

DISEÑO DE UNA GUÍA DE APRENDIZAJE: PARA FORTALECER LA
COMPRENSIÓN DE NOCIONES PROBABILÍSTICAS EN EL GRADO SÉPTIMO EN
LA IE. LICEO DEL PACIFICO

MARÍA A. MARTÍNEZ MANYOMA

201662328-3469

KEVYN A. ROJAS CUELLO

201662192-3469

UNIVERSIDAD DEL VALLE – SEDE PACIFICO

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

BUENAVENTURA

2021

DISEÑO DE UNA GUÍA DE APRENDIZAJE: PARA FORTALECER LA
COMPRENSIÓN DE LAS NOCIONES PROBABILÍSTICA EN EL GRADO SÉPTIMO
EN LA IE. LICEO DEL PACIFICO

MARÍA A. MARTÍNEZ MANYOMA

201662328-3469

KEVYN A. ROJAS CUELLO

201662192-3469

Informe final presentado como requisito parcial para optar al título de
LICENCIADO EN EDUCACIÓN BASICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS

Dirigido por

ALBERTO RUIZ ALONSO

Magíster en Tecnología de la Educación, Estadístico

UNIVERSIDAD DEL VALLE – SEDE PACIFICO

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

BUENAVENTURA

2021

AGRADECIMIENTOS

Al culminar esta etapa queremos, primeramente, agradecerle a Dios por la vida y cada una de las experiencias vividas en este proceso de investigación por darnos la fortaleza, entrega y disciplina para desarrollar y escribir todo este trabajo, por permitirnos culminar nuestros estudios y coincidir en este camino con personas tan maravillosas que de una u otra forma han aportado en nuestra formación como profesional y como persona.

Gracias infinitas a nuestros padres que con empeño y gallardía siempre fueron el pilar de nuestra meta, enrutando nuestros pasos, levantándonos de nuestros fracasos y festejando cada uno de nuestros éxitos. Por otra parte, agradecer a cada uno de los docentes y compañeros que hicieron parte de nuestra formación por ser motivadores de cambio, de esfuerzo y superación.

Por último pero no menos importante, le damos muchísimas gracias a nuestro asesor de trabajo de grado el docente, estadístico Alberto Ruiz Alonso por cada uno de sus consejos por el tiempo dedicado para nosotros Pues, gracias a su dedicación, paciencia, orientación y su intachable ética para trabajar nos permitió, más allá de construir un trabajo como requisito para optar por un título, dar nuestros primeros pasos en el campo académico formal de la investigación en cual son necesarios valores como la disciplina y la verdad.

Hoy termina una etapa, construida poco a poco en cada espacio compartido con todos ustedes sin duda alguna la más significativa para nuestra vocación profesional.

RESUMEN

Los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas están ligados a un sin número de aspectos que funcionan como un engranaje para que estos se desarrollen. Aspectos como el contexto, el contenido, la didáctica, los algoritmos, las situaciones problema, etc. La estadística, especialmente en la probabilidad, como en cualquier campo de las matemáticas, necesita de las situaciones problema para llevar a cabo los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Por tanto, esta investigación tiene como fin fortalecer la compresión e interpretación de los experimentos aleatorios a partir de las nociones probabilísticas, a través del diseño de una guía de aprendizaje basada en situaciones problemas creadas a partir del contexto en el cual están inmersos los estudiantes, para así superar las dificultades que los estudiantes han estado presentando en anteriores pruebas en el desarrollo de las competencias matemáticas que evalúa el ICFES (razonamiento, resolución de problemas y comunicación).

Los resultados mostraron que los estudiantes mostraron una mejoría en las competencias de comunicación y resolución de problemas después de implementar la guía de aprendizaje. Sin embargo, en el desarrollo de la competencia de razonamiento no hubo ningún tipo de cambio positivo, lo que motiva a revisar este aspecto. Por otro lado, es necesario recalcar que, a nivel global, la guía de aprendizaje si fue eficaz para cumplir con el fortalecimiento de la compresión de las nociones probabilísticas.

Palabras claves: Guía de aprendizaje, situaciones problemas, competencias, probabilidad y experimentos aleatorios.

Tabla de contenido

Introducción.....	1
1. Problema de Investigación.....	4
1.1 Descripción del problema.....	4
1.2 Formulación del problema.....	8
1.3 Justificación	8
2. Objetivos.....	11
2.1 Objetivo general	11
2.2 Objetivos específicos	11
3. Marco de Referencia.....	12
3.1 Antecedentes Investigativos	12
3.1.1 Perspectiva Internacional.....	13
.....	13
3.1.3 Perspectiva Nacional	14
3.2 Referentes Teóricos	16
3.2.1 Perspectiva curricular	16
3.2.2 Pensamiento Aleatorio.....	17
3.2.3 Coherencia vertical y horizontal.....	20
3.2.4 Perspectiva didáctica	23
3.2.5 Modalidad de Educación Remota.....	25
3.2.6 Guía de Aprendizaje	26
3.2.7 Perspectiva matemática	31
3.3 Conceptos básicos de probabilidad.....	34
4. Metodología.....	37
4.1 Tipo de investigación	37
4.2 Instrumento y metodología: Guía de orientación Saber Pro. Noveno Grado. Prueba: Matemática	38
4.2.1 Componente Aleatorio.....	42
4.3 Fases para el desarrollo de la investigación	43
4.4 Hipótesis	45
4.5 Recolección de datos	45
4.6 Procesamiento de la información	45

4.7 Caracterización de la muestra.....	48
5. Prueba Diagnóstica.....	49
5.1 Descripción de la prueba diagnóstica	49
5.2 Caracterización de los datos obtenidos (Prueba diagnóstica).....	58
5.2.1 Clasificación de los datos obtenidos (Prueba diagnóstica).....	60
5.2.2 Resultados por competencia en la prueba diagnóstica	61
5.3 Análisis de la prueba diagnóstica	62
6. Guía de Aprendizaje	68
6.1 Descripción General de la Guía de Aprendizaje	68
6.2 Caracterización de los datos obtenidos (Guía de aprendizaje)	79
6.2.1 Resultados por competencia en la guía de aprendizaje	81
6.3 Análisis de la guía de aprendizaje	82
6.4 Cotejo: Prueba diagnóstica vs guía de aprendizaje	91
Conclusiones.....	101
Recomendaciones	103
Referencias Bibliográficas.....	104
Anexos.....	106
Anexo 1. Diseño de la prueba diagnóstica.	106
Anexo 2. Diseño de la guía de aprendizaje:	110
Anexo 3. Grupo de WhatsApp para el intercambio de información.	122

Listado de figuras

Figura 1. Esquema: Dificultades en la comprensión de las nociones probabilísticas.	9
Figura 2. Muestra.....	49
Figura 3.Situación 1 de la prueba diagnóstica.....	50
Figura 4. Situación 2 de la prueba Diagnóstica	52
Figura 5. Situación tres de la prueba diagnóstica	53
Figura 6. Situación 4 de la prueba diagnóstica.....	56
Figura 7. Situación 5 de la prueba diagnóstica.....	57

Figura 8. Gráfica de dispersión de Prueba Diagnóstica / Prueba Saber Pro de % de Respuestas correctas.....	64
Figura 9. Introducción Guía de Aprendizaje	69
Figura 10. Guía de aprendizaje: Experimento aleatorio	74
Figura 11. Guía de aprendizaje: Posibilidad de un evento.	74
Figura 12. Guía de Aprendizaje: Probabilidad	75
Figura 13. Guía de aprendizaje: Preguntas sobre la resolución de la guía	78
Figura 14. Gráfica de dispersión Guía de Aprendizaje 2020-7 grado/ Prueba Saber Pro 2017-9 grado	84
Figura 15. Gráfico de Cotejo Prueba Diagnóstica / Guía de Aprendizaje.....	93
Figura 16. Gráfico de Dispersión de respuestas correctas: Prueba Diagnóstica/ Guía de Aprendizaje.....	94

Listado de Tablas

Tabla 1. Porcentajes de respuestas incorrectas por competencia – Pensamiento Aleatorio IE Liceo del pacifico, 2017	6
Tabla 2. Coherencia vertical entre los conjuntos de grado	21
Tabla 3. Coherencia Horizontal entre pensamientos	22
Tabla 4. Competencias evaluadas en la prueba Saber Pro Noveno Grado,	39
Tabla 5. Niveles de desempeño de prueba saber pro, noveno grado.	40
Tabla 6. Porcentaje de calificación por nivel de desempeño	40
Tabla 7. Componentes de la prueba Saber Pro Noveno Grado	41
Tabla 8. Evaluación de las tres competencias en el componente aleatorio.	¡Error!
Marcador no definido.	
Tabla 9. Distribución de preguntas por componente	43
Tabla 10. Nivel de desempeño en el aspecto aleatorio.	43
Tabla 11. Fases de la investigación.....	43
Tabla 12. Formato de recolección de evidencias.....	46
Tabla 13. Escala de calificación de la prueba diagnóstica por componente.....	47

Tabla 14. Calificación globalizada de los tres componentes.....	47
Tabla 15. Formato de análisis por competencia	48
Tabla 16. Resultados obtenidos en la prueba diagnóstica	58
Tabla 17. Estándar por competencia.....	60
Tabla 18. Puntuación de los datos por competencia.....	61
Tabla 19. Consolidación de Resultados por competencia	62
Tabla 20. Resultado comparativo entre Prueba Saber 9 GRADO 2017 y Prueba Diagnóstica Grado Séptimo 2021	63
Tabla 21. Diferencia de puntuación Saber Pro 2017 / Prueba Diagnóstica.....	63
Tabla 22. Caracterización de datos de la guía de aprendizaje	79
Tabla 23. Resultados por competencia, Guía de Aprendizaje.....	81
Tabla 24. Consolidación de resultados por competencia	81
Tabla 25. Resultados comparados de Guía de Aprendizaje con Prueba Saber Pro 2017.....	82
Tabla 26. Comparativo Guía de Aprendizaje Séptimo 2020/ Prueba Saber Pro Noveno 2017	83
Tabla 27.....	89
Tabla 28. Cotejo Prueba Diagnóstica / Guía de Aprendizaje	92
Tabla 29. Comparativo % de Respuestas correctas de Prueba Diagnóstica/ Guía de Aprendizaje.....	93

Introducción

Este trabajo de grado se realizó en el programa de Licenciatura en Educación básica con énfasis en Matemáticas, direccionado en la línea de la Didáctica de las Matemáticas del instituto de educación y pedagogía de la Universidad del Valle de la sede Pacífico.

Esta investigación se ejecutó partiendo de las dificultades que presentaron los estudiantes del grado noveno de la institución educativa Liceo del Pacífico en las pruebas saber 2017 en cuanto a la comprensión e interpretación de experimentos aleatorios usando el concepto de probabilidad, debido a que obtuvieron un gran porcentaje de respuestas incorrectas en el desarrollo de las diferentes competencias que evalúa el ICFES. Por tanto, se planteó una estrategia que permitiera fortalecer estas dificultades que presentan los estudiantes con las nociones probabilísticas, iniciando con una prueba diagnóstica con la cual se reconocieran e identificaran estas dificultades, para posteriormente diseñar e implementar una guía de aprendizaje como método de fortalecimiento.

El contenido de este trabajo se basó en la distribución de cuatro capítulos. El capítulo I contiene el planteamiento del problema, la justificación y los objetivos tanto general como específicos, respondiendo así a la contextualización de la problemática a tratar, el por qué se enfocará el desarrollo de la investigación en tal problemática y los parámetros y fines que se pretendieron desarrollar para cumplir con la investigación. En el capítulo II se presenta el marco de referencia, el cual contiene algunos antecedentes investigativos desde diferentes posturas en relación con la comprensión y concepciones de la probabilidad, además del diseño de estrategias para el desarrollo del pensamiento aleatorio.

Del mismo modo, en el marco de referencia también se presentan algunos referentes teóricos subdivididos de acuerdo a unos fines y propósitos que permean esta investigación, teniendo en cuenta el ámbito legal o formalmente estructurado en la educación, el didáctico para el aprendizaje y el matemático para lo conceptual. Por tal razón, estos referentes se basan en 3 perspectivas: la curricular, la didáctica y la matemática.

Inicialmente, la perspectiva curricular corresponde a aspectos importantes para el análisis de los resultados en relación con el cumplimiento de las propuestas de normativas educativas en pro de la adquisición de aprendizajes y desarrollo de competencias, teniendo en cuenta a referentes como: Serie de lineamientos curriculares, Estándares básicos de competencias matemáticas y los derechos básicos de aprendizaje. La perspectiva didáctica enmarcar el diseño de la guía de aprendizaje y las pautas que esta debe contener, además del modelo educativo que se está utilizando debido a la pandemia Covid-19 y finalmente la perspectiva matemática se relaciona con los diferentes significados de la probabilidad a través de la historia y como se tuvo en cuenta en esta investigación.

En el capítulo III se presenta la metodología a la que se recurrió para el desarrollo de la investigación, teniendo en cuenta que en la actualidad las clases presenciales han sido reemplazadas por las virtuales y las guías de aprendizaje, se empleó un método de aplicación y recolección acorde a la situación que se está viviendo. Para esto, se tuvieron en cuenta 3 fases: concepciones probabilísticas, diseño de la guía de aprendizaje y análisis y resultados. En el capítulo IV se desarrollaron las 3 fases propuestas en el capítulo anterior, a partir del diseño, implementación y análisis de una prueba diagnóstica y de la guía de aprendizaje, además del análisis, se realizó un cotejo entre los resultados de la prueba y los de la guía.

Por último, se presentan algunas recomendaciones y conclusiones a partir de los resultados que se obtuvieron luego del análisis, con el fin de determinar la pertinencia y efectiva de la guía de aprendizaje para la compresión de las nociones probabilísticas. Teniendo en cuenta la anormalidad académica que se está viviendo actualmente por la pandemia, los docentes deben usar diferentes tipos de recursos que sean adecuados para direccionar sus clases, por tal razón esta investigación gira en torno a apoyar la labor docente en cuanto a el aprendizaje de las nociones probabilísticas y la comprensión e interpretación de experimentos aleatorios a partir de estas.

1. Problema de Investigación

1.1 Descripción del problema

Gracias al reconocimiento del uso de las nociones probabilísticas en diversos campos de aplicación científica como las ciencias sociales, matemáticas, política, etc., las investigaciones enfocadas en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y la estadística han tenido un gran desarrollo en los últimos años.

Precisamente el desarrollo de algunas investigaciones del Grupo EOS (Enfoque Ontosemiótico de la Investigación en Didáctica de la Matemática), las conferencias internacionales del ICOTS (Investigaciones, conferencias internacionales de la Estadística Docente) se han brindado aportes significativos al campo de la educación estadística a nivel mundial, permitiendo así la inclusión de la estadística dentro de los currículos de educación preuniversitaria, siendo las nociones probabilísticos uno de sus grandes pilares donde se espera que el docente de matemática, mediante la destreza disciplinar y pedagógica logre fortalecer la comprensión de situaciones no deterministas como lo son los fenómenos aleatorios, la interpretación y recolección de información.

La inclusión de la estadística dentro de los currículos educativos obliga al uso de situaciones reales de enseñanza abierta susceptibles de cambio para desarrollar el pensamiento inductivo si se pretende, lograr que los estudiantes al finalizar el grado séptimo alcancen ha conjeturar y comprobar predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos (MEN, 2006). Sin embargo, MEN (1998, p. 47) “La enseñanza de las matemáticas convencionales ha enfatizado en la búsqueda de la respuesta correcta y única y en los métodos deductivos”.

Por ende, dicha inclusión de la estadística (pensamiento aleatorio) dentro de los currículos institucionales de matemática arrastra consigo obstáculos propios de su naturaleza indeterminista que son los didácticos, ontogénicos y epistemológicos (Broseau, 1983) sumada a las dificultades inherentes a los procesos de educación (motivación, concentración, epistemológicos). Esto puede ocasionar que parte de los estudiantes no comprendan, interpreten e identifiquen estos temas en diferentes contextos.

Una evidencia de lo mencionado se encuentra en los resultados de las pruebas naciones de educación realizadas a instituciones oficiales en Colombia, y que, para el caso de la investigación, se aborda en el distrito de Buenaventura, municipio caracterizado por ser uno de los del departamento del Valle del Cauca, con bajo rendimiento específicamente en el área de matemáticas.

La problemática se investiga en una institución educativa del sector oficial de Buenaventura, que es el INEDELPA, sigla de institución educativa Liceo del Pacífico, ente que es ejemplo del bajo rendimiento de estas instituciones bonaverenses, pues en el informe del MEN en el año 2018 para los estudiantes de grado Noveno del periodo lectivo de 2017, se dieron bajos resultados en competencias de razonamiento, resolución de problemas y comunicación del pensamiento aleatorio, específicamente en el uso de estrategias que le permitan calcular, verificar y discutir acerca del comportamiento de un evento aleatorio a partir de las nociones básicas de la probabilidad. A continuación, informe del MEN

Tabla 1. Porcentajes de respuestas incorrectas por competencia – Pensamiento Aleatorio IE
Liceo del pacifico, 2017

PENSAMIENTO ALEATORIO IE LICEO DEL PACIFICO GRADO 9° AÑO 2017		
Competencias / Aprendizajes		PORCENTAJE DE RESPUESTAS INCORRECTAS
Comunicación		
<ul style="list-style-type: none"> ● Reconocer relaciones entre diferentes representaciones de un conjunto de datos y analizar la pertinencia de la representación. ● Reconocer la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de un evento a partir de una información dada o de un fenómeno. ● Comparar, usar e interpretar datos de situaciones reales y traducir entre diferentes representaciones de un conjunto de datos. 	60,7%	
	52%	
Resolución de problemas		
<ul style="list-style-type: none"> ● Plantear y resolver situaciones relativas a otras ciencias utilizando conceptos de probabilidad. ● Resolver y formular problemas, que requieran inferir a partir de datos estadísticos proveniente de diferentes fuentes. 	74,8%	
	59,5%	
Razonamiento		
<ul style="list-style-type: none"> ● Usar modelos para discutir acerca de la probabilidad de un evento aleatorio. ● Establecer conjeturas y verificar hipótesis de los resultados de un experimento aleatorio usando conceptos de probabilidad. ● Utilizar diferentes métodos y estrategias para calcular la probabilidad de eventos simples. 	68%	
	79,5%	
	68,1%	

Fuente: Información tomada del Índice Sintético de Calidad Educativa MEN (2018).

En la anterior tabla se puede observar que los porcentajes de respuestas incorrectas respecto a las competencias son muy altos (mayores del 50%), además de que es sumamente preocupante que posean dificultades para el reconocimiento de la posibilidad o imposibilidad de un evento. Lo que deja al descubierto dificultades en las nociones de probabilidad.

Estas dificultades presentes en el pensamiento aleatorio son ocasionadas por algunos factores de tipo epistemológico y práctico inherentes al proceso de enseñanza y aprendizaje de las nociones probabilísticas, ya que la comprensión de estos depende de las concepciones del docente, del alumno y su entorno; Penalva, Posada y Roig (2010), presentan tres factores de suma importancia que interfieren dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las nociones básicas de probabilidad (azar, aleatoriedad y otros), los cuales afectan la comprensión, aplicación y análisis de estos en diferentes contextos, estos factores son:

- Los conocimientos probabilísticos de los docentes.
- Los conocimientos que los docentes tengan sobre las creencias de los estudiantes.
- Las situaciones en las que la probabilidad sea la esencia del problema.

Este último, es considerado como el factor principal de la problemática abordado en esta investigación, ya que basados en Fischbein (1984, citado por Penalva, Posada y Roig (2010) “la importancia de que los estudiantes tengan la oportunidad de afrontar cuanto antes situaciones en las que las ideas probabilísticas entren en juego y, de esta manera, posibilitar un adecuado desarrollo de ellas”, es decir, que si los docentes proponen situaciones problemas que conlleven directa o indirectamente a usar el concepto de probabilidad simple, los educandos logran comprender el uso de este concepto en la vida cotidiana.

Para abordar la problemática se toma como población objeto de estudio, los estudiantes del grado séptimo del INEDELPA, ya que en este grado académico según Estándares Básicos de Competencia del año 2006 del MEN, los estudiantes deben adquirir los conocimientos de pensamiento aleatorio (Ver Tabla 1). Esta investigación se da en el marco de las restricciones de clase presencial por el motivo de la pandemia COVID-19, cambiando las clases a la modalidad de educación remota, modalidad que para el caso de la enseñanza de la estadística

requiere recursos indispensables y específicos como las guías de aprendizaje, que orientan, direccionan y facilitan el proceso de educación a distancia.

1.2 Formulación del problema

Por todo lo mencionado anteriormente surge el siguiente interrogante:

¿Cómo fortalecer la comprensión de las nociones probabilísticas a través de una guía de aprendizaje basada en el desarrollo de competencias matemáticas en el grado séptimo?

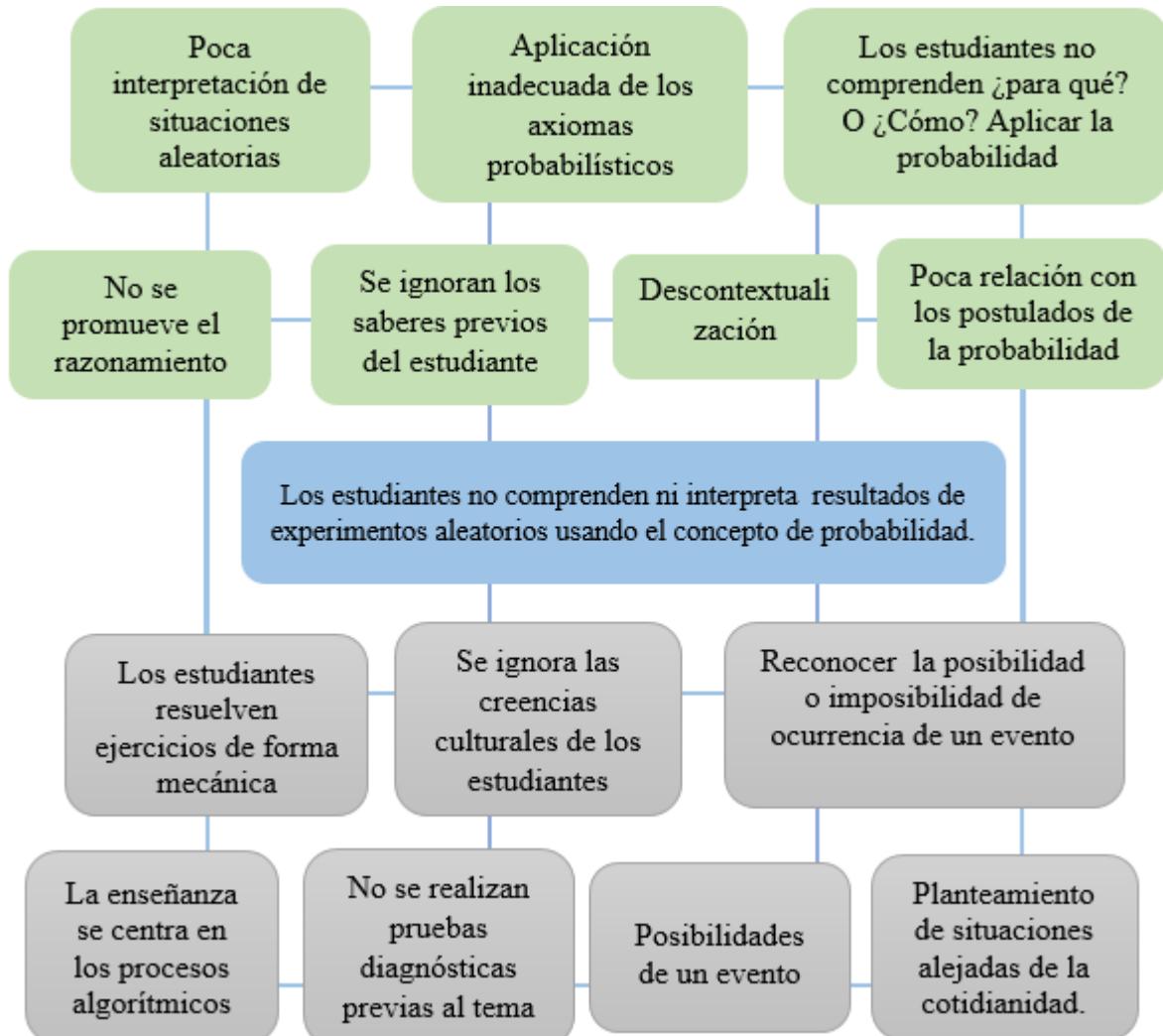
1.3 Justificación

A partir del postulado de Fischbein (1999) citado por Penalva, posada y Roig (2010) se identifica la necesidad de realizar este trabajo investigativo ya que se identifican tres factores que interfieren en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las nociones probabilísticas, tales como: conocimiento probabilístico de los docentes, conocimiento que el docente tenga sobre la creencia de los estudiantes y las situaciones en las que la probabilidad sea la esencia del problema.

Adjunto a Penalva, posada y Roig (2010), el MEN (1998) propone y argumentan bajo investigaciones la pertinencia del uso de recursos para dinamizar y simular situaciones propias de la probabilidad, ya que esto facilita los procesos de comprensión y razonamiento indeterministas de sucesos aleatorios.

Para condensar lo dicho hasta aquí y mostrar una caracterización más amplia de los Factores presentados anteriormente, se plantea el siguiente esquema que contiene las causas del problema (zona inferior), el problema (zona central) y las consecuencias generadas ese problema (zona superior).

Figura 1. Esquema: Dificultades en la comprensión de las nociones probabilísticas.



Fuente: Autoría propia con base a los postulados de Fischbein (1999) y el ISCE2018

Las causas que se ubican en la zona inferior hacen referencia a las raíces del problema y estas están ligadas a los 3 factores que se mencionaron anteriormente, entendiendo así que hay otras dificultades, pero se resumen en esas tres y desde esas dificultades se desprende lo que conocemos como el eje de este problema (zona central), el cual es el tronco o órgano central de nuestro problema.

Luego, en la zona superior se encuentra las consecuencias de estas dificultades, teniendo como consecuencia final la aplicabilidad de la probabilidad en un entorno real por parte de los estudiantes, esto ligado al desinterés que se origina por las problemáticas anteriores que se han presentado.

Por todo lo dicho hasta ahora diseñar una estrategia de enseñanza que le permita al docente como al estudiante poder sortear estas dificultades resulta ser de mucho provecho para la comunidad educativa específicamente en este momento donde las condiciones de educación remota exigen una participación más autónoma del estudiante en condiciones sociales.

Por ende, la propuesta de una guía de aprendizaje es un apoyo académico al fortalecimiento de los conocimientos y de las competencias académicas, que sean reflejadas idealmente en un buen resultado para las pruebas de educación en Colombia. Lo cual puede ser utilizado como material físico o digital para otros grupos de estudiantes que se encuentren dentro del grupo de sexto y séptimo de bachillerato dentro de los estatutos colombianos.

2. Objetivos

2.1 Objetivo general

Proponer una guía de aprendizaje para fortalecer la comprensión de las nociones probabilísticas en el grado séptimo en la institución educativa liceo del Pacifico.

2.2 Objetivos específicos

- Reconocer las nociones conceptuales de los estudiantes frente a los conceptos probabilísticos mediante la implementación de una prueba diagnóstica
- Diseñar e implementar una guía de enseñanza en la cual se refleje la esencia de los conceptos probabilísticos en relación con los elementos cotidianos y curriculares para favorecer la comprensión de los conceptos estadísticos de azar, aleatoriedad y probabilidad.
- Evaluar la efectividad de la guía de aprendizaje, por medio de un cotejo entre los resultados de la prueba diagnóstica y la misma.

