciar también que el estudiante no tiene en cuenta lo que debe realizar en los procedimientos para hallar la media como se menciona en el marco teórico.

Esto indica que el estudiante utiliza las operaciones básicas, técnicas de cálculo y tiene en cuenta la definición de media o promedio, pero no suma correctamente los datos que están representados como números decimales.

### **Obstáculo encontrado**

**Obstáculo comunicativo:** Aquí el estudiante intenta resolver el ítem haciendo uso de la suma, pero no lo logra hacer correctamente debido a que presenta dificultad al sumar expresiones decimales.

Por otro lado, se puede ver que en la respuesta que da el estudiante se da uno de los errores que menciona Radatz (1979):

**Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos:** aquí se incluyen todas las deficiencias de conocimiento sobre contenidos y procedimientos específicos para la realización de una tarea matemática. Estos errores se dan por las deficiencias en el uso de conceptos, algoritmos, contenidos y procedimientos para las tareas matemáticas.

Esto se da por la falta de comprensión que tiene el estudiante frente a la media, puede saber o conocer la definición de esta medida de tendencia central pero no la tiene en cuenta al resolver el problema y no sabe o no recuerda cómo aplicarla, tampoco tiene en cuenta la simbología de ella.

El estudiante utiliza en forma adecuada un algoritmo para la solución, pero no llega a su solución.

**Figura 23. Respuesta del E2**

$$\begin{aligned}
 & \overline{x} = 3,2 + 3,1 + 2,4 + 4,0 + 3,5 + 3,0 + 3,5 \\
 & \quad \underline{3,8 + 4,2} \\
 & \quad \quad \quad 9 \\
 & \overline{x} = \frac{30,7}{9} \\
 & \overline{x} = 3,4 \\
 & \text{El promedio de las notas en la clase es de 3A}
 \end{aligned}$$

La solución es sólo un poco completa y correcta, esta respuesta se encuentra ubicada en la escala 3 de Sorto. El estudiante tiene en cuenta la definición de media aritmética, aplica la fórmula de la media y reconoce su cálculo algorítmico. Al final halla el promedio de los datos, pero no toma en cuenta el último dato que es 4,0 y sólo suma 9 datos en vez de los 10 datos, por ende, también divide la sumatoria entre nueve datos lo cual le da un promedio de 3,4. Aunque no toma en cuenta el último dato en la sumatoria, se aproxima al resultado correcto el cual es 3,47.

El estudiante justifica su respuesta mediante argumento válido, de lo cual se puede inferir que el estudiante es capaz de manifestar las prácticas personales frente al objeto matemático, es decir, pone en práctica aquello que sabe y conoce sobre las medidas de tendencia central, en este caso la media aritmética, a pesar de que no haya tomado en cuenta uno de los datos en la sumatoria.

Este resultado obtenido se puede comparar con el resultado obtenido por Cubides, k. (2011) pág. 154 figura 108. En el análisis que ella hace, expresa que el estudiante realiza la sumatoria de 9 datos y los divide entre 9 como en este análisis, pero no toma uno de los datos el cual es 3.2, dice que a pesar que el estudiante identifica que el problema se resuelve por medio de las medidas de tendencia central y reconoce el objeto estadístico al igual que su definición, existen errores en la sumatoria de los datos y al resolver el cociente pues no toma el resultado de la suma como número decimal sino como número entero.

**Figura 24.** *Respuesta del E3*

$$\begin{aligned}
 & 3 + 2.3 + 1.2 + 4.4 + 0.3 + 5.3 + 0.3 + 5.3 + 8.4 + \\
 & 2.4 + 0 = 32.4 \\
 & 32.4 \% 11 = 2.99 \\
 & \text{El promedio es de 2.99.}
 \end{aligned}$$

Respuesta incorrecta. El estudiante se confunde al organizar los datos para luego sumarlos. No tiene en cuenta que el primer número decimal está separado del siguiente número mediante un espacio, por lo que toma el número 3 como si estuviera separado de los demás por una coma, pero no lo toma como decimal, por lo cual toma como decimal es a 2.3 que es el dato que se encuentra separado por la coma y así hace con los demás datos.

El estudiante presenta dificultad en la comprensión del objeto matemático y comete errores al realizar el procedimiento.

También presenta dificultad en la interpretación del problema reflejados en una representación tabular.

### Error asociado

**Errores debidos a dificultades de lenguaje:** El estudiante toma mal los datos estadísticos en la solución del problema y por ende realiza de forma inadecuada la sumatoria de los datos.

Se puede evidenciar que el estudiante hace un mal uso del símbolo coma (,) al tomar los datos de forma equivocada t hacer la sumatoria.

**Figura 25. Respuesta del E4**

$$\text{Promedio} = \frac{3.2 + 3.1 + 2.4 + 4.0 + 3.5 + 3.0 + 3.5 + 3.8 + 4.2 + 4.0}{10}$$

$$= \frac{34.7}{10} = 3.47$$

La solución es correcta y se ubica en la escala 4 de Sorto. El estudiante utiliza la medida de tendencia central media para resolver el problema, toma todos los datos, los suma y obtiene 34.7, luego divide entre el total de datos (10) y su resultado es 3.47. Se puede notar que el estudiante no tuvo ninguna dificultad al realizar la sumatoria con números decimales, aplica lo que sabe y conoce de esta medida de tendencia central, es claro para él lo que debe realizar.

Se puede evidenciar que el estudiante tiene claro la definición de media aritmética o promedio y su cálculo, lo cual hace notar que él se ha apropiado significativamente del concepto media aritmética o promedio.

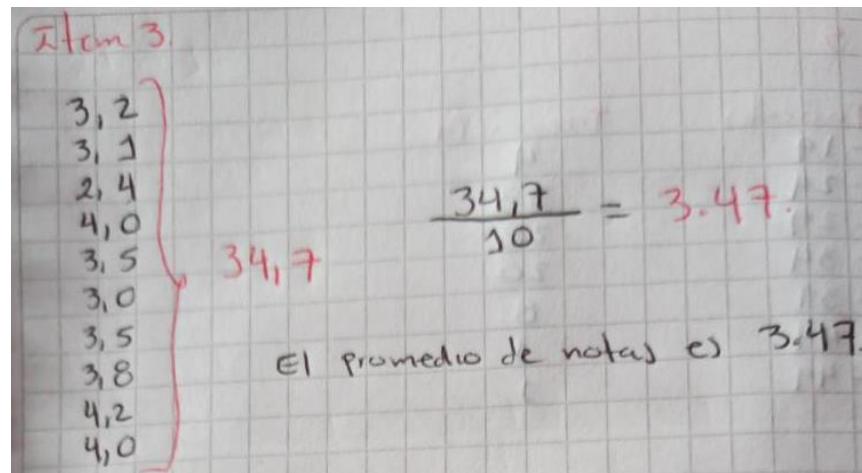
Según lo anterior se puede denotar el siguiente significado personal:

**Global:** Este corresponde a la totalidad del sistema de prácticas personales que el sujeto (estudiante) es capaz de manifestar frente a un objeto matemático (lo que él sabe sobre las medidas de tendencia central).

