



**ANÁLISIS DIDÁCTICO COMO HERRAMIENTA PARA ABORDAR
PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD EN UN LIBRO DE TEXTO DE
SÉPTIMO GRADO**

Mayra Alexandra Maca Ortega

1325434-3469

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN
MATEMÁTICAS

2020



**ANÁLISIS DIDÁCTICO COMO HERRAMIENTA PARA ABORDAR
PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD EN UN LIBRO DE TEXTO DE
SÉPTIMO GRADO**

Mayra Alexandra Maca Ortega

1325434-349

Proyecto presentado como requisito parcial para optar al título de Licenciada en
Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

Dirigido por

Mag. Joan Sebastián Ordoñez Cuastumal

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN
MATEMÁTICAS

2020

Agradecimientos

Primero que todo le quiero dar gracias al universo por darme la inspiración necesaria para poder culminar con esta carrera, a mi familia por todo su apoyo emocional, a mis amigos y amigas por hacer de la universidad una experiencia enriquecedora en mi vida.

A mi tutor de tesis por ser un gran apoyo en cada palabra de aliento y de orientación para poder escribir estas páginas que me ponen cada vez más cerca de lo que realmente quiero.

A tí que siempre has estado ahí en cada paso de mi vida, por hacer de cada obstáculo algo simple y sin importancia, porque en cada caída y en cada triunfo siempre sostuviste mi mano hasta el final, gracias, infinitas gracias, como lo dijiste en algún momento: - “cada triunfo en tu vida será como mío”. Amor de mi vida, konichay....

De..Si..Ha..Si.

MAYRA ALEXANDRA MACA ORTEGA

Resumen: Este trabajo de grado se enmarca en las líneas de investigación de didáctica y razonamiento del área de Educación Matemática, del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle. El objetivo de este trabajo de grado es realizar un análisis didáctico que permita determinar los alcances y limitaciones presentes en los problemas planteados dentro de los textos escolares de matemáticas empleados en las aulas de clases de las instituciones de la ciudad de Cali, Valle del Cauca.

En el desarrollo del trabajo se exponen algunos de los análisis empleados dentro del análisis didáctico establecido por Luis Rico, Jose Luis Lupiañez y Maria Molina (2013). Asimismo, se presentan modelos para el reconocimiento de problemas matemáticos y de problemas matemáticos sobre proporcionalidad en los textos académicos.

La elección del libro de texto se dio gracias a una encuesta realizada a los docentes egresados de las carreras de matemáticas y física y licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas.

Para finalizar, una vez se realizó el análisis didáctico bajo el soporte de la rejilla de análisis planteada en el cuarto capítulo se plantearon las generalidades presentadas entre los problemas matemáticos sobre proporcionalidad planteados para la enseñanza y/o aprendizaje de la proporcionalidad, además de las dificultades en el aprendizaje del concepto de proporcionalidad que se pueden presentar.

Tabla de contenido

0. Introducción	11
1. CAPÍTULO 1: Problema de investigación	13
1.1 Antecedentes	13
1.2. Justificación	15
1.3. Formulación del problema	18
1.4. Objetivos	21
1.4.1. Objetivo general:	21
1.4.2. Objetivos específicos:	21
2. CAPÍTULO 2: Marco conceptual	22
2.1. Sobre el planteamiento de problemas:	22
2.2. Sobre el planteamiento de problemas matemáticos y problemas sobre proporcionalidad	24
2.3. Análisis didáctico en la educación matemática.	27
2.3.1. Análisis conceptual:	28
2.3.2. Análisis de contenido:	29
2.3.3. Análisis cognitivo:	31
2.4. Contextos curriculares	31
2.5. ANÁLISIS DIDÁCTICO DE CONTENIDO	33
2.5.1 Presentación del concepto de proporcionalidad, proporción y razón	33
2.5.2 La proporcionalidad su presencia o ausencia	34
2.5.3. Contextualización histórica-epistemológica	34
2.5.4. Dificultades en el aprendizaje del concepto de proporcionalidad. Aportes en relación al razonamiento proporcional	35
3. CAPÍTULO 3: Metodología	36
3.1. Marco metodológico: investigación cualitativa	36
3.2. Análisis didáctico como metodología de investigación	36
3.3. El método de estudio de casos	37
3.4. Diseño metodológico	38
3.5. Selección y análisis general de los libros de texto	40
3.5.1. Selección de los libros de texto	40
3.5.2. Análisis general de los libros de texto	40

3.5.3. Modelo de rejilla de análisis para la determinación del tipo de problema matemático sobre proporcionalidad presente en el texto académico:	41
3.5.4. Matriz de contenido, sobre problemas matemáticos y sobre problemas matemáticos sobre proporcionalidad.	43
4. CAPÍTULO 4: Análisis	46
4.1. Libro de texto “Vamos a aprender matemáticas 7” Ministerio de educación.	46
4.1.1. Presentación del texto: Vamos a aprender matemáticas 7 (2017)	46
4.1.2. Aplicación de la rejilla para los problemas matemáticos sobre proporcionalidad presentes en el primer capítulo de la tercera unidad en el texto: Vamos a aprender matemáticas 7 (2017)	51
4.1.3. Generalidades encontradas entre los problemas del primer capítulo de la tercera unidad del libro Vamos a aprender matemáticas (2017)	56
4.1.4. Aplicación de la rejilla para los problemas matemáticos sobre proporcionalidad presentes en el segundo capítulo de la tercera unidad en el texto: Vamos a aprender matemáticas 7 (2017)	58
4.1.5. Generalidades encontradas entre los problemas del segundo capítulo de la tercera unidad del libro Vamos a aprender matemáticas (2017)	61
4.1.6. Aplicación de la rejilla para los problemas matemáticos sobre proporcionalidad presentes en el tercer capítulo de la tercera unidad en el texto: Vamos a aprender matemáticas 7 (2017)	62
4.1.7. Generalidades encontradas entre los problemas del tercer capítulo de la tercera unidad del libro Vamos a aprender matemáticas (2017)	64
4.1.8. Aplicación de la rejilla para los problemas matemáticos sobre proporcionalidad presentes en el cuarto capítulo de la tercera unidad en el texto: Vamos a aprender matemáticas 7 (2017)	66
4.1.9. Generalidades encontradas entre los problemas del cuarto capítulo de la tercera unidad del libro Vamos a aprender matemáticas (2017)	72
4.1.10. Aplicación de la rejilla para los problemas matemáticos sobre proporcionalidad presentes en el quinto capítulo de la tercera unidad en el texto: Vamos a aprender matemáticas 7 (2017)	73
4.1.11. Generalidades encontradas entre los problemas del quinto capítulo de la tercera unidad del libro Vamos a aprender matemáticas (2017)	77
4.1.12. Aplicación de la rejilla para los problemas matemáticos sobre proporcionalidad presentes en el sexto capítulo de la tercera unidad en el texto: Vamos a aprender matemáticas 7 (2017)	79
4.1.13. Generalidades encontradas entre los problemas del sexto capítulo de la tercera unidad del libro Vamos a aprender matemáticas (2017)	83

4.1.14. Aplicación de la rejilla para los problemas matemáticos sobre proporcionalidad presentes en el séptimo capítulo de la tercera unidad en el texto: Vamos a aprender matemáticas 7 (2017)	85
4.1.15. Generalidades encontradas entre los problemas del séptimo capítulo de la tercera unidad del libro Vamos a aprender matemáticas (2017)	89
4. Conclusiones.	91
5. Anexos	101
6.1. Tabla estadística.	101
6.2. Encuestas.	104
6. Referencias bibliográficas.	96

Tabla de figuras

Figura 1. Portada del libro de texto Vamos a aprender Matemáticas 7	47
Figura 2. Índice de contenido de la unidad de análisis.	48
Figura 3. Objetivos conceptuales de la unidad de análisis de la unidad de análisis.	49
Figura 4. Ruta didáctica de la unidad de análisis de la unidad de análisis..	50
Figura 5. Secciones de la unidad de análisis de la unidad de análisis..	51

Tabla de Anexos

Anexo 1. Tabla estadística.	103
Anexo 2. Encuesta. Parte 1	104
Anexo 3. Encuesta. Parte 2	105
Anexo 4. Encuesta. Parte 3	106
Anexo 5. Encuesta. Parte 4	107

Tabla de Rejilla

Rejilla 1. Modelo general de rejilla de análisis para el análisis del texto. Autoría propia.	45
Rejilla 2. Aplicación 1, parte 1.	52
Rejilla 3. Aplicación 1, parte 2.	53
Rejilla 4. Aplicación 1, parte 3.	54
Rejilla 5. Aplicación 1, parte 4.	55
Rejilla 6. Aplicación 2, parte 1.	59
Rejilla 7. Aplicación 2, parte 2.	60
Rejilla 8. Aplicación 3, parte 1.	63
Rejilla 9. Aplicación 3, parte 2.	64
Rejilla 10. Aplicación 4, parte 1.	67
Rejilla 11. Aplicación 4, parte 2.	68
Rejilla 12. Aplicación 4, parte 3.	69
Rejilla 13. Aplicación 4, parte 4.	70
Rejilla 14. Aplicación 4, parte 5.	71
Rejilla 15. Aplicación 5, parte 1.	74
Rejilla 16. Aplicación 5, parte 2.	75
Rejilla 17. Aplicación 5, parte 3.	76
Rejilla 18. Aplicación 5, parte 4.	77
Rejilla 19. Aplicación 6, parte 1.	80
Rejilla 20. Aplicación 6, parte 2.	81
Rejilla 21. Aplicación 6, parte 3.	82
Rejilla 22. Aplicación 6, parte 4.	83
Rejilla 23. Aplicación 7, parte 1.	86
Rejilla 24. Aplicación 7, parte 2.	87
Rejilla 25. Aplicación 7, parte 3.	88
Rejilla 26. Aplicación 7, parte 4.	89

0. Introducción

La enseñanza y/o aprendizaje de las matemáticas es una actividad que demanda procesos matemáticos, aplicativos y analíticos que permitan establecer bases sólidas para el reconocimiento y utilización de conceptos en determinados contextos de la cotidianidad. Por lo anterior, es importante comprender los trasfondos conceptuales que movilizan las nociones previas a cualquier concepto matemático.

El presente trabajo de grado se enmarca en las líneas del razonamiento matemático y la línea de didáctica, y pretende evidenciar las características más comunes que presentan los problemas matemáticos que tienen por propósito principal el desarrollo de un razonamiento proporcional. Los problemas matemáticos, vistos como el planteamiento de una situación problema que enfrenta al estudiante con un determinado contexto que involucra un concepto matemático en particular, generalmente son el fruto de la interpretación que su respectivo autor realiza sobre el concepto matemático que pretende enseñar, por lo tanto, el problema en cuestión debe manifestar claridad en la conexión entre el concepto matemático (hablando específicamente de las nociones previas y el concepto al que se quiere llegar), el contenido y lo cognitivo dentro del contexto planteado para la enseñanza de un determinado concepto matemático.

A lo largo de este trabajo de grado se evidencia la importancia del desarrollo completo de las nociones de razón y proporción para el desarrollo de un pensamiento proporcional y la posterior comprensión del concepto de proporcionalidad, además, se plantean los problemas matemáticos sobre proporcionalidad como una herramienta fundamental y necesaria para la comprensión analítica y matemática de conceptos matemáticos.

Es importante tener en cuenta que los problemas matemáticos en tanto representan una herramienta didáctica útil para la enseñanza y el aprendizaje de conceptos matemáticos, también pueden representar un obstáculo en el desarrollo académico e intelectual de los estudiantes. Cuando se quiere enseñar un determinado concepto matemático a través de problemas matemáticos siempre es importante tener en cuenta que estos problemas deben rendir cuenta a las condiciones matemáticas, analíticas y aplicativas que giran en torno a dicho concepto.

En este sentido, el presente trabajo de grado se presenta como un proceso estructurado bajo la conexión coherente de cuatro capítulos: el primer capítulo rinde cuenta a los motivos y las circunstancias que promueven el interés o afán de establecer la importancia de un manejo adecuado de los problemas matemáticos sobre proporcionalidad. El segundo capítulo establece las bases teóricas sobre las cuales se plantean estrategias para el análisis de problemas matemáticos sobre proporcionalidad y el manejo oportuno de los mismos. El tercer capítulo pretende explicar al lector la metodología presente que se siguió para orientar el desarrollo y culminación del presente trabajo de grado.

Finalmente, el cuarto y último capítulo presenta y emplea una rejilla de análisis diseñada específicamente para apoyar el análisis didáctico aplicado sobre los problemas matemáticos planteados por los autores del texto escolar que se seleccionó para el desarrollo del presente trabajo de grado.

1. CAPÍTULO 1: Problema de investigación

1.1 Antecedentes

Las investigaciones concernientes a la enseñanza y/o aprendizaje de las nociones de fracción, razón, proporción y proporcionalidad han interesado por muchos años a una diversidad de investigadores, en especial los del campo de educación matemática quienes se han centrado tanto en la educación básica como en la media (Llinares & Sánchez, 1997; Obando, 2006, 2015; Buforn, 2014; Obando, Vasco & Arboleda, 2014). Es así que, en miras del mejoramiento de la enseñanza de estos conceptos, dichos investigadores han observado e identificado una pluralidad de dificultades en cuanto a la definición y uso de los mismos, en especial en la solución de problemas que tienen que ver con proporcionalidad. Estas dificultades pueden verse reflejadas en los procesos de análisis que realizan los estudiantes cuando pretenden resolver un determinado problema matemático, presentando limitaciones en los alcances operativos con los que cuentan, restringiéndose a modelos específicos de resolución dependiendo del concepto que se esté trabajando.

Entre las investigaciones más relevantes que se encontraron en el contexto de la enseñanza de la proporcionalidad, se encuentra Buforn (2014), quien hace una reconceptualización de la noción de razón, proporción y proporcionalidad. A partir de una investigación que logra demostrar las dificultades que presentan los estudiantes a la hora de resolver problemas en los que se deban de aplicar procesos de interpretación de los resultados obtenidos, ya que muchos logran resolver dichos problemas, pero no pueden comprender el proceso que se está realizando.

Teniendo en cuenta lo anterior, se hace necesario mostrar que Obando (2015), considera los problemas de proporcionalidad en cuanto a la linealidad como un obstáculo didáctico y es por ello que destaca muchos de los trabajos que se han centrado en decir que este impedimento tiende a ser más una dificultad de tipo didáctico, debido a que se plantea la misma solución, refiriéndose a la regla de tres como un procedimiento por excelencia, evidenciando que es indispensable que se modelen situaciones lineales y no lineales para no crear dicha dificultad. Así mismo Obando (2015) se apoya en un marco teórico que muestra la preocupación por la enseñanza y/o aprendizaje de estos objetos de conocimiento, reconociendo el impacto negativo que puede tener esto para los entornos educativos debido a que no han sido del todo satisfactorios los avances que se han realizado hasta el momento.