3. Marco de Referencia

El soporte teórico en el cual fue sustentado y construido este trabajo consta de dos momentos, el primer momento responde a los antecedentes investigativos los cuales permitieron identificar y enmarcar una posible ruta de trabajo; el segundo momento responde al marco teórico el cual está constituido por tres perspectivas: didáctica, curricular y matemática con el fin de abarcar los factores centrales del análisis y diseño.

3.1 Antecedentes Investigativos

Basados en algunas investigaciones realizadas en los últimos años se ha logrado identificar aspectos importantes sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de los conceptos probabilísticos, aspectos como: dificultades, obstáculos, estrategias y más con el fin de fortalecer los procesos de enseñanza de los conceptos probabilísticos por ello se presentan algunos trabajos investigativos que nos permiten conocer qué se ha escrito en los últimos años en cuestiones ligadas de alguna forma al objeto de nuestra investigación.

3.1.1 Perspectiva internacional

Uno de los grandes referentes teóricos a nivel internacional y principales pilares de la estadística como ciencia y sus procesos de enseñanza y aprendizaje es el grupo de investigación de la universidad de Granada de España bajo la dirección de la doctora Carmen Batanero los cuales indagan desde distintos aspectos el desarrollo de esta ciencia dentro de los estatutos educativos a partir de la identificación de factores (obstáculos, dificultades, errores, estrategias... etc.) Presentes específicamente dentro de la naturaleza de esta ciencia, por ende, algunos de sus trabajos fueron utilizados para fines de esta investigación como:

- **La comprensión de la probabilidad en los niños: ¿qué podemos aprender de la investigación?**

Es un artículo desarrollado por la doctora Carmen Batanero dentro del proyecto “Significados de la probabilidad en el currículo de la enseñanza obligatoria y la formación de profesores” en el año 2013 en el cual se expone a partir de las ideas de Piaget e Inhelder y Fischbein como se produce y se genera la comprensión de los conceptos probabilísticos, específicamente se expone como se evidencia el razonamiento de un estudiante frente a la naturaleza indeterminista de estas nociones estadísticas, además de la aceptación de factores culturales dentro de este proceso de comprensión.

Sin embargo, lo que converge este artículo con nuestra investigación radica específicamente en la recopilación de algunas estrategias para trabajar los procesos de enseñanza de algunos conceptos estadísticos como la aleatoriedad, probabilidad combinación y distribución normal partiendo del análisis a investigaciones previamente realizadas, lo que nos permitió el diseño de nuestra guía a partir de estrategias ya analizadas en situaciones similares.

- **Concepciones sobre la Aleatoriedad de estudiantes de Educación Secundaria Obligatoria**

Para mejorar el aprendizaje en estos contenidos y avanzar en el conocimiento de probabilidad y estadística, es preciso comprender el concepto de aleatoriedad, por ser el punto de partida de la teoría de probabilidades ya que gracias a los diversos significados que se tienen de estos conceptos probabilísticos (aleatoriedad) permiten enmarcar una estrategia centrada en la percepción del estudiante.

Esta investigación se realizó a partir de un análisis documental, bajo la dirección de los doctores Carmen Batanero y José Miguel Contreras García para la Universidad de Granada en

el departamento de Didáctica de la Matemática por el Docente Rodrigo Esteban Máñez para obtener el título de Máster Oficial en Didáctica de la Matemática con el fin de comparar los significados que asignan a las secuencias de resultados aleatorios los estudiantes de los cursos segundo, tercero y cuarto en esta etapa educativa.

Por tal razón la información suministrada por esta investigación fue de gran importancia ya que debido al tipo de investigación nos permitió acceder de manera específica a algunas de las investigaciones más relevantes de la comprensión de conceptos estadístico principalmente la aleatoriedad y probabilidad.

3.1.2 Perspectiva Nacional

A nivel nacional se puede identificar un crecimiento importante en las investigaciones enfocadas en analizar y diseñar estrategias que permitan una mejor comprensión de los temas estadísticos, para fines de diseño de nuestra guía de enseñanza encontramos una investigación realizada por Estefany Galvis Dinas y Leydi Johana Ospina Campo estudiantes de licenciatura en matemática y física de la universidad del Valle.

- “**Diseño de un recurso didáctico interactivo: El uso de Paradojas de Probabilidad mediadas por Geogebra para identificar heurísticas en el pensamiento aleatorio”**

Con el fin de hacer un aporte a la labor de los docentes de matemáticas e identificar heurísticas en el pensamiento aleatorio a través del uso de paradojas de probabilidad mediadas por Geogebra en estudiantes de secundaria, por medio del diseño de un recurso didáctico interactivo basada en la ruta metodológica de las nociones del Taller de diseño de recursos didácticos interactivos para la enseñanza y el aprendizaje de la estadística utilizando Geogebra.

La ejecución de este trabajo se realizó mediante un enfoque metodológico de investigación aplicada con variables cualitativa y cuantitativa argumentada bajo los aspectos disciplinar y didáctico.

En particular, este trabajo nos permite conocer una propuesta actual muy cercana a nuestro contexto geográfico, referente al uso de herramientas tecnológicas dentro de los procesos de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes para reconocer estrategias de razonamiento frente a las paradojas históricas de la probabilidad.

En consecuencia, el proceso que se debe seguir para la aprehensión de los conceptos probabilísticos y la relación directa que estos mantienen con la aleatoriedad, es netamente evolutivo, ya que los estudiantes adquieren más conocimiento y desarrollo del pensamiento aleatorio a través de su paso por los diferentes grados escolares, todo esto hasta llegar a un tope en su proceso escolar, en donde se considera que ya han adquirido concepciones básicas en relación a la estadística y la probabilidad.

Por ello esta investigación, propone una guía de enseñanza para fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de los conceptos probabilísticos, especialmente en el grado séptimo (7°), en aras de lograr los objetivos propuestos por el Ministerio de Educación Nacional para el pensamiento aleatorio, ya que esto permitirá una mejora significativa en la aplicabilidad de este concepto en la vida cotidiana y posiblemente una mejora en los resultados de evaluaciones externas e internas de las institución por la transversalidad que permite este pensamiento en la resolución de problemas en otras disciplinas.

3.2 Referentes Teóricos

En el siguiente apartado se presentarán algunos elementos que fundamentan el desarrollo de esta propuesta. Esto se hará considerando tres perspectivas; perspectiva curricular, perspectiva didáctica y perspectiva matemática. En la perspectiva curricular se abordan algunos elementos curriculares de los Lineamientos Curriculares, los Estándares Básicos de Competencias, Los Derechos Básicos de Aprendizaje, centrando la atención en el pensamiento aleatorio; En la perspectiva didáctica, se incluyen algunos aspectos de las etapas de aprendizaje de Dienes Olecka y de probabilidad escolar se presenta un modelo para el abordaje de la guía de aprendizaje diseñada, tomando como referencia el MEN; En la perspectiva matemática se presentan algunos aspectos de la historia de la probabilidad que han influenciado en la aprehensión de esta y los conceptos asociados, además, se hace un desarrollo disciplinar de las nociones probabilísticas y sus propiedades.

3.2.1 Perspectiva curricular

Se considera necesario hacer gran hincapié en cómo está estipulado lo relacionado con la enseñanza y el aprendizaje de los experimentos aleatorios y la probabilidad desde las diferentes propuestas presentadas por el Ministerio Nacional de Educación para ser implementadas a nivel institucional.

Por ello, se presenta como principal aspecto el pensamiento aleatorio expuesto en la serie de los Lineamientos Curriculares y el desarrollo de las competencias que evalúa el ICFES, además se presenta la relación de los Estándares básicos de competencia del conjunto de grados 6°- 7° y los pensamientos (numérico, métrico, geométrico, variacional y aleatorio), esta relación establecida como coherencia vertical y horizontal-

3.2.2 Pensamiento Aleatorio

El pensamiento aleatorio ha estado siempre en la historia y avance de la humanidad, con el fin de dominar y/o manejar la incertidumbre de los diferentes fenómenos o experimentos que contienen una esencia pura de azar o aleatoriedad, además de establecer leyes y algoritmos matemáticos que permiten hacer que el dominio del azar de estos fenómenos sea posible. También, se considera que el pilar fundamental para que se desarrolle el pensamiento aleatorio en los estudiantes es la vinculación de la estadística y la probabilidad con el contexto ciudadano.

Considerando lo anterior, cuando los estudiantes realizan procesos de aprendizaje de las matemáticas, no solo desarrollan destrezas para resolver algoritmos o expresiones sean aritméticas, algebraicas o de otro tipo, sino que además desarrollan habilidades y adquieren destrezas para aplicar sus conocimientos matemáticos en situaciones de la vida real. Sin embargo, para que un estudiante logre adquirir todo esto debe ser un ente investigador para lograr desarrollar los diferentes tipos de pensamiento matemático. Las investigaciones de Shanghnessy (como se citó en MEN, 1998):

“Le han llevado a establecer que en las matemáticas escolares el desarrollo del pensamiento aleatorio, mediante contenido de la probabilidad y la estadística debe estar imbuido de un espíritu de exploración y de investigación tanto por parte de los estudiantes como de los docentes”. (MEN, 1998, p.48).

Por tanto, si los estudiantes tienen el deseo de investigar y a su vez cuestionarse frente a las situaciones que se le presentan dentro y fuera del aula de clases logran desarrollar pensamiento aleatorio, pero sola y únicamente si los contenidos probabilísticos y estadísticos conllevan a despertar ese espíritu investigador en los estudiantes, esto visto desde la forma en que se presentan estos contenidos.

Ahora bien, la forma en que se presentan los contenidos está dirigida por el docente, el cual debe orientar de la forma más adecuada estos contenidos en pro de cumplir los objetivos que se planteen para que los estudiantes adquieran los conocimientos. De acuerdo con esto, MEN (1998) menciona que: “los procesos presentes en toda la actividad matemática tienen que ver con la resolución de problemas, el razonamiento, la comunicación, la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos” p.51. Sin embargo, para efectos de esta investigación se tuvieron en cuenta solamente los primeros 3 procesos, debido a que el ICFES condensa los 5 procesos en estos y los denomina *competencias*.

De ahí que, para la comprensión de los conceptos matemáticos, es fundamental que los estudiantes desarrollen las tres competencias (razonamiento, comunicación y resolución de problemas), es decir que sean competentes al momento de razonar matemáticamente, resolver de manera adecuada los problemas que se le planteen y además sean capaces de comunicar (argumentar, discutir, refutar) sobre sus soluciones y las de los demás.

Como se logró observar en las dificultades que presentaron los estudiantes en las pruebas, estas giraban en torno a las competencias mencionadas anteriormente, por lo que se hizo necesario tener en cuenta la importancia de cada una de estas y los beneficios que el desarrollo de cada una genera para la adquisición de conocimientos matemáticos. Principalmente, el MEN (1998), enfatiza que:

“En la medida en que los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel”. (p.52)

Teniendo en cuenta esto, los estudiantes deben estar en constante trabazón con situaciones problema que los motive a resolverlas, para así despertar en ellos una mente que se preocupe por

investigar detalladamente, una capacidad de utilizar y dominar algoritmos y conceptos matemáticos, además de poder comunicarse matemáticamente al argumentar sus soluciones. Por tal razón, se consideró que, tanto la prueba diagnóstica como la guía de aprendizaje, debían estar sumergidas en situaciones problemas, con el objetivo de que los estudiantes logren desarrollar esta competencia y adquirir conocimientos y conceptos propios de la probabilidad.

Por otra parte, otra competencia que es de suma importancia que se desarrolle para el aprendizaje de los estudiantes es el razonamiento, ya que estos deben establecer relaciones entre las ideas o conceptos que conocen para obtener conclusiones o formar un juicio, en otras palabras, cuando un estudiante se enfrenta a un problema, situación u ejercicio procesa la información que posee y/o las ideas que surgen de acuerdo a lo que ya conoce para poder solucionar, resolver o tomar decisiones referente a lo que se le plantea.

El razonamiento debe estar presente en toda actividad matemática de los estudiantes, de acuerdo con el MEN (1998) razonar en matemáticas tiene que ver con: “Formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones, encontrar contraejemplos, usar hechos conocidos, propiedades y relaciones para explicar otros hechos.”(p.54), sin embargo existen otros aspectos que se derivan de lo que tiene que ver con razonar, pero para efectos de esta investigación se tuvo en cuenta este aspecto, que a su vez es un objetivo al que se puede apuntar para de cierta forma desarrollar el razonamiento en los estudiantes desde lo probabilístico.

En ese sentido, cuando un estudiante realiza predicciones o conjeturas acerca de un evento o suceso que se le plantea como problema, está desarrollando razonamiento matemático, ya que él puede recurrir a conceptos, ideas o hechos que ya conozca para dar respuesta o tomar una decisión acertada o estimada al problema, además los estudiantes pueden relacionar hechos anteriores que sean similares para poder apoyarse en estos para encontrar soluciones adecuadas. Por tal razón, el

desarrollo del razonamiento matemático en los estudiantes es un pilar importante para la compresión de los conceptos como azar, aleatoriedad u otros.

Ahora bien, cuando un estudiante razona matemáticamente frente a una situación problema debe plantear sus soluciones, ideas, argumentos o decisiones que considera adecuadas, además de que puede defender sus ideas con argumentos y/o refutar las ideas o resoluciones de otros estudiantes, este proceso hace referencia al desarrollo de la comunicación, esta competencia se considera una de las más importantes para aprender matemáticas y para la resolución de problemas, debido a que es la manera en la que se pueden verificar los aprendizajes adquiridos por los estudiantes, ya sea que el estudiante comunique sus ideas o argumentos de forma escrita, oral o demostrando (MEN, 1998).

Finalmente, cada una de estas competencias fueron tenidas en cuenta en la construcción de la prueba diagnóstica y la guía de aprendizaje, ya que es necesario validar que los estudiantes han logrado desarrollar las competencias o, de no ser así, que todo se realice en pro de que los estudiantes puedan desarrollarlas para adquirir los conocimientos matemáticos, en este caso específicamente lograr la compresión del concepto de probabilidad y los relacionados a este.

3.2.3 Coherencia vertical y horizontal

A continuación, se presenta una construcción basada en los Estándares Básicos de competencia en relación con la coherencia vertical y horizontal, teniendo en cuenta el pensamiento aleatorio como base y los saberes contenidos para la compresión e interpretación de los experimentos aleatorios usando el concepto de probabilidad simple.

Por consiguiente, en la siguiente tabla se presenta la coherencia vertical, establecidas por los diferentes conjuntos de grados, arraigado a los estándares del pensamiento aleatorio, iniciando desde la explicación y diferenciación de la posibilidad o imposibilidad de un evento, pasando por

las construcción de conjeturas acerca de predicciones y resultados de experimentos y por último la comparación e interpretación los experimentos y los conceptos de probabilidad condicional e independencia de eventos.

Tabla 2. Coherencia vertical entre los conjuntos de grado

Grado	Estándar (Pensamiento aleatorio)
1° a 3°	: Explico –desde mi experiencia– la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos cotidianos.
4° a 5°	Conjeturo y pongo a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.
6° a 7°	Conjeturo acerca del resultado de un experimento aleatorio usando proporcionalidad y nociones básicas de probabilidad.
8° a 9°	Comparo resultados de experimentos aleatorios con los resultados previstos por un modelo matemático probabilístico.
10° a 11°	Interpreto conceptos de probabilidad condicional e independencia de eventos.

Fuente: Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas (MEN, 2006)

Ahora bien, la relación establecida como coherencia vertical, se ve reflejada entre la relación de los diferentes tipos de pensamiento en un mismo conjunto de grados, para efectos de este trabajo, el pensamiento principal es el aleatorio y el conjunto de grados 6° a 7°. Al usar nociones básicas de probabilidad y proporcionalidad para los experimentos aleatorios se hace gran uso de los números fraccionarios para hacer los cálculos respectivos, además de esto se puede hacer el uso de representaciones geométricas en relación con los datos de un suceso o evento. También, se podría afirmar que los estudiantes realizan estimaciones al realizar experimentos aleatorios y si en dado caso si los sucesos o eventos conllevan a un cambio en sus datos, se podría ver la relación con las variaciones.

Tabla 3. Coherencia Horizontal entre pensamientos

GRADO 6° A 7°				
Pensamiento aleatorio	Pensamiento numérico	Pensamiento espacial	Pensamiento métrico	Pensamiento variacional
Conjeturo acerca del resultado de un experimento aleatorio usando proporcionalidad y nociones básicas de probabilidad.	Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.	Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos.	Resuelvo y formulo problemas que requieren técnicas de estimación.	Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).

Fuente: Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas (MEN, 2006)

Esta relación entre los estándares y los diferentes tipos de pensamientos de un mismo conjuntos de grados también va en relación con lo que afirma el MEN (2014), al afirmar que cuando un estudiante finaliza el grado 7 “Hace predicciones sobre la posibilidad de ocurrencia de un evento compuesto e interpreta la predicción a partir del uso de propiedades básicas de la probabilidad”, es decir que cada estudiante que ya haya cursado el grado 7 debe saber cómo predecir cierto tipo de eventos sustentándose en las propiedades básicas probabilísticas, además al presentársele una situación en la cual se manifieste un evento con esencia probabilística es capaz de interpretarlo y concluir sobre este.

Lo anterior, se logra evidenciar cuando el estudiante es capaz de identificar y enumera un espacio muestral de un experimento aleatorio, identifica los casos favorables de un experimento aleatorio y además es capaz de asignar la probabilidad a estos entre los valores 0 y 1. Estos aspectos son base fundamental para evidenciar que un estudiante es capaz de hacer predicciones sobre un experimento aleatorio o fenómeno usando las propiedades básicas de probabilidad.

3.2.4 Perspectiva didáctica

El proceso de investigación didáctica desarrollado por la universidad de Granada de España en dirección de la doctora Carmen Batanero desde los inicios de los años noventa, es considerado uno de los grandes referentes en diseño y análisis de tareas en educación matemática específicamente en educación estadística ya que este grupo investigativo a partir de su ontosemiótico identifica las nociones probabilísticas como objetos de gran complejidad por la pluralidad de teorías y elementos usados para su tratamiento dentro de los procesos educativos.

Es por ello, que al igual que en los objetos matemáticos, muchas investigaciones en el campo de la probabilidad se han enfocado en definir una metodología didáctica que facilite el proceso de enseñanza y aprendizaje identificando pautas que direccionen y delimiten este proceso, para fines de esta investigación el diseño fue construido en base a las estepas de aprendizaje de Dientes (1977) y las etapas de la probabilidad de Glayman y Vargas (1987).

- **Etapas del aprendizaje de Dienes Olecka**

El método de las Seis Etapas del aprendizaje en Matemática propuesto en el año 1977 por Zoltán Pál Dienes explica un proceso de enseñanza de matemática adaptada en el año 1982 por Olecka el cual describe un proceso de enseñanza de las nociones probabilísticas, experimento compuesto, probabilidad condicional y esperanza matemática con el fin de pasar de lo concreto a lo abstracto a través de las siguientes seis etapas:

- Etapa 1: Interacción inicial:

Consiste en realizar experimentos aleatorios diversos con reglas muy simples.

- Etapa 2: Descubrimiento de regularidades

En esta etapa se compara la intuición a priori con la estabilidad de la frecuencia relativa.

- Etapas 3: Búsqueda de isomorfismos:

El propósito de esta etapa es probar e identificar que algunos experimentos pueden ser sustituidos por otros.

- Etapas 4: Representación

Se conoce y se usan los sistemas de representación para los resultados posibles y sus respectivas probabilidades.

- Etapa 5: Propiedades de la representación:

Al analizar las diferentes representaciones es posible notar las propiedades elementales de la probabilidad, como la regla de Laplace y la probabilidad del suceso contrario.

- Etapa 6 de formalización del sistema:

Esta etapa puede ser abordada sólo si se dio el recorrido de todos los pasos previos, y es exclusiva de los niveles de enseñanza superiores, llegando a una presentación formal del cálculo de probabilidades.

Etapas de la probabilidad escolar

Precisando en el contexto y ámbito de esta investigación, Glayman y Varga (1975 en Díaz Godino et al., 1988) proponen direccionar el proceso de enseñanza escolar en tres etapas:

- Experimentación: consiste en la familiarización del niño/a con el mundo probabilístico mediante una amplia experimentación, manipulando material variado (dados, monedas, bolas, fichas, etc.). Cada experiencia debe repetirse varias veces en las mismas condiciones y luego se propone a los niños/as que adivinen el resultado con objeto de que capten las propiedades inherentes a los fenómenos aleatorios.
- Razonamiento elemental: se trata de proponer juegos que favorezcan la comparación cualitativa de las probabilidades de ciertos sucesos.

- Medida de la probabilidad: en forma simultánea con el estudio de las situaciones se motiva el uso de fracciones, surgidas de las frecuencias, como medida de la probabilidad.

Sin embargo, En los procesos de enseñanza es de vital importancia definir objetivos e identificar cuáles son las modalidades pertinentes para alcanzar dichos objetivos esto con el fin de diseñar una estrategia didáctica que permita superar y orientar las necesidades presentes en este proceso, sin embargo, debido a las circunstancias actuales (covid19) el diseño de esta estrategia está sujeta a otros recursos (materiales educativos, guía, libro de texto, televisor, radio, teléfono, computador, internet, etc.) que le faciliten la implementación y comprensión de la misma.

3.2.5 Modalidad de Educación Remota

Uno de esos recursos indispensables para la educación es la *guía de aprendizaje*, la cual es reconocida por el MEN (2020) como preponderante en esta la modalidad académica (Educación remota) ya que por sus características permite sistematizar las pautas académicas del docente, facilitando la orientación a estudiantes, padres de familia y otros “libre de las limitaciones que suponen los recursos técnicos y tecnológicos que dependen de la electricidad y la conectividad, dado que puede ser tanto tangible como digital”.

Cabe mencionar que se entenderá como modalidad de educación remota aquella en la que, por alguna razón los estudiantes y docentes no comparten un espacio físico en los mismos tiempos, sin embargo, ambos coinciden, en un proceso formativo y hacen parte de una misma unidad, por ende, hay una responsabilidad mutua entre docentes, acudientes o padres de familia y estudiantes con el propósito de desarrollar un aprendizaje autónomo exitoso.

La modalidad de educación remota se clasifica en dos tipos no excluyentes entre sí; según la disposición y uso que se tenga de los recursos (materiales educativos, guía, libro de texto, televisor, radio, teléfono, computador, internet, etc.) García Areito (2007).

- 2 Sin servicios virtuales: Este es mediado con materiales educativos tangibles con interacción asincrónica entre docente y estudiante.
- 3 Con servicios virtuales: Este es mediado con materiales educativos digitales (textos electrónicos, software, video, audio, páginas web y sitios web, redes sociales, etc.) debido a la a que los materiales digitales pueden ser administrados con o sin internet, por ende, la interacción entre docente y estudiante puede ser asincrónica o sincrónica.

Independiente de la clasificación disponible, todo proceso de aprendizaje caracterizado por la separación físico-temporal esta obligada al diseño e implantación de una guía de aprendizaje ya que sus características permiten afrontar las necesidades de esta modalidad remota.

3.2.6 Guía de Aprendizaje

Según el MEN (2020) La estructuración de una guía de aprendizaje se identifica por algunos elementos particularmente determinantes, que la diferencian de otros recursos didácticos las cuales se encuentran implícitos en cada uno de los procesos desarrollados dentro de la guía de aprendizaje ya que ellos permiten la movilización de los propósitos definidos por el docente.

- Su papel orientador e integrador.

Debido a la comunicación mediada que se desarrolla mediante la guía de aprendizaje el lenguaje utilizado debe sostener una coordinación secuencial que permita direccionar, la organización y sistematización del aprendizaje, la interacción entre los materiales educativos y los estudiantes y la organización y estructuración de las consignas escritas.

- Su actitud conversacional con el estudiante.

Dicho lenguaje debe lograr captar el interés y la atención de los estudiantes mediante orientaciones similares a las que habitualmente se realizan en el aula de clase esto con el fin de compensar la ausencia físico-temporal del docente y sostener el interés durante la resolución de la guía mostrando un papel motivacional y dialógico.

- Su rol de facilitador de la comprensión del objetivo de aprendizaje.

En los aspectos cognitivos proporciona flexibilidad para consultar los temas incluidos desde otras fuentes de información, a fin de permitir ampliar, comparar y construir una noción propia de igual forma sugiere distintas tareas, en un esfuerzo por atender los distintos estilos de aprendizaje y establece tareas como un mecanismo de evaluación formativa de los aprendizajes con el fin de provocar una reflexión por parte de los estudiantes sobre su propio aprendizaje.

En conclusión, una guía de aprendizaje:

- a) presenta el objetivo de aprendizaje y activa los conocimientos previos relevantes.
- b) moviliza el objetivo de aprendizaje en articulación con las tareas.
- c) plantea estrategias de monitoreo o retroalimentación permanente para que se evalúe el progreso de los estudiantes en el alcance del objetivo de aprendizaje.

- **Estructura de la guía de aprendizaje**

Las Guías de Aprendizaje son gestoras de las interacciones entre docentes y estudiantes y mediadoras de los recursos que se ponen a disposición de los estudiantes para organizar las tareas, regular los tiempos y aclarar las acciones que han definido los docentes para facilitar el logro de los objetivos. Es por esto que para la construcción de Guías de Aprendizaje se deben tener los siguientes apartados mínimos:

1. Datos generales
2. Momento de exploración, ¿qué voy a aprender?

3. Momento de estructuración, lo que estoy aprendiendo
4. Momento de práctica y ejecución, práctico lo que aprendí
5. Momento de transferencia, ¿cómo se qué aprendí?
6. Momento de evaluación, ¿qué aprendí?

El orden de los apartados en las Guías de Aprendizajes está supeditado a la manera en que se organiza y sistematiza el aprendizaje y a los recursos que medie, por ejemplo, una Guía de Aprendizaje puede involucrar recursos como programas de televisión o radio, libros, videos por internet, etc. o puede que no involucrar recursos, lo cual convierte a la Guía de Aprendizaje en el único material educativo para el logro de los aprendizajes de los estudiantes.

1. Datos generales

Información general del establecimiento educativo, docente a cargo, área, objetivos de aprendizaje y nombre del estudiante.

2. ¿Qué voy a aprender?

Se les presenta a los estudiantes los objetivos de aprendizaje por medio de un conjunto de tareas que les generen motivación para aprender y trabajar con los recursos que integra la Guía de Aprendizaje.

En este apartado la Guía de Aprendizaje debe contener:

A. Orientaciones de aprendizaje que les indiquen a los estudiantes a cuál recurso deben acceder y qué deben hacer con las tareas que los vincula con el objetivo de aprendizaje y les active los conocimientos previos.

B. Orientaciones de aprendizaje que intervengan en las tareas que proponen los recursos para vincular a los estudiantes con el objetivo de aprendizaje y les activa los conocimientos previos

relevantes. Estas orientaciones deben enfatizar sobre los elementos que van a despertar interés respecto a la tarea propuesta.

3. Lo que estoy aprendiendo

Se propone a los estudiantes un conjunto de conocimientos y habilidades que son necesarios para la comprensión del objetivo de aprendizaje y realizar las tareas que están relacionadas con la meta de aprendizaje.