Aquí el estudiante pone de manifiesto lo que sabe y conoce del objeto matemático y como se debe realizar el procedimiento.

Comparando este resultado con el resultado obtenido por Cubides, K. (2011), pág. 152, se puede ver una similitud en ambas respuestas, donde el estudiante realiza correctamente la sumatoria de los datos, luego divide entre 10 que es el total de datos y obtiene como resultado 3.47 que es el resultado correcto. En ambas respuestas el estudiante tiene claro el concepto de media o promedio y no presentan dificultad al sumar números decimales.

**Figura 26.** *Respuesta del E5*



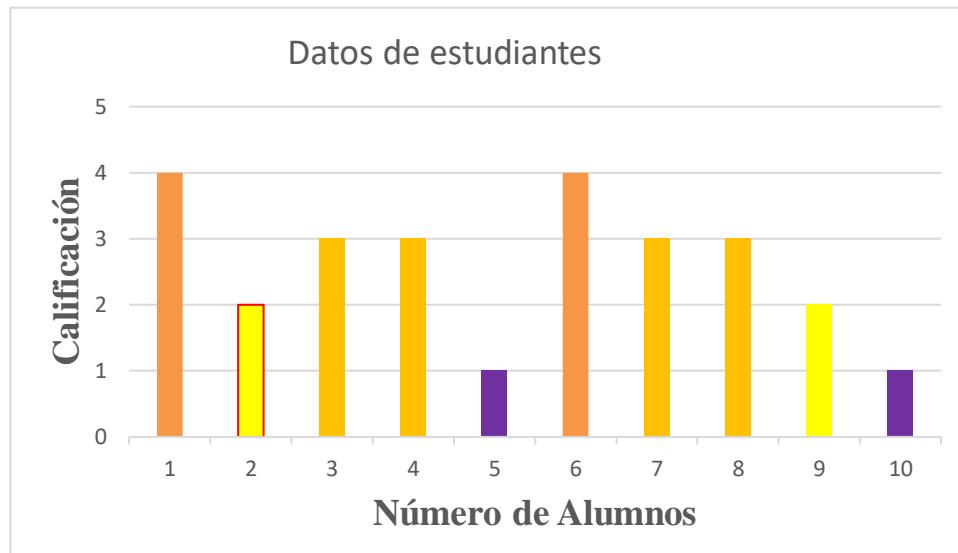
La solución es correcta y se encuentra ubicada en la escala 4 de Sorto. Para resolver el problema, el estudiante calcula la media correctamente, reconoce el objeto estadístico media. Además, el estudiante conoce y aplica la definición y el cálculo de la media. El estudiante organiza los datos en una columna, luego los suma y obtiene 34,7, después divide ese resultado entre diez y obtiene como resultado final 3,47.

Es claro para el estudiante el proceso o procedimiento que debe realizar para sumar números decimales y luego dividir el valor obtenido entre un número entero, lo cual evidencia que él se apropia de las propiedades de ese conjunto numérico y del concepto de media aritmética o promedio.

Este resultado se puede comparar con el resultado obtenido por Cubides, K. (2011), pág. 152. En donde el estudiante realiza un procedimiento similar al E5 de este análisis. El estudiante organiza los datos en columna, los suma y luego divide entre diez, por lo cual obtiene 3.47, lo que evidencia la comprensión que tiene el estudiante frente al objeto matemático y su definición.

**Figura 27. Ítem 4**

El siguiente diagrama de barras muestra las notas de 10 estudiantes de grado sexto en el curso de estadística.



¿Cuál es el valor de la moda de los datos? Justifique su respuesta.

**Figura 28. Respuesta del E1**

④ En las notas de los estudiantes el dato que más se repite es el 3.

La solución es correcta, según la escala de Sorto, esta respuesta se ubica en la escala 4. El estudiante tiene clara la definición de moda, sabe que, para hallar la moda en un conjunto de datos, se debe tomar el dato que más se repite.

Aquí se puede evidenciar lo que menciona el significado global en el enfoque Ontosemiótico, el estudiante es capaz de manifestar lo que sabe y conoce del objeto matemático (las medidas de tendencia central), en este caso la moda, como también tiene en cuenta el concepto y definición del mismo.

**Figura 29. Respuesta del E2**

Los estudiantes 1 y 6 tienen una nota de 4,0 y 2 y 9 una nota de 2,0

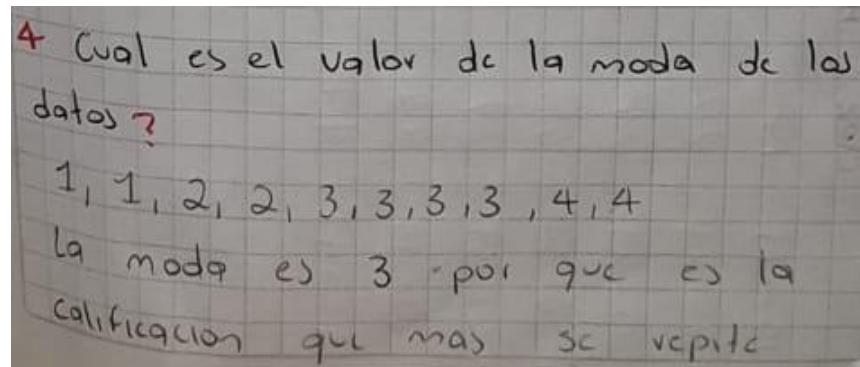
Los estudiantes 5 y 10 tienen 1,0 así que como los estudiantes 3, 4, 7 y 8 tienen una calificación de 3,0 y es el que más se repite el valor de la moda es 3.

La respuesta dada es correcta y contiene elementos fundamentales como el razonamiento, esta respuesta está ubicada en la escala 2 de Sorto.

El estudiante comprende e interpreta la gráfica que se le presenta, de acuerdo a la gráfica analiza todos los datos por separado y luego hace una clasificación, es decir, toma cada dato y observa cuantas veces está repetido, a lo último observa que el dato o la calificación que más se repite es 3,0 por lo cual, dice que la moda es 3. Se puede notar que el estudiante utiliza el razonamiento para dar las explicaciones de cada dato, tiene presente la definición de moda y la aplica, también justifica la respuesta encontrada con argumentos válidos.