Para concluir (Hersant, 2001) propone necesariamente mostrar teorías en las que se estructuren los diferentes modelos de tareas que se relacionan con la proporción. Es por ello que una teoría describe desde una perspectiva algebraica; propiciando así, que los dos tipos de actividades deben de definir en términos de acciones, que vayan relacionadas con tareas y cálculos como, por ejemplo: calcular una cuarta proporcional, porcentajes, etc.

Durante el entendimiento del concepto de proporcionalidad es fundamental conocer y comprender algunos aspectos relacionados al trabajo con fracciones. Para tener una acertada interpretación de las fracciones se hace un análisis a través de la propuesta de Ohlsson (1988), en la que se expone una caracterización para las fracciones a partir del concepto de constructo matemático, y de dos tipos de significados: el significado matemático y el significado de aplicación. Desde esta perspectiva se distinguen cuatro constructos para las fracciones: función cociente, número racional, vectores binarios y función compuesta. El primero tiene como significados de aplicación las particiones, los acortamientos, las extracciones y el

cociente cartesiano; el segundo, las relaciones parte–todo, la medida fraccional, el cociente (indicado), la recta numérica y la fracción decimal; el tercero, las razones, las proporciones y las cantidades intensivas; y el cuarto tiene como único significado de aplicaciones el operador fraccionario.

Para entendimiento de la razón y proporción Confrey y Carrejo (2005) proponen:

“comprender la razón como el invariante en una serie de cantidades proporcionales entre sí, y la fracción como emergente de la razón cuando se elige una cantidad arbitraria como unidad, y las demás cantidades son comparadas con respecto a esta cantidad. Así, razones y fracciones, desde el punto de vista epistemológico, son complementarias y su aprendizaje está fuertemente ligado al aprendizaje de la multiplicación y la división” (p 14-15).

No obstante, Llinares & Sánchez (1997), se apoyan en algunos autores para destacar la importancia elemental que tiene el cálculo de fracciones para las proporciones, viendo a estas como la igualdad de dos razones que se expresan en forma de fracción.

Para concluir podríamos decir que estas son solo algunos de los problemas que presentan las fracciones y que no son solo unas pocas investigaciones las que se han venido realizando, sino que son una tras otras, intentando hacer un acercamiento válido para su enseñanza y/o aprendizaje, lo que resulta bastante complicado por su pluralidad.

1.2. Justificación

Durante los años de escolaridad tanto de educación básica como media, la mayoría de los estudiantes se enfrentan con muchos problemas en cuanto a los procesos de enseñanza

y/o aprendizaje (Piaget & Inhelder, 1958), en especial cuando hablamos de razones y proporciones, y esto se debe a que se ha creado una generalización de la linealidad en cuanto a la solución de ejercicios, que podría ser el resultado de un obstáculo didáctico, ya que se tiene en cuenta que en la escolaridad básica los problemas de cuarta proporcional son los únicos modelos en los cuales se enfrentan los estudiantes, y a que la regla de tres es el procedimiento por excelencia para solucionar tales situaciones. (De Bock, Van Dooren, Janssens, & Verschaffel, 2007).

Por otro lado, Obando (2015) menciona las variables e invariantes operatorias que ligan este proceso de variación en la que se plantea el ejercicio y el orden que realiza la persona que lo desarrolla. En consecuencia, se busca que los problemas planteados no sean todos escritos de una misma forma, para que así los estudiantes no tengan problemas en cuanto a lo lineal y no lineal, exponiendo ambos casos en el desarrollo de talleres, actividades y hasta en las estructuras de los mismos libros de texto, para que linealidad no sea un obstáculo didáctico.

También es importante abordar el planteamiento y utilización de problemas matemáticos desde lo curricular, tal como lo plantea Lupiáñez (2003) al afirmar que: “Desde el punto de vista de la actividad docente del profesor, este enfoque funcional del currículo requiere de un diseño cuidadoso y detallado de las matemáticas escolares de cara al aprendizaje de los escolares”. (p.82). Enseñar matemáticas de una forma funcional promueve que las mismas no tengan un hilo conductor entre un contenido y otro, sino únicamente en la funcionalidad-utilidad de las mismas. De hecho, como se plantea en los estándares básicos de educación (2011) el conocimiento matemático puede hacer una distinción entre dos tipos básicos de este, el conocimiento conceptual y el conocimiento procedimental, en el primero se hace una

caracterización teórica en relación a lo producido por la actividad cognitiva, que se puede asociar con el saber qué y el saber por qué. Por otra parte, el procedimental se acerca más a las técnicas y estrategias de representar conceptos, ya que se asocia con el saber cómo. Es por lo anterior que se hace necesario el saber qué tipo de problemas se plantean en los libros de texto para que no se caiga en supuestos que pueden afectar de una u otra manera al estudiante por concepciones erróneas del concepto.

También Obando (2014). Hace un enfoque con respecto a la funcionalidad del lenguaje, considerándolo como un factor importante para realizar las operaciones matemáticas, lo que resulta bastante relevante en el planteamiento del problema, para que así los estudiantes puedan ver la utilidad de estas en la aplicación de cálculos.

No obstante, durante muchos años se ha demostrado que los libros de texto son utilizados habitualmente por los docentes como apoyo en el proceso de enseñanza de una asignatura, es por ello que González, Teresa, Vázquez & Modesto (2004) muestran que el análisis de estos es muy necesario en cuanto a la información que se encuentra escrita, eso es debido a que existen algunos condicionantes que muestran la rentabilidad económica que pueden generar estos para el autor como para la editorial. De ahí que el análisis en cuanto al contenido que se presenta resulta relevante, tal como lo muestra Ocelli M y Valeiras N (2013) quienes mencionan que los libros de texto, imponen una distribución y jerarquización en cuanto a las ideas, en ese sentido, este se vuelve un soporte de verdades que una sociedad cree que son necesarias para que se mantengan los sistemas axiológicos. No obstante, como se reseña en diversas investigaciones, el libro de texto de matemáticas, es un instrumento que se asocia a la comunicación de saberes matemáticos, colocándolo, así como uno de los recursos más utilizados por el docente, ya que este no solamente muestra los conceptos matemáticos a

trabajar, sino que también muestra cómo enseñarlos, determinando así que ejercicios y problemas solucionar.

Por esta razón, hacer un análisis didáctico en los libros de texto puede resultar muy oportuno, ya que en muchas investigaciones realizadas se ha demostrado que el contenido científico incluido se descontextualiza un poco, tal como lo muestran Occelli & Valeiras (2013), que centran su análisis en las definiciones operativas sin ninguna explicación conceptual que pueda resultar clave para así comprender el concepto. Obando (2014) ve eso en cuanto a las definiciones y soluciones de ejercicios de proporcionalidad, que se mencionaron en párrafos anteriores, ya que podrían generar cierto tipo de obstáculos en cuanto a su aprendizaje por la linealidad que reflejan los ejercicios propuestos en algunos libros de texto. De allí nuestro interés por mejorar los procesos involucrados en la enseñanza.

1.3. Formulación del problema

La teoría o desarrollo formal en los procesos de enseñanza de las matemáticas generalmente generan inconvenientes entre la comunidad docente en el momento en el que se tiene que vincular el conocimiento matemático con la práctica del mismo a través de problemas o ejercicios. En particular, el trabajo con el concepto de proporcionalidad durante las clases de matemáticas presenta dificultades que se ven reflejadas a lo largo del desarrollo académico de los estudiantes, obstaculizando el aprendizaje de procesos formales que permitan realizar comparaciones entre magnitudes directa o inversamente proporcionales (Piaget, 1958).

La enseñanza y/o el aprendizaje de las matemáticas conllevan un proceso progresivo en el que se comienza desde un conocimiento base o nociones que posteriormente permitirá

comprender o construir nuevos conocimientos. El concepto de proporcionalidad se puede presentar en todos los grados de escolaridad de los estudiantes, hablando específicamente del séptimo grado de escolaridad algunos docentes abordan el concepto de proporcionalidad mediante el uso de las fracciones.

En el proceso de enseñanza de las fracciones se evidencian dificultades en cuanto a la definición, debido a que se puede abordar de diferentes maneras dependiendo del problema o situación en que se presentan, por ejemplo, la fracción como parte-todo, cociente, operador y razón. Llinares & Sánchez (1997).

La mala definición de las fracciones ha provocado que muchos docentes a la hora de enseñarlas piensen que este concepto tiene una definición general y única, pero no se hace una aclaración que permita ver las diferencias y aplicaciones que tienen los subconstructos, tal como lo menciona Buforn (2017) en donde plantea que no es una tarea fácil el reconocimiento de la enseñanza de la idea de razón y proporción que subyacen del razonamiento proporcional y que es por eso que se han realizado múltiples investigaciones que permiten caracterizar conocimientos necesarios para la enseñanza de la idea de razón y proporción. Por tal motivo tomaremos en cuenta lo que plantea Suvoau (1979):

“Ser conscientes de las dificultades que presentan los niños en el aprendizaje de las fracciones, teniendo los niveles que resultan elementales. Cuando se habla de dificultades, se refieren a la comprensión conceptual como la destreza de cálculo, que en cierta forma han sido de los más investigados por distintos países, los cuales aportaron a detectar el origen de estos y así proponer alternativas que ayuden a la mejora de la enseñanza de las fracciones” (p.12)

Teniendo en cuenta lo anterior, con base a las investigaciones que se han realizado, algunos autores plantean lo importante que resulta tener una visión amplia en cuanto al concepto de fracción, tal como el caso de Llinares & Sánchez (1997):

“y sin tratar de hacer una descripción detallada de cada una de las opiniones, investigaciones, etc., nosotros pensamos que es conveniente señalar aquí algunas de ellas. La falta de una visión pluralista en algunos manuales que nosotros hemos estudiado nos ha privado muchas veces de ser conscientes de que sobre un tema puede haber variadas opiniones” (p.6.)

Es por ello que para poder llegar a una buena interpretación se debe tener en cuenta lo que presenta Ohlsson (1988), el que hace una caracterización de las fracciones desde el constructo matemático, en donde se ve el significado matemático y la importancia de su aplicación, eso desde una perspectiva que muestra a las fracciones como función cociente, racional y función compuesta. El primero es fundamental desde su aplicación porque hace referencia a las particiones.

Otras nociones importantes para la comprensión del concepto de proporcionalidad son las nociones de razón, proporción y magnitudes. La noción de razón se encuentra fuertemente vinculada con el concepto de fracción en el momento de pretender relacionar dos magnitudes a partir de la selección arbitraria de una de ellas planteándose como la unidad central de comparación. Las fracciones representan una forma simplificada y superficial de trabajar con la noción de razón.

Los problemas matemáticos casi siempre nacen de las diferentes interpretaciones que se pueden realizar sobre un determinado concepto matemático, en las que las nociones

suficientes y necesarias para el aprendizaje de dicho concepto matemático cobran una gran importancia durante el planteamiento del problema.

En particular, este análisis involucra un enfoque didáctico, considerando la relación de problemas, lo que permitirá relacionar como estos son entendidos y que de una u otra manera generan o no un obstáculo para la conceptualización de las proporciones. El interés del siguiente trabajo es responder a la siguiente pregunta:

¿Cuáles son las generalidades encontradas entre los problemas matemáticos sobre proporcionalidad presentes en un libro de texto de matemáticas de grado séptimo desde la mirada del análisis didáctico?

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo general:

Identificar las generalidades que tienen en común los problemas de proporcionalidad propuestos en el (los) libro (s) de texto de grado séptimo a partir de un análisis didáctico.

1.4.2. Objetivos específicos:

- Establecer criterios para la realización del análisis didáctico que permitan identificar la estructura de los problemas de proporcionalidad que se plantea en los libros de texto.
- Analizar los problemas que existen en el planteamiento de ejercicios de proporcionalidad, teniendo en cuenta el análisis didáctico.
- Determinar las relaciones presentes entre los diferentes problemas planteados en el libro de texto.

2. CAPÍTULO 2: Marco conceptual

En este capítulo se presentan las bases conceptuales que se utilizaron para abordar este trabajo de investigación, como también una descripción del problema de interés y lo importante que resulta esto para la enseñanza y el aprendizaje de un concepto.

2.1. Sobre el planteamiento de problemas:

La praxis es un componente fundamental en todo proceso de enseñanza y/o aprendizaje (Castro, Peley Morillo, 2009), y como tal debe ser incluida en cada etapa del desarrollo escolar de un estudiante. Una de las herramientas más utilizadas en el campo de la pedagogía para fomentar la aplicación de los conocimientos adquiridos en el aula de clases por parte de los docentes es el planteamiento de situaciones problemas o problemas contextualizados que les permitan a los estudiantes afrontar problemáticas con trasfondos conceptuales relacionados con el concepto que se pretende enseñar.

El trabajo con la resolución de problemas es parte integral de la enseñanza de las matemáticas, por lo mismo, tanto el planteamiento como la aplicación de problemas cumplen funciones importantes e influyentes en los procesos de enseñanza y/o aprendizaje de los estudiantes, promoviendo el desarrollo de habilidades que les permitan reconocer, movilizar y sobre todo comprender símbolos o nociones matemáticas durante el análisis y resolución de un determinado problema (Thompson, 1992).

El trabajo con resolución de problemas no ha logrado integrarse en el curriculum. Es común ver en el aula de clases la aplicación de problemas, sin embargo, es menos probable encontrar actividades en las que se fomenten los procesos de “resolución de problemas”

(Stanic y Kilpatrick 1988). La resolución de problemas en educación matemática pretende desarrollar en los estudiantes la capacidad de analizar las diferentes problemáticas que hacen parte de su contexto, extrayendo nociones básicas y comprendiendo su papel en la manifestación del problema.

La resolución de problemas matemáticos intenta demostrar en gran parte la utilidad de los conceptos o nociones básicas previas mediante el planteamiento de una situación problema que enfrenta a los estudiantes con eventos de su cotidianidad. Blanco, Cardenas y Caballero (2015), fomentando la enseñanza y/o el aprendizaje como procesos no monótonos o lineales que puedan ser constituidos por trabajos mecánicos o meramente aritméticos, intentando darle un significado profundo a dichas nociones básicas o conceptos.

Para el desarrollo del análisis de los libros de textos vamos a considerar cuatro tipos de problemas desde la perspectiva de Blanco (1983) y Borasi (1986):

1. Ejercicios de reconocimiento y ejercicios algorítmicos o de repetición: En este tipo de ejercicios o problemas se pretende realizar un trabajo algoritmo que requiere del reconocimiento de un factor o procedimiento específico.
2. Problemas de traducción simple o compleja: En este tipo de problemas se plantea la necesidad de realizar una traducción del enunciado a una expresión matemática.
3. Problemas sobre situaciones reales y problemas de investigación matemática: Estos tipos de problemas se fundamentan en actividades que fomentan el desarrollo de la capacidad de utilizar conceptos y procesos matemáticos para organizar, sintetizar y

representar datos con el propósito de darle significado a las decisiones que tomé durante la resolución del problema.