Algunos denominan este apartado el momento de estructuración, dado que el “docente realiza la conceptualización, introducción de vocabulario y de nuevos procesos, haciendo enseñanza explícita y modelación en relación con el objetivo de aprendizaje” (MEN, 2017, p. 25)

Además de las orientaciones intrínsecas del recurso y la tarea en cada apartado es importante en este apartado orientaciones de aprendizaje que complementen y profundicen en los conceptos, procedimientos, vocabulario, etc. que se abordaron anteriormente; Si estas orientaciones están en otro recurso hay que brindarles a los estudiantes las instrucciones que les indiquen a dónde deben acceder y qué deben hacer con estas nuevas orientaciones que le permitirán profundizar en los conocimientos y habilidades que son objeto de aprendizaje.

4. Practico lo que aprendí

Tiene como fin consolidar los conocimientos y habilidades, dado que la práctica constante y consistente contribuye, según Acosta y Vasco (2013), a continuar ampliando la base de conocimiento (procedimentales y declarativos) que no solo será cuantitativa y cualitativamente más amplio, sino que tendrá mayores posibilidades para seleccionar, representar, ordenar, manipular, interpretar y relacionar dicho conocimiento estas orientaciones de aprendizaje desempeñan un papel de evaluación formativa

¿Cómo sé que aprendí? En este apartado de la Guía de Aprendizaje se les presentan a los estudiantes un conjunto tareas que tienen como único propósito: primero, evaluar las comprensiones de los conocimientos construidos y los diferentes desempeños de las habilidades desarrolladas que fueron objeto de aprendizaje; segundo, recoger evidencias de los aprendizaje para valorar sus niveles apropiación; tercero, identificar los obstáculos didácticos que se pudieron haber presentado en el aprendizaje autónomo y; cuarto, ser el insumo para que los docentes valoren la calidad de la Guía de Aprendizaje propuesta.

Las realimentaciones de las resoluciones que los estudiantes hagan de las tareas evaluativas se brindarán en las fechas y los canales de comunicación que los docentes hayan determinado. La información que otorguen estas tareas evaluativas permitirá que los docentes tomen decisiones para re-direccionar los procesos de aprendizaje de sus estudiantes y, por ende, los diseños de las futuras Guías de Aprendizajes al seleccionar o adaptar los mismos recursos que antes utilizaban o crear nuevos.

¿Qué aprendí? Finalmente, se le presenta a los estudiantes un conjunto tareas que tiene como fin hacer el “cierre del proceso de aprendizaje que desarrolló generando reflexiones y acciones que permitan responder con los estudiantes a las preguntas: ¿qué se logró? ¿Logramos la meta de aprendizaje? ¿Qué dificultades tuvimos? ¿Qué podríamos mejorar?” (MEN; 2017, p. 26) En este momento de valoración los estudiantes responden a un conjunto de tareas cuyo agregado se centrar en hacer un seguimiento continuo al proceso meta cognitivo de las comprensiones de los conocimientos construidos y los diferentes desempeños de las habilidades desarrolladas que fueron objeto de aprendizaje.

3.2.7 Perspectiva matemática

La probabilidad, el azar y los experimentos aleatorios siempre han estado sumergidos en la mente del ser humano, de acuerdo con Batanero (2005) en los procesos de enseñanza de la matemáticas coexiste distintos significados referentes al concepto de probabilidad que resultan ser de gran importancia para mejorar los procesos de comprensión de los experimentos aleatorios desde el concepto de probabilidad, ya que tener presente esta variedad de concepciones nos permitirá poder sortear posibles dificultades presentes en el proceso de enseñanza arraigados a su significado debido a que los estudiantes “se encontrarán con las mismas paradojas y situaciones contra-intuitivas que aparecieron en el desarrollo histórico del cálculo de probabilidades” (Batanero, 2005, p. 28)

Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente se desarrollarán de manera concisa los significados de probabilidad según Batanero (2005):

Significado intuitivo: esta idea no hace referencia al proceso de cuántico de calcular o determinar cuestiones en las que la persona presenta incertidumbre, sino que se basa en las concepciones que surgen de experiencias y contextos ligados al azar y la probabilidad. Es decir que proviene de términos usados en el lenguaje común y cotidiano para referirse a la incertidumbre desde sus creencias hacia los sucesos inciertos.

Significado clásico: Es conocida también con el nombre de enfoque laplaciano, es considerada la primera definición que formaliza a la probabilidad y fue publicada por de Moivre en *Doctrine of Chance* (de Moivre, 1967/1718, p. 1): “si constituimos una fracción cuyo numerador es el número de oportunidades con la que el suceso podría ocurrir y el denominador es el número de oportunidades con las que el suceso puede ocurrir o fallar, esta fracción será una verdadera definición de la probabilidad de ocurrencia”. Más adelante Laplace reformula esta

definición de la siguiente manera “la probabilidad de un suceso corresponde a la proporción del número de casos favorables al número de casos posibles, siempre que todos los resultados sean igualmente probables” (Laplace, 1985/1814, p. 28). Ya que es una definición bastante simplista predomina en el contexto escolar, Sin embargo, en tiempos de Laplace esta concepción era considerada inapropiada ya que su significado se ceñida a la descripción del cálculo de la probabilidad no al significado epistemológico del término probabilidad.

Significado frecuencial: producto de las controversias que presentaba el significado clásico, y de los nuevos campos de aplicación de la probabilidad que la vinculan a un sin número de actividades y necesidades del ciudadano, emerge el significado frecuencia para dar respuesta a cómo estudiar el comportamiento de los datos de un experimento. Ya que este enfoque se centra en la objetividad del concepto aislando de consideraciones culturales o personales. Gracias a este enfoque se pueden solucionar algunos obstáculos que se presentan en el significado clásico ampliando los campos de aplicación conectando la estadística con la probabilidad.

Significado subjetivo: esta idea está fundamentada en la información que se posee, en las creencias que puede tener un sujeto sobre la verdad de una determinada proposición, y que, por lo tanto, no está determinada según Finetti, en 1937. Desde este enfoque, la probabilidad pierde su carácter objetivo y es entendida como un indicador de grados de creencia en la que es asignada a un suceso por una persona en particular, la cual puede ser bastante diferente de la probabilidad subjetiva que estipula otro sujeto, es decir, en este caso va a depender del observador, de lo que éste conoce del fenómeno o suceso en estudio (Hacking, 1995) dicho en otras palabras la probabilidad se basa en un juicio personal acerca de algo impredecible.

Significado axiomático (matemático): en el siglo XX la probabilidad pasa de un significado objetivo (visión frecuentista) y otro subjetivo al alcanzar el carácter de teoría matemática

formalizada que puede ser utilizada para describir e interpretar la realidad de fenómenos aleatorios (Batanero, 2005). Kolmogorov logra conectar la probabilidad con la matemática moderna y en 1937 establece, a partir de la teoría de la medida y de la teoría de conjuntos, una axiomática satisfactoria para la probabilidad que es aceptada por las diferentes escuelas, independientemente de la interpretación filosófica que éstas dieran a la probabilidad (Batanero & Díaz, 2007). Según Kolmogorov, los sucesos se pueden representar por medio de conjuntos donde el espacio muestral (Ω) sería el conjunto total y los diferentes sucesos corresponderían a subconjuntos de este. En este sentido, la probabilidad es considerada una medida normada, acotada entre 0 y 1, definida sobre estos conjuntos.

Estos significados descritos sobre probabilidad permiten un barrido histórico y epistemológico sobre este concepto en el cual se puede evidenciar el constante proceso de evolución al cual está sometido este término gracias a la demanda exigida por los eventos de incertidumbre constante en el ser humano. Todo esto ha permitido consolidar la teoría de la probabilidad logrando considerarse una rama que nace de las matemáticas sin compartir la determinación precisa de las matemáticas.

Sin embargo, guiándonos por las competencias y estándares estipulados por el MEN para el conjunto de grado 6 a 7, y enfocados en nuestro propósito de investigación este trabajo fue direccionado a partir de los significados: intuitivo, clásico, frecuencia y subjetivo sin desconocer los fundamentos teóricos y científicos que aporta el significado axiomático.

La construcción de este marco conceptual se hace con la intención de caracterizar los elementos fundamentales que intervienen en el desarrollo de la investigación para delimitar como se entiende los conceptos de dichos elementos.

3.3 Conceptos básicos de probabilidad

La construcción de este apartado conceptual se realizó a partir de las directrices dadas por el estadístico Alberto Ruiz en la asignatura de estadística II del año 2019 en el programa de licenciatura en básica con énfasis en matemática de la universidad del valle sede pacifico, dicha asignatura fue apoyada por los libros de texto *probabilidad y estadísticas para ingenieros y ciencias* (novena edición) de Walpole (2012) y estadística y muestreo (13 edición) de Bencardino (2012).

- **Experimento aleatorio.** Se entiende como experimento aleatorio partiendo desde la definición y caracterización presentada Abreu y Nicot (2016) en su trabajo “*Actualización en la teoría de las probabilidades*”, en la que menciona qué: “Un experimento es aquel que se realiza artificialmente bajo determinadas condiciones o se realiza independientemente de la voluntad del experimentador. Es un conjunto de condiciones y acciones determinadas bajo las cuales se observa un determinado fenómeno” Abreu y Nicot (2016, p.3). En el cual se observan tres componentes fundamentales: condiciones, acción y observación.

Tipos de experimentos:

- El experimento **determinista** es aquel que, bajo un conjunto de condiciones o causas, el resultado del experimento queda perfectamente determinado.
- El experimento **aleatorio** es aquel que bajo las mismas condiciones puede dar lugar a diferentes resultados o efectos del experimento.

La palabra **aleatorio** significa casual, al azar. Sucesos o eventos aleatorios Cuando se realiza un experimento aleatorio diversos resultados son posibles. Es decir, todo experimento aleatorio tiene asociado un espacio muestral definido.

- **Espacio muestral:** Es el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio. Se le denota por la letra **S**. El conjunto base está formado por **N** elementos; el tamaño de la muestra es **n**.

- **Suceso o evento:** Es cualquier característica observada del resultado de un experimento.

Es un subconjunto del espacio muestral que lo denotaremos con letras mayúsculas del alfabeto (A, B, C...). Cada uno de los elementos de un espacio muestral es un suceso elemental.

- **Probabilidad.** Partiendo de la teoría de Laplace sobre probabilidad clásica, a continuación, se describirán las fundamentaciones que componen este concepto:

1. Probabilidad

Dado un experimento aleatorio con un espacio muestral **S** y un evento **A**, se dice que la probabilidad de que ocurra **A**, simbolizada **P(A)**, se calcula mediante el cociente entre el número de elementos del evento y el número de elementos del espacio. Así:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Esta definición, se reconoce como la medida de ocurrencia de un evento en un aleatorio, donde **n (S)** representa al número de casos, diferente de cero, o resultados posibles y **n(A)**, al número de casos favorables que pueden ocurrir.

2. Postulados de la probabilidad:

Ya que se ha considerado el espacio muestral **n(S)** finito es pertinente exponer los tres postulados de la probabilidad:

2.1. La probabilidad de ocurrencia de un evento siempre debe ser un número que está entre 0 y 1. La razón de esto es que el número del evento siempre es menor o igual que el número de elementos del espacio muestral. Formalmente se puede decir que, si **A** es cualquier evento de un experimento aleatorio, entonces:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

2.2. La probabilidad del evento imposible es 0 y se representa como:

$$P = (\emptyset) = 0$$

2.3. Si el evento es igual al espacio muestral su probabilidad es 1. En otras palabras, la probabilidad del evento seguro es 1, y su representación es:

$$P(S) = 1$$

3. Reglas básicas de probabilidad:

3.1. Si A es un evento, la probabilidad de que no ocurra, equivale a encontrar la probabilidad de ocurrencia del complemento de A , es decir, $P(A')$, y se calcula así:

$$P(A') = 1 - P(A)$$

3.2. Si A y B son eventos de un experimento aleatorio, la probabilidad de que ocurran A y B al mismo tiempo, equivale a calcular la probabilidad de la intersección, es decir:

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B), \text{ si los eventos son intersecantes}$$

$$P(A \cap B) = 0, \text{ Si los eventos son disyuntos}$$

3.3. Si A y B son dos eventos, la probabilidad de que ocurra A o B , equivale a calcular la probabilidad de la unión, es decir:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B), \text{ Si los eventos son intersecantes.}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B), \text{ Si los eventos son disyuntos.}$$

3.4. Si A y B son dos eventos, entonces la probabilidad de que ocurra A y no ocurra B , equivale a encontrar la probabilidad de la diferencia $P(A - B)$:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

4. Metodología

Actualmente el mundo está atravesando una pandemia denominada Covid-19, la cual ha afectado los ámbitos sociales, políticos y económicos de casi todo el mundo. Adicional a esto el entorno educativo no es ajeno a las dificultades y obstáculos que ha ocasionado esta pandemia, ya que la educación en todas sus facetas y grados se ha visto obligada a enfrentar esta situación para continuar con los procesos académicos de los estudiantes, ya sean de universidades, colegios o instituciones.

En Colombia, las diferentes entidades educativas han optado por emplear recursos, métodos o estrategias para continuar con los procesos de enseñanza y aprendizaje, debido a que el confinamiento obliga a los estudiantes a no asistir a los recintos educativos y recibir las clases desde sus hogares. Algunas de las estrategias más comunes empleadas por las directivas y docentes es el apoyo en herramientas computacionales para las conexiones virtuales y la entrega de guías de aprendizaje en los recintos educativos, por correo, WhatsApp u otras redes sociales.

4.1 Tipo de investigación

Teniendo en cuenta la anormalidad académica causada por la pandemia y el confinamiento, el desarrollo de esta investigación se basó en el enfoque del diseño secuencial, el cual determina una relación entre los procedimientos cualitativo y cuantitativo, iniciando la investigación con los procedimientos cualitativos para la identificación de aspectos importantes en relación con las teorías e hipótesis planteadas y posteriormente analizar los resultados apoyándose, además, en procedimientos cuantitativos (Camargo,2018).

El proceso cualitativo permitirá narrar detalladamente los fenómenos estudiados mediante diferentes técnicas para determinar la naturaleza profunda de las realidades. Los procedimientos cualitativos permiten seleccionar una muestra de “x” población para generalizar los resultados en

relación con las variables estudiadas y los procedimientos cuantitativos permiten recoger y analizar los datos de forma cuantitativa en relación con las variables estudiadas (Pita & Pértegas, 2002).

Por todo esto y para fines del desarrollo de esta investigación, se decidió realizar un guía de aprendizaje que partiera en pro de superar las dificultades y obstáculos que presentaron los estudiantes en la prueba diagnóstica, debido a que, como se mencionó anteriormente, el uso de las guías se ha convertido en una herramienta educativa que permite continuar con los procesos educativos de enseñanza y aprendizaje.

4.2 Instrumento y metodología: Guía de orientación Saber Pro. Noveno Grado.

Prueba: Matemática

La prueba matemática busca en el estudiante, evidencia de cuando se enfrenta a situaciones problema, donde se exige simbolizar, formular, cuantificar, validar, representar, generalizar. Esto le permitirá dar descripciones matemáticas, esta prueba tiene dos aspectos: las competencias y los componentes.

Tabla 4. Competencias evaluadas en la prueba Saber Pro Noveno Grado,

Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación	Planteamiento y Resolución de Problemas
Esta competencia está relacionada con la capacidad para dar cuenta del cómo y del porqué de los caminos que se siguen para llegar a conclusiones, justificar estrategias y procedimientos puestos en acción en el tratamiento de situaciones problema, formular hipótesis, proponer opiniones e ideas, explorar ejemplos y contraejemplos, probar y estructurar argumentos, generalizar propiedades y relaciones, identificar patrones y expresarlos matemáticamente y plantear preguntas, reconocer distintos tipos de razonamiento y distinguir y evaluar cadenas de argumentos.	Se refiere a la capacidad del estudiante para expresar ideas, interpretar, usar diferentes tipos de representación, describir relaciones matemáticas, describir situaciones o problemas usando el lenguaje escrito, concreto, pictórico, gráfico y algebraico, manipular expresiones que contengan símbolos y fórmulas, utilizar variables6 y describir cadenas de argumentos orales y escritas, traducir, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representaciones, interpretar lenguaje formal y simbólico así como traducir de lenguaje natural al simbólico formal y viceversa, que se resume en decodificar de manera entendible aquello expresado matemáticamente en palabras sencillas y manejables por el estudiante.	Se relacionan, entre otros, con la capacidad para formular problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas, desarrollar, aplicar diferentes estrategias y justificar la elección de métodos e instrumentos para la solución de problemas, justificar la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de una respuesta obtenida, verificar e interpretar resultados a la luz del problema original y generalizar soluciones y estrategias para dar solución a nuevas situaciones problema.

Fuente: Guía de Orientación, Saber Pro 9 Grado, 2019.

Tabla 5. Niveles de desempeño de prueba saber pro, noveno grado.

Niveles de desempeño	Descripción
Insuficiente Puntaje en la prueba de 100-252	El estudiante que se ubica en este nivel interpreta información que se presenta en gráficos o tablas de frecuencias, identifica patrones de tipo geométrico para hallar elementos faltantes de una sucesión y reconoce estadísticos a partir de conjuntos de datos.
Mínimo Puntaje en la prueba de 253-344	Además de lo descrito en el nivel anterior el estudiante que se ubica en este nivel utiliza, reconoce representaciones de funciones, soluciona problemas en contextos aditivos y multiplicativos, identifica relaciones entre figuras planas y sólidos; establece relaciones entre dimensionalidad y magnitud, identifica algunos movimientos rígidos en el plano, representa la relación entre variables que permiten comprender fenómenos de las ciencias sociales o naturales.
Satisfactorio Puntaje en la prueba de 345-423	Además de lo descrito en los niveles anteriores, el estudiante que se ubica en este nivel utiliza propiedades de la potenciación, radicación o logaritmación para solucionar un problema , utiliza expresiones algebraicas y representaciones graficas para modelar situaciones sencillas de variación, establece relaciones entre los sólidos y sus desarrollos planos, reconoce y aplica un movimiento rígido de un sólido en un sistema de coordenadas, comparar atributos medibles de uno o varios objetos o sucesos, hace conjeturas acerca de fenómenos aleatorios sencillos.
Avanzado Puntaje en la prueba de 424-500	Además de lo descrito en los niveles anteriores, el estudiante que se ubica en este nivel, a partir de la representación de una función deduce otras representaciones de la misma o sus características establece equivalencias entre expresiones algebraicas y numéricas enuncia propiedades relativas a determinados subconjuntos numéricos, caracteriza una figura en el plano que ha sido objeto de varias transformaciones, halla áreas y volúmenes a través de descomposiciones y recubrimientos, usa criterios de semejanza y congruencia, evalúa la correspondencia entre una forma de representación y los datos, finalmente, hallas probabilidades de un evento utilizando técnicas de conteo, así como ocurrencias esperadas de eventos partir de su probabilidad

Fuente: Guía de Orientación, Saber Pro Noveno Grado, 2019.

Tabla 6. Porcentaje de calificación por nivel de desempeño

Rango	Insuficiente	Mínima	Satisfactoria	Avanzada
Mínima	20,00%	50,60%	69,00%	84,80%
Máxima	50,40%	68,80%	84,60%	100,00%

Fuente: Elaboración propia. Basada en Saber Pro Noveno Grado, 2019.

Con este porcentaje dado por el ICFES se comprende la escala según el nivel de desempeño que se aplicará en la prueba diagnóstica y en la guía de aprendizaje

Tabla 7. Componentes de la prueba Saber Pro 9 Grado.

Numérico- Variacional	Geométrico- Métrico	Aleatorio
Corresponde a aspectos asociados a los números y la numeración, su significado y la estructura del sistema de numeración; las operaciones, sus propiedades, su efecto y las relaciones entre ellas; el reconocimiento de regularidades y patrones que implica establecer cuál es el cambio constante de una serie de valores o cómo estos se comportan, la identificación de variables, la descripción de fenómenos de cambio y dependencia; conceptos y procedimientos asociados a la variación directa, a la proporcionalidad, a la variación lineal ⁸ en contextos aritméticos y geométricos, el lenguaje simbólico ⁹ (algebraico) articulado entre convenciones y esquemas o representaciones introductorias al manejo de variables, a la variación inversa y el concepto de función.	está relacionado con la construcción y manipulación de representaciones de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos y sus transformaciones; más específicamente, con la comprensión del espacio, el análisis abstracto de figuras y formas en el plano y en el espacio a través de la observación de patrones y regularidades, el razonamiento geométrico y la solución de problemas de medición, la descripción y estimación de magnitudes (longitud, área, volumen, capacidad, masa, etc.), transformaciones de figuras representadas en el plano o en el espacio, la selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos, el uso de unidades, los conceptos de perímetro, área y volumen.	Corresponde a la representación, lectura e interpretación de datos en contexto; el análisis de diversas formas de representación de información numérica, el análisis cualitativo de regularidades, de tendencias, y la formulación de inferencias y argumentos usando medidas de tendencia central y de dispersión; y por el reconocimiento, descripción y análisis de eventos aleatorios

Fuente: Prueba Saber Pro, Noveno Grado, 2019

4.1.1 Componente Aleatorio

Tabla 8. Evaluación de las tres competencias en el componente aleatorio

Comunicación, Representación y Modelación	Razonamiento y Argumentación	Planteamiento y Resolución de Problemas
<p>1. Reconoce la media, mediana y moda con base en la representación de un conjunto de datos y explicita sus diferencias en distribuciones diferentes.</p> <p>2. Compara, usa e interpreta datos que provienen de situaciones reales y traduce entre diferentes representaciones de un conjunto de datos.</p> <p>3. Reconoce la posibilidad o la imposibilidad de ocurrencia de un evento a partir de una información dada o de un fenómeno.</p> <p>4. Reconoce relaciones entre diferentes representaciones de un conjunto de datos y analiza la pertinencia de la representación.</p>	<p>1. Establece conjeturas y verifica hipótesis acerca de los resultados de un experimento aleatorio usando conceptos básicos de probabilidad.</p> <p>2. Formula inferencias y justifica razonamientos y conclusiones a partir del análisis de información estadística.</p> <p>3. Utiliza diferentes métodos y estrategias para calcular la probabilidad de eventos simples.</p> <p>4. Usa modelos para discutir acerca de la probabilidad de un evento aleatorio.</p> <p>5. Fundamenta conclusiones utilizando conceptos de medidas de tendencia central.</p>	<p>1. Resuelve problemas que requieran el uso e interpretación de medidas de tendencia central para analizar el comportamiento de un conjunto de datos.</p> <p>2. Resuelve y formula problemas a partir de un conjunto de datos presentado en tablas, diagramas de barras y diagrama circular.</p> <p>3. Resuelve y formula problemas en diferentes contextos, que requieren hacer inferencias a partir de un conjunto de datos estadísticos provenientes de diferentes fuentes.</p> <p>4. Plantea y resuelve situaciones relativas a otras ciencias utilizando conceptos de probabilidad.</p>

Fuente: Guía de Orientación Prueba Saber Pro, Noveno Grado, 2019

Tabla 9. Distribución de preguntas por componente

COMPONENTE	COMPETENCIA			Total
	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación	Planteamiento y resolución de problemas	
Numérico-variacional	11%	13%	11%	35%
Geométrico-métrico	15%	11%	9%	35%
Aleatorio	11%	10%	9%	30%
Total	37%	34%	29%	100%

Fuente: Guía de Orientación Prueba Saber Pro, Noveno Grado, 2019

La prueba Saber Pro Noveno Grado, en el área de Matemáticas, cuenta con 55 preguntas que tienen una puntuación máxima de 500 puntos, teniendo cada pregunta un valor de 9,09. El aleatorio representa el 30%, contando con 17 preguntas que dan 150 puntos posibles.

De acuerdo a la base de la tabla 6, se realiza el análisis del nivel de desempeño

Tabla 10. Nivel de desempeño en el aspecto aleatorio.

Rango	Insuficiente	Mínima	Satisfactoria	Avanzada
Mínimo	30	75,9	103,5	127,2
Máximo	75,6	103,2	126,9	150

Fuente: Elaboración propia, basada en los criterios del ICFES.

4.3 Fases para el desarrollo de la investigación

Teniendo en cuenta la estrategia que se implementó y bajo el método mencionado anteriormente se consideró necesario, para fines de esta investigación, estipular unas fases a cumplir en función de los objetivos planteados. Las fases son:

Tabla 11. Fases de la investigación

Objetivo	Descripción de la fase
Objetivo 1. Reconocer las nociones	<p>Fase 1. Concepciones Probabilísticas</p> <p>Con el fin de reproducir la estructura habitual con la que se evalúa el concepto de probabilidad, en la IE Liceo del pacífico en tiempo de pandemia mediante una metodología familiarizada para el estudiante.</p>

<p>conceptuales de los estudiantes frente a los conceptos probabilísticos mediante la implementación de una prueba diagnóstica</p>	<p>1.1 Diseñar una prueba diagnóstica que comparta las características de la estructura de preguntas e ilustración usadas en prueba SABER PRO.</p> <p>1.2 Someter la prueba diagnóstica a la prueba evaluativa para, revisar, ajustar y elegir la estructura y metodología más adecuada con los propósitos de esta investigación.</p> <p>1.3 Aplicar la prueba diagnóstica.</p> <p>1.4 Recolección y análisis de los datos arrojados por los estudiantes a partir de la solución de la prueba diagnóstica.</p> <p>Dicho análisis se realizó bajo los criterios expuestos en los estándares básicos de competencia MEN (2006), condensándolos por categorías en una rejilla de análisis en relación con las diferentes competencias que evalúa el ICFES en las pruebas del estado.</p>
<p>Objetivo 2. Diseñar e implementar una guía de enseñanza en la cual se refleje la esencia de los conceptos probabilísticos en relación con los elementos cotidianos y curriculares para favorecer la comprensión de los conceptos estadísticos de azar, aleatoriedad y probabilidad.</p>	<p>Fase 2. Diseño de Guía de Aprendizaje Diseñar e implementar la guía de aprendizaje, con el fin de obtener insumos para analizar las resoluciones de los estudiantes en cuanto a la comprensión de los conceptos probabilísticos.</p> <p>A partir de los insumos obtenidos en el desarrollo de la fase 1, inició el proceso de diseño a partir de los elementos teóricos seleccionados y el análisis de las resoluciones de la prueba diagnóstica.</p> <p>Para la aplicación de la guía de aprendizaje se realizaron 4 actividades:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Construcción de los criterios de selección para definir la muestra de esta investigación. 2. Selección de la muestra. 3. Descripción y capacitación sobre la guía de aprendizaje a implementar. 4. Implementación de la estrategia didáctica.
<p>Objetivo 3. Evaluar la efectividad de la guía de aprendizaje, por medio de un cotejo entre los resultados de la</p>	<p>Fase 3: Análisis y resultados. Recolectar las resoluciones de los estudiantes con el fin de analizarlas para evaluar la pertinencia y efectividad de la guía de aprendizaje en relación con el fortalecimiento del concepto de probabilidad, a partir de la comparación con los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica.</p>

prueba diagnóstica y la misma	
-------------------------------------	--

Fuente: Elaboración propia

4.4 Hipótesis

La guía de aprendizaje diseñada es un recurso idóneo en la educación remota para los estudiantes del grado séptimo del INEDELPA, en aras de fortalecer la comprensión de las nociones probabilísticas basada en el desarrollo de competencias matemáticas.

4.5 Recolección de datos

Para la recolección de datos se hará uso de los procesos cualitativos y cuantitativos con el fin de lograr un diseño investigativo más amplio y sólido que permita aprovechar las virtudes de cada uno de estos procedimientos (Camargo, 2017) mediante las actividades de:

- Descripción de los datos.
- Caracterización de los datos (rejilla)
- Clasificación de los datos.

1. *Resultados*

Se desarrollará una descripción de los resultados obtenidos en la investigación divida en actividades:

- Descripción de los resultados.
- Recomendaciones.
- Conclusiones.