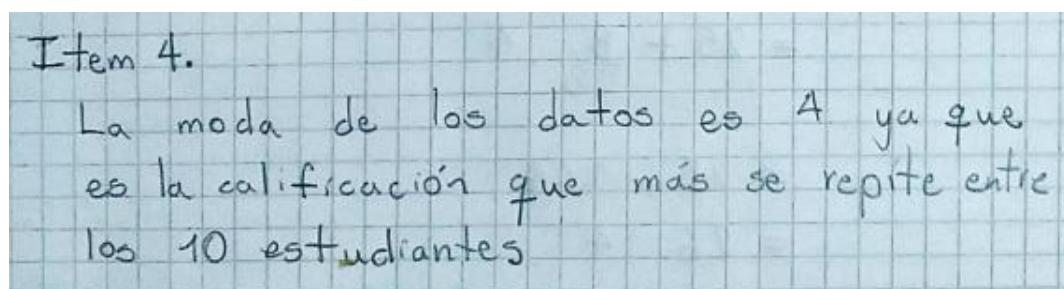
De lo anterior se logra identificar el siguiente objeto primario:

**Situaciones-problemas:** Aquí el estudiante busca y pone de manifiesto una estrategia la cual le permite hallar el dato que más se repite, la cual trata de tomar la calificación de cada estudiante y compararla con la de los otros estudiantes para saber cuál fue el dato que más se repitió.

**Figura 30.** *Respuesta del E3*

La solución es correcta y está ubicada en la escala 4 de sorteo. Aquí el estudiante hace un procedimiento similar al del E2 donde toma a los estudiantes que obtuvieron una calificación de 1, lo mismo hace con aquellos que obtuvieron una calificación de 3 y de 4, al ver que fueron más los estudiantes que obtuvieron una calificación de 3, toma este dato como la moda porque es el dato que más se repite. Se puede observar que el estudiante genera esta estrategia para hallar la moda sin tener que realizar un procedimiento largo.

El estudiante tiene presente la definición y concepto de la mediana y la aplica al hacer el cálculo.

**Figura 31.** *Respuesta del E4*

La solución es incorrecta y se ubica en la escala 0 de Sorto. El estudiante no comprende el gráfico ni la información dada, pues toma el 4 como el dato que más se repite en lugar del 3, a esto se le puede llamar un error de cálculo. Se puede evidenciar que el estudiante tiene presente la definición de moda, pero da una respuesta incorrecta y su argumento no es válido.

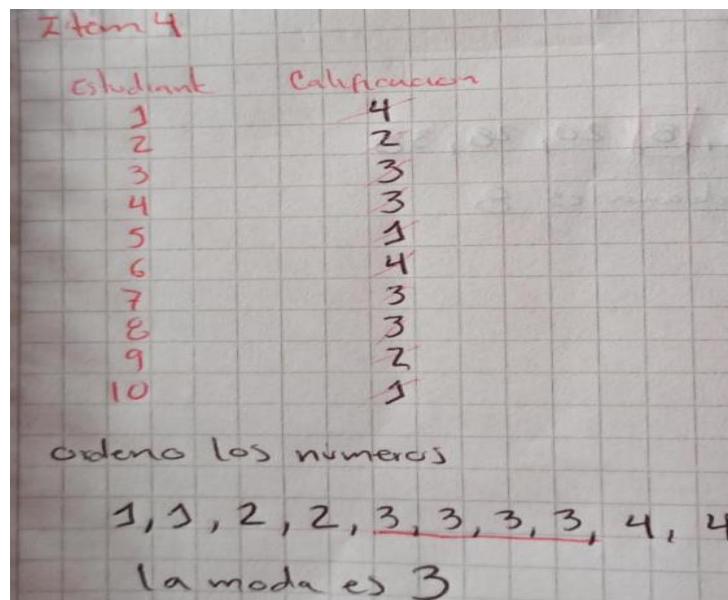
### Dificultad asociada a

**Elementos lingüísticos:** El estudiante presenta dificultad en la interpretación del problema reflejado en una representación gráfica del objeto matemático (moda) puesto que no toma correctamente el dato que más se repite.

**Errores debidos a dificultades de lenguaje:** El estudiante toma mal un dato estadístico en la solución de un problema.

Se puede evidenciar que el estudiante tiene en cuenta la definición y concepto de moda, y sabe que la moda es el dato que más se repite, pero toma el dato incorrecto.

**Figura 32. Respuesta del E5**



La solución es correcta y se encuentra ubicada en la escala 4 de Sorto. El estudiante utiliza la estrategia de colocar el número de estudiante y su calificación en dos filas, luego tacha de arriba y abajo los números hasta llegar al dato que se encuentra en el centro. El estudiante ordena los números de menor a mayor y se fija en el dato que aparece más veces, es decir, el dato que más se repite y lo toma como la moda.

Se puede evidenciar que el estudiante comprende la gráfica y la definición de moda y la aplica al realizar el cálculo.

También utiliza una estrategia al sacar los datos de las calificaciones de cada estudiante para así saber cuál fue el dato que más se repitió.

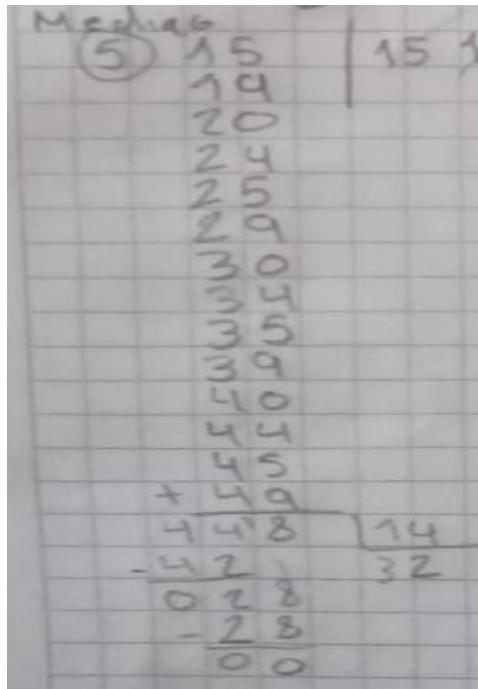
**Figura 33. Ítem 5**

El siguiente conjunto de datos refleja las edades de 100 pacientes que se han recuperado del Covid19.