2.2. Sobre el planteamiento de problemas matemáticos y problemas sobre proporcionalidad

El concepto de proporcionalidad se abarca desde los primeros grados de escolaridad y cobra gran importancia en los grados superiores cuando se comienza a conectar dicho conocimiento con otras áreas como física o química. Por lo anterior, es importante desarrollar una noción fuerte sobre el concepto de proporcionalidad.

La proporcionalidad llevada al aula de clases mediante el uso de problemas o la práctica de resolución de problemas representa un proceso que bien puede construir las bases para una comprensión fuerte sobre dicho concepto, como también puede representar el comienzo de una serie de dificultades en el proceso de aprendizaje del estudiante (Block, 2006).

Los problemas matemáticos pueden verse desde un panorama general siguiendo la siguiente clasificación sin tener en cuenta su contenido (Oller, 2012):

1. Problemas introductorios: Estos problemas se usan para introducir el tema, por lo general, dan apertura a la clase y pretenden realizar un acercamiento al concepto que se quiere enseñar.
2. Problemas guía: Estos problemas por lo general aparecen resueltos y sirven para orientar el trabajo del estudiante sirviendo como ejemplo del proceso que debe seguir.

3. Problemas de refuerzo: Estos problemas se encuentran al final de cada epígrafe en que se divide una unidad didáctica y tienen por objetivo reforzar los conceptos o procedimientos trabajados a lo largo de la misma.
4. Problemas conclusorios: Estos problemas aparecen al final de la unidad didáctica y tienen como propósito fortalecer los conocimientos trabajados durante la unidad didáctica.

Ahora bien, para realizar un análisis más profundo se hace necesario establecer una clasificación de los problemas planteados específicamente para trabajar el concepto de proporcionalidad. Siguiendo la clasificación de Cramer y Post (1993) se establece la siguiente clasificación para los problemas de proporcionalidad:

1. Problemas de valor perdido: En estos problemas por lo general se trabaja con tres de los datos de una proporción y se tiene por objetivo calcular el cuarto valor desconocido.
2. Problemas de comparación numérica: En este tipo de problemas se movilizan dos magnitudes y pueden calcularse razones mediante un proceso de comparación.
3. Problemas de comparación y predicción cualitativas: Estos problemas exigen la comparación de valores numéricos que no depende de una forma específica.

Cuando se habla de análisis didáctico se hace referencia a un término muy usado en didáctica de las matemáticas. Esta noción de análisis ha alcanzado durante mucho tiempo gran relevancia gracias a que aporta de un modo específico algunas cuestiones didácticas

primordiales. Antes de seguir hablando de este concepto nos centraremos un poco en recordar que cuando se habla de análisis se hace referencia a descomponer algo en partes, es así como se realiza una distinción y separación de las partes de un todo para poder llegar a los principios, en otras palabras, que se asocien a nuestra investigación, sería llegar a lo que afecta o potencia un aprendizaje. Se podría decir que análisis y síntesis están fuertemente relacionados como un método para solucionar problemas y demostrar.

Por consiguiente, en el marco educativo en el que nos situaremos veremos el análisis didáctico no tanto como un objeto de estudio prioritario, sino como un método, camino o como un modo de abordar y entender nuestro trabajo de investigación.

Por esa razón, el análisis didáctico es importante en cuanto a las problemáticas o dificultades que se generan en los procesos de enseñanza y/o aprendizaje cuando se trabaja con libros de texto, y esto es porque al tomarlos se busca encontrar si este es o no útil o si representa algo relevante para los estudiantes (Otte, 1996).

Recordemos que en el ámbito escolar resulta bastante relevante la enseñanza y/o el aprendizaje de un concepto matemático y es por ello que existen algunas herramientas que tienen como propósito facilitar los procesos de enseñanza y/o aprendizaje de los mismos. Una de estas herramientas y de la que hablaremos a continuación son los libros de texto, ya que en los últimos años se han convertido en algo fundamental dentro de un aula de clases por parte del docente, para Arbeláez, Arce, Guacaneme & Sánchez (1999), citando a Richaudeau: “(...) los manuales escolares, representan actualmente -y con mucho- el medio de enseñanza más ampliamente utilizado en el mundo y, por consiguiente, tiene notables implicaciones de naturaleza económica, pedagógica y social” (p. 43), y eso es porque en muchas instituciones educativas se ha vuelto obligatorio el uso de un libro texto o también

porque muchos docentes lo hicieron su mano derecha a la hora de dar una clase. Se podría entender que un libro de texto es un documento impreso que de una u otra forma tiene los temas establecidos para un grado en particular dando así una guía de los temas a abordar y cómo hacerlo.

2.3. Análisis didáctico en la educación matemática.

Como hemos dicho anteriormente, es importante realizar un planteamiento correcto de los problemas matemáticos sobre proporcionalidad cuando se plantean en un libro de texto escolar de matemáticas. Por lo anterior, se propone el “análisis didáctico” como instrumento para la revisión de los problemas sobre proporcionalidad planteados en libros de texto escolares. El análisis didáctico se orienta hacia la fundamentación, dirección y sistematización de la planificación, puesta en práctica y evaluación de la enseñanza y/o aprendizaje de contenidos matemáticos específicos (Rico, Lupiáñez, Molina, 2013). Gracias al análisis didáctico es posible realizar una síntesis, disgregación y deconstrucción de los conceptos matemáticos presentes en un determinado discurso, significando un instrumento adecuado para la revisión de los problemas matemáticos sobre proporcionalidad en los textos académicos.

Teniendo en cuenta que esta investigación se encuentra bajo los lentes del análisis didáctico, daremos un acercamiento conceptual a algunas concepciones que están vinculadas y que tienen características muy particulares que se acomodan a lo que se mostrará en cuanto al análisis de texto que se realizó en este trabajo. Algunas de estas son:

2.3.1. Análisis conceptual:

Desde la propuesta del análisis didáctico propuesta por Rico, Lupiáñez y Molina (2013) se toma el análisis conceptual enfocado en la revisión del contenido conceptual. A través del análisis conceptual se realiza una revisión del contenido que determina el nivel de complejidad semántica que presenta. Este tipo de análisis permite determinar cuál es el concepto central y de qué manera se están planteando cuestiones significativas respecto a dicho concepto.

Se puede decir que es un método no empírico, ya que trabaja con enunciados textuales que no son datos de naturaleza sensible. Los datos que se manejan son descripciones, definiciones, listas extensas, ejemplos de uso, contraposición de textos con significado alternativos y formulaciones simbólicas. (Rico y Fernández, 2013) Este método permite realizar una reflexión previa sobre la cuestión que se quiere abordar, ayudando a determinar la caracterización y los puntos claves que delimitan el problema de estudio y las ideas, teorías y conceptos sobre los que se quiere abordar en su resolución.

Para el análisis conceptual se busca examinar los posibles significados que puede tomar el concepto, sus posibles conexiones y los niveles subjetivos (creencias), intersubjetivos (concepciones) y objetivos (conceptos). Por lo anterior, se tendrán en cuenta los siguientes aspectos:

- La naturalidad del concepto.
- La aplicabilidad del concepto.
- La complejidad del concepto.
- La simplicidad del concepto.

2.3.2. Análisis de contenido:

Desde la propuesta del análisis didáctico propuesta por Rico, Lupiáñez y Molina (2013) se toma el análisis de contenido que tiene como principal interés procesar y revisar las dimensiones concernientes a la comunicación: Cuantitativas (problema) y Cualitativa (Texto académico). Gracias al análisis de contenido podemos evidenciar si el canal de comunicación entre un instrumento o herramienta pedagógica es viable o no, mediante el análisis de los diferentes patrones en el discurso que presenta la unidad analizada así como los diferentes significados que se pueden inferir a partir dicha unidad.

El análisis de contenido es importante para establecer las bases de la relación entre el concepto que se quiere enseñar y la herramienta pedagógica que se pretende utilizar observando el contexto involucrado durante el proceso de enseñanza y/o aprendizaje.

La finalidad es descubrir la estructura interna de la comunicación, estudiando para ello su contenido semántico, en un modo más preciso define un conjunto de procedimientos estrictos y sistemáticos para el análisis riguroso, el examen y la verificación de los contenidos de datos escritos. (Rico y Fernández, 2013, Pág. 9).

De manera general, se considera el siguiente procedimiento para el análisis de contenido:

- Delimitación del corpus de contenido a analizar.
- Concretar la unidad de análisis: palabra (nombre, verbo o adjetivo), frase o párrafo.
- Localizar o inferir en el texto las unidades de análisis.
- Denominar. definir o interpretar las categorías consideradas.

- Codificar y cuantificar mediante frecuencias o rangos las unidades de análisis previamente adscritas al sistema de categorías predeterminado o inferir tal sistema de categorías sobre las unidades de análisis seleccionadas.
- Relacionar entre sí e interpretar las categorías establecidas, considerando sus unidades de análisis adscritas.
- Relacionar el proceso de análisis de contenido con la cuestión que se indaga y con los agentes intervinientes.

En el contexto educativo el análisis de contenido presenta un interés particular por el establecimiento y el estudio de la diversidad de significados escolares que los conceptos y procedimientos matemáticos que aparecen en los textos escolares pueden llegar a tomar en un aula de clases. Este interés se fundamenta en cuatro aspectos importantes del análisis de contenido que vamos a abordar durante el análisis del presente trabajo:

- Conceptual, que considera el momento histórico y el marco poblacional (él quien comunica y a quien comunica) donde se inserta.
- Formal y estructural, que abarca los conceptos definiciones y procedimientos, junto con la estructura formal que proporciona referencia a los contenidos utilizados.
- Representacional, que comprende las notaciones gráficas, simbólicas, y sistema de signos involucrados.
- Fenomenológica, que aborda los fenómenos que dan origen a los conceptos, los contextos en los que se utilizan y aquellas situaciones en las que se presentan y en las cuales se aplican, que dotan de sentido a los contenidos en estudio.

2.3.3. Análisis cognitivo:

Desde la propuesta del análisis didáctico propuesta por Rico, Lupiáñez y Molina (2013) se toma el análisis cognitivo que nos permite realizar una concepción estructuradora o regresiva; tiene por propósito determinar si es útil aprender un determinado concepto y que tanto se debe profundizar su estudio en un determinado momento. El análisis cognitivo pretende determinar una coherencia entre la dificultad de las tareas o problemas matemáticos que se manejan durante el desarrollo de la unidad de análisis y el contenido conceptual de la misma, sin dejar de lado la ubicación curricular de dicha unidad de análisis. Para el análisis cognitivo se tuvieron en cuenta las siguientes categorías:

- Las expectativas sobre el aprendizaje, es decir, las prioridades cognitivas o conceptuales que presenta.
- Las dificultades en el aprendizaje, hipotéticas o empíricas, es decir, las limitaciones.
- Las demandas cognitivas.

2.4. Contextos curriculares

Para poder centrar este trabajo de grado se hace necesario tener en cuenta el planteamiento de los conceptos matemáticos que se van a trabajar, es por ello que el presente trabajo se orientó en los estándares básicos de competencia planteados por el MEN (2006) que nos permiten tener una visión clara acerca de cómo están dados los conceptos y en que hacen énfasis, esto con la intención de mirar si en el libro de texto que analizaremos se enfoca en los mismos.

No obstante, desde los estándares básicos de competencia planteados por el MEN se comienza hablando de algunos de los procesos generales que se deben cumplir durante la actividad matemática y se puede tener una visión general sobre la forma en la que estos se deben de ver reflejados en los libros de texto que se manejan en el aula de clases. Tal como se muestran en los lineamientos curriculares de matemáticas tenemos en cuenta cinco procesos generales (MEN, 2006) inherentes a toda actividad matemática: la formulación, tratamiento y resolución de problemas; la modelación; la comunicación; el razonamiento; y la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos. A continuación profundizaremos cada uno de estos procesos:

2.4.1. La formulación, tratamiento y resolución de problemas

Este proceso se presenta a lo largo de las actividades y no es una actividad aislada, ya que podría ser el principal organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan un contexto en donde el quehacer matemático cobra sentido, ya que en sí abordan situaciones de la vida cotidiana.

2.4.2. La modelación

Se podría decir que es un modelo figurativo, el cual se usa para comprender un concepto, ya que permite tener una apropiación y manejo, gracias a que se vuelve un apoyo en la formulación de conjeturas y razonamientos.

2.4.3. La comunicación

En cuanto a la forma de comunicar las matemáticas, resulta bastante importante destacar que las matemáticas tienen en sí un lenguaje propio, es por ello que existen conexiones a través de diferentes maneras en las que se representan, se leen y se escriben,

se hablan y se escuchan, es así como los “registros de representación” o “registros semióticos” hacen parte de la comprensión y aprendizaje del contenido matemático.

2.4.4. El razonamiento

Para propiciar el razonamiento se hace necesario que las situaciones de aprendizaje que se propician tanto en los aspectos de razonamiento numérico, espacial, geométrico y métrico, vaya apoyado de gráficas esto con el fin de potenciar el razonamiento proporcional.

2.4.5. La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos

Es conveniente que para las operaciones aritméticas se puedan ensayar y describir diferentes algoritmos esto con el fin de compararlos, mostrando así las ventajas y desventajas que pueda tener, ya que esto estimula a los estudiantes a obtener procedimientos son resultados que pueden ser bastante particulares.

2.5. ANÁLISIS DIDÁCTICO DE CONTENIDO

2.5.1 Presentación del concepto de proporcionalidad, proporción y razón

Antes de presentar los diferentes tipos de análisis que hacen parte del análisis didáctico de contenido, se hará la presentación de lo que es la proporcionalidad, tomada de la *tesis doctoral: características de la competencia docente mirar profesionalmente a los estudiantes para maestro en relación al razonamiento proporcional de Angela Buforn lloret (2017)* En donde dan un acercamiento de la definición y de los múltiples problemas que existen a la hora de abordar este concepto:

2.5.2 La proporcionalidad su presencia o ausencia

En múltiples investigaciones se ha evidenciado como se ha intentado darle un valor de importancia el saber argumentar la presencia o la ausencia de la proporcionalidad, es por ello que en la tesis doctoral de Angela Buforn, gracias a una investigación realizada por Balderas et al. (2014) se mostró como al aplicar una prueba a algunos estudiantes estos en su gran mayoría lograron resolver los ejercicios, pero a la hora de realizar una argumentación pertinente del concepto no pudieron hacerlo de la misma forma.

Es así como se demuestra que los estudiantes pueden realizar un procedimiento si este se aprende previamente, ya que no logran reconocer los problemas en los cuales se hace necesario.

2.5.3. Contextualización histórica-epistemológica

Los antecedentes conceptuales de la proporcionalidad, proporción y razón al abordar los aspectos puramente conceptuales relacionados con la proporcionalidad han recibido a lo largo de la historia algunas dificultades las cuales se ven reflejadas en las actividades matemáticas tal como se muestra en el artículo: *La génesis histórica de los conceptos de razón y proporción y su posterior aritmetización (2013)* en el cual se expone que el papel del docente debería de basarse en enseñar las diferentes formas de razonamiento, ya que existen diferentes situaciones en las cuales se deben de diferenciar los contextos proporcionales de los no proporcionales. Teniendo en cuenta lo anterior se podría decir que utilizar las regla de tres para resolver problemas de proporcionalidad resultaría insuficiente, limitando los procesos de análisis que pueda realizar el estudiante al

presentarle una alternativa de resolución fundamentada en una estructura particular que se caracteriza principalmente por la equivalencia de fracciones o razones. (Piaget, 1958).