4.6 Procesamiento de la información

Los datos analizados en esta investigación son recolectados mediante la aplicación de dos pruebas, la prueba diagnóstica como prueba inicial y la guía de aprendizaje como prueba final, con el propósito de identificar los niveles de desempeño de competencias antes y después de la

implementación de la guía de aprendizaje. Estos datos responden a una característica cuantitativa de puntuación numérica, ligada al cumplimiento de cada una de las evidencias aplicadas en las pruebas.

La puntuación se manejó de 10 puntos por respuesta correcta para un total de 120 puntos posibles en la prueba y por la estructura de la prueba a cada competencia le corresponden 4 preguntas es decir 40 puntos posibles por competencia.

Para la tabulación se construyó la siguiente tabla con el propósito de identificar el puntaje de cada estudiante por pregunta:

Tabla 12. Formato de recolección de evidencias

#	Estándares (Evidencias)	Estudiantes Puntaje									
		1	2	3	4	5	6	.	.	.	35
1.a											
↓											
5.b											

Fuente: Elaboración propia.

Conformada por:

- 3 columnas principales:

Columna 1: Número de pregunta, columna 2: Evidencia de aprendizaje y columna 3: estudiantes. La columna 3 (estudiantes, se divide en la cantidad de estudiantes que desarrollean la prueba.

- 12 filas: que representan la puntuación de cada pregunta, 10 corresponde a respuesta correcta y 0 a respuesta incorrecta.

Para la numeración e identificación de cada una de las preguntas se manejó una codificación compuesta por dos elementos, el primer elemento está definido por el número de la

situación (1 a 5) donde se encuentra la pregunta y el segundo elemento es el literal con el que se ha identificado la pregunta en la prueba.

Para clasificar e identificar los niveles de desempeños se agruparon las preguntas en base a la competencia abordada, con el propósito de calcular el puntaje promedio de los estudiantes por competencia y así clasificarlos.

Dicha clasificación se realizó mediante la siguiente escala:

Tabla 13. Escala de calificación de la prueba diagnóstica por componente.

Nivel de desempeño	Insuficiente	Mínima	Satisfactoria	Avanzada
Rango de puntuación	8-20,16	20,24-27,52	27,6-33,84	33,92-40
Porcentaje de Respuestas correctas	20%-50,4%	50,6%- 68,9%	69%-84,6%	84,8%-100%

Fuente: Elaboración propia. Basada en Saber Pro Noveno Grado, 2019.}

Tabla 14. Calificación globalizada de los tres componentes.

RANGO DE PUNTAJE	NIVEL DE DESEMPEÑO	NIVEL DE DESEMPEÑO
24 a 60,48	20%-50,4%	Insuficiente: Indica que los estudiantes no logran superar ninguno de los estándares propuestos.
60,72 a 82,56	50,6%- 68,9%	Mínimo: Los estándares alcanzados son pocos para la comprensión de este tema.
82,8 a 101,52	69%-84,6%	Sobresaliente: Cumple con los estándares exigidos por el grado.
101,76 a 120	84,8%-100%	Avanzado: Supera todos los estándares propuestos.

Fuente: Elaboración propia. Basada en Saber Pro Noveno Grado, 2019.

Tabla 15. Formato de análisis por competencia

Competencia	#	Estudiante – puntaje													Promedio	Nivel de desempeño
		1	2	3	4	5	6	7	8	.	.	.	35			
Resolución de problemas																
Comunicación																
Razonamiento																

Fuente: Elaboración propia

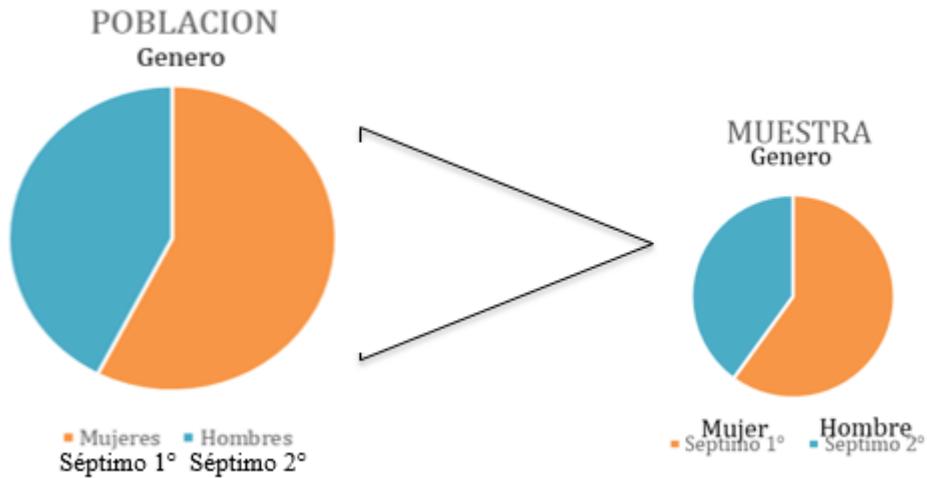
Por último, se realizó un cotejo cuantitativo a partir de la prueba de medias apareadas de T-student con el propósito de identificar cual ha sido el comportamiento de los datos de manera individual después de la implementación de la guía de aprendizaje para corroborar la hipótesis de esta investigación.

4.7 Caracterización de la muestra

Esta investigación se realizó en la institución educativa liceo del pacífico inscrita al sector oficial del distrito de Buenaventura bajo la modalidad de educación remota con los estudiantes de secundaria en los grados séptimos uno y séptimo dos, agrupados por género mujeres y hombre sucesivamente, con una totalidad de 73 estudiantes, 57% mujeres y 43% hombres con una edad promedio de 12 años.

Sin embargo, por la anormalidad académica decretada por el MEN 2020 fue posible trabajar con 35 estudiantes, 60% mujeres y 40% hombres.

Figura 2. Muestra



Fuente: Elaboración propia

5. Prueba Diagnóstica

5.1 Descripción de la prueba diagnóstica

Teniendo en cuenta lo estipulado por el MEN (2006), se construyó una prueba diagnóstica en la cual se presentaran actividades que apuntan al cumplimiento de los estándares básicos de competencia relacionados con la probabilidad en los diferentes conjuntos de grados (1° a 3°, 4° a 5° y 6° a 7°) en función del desarrollo de las competencias matemáticas evaluadas por el ICFES, es decir que la prueba está relacionada con la coherencia vertical presentada anteriormente, ya que cada uno de las actividades se deben ir desarrollando en un orden jerárquico de dificultad, debido a que es necesario que los estudiantes de 7 grado reconozcan los diferentes conceptos asociados a la probabilidad partiendo desde los conocimientos adquiridos en la educación primaria hasta el grado actual.

Inicialmente, se construyó un contexto general (situación) con el cual se pudiera abordar cada una de las actividades propuestas, esto con la intención de familiarizar al estudiante con un

contexto que ya domina o conoce, además de hacerlo propio de su entorno. Cabe resaltar que cada uno de los problemas propuestos son una modificación de algunas preguntas realizadas en el cuadernillo de las pruebas saber 9° del año 2018, con el fin de tener en cuenta la forma en que se evalúa en las pruebas nacionales en pro del desarrollo de las competencias matemáticas (Comunicación, razonamiento y resolución de problemas).

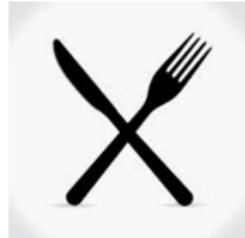
Cada una de las actividades que se presentó en la prueba, apuntan al cumplimiento de una evidencia de aprendizaje, además de que la misma está relacionada con una de las tres competencias. En total se presentan 5 situaciones, las cuales giran en torno al contexto en el que los estudiantes se encuentran sumergidos en la ciudad, además de que cada situación presentó actividades que permitieron establecer si los estudiantes adquirieron o no un aprendizaje en relación con los conceptos probabilísticos

Situación #1:

En esta situación, se describe un problema en relación con las creencias culturales que poseen los estudiantes, al preguntarle por la posibilidad de que un fenómeno deje de ocurrir por una creencia que comúnmente se conoce en la ciudad, esto con el fin de analizar si los estudiantes recurren a sus creencias culturales para concluir el resultado de un experimento aleatorio o simplemente recurren a creencias cotidianas argumentadas desde una perspectiva lógica.

Figura 3.Situación 1 de la prueba diagnóstica

SITUACIÓN #1. Avance informativo: “*Por una fuerte lluvia no se pudo realizar la marcha por la paz*”. El día 11 de febrero de 2021 no se pudo realizar la marcha por la paz. Una señora de 70 años colocó un cuchillo y un tenedor en la mitad de la vía para que parara la lluvia. Cuando la lluvia se detuvo se pudo realizar la marcha.



De acuerdo con esta noticia responde:

1. ¿Es posible que una persona controle el clima realizando prácticas culturales como la anterior?
 - a) No, el clima es un fenómeno que no se puede controlar.
 - b) Sí, los adultos mayores conocen muchos métodos saber las condiciones climáticas.
 - c) Ninguna de las anteriores

Fuente: Autoría propia

Seguido de esto se presenta otra pregunta, la cual se deriva de la situación inicial, esta va en caminada hacia la estimación de resultados, es decir validar si el estudiante recurre a estrategias de estimación para brindar la respuesta de un evento aleatorio. Cabe resaltar que, a diferencia de la gran mayoría de preguntas de la prueba, estas dos preguntas iniciales son de tipo abierto, pues se consideró que los estudiantes pueden brindar las razones por las que creen en x o y conclusión, además de argumentar la razón de su estimación en algún evento o fenómeno.

2. La siguiente tabla muestra el tiempo que duró la lluvia durante 5 días anteriores a la marcha

Día	1	2	3	4	5	Marcha
Tiempo de lluvia	2 horas	2 horas	2 horas	1 hora	1 hora y media	x

Responde:

¿Cuánto es el tiempo estimado que duró la lluvia el día de la marcha?

- a) 4 horas
- b) 1 hora
- c) 2 horas

Situación #2:

Esta situación presenta el clásico juego de lotería, uno de los más comunes para trabajar el concepto de probabilidad, en esta se presenta el resultado de una lotería bastante reconocida en la ciudad de Buenaventura y a raíz de esta se realizan 3 de preguntas en función del cumplimiento de las evidencias de aprendizaje. La primera, está dirigida a si los estudiantes distinguen entre la certeza y el azar, es decir un evento seguro o aleatorio.

Figura 4. Situación 2 de la prueba Diagnóstica

SITUACIÓN #2. Noticia en materia de Lotería: "Hay nuevo millonario en Buenaventura, ganó con el número 1207 y es su misma fecha de cumpleaños". El hombre, un señor de 65 años, ganó el "Chontico dia" con su misma fecha de cumpleaños, ya que él nació el 12 de Julio.



De acuerdo con esta información responde:

3. ¿Crees que fue suerte que el señor se ganara el premio mayor?
- a) Si, los números menores que 5000 salen muy poco en la lotería.
 - b) Si, porque el número 1207 es solo una posibilidad de muchos números más.
 - c) No, porque el número 1207 es una cantidad baja y puede salir mucho.

Fuente: Autoría propia

La segunda y tercera, se centran la posibilidad o imposibilidad de un evento y poner a prueba predicciones acerca de la posibilidad de un evento respectivamente. Todo esto, debido a que es necesario que ellos logren hacer estas distinciones para acercarse al concepto de probabilidad.

4. ¿Qué tan probable es que el número 1207 vuelva a salir mañana en la lotería “chontico día”
 - a) muy poco probable, porque solo es una posibilidad de muchas otras posibilidades.
 - b) Bastante probable, porque si ya salió un día puede salir al otro.
 - c) Bastante probable, son muy pocos los números que pueden salir.
5. ¿Qué tan seguro es que tu fecha de cumpleaños salga en la lotería así como le sucedió al hombre?
 - a) Imposible, son muchos números y la fecha de mi cumpleaños es una entre muchas
 - b) Muy poco probable, porque es una sola fecha entre muchas posibilidades más.
 - c) Seguro, mi fecha de cumpleaños es la más probable.

Situación #3:

En esta parte inician las preguntas en relación con el cálculo de posibilidades, debido a que los estudiantes de grado 7° ya deben realizar operaciones de los casos favorables de un evento entre los casos posibles. Al igual que el anterior, este problema contiene 3 preguntas, que están relacionadas la fundamentación de soluciones a partir de la probabilidad, es decir que los estudiantes resuelvan situaciones esencialmente probabilísticas y que recurran a las diferentes representaciones de números para esto, además de que pueden recurrir a la estimación en caso dado de que sea posible. Cabe resaltar que esta situación se relacionó con un juego que se volvió viral en la cuarentena y muchos de los estudiantes están familiarizados con este.

Figura 5. Situación tres de la prueba diagnóstica

SITUACIÓN #3. Noticias en materia de tecnología: “*PARCHIS el nuevo juego en la cuarentena*”. Debido a la cuarentena por el Covid-19 los niños y jóvenes han recurrido a buscar con que distraerse, el juego “parchís” se ha convertido en la solución. Este juego es como el parqués clásico, pero con reglas diferentes y lo mejor de todo es que es una app que puedes descargar en tu celular.

Algunas reglas de parchis:

- Para poder iniciar a mover las fichas debes sacar 5 en uno o en la suma de los dos dados.
- Si obtienes un doble avanza y vuelves a tirar.
- Si sacas 3 dobles consecutivos la última ficha que desplazaste regresa a casa.



Fuente: Autoría propia

Luego de presentar la breve descripción del juego, para que el estudiante logre familiarizarse con el contexto, se presentan unas reglas propias del juego, que son el motor de arranque de donde se derivan las preguntas que el estudiante debe responder. Con las preguntas de esta situación se espera que el estudiante resuelva situaciones en donde el uso de las nociones probabilísticas sea la esencia del problema, además de que use las diferentes representaciones de los números racionales para expresar un resultado de un experimento y finalmente que conjeture acerca de los resultados de evento aleatorio.

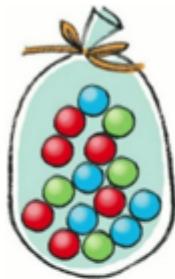
6. ¿Qué tan probable es obtener "5" al lanzar un solo dado? ¿Al lanzar los dos dados aumenta la posibilidad de obtener "5"?
- a) Más probable que obtener los demás números porque el "5" es el número que más se repite.
No aumenta al lanzar los dos dados.
 - b) No hay posibilidades de que se obtenga el número "5". Si aumenta las posibilidades.
 - c) Igual de probable que obtener otro número, porque los 6 números tienen las mismas posibilidades. Si aumenta la posibilidad con 2 dados.
7. ¿Qué tan seguro es que al lanzar los dados obtengas un doble?
- a) regularmente seguro, porque hay 7 dobles entre las 36 cantidades posibles.
 - b) Muy seguro, casi siempre salen los dobles.
 - c) Imposible, los dobles no salen al lanzar los dados.
8. Si ya he sacado dos dobles consecutivamente. ¿Qué tan probable es que obtenga un tercer doble en el siguiente lanzamiento?
- a) Muy probable, ya que se han obtenido dos dobles anteriormente.
 - b) Es tan probable como los demás lanzamientos, porque el tercer lanzamiento es independiente los anteriores.
 - c) Poco probable, los dobles son muy difíciles de obtener.

Situación #4:

Esta situación, presenta una actividad bastante común al momento de orientar el concepto de probabilidad, debido a que el uso de balotas y las diferentes opciones de elegir una de ellas es muy usado por los docentes al momento de enseñar las nociones probabilísticas. En este caso, se presenta un juego de balotas, pero relacionado con un deporte (fútbol), en la cual las balotas son las opciones que tiene cada equipo de fútbol, a partir de ahí se inicia la búsqueda de verificar si los estudiantes logran identificar y enumerar un espacio muestral y también, si reconocen los casos favorables de un evento.

Figura 6. Situación 4 de la prueba diagnóstica

SITUACIÓN #4. Noticias en materia de Deportes: “*Ya se tiene el método para seleccionar al equipo que jugará el ultimo cupo al Mundial Qatar 2022*”. La federación de futbol decidió realizar el sorteo usando una bolsa con balotas de colores para seleccionar al equipo que irá a la competición.



SELECCIONES NACIONALES:

Colombia: Balotas rojas.

Perú: Balotas verdes.

Ecuador: Balotas azules.

Responde:

9. ¿Cuántas posibilidades tiene cada equipo de ser seleccionado? ¿Cuál es el equipo que tiene mayor posibilidad de ser seleccionado?
- a) Colombia 6 posibilidades, Perú 4 y Ecuador 5. El equipo con mayores posibilidades es Colombia, porque tiene 6 opción de 15 posibles.
 - b) Todos los equipos tienen 6 posibilidades.
 - c) Ecuador tiene 6 posibilidades, Colombia y Perú tienen 5. El equipo con más posibilidades es Ecuador.
10. Si se selecciona una balota al azar, ¿Es más favorable que se obtenga una balota de color rojo a una azul?
- a) No, las balotas azules tienen más posibilidades de ser obtenidas.
 - b) Ambas balotas tienen las mismas posibilidades de ser elegidas.
 - c) Sí, porque las balotas rojas son más que las balotas azules.

Fuente: Autoría propia

Situación #5:

Finalmente, esta última situación está relacionada con el uso de los cálculos matemáticos de la probabilidad, debido a que se esperó que los estudiantes ubicaran valores entre 0 y 1 para dar respuesta a la probabilidad de determinado evento, además de que se le asignara la probabilidad a un evento dado, teniendo en cuenta el número de veces que ocurre el evento y el número de veces que se realiza el experimento. Todo esto a partir del planteamiento de un problema usando dados clásicos, también muy común en la enseñanza de la probabilidad, se tuvo en cuenta unos

lanzamientos que se realizaron y a partir de esos datos se plantearon dos preguntas para verificar el cumplimiento de esas evidencias de aprendizaje.

Figura 7. Situación 5 de la prueba diagnóstica

SITUACIÓN #5. Noticias en materia de economía: “*Hay un nuevo multimillonario y es colombiano*”. Un hombre de Colombia ganó el premio mayor en las vegas, luego de apostar a que lograría obtener al menos 4 veces la cantidad “7” al lanzar dos dados clásicos.

De acuerdo con la siguiente tabla este es el registro de los lanzamientos y la cantidad obtenida en cada lanzamiento:

Lanzamiento	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad obtenida	7	8	5	7	6	9	7	6	8	7

Responde:

11. ¿Cuál es la probabilidad de obtener la cantidad “7” al lanzar dos dados clásicos?

- a) 6/36
- b) 50%
- c) 25%
- d) 3/4

12. Si se realiza otro lanzamiento ¿Qué cantidad tiene más probabilidades de salir?

- a) El número 8 es el que más probabilidades tiene de salir.
- b) El número 7 es el que más probabilidades tiene, porque es el que más se ha obtenido.
- c) El número 7 es el que más probabilidades tiene de ser obtenido porque es el más alto.

Fuente: Autoría propia

5.2 Caracterización de los datos obtenidos (Prueba diagnóstica)

Tabla 16. Resultados obtenidos en la prueba diagnóstica

#	Estándares de educación	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
3.a	Utiliza números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.	0	0	10	0	0	0	0	10	10	10	0	10	10	0	10	0	10	10
3.b	Resuelve situaciones en las que el uso de la probabilidad es la esencia del problema.	10	10	10	0	0	0	0	10	10	10	0	10	10	10	10	0	10	10
5.a	Asigna la probabilidad de la ocurrencia de un evento usando valores entre 0 y 1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	10	0	0	10
5.b	Asigna la probabilidad de ocurrencia de un evento dado, teniendo en cuenta el número de veces que ocurre el evento en relación con el número total de veces que realiza el experimento.	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
RESOLUCIÓN	RESULTADOS	20	20	30	10	10	10	20	30	30	30	10	40	30	20	40	10	30	40
2.a	Reconoce la diferencia entre el azar y la certeza de eventos.	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2.b	Reconoce la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de un evento a partir de una información o fenómeno.	10	0	10	10	10	10	0	0	10	0	0	0	0	10	10	10	10	10
4.a	Identifica y enumera el espacio muestral de un experimento aleatorio.	10	10	10	10	10	10	10	10	10	0	10	10	10	10	10	10	10	10
4.b	Reconoce los diferentes casos favorables de un evento aleatorio.	10	0	10	10	10	10	0	10	10	0	10	0	10	10	10	10	10	10
COMUNICACIÓN	RESULTADOS	30	10	30	30	30	30	10	30	30	0	20	10	20	30	30	30	30	30
1.a	Argumenta soluciones a partir de sus creencias culturales.	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
1.b	Utiliza la estimación como estrategia para dar respuestas sobre la probabilidad de eventos.	0	10	0	10	10	10	10	10	0	0	10	0	0	0	10	0	0	0
2.c	Conjetura y pone a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	10	0	0	0
3.c	Asigna la probabilidad de la ocurrencia de un evento dado, teniendo en cuenta el número de veces que ocurre el evento en relación con el número total de veces que realiza el experimento.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0
RAZONAMIENTO	RESULTADOS	10	20	10	30	20	20	20	20	10	10	40	10	10	10	30	10	10	10

Continuación

18	19	10	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
10	10	10	10	10	0	10	0	10	10	10	0	0	10	10	0	0	0
10	0	10	0	10	0	10	0	10	0	10	0	0	0	0	0	0	0
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	0	10	10	10	0	10
10	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40	20	30	20	30	10	30	10	40	20	30	10	0	20	20	10	0	10
0	10	0	0	10	0	10	10	0	0	0	10	0	0	0	10	10	10
10	10	0	0	10	0	10	10	0	0	0	10	10	0	0	10	10	10
10	10	10	10	10	10	10	10	10	0	10	0	10	0	10	0	0	0
10	10	10	10	10	10	10	10	0	0	10	0	0	0	0	10	0	0
30	40	20	20	40	20	40	40	10	0	20	20	20	0	10	30	20	20
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	0	10	10	10	0	10	10	10
0	0	10	0	0	10	0	10	0	0	0	10	10	10	0	0	0	10
0	0	10	0	0	10	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	10	30	10	10	30	10	20	10	10	0	30	20	20	0	10	10	20

Fuente: Autoría propia.

5.2.1 Clasificación de los datos obtenidos (Prueba diagnóstica)

Los datos obtenidos se organizan según la competencia y el estándar que califica cada estándar, como se ilustra en la siguiente tabla

Tabla 17. Estándar por competencia

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	COMUNICACIÓN	RAZONAMIENTO
3 ^a . Utiliza números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.	2 ^a . Reconoce la diferencia entre el azar y la certeza de eventos.	1 ^a . Argumenta soluciones a partir de sus creencias culturales.
3b. Resuelve situaciones en las que el uso de la probabilidad es la esencia del problema.	2b. Reconoce la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de un evento a partir de una información o fenómeno.	1b. Utiliza la estimación como estrategia para dar respuestas sobre la probabilidad de eventos.
5 ^a . Asigna la probabilidad de la ocurrencia de un evento usando valores entre 0 y 1	4 ^a . Identifica y enumera el espacio muestral de un experimento aleatorio.	2c. Conjetura y pone a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.
5b. Asigna la probabilidad de ocurrencia de un evento dado, teniendo en cuenta el número de veces que ocurre el evento en relación con el número total de veces que realiza el experimento.	4b. Reconoce los diferentes casos favorables de un evento aleatorio.	3c. Asigna la probabilidad de la ocurrencia de un evento dado, teniendo en cuenta el número de veces que ocurre el evento en relación con el número total de veces que realiza el experimento.

Fuente: Elaboración propia.

5.2.2 Resultados por competencia en la prueba diagnóstica

Tabla 18. Puntuación de los datos por competencia

Competencia/Estudiante	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
RESOLUCIÓN	20	20	30	10	10	10	20	30	30	10	40	30	20	40	10	30	
COMUNICACIÓN	30	10	30	30	30	30	10	30	30	0	20	10	20	30	30	30	30
RAZONAMIENTO	10	20	10	30	20	20	20	20	10	10	40	10	10	10	30	10	10
CALIFICACIÓN TOTAL	60	50	70	70	60	60	50	80	70	40	70	60	60	100	50	70	
RESPUESTAS CORRECTAS	50%	42%	58%	58%	50%	50%	42%	67%	58%	33%	58%	50%	50%	50%	83%	42%	58%
RESPUESTAS INCORRECTAS	50%	58%	42%	42%	50%	50%	58%	33%	42%	67%	42%	50%	50%	50%	17%	58%	42%

20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	PROMEDIO
30	20	30	10	30	10	40	20	30	10	0	20	20	10	0	10	21,143
20	20	40	20	40	40	10	0	20	20	20	0	10	30	20	20	22,857
30	10	10	30	10	20	10	10	0	30	20	20	0	10	10	20	15,755
80	50	80	60	80	70	60	30	50	60	40	40	30	50	30	50	
67%	42%	67%	50%	67%	58%	50%	25%	42%	53%	33%	33%	25%	42%	25%	42%	
33%	58%	33%	50%	33%	42%	50%	75%	58%	47%	67%	67%	75%	58%	75%	58%	

Fuente: Autoría propia

Tabla 19. Consolidación de Resultados por competencia

COMPETENCIA	Promedio Puntaje	Promedio % Correctas	Promedio % Incorrectas	Nivel de desempeño
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	21,143	53,58%	46,43%	MÍNIMO
COMUNICACIÓN	22,857	57,13%	42,88%	MÍNIMO
RAZONAMIENTO	15,755	39,39%	60,61%	INSUFICIENTE
TOTAL	59,714			INSUFICIENTE

Fuente: Autoría propia

A partir de la información suministrada por la aplicación de las pruebas (inicial, final) se realiza un análisis propio de cada una de las pruebas con el propósito de identificar algunos casos particulares, en el caso de la prueba diagnóstica este análisis nos permitió identificar algunas dificultades puntuales que nos direcciono la estructuración de la guía de aprendizaje.

5.3 Análisis de la prueba diagnóstica

Luego de la caracterización y clasificación de los datos suministrados por la implementación de la prueba diagnóstica y debido a las características de los datos recolectados fue posible determinar de forma cuantitativa el nivel de desempeño por competencias matemáticas del pensamiento aleatorio de los estudiantes de séptimo grado de la institución educativa liceo del pacifico (INEDELPA).

Los niveles de desempeño identificados en la prueba diagnóstica, coinciden de manera proporcional a los datos revelados en el informe del ISCE de la prueba saber 9° del año 2017 los cuales fueron expuestos en nuestra investigación en la descripción del problema.

Como se representó en la *tabla 20 y 21*, los resultados de la prueba saber pro 2017 expuestos por el ISCE muestran porcentaje promedio entre las respuestas correctas e incorrectas de los estudiantes, dejando ver que las respuestas correctas no son ni siquiera el

50% del total. De igual forma, en comparación con los datos arrojados por la prueba diagnóstica estos porcentajes promedios se mantienen, y aunque, los porcentajes de las respuestas correctas son un tanto superiores, no son satisfactorios para un nivel educativo de acuerdo con el ICFES.