Edad de los pacientes	Frecuencias
<b>15-19</b>	<b>4</b>
<b>20-24</b>	<b>38</b>
<b>25-29</b>	<b>28</b>
<b>30-34</b>	<b>20</b>
<b>35-39</b>	<b>8</b>
<b>40-44</b>	<b>1</b>
<b>45-49</b>	<b>1</b>

¿Cuál es la media de las edades de los pacientes? Realiza los cálculos necesarios para hallar la respuesta.

**Figura 34. Respuesta de El**



La solución es incorrecta. El estudiante realiza la suma de los intervalos que están en la tabla de frecuencias y luego divide entre el total de los datos, lo cual obtiene como respuesta 32.

El estudiante presenta falta de comprensión del concepto y definición del objeto matemático. Realiza el procedimiento de datos no agrupados para hallar la media y no tiene en cuenta que, para datos agrupados, primero debe completar la tabla hallando la frecuencia absoluta acumulada y la marca de clase, luego con el dato de la marca de clase debe dividirlo entre el total de datos (100) y obtiene la media o promedio aritmético.

### **Dificultad asociada a Conceptos-definición**

Aquí el estudiante presenta dificultad en la comprensión del objeto matemático y no tiene presente el concepto de media para datos agrupados.

### **Obstáculo asociado**

**Obstáculo comunicativo:** Este obstáculo se da debido a las dificultades que presenta el estudiante en la comprensión de media para datos agrupados, tampoco comprende el gráfico (tabla) que se le presenta pues debe deducir que debe completar la tabla y hallar la marca de clase para poder obtener la media.

### Error asociado

#### Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos:

**previos:** El estudiante realiza operaciones y usa el algoritmo de la media aritmética de forma deficiente.

Usa inadecuadamente y no interpreta una definición estadística asociada al objeto media aritmética, pues para hallar la media aritmética en datos agrupados, se debe hallar primero la marca de clase.

**Figura 35. Respuesta del E2**

$$\begin{aligned}
 & \text{La media} \\
 & 15 + 19 + 20 + 24 + 25 + 29 + 30 + 34 + 35 + 40 \\
 & \quad + 44 + 45 + 49 \\
 & \hline
 & 100 \\
 & \bar{x} = \frac{448}{100} \\
 & \bar{x} = 44,8 \quad \text{sería la media de} \\
 & \quad \text{las edades}
 \end{aligned}$$

La solución es incorrecta y se encuentra ubicada en la escala 0 de Sorto. El estudiante toma los datos de la tabla como si fueran datos aislados para hallar la media. No tiene presente la

propiedad de media aritmética para datos agrupados ni toma en cuenta los pasos que debe realizar, es decir, no completa la tabla de frecuencias ni halla la marca de clase con la cual debe hallar la respuesta.

Según lo anterior, el estudiante presenta dificultad en la comprensión de la media para datos agrupados, realiza la sumatoria de los intervalos y los divide entre el total de datos de la frecuencia.

**Dificultad asociada a Elementos lingüísticos:** Aquí el estudiante presenta dificultad en cuanto al gráfico (tabla) pues no comprende o no tiene en cuenta que debe completar la tabla de frecuencias y hallar la marca de clase, pues este es el medio para hallar la media aritmética, utiliza las diferentes operaciones (suma y división) para encontrar la media, pero toma los datos como si fueran aislados, no hace buen uso del objeto matemático para hallar la solución.

**Procedimientos:** El procedimiento que realiza el estudiante no es el adecuado, pues no pone en práctica lo que ha aprendido sobre la media aritmética en datos agrupados. Este procedimiento sería correcto, pero para datos sin agrupar.

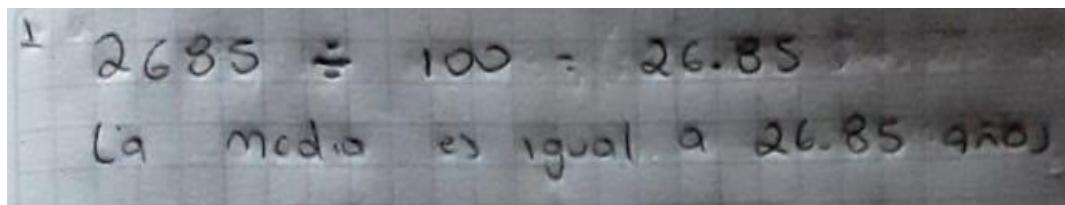
### **Obstáculo encontrado**

**Obstáculo comunicativo:** El estudiante intenta resolver el ítem de acuerdo a lo que sabe sobre medidas de tendencia central, pero no diferencia entre datos agrupados y sin agrupar, pues utiliza un mismo procedimiento para ambos casos. el estudiante intentar comunicar sus significados personales por medio de su respuesta, es decir, lo que él sabe, lo que él entiende, como lo entiende, lo que para él es correcto, etc.

### **Error encontrado**

**Errores debidos a dificultades de lenguaje:** El error aquí, se debe a que el estudiante asume que, para hallar la media en datos aislados, se suma la cantidad de datos y se divide entre el total de ellos y de igual forma esto se hace para hallar la media en datos agrupados.

**Figura 36. Respuesta del E3**



1  $2685 \div 100 = 26.85$   
La media es igual a 26.85 480J

La solución es sólo un poco completa y correcta y está ubicada en la escala 3 de sorto. El estudiante halla la marca de clase la cual es 2.685 y lo divide entre 100 que es el total de datos.

La solución es sólo un poco completa, pues al calcular la media aritmética el estudiante omite el procedimiento que utilizó para llegar a la respuesta, no se evidencia el cálculo realizado ni muestra la tabla de frecuencias completa. No hay un soporte (procedimiento) que dé validez a la respuesta encontrada, aunque esta sea correcta.

Se puede evidenciar que el estudiante no presentó dificultad al resolver esta actividad ni cometió algún error en ello.

**Figura 37. Respuesta del E4**

Item 5.

Edad de los pasajeros	Frecuencia	$x_i$	$f$	$x_i \cdot f$
15-19	4	17	4	68
20-24	38	22	42	836
25-29	28	27	70	756
30-34	20	32	90	640
35-39	8	37	98	296
40-44	1	42	99	42
45-49	1	47	100	47
	100			2685

$$\text{Media} = \frac{2685}{100} = 26.85$$

La solución es correcta y se encuentra en la escala 4 de Sorto. El estudiante completa la tabla de frecuencias de manera correcta y con los datos encontrados en la tabla, procede a realizar los cálculos para llegar a la respuesta.

El estudiante tiene claro el concepto y definición de media aritmética.