2.5.4. Dificultades en el aprendizaje del concepto de proporcionalidad. Aportes en relación al razonamiento proporcional

Se identifica la importancia del desarrollo del razonamiento proporcional visto desde la concepción del término de proporcionalidad como “la habilidad para utilizar significativamente conceptos propios de las razones y las proporciones en la solución de situaciones típicas de proporcionalidad directa (fundamentalmente situaciones de cálculo de una cuarta proporcional), a definir aspectos cognitivos y metacognitivos implicados en este tipo de razonamiento” (Modestou & Gagatsis, 2009, 2010. Citado en Obando, Vasco, Arboleda, 2014). Para apoyar el análisis didáctico del presente trabajo de grado se tendrán en cuenta los siguientes aspectos importantes en el desarrollo del razonamiento proporcional (Obando, Vasco, Arboleda, 2014):

- Razonamiento por analogías: capacidad de los estudiantes para identificar regularidades en las variaciones entre variables, generalizar dichos patrones, o aplicarlos en situaciones estructuralmente similares (relacionadas a problemas matemáticos sobre proporcionalidad de tipo valor perdido).
- Solucionar problemas rutinarios de proporcionalidad: Conjunto de habilidades que deben desarrollar los estudiantes para la solución de las situaciones típicas del cálculo de una cuarta proporcional (relacionadas a problemas matemáticos sobre proporcionalidad de tipo comparación numérica).
- Conciencia metacognitiva de la linealidad: capacidad de los estudiantes para analizar los procesos de variación entre variables y determinar cuándo dicho

proceso puede ser modelado por una proporcionalidad directa (relacionadas a problemas matemáticos sobre proporcionalidad de tipo comparación y predicción cualitativa).

3. CAPÍTULO 3: Metodología

3.1. Marco metodológico: investigación cualitativa

Este trabajo se ubica en la línea de investigación de razonamiento y didáctica de las matemáticas, y se realiza bajo una metodología cualitativa, en un estudio de casos. Cuando se habla de esta metodología según Taylor & Bogdan (1987) “Se refiere en su más amplio sentido a la investigación que produce datos descriptivos; las propias palabras de las personas, habladas o escritas y la conducta observable” (P.7), ya que este trabajo se realizará un análisis discursivo en un libro de texto de grado séptimo de bachillerato, para lograr identificar de qué forma se está tematizando el concepto de proporción.

3.2. Análisis didáctico como metodología de investigación

En el capítulo anterior se mencionó al AD (Análisis Didáctico) no solo como un referente teórico, sino también como algo que nos permite complementar la metodología de investigación, ya que esta posibilita el verificar información relevante en cuanto al objeto de estudio gracias al carácter doblemente cíclico del AD, haciendo que la revisión de esta información pueda tener nuevas relaciones y así se pueda precisar más el objeto de estudio. (Gallardo y González, 2006).

No obstante, en el capítulo anterior se mencionó al AD como método de investigación en donde se utilizarán los métodos de análisis conceptual, análisis cognitivo y de análisis de contenido.

El análisis conceptual es un método que busca trabajar y profundizar sobre los conceptos, ya que es una técnica de escrutinio que consigue precisión y dominio en su uso. Es por ello, que al iniciar una investigación o al intentar tener profundidad sobre un tema, deben de analizarse los conceptos más importantes, en cuanto a lo matemático y educativo que lo componen. (Rico & Fernández ,2013).

Es por eso que Rico & Fernández (2013) afirman que:

El análisis de contenido se puede ver como un proceso en el cual se hace una recogida y resumen de datos escritos. De un modo más preciso podríamos decir que es un procedimiento estricto y sistemático para el análisis riguroso, el examen y verificación de los contenidos de datos escritos.

3.3. El método de estudio de casos

El método de estudio de caso es muy utilizado en investigaciones de tipo cualitativo, pero también permite usar fuentes de tipo cuantitativo, ya que en esta se utilizan documentos, entrevistas, observaciones entre otras.

Por consiguiente, el método se utilizará en este trabajo como agente a estudiar, un libro de texto, ya que este método se caracteriza por estar orientado a comprender la realidad singular, es por ello que su función principal es particularizar más no generalizar, lo cual

permitirá que se profundice en lo que se está estudiando, en este caso el concepto de proporción.

Como este trabajo se enmarcará en una investigación cualitativa Martínez (2006) dice:

“Las investigaciones realizadas a través del método de estudio de caso pueden ser: descriptivas, si lo que se pretende es identificar y describir los distintos factores que ejercen influencia en el fenómeno estudiado, y exploratorias, si a través de las mismas se pretende conseguir un acercamiento entre las teorías inscritas en el marco teórico y la realidad objeto de estudio”

Con lo anterior se evidencia el porqué del uso de este método para este trabajo, ya que por medio de esto se podría ver de una forma particular el concepto.

3.4. Diseño metodológico

3.4.1. Contextualización

La investigación está basada en la formación de profesores e innovación curricular, que según Rico, Lupiañez & Molina (2013):

“comienza siendo un método en Didáctica de la matemática, subsidiario de los análisis conceptual y de contenido, se transforma en un sistema interpretativo y, en ocasiones , explicativo de los fenómenos de diseño, desarrollo e innovación curricular junto con aquellos otros que estudian la formación del profesor de matemáticas, al establecer un sistema articulado de categorías para su estudio” (p.13)

Según lo anterior, en este trabajo, se identifican los enunciados que tematizan el concepto de proporción en los libros de texto a la luz de los problemas de proporcionalidad.

Teniendo en cuenta los objetivos planteados, este trabajo estará dividido en tres fases:

3.4.2. Primera fase.

En una primera fase, con el fin de identificar los enunciados que tematizan el concepto de proporción en el/los libro/s de texto de séptimo grado de escolaridad, se realizó una consolidación de los elementos conceptuales, que resultan fundamentales para el soporte de este trabajo, exponiendo así la problemática, logrando concluir con una pregunta de indagación que fue planteada en los objetivos, justificando así la importancia de la realización de este trabajo.

3.4.3. Segunda fase.

Así mismo, en una segunda fase se establece la realización de una encuesta a un determinado número de profesores en ejercicio de instituciones educativas del sector privado y público, con el fin de identificar cuáles son los libros de texto más utilizados, eso con el propósito de realizar un análisis matemático de los problemas de proporcionalidad, pudiendo ver ahí la estructura que contienen las tareas en el libro/o libros de texto.

3.4.4. Tercera fase.

Por último, en una tercera fase, con base en los referentes mencionados en la justificación, se identificarán las situaciones del concepto y desde qué perspectiva se abordan, eso con el fin de identificar de qué forma el planteamiento del problema incide en un buen entendimiento o no del concepto. Finalmente, se exponen los resultados obtenidos, haciendo un contraste entre las propuestas de tareas que plantea cada libro y se darán algunas recomendaciones con respecto al libro/ libros de texto utilizado/os.

3.5. Selección y análisis general de los libros de texto

En este capítulo se menciona la forma en la que se seleccionó el libro de texto y el análisis general al que fue sometido el texto escolar titulado "Vamos a aprender Matemáticas" (2017) Ministerio de educación, los cuales serán el objeto de estudio de este trabajo, la forma en la que fue seleccionado fue a través de una encuesta realizada a docentes en ejercicio de instituciones educativas públicas y privadas.

3.5.1. Selección de los libros de texto

Para la selección del libro, se realiza una encuesta tomada de Gómez (2016) de manera virtual usando la herramienta de formularios que ofrece el correo electrónico Gmail. (Ver anexo) El objetivo principal de la encuesta, fue identificar cuáles son las editoriales más utilizadas por los docentes en ejercicio a la hora de dictar sus clases de matemáticas.

De acuerdo al libro seleccionado, se hace una revisión minuciosa del mismo únicamente de la unidad o capítulo en la cual se aborde el concepto de proporción con el fin de identificar cómo se abordan las definiciones y sus respectivos problemas de proporcionalidad.

3.5.2. Análisis general de los libros de texto

Los libros de texto resultan en muchas ocasiones ser un apoyo importante para un docente, ya que este les da un orden en cuanto a la forma en que se da un tema, es por ello que se debe analizar su contenido antes de decidir llevarlo al aula de clases.

3.5.3. Modelo de rejilla de análisis para la determinación del tipo de problema matemático sobre proporcionalidad presente en el texto académico:

Dentro del presente trabajo es importante determinar si un problema dentro de un contexto de aprendizaje es de tipo matemático. Por lo anterior, como soporte del análisis didáctico y en pro de un estudio de casos más preciso, se empleó una rejilla de análisis que permitió determinar cuándo se presenta un problema matemático en la unidad de análisis, en qué momento se presenta y si dicho problema se puede categorizar como un problema matemático sobre proporcionalidad.

Para el diseño de la rejilla de análisis de los problemas y durante el planteamiento de la matriz de contenido se tuvo en cuenta verticalmente los aspectos más importantes que deben presentar como mínimo cualquier problema matemático y cualquier problema matemático sobre proporcionalidad planteados por Post (1988) y Oller (2012).

Además, para efectos de conveniencia se establece horizontalmente la aparición secuencial de problemas en cada uno de los capítulos de la tercera unidad del libro seleccionado para el desarrollo del presente trabajo de grado bajo lo siguiente: Cada problema será definido con la letra P y el momento en el que aparece en la unidad vendrá establecido por un primer número, que define el capítulo en el que aparece, y un segundo número que determina el momento en el orden en el que aparece. Lo anterior se debe entender de la siguiente manera: P,3.4 se refiere al cuarto problema que aparece en el tercer capítulo de la tercera unidad del libro "Vamos a aprender matemáticas 7".

La rejilla de análisis presenta una relación entre los aspectos más importantes que todo problema matemático sobre proporcionalidad debe presentar y la aparición secuencial de los problemas dentro de la unidad de análisis.

Para tener un mayor entendimiento sobre la rejilla que se utilizó para la determinación del tipo de problema que se está presentando en la unidad de análisis para darle soporte al análisis didáctico se diseñó una matriz de contenido que especifica los aspectos más importantes que se deben tener en cuenta sobre los tipos de problemas matemáticos y los tipos de problemas matemáticos sobre proporcionalidad según lo propuesto en el marco teórico.

Para la aplicación de la rejilla se tendrá en cuenta lo siguiente desde lo planteado en el capítulo 2 del presente trabajo según las propuestas de Oller (2012) para la teoría de problemas matemáticos y Cramer y Post (1993) para la teoría de problemas matemáticos sobre proporcionalidad:

- Se define un problema matemático de tipo introductorio como aquellos problemas que se refieran a temáticas anteriores al capítulo actual y se encuentren al inicio del mismo.
- Se entenderá como un problema matemático guía como todo problema que se presente resuelto.
- Se dirá que un problema matemático es de refuerzo cuando se plantee al final de cada capítulo y aluda a los temas vistos en el mismo.
- Todo problema matemático de tipo conclusorio si se encuentra al final de la unidad base de análisis y movilice las temáticas vistas durante la unidad.
- Se dice que un problema matemático se categoriza como un problema de tipo valor perdido cuando el problema presenta cuatro cantidades en relación a dos magnitudes sobre las que se conoce el valor de tres de ellas y se solicita que se encuentre el valor de la cuarta cantidad.

- Se entiende por problema matemático definido como un problema de tipo comparación numérica si éste moviliza dos magnitudes y pide que se encuentre la razón existente entre ellas.
- Se determina que un problema matemático es de tipo comparación y predicción cualitativa si promueve la comparación entre dos valores numéricos que no dependen de una forma o estructura específica.

3.5.4. Matriz de contenido, sobre problemas matemáticos y sobre problemas matemáticos sobre proporcionalidad.

Tipo de problema sobre proporcionalidad	
Valor perdido	<ul style="list-style-type: none"> • Se presentan tres datos de cuatro con el propósito de calcular el cuarto.
Comparación numérica	<ul style="list-style-type: none"> • Se pretende calcular razones mediante la comparación de dos magnitudes.
Comparación y predicción cualitativa.	<ul style="list-style-type: none"> • Se comparan dos valores numéricos que no dependen de una forma específica.
Tipo de problema matemático	
Problema introductorio	<ul style="list-style-type: none"> • Sirven como introducción al tema.

	<ul style="list-style-type: none">• Sirven como apertura de la clase.
Problema Guía	<ul style="list-style-type: none">• Aparecen resueltos.• Orientan el trabajo de los estudiantes.• Sirven como ejemplo.
Problema de refuerzo	<ul style="list-style-type: none">• Cierran cada epígrafe en que se divide la unidad.• Refuerzan los conceptos trabajados.
Problema conclusivo.	<ul style="list-style-type: none">• Cierran la unidad.• Fortalecen los conocimientos.

Tipo de problema matemático	Tipo de problema sobre proporcionalidad	P,1.4	P,2.1	P,5.3
Problema introductorio	valor perdido			
	Comparación numérica	Cuarto problema del capítulo uno		
	Comparación y predicción cualitativa			
Problema guía	valor perdido			
	Comparación numérica		Primer problema del segundo capítulo.	
	Comparación y predicción cualitativa			
Problema de refuerzo	valor perdido			
	Comparación numérica			
	Comparación y predicción cualitativa			Tercer problema del capítulo cinco.
Problema conclusorio	valor perdido			
	Comparación numérica			
	Comparación y predicción cualitativa			

Rejilla 1. Modelo general de rejilla de análisis para el análisis del texto. Autoría propia.

4. CAPÍTULO 4: Análisis

A lo largo de este capítulo se presentará la unidad de análisis, la aplicación de la rejilla propuesta como soporte del análisis didáctico y los análisis didácticos de cada uno de los capítulos en los que se divide la tercera unidad del libro “Vamos a aprender matemáticas 7” dedicado al concepto de proporcionalidad.

4.1. Libro de texto “Vamos a aprender matemáticas 7” Ministerio de educación.

El libro de texto “vamos a aprender 7”, hace parte de un proyecto que apuesta por el desarrollo de los estudiantes en el que son estos los principales protagonistas de su proceso de formación, ya que este proyecto apuesta por el desarrollo integral y proporciona herramientas de reflexión.

4.1.1. Presentación del texto: Vamos a aprender matemáticas 7 (2017)

El texto para este trabajo de grado ha sido seleccionado teniendo en cuenta los resultados de una encuesta aplicada con el fin de conocer la preferencia sobre los libros que son utilizados dentro de la comunidad docente (Ver Anexo 1. Tabla estadística.). El texto Vamos a aprender matemáticas 7 ofrecido por el Ministerio de Educación Nacional como apoyo para docentes y estudiantes durante el proceso de formación académica, publicado por la editorial Ediciones SM, S.A., impreso en Bogotá en el año 2017, fue el ejemplar que más fue nombrado entre los egresados que realizaron la encuesta.