Tabla 20. Resultado comparativo entre Prueba Saber 9 GRADO 2017 y Prueba Diagnóstica Grado Séptimo 2021

COMPARATIVO	PRUEBA DIAGNÓSTICA GRADO 7- 2021		PRUEBA SABER PRO 2017	
COMPETENCIA	CORRECTAS	INCORRECTAS	CORRECTAS	INCORRECTAS
resolución de problemas	53,58%	46,43%	27%	73%
comunicación	57,13%	42,88%	43%	57%
razonamiento	39,39%	60,61%	31%	69%

Fuente: Autoría propia basada en los datos de la prueba diagnóstica y del MEN 2018

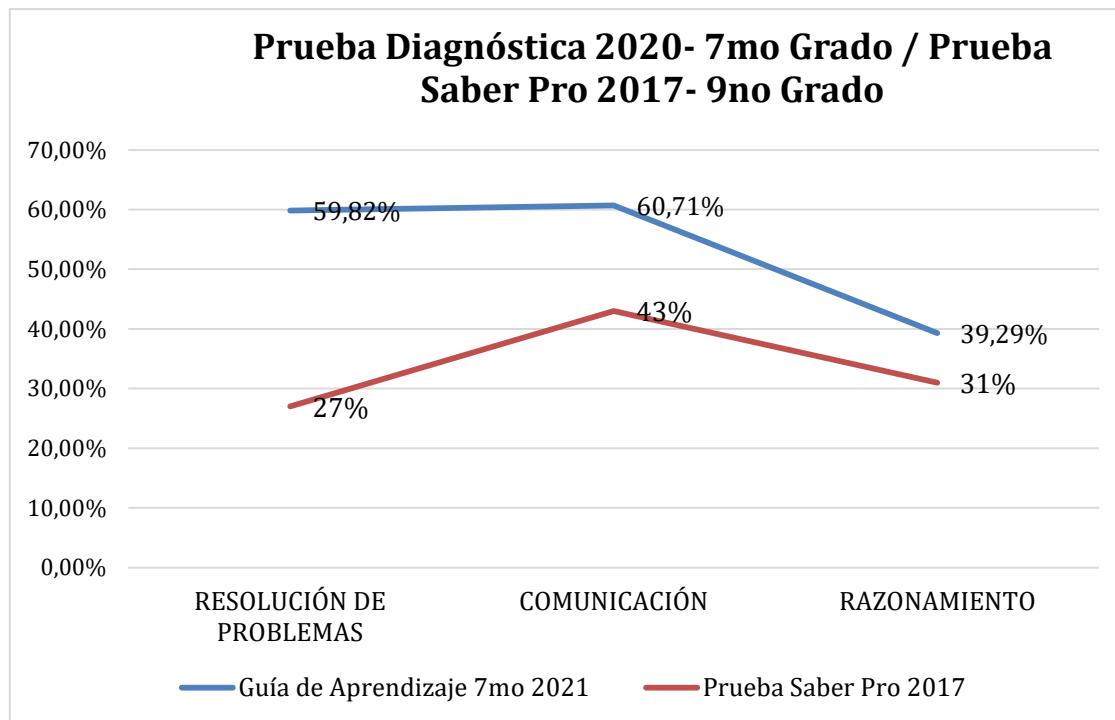
Tabla 21. Diferencia de puntuación Saber Pro 2017 / Prueba Diagnóstica

Competencia/ % de respuestas correctas	Prueba Diagnóstica 2020, Grado Séptimo	Prueba Saber pro 2017, Noveno Grado	Diferencia
resolución de problemas	53,58%	27%	26,58%
comunicación	57,13%	43%	14,13%
razonamiento	39,39%	31%	8,39%

Fuente: Autoría propia basada en los datos de la prueba diagnóstica y del MEN 2018

A continuación, con el fin de ser más representativos, se presentó un gráfico de dispersión en el cual se evidencia la diferencia entre los porcentajes promedios de la prueba diagnóstica y la prueba saber pro 2017. ver *figura 8*.

Figura 8. Gráfica de dispersión de Prueba Diagnóstica / Prueba Saber Pro de % de Respuestas correctas.



Basados en las características de los datos y la naturaleza de cada una de las clasificaciones se puede observar que los niveles de desempeño en ambos casos apuntan a una valoración por debajo de un nivel aceptable o satisfactorio.

Siendo un poco positivos, al analizar las respuestas de los estudiantes, se pudo sustraer que una gran cantidad respondió correctamente a la pregunta relacionada con el reconocimiento de la posibilidad o imposibilidad de un evento aleatorio, además de que también hubo una gran cantidad de respuestas correctas por parte de los estudiantes en relación con la diferencia entre azar y certeza. En este sentido, se puede afirmar que gran parte de los estudiantes no presentan dificultades con la adquisición de estos aprendizajes.

Del mismo modo, se puede observar que la mayor parte de los estudiantes no tiene dificultades al momento de realizar estimaciones a partir de datos para dar una respuesta o predicción acertada de un evento aleatorio, así como también se apoyan en sus creencias culturales para presagiar acerca de un fenómeno aleatorio, dejando de lado cálculos algorítmicos para concluir acerca de ello.

A pesar de que los anteriores hallazgos son de cierto modo positivos, el resto de las preguntas que apuntaban a las demás evidencias de aprendizaje tiene un gran declive en las respuestas obtenidas por parte de los estudiantes, debido a que estas respuestas son en gran parte incorrectas, lo que dio a entender que los estudiantes poseen diferentes dificultades en cuanto a los estándares que deben ser alcanzados en el grado 7, específicamente en las nociones probabilísticas.

Casos particulares, por ejemplo, la gran cantidad de estudiantes que respondieron de manera incorrecta al cuestionamiento que estaba dirigido a la resolución de situaciones en donde la probabilidad es la esencia del problema. Esto se había anticipado, de acuerdo con lo que menciona Penalva, Posada y Roig (2010) cuando afirman que a los estudiantes no se les presentan situaciones de este tipo, por lo que no están acostumbrados a usar las nociones probabilísticas para resolver estas situaciones, ya que no les son presentas y esto conlleva a que presenten dificultades en este ámbito.

Otro hallazgo muy particular, que aunque no sorprende, es necesario recalcar, ya que es un pilar fundamental en el acercamiento al cálculo de probabilidades de los eventos aleatorios, es la dificultad que presentó gran parte de los estudiantes en relación con el reconocimiento de los diferentes casos favorables de un evento aleatorio. Esto preocupa,

debido a que el reconocimiento de estos casos es esencial para calcular la probabilidad de un evento clásico, teniendo en cuenta que los casos favorables de dividen entre el total de casos, lo que puede causó que no se realizaran los cálculos probabilísticos de forma adecuada.

Del mismo modo, sucede con la asignación de la probabilidad partiendo de las veces que se produce algún evento, en relación con el número de veces que se realiza el experimento. La mayoría de los estudiantes respondió de forma incorrecta a la pregunta que apunta a la evidencia de este aprendizaje, es decir que los estudiantes de grado 7 de la institución objetivo no tienen en cuenta las veces que se produce un evento en determinado experimento para determinar la probabilidad de que dado evento vuelva ocurrir si se realizar nuevamente dicho experimento.

Así también, los estudiantes presentaron dificultades en las soluciones de las situaciones que contienen las otras preguntas, que, aunque la cantidad de estudiantes que respondieron incorrectamente no es tan magnate como en los hallazgos presentados anteriormente, son igualmente preocupantes debido a que son muchas las dificultades que estos estudiantes presentan.

Ahora bien, en cuestión del desarrollo de competencias y el nivel en que se encuentra la población objeto de estudio, se ve reflejado que hay una decadencia en cuanto a estas competencias matemáticas, ya que los estudiantes se encuentran entre los niveles insatisfecho y mínimo, los cuales son los más bajos en la escala, teniendo en cuenta que la cantidad de preguntas respondidas por los estudiantes no fueron acertadas.

A partir de estos hallazgos fue posible definir una estrategia didáctica focalizada en desarrollar nociones probabilísticas desde los conocimientos previos para definir una noción que permita la compresión de los temas posteriores, es decir definir un recurso o herramienta que permita que los estudiantes superen todas estas dificultades partiendo desde lo más básico hasta lo que deben de conocer y dominar en el grado 7, en relación con las nociones probabilísticas.

6. Guía de Aprendizaje

6.1 Descripción General de la Guía de Aprendizaje

La construcción de la guía de aprendizaje aplicada a los estudiantes de grado 7 de la institución tuvo dos focos principales para su construcción. Primero se tuvo en cuenta el modelo guía estructurado por el MEN (2020), el cual responde a las cuestiones: ¿Qué voy a aprender?, ¿Qué estoy aprendiendo?, Practico lo que aprendí, ¿Cómo sé que aprendí? y ¿Qué aprendí?, esto para tener una estructura base que se considere apropiada para la orientación de una temática en estos tiempos de anormalidad académica, más específicamente en pro de la compresión de las nociones probabilísticas que deben adquirir los estudiantes en este grado.

Por otra parte, otro aspecto que fue pilar importante para la construcción de la guía de aprendizaje fue el análisis realizado a la prueba diagnóstica, teniendo en cuenta las dificultades que presentaron los estudiantes en cuanto al desarrollo de competencias y la adquisición de los aprendizajes, con el fin de usar la guía de aprendizaje para superar las dificultades y fortalecer las nociones y concepciones probabilísticas que tienen los estudiantes de grado 7.

Inicialmente en la guía se presentó un recuadro informativo, en el cual se deben escribir los datos principales en relación con el nombre de la institución educativa, el área en la cual se enfoca la guía y el grado asignado para el desarrollo de la guía, además de esto se presentan dos casillas en las que se debe diligenciar el nombre del docente y abajo el del estudiante. Seguido de esto, se presenta la esencia del desarrollo de esta investigación que a su vez es a lo que se le apunta como objetivo principal, esto es, la comprensión e interpretación de los experimentos aleatorios a partir de los conceptos probabilísticos.

Figura 9. Introducción Guía de Aprendizaje

Guía de Aprendizaje No. ____



Nombre EE:	Institución Educativa Liceo del Pacífico	
Área:	Matemáticas	
Grado:	7º	
Nombre del docente		
Nombre del estudiante:		
Objetivo de aprendizaje:	Comprender e interpretar los experimentos aleatorios a partir de los conceptos probabilísticos.	
Fecha de recibido:	30/03/2021	Fecha de entrega:

Introducción

Esta guía está diseñada para que puedas aprender a usar el azar y la suerte en tu vida cotidiana, algunas cosas de que verás aquí son muy comunes para ti, ya las conoces y has jugado con algunos de los objetos que aquí se presentan. Te recomiendo que leas todo con mucha atención y resuelvas todas y cada una de las actividades que hay en la guía. ***“Recuerda que tú eres el actor principal de tu aprendizaje”.***

Fuente: Elaboración propia

Luego del recuadro informativo, se presenta una introducción, la cual tiene el fin de capturar la atención del estudiante, mencionando indirectamente lo que se va a encontrar al revisar las guía, partiendo del hecho de que se le menciona que verá cosas comunes de su vida cotidiana, además de que ha jugado con algunos de los objetos que en la guía aparecen. Por tal razón y por el contexto en que el estudiante de la institución se encuentra, es muy probable que conozca, domine o reconozca algunos de estos objetos. Sin embargo, se recalca la importancia y pertinencia de que cada una de las actividades de la guía deben ser resueltas, esto para obtener un proceso más completo.

Posteriormente, se pasa al interrogante: “*¿Qué voy a aprender?*”, también denominada “*exploración*”, se trata de acercar al estudiante al concepto o nociones que está próximo a conocer mediante preguntas o actividades que permitieron conocer los saberes

previos, es decir que tanto conocen o saben sobre el tema en cuestión ya sea directa o indirectamente.

¿Qué voy a aprender? (Exploración)

1. Si lanzas dos dados clásicos de seis caras, ¿cuál es la probabilidad de obtener la cantidad 7?
2. Si lanzas un solo dado es más probable que salga la cantidad 1 o 5?
3. ¿Cuál es la probabilidad de que apruebes matemáticas?



Como se puede observar en la anterior imagen, la forma que se trabajó la exploración en la guía fue mediante preguntas que son directamente de esencia probabilística, debido a que se cuestiona sobre la probabilidad de un evento aleatorio con dados y sobre la comparación entre dos casos probabilísticos, además de que use alguna expresión para representar la probabilidad de un evento, ya sea en fracciones, decimales o porcentajes.

Mencionar que el docente debe conocer los saberes previos de los estudiantes sería innecesario, ya que muchas investigaciones lo han demostrado. Sin embargo, es necesario recalcar como se debe direccionar las actividades para obtener los saberes previos de los estudiantes. Sobre esto, (Villegas y Pereira, 2015, p. 86) mencionan que:

“Cuando un docente de matemática evalúa los ‘conocimientos previos’ que posee el estudiante, es común que se enfoque en preguntas de índole matemático netamente, es decir, se centra en un contenido matemático específico, dejando de lado, aquellos elementos contextuales del estudiante (intereses, gustos, situación socioeconómica, entre otros)”

En este sentido, se tuvo en cuenta que únicamente no se deben evaluar los saberes netamente matemáticos, sino que a su vez, es necesario tener en cuenta elementos contextuales que giraran en torno a las preguntas que se le realizaran al estudiante. Por tal razón, se plantearon preguntas que se relacionaran con elementos cotidianos para el estudiante, además de que una pregunta está relacionada con su contexto académico y como considera que está su rendimiento en el ámbito matemático escolar.

Posteriormente, se presentó en la guía la “*estructuración*” o también llamado “*lo que estoy aprendiendo*”, en esta parte estuvo incluido lo que se consideró teóricamente apropiado en cuanto a las nociones y los conceptos arraigados a la probabilidad, teniendo así lo que es: un experimento aleatorio, un espacio muestral, un evento o suceso, la probabilidad y como se calcula la probabilidad. Estos conceptos se definieron de la forma más breve y concreta posible, para que fuera más adecuado y comprensible para los estudiantes.

A continuación, se presentan dos imágenes que contienen la información teórica y conceptual que se presentó en la guía de aprendizaje, además de los ejemplos claros que se contiene en cada uno de los conceptos abordados, considerando necesariamente la exemplificación para hacer más comprensible las nociones y acercamiento a la comprensión de los experimentos aleatorios desde la probabilidad. Partiendo del hecho, de cómo calcular la probabilidad y presentando un evento clásico de probabilidad como lo es la elección de balotas dentro de una esfera.

Lo que estoy aprendiendo (Estructuración)

Para el estudio de las probabilidades es necesario tener en cuenta los conceptos de experimento aleatorio, espacio muestral y evento.

EXPERIMENTO ALEATORIO

Es una acción o proceso que puede tener distintos resultados posibles y, cuyo resultado no se conoce hasta que se lleva a cabo.

Ejemplo:

- Lanzar una moneda
- Lanzar un dado
- Medir la cantidad de milímetros de lluvia caídos
- Elegir un número al azar
- Extraer al azar una bola de color rojo, de una urna que contiene bolas rojas, azules blancas.

ESPACIO MUESTRAL

El espacio muestral es el conjunto de todos los posibles resultados que se pueden dar al realizar un experimento aleatorio. El espacio muestral se simboliza con la S y se considera como el conjunto universal del experimento aleatorio.

Por ejemplo, lanzar dos dados y anotar el resultado. Estos pueden ser:

$$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$$

EVENTO

Si los elementos de un evento son los mismos elementos del espacio muestral, el evento se llama seguro.

- Si el evento es el conjunto vacío, se llama imposible.
- Si el evento es un conjunto unitario, el evento se llama unitario o simple.

EJEMPLO

Determinar el espacio muestral, sus eventos simples y un evento formado por dos eventos simples en el siguiente experimento aleatorio.

Extraer dos bolas de una urna que contiene 3 bolas rojas, 2 bolas verdes y 1 bola azul.

El espacio muestral corresponde a:

$$S = \{\text{bola azul, bola roja, bola verde}\}$$

Página 3 de 13

#LaEducacionEsDeTodos

Los eventos simples son:

{Bola azul}; {bola roja}; {bola verde}.

Los eventos compuestos son:

{Bola azul, bola verde}, {bola roja, bola azul}.

PROBABILIDAD

Es una de las ramas de la matemática que se asocia con el azar y los juegos, sin embargo, en la actualidad tiene varias aplicaciones, como la predicción del clima, la predicción de desastres naturales, los precios de los alimentos, la medicina, las compañías de seguros para analizar los riesgos de accidentes.

La probabilidad es el cálculo matemático que evalúa las posibilidades que existen de que una cosa suceda cuando interviene el azar.

Vamos a plantear un par de ejemplos, porque la probabilidad -como tantos conceptos en matemáticas, es una construcción abstracta, pero con ejemplos se entiende mejor.

Si giras la siguiente ruleta, ¿en qué números se puede parar?



La ruleta se puede parar en un número del uno al cinco. Hemos construido, sin darnos cuenta, lo que se llama un experimento (girar una ruleta) y el espacio muestral (los números del uno al cinco). El espacio muestral es un conjunto que tiene por elementos los sucesos que se pueden dar, esto es, los números del uno al cinco.

Por nuestras experiencias en el mundo de los juegos ya sabemos más cosas del experimento anterior. Es posible que la ruleta se pare en uno de esos números y es imposible que salga un ocho, por ejemplo. ¡Sabemos un montón de probabilidad y no nos damos cuenta!

Página 4 de 13

#LaEducacionEsDeTodos

Vamos a plantear otro experimento, en otro contexto distinto:
Viendo este parqueadero, si sale un carro de los que están parqueados, ¿de qué color podría ser?



Las probabilidades están muy claras, del parqueadero podría salir un carro rojo o uno amarillo. Es imposible que salga un carro verde, o una moto azul. Pero, aunque es posible que salga un carro amarillo, hay mucha más probabilidad de que sea rojo, porque hay muchos más coches rojos que amarillos.

¿Cómo se calcula la probabilidad?

Para calcular la probabilidad, continuando con el ejemplo anterior, no hay más que contar los coches que hay de cada color. Como 6 de los 7 coches del parqueadero son rojos, podemos plantearlo como una fracción: la probabilidad de que del parqueadero salga un coche rojo será una fracción con numerador 6 (el número de coches rojos) y denominador 7 (el número total de coches).

La probabilidad de que salga un carro rojo será igual a 6/7. La probabilidad de que salga un carro amarillo será igual a 1/7. La probabilidad de que salga un carro azul será 0, porque no hay coches azules aparcados.

Generalizando esta idea llegamos a como se calcula la probabilidad: con una fracción que se suele llamar regla de Laplace. Ponemos en el numerador el número de casos favorables y en el denominador el número de casos posibles.

Ya podemos calcular probabilidades de sucesos sencillos. Por ejemplo, podemos hacer predicciones de las bolas que pueden salir de este bombo:



En el bombo hay 8 bolas:

La probabilidad de que salga una concreta de el es 1/8
Pero cuatro bolas son iguales, y tienen el número 5, por lo que la probabilidad de que salga un cinco es 4/8.
Si te piden que apuestes por algún resultado, el más probable es el cinco.

Página 5 de 13

#LaEducacionEsDeTodos

Página 6 de 13

#LaEducacionEsDeTodos

Luego de la formalización de las concepciones y nociones probabilísticas, se presentó la siguiente parte de la guía que responde la práctica y ejecución, en esta parte fue necesario usar ejemplos cotidianos o comunes en donde se mantuviera estrictamente la esencia probabilística, tales como el lanzamiento de una moneda y de un dado. En estos casos, se puede evidenciar claramente el cálculo de la probabilidad a través de estos experimentos aleatorios.

Práctico lo que aprendí (Práctica y ejecución)

Ejemplo: Lanzar una moneda al aire



Si lanzas una moneda la probabilidad de que salga cara es $1/2$, fijate que es la misma de que salga cruz.

Ejemplo: Tirar un dado

Si lanzas un dado de seis caras la probabilidad de que salga un tres será $1/6$.



También puedes calcular la probabilidad de que salga un número par, ya que las caras que muestran un número par son 3 (2, 4 y 6) de un total de seis caras, es, por tanto, $3/6 = 1/2$

Adicional a los ejemplos, también era necesario plantear una actividad con diferentes problemas con el fin de afianzar al estudiante y poner en práctica lo que se le ha presentado hasta el momento. Esta actividad consiste en 4 problemas en donde se pueden evidenciar los

diferentes aprendizajes planteados por el MEN (2006) en cuanto a las nociones probabilísticas, vista desde los estándares que los estudiantes deben alcanzar.

Inicialmente la primera actividad consiste en seleccionar las imágenes que correspondan a un experimento aleatorio, teniendo en cuenta que se debe apuntar a que el estudiante reconozca la diferencia entre el azar y la certeza de eventos.

Figura 10. Guía de aprendizaje: Experimento aleatorio

Actividad

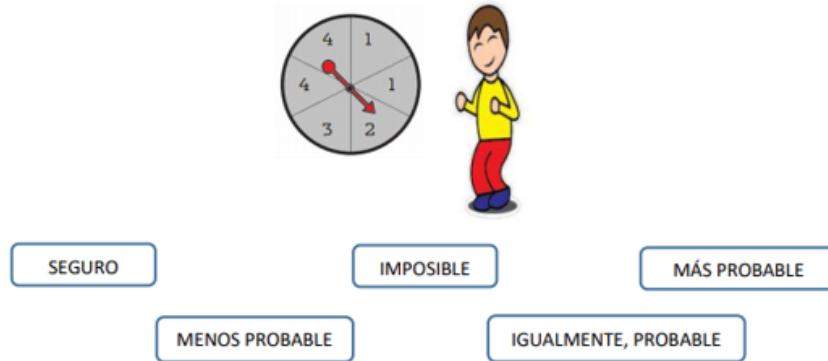
1. Encierra con rojo, las imágenes que representan un experimento aleatorio.



La segunda actividad de la práctica y ejecución consiste en analizar la posibilidad o imposibilidad de un evento, además de las comparaciones entre los diferentes casos favorables de un experimento, mediante un experimento con un reloj y diferentes cantidades distribuidas proporcionalmente, es decir una especie de ruleta con diferentes valores que se pueden obtener aleatoriamente.

Figura 11. Guía de aprendizaje: Posibilidad de un evento.

2. Juan girará la ruleta para ver qué color o número saldrá. Completa las oraciones con las palabras que se presentan a continuación, según el experimento realizado:



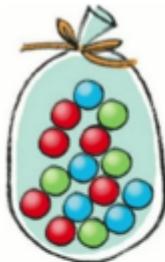
- a. Es _____ que la aguja caiga en el número 8.
- b. Es _____ que la aguja caiga en el número 1 que en el número 4.
- c. Es _____ que la aguja caiga en el número 3.
- d. Es _____ que la aguja caiga en el color gris.
- e. Es _____ que la aguja caiga en un número mayor que 1.
- f. Es _____ que la aguja caiga en el número 2 y en el color blanco al mismo tiempo.

Fuente: Elaboración propia.

Las actividades 3 y 4 contienen situaciones con objetos los cuales tienen esencia probabilística, es decir que al ser usados de la forma correcta puede ser muy beneficiosos para que los estudiantes logren comprender y acercarse más a las nociones probabilísticas. La actividad 3 consiste en elegir al azar de una bolsa una balota de diferentes colores y la actividad 4 consiste en el lanzamiento de dados y a raíz de estas diferentes situaciones se plantean algunas preguntas en relación con el cálculo de probabilidades y la posibilidad o imposibilidad de eventos, además de la comparación de diferentes casos favorables de probabilidad.

Figura 12. Guía de Aprendizaje: Probabilidad

3. Julián, Carlos, María y Yoselin están jugando a la lotería con unas balotas de colores que están dentro de una bolsa. En la bolsa hay 6 balotas rojas, 4 verdes y 5 azules.



Julián toma la bolsa para iniciar a sacar las balotas mientras sus amigos intentan predecir de qué color será la balota que saldrá.

- Carlos menciona que el color de la balota que saldrá será rojo. ¿Este suceso es posible o imposible? ¿Por qué?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que al sacar una balota salga una de color azul? ¿Por qué?
 - Maria dice que la balota que saldrá de la bolsa será de color amarillo. ¿Este suceso es posible o imposible?
 - Sí se saca una balota de la bolsa ¿Es más probable que salga una azul o una verde? ¿Por qué?
4. Andrés está jugando con dos dados clásicos de 6 caras enumerados del 1 al 6. El decidió organizar en una tabla la cantidad que obtenía al realizar 10 lanzamientos.

La tabla es la siguiente:

Lanzamiento	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad obtenida	7	8	5	7	6	9	7	6	8	7



Teniendo en cuenta la tabla responde:

- ¿Por qué crees que la cantidad 7 fue la que más se obtuvo?
- Si Andrés lanza de nuevo los dados ¿es más probable que se obtenga la cantidad 6 o 8? ¿Por qué?
- ¿Es posible que al lanzar los dados Andrés obtenga la cantidad 2? ¿Cómo es posible esto?
- ¿Qué tan probable es que al lanzar el par de dados Andrés obtenga una cantidad de 14? ¿Por qué?

Fuente: Elaboración propia.

Después de estas actividades que se presentan, en la guía se da paso a la siguiente parte que se denomina “*¿Cómo sé que aprendí?*”, la cual es el pilar y base fundamental del desarrollo de esta investigación, debido a que en esta se presenta la evaluación de la guía de aprendizaje y es con la que se puede verificar si los estudiantes han adquirido las nociones probabilísticas o si desempeño ha cambiado en cuanto al desarrollo de la prueba diagnóstica.

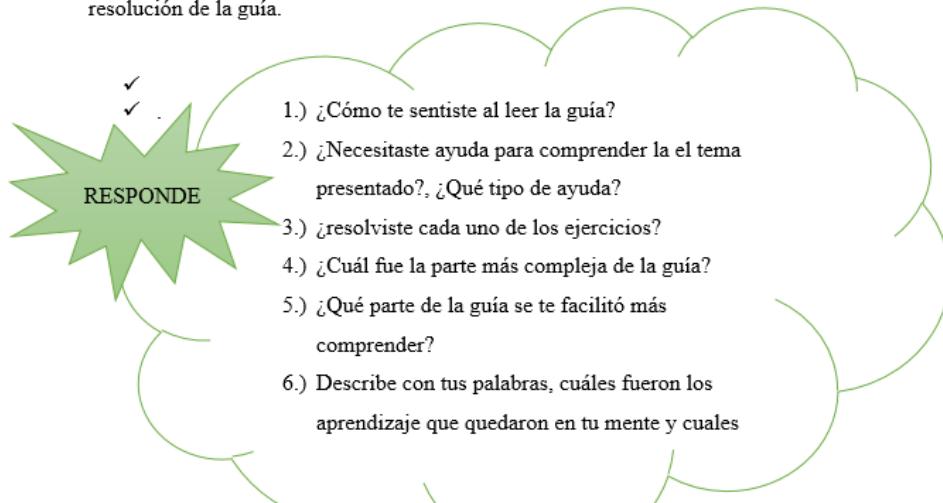
Esta evaluación está diseñada con la misma estructura que la prueba diagnóstica, teniendo en cuenta diferentes contextos, pero apuntando al cumplimiento de las evidencias de aprendizaje y al desarrollo de las competencias matemáticas, es decir que consta de 12 preguntas de opción múltiple, subdivididas en 4 preguntas por cada una de las 3 competencias. Todo esto con el fin de obtener resultados que se puedan comparar con los de la prueba diagnóstica y así validar que tan pertinente es la guía de aprendizaje para ser aplicada a los estudiantes de grado 7.

Finalmente, se presenta el interrogante “*¿Qué aprendí?*” que a su vez se denomina como evaluación y consta de 6 preguntas que el estudiante debe responder de acuerdo con el desarrollo de la guía.

Figura 13. Guía de aprendizaje: Preguntas sobre la resolución de la guía

¿Qué aprendí? (Evaluación)

En esta sesión responde con total sinceridad las preguntas que se presentan, las cuales van encaminadas a conocer las dificultades y los avances que tuviste en el proceso de resolución de la guía.