En esta respuesta, se puede evidenciar también la categoría de elementos lingüísticos, pues el estudiante utiliza el gráfico que es la tabla para representar los datos del problema planteado y así realizar el procedimiento para llegar a la respuesta.

Según lo anterior, se puede evidenciar el significado personal global

**Global:** Aquí el estudiante pone de manifiesto todo aquello que sabe y conoce sobre la media aritmética para datos agrupados, y lo que ha aprendido en el aula de clase.

**Figura 38.** Respuesta del E5

Edad (pacientes)	Frecuencia
15 - 19	4
20 - 24	38
25 - 29	28
30 - 34	20
35 - 39	8
40 - 44	1
45 - 49	1

Media  $\frac{4 + 38 + 28 + 20 + 8 + 1 + 1}{7} = \frac{100}{7} = 14,28$

La solución es incorrecta y se encuentra ubicada en la escala 0 de Sorto. El estudiante toma los datos de la frecuencia absoluta, los suma y divide entre el total de datos para hallar la mediana. Se puede evidenciar que el estudiante presenta dificultad en la comprensión del objeto matemático, media aritmética para datos agrupados.

**Dificultad asociada a Elementos lingüísticos:** Se puede evidenciar que el estudiante no comprende ni interpreta el gráfico(tabla) con los datos y la información que se da referente al objeto matemático.

### Obstáculo asociado

**Obstáculo comunicativo:** Aquí el alumno se enfrenta a dificultades de comprensión e interpretación del objeto matemático, lo cual hace que realice un procedimiento inadecuado. Intenta resolver esas dificultades haciendo uso de la media para datos aislados, pero no lo logra debido a que no se puede utilizar ese procedimiento para datos agrupados sino hallando la marca de clase.

Se puede evidenciar también uno de los errores de la taxonomía de radatz (1979)

### **Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos**

**previos:** Aquí el estudiante no comprende el concepto de media para datos agrupados, hace un mal uso del cálculo del algoritmo de esta medida de tendencia central y realiza de forma inadecuada el procedimiento.

Para hallar la media, el estudiante debía completar la tabla de frecuencias, hallar la marca de clase, sumar los datos de la marca de clase y luego dividir entre 100, este valor 100 se calcula haciendo la sumatoria de los datos que aparecen en la frecuencia absoluta, pero lo que hizo fue sumar los datos de esa frecuencia y dividir entre 7 que era el total de datos.

Esta respuesta se compara con la encontrada por Mayén, S. (2009), pág. 326.

En este trabajo se puede notar que el alumno obtiene la misma respuesta de la media aritmética que el E5, la cual es 14.2. Esta autora menciona que el estudiante toma los datos de las frecuencias absolutas para hallar la media y no halla la marca de clase.

A modo de cierre, todos los estudiantes presentan dificultad en la comprensión del objeto matemático lo cual hace que nosotros como futuros docentes nos pongamos en la tarea de generar estrategias que ayuden a ir disminuyendo esas dificultades y brindarles un mejor aprendizaje.

## **CAPÍTULO 4**

### **Conclusiones y recomendaciones**

#### 4.1 Introducción

Cuando se inició este trabajo, se formularon unos objetivos en los cuales se pretendía analizar, evidenciar y clasificar las dificultades, obstáculos y errores que presentan los estudiantes de grado sexto en la comprensión y representación de las medidas de tendencia central, para ello, se tomaron algunas categorías en las que se podían enmarcar los errores, obstáculos y dificultades como también se diseñaron situaciones problema que los abarcaran, por eso creo que en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes la resolución de problemas es fundamental. Por otro lado, todos aquellos errores cometidos por parte de los estudiantes no se deben tomar de forma negativa puesto que esos errores se pueden convertir en fortalezas logrando un verdadero aprendizaje en los estudiantes.

Cuando los estudiantes resolvieron la prueba, se pudo reconocer grandes dificultades al momento de calcular la media aritmética y la mediana, puesto que confundían su definición.

Cabe mencionar que no hubo intervención por parte de la investigadora en la solución de la prueba, puesto que se pretendía analizar la interpretación individual de los estudiantes.

Los errores encontrados en la prueba enfocada especialmente en la resolución de situaciones problema, permitieron identificar sus posibles orígenes, como se pudo observar en el análisis de resultados, existen errores de tipo aritmético, algebraico y de lenguaje, con lo cual se puede concluir que los errores presentados en la estadística, especialmente en problemas de las medidas de tendencia central, tienen una relación con la aritmética, el álgebra y el lenguaje, puesto que los conocimientos y destrezas que tengan los estudiantes en ellas facilita u obstaculiza un mejor entendimiento en los objetos matemáticos relacionados con la estadística.

A través de este trabajo se precisaron las categorías de errores mencionadas en el referente teórico, las cuales ayudaron a reconocer los tipos de errores que pueden cometer los estudiantes, esto es, que en ocasiones como maestros pensamos que los estudiantes presentan una dificultad o cometen un error solo por falta de conocimiento y no nos damos a la tarea de investigar lo que está sucediendo y preguntarnos el porqué de ello.

De acuerdo al análisis realizado en la dificultad asociada a conceptos-definición, se pretende evidenciar que, en la práctica educativa, para mi caso en la actividad matemática, la enseñanza de los conceptos y definiciones debe ampliarse puesto que se les hace difícil a los estudiantes comprenderlos y aplicarlos en situaciones problema que lo requieran porque esto los conlleva a cometer errores en la solución de ellos y obstaculiza su aprendizaje.

Algunos errores de los estudiantes pueden deberse a dificultades en el manejo del lenguaje matemático, esto se demuestra en las dificultades de comprensión de los problemas, la falta de comprensión del objeto matemático conlleva generalmente a errores y a confusión en los estudiantes.

Otros errores encontrados son debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos, en este aspecto se centraron gran parte de los errores de los estudiantes, debido a la complejidad que genera en los estudiantes la media aritmética y la mediana. Además, se incluyen en este tipo de errores, la dificultad en el manejo de algoritmos, procedimientos y cálculos incorrectos en la aplicación de técnicas y dominio insuficiente de símbolos y conceptos necesarios. Parece ser que el origen de estos errores, se sitúan en la falta de comprensión de los estudiantes y esto hace que haya una ruptura o lagunas en su aprendizaje.

Para finalizar este trabajo, es necesario presentar y analizar las principales conclusiones obtenidas tanto de los objetivos planteados en esta investigación como del marco teórico. Por último, se sugieren algunas aportaciones que podrían completar esta investigación en el futuro.

#### **4.2 Conclusiones respecto a los objetivos de la investigación**

El objetivo general y fundamental en esta investigación era:

Analizar las dificultades, obstáculos y errores que presentan los estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa José María Córdoba en la comprensión y representación de las medidas de tendencia central mediante un cuestionario.