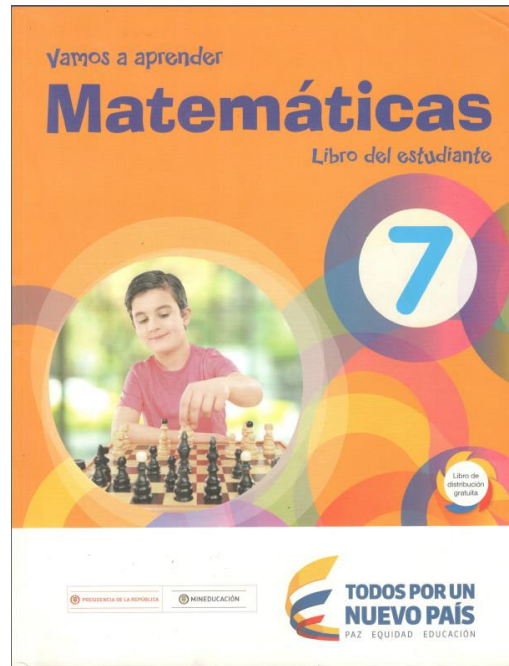


Figura 1. Portada del libro de texto *Vamos a aprender Matemáticas 7*

El texto se desarrolla bajo la colaboración de los siguientes autores:

- EQUIPO DE MATERIAL PEDAGÓGICO

COORDINADORA: Angélica Ortega Santacruz.

PROFESIONALES: Deyanira Alfonso Sanabria, Edna Maritza Corredor Suárez, Diana Patricia Tobón Maldonado, Andrés Alberto Andrade Ceballos.

- EQUIPO TÉCNICO DE MATEMÁTICAS

ASESORA: Yadira Sanabria Mejía

PROFESIONALES: Jenny Andrea Blanco Guerrero, Guillermo Andrés Salas Rodríguez, Jairo Anibal Rey Monroy.

- EQUIPO TÉCNICO EVALUADOR DE MATERIALES MATEMÁTICAS

Ricardo Cañon Moreno, María Isabel Noreña, Diana Velásquez Rojas, Ana Celia Castiblanco Paiba, María Beatriz Rocha.

El texto desarrolla la temática de proporcionalidad en la tercera unidad junto con las temáticas de ecuaciones y funciones, comenzando en la página 72 con los conceptos de razones y proporciones, pasando a la página 74 con el concepto de magnitudes correlacionadas, prosiguiendo en la página 76 con el concepto de proporcionalidad directa, continuando en la página 78 con la presentación de la regla de tres simple, pasando a la aplicación de la proporcionalidad directa en la página 80, definiendo la proporcionalidad inversa en la página 82, y finaliza con el tema de regla de tres compuesta en la página 84, como lo muestra la siguiente figura:

Pensamiento variacional	
Proporcionalidad, ecuaciones y funciones	
Pág. 70	
1. Razones y proporciones	72
2. Magnitudes correlacionadas	74
3. Proporcionalidad directa	76
4. Regla de tres simple directa	78
5. Aplicaciones de la proporcionalidad directa	80
6. Proporcionalidad inversa	82
7. Regla de tres compuesta	84

Figura 2. Índice de contenido de la unidad de análisis.

La unidad comienza con una descripción sobre los objetivos conceptuales que se persiguen y que se alcanzaron, asimismo, una breve explicación de la importancia de los temas que se van a desarrollar a lo largo de la misma, como se muestra en la siguiente figura:

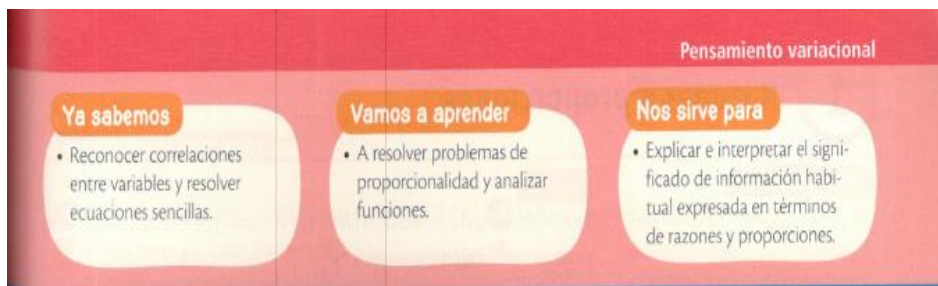


Figura 3. Objetivos conceptuales de la unidad de análisis de la unidad de análisis.

En general, cada temática se desarrolla de la siguiente manera: se comienza con un problema matemático denominado “saberes previos” que pretende realizar un sondeo sobre las nociones previas necesarias para abordar la temática en cuestión, introduciendo el tema; por debajo del problema matemático “saberes previos” se plantea un segundo problema matemático denominado “Analiza” que sirve como puente entre los conocimientos previos y los nuevos conocimientos que se persiguen en el desarrollo de la temática. Junto a los problemas matemáticos “Saberes previos” y “Analiza” se encuentra el desarrollo o procedimiento para solucionar el problema “Analiza” a modo de síntesis de los conceptos básicos que se pretende enseñar. Para finalizar el desarrollo de la temática se plantea una definición formal sobre los conceptos centrales y una serie de “ejemplos” y “actividades de aprendizaje” que sirven como soporte para la comprensión de los mismos. Todo lo anterior se puede evidenciar en la siguiente figura:

Ruta didáctica
El desarrollo de todos los contenidos presenta la siguiente **ruta didáctica**.

Conoce
Desarrolla los contenidos del tema. Sintetiza los conceptos básicos que debes aprender.

Recuerda
Recuerda que estas actividades las debes realizar en tu cuaderno.

Saberes previos
Explora lo que ya sabes.

Analiza
Establece la conexión entre los conocimientos previos y los nuevos contenidos, mediante una situación problema.

Actividades de aprendizaje
Desarrolla y refuerza lo que has aprendido.

Procesos cognitivos
Memoria
Comprensión
Análisis
Aplicación
Síntesis
Evaluación

Evaluación del aprendizaje
Evalúa tus conocimientos.

Ejemplos
Aplicación inmediata de los conceptos explicados.

Temas transversales

2 Perímetro de figuras planas

Objetivo
Determina el perímetro de cada polígono.

Actividades de aprendizaje

1. Determina el perímetro de cada polígono.

2. Mide la distancia que recorre el perro que se muestra en la figura 5.1.

3. ¿Cuántos minutos recorre un ciclista?
Si mantiene su ritmo diario, ¿en cuántos días completará la temporada?
Si ella recorre durante cada uno de los días de campo, ¿cuántos kilómetros completará su temporada recorre en días?

4. El largo de una cancha de baloncesto es 28 m y el ancho es 15 m. ¿Cuántos metros hay que dar al campo para recorrer 4 km?

Activación de conocimientos

1. Expresa el perímetro de la figura 5.4 en metros.

Resolución de problemas

1. El movimiento de El Nacional tiene una estructura rectangular de 2000 dm de largo y de 16 000 cm de ancho. Si se quiere abarcar la estructura con una valla por cada metro de distancia, ¿cuántas vallas se necesitan?

Enfoque de vida saludable

Dame una idea de cómo se debe hacer ejercicio. ¿Cuántos minutos debes dar un paseo a lo largo de la cancha que tenemos que la distancia de ese paseo sea saludable?

Perímetro de figuras planas

Objetivo
Para determinar la cantidad de metros de cinta que Lucas debe comprar es necesario sumar la longitud de todos los lados de la cancha que mide $10\text{ m} + 75\text{ m} + 10\text{ m} + 75\text{ m} = 370\text{ m}$. Entonces, Lucas debe comprar 370 m de cinta.

Objetivo
El perímetro de una figura plana es la suma de las medidas de todos sus lados.

Objetivo
Calcula el perímetro del polígono de la figura 5.2.

Objetivo
Una costurera diseñó mantas rectangulares de 25 cm de largo por 12 cm de ancho. Para poder calcular los metros de encaje necesaria para bordar cada manta, ella debe hallar su perímetro. ¿Cuál es el?

Objetivo
Para la celebración del Día de la Independencia, en el interior de cada uno de los salones de un colegio se va a poner una bandera por todo el perímetro. Si cada salón de clase tiene forma cuadrada y en cada salón mide 6 m, ¿cuánto se necesitará a m = 6 m = 6 m = 24 m de banderita por salón?

Objetivo
Para hallar el perímetro de la figura 5.3, se suman todas las longitudes dadas.

$P = 75\text{ cm} + 100\text{ cm} + 75\text{ cm} + 100\text{ cm} + 75\text{ cm} + 100\text{ cm} + 225\text{ cm} = 700\text{ cm}$

Figura 4. Ruta didáctica de la unidad de análisis de la unidad de análisis.

Al final de cada unidad se plantean un trabajo extra con el propósito de fortalecer la comprensión de los estudiantes. El trabajo extra se distribuye en tres secciones: “Practica más”, “Resolución de problemas” y “Evaluación del aprendizaje”, como lo muestra la siguiente figura:

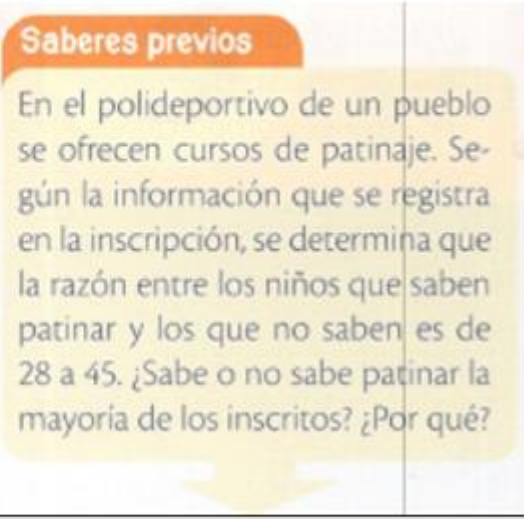


Figura 5. Secciones de la unidad de análisis de la unidad de análisis..

4.1.2. Aplicación de la rejilla para los problemas matemáticos sobre proporcionalidad presentes en el primer capítulo de la tercera unidad en el texto: **Vamos a aprender matemáticas 7 (2017)**

El texto escolar presenta los conceptos de razón y proporción en el primer capítulo de la tercera unidad. El capítulo comienza introduciendo la noción de razón a través de un problema matemático en la sección de “Saberes previos” planteando una situación en la que se comparan dos valores con el propósito de encontrar la razón existente entre ellos

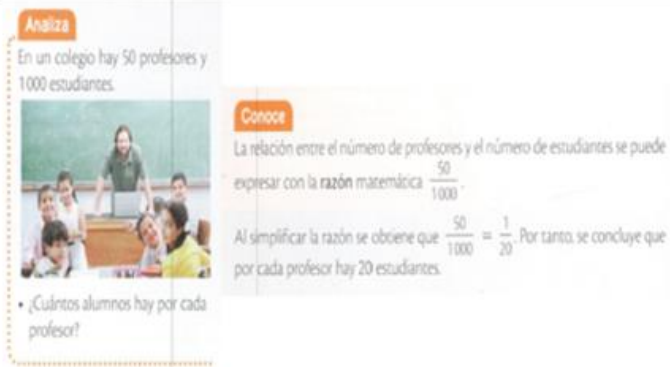
mediante un proceso de comparación a partir de la división. Lo anterior se ilustra a continuación:

TIPO DE PROBLEMA MATEMÁTICO	TIPO DE PROBLEMA SOBRE PROPORCIONALIDAD	P,1.1
Problema introductorio	valor perdido	
	Comparación numérica	
	Comparación y predicción cualitativa	

Rejilla 2. Aplicación 1, parte 1.

Posteriormente se plantea un segundo problema matemático en el que se expone una situación de comparación entre la cantidad de docentes y estudiantes, solicitando que se determine la cantidad de alumnos presentes por cada docente en el colegio mediante el uso de una comparación entre la cantidad de alumnos y la cantidad de profesores. Este

problema matemático nuevamente se orienta hacia la búsqueda de la razón existente entre la cantidad de alumnos y la cantidad de docentes, además, su solución se muestra en la sección siguiente “Conoce”, presentándose como un problema matemático que ejemplifica el procedimiento que se espera que los estudiantes deben seguir para resolver los problemas sobre razón, tal como se muestra a continuación:

TIPO DE PROBLEMA MATEMÁTICO	TIPO DE PROBLEMA SOBRE PROPORCIONALIDAD	P,1.2
Problema guía	valor perdido	
	Comparación numérica	
	Comparación y predicción cualitativa	

Rejilla 3. Aplicación 1, parte 2.

Se presentan cuatro problemas matemáticos planteados en el capítulo uno de la tercera unidad en la sección de “actividades de aprendizaje” con el propósito de fortalecer los conocimientos adquiridos sobre la temática de razón y proporción. El primer problema de los antes mencionados se orienta al refuerzo de la aplicabilidad de los procesos de comparación entre valores con el objetivo de encontrar la razón existente entre ellos,

mostrando una tabla de valores y solicitando que se realice una comparación entre ellos.

Los siguientes tres problemas se enmarcan dentro del trabajo con el concepto de proporción presentado dentro del capítulo en cuestión, ofreciendo tres de cuatro valores y solicitando que se encuentre o calcule el cuarto valor:

TIPO DE PROBLEMA MATEMÁTICO	TIPO DE PROBLEMA SOBRE PROPORCIONALIDAD	P,1.3												
Problema de refuerzo	valor perdido													
	Comparación numérica	<p>Resolución de problemas</p> <p>8 En una encuesta sobre el género de película favorito, se obtuvieron los datos que se muestran en la Tabla 3.1.</p> <table border="1" data-bbox="1008 1045 1382 1346"> <thead> <tr> <th>Género de película</th> <th>Frecuencia</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Suspense</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>Animada</td> <td>32</td> </tr> <tr> <td>Acción</td> <td>21</td> </tr> <tr> <td>Comedia</td> <td>17</td> </tr> <tr> <td>Otro</td> <td>7</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: right; font-size: small;">Tabla 3.1</p> <p>a. ¿Cuál es la razón entre los que prefieren comedia y los que prefieren las películas animadas?</p> <p>b. ¿Cuál es la razón entre los que prefieren las películas de acción y el total de los encuestados?</p>	Género de película	Frecuencia	Suspense	15	Animada	32	Acción	21	Comedia	17	Otro	7
	Género de película	Frecuencia												
Suspense	15													
Animada	32													
Acción	21													
Comedia	17													
Otro	7													
Comparación y predicción cualitativa														

TIPO DE PROBLEMA MATEMÁTICO	TIPO DE PROBLEMA SOBRE PROPORCIONALIDAD	P,1.4
Problema de refuerzo	valor perdido	
	Comparación numérica	<p>9 Un carro recorre una distancia de 120 km en 1,5 h manteniendo una velocidad constante. ¿Cuántos kilómetros recorrerá en 3 h?</p> <p>Evaluación del aprendizaje</p> <p>i Para hacer galletas, María agrega dos huevos por cada 300 g de mantequilla. Si duplica la cantidad de mantequilla, ¿cuántos huevos deberá usar?</p> <p>ii En una floristería venden doce rosas por cada 24 flores. ¿Cuántas rosas le entregarán a una persona que compre siete docenas de flores?</p>
	Comparación y predicción cualitativa	

Rejilla 5. Aplicación 1, parte 4.