Fuente: Elaboración propia

Esta parte final, es una autoevaluación que debe realizar el estudiante, debido a que es de suma importancia que el mencione como le pareció la guía en términos de dificultad, si le fue cómoda o no, si usó algún tipo de ayuda para resolver la guía y lo más relevante de esta parte es que el estudiante describa los aprendizajes que logró adquirir cuando desarrolló la guía en su totalidad. Con esto, se puede determinar si los estudiantes adquirieron algunas nociones probabilísticas en relación con los experimentos aleatorios.

En suma, cada uno de los componentes que se presentó en la guía de aprendizaje se consideró que cumple a cabalidad con lo estipulado en el MEN (2020), en cuanto a la estructura de una guía de aprendizaje, en este caso para la comprensión de los experimentos aleatorios a partir del concepto de probabilidad.

La recolección de los datos y el análisis se dan de la misma forma que la Prueba Diagnóstica, de las tablas 12,13,14.

6.2 Caracterización de los datos obtenidos (Guía de aprendizaje)

Tabla 22. Caracterización de datos de la guía de aprendizaje

#	Estándar/ Estudiante	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
3.a	Utiliza números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.	10	10	10	0	10	0	10	0	10	10	0	0	10	0
3.b	Resuelve situaciones en las que el uso de la probabilidad es la esencia del problema.	10	10	10	10	10	0	10	10	10	10	0	10	10	10
5.a	Asigna la probabilidad de la ocurrencia de un evento usando valores entre 0 y 1	0	10	0	0	0	10	10	0	0	10	10	0	0	0
5.b	Asigna la probabilidad de ocurrencia de un evento dado, teniendo en cuenta el número de veces que ocurre el evento en relación con el número total de veces que realiza el experimento.	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
RESOLUCIÓN	RESULTADO	30	40	30	20	30	20	40	20	30	40	20	20	30	20
2.a	Reconoce la diferencia entre el azar y la certeza de eventos.	0	0	0	10	0	10	0	10	0	10	0	10	0	0
2.b	Reconoce la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de un evento a partir de una información o fenómeno.	10	0	10	10	10	10	10	0	10	10	0	0	0	10
4.a	Identifica y enumera el espacio muestral de un experimento aleatorio.	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
4.b	Reconoce los diferentes casos favorables de un evento aleatorio.	10	10	10	10	10	10	0	10	10	10	10	10	10	10
COMUNICACIÓN	RESULTADO	30	20	30	40	30	40	20	30	30	40	20	30	20	30
1.a	Argumenta soluciones a partir de sus creencias culturales.	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
1.b	Utiliza la estimación como estrategia para dar respuestas sobre la probabilidad de eventos.	0	10	0	10	10	10	10	10	0	0	10	0	0	0
2.c	Conjetura y pone a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0
3.c	Asigna la probabilidad de la ocurrencia de un evento dado, teniendo en cuenta el número de veces que ocurre el evento en relación con el número total de veces que realiza el experimento.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0
RAZONAMIENTO	RESULTADO	10	20	10	30	20	20	20	20	10	10	40	10	10	10

Continuación

15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
10	0	10	10	10	0	10	10	0	10	0	10	10	10
0	10	10	10	0	10	0	10	0	10	10	10	10	10
0	0	10	10	10	10	0	10	10	10	10	10	10	10
10	10	0	10	0	10	10	0	10	0	0	10	0	0
30	20	40	40	20	40	20	30	20	30	20	40	30	30
0	0	0	0	10	0	10	10	0	10	10	0	10	0
10	10	10	10	10	0	10	10	0	10	10	0	0	0
0	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
20	30	30	30	40	20	40	40	20	40	40	20	30	20
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	0
10	0	0	0	0	10	0	0	10	0	10	0	0	0
10	0	0	0	0	10	0	0	10	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	10	10	10	10	30	10	10	30	10	20	10	10	0

Fuente: Elaboración propia.

6.2.1 Resultados por competencia en la guía de aprendizaje

Tabla 23. Resultados por competencia, Guía de Aprendizaje

Estándar/ Estudiante	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
RESOLUCIÓN	30	40	30	20	30	20	40	20	30	40	20	20	30	20
COMUNICACIÓN	30	20	30	40	30	40	20	30	30	40	20	30	20	30
RAZONAMIENTO	10	20	10	30	20	20	20	20	10	10	40	10	10	30
CALIFICACIÓN														
TOTAL	70	80	70	90	60	80	80	80	70	90	80	60	70	90
RESPUESTAS CORRECTAS	58%	67%	58%	75%	50%	67%	67%	67%	58%	75%	67%	50%	58%	75%
RESPUESTAS INCORRECTAS	42%	33%	42%	25%	50%	33%	33%	33%	42%	25%	33%	50%	42%	25%

15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	PROMEDIO
30	20	40	40	20	30	20	30	20	30	20	40	30	30	28,21
20	30	30	30	40	20	40	40	20	40	40	20	30	20	29,64
10	10	10	10	10	30	10	10	30	10	20	10	10	0	15,71
60	60	80	80	70	80	70	80	70	80	80	60	70	50	
50%	50%	67%	67%	58%	67%	58%	67%	58%	67%	67%	50%	75%	42%	
50%	50%	33%	33%	42%	33%	42%	33%	42%	33%	33%	50%	25%	58%	

Fuente: Elaboración propia

Tabla 24. Consolidación de resultados por competencia

COMPETENCIA	Promedio Puntaje	Promedio % Correctas	Promedio % Incorrectas	Nivel de desempeño
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	28,21	59,82%	40,18%	SATISFACTORIO
COMUNICACIÓN	29,64	60,71%	42,88%	SATISFACTORIO
RAZONAMIENTO	15,71	39,29%	60,71%	INSUFICIENTE
TOTAL	73,56	53,27%	46,73%	MÍNIMO

Fuente: Elaboración propia.

6.3 Análisis de la guía de aprendizaje

Después de implementar y recoger los datos obtenidos de las soluciones de los estudiantes con la guía de aprendizaje, se lograron observar distintas particularidades, entre ellas está que solo 28 de los 35 estudiantes que realizaron la prueba diagnóstica lograron entregar la guía de aprendizaje a tiempo, lo que conllevó a realizar el análisis de los datos a partir de las 28 soluciones, debido a que esta investigación debe ser un proceso completo por parte de los sujetos a estudiar para evitar distorsiones en los datos. Cabe resaltar, que esto no afecta la investigación debido a que se compararon los promedios obtenidos usando como base el índice de medición de competencias del ICFES (2017) y únicamente se realizaron las comparaciones con las medias obtenidas de los 28 estudiantes.

Inicialmente, se presentó los resultados comparativos entre la guía de aprendizaje y las pruebas saber pro 2017, en ella se puede observar que hay una gran diferencia entre los porcentajes de las respuestas correctas e incorrectas de cada prueba, además de que el porcentaje de respuestas correctas en la competencia de comunicación y resolución de problemas supera el 50% de respuestas correctas. Sin embargo, la competencia de razonamiento mantiene un nivel muy bajo de respuestas incorrectas, aunque es superior en la guía de aprendizaje.

Tabla 25. Resultados comparados de Guía de Aprendizaje con Prueba Saber Pro 2017

COMPARATIVO	GUÍA DE APRENDIZAJE 2020. GRADO SÉPTIMO		PRUEBA SABER PRO 2017	
COMPETENCIA	CORRECTAS	INCORRECTAS	CORRECTAS	INCORRECTAS
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	59,82%	40,18%	27%	73%
COMUNICACIÓN	60,71%	39,29%	43%	57%
RAZONAMIENTO	39,29%	60,71%	31%	69%

Fuente: Elaboración propia.

Ahora bien, si nos enfocamos únicamente en las diferencias de los porcentajes de las respuestas correctas, se puede observar que la competencia de resolución de problemas tuvo una diferencia superior al 30%, lo que hace que sea muy satisfactorio, debido a que se logró un avance significativo. Del mismo modo, se tiene que en la competencia comunicativa se logró una diferencia superior al 17% y en razonamiento únicamente la diferencia fue de 8%. Aunque las diferencias de las dos últimas competencias no son tan significativas como la primera, es notable que hubo un cambio positivo entre las dos pruebas.

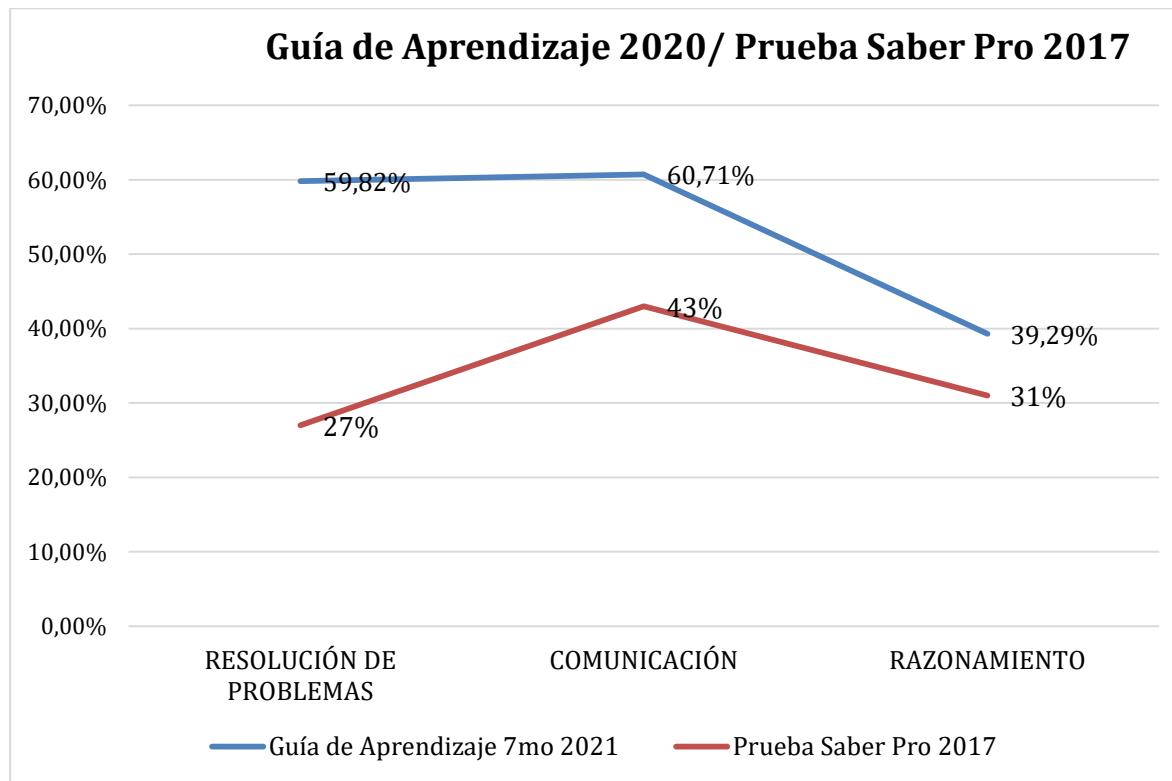
Tabla 26. Comparativo Guía de Aprendizaje Séptimo 2020/ Prueba Saber Pro Noveno 2017

Competencia/ % de respuestas correctas	Guía de Aprendizaje 2020, Grado Séptimo	Prueba Saber pro 2017, Noveno Grado	Diferencia
Resolución de problemas	59,82%	27%	32,82%
Comunicación	60,71%	43%	17,71%
Razonamiento	39,29%	31%	8,29%

Fuente: Elaboración propia.

Si se ubican estos datos en un gráfico de dispersión como en el que se presenta a continuación, se ve evidentemente las diferencias entre los porcentajes de las respuestas correctas, además de como la dispersión es menor en la competencia de razonamiento. Por lo tanto uno de los aspectos a revisar más profundamente es la competencia de razonamiento para próximas investigaciones.

Figura 14. Gráfica de dispersión Guía de Aprendizaje 2020-7 grado/ Prueba Saber Pro 2017-9 grado



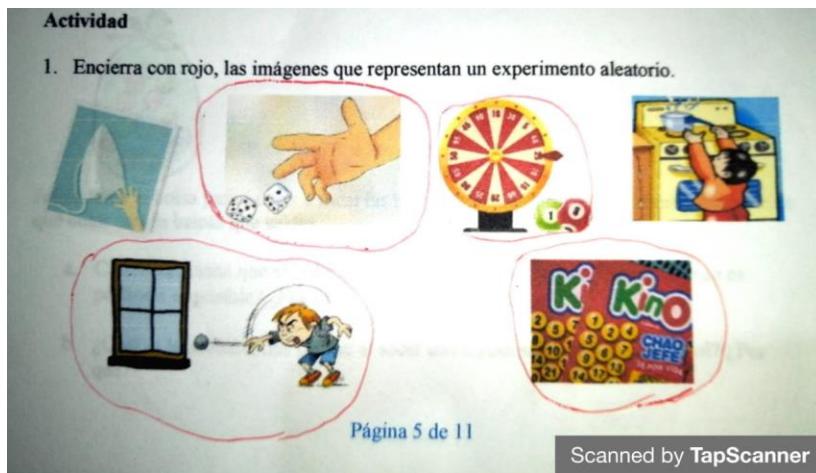
Fuente: Elaboración propia.

Además de esto, otro aspecto a rescatar que se desglosa más adelante, es el hecho de que hay una evidente mejoría en cuanto al desarrollo de competencias y la adquisición de los aprendizajes a los que se apuntaron, debido a que los estudiantes tuvieron, generalmente, más respuestas correctas en comparación con la prueba diagnóstica. De igual forma, el desarrollo de las actividades anteriores a la evaluación presentada en la guía también tuvo un buen desarrollo por parte de los estudiantes, lo que hace que el proceso sea más completo en cuanto al objetivo principal de la guía de aprendizaje.

Ahora bien, uno de los aspectos más importantes qué se debe destacar luego de la aplicación de la guía de aprendizaje. es el desarrollo de cada una de las actividades anteriores

a la evaluación (¿cómo sé que aprendí?). Desde un punto de vista negativo, preocupa mucho el hecho de que el 25% de los estudiantes presentaron dificultades en el desarrollo de la actividad número 1, la cual consistía en encerrar con color rojo las imágenes que representaban un experimento aleatorio el incluso algunos de estos estudiantes no respondieron la actividad, lo que es más preocupante aún.

Cómo se puede apreciar en la siguiente imagen, efectivamente uno de los estudiantes encerró todas las imágenes que correspondía a un experimento aleatorio. Sin embargo, señaló una imagen que no correspondía con el objetivo de la actividad, la cual es la que muestra a un niño arrojando una piedra a una ventana.



Debido a todo lo presentado anteriormente, se puede afirmar qué algunos estudiantes no reconocen en su totalidad cuando un experimento es aleatorio, por lo que pueden presentar dificultades en cuanto al “*reconocimiento de azar y certeza de un evento*”, es decir que presentaron dificultades en el desarrollo de la competencia comunicativa, teniendo en cuenta esta actividad como base.

Por otra parte, uno de los tantos aspectos positivos del desarrollo de estas actividades son los resultados de la actividad 2, debido a que el total de los estudiantes respondió adecuadamente a lo que se pedía en cada punto de esta actividad. Esta actividad consistía determinar la posibilidad o imposibilidad de un evento teniendo en cuenta una ruleta con números, además de clasificar entre más o menos probable el resultado de un evento.

La siguiente imagen muestra la solución de la actividad 2 por parte de uno de los estudiantes, en donde se puede apreciar que el desarrollo es correcto debido a que usó y ubicó cada una de las palabras (seguro, imposible, menos probable, igualmente probable y más probable) en el lugar correspondiente.

2. Juan girará la ruleta para ver qué color o número saldrá. Completa las oraciones con las palabras que se presentan a continuación, según el experimento realizado:



The roulette wheel has four equal sectors labeled 1, 2, 3, and 4. The arrow points to sector 2.

SEGURO IMPOSIBLE MÁS PROBABLE

MENOS PROBABLE IGUALMENTE, PROBABLE

a. Es imposible que la aguja caiga en el número 8.
b. Es igualmente probable que la aguja caiga en el número 1 que en el número 4.
c. Es menos probable que la aguja caiga en el número 3.
d. Es seguro que la aguja caiga en el color gris.
e. Es mas probable que la aguja caiga en un número mayor que 1.
f. Es imposible que la aguja caiga en el número 2 y en el color blanco al mismo tiempo.

Teniendo en cuenta esta actividad y las respectivas soluciones de los estudiantes, se puede afirmar que “*reconocen la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de un evento a partir de una información o fenómeno*”, respondiendo así a un desarrollo adecuado de la competencia comunicativa, en cuánto a esta evidencia de aprendizaje.

Las actividades 1 y 2 que se presentaron en la guía, más exactamente en “practico lo que aprendí”, cumplen la función de acercamiento a las nociones más elementales y bases de la probabilidad, ya que están en relación con reconocer la certeza, el azar, la posibilidad o imposibilidad en los eventos o fenómenos que se presentan y en términos generales, los estudiantes estuvieron relativamente bien para el cumplimiento de estas evidencias de aprendizaje, aunque algunos tuvieron dificultades en la actividad 1.

Otros aspectos positivos que se rescataron del desarrollo de las actividades, es que la gran mayoría de los estudiantes presento soluciones correctas en cuanto a las preguntas desglosadas en la actividad 3. Esta actividad, además de esperar que el estudiante reconociera la posibilidad o imposibilidad de eventos, apuntaba a que los estudiantes calcularan y compararan la probabilidad de experimentos aleatorios. Uno de los casos con mejor desempeño en esta actividad es el siguiente:

3)

- a) es posible, ya que hay 6 rojas si hay posibilidad
- b) su probabilidad es de 0,33 porque: hay 5 en un total de 15
- c) es imposible ya que no hay balotas amarillas
- d) es mas probable que salga una azul azul, ya que la verde tiene 0,26 y la azul 0,33

Teniendo en cuenta esta imagen, se podría afirmar que el estudiante reconoce la posibilidad e imposibilidad de eventos, calcula la probabilidad de ellos y también compara las probabilidades. Además de esto sustenta sus respuestas haciendo uso del cálculo de probabilidades y las diferentes representaciones numéricas qué se deben usar en estas nociones probabilísticas. Cabe señalar que este no es el único caso en dónde se respondió adecuadamente, sino que también hay más estudiantes qué respondieron de esta forma.

Por otra parte, en las resoluciones de esta actividad también hay casos muy particulares, debido a que algunos estudiantes respondieron adecuadamente, pero se argumentaron sus respuestas presentando el “por qué” de estas y en otros casos se presentaron argumentaciones, pero dejando de lado el uso de cálculos y nociones de probabilidad, como lo es el siguiente caso:

Responde dentro de este recuadro:

a) Es posible porque hay valotas rojas
b) Hay muchas posibilidad de que salga una valota azul
c) Es imposible
d) Es mas probable que salga una azul porque hay mas

Scanned by TapScanner

Como se puede observar, las respuestas presentadas por este estudiante son correctas, pero carecen de argumentación y del uso de nociones probabilísticas para apoyar sus respuestas, este caso también se presentó en soluciones de otros estudiantes. Además también hay soluciones de algunos estudiantes que fueron incorrectas en algunas literales de esta actividad, pero en su gran mayoría respondieron de forma correcta y con una excelente argumentación en cuanto al uso de la probabilidad.

Finalmente, la actividad 4 tuvo un desarrollo igual que en la actividad anterior y se lograron obtener insumos que permitieron afirmar que más del 75% de los estudiantes reconoce y aplica nociones probabilísticas en relación con los experimentos aleatorios de un evento dado, partiendo del hecho de que reconocen los casos favorables de un evento determinado, la imposibilidad o imposibilidad del mismo, utiliza las diferentes representaciones de los números racionales para asignar valores de probabilidad entre 0 y 1 y conjetura sobre los resultados de un experimento aleatorio (MEN, 2006).

Ahora bien, luego de analizar el conjunto de actividades que se presentó en la guía, es necesario analizar los resultados de la evaluación en relación con los aprendizajes y las competencias que los estudiantes han adquirido luego de realizar la guía. A partir esto, se tiene que el desarrollo de la evaluación por parte de los estudiantes fue regular, debido a que se mantienen en un nivel aceptable-mínimo en la escala de medición del promedio del ICFES, pero en un balance general se obtienen muchos aspectos positivos sobre la realización de esta evaluación.

Tabla 27.

COMPETENCIA	PROMEDIO PUNTAJE	NIVEL DE DESEMPEÑO
Resolución de problemas	28,21	Satisfactorio
Comunicación	29,64	Satisfactorio
Razonamiento	15,71	Insuficiente

Fuente: Elaboración propia

Como se logra observar a través de la anterior tabla, el nivel de desempeño en el desarrollo de las competencias resolución de problemas y comunicación es aceptable de acuerdo a la escala de valoración. Sin embargo, el nivel de desempeño en la competencia de

razonamiento es mínimo, debido a que algunos estudiantes respondieron de forma incorrecta en las preguntas que giraban en torno a esa competencia.

Estos resultados se derivan de diferentes dificultades que los estudiantes presentaron en cuanto al uso de estimaciones como estrategia para dar respuestas sobre probabilidad de eventos, la asignación de la probabilidad teniendo en cuenta el número de veces que ocurre un evento y la conjetura de predicciones sobre un evento. Estas evidencias de aprendizaje, son aquellas en las que los estudiantes tuvieron un rendimiento muy bajo, debido a que en su gran mayoría no respondió correctamente las preguntas que iban en relación con estos aprendizajes.

En términos generales, el desarrollo de la evaluación (¿cómo sé que aprendí?), aunque se esperaba un mejor resultado, fue bueno por parte de los estudiantes, debido a que, en comparación con las actividades anteriormente realizadas, se logró observar un avance en pro de mejorar la comprensión e interpretación de los experimentos aleatorios a través de las nociones probabilísticas. Esta mejoría se puede apreciar más adelante en el cotejo que se realizó de los resultados de la prueba diagnóstica vs los de la guía de aprendizaje.

6.4 Cotejo: Prueba diagnóstica vs guía de aprendizaje

La realización de esta investigación contó con la participación inicial de 35 estudiantes del grado 7 los cuales presentaron la prueba diagnóstica sin embargo, por algunas situaciones de disponibilidad y conectividad solo 28 estudiantes lograron desarrollar la guía de aprendizaje y para la finalidad de esta investigación se planteó la realización de un cotejo (comparación), solo con la población que realizó las dos pruebas. esto con el fin de realizar un análisis más puntual sobre los resultados de la investigación, y además validar la eficacia de la implementación de la guía de aprendizaje.

Se presenta la siguiente tabla en la que especifica el promedio (puntaje) y el nivel de desempeño de los estudiantes, tanto en la prueba diagnóstica como en la guía de aprendizaje, Para la construcción de esta tabla, se tomó en cuenta la escala de medición del ICFES presentada en la metodología y planteo una equivalencia de los puntajes, debido a que se debían adaptar a las condiciones de esta investigación. Así mismo, se especifica los intervalos de medición, a que corresponde cada puntaje y el nivel de desempeño en el que se encuentra.

Nivel de desempeño por competencia	Insuficiente	Mínima	Satisfactoria	Avanzada
Rango	8-20,16	20,24-27,52	27,6-33,84	33,92-40

Fuente: Elaboración propia. Basada en Saber Pro Noveno Grado, 2019.

RANGO DE PUNTAJE DE LOS TRES COMPONENTES	NIVEL DE DESEMPEÑO
(8-20,16]	Insuficiente: Indica que los estudiantes no logran superar ninguno de los estándares propuestos.
(20,24-27,52)	Mínimo: Los estándares alcanzados son pocos para la comprensión de este tema.
(27,6-33,84)	Satisfactorio: Cumple con los estándares exigidos por el grado.
(33,92-40)	Avanzado: Supera todos los estándares propuestos.

Fuente: Elaboración propia Basada en Saber Pro Noveno Grado, 2019.

Como se puede apreciar en la *tabla 26*, se realizó un comparativo entre los puntajes promedios obtenidos en la prueba diagnóstica y la guía de aprendizaje, de la cual se puede sustraer diferentes aspectos. Inicialmente se puede decir que hay una diferencia significativa en las competencias resolución de problemas y comunicación, debido se evidencia un aumento positivo en los resultados de la guía de aprendizaje, es decir que hay eficacia en la guía para el desarrollo de estas competencias.

Del mismo modo, se aprecia que hay un aumento en los niveles de desempeño, debido a que se pasó de estar en un nivel mínimo a un nivel satisfactorio, es decir que los estudiantes pasaron de alcanzar poco los estándares para comprender el concepto de probabilidad a cumplir con esos estándares que le permiten comprender las nociones probabilísticas. Sin embargo, un dato bastante preocupante es la constancia en el puntaje obtenido en la competencia de razonamiento, debido a que su nivel de desempeño se mantuvo en insuficiente y además bajó unas décimas en el puntaje pasando de 15,755 a 15,72.

Tabla 28. Cotejo Prueba Diagnóstica / Guía de Aprendizaje

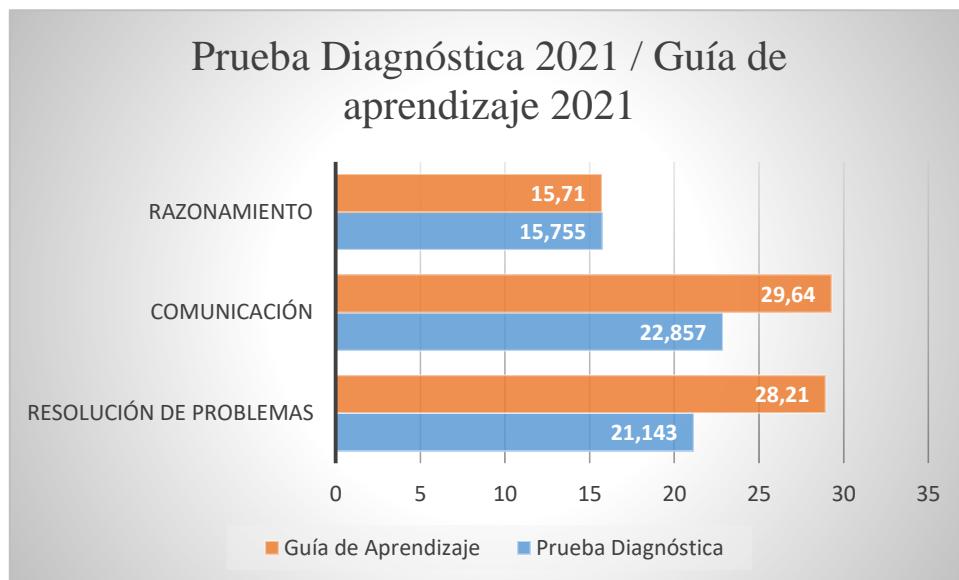
COMPETENCIA	Prueba Diagnóstica	Guía de Aprendizaje	Diferencia
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	21,143	28,21	7,067
COMUNICACIÓN	22,857	29,64	6,783
RAZONAMIENTO	15,755	15,71	-0,045
TOTAL	59,714	73,56	13,846

Fuente: Elaboración propia Basada en Saber Pro Noveno Grado, 2019.

Ahora bien, para presentar de una forma más clara los puntajes y las diferencias que hay entre ellos en la prueba diagnóstica y la guía de aprendizaje se recurre al siguiente gráfico, en el cual se puede apreciar el aumento en el nivel de desempeño de las competencias

resolución de problemas y comunicación, pero casi la misma puntuación promedio en la competencia de razonamiento.

Figura 15. Gráfico de Cotejo Prueba Diagnóstica / Guía de Aprendizaje



Fuente: Elaboración propia basado en resultados prueba diagnóstica y guía de aprendizaje

Por otra parte, se presentó el cotejo (comparativo) en porcentajes de respuestas correctas entre la prueba diagnóstica y la guía de aprendizaje, además las diferencia que hay entre los puntajes promedio, ya sea aumento o disminución.