Es claro que toda la investigación ha estado orientada a cumplir este objetivo y pienso que se ha logrado de forma razonable, puesto que se ha proporcionado información detallada sobre la comprensión de los estudiantes en la muestra de las propiedades, definiciones, conceptos, lenguaje, procedimientos, problemas y argumentos relacionados con las medidas de tendencia central. Siguiendo ese orden, continúo con los objetivos específicos que están contenidos en el anterior de este trabajo.

**Objetivo específico 1:** Evidenciar las dificultades obstáculos y errores que presentan estudiantes de sexto grado, a través de un cuestionario donde se les presentan situaciones problema que requieren el uso de las medidas de tendencia central para su resolución.

Para llevar a cabo este objetivo, se tuvo en cuenta las respuestas que dieron los estudiantes al realizar el cuestionario, efectivamente se lograron evidenciar aquellas dificultades, obstáculos y errores que presentan los estudiantes en la comprensión de las medidas de tendencia

central. A pesar de que se cumplió este objetivo, todavía falta hacer una investigación más amplia y realizar más estudios para seguir analizando el porqué de todo ello.

**Objetivo específico 2:** Clasificar y analizar las dificultades obstáculos y errores encontrados en los resultados de los estudiantes al resolver la prueba, teniendo en cuenta el enfoque Ontosemiótico.

Pienso que se logró realizar este objetivo de forma satisfactoria y para ello se utilizó el Enfoque Ontosemiótico, como también las categorías de errores y los obstáculos referidos en el marco teórico, los cuáles fueron elementos importantes que permitieron lograr este objetivo y conocer el origen de ello.

#### **4.2 Recomendaciones**

Este trabajo puede contribuir a docentes en formación de matemáticas o en ejercicio al análisis de sus prácticas educativas, pues les brinda una categorización de las posibles dificultades, obstáculos y errores que pueden cometer los estudiantes a la hora de resolver situaciones problema que involucran las medidas de tendencia central, de esta manera se busca crear una base o un sustento que ayuden a encontrar los orígenes de ellos, también que aporte al diseño de actividades que ayuden a superar dichas dificultades, obstáculos y errores.

Por otro lado, se recomienda ampliar más esta investigación para dar posibles soluciones a lo mencionado anteriormente y así contribuir a la enseñanza y aprendizaje de la estadística y en especial las medidas de tendencia central, que en un futuro esto disminuya y no obstaculice su aprendizaje.

## Referencias

- Agudelo, L. (2016). Actividad de aprendizaje de estudiantes de sexto grado, desde las Actividades Orientadoras de Enseñanza de las Medidas de Tendencia Central, Universidad de Antioquia-Medellín.
- Batanero, 2001; Franklin y Cols., 2005). Retos para la formación estadística de los profesores. Didáctica de las matemáticas, Universidad de Granada.
- Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de tendencia central. *UNO*, 25, 41-58.
- Borassi R. (1987). Exploring Mathematics through the Analysis of Errors. Fort the learning of Mathematics. Vol 7, págg. 2-9.
- C. Batanero, J. D. Godino, D. R. Green, P. Holmes y A. Vallecillos. (2014). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales.
- Cobo, B. (2003). *Significados de las medidas de posición central para los estudiantes de Secundaria*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Cubides, K., Rosada. L. (2011). Dificultades que presentan los estudiantes de educación básica en la obtención e interpretación de las medidas de tendencia central.
- D'AMORE, Bruno. *Enfoque ontosemiótico de las representaciones en educación matemática*. Universidad de Barcelona, Universidad de Granada, universidad de Bolonia. recuperado de <http://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/comu...>

Estepa, A. (1993). *Concepciones iniciales sobre la asociación estadística y su evolución como consecuencia de una enseñanza basada en el uso de ordenadores*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., y Scheaffer, R. (2007). Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A Pre-K-12 curriculum framework. Alexandria, VA: American Statistical Association

Gattuso, L. y Mary, C. (1998). Development of the concept of weighted average among high-school students. En L. Pereira-Mendoza, C. Seu Keu, T. Wee Kee y W.K. Wong (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching Statistics* (pp. 685-691). Singapur: International Association for Statistical Education.

Godino, J (2003). Teoría de las funciones Semióticas. Pág. 138,139.

Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 14(3), 325-355.

Godino, J. D. y Batanero, C. (1998a). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in Mathematics Education. En A. Sierpinska y J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education a research domain: A search for identity* (pp. 177-195). Dordrecht: Kluwer.

Godino, J. D. y Batanero, C. (1998b). Funciones semióticas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En I. Vale y J. Portela (Eds.). *IX Seminário de Investigação em Educação Matemática* (p. 25-45). Associaçao de Profesores de Matemática. Portugal.

- Godino, J. D., Batanero, C. y Roa, R. (2005). An onto-semiotic analysis of combinatorial problems and the solving processes by university students. *Educational Studies in Mathematics*, 60 (1), 3-36.
- Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 26(1), 39-88.
- Godino, J. D. (1999) Análisis epistémico, semiótico y didáctico de procesos de instrucción Matemática. Tomado de ([www.ugr.es/~jgodino/semioesp/aepistemico.htm](http://www.ugr.es/~jgodino/semioesp/aepistemico.htm)).
- Leon, M. R., y Zawokeswski, F. S. (1991). Use of the arithmetic mean: An investigation of four properties. Issues and preliminary results. En D. Vere-Jones (Ed.), *Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics* (pp. 302-306). Voorburg, Holanda: International Statistical Institute.
- Lopes, C. (2003). O conhecimento Profissional dos professores e suas relações com estatística e probabilidade na educação infantil. Campinas: Universidade Estadual de Campinas.
- Mayén, S. (2009). *Comprensión de las medidas de tendencia central por estudiantes mexicanos de Educación Secundaria y Bachillerato*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- MEN . (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá (Colombia): Ministerio de Educación Nacional.
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Oviedo, K., Contreras, J. M., Arteaga, P. y Ruiz, K. (2017). Recursos virtuales para trabajar el tema de medidas de tendencia central en la educación secundaria. En J. M. Contreras, P.

Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en, [enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html](http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html).

<http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol13/09Planas.pdf>

Radatz, H. C. (1980). Student errors in the mathematical learning: a survey. *For the Learning of Mathematics*, 1(1), 16-20.

Radatz, H. (1979). Error Analysis in the Mathematics Education. *Journal of Research in Mathematics Education*, 9, 163-172.