En conclusión, en el primer capítulo de la tercera unidad del libro “Vamos a aprender matemáticas 7” se desarrollan los conceptos de razón y proporción principalmente por problemas matemáticos sobre proporcionalidad de tipo *comparación numérica* y de tipo *valor perdido*. Es importante resaltar que el capítulo no presenta problemas matemáticos de tipo *introdutorio* o de tipo *guía* para el trabajo con el concepto de proporción.

4.1.3. Generalidades encontradas entre los problemas del primer capítulo de la tercera unidad del libro *Vamos a aprender matemáticas* (2017)

Después de la aplicación de la rejilla de análisis propuesta para el presente trabajo de grado es posible observar que en su mayoría los problemas presentes en el primer capítulo de la tercera unidad del libro “*Vamos a aprender matemáticas 7*” presentan una inclinación por los procedimientos que refuerzan la aplicabilidad directa o lógica (Piaget y Inhelder, 1958) de la noción de razón y proporción a través del empleo de las fracciones dado que no presenta problemas matemáticos sobre proporcionalidad de tipo *comparación y predicción cualitativa*.

De acuerdo a lo establecido en el capítulo 2 del presente trabajo de grado y lo planteado en la matriz de contenido perteneciente a la rejilla de análisis, los problemas planteados para el desarrollo de la temática de razón y proporción son de tipo “Valor perdido” y “comparación numérica”, orientados específicamente al trabajo algorítmico resultante del estudio de las proporciones.

Teniendo en cuenta las bases establecidas para el empleo del análisis didáctico para el análisis de problemas matemáticos sobre proporcionalidad en los libros de textos académicos (ver capítulo 2) y la estructura semántica y operacional de los problemas matemáticos sobre proporcionalidad presentes en el capítulo 1 de la tercera unidad del libro “*Vamos a aprender matemáticas 7*”, podemos decir respecto al análisis conceptual que los problemas enfatizan el trabajo de proporcionalidad como un proceso de observación de la variación entre las variables y determinar si la situación problema puede moldearse a la aplicabilidad general de la razón o proporción desde un modelo lineal (Modestou &

Gagatsis, 2009, 2010). En los problemas de este capítulo se presenta el concepto de razón como el cociente resultante de una fracción formada entre dos magnitudes o valores relacionados. Los problemas matemáticos en los que se trabaja el concepto de proporción plantean el trabajo con dicho concepto como la equivalencia de fracciones resultantes de la comparación de dos magnitudes o valores, llegando a definir la proporción como la igualdad entre los cocientes que resultan de cada fracción definida dentro del contexto de trabajo que presenta el problema, y orientando la problematización del contexto como la tarea de encontrar o calcular mediante el trabajo algebraico de la propiedad de producto cruzado de las fracciones (o, en un principio más formal, la base de “la regla de 3”) de los cuatro valores inmersos en la igualdad de dos fracciones.

Respecto al análisis de contenido, los problemas matemáticos sobre proporcionalidad presente en la unidad base de estudio presentan una instrucción clara y en fiel seguimiento de la definición o instrucción presentada sobre los conceptos de razón y proporción a lo largo del capítulo. En el capítulo se brindan las herramientas necesarias y suficientes para realizar un trabajo algorítmico siempre que se presente un problema matemático sobre proporcionalidad en el que se solicite directamente encontrar la razón entre dos magnitudes o valores, o que se solicite encontrar uno de cuatro valores presentes en la igualdad de dos fracciones resultantes de la comparación de dos magnitudes o valores.

Este planteamiento sobre los conceptos de razón y proporción limitados al trabajo lineal y superficial no ofrece un escenario que promueva el desarrollo de un trabajo matemático y analítico sobre dichos conceptos, por el contrario, se presenta fuertemente dirigido a situaciones con una estructura específica de aplicabilidad en la que los problemas matemáticos determinan la forma que deben llevar dichas estructuras. A nivel del análisis

cognitivo, las expectativas de aprendizaje no van más allá del reconocimiento de situaciones contextualizadas que presenten similitudes en su estructura procedimental.

En conclusión, según el análisis didáctico desde lo propuesto en el capítulo 2, es posible afirmar que estos problemas matemáticos sobre proporcionalidad planteados en la unidad base de estudio generalizan la enseñanza de los conceptos de razón y proporción hacia el uso de los problemas matemáticos sobre proporcionalidad de tipo comparación numérica y valor perdido, especializando a los estudiantes en la aplicabilidad de procesos lineales en contextos problematizados estructuralmente similares, manifestando una similitud hacia los problemas del primer capítulo de la tercera unidad del libro “Vamos a aprender matemáticas 7”.

4.1.4. Aplicación de la rejilla para los problemas matemáticos sobre proporcionalidad presentes en el segundo capítulo de la tercera unidad en el texto: Vamos a aprender matemáticas 7 (2017)

El texto escolar presenta el concepto de magnitudes correlacionadas en el segundo capítulo de la tercera unidad. El capítulo comienza planteando un problema matemático de tipo introductorio en la sección “saberes previos”, en el que se pide explicar cómo un ciclista puede llegar a su punto de partida empleando un intervalo de tiempo que esté por debajo de 2 y 2.3 horas. En este problema se está promoviendo el trabajo a través de una comparación y predicción cualitativa entre dos magnitudes en la que una influye en la otra y solo se está mencionando una de ellas, permitiendo que los estudiantes asocien ambas magnitudes sin determinar una estructura, forma u operación específica:

TIPO DE PROBLEMA MATEMÁTICO	TIPO DE PROBLEMA SOBRE PROPORCIONALIDAD	P,2.1
Problema introductorio	valor perdido	
	Comparación numérica	
	Comparación y predicción cualitativa	<p>Saberes previos</p> <p>Francisco participa en una competencia de ciclismo. Desde el punto de inicio hasta el punto de llegada, con velocidad constante, emplea entre 2 y 2,3 horas. Si Francisco quiere reducir el tiempo del recorrido, ¿qué debe suceder con la velocidad?</p>

Rejilla 6. Aplicación 2, parte 1.

El capítulo presenta el siguiente problema en la sección “actividades de aprendizaje” como actividad para el refuerzo de los conceptos aprendidos en dicho capítulo. En este problema se muestra un contexto deportivo que promueve el consumo de agua antes, durante y después de realizar una determinada actividad física, orientando el trabajo con magnitudes en el cálculo de la cantidad de agua necesaria para llevar a cabo la actividad física en relación de la duración de la misma a través de una comparación numérica entre ambas magnitudes a través de dos preguntas de la siguiente manera: la primera pregunta se refiere a una razón que se plantea entre esas dos magnitudes y como se

presenta desde lo procedimental procedimental, exponiendo el consumo de agua en tres momentos y solo se relaciona con la actividad de agua en el segundo momento) y la segunda pregunta se refiere a si existe una razón entre el primer momento y la actividad física., como lo muestra la siguiente aplicación:

TIPO DE PROBLEMA MATEMÁTICO	TIPO DE PROBLEMA SOBRE PROPORCIONALIDAD	P,2.2
Problema de refuerzo	valor perdido	
	Comparación numérica	<p>Resolución de problemas</p> <p>5 El profesor de educación física de un colegio recomienda a sus estudiantes tomar por lo menos 500 ml de agua antes de realizar actividad física, 500 ml durante el ejercicio (cada 15-20 minutos) y por lo menos 500 ml después del ejercicio.</p> <p>a. ¿Qué tipo de correlación existe entre el tiempo que un estudiante invierte en cierta actividad física y la cantidad de agua que debe consumir?</p> <p>b. ¿La cantidad de agua que se consume antes de la actividad está correlacionada con el tiempo que dura la actividad?</p>
	Comparación y predicción cualitativa	

Rejilla 7. Aplicación 2, parte 2.

En conclusión, en el segundo capítulo de la tercera unidad del libro “Vamos a aprender matemáticas 7” se desarrolla el concepto de magnitudes correlacionadas principalmente por problemas matemáticos sobre proporcionalidad de tipo *comparación*

numérica. Es importante resaltar que el capítulo no presenta problemas matemáticos de tipo *introdutorio* o de tipo *guía* para el trabajo con el concepto.

4.1.5. Generalidades encontradas entre los problemas del segundo capítulo de la tercera unidad del libro *Vamos a aprender matemáticas* (2017)

Después de la aplicación de la rejilla de análisis propuesta para el presente trabajo de grado se observa un fuerte acercamiento por parte del capítulo hacia los problemas matemáticos sobre proporcionalidad de tipo *comparación numérica* y *comparación y predicción cualitativa*.

Frente al análisis conceptual, el primer problema matemático propuesto por el segundo capítulo de la tercera unidad del libro “*Vamos a aprender matemáticas 7*” pretende realizar una introducción de dicho capítulo mediante el trabajo con nociones previas, presentando un desarrollo matemático y analítico sobre el concepto de magnitudes directamente correlacionadas, estos problemas se orientan al desarrollo de habilidades que permitan identificar y aplicar procedimientos de aumento o disminución de magnitudes que se encuentren relacionadas en un contexto determinado cuando una de ellas influencia a la otra; por otro lado, se ofrece un segundo trabajo procedimental en el que se fortalece el trabajo algorítmico mediante la comparación directa de dos magnitudes.

Desde el análisis de contenido, los problemas matemáticos presentes en el segundo capítulo del texto académico seleccionado se relacionan coherentemente entre las definiciones y explicaciones ofrecidas a través de las definiciones presentadas y la exigencia procedimental de los problemas matemáticos, el capítulo ofrece herramientas necesarias y suficientes para la resolución de dichos problemas.

A partir del análisis cognitivo se encuentra que el capítulo comienza introduciendo la temática con altas expectativas de aprendizaje al orientar el trabajo hacia el análisis del contexto o fenómeno dejando de lado los procesos procedimentales y enfocándose en la fenomenología presente entre el aumento o disminución de una cantidad respecto a la influencia de otra; el capítulo continúa con un problema que pretende realizar un refuerzo sobre la temática vista a través de un problema matemático que ofrece expectativas que no van más allá del aprendizaje de un procedimiento específico aplicable a una situación concreta, omitiendo el desarrollo de habilidades matemáticas y analíticas que permitan a los estudiantes generar estrategias para la solución de problemas matemáticos sobre proporcionalidad que no presenten un contexto procedimental explícito.

En conclusión, la aplicación de la rejilla y su respectiva evaluación desde la mirada del análisis didáctico manifiesta el trabajo con problemas de tipo comparación numérica y comparación para el refuerzo de los conceptos trabajados y predicción cualitativa para la introducción del capítulo.

4.1.6. Aplicación de la rejilla para los problemas matemáticos sobre proporcionalidad presentes en el tercer capítulo de la tercera unidad en el texto: Vamos a aprender matemáticas 7 (2017)

La tercera unidad continúa con el tema de proporcionalidad directa en el tercer capítulo. Este capítulo presenta dos problemas. El primer problema se plantea en la sección “resolución de problemas” como apoyo al proceso de comprensión del concepto. El problema en cuestión explica la cantidad de dinero que gasta un individuo para comprar cierta cantidad de entradas de cine y solicita que se calcule cuánto dinero gastaría si quisiera invitar a dos personas más. En referencia al concepto presentado en este capítulo,

se determina que el problema matemático sobre proporcionalidad es de tipo *valor perdido* dado que se espera que los estudiantes resuelven dicho problema a partir de la manipulación algebraica de la equivalencia o proporción que se genera al establecer la relación entre la cantidad de dinero necesario por entrada, brindando tres datos de cuatro y solicitando que se calcule el cuarto valor. Lo anterior puede evidenciarse en la siguiente aplicación:

TIPO DE PROBLEMA MATEMÁTICO	TIPO DE PROBLEMA SOBRE PROPORCIONALIDAD	P,3.1
Problema de refuerzo	valor perdido	
	Comparación numérica	<p>Resolución de problemas</p> <p>4 Juan gastó \$ 32 000 en las entradas a cine de cinco personas. ¿Cuánto dinero habría gastado si hubiesen asistido dos personas más?</p>
	Comparación y predicción cualitativa	

Rejilla 8. Aplicación 3, parte 1.

El segundo problema propuesto para la comprensión del concepto de proporcionalidad directa es similar al anterior, siendo un problema de tipo comparación numérica. Este problema se contextualiza en un escenario comercial en el que tres individuos adquieren agendas y se explica cuánto dinero gastó uno de ellos en un determinado número de agendas, solicitando que se calcule el valor de las agendas que compró el segundo de ellos y el número de agendas que puede comprar el tercero con cierta cantidad de dinero, generando al necesidad de realizar una comparación entre dos

magnitudes: valor de las agendas y cantidad de agendas compradas. Lo anterior puede observarse en la siguiente aplicación:

TIPO DE PROBLEMA MATEMÁTICO	TIPO DE PROBLEMA SOBRE PROPORCIONALIDAD	P,3.2
Problema de refuerzo	valor perdido	
	Comparación numérica	<p>ii Diego compró cuatro agendas por \$ 60 000.</p> <p>★ a. ¿Cuánto gastará María si compra tres agendas iguales a las de Diego?</p> <p>b. ¿Cuántas agendas como las de Diego puede comprar Beatriz con \$ 150 000?</p>
	Comparación y predicción cualitativa	

Rejilla 9. Aplicación 3, parte 2.

4.1.7. Generalidades encontradas entre los problemas del tercer capítulo de la tercera unidad del libro *Vamos a aprender matemáticas (2017)*

Los problemas matemáticos sobre proporcionalidad planteados en el tercer capítulo de la tercera unidad del texto académico seleccionado para el presente trabajo de grado se orientan bajo la forma de problemas de tipo *comparación numérica*. El análisis conceptual evidencia que estos problemas presentan una inclinación lógica en el manejo del concepto de proporcionalidad directa, cada uno de ellos deja de lado procesos relacionados con procesos analíticos y matemáticos que puedan capacitar a los estudiantes para el análisis de situaciones o contextos a través del razonamiento proporcional.

Respecto al análisis de contenido, es posible afirmar que los problemas matemáticos sobre proporcionalidad del tercer capítulo del libro “Vamos a aprender matemáticas 7” presentan una consistencia sólida entre lo que se ofrece conceptualmente y lo que se pide para la resolución de los mismos.

Finalmente, el análisis cognitivo nos indica que en el tercer capítulo de la unidad base de análisis se espera que los estudiantes desarrollen habilidades algorítmicas para la aplicación de procedimientos fijos en contextos problematizadores cuya estructura operativa sea explícita y se mantenga constante. Las pretensiones cognitivas de estos problemas matemáticos no se orientan al desarrollo del razonamiento proporcional, son dirigidos a procesos mecánicos y memorísticos que sirven para estimular la memorización del empleo de la forma matemática que generan las proporciones directas entre magnitudes para resolver problemas en los que se deba calcular una razón a partir de la comparación de dos magnitudes.