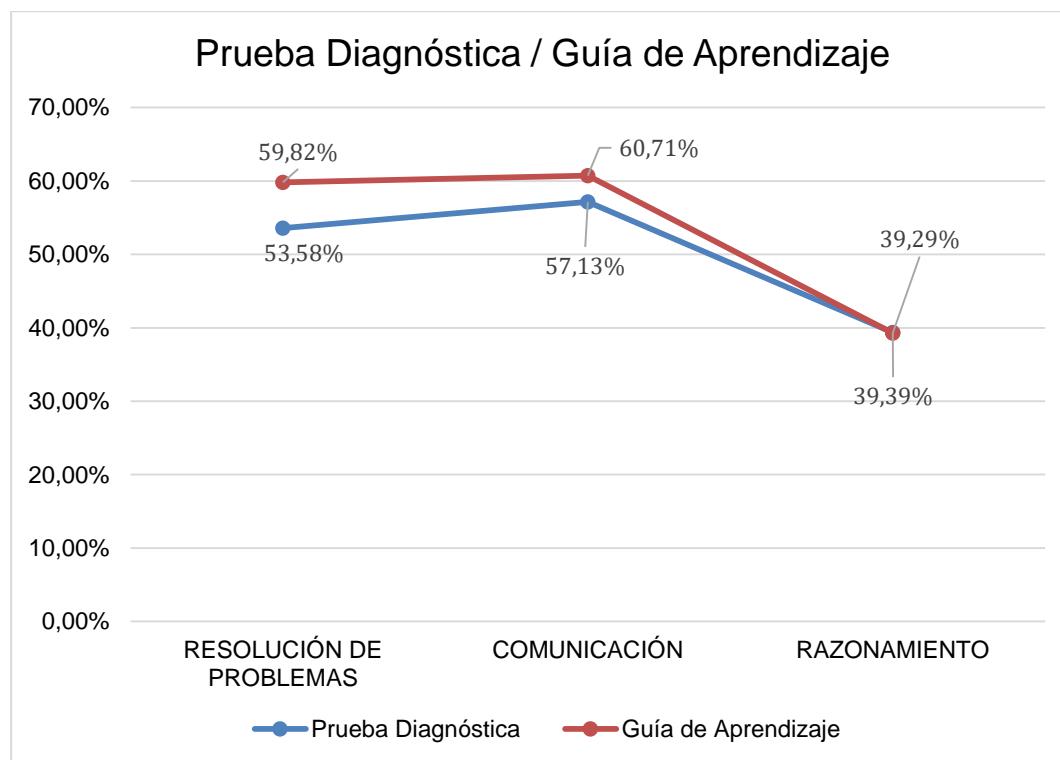
Tabla 29. Comparativo % de Respuestas correctas de Prueba Diagnóstica/ Guía de Aprendizaje

COMPETENCIA/ % de Respuestas Correctas	Prueba Diagnóstica	Guía de Aprendizaje	Diferencia
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	53,58%	59,82%	6,24%
COMUNICACIÓN	57,13%	60,71%	3,58%
RAZONAMIENTO	39,39%	39,29%	-0,10%

Fuente: Elaboración propia Apoyado en resultados prueba diagnóstica y guía de aprendizaje

En la *tabla 29* y en la *figura 15* se muestran los datos obtenidos luego del cotejo entre la prueba diagnóstica y la guía de aprendizaje. En ellos, se presenta las diferencias de aumento y reducción entre los porcentajes de respuestas correctas de ambas pruebas, como se puede observar la guía fue eficaz en para desarrollar las competencias de resolución de problemas y comunicación, debido a que hubo un aumento porcentual de respuestas correctas y aunque en el desarrollo de la competencia de razonamiento no hubo un avance positivo, la diferencia entre la prueba diagnóstica y la guía de aprendizaje es poca, aunque es negativa.

Figura 16. Gráfico de Dispersión de respuestas correctas: Prueba Diagnóstica/ Guía de Aprendizaje



Fuente: Elaboración propia apoyado en resultados prueba diagnóstica y guía de aprendizaje

Analizando los datos obtenidos y los gráficos representativos, se pueden sustraer diferentes aspectos, en cuanto a lo positivo y negativo de la implementación de la guía de aprendizaje. Como primer aspecto positivo, se tiene que el puntaje promedio que obtuvieron los estudiantes en la guía de aprendizaje, en cuanto a la resolución de problemas, es superior

por 7,067 puntos, pasando de 21,143 a 28,21 en puntaje promedio, lo cual hace que el nivel de desempeño pase de mínimo a satisfactorio.

De igual forma, la comunicación tuvo un desarrollo positivo en cuando al puntaje promedio obtenido en la guía de aprendizaje, debido a que tuvo un puntaje superior al obtenido en la prueba diagnóstica, es decir que los estudiantes fueron más eficaces luego de que se les implementara la guía de aprendizaje, debido a que al igual que en la anterior competencia pasaron de un nivel de desempeño mínimo a aceptable. Esto se observa, ya que pasaron de 22,85 a 29,64 en el puntaje promedio, es decir que se obtuvo un aumento de 6,79 puntos, en relación con la implementación de la guía de aprendizaje.

Por otra parte, un aspecto negativo y que además es bastante preocupante, es el hecho de que el desarrollo de la competencia razonamiento, se mantuvo en un nivel de desempeño mínimo, ya que de acuerdo a la escala de valoración del ICFES el puntaje no sobrepasa este nivel. Sin embargo, lo más preocupante no es solo que se haya mantenido ese nivel, sino que además el puntaje promedio disminuyó en 0,045 puntos, pasando de 15,755 a 15,71 en promedio.

Teniendo en cuenta estos aspectos, se puede afirmar que la implementación de la guía de aprendizaje fue eficaz, no tanto como se esperaba, pero sí en términos de nivel de desempeño, ya que si se presentó una mejoría en cuanto a los resultados obtenidos de la prueba y los de la guía.

6.4.1 Verificación Hipótesis de investigación

La hipótesis que se planteó para el desarrollo de esta investigación es que la guía de aprendizaje diseñada es un recurso idóneo en la educación remota para los estudiantes del grado séptimo del INEDELPA, en aras de fortalecer la compresión de las nociones

probabilísticas basada en el desarrollo de competencias matemáticas. Por tal motivo, se presenta a continuación la prueba de hipótesis de medias apareadas de cola superior con el estadístico t de student para la toma de decisión, con el fin de aceptar o rechazar la hipótesis, es decir, validar si la guía de aprendizaje fue efectiva o no.

Para poder aplicar la prueba de medias apareadas de cola superior y validar la hipótesis fue necesario definir nociones y fórmulas que se deben tener en cuenta para la misma:

La hipótesis nula (H_0), en este caso sería:

H_0 : La guía de aprendizaje diseñada no es un recurso idóneo en la educación remota para los estudiantes del grado séptimo del INEDELPA, en aras de fortalecer la compresión de las nociones probabilísticas basada en el desarrollo de competencias matemáticas (la guía didáctica no tiene efecto)

La hipótesis alternativa entonces sería:

H_a : la guía de aprendizaje diseñada si es un recurso idóneo en la educación remota para los estudiantes del grado séptimo del INEDELPA, en aras de fortalecer la compresión de las nociones probabilísticas basada en el desarrollo de competencias matemáticas (la guía didáctica tiene efecto)

En otras palabras, para hacer más entendible la hipótesis nula y la alternativa la podríamos definir de la siguiente manera:

$H_0: \mu_D \leq 0$: La calificación promedio en una competencia específica obtenida después de implementar la guía de aprendizaje no es superior a la calificación promedio obtenida en la prueba diagnóstica (La guía no tiene efecto en el fortalecimiento de dicha competencia)

Ha: $\mu_D > 0$: La calificación promedio en una competencia específica obtenida después de implementar la guía de aprendizaje si es superior a la calificación promedio obtenida en la prueba diagnóstica (la guía de aprendizaje si fortalece dicha competencia)

Para efectos de esta investigación el estadístico t-student que se debe usar en esta prueba es el siguiente:

$$t = \frac{\bar{D} - \ddot{u}}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

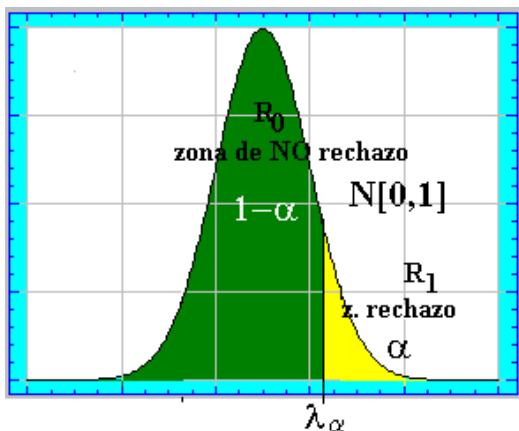
Donde:

\bar{D} : Media muestral de las diferencias entre las calificaciones (Guía de aprendizaje – prueba diagnóstica).

\ddot{u} : Media hipotética de las diferencias.

S: Desviación estándar de las diferencias entre las calificaciones (Guía de aprendizaje – prueba diagnóstica).

n: El tamaño de la muestra.



Importante tener en cuenta:

La hipótesis nula se debe rechazar si solo sí $t > t_{\alpha}$.
 $\alpha: 5\%$, es el nivel de significancia de la prueba.

$t_{0.05} = 1.70$ con 27 grados de libertad.

- Resolución de problema

P. DIAGNOSTICA	20	20	30	10	10	20	30	30	30	10	40	30	20	40	10	30	30	20	30	10	30	10	40	20	30	10	30	10	30	
G. DE APRENDIZAJE	30	40	30	20	30	20	40	20	30	40	20	20	30	20	30	40	40	20	30	20	30	20	30	20	30	20	30	20	30	
DIFERENCIA	10	20	0	10	20	10	20	-10	0	10	10	-20	0	0	-10	10	10	10	0	0	10	0	10	-10	0	10	20	0	20	0

Media: 5

Desviación estándar: 10

$$t = \frac{5 - 0}{\sqrt{\frac{10}{28}}} = 2,64$$

tc: 2,64

Teniendo en cuenta que tc es igual a 2,64, entonces cae en la zona de rechazo. Por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa, es decir que la guía de aprendizaje diseñada si es un recurso idóneo en la educación remota para los estudiantes del grado séptimo del INEDELPA, en aras de fortalecer la compresión de las nociones probabilísticas basada en el desarrollo de la competencia resolución de problemas.

- Comunicación

P. DIAGNOSTICA	30	10	30	30	30	30	10	30	30	0	20	10	20	30	30	30	30	20	20	40	20	40	40	40	10	0	20	10	0
G. DE APRENDIZAJE	30	20	30	40	30	40	20	30	30	40	20	30	20	30	20	30	30	40	20	40	40	20	40	40	20	30	20	30	
DIFERENCIA	0	10	0	10	0	10	10	0	0	40	0	20	0	0	-10	0	0	10	20	-20	20	0	-20	30	40	0	20	20	0

Media: 7,5

Desviación estándar: 17,81

$$= \frac{7,5 - 0}{\sqrt{\frac{17,81}{28}}} = 2,22$$

tc: 2,22

Teniendo en cuenta que t_c es igual a 2,22, entonces cae en la zona de rechazo. Por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y se afirma la hipótesis alternativa, es decir que la guía de aprendizaje diseñada si es un recurso idóneo en la educación remota para los estudiantes del grado séptimo del INEDELPA, en aras de fortalecer la compresión de las nociones probabilísticas basada en el desarrollo de la competencia comunicación.

- Razonamiento

P. DIAGNOSTICA	10	20	10	30	20	20	20	20	10	10	40	10	10	10	30	10	10	30	20	30	10	30	10	40	20	30	10	0
G. DE APRENDIZAJE	10	20	10	30	20	20	20	20	10	10	40	10	10	10	30	10	10	10	10	30	10	10	30	10	20	10	10	0
DIFERENCIA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	-20	0	0	-20	-10	0	0	-20	20	-30	0	-20	0	-20	0	0	

Media: -2,85

Desviación estándar: 10,83

$$= \frac{-2,85 - 0}{\sqrt{10,83}} = -1,39$$

t_c : -1,39

Teniendo en cuenta que t_c es igual a -1,39, entonces no cae en la zona de rechazo. Por lo tanto se acepta la hipótesis nula y se afirma niega la hipótesis alternativa, es decir que la guía de aprendizaje diseñada no es un recurso idóneo en la educación remota para los estudiantes del grado séptimo del INEDELPA, en aras de fortalecer la compresión de las nociones probabilísticas basada en el desarrollo de la competencia razonamiento.

Ahora bien, se consideró necesario realizar una última prueba de medias apareadas, pero de forma global, es decir teniendo en cuenta el puntaje total obtenido en todo el desarrollo de las competencias, teniendo en cuenta la prueba diagnóstica y el guía de aprendizaje. Esta prueba ayudó a determinar de una forma más puntual si la propuesta de la

guía de aprendizaje si es eficaz para la comprensión de los experimentos aleatorios usando las nociones probabilísticas.

- **Puntaje total de ambas pruebas (prueba diagnóstica vs guía de aprendizaje)**

P. DIAGNOSTICA	60	50	70	70	60	60	50	80	70	40	70	60	60	60	100	50	70	80	50	80	60	80	70	60	30	50	60	40
G. DE APRENDIZAJE	60	80	70	90	60	80	80	80	70	90	80	60	70	90	60	60	80	80	70	80	70	80	80	70	80	60	70	50
DIFERENCIA	0	30	0	20	0	20	30	0	0	50	10	0	10	30	-40	10	10	0	20	0	10	0	0	20	50	10	10	10

Media: 11,07

Desviación estándar: 17,49

$$= \frac{11,07 - 0}{\sqrt{17,49}} = -$$

tc: 3,34

Teniendo en cuenta que tc es igual a 3,34, entonces cae en la zona de rechazo. Por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y se afirma la hipótesis alternativa, es decir que la guía de aprendizaje diseñada si es un recurso idóneo en la educación remota para los estudiantes del grado séptimo del INEDELPA, en aras de fortalecer la compresión de las nociones probabilísticas basada en el desarrollo de las tres competencias que evalúa el ICFES.

Considerando los anteriores resultados que se obtuvieron al realizar las pruebas de medias apareadas, se valida de forma positiva la guía de aprendizaje para estudiantes de grado 7, en relación con el fortalecimiento de la comprensión e interpretación de experimentos aleatorios usando nociones probabilísticas basados en las competencias de resolución de problemas y comunicación. Sin embargo, es necesario hacer una revisión en cuanto a la construcción de la guía para poder desarrollar de una buena forma la competencia de razonamiento.

Conclusiones

En consecuencia, con los datos y situaciones observadas en esta investigación y basados en los argumentos expuestos para el desarrollo y cumplimiento de los objetivos propuestos, se presentan las conclusiones desde tres momentos centrales del proceso: construcción, aplicación y cotejo.

1. Construcción:

El diseño de una guía de aprendizaje bajo las condiciones de educación remota demanda definir de forma más consciente los desempeños a desarrollar en cada actividad expuesta en la guía, ya que por la estructura y aspectos que se manejan en esta se debe manejar un lenguaje preciso y conciso para el desarrollo teórico como para las orientaciones de uso.

Dicho lenguaje debe ser flexible ya que, debido a las condiciones actuales la participación de algunos entes del núcleo familiar o social se encuentra más presente en estos procesos por ende no se debe desconocer ni conceder condiciones cotidianas que no sea lo suficientemente significativas o conocidas por el estudiante.

Es muy importante señalar que la construcción de una estrategia didáctica depende de aspectos como: temática, condiciones y saberes previos en este caso en particular las nociones probabilística corresponden a un conjunto de temáticas desarrollados dentro del área de matemáticas sin embargo, por su naturaleza discrepa con algunos fundamentos matemáticos es por ello que la explicación, aplicación y construcción de este concepto en los estudiantes parte de sus nociones intuitivas desarrolladas a partir de distintas situaciones que le permiten identificar dichas nociones.

2. Aplicación:

En el proceso de aplicación pudimos observar diversos factores que de una u otra manera interferían en el desarrollo de la actividad académica principalmente dificultades de conectividad o disposición virtual que no permitían una comunicación frecuente entre el estudiante y el docente evidenciando una anormalidad académica que no brinda las condiciones necesarias para realizar un seguimiento continuo de las actividades desarrolladas por el estudiante lo que no permite que se desarrolle una guía de aprendizaje como su estructura lo demanda.

En definitiva, el proceso de enseñanza de las nociones probabilísticas en la actualidad (educación remota) necesita de espacios y situaciones que se encuentren ubicadas en una realidad cercana ya que las actividades que evocan alguna experiencia o conocimiento previo generan en el estudiante una reflexión comprensiva que el permita comprender la sistematización matemática (propiedades) dentro de situaciones indeterministas (aleatorios).

3. Cotejo:

Los resultados obtenidos de la implementación de la guía de aprendizaje en el estudiantes para el fortalecimiento de las competencias matemáticas en el pensamiento aleatorio de los estudiantes del liceo del pacifico; grado 7° fueron mayores a los obtenidos en la prueba diagnóstica y a los datos expuestos por el ISCE del 2017, sin embargo, no representa un aumento completamente satisfactorio en todas las competencias, ya que la diferencia entre la puntuación inicial y la final en razonamiento no es una cantidad significativa que permita exponer una mejoría.

Por ende, se logra verificar la validez de la hipótesis de investigación planteada en el presente proyecto, y se concluye que la guía de aprendizaje diseñada en base a las etapas de

aprendizaje de Dienes modificadas por Olecka sí fortalece o mejora las competencias básicas en matemática, ya que el nivel de desempeño final en todas las competencias evaluadas es superior a las competencias básicas iniciales.

Recomendaciones

Finalmente, luego de todo este trabajo investigativo y de campo es importante hacer un llamado a la comunidad educativa sobre la construcción y manejo de una guía de aprendizaje dentro de los parámetros de educación remota ya que esta condición demanda en el docente destrezas de creatividad y pedagogía bastante contundentes que permita solventar las dificultades de la disposición virtual que padece la gran mayoría de estudiantes en nuestro territorio.

Dicha creatividad y pedagogía debe ir de la mano de una estrategia lógica secuencial que genere una dinámica que reemplace o se asemeje a la dinámica escolar, para ello se pueden conformar semilleros de apoyo, grupos de trabajo, horarios específicos, etc, todas estas se pueden organizar través de plataformas virtuales o dependiendo de la ubicación territorial del estudiante esto nos facilita tener a los estudiantes vinculados entre ellos generando espacios de conversación reflexión y construcción conjunta.

Además, es muy importante reconocer e identificar cual es la cotidianidad real a la que se está enfrentando la gran mayoría de estudiantes ya que es muy frecuente estigmatizar y suponer alunas situaciones por lo que comúnmente o culturalmente se distingue de la zona sin embargo muchas de las situaciones supuestas a algunas actividades como pesca agricultura artesanía etc, no son reconocidas por los estudiantes ni los padres de familias.

Referencias Bibliográficas

- Abreu, S. M. P., & Nicot, J. M. (2016). Actualización en la teoría de las probabilidades. Primera parte. Update, 2016.
- Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? Blaix, 15(2), 13. Recuperado de: <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/BLAIX.pdf>
- Batanero, C. (2001). Didáctica de la Estadística. Granada: Universidad de Granada. Recuperado de: <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/didacticaestadistica.pdf>
- Batanero, C., Ortiz, J., Serrano, L. (2007). Investigación en Didáctica de la Probabilidad. p 7. Recuperado de: <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/uNOiNVESTIGACION.pdf>
- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. Relime, 8(3), 247-264.
- Batanero, C., Godino, J., Green, D., Holmes, P., & Vallecillos, A. (1994). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. International Journal of Mathematics Education in Science and Technology, 25(4), 527-547.
- Bono Cabré, R. (2012). Diseños cuasi-experimentales y longitudinales.
- Brousseau, G. (1999). Educación y Didáctica de las Matemáticas. Educación Matemática. México, noviembre de 1999.
- Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas. (Fregona. D, Trad). Buenos Aires, Argentina. Libros del Zoral.
- Brousseau, G. (1981). Los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemáticas (Trad. Departamento de Matemática Educativa). México: Cinvestav.(Original en francés, 1976).
- Buitrago Gómez, L. E., Verónica Torres, L., & Hernández Velásquez, R. M. (2009). La secuencia didáctica en los proyectos de aula un espacio de interrelación entre docente y contenido de enseñanza.

- Camargo, L. (2018). Estrategias cualitativas de investigación en Educación Matemática. *Manuscrito no publicado*.
- Castaño, A. O. (2018). La comprensión de conceptos estadísticos en la educación secundaria. *Scientia et technica*, 23(4), 586-593.
- Castellanos, S., & Martha, P. (2015). ¿Son las TIC realmente, una herramienta valiosa para fomentar la calidad de la educación?}
- Crespo, V. T., & Álvarez, C. Á. (2018). Análisis de las Páginas Web de los Centros Públicos de Educación Secundaria de Cantabria (España). REICE: Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, 16(3), 49-65.
- Mallart, J. (2001) Didáctica: concepto, objeto y finalidades. En Didáctica para psicopedagogos. Madrid: Uned.
- MEN (2016). Derechos básicos de aprendizaje matemáticas. 1-88. Recuperado de: <https://www.cife.edu.mx/recursos/DBA/Derechos-Basicos-de-Aprendizaje/Derechos-Basicos-de-Aprendizaje-Matematicas.pdf>
- MEN, (1998). Lineamientos Curriculares para el área de matemáticas. Colombia, Santafé de Bogotá, Colombia: MEN
- MEN, (2006). Estándares Básicos de competencias en matemáticas. Santafé de Bogotá, Colombia: MEN.
- Naranjo, G., & Torres, B. Y. (2018). PROBABILI-TIC: Una herramienta para fortalecer el razonamiento probabilístico. RECME-Revista Colombiana de Matemática Educativa, 3(1), 83-85.
- Obando, G. (2015). Sistema de prácticas matemáticas en relación con las razones, las proporciones y la proporcionalidad en los grados 3° y 4° de una institución educativa de la educación básica (Doctoral dissertation, Universidad del Valle). (s.f.).
- Osorio, M., Suarez, A. y Uribe, C. (2013). Revisión de alternativas propuestas para mejorar el aprendizaje de la Probabilidad. Revista virtual. Universidad Católica del Norte.
- Penalva, M. C., Posadas, J. A., & Roig, A. I. (2010). Resolución y planteamiento de problemas: contextos para el aprendizaje de la probabilidad. Recuperado de: <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v22n3/v22n3a3.pdf>
- Pita Fernández, S., & Pértegas Díaz, S. (2002). Investigación cuantitativa y cualitativa. *Cad Aten Primaria*, 9, 76-78.
- Restrepo B, Luis F y González L, Julián (2003). La Historia de la Probabilidad. Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias, 16 (1), 83-87. [Fecha de Consulta 17 de Septiembre de 2020]. ISSN: 0120-0690. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=2950/295026121011>

Anexos

Anexo 1. Diseño de la prueba diagnóstica.

NOMBRE DEL ESTUDIANTE:

FECHA:

GRADO:

Objetivo de la prueba diagnóstica	Conocer las nociones probabilísticas que poseen los estudiantes en relación con el desarrollo de competencias matemáticas
--	---

PRUEBA DIAGNOSTICA

NOTICIAS DE BUENAVENTURA



A continuación se presentan un conjunto de noticias de diferentes temas de interés, las cuales han sido televisadas en un canal de noticias de Buenaventura, lee con mucha atención cada pregunta y responde.

SITUACIÓN #1. Avance informativo: “*Por una fuerte lluvia no se pudo realizar la marcha por la paz*”. El día 11 de febrero de 2021 no se pudo realizar la marcha por la paz. Una señora de 70 años colocó un cuchillo y un tenedor en la mitad de la vía para que parara la lluvia. Cuando la lluvia se detuvo se pudo realizar la marcha.



De acuerdo con esta noticia responde:

1. ¿Es posible que una persona controle el clima realizando prácticas culturales como la anterior?
 - a) No, el clima es un fenómeno que no se puede controlar.
 - b) Sí, los adultos mayores conocen muchos métodos saber las condiciones climáticas.
 - c) Ninguna de las anteriores

2. La siguiente tabla muestra el tiempo que duró la lluvia durante 5 días anteriores a la marcha

Día	1	2	3	4	5	Marcha
Tiempo de lluvia	2 horas	2 horas	2 horas	1 hora	1 hora y media	x

Responde:

¿Cuánto es el tiempo estimado que duró la lluvia el día de la marcha?

- a) 4 horas
- b) 1 hora
- c) 2 horas

SITUACIÓN #2. Noticia en materia de Lotería: “*Hay nuevo millonario en Buenaventura, ganó con el número 1207 y es su misma fecha de cumpleaños*”. El hombre, un señor de 65 años, ganó el “Chontico día” con su misma fecha de cumpleaños, ya que él nació el 12 de Julio.



De acuerdo con esta información responde:

3. ¿Crees que fue suerte que el señor se ganara el premio mayor?
- a) Sí, los números menores que 5000 salen muy poco en la lotería.
 - b) Sí, porque el número 1207 es solo una posibilidad de muchos números más.
 - c) No, porque el número 1207 es una cantidad baja y puede salir mucho.
4. ¿Qué tan probable es que el número 1207 vuelva a salir mañana en la lotería “chontico día”?
- a) muy poco probable, porque solo es una posibilidad de muchas otras posibilidades.
 - b) Bastante probable, porque si ya salió un día puede salir al otro.
 - c) Bastante probable, son muy pocos los números que pueden salir.
5. ¿Qué tan seguro es que tu fecha de cumpleaños salga en la lotería así como le sucedió al hombre?
- a) Imposible, son muchos números y la fecha de mi cumpleaños es una entre muchas
 - b) Muy poco probable, porque es una sola fecha entre muchas posibilidades más.
 - c) Seguro, mi fecha de cumpleaños es la más probable.

SITUACIÓN #3. Noticias en materia de tecnología: “*PARCHIS el nuevo juego en la cuarentena*”. Debido a la cuarentena por el Covid-19 los niños y jóvenes han recurrido a buscar con que distraerse, el juego “parchís” se ha convertido en la solución. Este juego es como el parqués clásico, pero con reglas diferentes y lo mejor de todo es que es una app que puedes descargar en tu celular.

Algunas reglas de parchis:

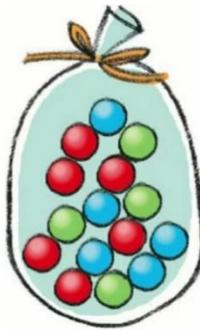
- Para poder iniciar a mover las fichas debes sacar 5 en uno o en la suma de los dos dados.
- Si obtienes un doble avanzas y vuelves a tirar.
- Si sacas 3 dobles consecutivos la última ficha que desplazaste regresa a casa.



De acuerdo con las reglas de parchis, responde:

6. ¿Qué tan probable es obtener “5” al lanzar un solo dado? ¿Al lanzar los dos dados aumenta la posibilidad de obtener “5”?
 - a) Más probable que obtener los demás números porque el “5” es el número que más se repite. No aumenta al lanzar los dos dados.
 - b) No hay posibilidades de que se obtenga el número “5”. Si aumenta las posibilidades.
 - c) Igual de probable que obtener otro número, porque los 6 números tienen las mismas posibilidades. Si aumenta la posibilidad con 2 dados.
7. ¿Qué tan seguro es que al lanzar los dados obtengas un doble?
 - a) regularmente seguro, porque hay 7 dobles entre las 36 cantidades posibles.
 - b) Muy seguro, casi siempre salen los dobles.
 - c) Imposible, los dobles no salen al lanzar los dados.
8. Sí ya he sacado dos dobles consecutivamente. ¿Qué tan probable es que obtenga un tercer doble en el siguiente lanzamiento?
 - a) Muy probable, ya que se han obtenido dos dobles anteriormente.
 - b) Es tan probable como los demás lanzamientos, porque el tercer lanzamiento es independiente los anteriores.
 - c) Poco probable, los dobles son muy difíciles de obtener.