Rico, L. (1995). Errores en el aprendizaje de las matemáticas. En J. Kilpatrick, & L. & Rico, *Educación Matemática*. México: Iberoamericana.

Strauss, S. y Bichler, E. (1988). The development of children's concepts of the arithmetic average. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19 (1), 64-80.

Zapata, C. L. (Mayo-Agosto de 2011). ¿Cómo contribuir a la alfabetización estadística? *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*(33), 234-247.

<https://www.researchgate.net/profile/Vicenc-Font-2/publication/321845843/figure/fig5/AS:668725774675988@1536448057614/Configuracion-de-objetos-matematicos-primarios-Fuente-GODINO-BATANERO-FONT.ppm>

<https://www.researchgate.net/profile/Juan->

Godino/publication/282325795/figure/fig1/AS:791078055710722@1565619114474/Figura  
-1-Tipos-de-significados-institucionales-y-personales.png

## ANEXOS



### Cuestionario

### INSTITUCIÓN EDUCATIVA JOSÉ MARÍA CÓRDOBA



El siguiente cuestionario es de preguntas abiertas, el cual está relacionado con medidas de tendencia central, este cuestionario servirá para un análisis de investigación en estadística del trabajo de grado de la estudiante Nathalia Grijalba Benachí

**Nota:** Lee muy bien y responde cada uno de los ítems. ¡Éxitos!

#### **TEMA: MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL**

##### **Ítem 1**

En la tabla que se presenta a continuación se expresa el sueldo mensual de cuatro personas que laboran en una oficina de abogados:

Cargo que desempeñan	Sueldo
Repcionista	\$500.000
Secretaria	\$560.000
Vigilante	\$400.000
Oficios varios	\$300.000

Según la información anterior, ¿Cuál es la media aritmética de los datos que presenta la tabla?

Realice los cálculos necesarios para hallar la respuesta.

**Ítem 2**

A continuación, se presenta el peso en kilos de 9 niños:

15, 25, 17, 19, 16

26, 18, 19, 24

De acuerdo a los datos anteriores, ¿Cuál es la mediana del peso de los 9 niños? explique su respuesta.

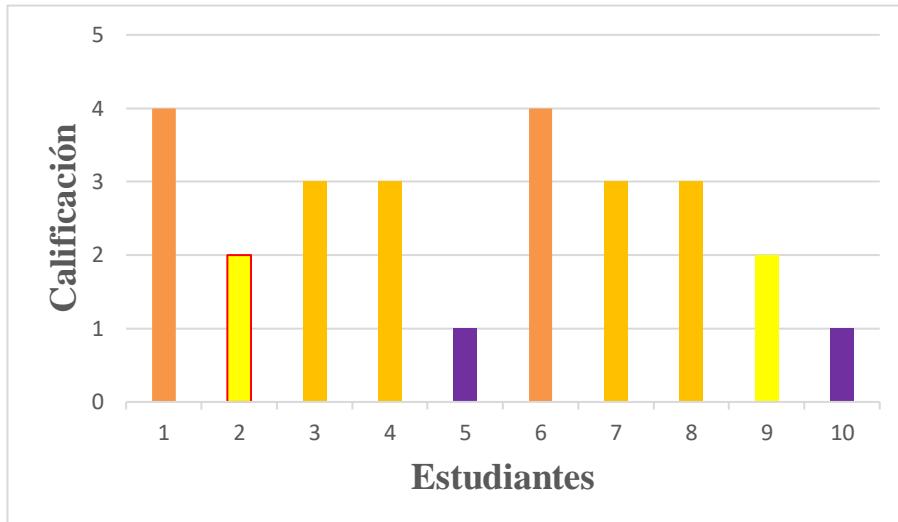
**Ítem 3**

El profesor de la materia de estadística desea conocer el promedio de las notas finales de los 10 estudiantes de la clase. Las notas de los estudiantes son: 3,2 3,1 2,4 4,0 3,5 3,0 3,5 3,8 4,2 4,0.

¿Cuál es el promedio de notas de los estudiantes de la clase de estadística?

**Ítem 4**

El siguiente diagrama de barras muestra las notas de 10 estudiantes de grado sexto en el curso de estadística.



¿Cuál es el valor de la moda de los datos? Justifique su respuesta.

**Ítem 5**

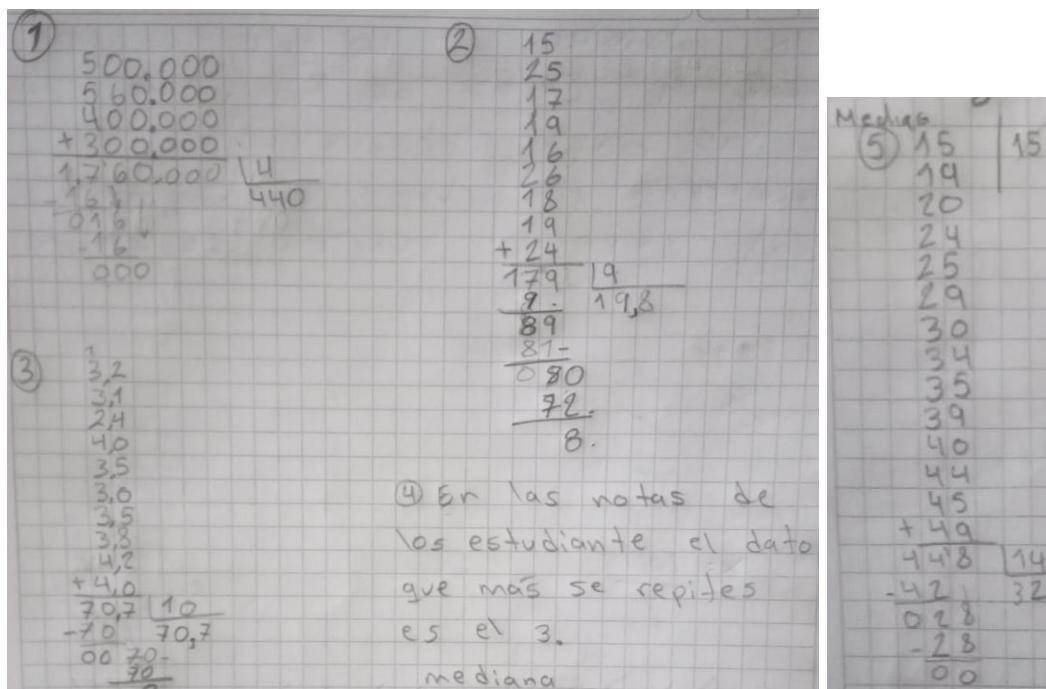
El siguiente conjunto de datos refleja las edades de 100 pacientes que se han recuperado del Covid19.