En conclusión, estos problemas evidencian una falta de estímulos conceptuales en la comprensión del concepto de proporcionalidad directa a lo largo del capítulo número tres de la unidad de análisis. Esta falta de estímulos manifiesta una generalización por parte de la unidad de análisis en el desarrollo de su tercer capítulo hacia el uso de problemas que centran sus esfuerzos en la comparación directa de magnitudes, dejando de lado procesos iniciales y fundamentales para la comprensión del concepto de proporcionalidad directa.

4.1.8. Aplicación de la rejilla para los problemas matemáticos sobre proporcionalidad presentes en el cuarto capítulo de la tercera unidad en el texto: Vamos a aprender matemáticas 7 (2017)

Este capítulo presenta la temática de regla de tres simple directa. El primer problema que se plantea sirve como ejemplo para mostrar el tipo de procedimiento que se espera que los estudiantes aprendan. El problema es de tipo matemático sobre proporcionalidad y se desarrolla en un contexto relacionado con los ingredientes necesarios para preparar ocho porciones de brownies y solicita que se calcule la cantidad por ingrediente necesaria para la preparación de 12 porciones. El problema matemático se encuentra resuelto en la sección “Analiza”, y muestra un procedimiento en el que se ofrecen cuatro valores, de los que uno de ellos es un valor desconocido y debe ser calculado a partir de los tres restantes, tal como lo muestra la siguiente aplicación:

TIPO DE PROBLEMA MATEMÁTICO	TIPO DE PROBLEMA SOBRE PROPORCIONALIDAD	P,4.1																																		
Problema guía Problema guía	valor perdido																																			
	Comparación numérica	<p>Analiza</p> <p>Juliana preparará brownies para la celebración del cumpleaños de su padre a partir de la receta que encontró en un libro de cocina (Figura 3.12).</p> <p>Brownies</p> <p>Ingredientes</p> <ul style="list-style-type: none"> 150 g de chocolate amargo 75 g de mantequilla 2 huevos 200 g de azúcar 100 g de harina 1/2 taza de nueces picadas <table border="1"> <thead> <tr> <th>Porciones</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>8</td> </tr> <tr> <th>Tiempo</th> </tr> <tr> <td>1 h</td> </tr> <tr> <th>Calorías</th> </tr> <tr> <td>400</td> </tr> </tbody> </table> <p><i>Figura 3.12</i></p> <p>• Si a la fiesta asistirán doce personas, ¿qué cantidad de cada ingrediente debe usar Juliana?</p> <p>Conoce</p> <p>Las magnitudes número de porciones y cantidad de ingredientes son directamente proporcionales. Por tanto, para determinar la cantidad de ingredientes que debe usar Juliana en la preparación de doce brownies si se conocen los ingredientes para ocho porciones, se debe plantear una proporción por cada ingrediente y luego hallar el término desconocido, como se muestra en la Tabla 3.11.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Ingrediente</th> <th>Proporción</th> <th>Cálculo del término desconocido</th> <th>Cantidad para 12 personas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Chocolate amargo</td> <td>$\frac{8}{150} = \frac{12}{x}$</td> <td>$x = \frac{150 \cdot 12}{8} = 225$</td> <td>225 g</td> </tr> <tr> <td>Mantequilla</td> <td>$\frac{8}{75} = \frac{12}{x}$</td> <td>$x = \frac{75 \cdot 12}{8} = 112,5$</td> <td>112,5 g</td> </tr> <tr> <td>Huevos</td> <td>$\frac{8}{2} = \frac{12}{x}$</td> <td>$x = \frac{2 \cdot 12}{8} = 3$</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>Azúcar</td> <td>$\frac{8}{200} = \frac{12}{x}$</td> <td>$x = \frac{200 \cdot 12}{8} = 300$</td> <td>300 g</td> </tr> <tr> <td>Harina</td> <td>$\frac{8}{100} = \frac{12}{x}$</td> <td>$x = \frac{100 \cdot 12}{8} = 150$</td> <td>150 g</td> </tr> <tr> <td>Nueces picadas</td> <td>$\frac{8}{0,5} = \frac{12}{x}$</td> <td>$x = \frac{0,5 \cdot 12}{8} = \frac{3}{4}$</td> <td>$\frac{3}{4}$ taza</td> </tr> </tbody> </table> <p><i>Tabla 3.11</i></p>	Porciones	8	Tiempo	1 h	Calorías	400	Ingrediente	Proporción	Cálculo del término desconocido	Cantidad para 12 personas	Chocolate amargo	$\frac{8}{150} = \frac{12}{x}$	$x = \frac{150 \cdot 12}{8} = 225$	225 g	Mantequilla	$\frac{8}{75} = \frac{12}{x}$	$x = \frac{75 \cdot 12}{8} = 112,5$	112,5 g	Huevos	$\frac{8}{2} = \frac{12}{x}$	$x = \frac{2 \cdot 12}{8} = 3$	3	Azúcar	$\frac{8}{200} = \frac{12}{x}$	$x = \frac{200 \cdot 12}{8} = 300$	300 g	Harina	$\frac{8}{100} = \frac{12}{x}$	$x = \frac{100 \cdot 12}{8} = 150$	150 g	Nueces picadas	$\frac{8}{0,5} = \frac{12}{x}$	$x = \frac{0,5 \cdot 12}{8} = \frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$ taza
	Porciones																																			
8																																				
Tiempo																																				
1 h																																				
Calorías																																				
400																																				
Ingrediente	Proporción	Cálculo del término desconocido	Cantidad para 12 personas																																	
Chocolate amargo	$\frac{8}{150} = \frac{12}{x}$	$x = \frac{150 \cdot 12}{8} = 225$	225 g																																	
Mantequilla	$\frac{8}{75} = \frac{12}{x}$	$x = \frac{75 \cdot 12}{8} = 112,5$	112,5 g																																	
Huevos	$\frac{8}{2} = \frac{12}{x}$	$x = \frac{2 \cdot 12}{8} = 3$	3																																	
Azúcar	$\frac{8}{200} = \frac{12}{x}$	$x = \frac{200 \cdot 12}{8} = 300$	300 g																																	
Harina	$\frac{8}{100} = \frac{12}{x}$	$x = \frac{100 \cdot 12}{8} = 150$	150 g																																	
Nueces picadas	$\frac{8}{0,5} = \frac{12}{x}$	$x = \frac{0,5 \cdot 12}{8} = \frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$ taza																																	
Comparación y predicción cualitativa																																				

Rejilla 10. Aplicación 4, parte 1.


El segundo problema del cuarto capítulo es similar al anterior. Este problema matemático sobre proporcionalidad orientado al desarrollo del concepto de regla de tres simple directa se presenta resuelto con el propósito de mostrar el procedimiento que se espera que los estudiantes utilicen para resolver futuros problemas matemáticos sobre proporcionalidad relacionados con la temática de regla de tres simple directa en la sección “Ejemplo 1”. El contexto de este segundo problema se establece en medio de un espacio culinario en el que se pide que se calcule la cantidad de calorías que tienen cierta cantidad de porciones de queso a partir de la utilización de cuatro valores, de los que se conocen tres y se pide calcular el cuarto. Lo anterior puede observarse en la siguiente aplicación:

TIPO DE PROBLEMA MATEMÁTICO	TIPO DE PROBLEMA SOBRE PROPORCIONALIDAD	P,4.2						
Problema guía	valor perdido							
	Comparación numérica	<p>Ejemplo 1</p> <p>Si ocho porciones de queso contienen 400 calorías, ¿cuántas calorías contienen 35 porciones?</p> <p>En esta situación las magnitudes <i>número de porciones</i> y <i>calorías</i> son directamente proporcionales. Sabiendo esto, se puede responder la pregunta a partir del siguiente procedimiento.</p> <table border="1" data-bbox="699 680 951 772"> <tr> <td>Número de porciones</td> <td>8</td> <td>35</td> </tr> <tr> <td>Calorías</td> <td>400</td> <td>x</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">Tabla 3.12</p> <p>$\frac{8}{400} = \frac{35}{x} \Rightarrow x = \frac{400 \cdot 35}{8} = 1750$</p> <p>Por tanto, 35 porciones de queso contienen 1750 calorías.</p> <p><i>Se relacionan los datos en una tabla.</i></p> <p><i>Se forma la proporción correspondiente y se halla el valor desconocido.</i></p>	Número de porciones	8	35	Calorías	400	x
	Número de porciones	8	35					
Calorías	400	x						
Comparación y predicción cualitativa								

Rejilla 11. Aplicación 4, parte 2.

Los siguientes cinco problemas matemáticos planteados en el cuarto capítulo de la tercera unidad del libro “Vamos a aprender matemáticas 7” presentan una estructura procedimental y un propósito similar. Estructuralmente, los problemas presentan contextos que manejan cuatro valores relacionados entre sí, ofreciendo el valor de tres de ellos y pidiendo que se encuentre o calcule el cuarto valor. Estos problemas matemáticos sobre proporcionalidad orientados a la comprensión de la regla de tres simple se concentran en la aplicación del procedimiento establecido en los dos primeros problemas antes mencionados

en las secciones de “Analiza” y “Ejemplo 1”. Lo anterior se puede evidenciar en la siguiente aplicación:

TIPO DE PROBLEMA MATEMÁTICO	TIPO DE PROBLEMA SOBRE PROPORCIONALIDAD	P,4.3 - P,4.4
Problema de refuerzo	valor perdido	
	Comparación numérica	<p>3 Juan trabaja 48 horas a la semana.</p> <ul style="list-style-type: none"> a. ¿Cuántas horas trabaja Juan en siete semanas? b. ¿Cuántas horas trabajó en ocho semanas y media? c. Si Juan trabajó 240 horas, ¿cuántas semanas laboró? <p>4 En una competencia de ciclismo por cada tres etapas se deben recorrer 420 km. Si en total se recorrieron 2 100 km, ¿cuántas etapas se corrieron?</p> 
	Comparación y predicción cualitativa	

Rejilla 12. Aplicación 4, parte 3.

TIPO DE PROBLEMA MATEMÁTICO	TIPO DE PROBLEMA SOBRE PROPORCIONALIDAD	P,4.5 - P,4.6
Problema de refuerzo	valor perdido	
	Comparación numérica	<p>5 Milena gana \$ 45 000 por cuatro horas de trabajo.</p> <ul style="list-style-type: none"> a. ¿Cuánto dinero gana Milena en once horas? b. Si Milena trabaja seis horas diarias, ¿cuánto dinero gana en diez días? c. Si Milena ganó en el mes \$ 1 912 500, ¿cuántas horas trabajó? <p>6 Un estudio realizado por el Ministerio TIC en el 2014, reveló que ocho de cada diez colombianos usan internet y seis de cada diez visitan redes sociales. Si en Bogotá hay aproximadamente 7 800 000 habitantes,</p> <ul style="list-style-type: none"> a. ¿cuántos habitantes usan internet? b. ¿cuántas personas visitan redes sociales? c. ¿cuál es la razón entre los que usan internet y los que visitan las redes sociales?
	Comparación y predicción cualitativa	

Rejilla 13. Aplicación 4, parte 4.

<p>TIPO DE PROBLEMA MATEMÁTICO</p>	<p>TIPO DE PROBLEMA SOBRE PROPORCIONALIDAD</p>	<p>P,4.7</p>										
<p>Problema de refuerzo</p>	<p>valor perdido</p>											
	<p>Comparación numérica</p>	<p>✓ El consumo diario aproximado de agua por persona, en litros, se muestra en la Figura 3.13.</p> <div data-bbox="868 730 1312 1014" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p style="text-align: center;">Consumo aproximado en litros por persona</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">Ducha:</td> <td style="padding: 2px;">60 litros (15 min)</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">Lavado de manos:</td> <td style="padding: 2px;">3,5 litros (55 s)</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">Baño:</td> <td style="padding: 2px;">6 litros</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">Lavadora:</td> <td style="padding: 2px;">50 litros</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">Aseo casa:</td> <td style="padding: 2px;">10 litros</td> </tr> </table> </div> <p style="text-align: right; margin-top: 5px;">Figura 3.13</p> <p>a. Si una persona tarda en la ducha 20 minutos, ¿cuántos litros de agua consume?</p> <p>b. Si una persona tarda dos minutos lavándose las manos, ¿cuántos litros de agua consume?</p> <p>c. Si una persona limpia su casa cuatro días al mes, ¿cuántos litros de agua consume semestralmente aseando su casa?</p> <p>d. Si en una casa viven cuatro personas, ¿cuántos litros de agua consumen en el mes en la ducha, el lavado de manos y el uso del baño?</p>	Ducha:	60 litros (15 min)	Lavado de manos:	3,5 litros (55 s)	Baño:	6 litros	Lavadora:	50 litros	Aseo casa:	10 litros
	Ducha:	60 litros (15 min)										
Lavado de manos:	3,5 litros (55 s)											
Baño:	6 litros											
Lavadora:	50 litros											
Aseo casa:	10 litros											
<p>Comparación y predicción cualitativa</p>												

4.1.9. Generalidades encontradas entre los problemas del cuarto capítulo de la tercera unidad del libro *Vamos a aprender matemáticas* (2017)

El cuarto capítulo de la unidad básica de análisis presenta una fuerte inclinación y preferencia por problemas matemáticos sobre proporcionalidad de tipo *valor perdido* para el trabajo de la temática de regla de tres simple directa. Esta tendencia que se desarrolla dentro del capítulo en cuestión representa una dificultad en el aprendizaje del concepto que pretende trabajar la unidad en el presente capítulo. Como ya se ha establecido, trabajar la proporcionalidad desde problemas matemáticos que se concentren en el trabajo lógico o aplicativo de la proporcionalidad fomenta un espacio propicio para la aparición del obstáculo epistemológico "sobre-generalización de la linealidad".

En lo conceptual, los problemas matemáticos trabajados en este capítulo no presentan un trasfondo matemático o analítico sobre la proporcionalidad, orientan el trabajo de los estudiantes hacia la aplicación de conceptos, nociones y/o procedimientos previamente aprendidos en capítulos anteriores. Conceptualmente, estos problemas se concentran en la aplicabilidad de la proporcionalidad y no significan un apoyo concreto y directo de entendimiento. En lo contenido, los problemas matemáticos de este cuarto capítulo poseen una dificultad baja, que se desarrolla en contextos de estructuras similares y cuya aplicabilidad no difiere en ninguno de ellos, reforzando el trabajo memorístico y aritmético del trabajo con proporcionalidad presentado en un lenguaje directo y que no genera mayores dificultades en su comprensión.

En lo cognitivo, la temática desarrollada a través de estos problemas matemáticos sobre proporcionalidad no representa un desafío para los estudiantes dado que cada uno de los problemas se puede resolver bajo el mismo procedimiento y éste solo se concentra en

desarrollar el planteamiento y la aplicabilidad de la proporción cuando se tiene una variable o valor desconocido, dando prioridad al trabajo algorítmico.