SITUACIÓN #4. Noticias en materia de Deportes: “*Ya se tiene el método para seleccionar al equipo que irá al mundial Qatar 2022*”. La federación de fútbol decidió realizar una bolsa con balotas de colores para seleccionar al equipo que irá a la competencia.



SELECCIONES NACIONALES:
Colombia: Balotas rojas.
Perú: Balotas verdes.
Ecuador: Balotas azules.

Responde:

9. ¿Cuántas posibilidades tiene cada equipo de ser seleccionado? ¿Cuál es el equipo que tiene mayor posibilidad de ser seleccionado?
- a) Colombia 6 posibilidades, Perú 4 y Ecuador 5. El equipo con mayores posibilidades es Colombia, porque tiene 6 opción de 15 posibles.
 - b) Todos los equipos tienen 6 posibilidades.
 - c) Ecuador tiene 6 posibilidades, Colombia y Perú tienen 5. El equipo con más posibilidades es Ecuador.
10. Si se selecciona una balota al azar, ¿Es más favorable que se obtenga una balota de color rojo a una azul?
- a) No, las balotas azules tiene más posibilidades de ser obtenidas.
 - b) Ambas balotas tienen las mismas posibilidades de ser elegidas.
 - c) Sí, porque las balotas rojas son más que las balotas azules.

SITUACIÓN #5. Noticias en materia de economía: “*Hay un nuevo multimillonario y es colombiano*”. Un hombre de Colombia ganó el premio mayor en las vegas, luego de apostar a que lograría obtener al menos 4 veces la cantidad “7” al lanzar dos dados clásicos. De acuerdo con la siguiente tabla este es el registro de los lanzamientos y la cantidad obtenida en cada lanzamiento:

Lanzamiento	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad obtenida	7	8	5	7	6	9	7	6	8	7

Responde:

11. ¿Cuál es la probabilidad de obtener la cantidad “7” al lanzar dos dados clásicos?
- a) 6/36

- b) 50%
- c) 25%
- d) $\frac{3}{4}$

12. Si se realiza otro lanzamiento ¿Qué cantidad tiene más probabilidades de salir?

- a) El número 8 es el que más probabilidades tiene de salir.
- b) El número 7 es el que más probabilidades tiene, porque es el que más se ha obtenido.
- c) El número 7 es el que más probabilidades tiene de ser obtenido porque es el más alto.

Muchos éxitos

Recuerde: “*La educación no cambia al mundo, cambia a las personas que van a cambiar al mundo*”.

Anexo 2. Diseño de la guía de aprendizaje:

Guía de Aprendizaje No. _____



Nombre EE:	Institución Educativa Liceo del Pacífico		
Área:	Matemáticas		
Grado:	7°		
Nombre del docente			
Nombre del estudiante:			
Objetivo de aprendizaje:	Comprender e interpretar los experimentos aleatorios a partir de los conceptos probabilísticos.		
Fecha de recibido:	30/03/2021	Fecha de entrega:	

Introducción

Esta guía está diseñada para que puedas aprender a usar el azar y la suerte en tu vida cotidiana, algunas cosas de que verás aquí son muy comunes para ti, ya las conoces y haz jugado con algunos de los objetos que aquí se presentan. Te recomiendo que leas todo con mucha atención y resuelvas todas y cada una de las actividades que hay en la guía. **“Recuerda que tú eres el actor principal de tu aprendizaje”**.

¿Qué voy a aprender? (Exploración)

1. Si lanzas dos dados clásicos de seis caras, ¿cuál es la probabilidad de obtener la cantidad 7?

2. Si lanzas un solo dado es más probable que salga la cantidad 1 o 5?

3. ¿Cuál es la probabilidad de que apruebes matemáticas?



Lo que estoy aprendiendo (Estructuración)

Para el estudio de las probabilidades es necesario tener en cuenta los conceptos de experimento aleatorio, espacio muestral y evento.

EXPERIMENTO ALEATORIO

Es una acción o proceso que puede tener distintos resultados posibles y, cuyo resultado no se conoce hasta que se lleva a cabo.

Ejemplo:

- Lanzar una moneda
- Lanzar un dado
- Medir la cantidad de milímetros de lluvia caídos
- Elegir un número al azar.
- Extraer al azar una bola de color rojo, de una urna que contiene bolas rojas, azules blancos.

ESPACIO MUESTRAL

El espacio muestral es el conjunto de todos los posibles resultados que se pueden dar al realizar un experimento aleatorio. El espacio muestral se simboliza con la S y se considera como el conjunto universal del experimento aleatorio.

Por ejemplo, lanzar dos dados y anotar el resultado. Estos pueden ser:

$$S = \{(1,1); (1,2); (1,3); (1,4); (1,5); (1,6); (2,1); (2,2); (2,3); (2,4); (2,5); (2,6); (3,1); (3,2); (3,3); (3,4); (3,5); (3,6); (4,1); (4,2); (4,3); (4,4); (4,5); (4,6); (5,1); (5,2); (5,3); (5,4); (5,5); (5,6); (6,1); (6,2); (6,3); (6,4); (6,5); (6,6)\}$$

EVENTO

Si los elementos de un evento son los mismos elementos del espacio muestral, el evento se llama seguro.

- Si el evento es el conjunto vacío, se llama imposible.

- Si el evento es un conjunto unitario, el evento se llama unitario o simple.

EJEMPLO

Determinar el espacio muestral, sus eventos simples y un evento formado por dos eventos simples en el siguiente experimento aleatorio.

Extraer dos bolas de una urna que contiene 3 bolas rojas, 2 bolas verdes y 1 bola azul.

El espacio muestral corresponde a:

$$S = \{\text{bola azul, bola roja, bola verde}\}$$

Los eventos simples son:

$$\{\text{Bola azul}\}; \{\text{bola roja}\}; \{\text{bola verde}\}.$$

Los eventos compuestos son:

$$\{\text{Bola azul, bola verde}\}, \{\text{bola roja, bola azul}\}.$$

PROBABILIDAD

Es una de las ramas de la matemática que se asocia con el azar y los juegos, sin embargo, en la actualidad tiene varias aplicaciones, como la predicción del clima, la predicción de desastres naturales, los precios de los alimentos, la medicina, las compañías de seguros para analizar los riesgos de accidentes.

La probabilidad es el cálculo matemático que evalúa las posibilidades que existen de que una cosa suceda cuando interviene el azar.

Vamos a plantear un par de ejemplos, porque la probabilidad -como tantos conceptos en matemáticas, es una construcción abstracta, pero con ejemplos se entiende mejor.

Si giras la siguiente ruleta, ¿en qué números se puede parar?

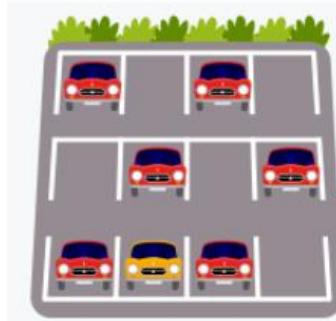


La ruleta se puede parar en un número del uno al cinco. Hemos construido, sin darnos cuenta, lo que se llama un experimento (girar una ruleta) y el espacio muestral (los números del uno al cinco). El espacio muestral es un conjunto que tiene por elementos los sucesos que se pueden dar, esto es, los números del uno al cinco.

Por nuestras experiencias en el mundo de los juegos ya sabemos más cosas del experimento anterior. Es posible que la ruleta se pare en uno de esos números y es imposible que salga un ocho, por ejemplo. ¡Sabemos un montón de probabilidad y no nos dábamos cuenta!

Vamos a plantear otro experimento, en otro contexto distinto:

Viendo este parking, si sale un carro de los que están parqueados, ¿de qué color podría ser?



Las posibilidades están muy claras, del parking podría salir un carro rojo o uno amarillo. Es imposible que salga un carro verde, o una moto azul. Pero, aunque es posible que salga un carro amarillo, hay mucha más probabilidad de que sea rojo, porque hay muchos más coches rojos que amarillos.

¿Cómo se calcula la probabilidad?

Para calcular la probabilidad, continuando con el ejemplo anterior, no hay más que contar los coches que hay de cada color. Como 6 de los 7 coches del parking son rojos, podemos plantearlo como una fracción: la probabilidad de que del parking salga un coche rojo será una fracción con numerador 6 (el número de coches rojos) y denominador 7 (el número total de coches).

La probabilidad de que salga un coche rojo sería igual a $6/7$. La probabilidad de que salga un coche amarillo sería igual a $1/7$. La probabilidad de que salga un coche azul sería 0, porque no hay coches azules aparcados.

Generalizando esta idea llegamos a cómo se calcula la probabilidad: con una fracción que se suele llamar regla de Laplace. Ponemos en el numerador el número de casos favorables y en el denominador el número de casos posibles.

Ya podemos calcular probabilidades de sucesos sencillos. Por ejemplo, podemos hacer predicciones de las bolas que pueden salir de este bombo:



En el bombo hay 8 bolas:

La probabilidad de que salga una concreta de él es $1/8$

Pero cuatro bolas son iguales, y tienen el número 5, por lo que la probabilidad de que salga un cinco es $4/8$.

Si te piden que apuestes por algún resultado, el más probable es el cinco.

***Práctico lo que aprendí* (Práctica y ejecución)**

Ejemplo: Lanzar una moneda al aire



Si lanzas una moneda la probabilidad de que salga cara es $1/2$, fíjate que es la misma de que salga cruz.

Ejemplo: Tirar un dado

Si lanzas un dado de seis caras la probabilidad de que salga un tres será $1/6$.



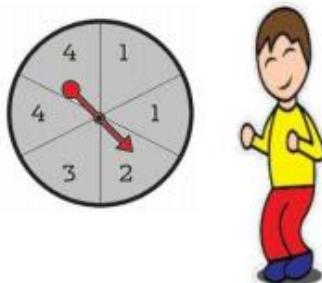
También puedes calcular la probabilidad de que salga un número par, ya que las caras que muestran un número par son 3 (2, 4 y 6) de un total de seis caras, es, por tanto, $3/6 = 1/2$

Actividad

1. Encierra con rojo, las imágenes que representan un experimento aleatorio.



2. Juan girará la ruleta para ver qué color o número saldrá. Completa las oraciones con las palabras que se presentan a continuación, según el experimento realizado:



SEGURO

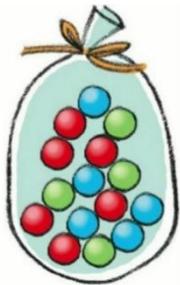
IMPOSIBLE

MÁS PROBABLE

MENOS PROBABLE

IGUALMENTE, PROBABLE

- a. Es _____ que la aguja caiga en el número 8.
- b. Es _____ que la aguja caiga en el número 1 que en el número 4.
- c. Es _____ que la aguja caiga en el número 3.
- d. Es _____ que la aguja caiga en el color gris.
- e. Es _____ que la aguja caiga en un número mayor que 1.
- f. Es _____ que la aguja caiga en el número 2 y en el color blanco al mismo tiempo.
3. Julián, Carlos, María y Yoselin están jugando a la lotería con unas balotas de colores que están dentro de una bolsa. En la bolsa hay 6 balotas rojas, 4 verdes y 5 azules.



Julián toma la bolsa para iniciar a sacar las balotas mientras sus amigos intentan predecir de qué color será la balota que saldrá.

- Carlos menciona que el color de la balota que saldrá será rojo. ¿Este suceso es posible o imposible? ¿Por qué?
- ¿Cuál es la probabilidad de que al sacar una balota salga una de color azul? ¿Por qué?
- María dice que la balota que saldrá de la bolsa será de color amarillo. ¿Este suceso es posible o imposible?
- Sí se saca una balota de la bolsa ¿Es más probable que salga una azul o una verde? ¿Por qué?

Responde dentro de este recuadro:

4. Andrés está jugando con dos dados clásicos de 6 caras enumerados del 1 al 6. Él decidió organizar en una tabla la cantidad que obtenía al realizar 10 lanzamientos.

La tabla es la siguiente:

Lanzamiento	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad obtenida	7	8	5	7	6	9	7	6	8	7



Teniendo en cuenta la tabla responde:

- a) ¿Por qué crees que la cantidad 7 fue la que más se obtuvo?
- b) Si Andrés lanza de nuevo los dados ¿es más probable que se obtenga la cantidad 6 o 8? ¿Por qué?
- c) ¿Es posible que al lanzar los dados Andrés obtenga la cantidad 2? ¿Cómo es posible esto?
- d) ¿Qué tan probable es que al lanzar el par de dados Andrés obtenga una cantidad de 14? ¿Por qué?

Responde dentro de este recuadro:

¿Cómo sé que aprendí? (Transferencia)

De acuerdo con la siguiente información responde la pregunta 1 y 2:

En el mundial 2010 que se realizó en Sudáfrica, antes de cada partido se colocaba a un pulpo dentro de un estanque de agua con las banderas de los dos equipos que jugarían para que predijera cuál de ellos ganaría el partido. El pulpo predijo todos los partidos correctamente.



13. ¿Es posible que el pulpo podía saber qué equipo ganaría siempre?

- a) No, lo que sucedió en el mundial fue coincidencia únicamente.
- b) Sí, el pulpo tenía claro que equipo era el mejor y por eso sabía cuál ganaría.
- c) Ninguna de las anteriores

14. La siguiente tabla muestra el tiempo que tardó el pulpo para seleccionar al equipo ganador en los últimos cinco partidos antes de la final.

Partido	1	2	3	4	5	Final
Tiempo de lluvia	10 minutos	15 minutos	10 minutos	10 minutos	17 minutos	x

Responde:

¿Cuánto es el tiempo estimado que el pulpo para elegir al equipo ganador de la final del mundial?

- d) 20 minutos
- e) 17 minutos
- f) 10 minutos

Lee con atención y responde las preguntas 3, 4 y 5.

En concesionario de vehículos KIA se está realizando un juego en donde el premio es un carro 0km. El juego consiste en encontrar una bola dorada dentro de una canasta con 1000 bolas de color rojo, pero es con los ojos vendados y solo tiene 3 intentos por cliente. Un señor de la ciudad de Buenaventura fue el ganador, ya que logró hallar la bola dorada en su primer intento.

15. ¿Crees que fue suerte que el señor hallara la bola dorada?

- d) Sí fue suerte, las bolas rojas son muchas y la dorada una sola.
- e) Sí fue suerte, el señor es adivino.
- f) No, porque la bola dorada brillar mucho más que las rojas.

16. ¿Qué tan probable es otro cliente halle la bola dorada si se realiza nuevamente el juego?

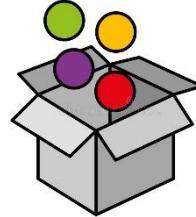
- d) muy poco probable, porque solo es una posibilidad de muchas otras posibilidades.
- e) Bastante probable, porque si ya se halló una vez puede ser hallada de nuevo.
- f) Bastante probable, son muy pocas las bolas rojas y la dorada brilla más.

17. Si fueran 500 bolas doradas y 500 rojas dentro de la canasta ¿Qué tan seguro es que alguien se gane el premio?

- d) Imposible, son muchas bolas rojas.
- e) Muy probable, porque son muchas bolas doradas
- f) Medianamente probable, las bolas rojas y doradas tienen las mismas posibilidades.

Lee con atención y responde las preguntas 6, 7 y 8.

Juan y María tienen una caja con diferentes bolas de colores, en la caja hay 6 bolas rojas, 4 amarillas, 5 moradas y 5 verdes.



6)

Se tienen estas afirmaciones:

- I. Las bolas moradas y verdes tienen un 50% de ser escogidas.
- II. Las bolas verdes tiene una probabilidad de 0,25 de ser elegidas.
- III. Las bolas amarillas son las que más probabilidades tienen de ser elegidas.

- a) I y III son correctas.
- b) Solamente es correcta la II
- c) Las 3 afirmaciones son verdaderas
- d) La I y II son correctas.

7) Si Juan elige una bola al azar de la caja. ¿Cuál de las bolas tiene más probabilidades de ser elegida?

- a)** Las bolas verdes
- b)** Las bolas rojas
- c)** Todas tienen las mismas posibilidades.

8) Juan y María discuten sobre la probabilidad de que salga una bola verde si se escoge al azar de la casa. Juan dice que la probabilidad es de 0,25 y María dice que la probabilidad es de $5/20$. ¿Quién tiene la razón?

- a)** Juan
- b)** María
- c)** Ambos

Lee con atención y responde las preguntas 9 y 10.



James tiene dos monedas de 100 pesos, pero quiere saber cuáles son las diferentes posibilidades que tiene si las lanza al aire.

9) Las diferentes posibilidades que se tienen si James lanza las dos monedas son:

- a)** [Cara y cara, cruz y cruz, cruz y cara]
- b)** [Cruz y cara, cara y cruz]
- c)** [Cara y cara, cruz y cruz, cruz y cara, cara y cruz]

10) James quiere que le salga en ambas monedas el mismo símbolo, ya sea cara o cruz. ¿Cuáles son los casos favorables que tiene James al lanzar las dos monedas?

- a)** [cara y cara, cruz y cara]
- b)** [cara y cruz, cruz y cara]
- c)** [cruz y cruz, cara y cara]

Lee con atención y responde las preguntas 11 y 12.

Angélica está jugando con un dado clásico de 6 caras y va realizar 10 lanzamientos a ver qué cantidad obtiene en cada uno de ellos. La siguiente tabla muestra el registro de esos lanzamientos:

Lanzamiento	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad obtenida	5	4	5	2	1	6	5	3	1	5

Responde:

11. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número impar al lanzar el dado?

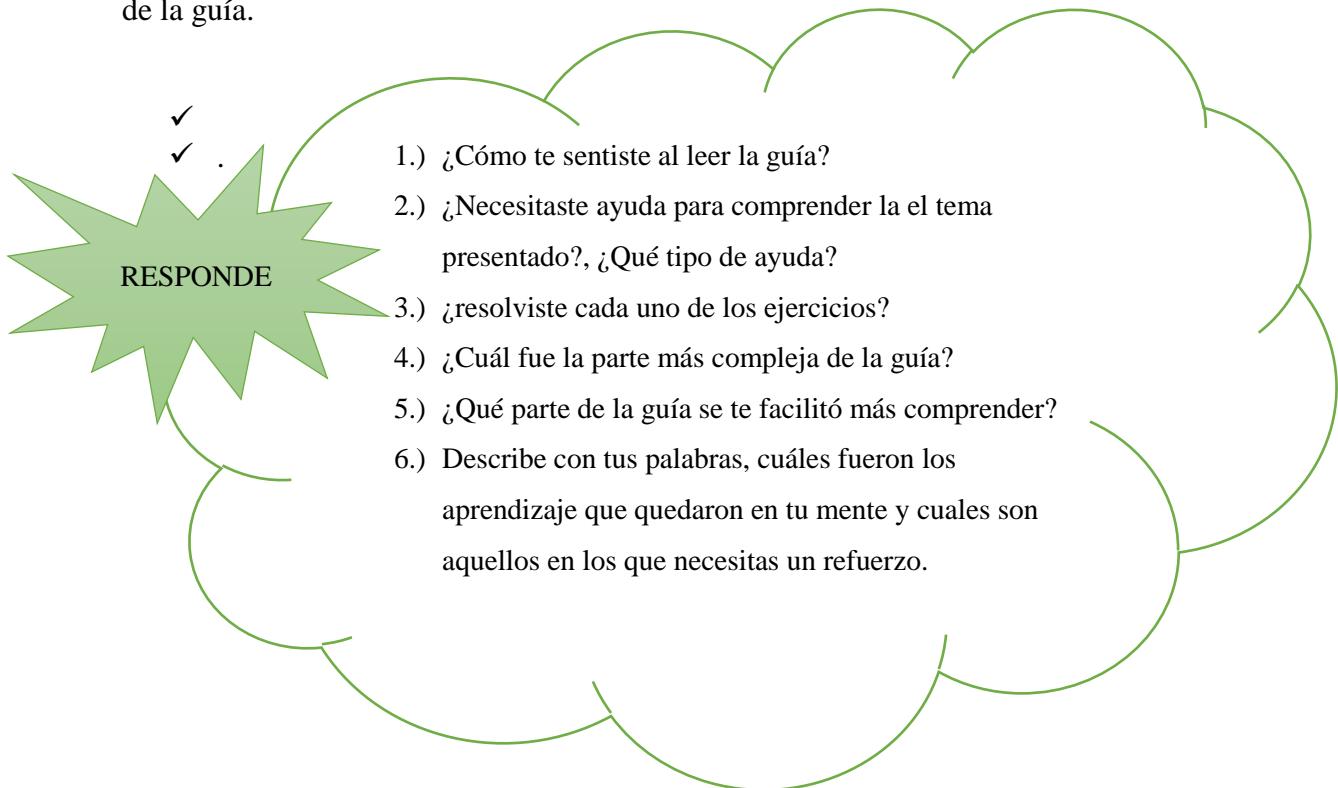
- e) 1/6
- f) 50%
- g) 25%
- h) 3/4

12. Si se realiza otro lanzamiento ¿Qué cantidad tiene más probabilidades de salir?

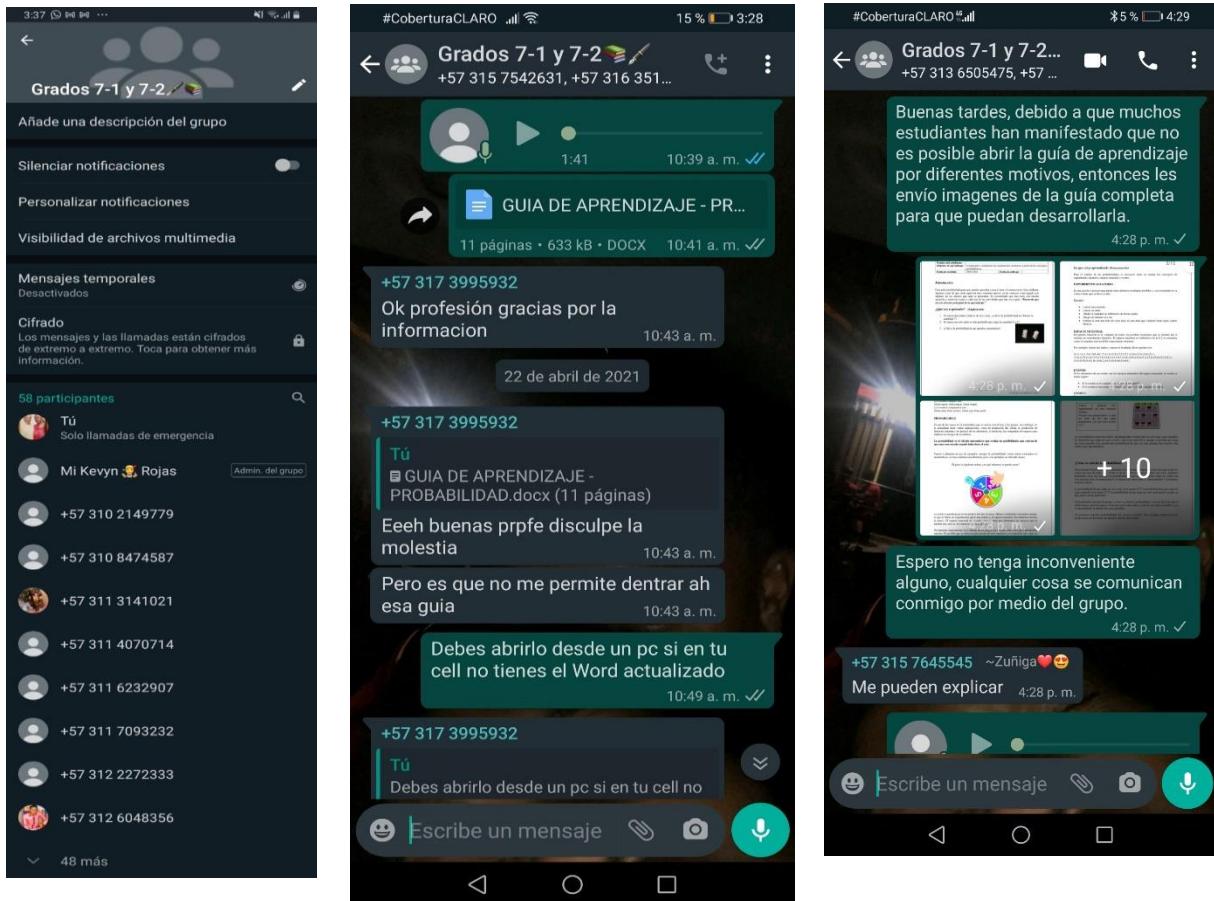
- d) El número 5 es el que más posibilidades tiene de salir.
- e) El número 2 es el que más posibilidades tiene.
- f) El número 1 es el que más posibilidades tiene de ser obtenido

¿Qué aprendí? (Evaluación)

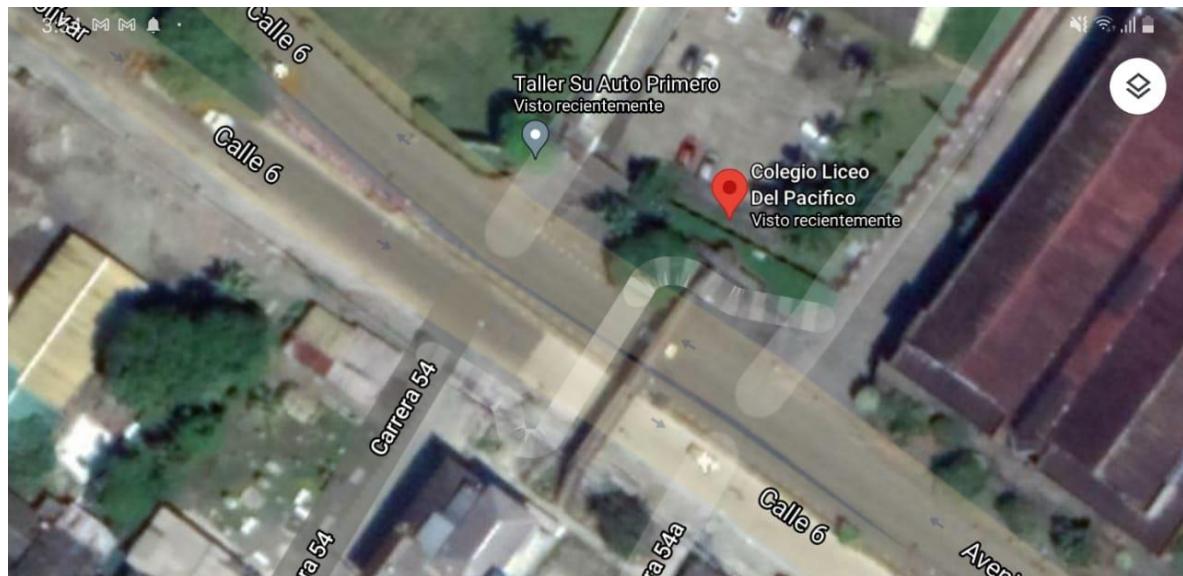
En esta sesión responde con total sinceridad las preguntas que se presentan, las cuales van encaminadas a conocer las dificultades y los avances que tuviste en el proceso de resolución de la guía.



Anexo 3. Grupo de WhatsApp para el intercambio de información.



Anexo 4. Ubicación de la Institución Educativa Liceo del Pacífico.





Fuente: Google Maps