Edad de los pacientes	Frecuencias
15-19	4
20-24	38
25-29	28
30-34	20
35-39	8
40-44	1
45-49	1

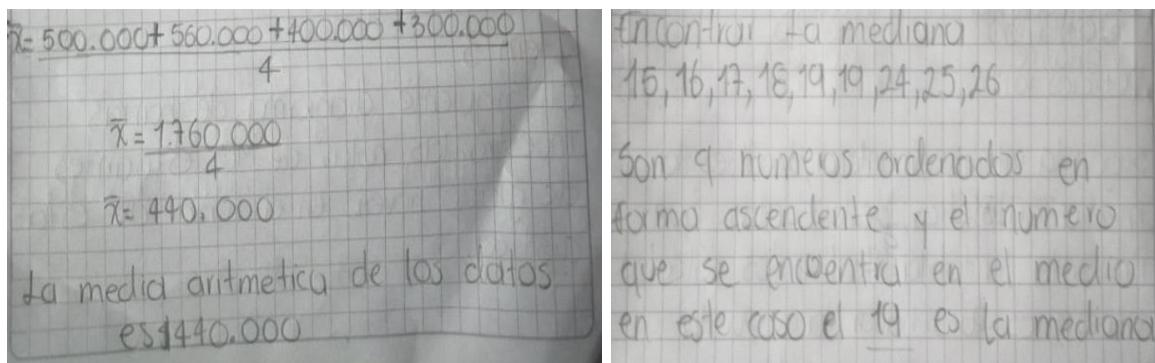
¿Cuál es la media de las edades de los pacientes? Realiza los cálculos necesarios para hallar la respuesta.

## Respuestas de los cinco estudiantes

## Respuestas del Estudiante 1



## Respuestas del Estudiante 2



$$\begin{array}{r}
 \bar{x} = \frac{3,2 + 3,1 + 2,4 + 4,0 + 3,5 + 3,0 + 3,5}{3,8 + 4,2} \\
 \bar{x} = \frac{30,7}{9} \\
 \bar{x} = 3,4
 \end{array}$$

El promedio de las notas en la clase e) de 3A

Los estudiante 1 y 6 tienen una nota de 4,0  
el 2 y 9 una nota de 2,0

Los estudiantes 5 y 10 tienen 1,0  
así que como los estudiante 3,4,7 y 8  
tienen una calificación de 3,0 y  
es el que mas se repite el valor  
de la moda es 3.

La media

$$\begin{array}{r}
 \bar{x} = \frac{15 + 19 + 20 + 24 + 25 + 29 + 30 + 34 + 35 + 40}{10} \\
 + 44 + 45 + 49 \\
 \hline
 \bar{x} = \frac{448}{100} \\
 \bar{x} = 44,8
 \end{array}$$

Sería la media de las edades

### Respuestas del Estudiante 3

R//	A.
$  \begin{array}{r}  \$500000 \\  \$560.000 \\  \$400.000 \\  \$300.000 \\  \hline  \$1760000  \end{array}  $ $  \$1760000 \% 4 = \$440.000  $ <p>La media aritmética es \\$440.000</p>	$  15, 16, 17, 18, (19), 19, 24, 25, 26  $ <p>La mediana es el número 19; por que al ordenar los datos de menor a mayor, se puede denotar que este es el valor central.</p>

$  3 + 2.3 + 1.2 + 4.4 + 0.3 + 5.3 + 0.3 + 5.3 + 8.4 + 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4  $ $  2.4 + 0 = 32.4  $ $  32.4 \% 11 = 2.99  $ <p>R. El promedio es de 2.99.</p>	<p>La moda es 3 por que es la calificación que más se repite</p>
---	--

EDADES	Marca de frecuencia Clase	Frecuencia Absoluta	Frecuencia acumulativa	$\Sigma f_i$
15 - 19	17	4	4	68
20 - 24	22	33	42	836
25 - 29	27	28	70	756
30 - 34	32	20	90	640
35 - 39	37	8	98	296
40 - 44	42	1	99	42
45 - 49	47	1	100	2685
		100		

$$1 \quad 2685 \% 100 = 26.85$$

(La media es igual a 26.85 más)

## Respuestas del Estudiante 4

Item 1.

$$\text{Media aritmética} = \frac{1500000 + 1560000 + 1400600 + 1210000}{4} \\ = \$462500$$

Item 2.

15, 16, 17, 18, 19, 19, 24, 25, 26  
↑

La mediana del peso es 19 Kg ya que al ordenar los números ascendente, el número medio es 19 en la quinta posición

Item 3.

$$\text{Promedio} = \frac{3.2 + 3.1 + 2.4 + 4.0 + 3.5 + 3.0 + 3.5 + 3.8 + 4.2 + 4.0}{10} \\ = \frac{34.7}{10} = 3.47$$

Item 4.

La moda de los datos es A ya que es la calificación que más se repite entre los 10 estudiantes

Item 5.

Edad de los pasajeros	Frecuencia	$x_i$	$f$	$x_i f$
15-19	4	17	4	68
20-24	38	22	42	836
25-29	28	27	70	756
30-34	20	32	90	640
35-39	8	37	98	296
40-44	1	42	99	42
45-49	1	47	100	47
	100		2685	

$$\text{Media} = \frac{2685}{100} = 26.85$$

## Respuestas del Estudiante 5

Item 3:	
Repcionista.	500.000
Secretaria	560.000
Vigilante	400.000
Oficios Varios	300.000

Media Aritmetica

$$= \frac{500.000 + 560.000 + 400.000 + 300.000}{4}$$

$$= \frac{1760.000}{4} = 440.000$$

la media aritmetica es 440.000

15, 16, 17, 18, 19, 19, 24, 25, 26
$= \frac{19 + 19}{2} = \frac{38}{2} = 19$
la mediana es 19

Item 3

3, 2	}	34,7	34,7
3, 1			
2, 4			
4, 0			
3, 5			
3, 0			
3, 5			
3, 8			
4, 2			
4, 0			

$$\frac{34,7}{10} = 3,47$$

El promedio de notas es 3,47.

Item 4

Estudiante	Calificación
1	4
2	2
3	3
4	3
5	1
6	4
7	3
8	3
9	2
10	3

Ordena los números

1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4

La moda es 3

Item 5

Edad (Años)	Frecuencia
15-19	4
20-24	38
25-29	28
30-34	20
35-39	8
40-44	1
45-49	1

Media  $\frac{4+38+28+20+8+1+1}{7} = \frac{100}{7} = 14,28$