En conclusión, los problemas matemáticos sobre proporcionalidad presentados en este capítulo muestran una fuerte tendencia y preferencia por el trabajo con problemas de tipo valor perdido, dejando de lado procesos importantes para el desarrollo del razonamiento proporcional, dificultando el desarrollo conceptual de los estudiantes y generando espacios propicios para la aparición de obstáculos epistemológicos.

4.1.10. Aplicación de la rejilla para los problemas matemáticos sobre proporcionalidad presentes en el quinto capítulo de la tercera unidad en el texto: *Vamos a aprender matemáticas 7 (2017)*

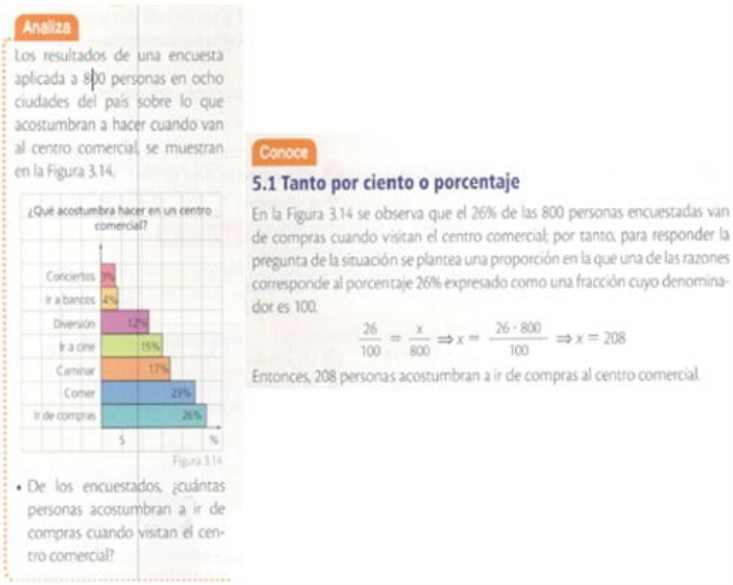
El quinto capítulo de la unidad de análisis presenta la temática de aplicaciones de la proporcionalidad directa. El primer problema que se plantea en el capítulo se hace a través de la sección “Saberes previos” e intenta introducir el tema a trabajar haciendo alusión a la noción de razón empleando un contexto en el que se presenta una situación del ámbito comercial, planteando una situación en la que se deben comparar cuatro cantidades que hacen parte de un total, pidiendo que se calcule la razón entre cada una de estas cantidades y el total al que pertenecen, tal como lo muestra la siguiente aplicación:

TIPO DE PROBLEMA MATEMÁTICO	TIPO DE PROBLEMA SOBRE PROPORCIONALIDAD	P,5.1
Problema introductorio	valor perdido	
	Comparación numérica	<p>Saberes previos A un almacén de artesanías llega un pedido de 100 ruanas artesanales. 30 rojas, 25 rosadas, 15 amarillas, 10 azules y el resto, verdes. Escribe la razón que representa cada color respecto al total de ruanas recibidas. Expresa como decimal cada razón.</p>
	Comparación y predicción cualitativa	

Rejilla 15. Aplicación 5, parte 1.

El siguiente problema planteado en el capítulo cinco de la unidad dedicada a la enseñanza de la proporcionalidad dentro del texto escolar seleccionado pretende servir como guía del trabajo que se espera que los estudiantes realicen a lo largo del desarrollo del mismo. Este problema se plantea en la sección “Analiza” y se resuelve en la siguiente sección “Conoce”. Funciona como modelo para mostrar el procedimiento que se espera que los estudiantes puedan comprender y aplicar. Este procedimiento es similar al procedimiento desarrollado en el capítulo anterior sobre el trabajo con proporcionalidad


directa, pues resulta del trabajo con cuatro valores, siendo uno de ellos desconocido y solicitando que se encuentre dicho valor a partir de los tres restantes. Lo anterior se puede evidenciar en la siguiente aplicación:


<p>TIPO DE PROBLEMA MATEMÁTICO</p>	<p>TIPO DE PROBLEMA SOBRE PROPORCIONALIDAD</p>	<p>P,5.2</p>
<p>Problema guía</p>	<p>valor perdido</p>	
	<p>Comparación numérica</p>	
	<p>Comparación y predicción cualitativa</p>	

Rejilla 16. Aplicación 5, parte 2.

Los siguientes cuatro problemas que se presentan en este capítulo se desarrollan en la sección “Actividades de aprendizaje” y manejan una estructura procedimental similar a la del problema matemático anteriormente mencionado. Estos problemas difieren únicamente en que se involucra el concepto de porcentaje, solicitando como paso adicional que se encuentre el porcentaje que representa uno de los cuatro valores que se movilizan en

cada uno de los problemas para su posterior utilización en la resolución del problema. Una vez se ha encontrado dicho porcentaje, se debe pasar a calcular el cuarto valor desconocido a partir del trabajo con los tres valores restantes. Lo anterior se puede observar en la siguiente aplicación:

TIPO DE PROBLEMA MATEMÁTICO	TIPO DE PROBLEMA SOBRE PROPORCIONALIDAD	P,5.3 - P,5.4
Problema de refuerzo	valor perdido	<p>6 Un embalse de 425 hm^3 se encontraba el año pasado a un 60% de su capacidad. Este año descendió respecto al año anterior un 77%. ¿Cuál es su capacidad actualmente?</p>  <p>7 En determinada ciudad reciclaron en un año 1 592 toneladas de cartón. Al año siguiente, tras una campaña de información, la cantidad reciclada aumentó un 5,5%. ¿Cuántas toneladas de cartón fueron recicladas ese año?</p>
	Comparación numérica	
	Comparación y predicción cualitativa	

TIPO DE PROBLEMA MATEMÁTICO	TIPO DE PROBLEMA SOBRE PROPORCIONALIDAD	P,5.5 - P,5.6
Problema de refuerzo	valor perdido	<p>i Pilar piensa viajar en avión a una ciudad americana; consulta el precio por internet, y el pasaje de ida y vuelta en la compañía A le cuesta \$ 1 620 000; luego consulta en la compañía B y el precio anterior se incrementa en un 5%. ¿Cuánto cuesta el pasaje en la compañía B?</p>  <p>ii Elsa deja en el banco \$ 3 000 000 al 6% anual durante tres años. Pasado ese tiempo, decide dejar el capital y los intereses dos años más, también al 6%. Si inicialmente los \$ 3 000 000 los hubiese dejado cinco años al 6%, ¿obtendría más intereses?</p>
	Comparación numérica	
	Comparación y predicción cualitativa	

Rejilla 18. Aplicación 5, parte 4.

4.1.11. Generalidades encontradas entre los problemas del quinto capítulo de la tercera unidad del libro *Vamos a aprender matemáticas* (2017)

El desarrollo de este capítulo se orienta al refuerzo del concepto de regla de tres simple directa. Todos los problemas matemáticos sobre proporcionalidad que se plantean son de

tipo comparación numérica, para el caso del trabajo con razón, y de tipo valor perdido, para el caso del trabajo con proporción o el trabajo específico de regla de tres simple directa.


Desde el análisis conceptual se evidencia un trabajo con problemas matemáticos sobre proporcionalidad de tipo *valor perdido* (para el refuerzo de la temática) y de tipo *comparación numérica* para la (introducción de la temática). A partir de lo anterior, se considera que el trabajo con problemas matemáticos en el quinto capítulo de la unidad base de análisis no es suficientes para brindar un acercamiento correcto a la noción de razón o de proporción, evitando el desarrollo de habilidades matemáticas y analíticas que permitan identificar estas nociones importantes para la comprensión de la proporcionalidad en contextos que no posean una estructura procedimental similar a estos tipos de problemas. Nuevamente, el análisis de contenido muestra una coherencia con los procedimientos explicados en el capítulo, dado que todos los problemas se resuelven bajo el mismo procedimiento y presentan la misma estructura procedimental y contextual, no se presentan mayores dificultades en la resolución y comprensión del problema como tal.

A partir del análisis cognitivo se muestra que las expectativas de aprendizaje no van más allá del trabajo algorítmico y memorístico de lo aprendido hasta el momento sobre razón y proporción. Se mantiene un trabajo específico en un contexto específico y bajo una estructura procedimental específica, dando prioridad al trabajo memorístico y poniendo como énfasis las nociones de razón y proporción mediante la muestra de un procedimiento aplicable a determinadas situaciones, dejando de lado cualquier trasfondo matemático y analítico que se pueda presentar.

En conclusión, el trabajo presentado en el quinto capítulo de la tercera unidad del libro seleccionado para el presente trabajo de grado presenta una generalización de la enseñanza de los conceptos de razón y proporción mediante el uso de problemas de tipo *comparación numérica y valor perdido*.

4.1.12. Aplicación de la rejilla para los problemas matemáticos sobre proporcionalidad presentes en el sexto capítulo de la tercera unidad en el texto: Vamos a aprender matemáticas 7 (2017)

El sexto capítulo de la tercera unidad del libro “Vamos aprender matemáticas 7” trabaja la temática de proporcionalidad inversa. El primer problema matemático sobre proporcionalidad planteado en este capítulo se realiza en la sección “Analiza” y se resuelve en la siguiente sección “Conoce”, sirviendo como modelo del procedimiento que se espera que los estudiantes aprendan y apliquen. En este problema se habla de una situación en la que se debe calcular uno de tres valores, a partir del trabajo con los dos valores restantes, bajo un procedimiento similar al realizado en los problemas sobre proporción, difiriendo en este caso en que solo se movilizan tres valores. La mecanicidad de estos problemas coincide con la presentada en los problemas de los capítulos anteriores. Lo anterior se puede observar en la siguiente aplicación:

TIPO DE PROBLEMA MATEMÁTICO	TIPO DE PROBLEMA SOBRE PROPORCIONALIDAD	P,6.1						
Problema guía	valor perdido	<p>Analiza</p> <p>El día de los niños José visita una fundación de menores de bajos recursos a la que normalmente asisten 75 de ellos. José había comprado 150 naranjas para ofrecer dos a cada uno, pero ese día la directora le dice que solo asistieron 50 niños.</p>  <p>• Si José quiere repartir las 150 naranjas entre los niños que asistieron, ¿cuántas le corresponden a cada uno?</p> <p>Conoce</p> <p>6.1 Magnitudes inversamente proporcionales</p> <p>Entre menos niños asistan a la fundación, más naranjas le corresponderán a cada uno. Esto indica que las magnitudes <i>número de niños</i> y <i>cantidad de naranjas</i> están inversamente correlacionadas. En la Tabla 3.15 se registran los datos que suministra el problema.</p> <table border="1" data-bbox="1019 621 1260 680"> <thead> <tr> <th>Número de niños</th> <th>75</th> <th>50</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Cantidad de naranjas</td> <td>2</td> <td>x</td> </tr> </tbody> </table> <p>Tabla 3.15</p> <p>El producto del número de niños por la cantidad de naranjas que recibe cada uno debe ser igual a la cantidad total de naranjas que compró José, es decir, 150. Así que:</p> $75 \cdot 2 = 150 \text{ y } 50 \cdot x = 150$ <p>Luego, $x = \frac{150}{50} = 3$</p> <p>Entonces, a cada niño le corresponden tres naranjas.</p>	Número de niños	75	50	Cantidad de naranjas	2	x
	Número de niños	75	50					
	Cantidad de naranjas	2	x					
Comparación numérica								
Comparación y predicción cualitativa								

Rejilla 19. Aplicación 6, parte 1.

El siguiente problema planteado en el sexto capítulo de la unidad de análisis se presenta como en la sección “Ejemplo 2” y nuevamente presenta un modelo de cómo se pueden resolver problemas matemáticos sobre proporcionalidad en los que se te pida calcular uno de cuatro valores a partir de los tres restantes. Este problema utiliza como modelo de resolución el trabajo con la proporción mediante el uso del producto cruzado, tal como lo muestra la siguiente aplicación:

TIPO DE PROBLEMA MATEMÁTICO	TIPO DE PROBLEMA SOBRE PROPORCIONALIDAD	P,6.2
Problema guía	valor perdido	<p>Ejemplo 2</p> <p>Para los cursos vacacionales se contratan doce instructores. Cada uno tiene a cargo un grupo de 36 estudiantes. ¿Cuántos instructores se necesitarían si se quisieran organizar grupos de 24 estudiantes?</p> <p>Las magnitudes <i>número de instructores</i> y <i>número de estudiantes</i> son inversamente proporcionales. Como el total de estudiantes no varía, se tiene que:</p> $12 \cdot 36 = 24 \cdot x \Rightarrow x = \frac{12 \cdot 36}{24} = 18$ <p>Si se quisieran grupos de 24 estudiantes se requerirían 18 instructores.</p>
	Comparación numérica	
	Comparación y predicción cualitativa	

Rejilla 20. Aplicación 6, parte 2.

Los siguientes seis problemas se plantean en la sección de “actividades de aprendizaje” como refuerzo de la temática trabajada a lo largo del capítulo. Estos problemas matemáticos presentan la misma estructura procedimental y contextual que los problemas matemáticos de capítulos anteriores sobre proporción. En ellos se movilizan cuatro valores relacionados entre sí, representando uno de ellos una incógnita que debe ser calculada o encontrada a partir del trabajo con los tres valores restantes. Lo anterior se puede evidenciar en la siguiente aplicación:

TIPO DE PROBLEMA MATEMÁTICO	TIPO DE PROBLEMA SOBRE PROPORCIONALIDAD	P,6.3 - P,6.4 - P,6.5 - P,6.6
Problema de refuerzo	valor perdido	<p>Resolución de problemas</p> <p>4 Un barco que navega a 24 km/h tardó 12 h en hacer un recorrido. ¿Cuánto tardará en hacer el mismo recorrido otro barco que navega a 32 km/h?</p> <p>5 Para envasar cierta cantidad de combustible se necesitan 16 canecas de 200 L. Para envasar la misma cantidad en 64 canecas, ¿de qué capacidad tienen que ser?</p> <p>6 Un rectángulo tiene 10 m de base y 7 m de altura. Otro rectángulo de igual área tiene 4 m de base. ¿Cuál será la medida de su altura?</p> <p>7 Tres jardineros hicieron el jardín de un parque trabajando en total 120 horas. ¿Cuántas horas tendrán que trabajar nueve jardineros para hacer un jardín igual al anterior?</p>
	Comparación numérica	
	Comparación y predicción cualitativa	

TIPO DE PROBLEMA MATEMÁTICO	TIPO DE PROBLEMA SOBRE PROPORCIONALIDAD	P,6.7 - P,6.8
Problema de refuerzo	valor perdido	<p>i En un refugio de montaña hay provisiones para ocho montañistas durante tres días. Responde:</p> <p>★</p> <p>a. Si llegaron cuatro montañistas más, ¿cuántos días durarán las provisiones?</p> <p>b. Alberto estuvo en el refugio con sus amigos durante cuatro días. ¿Cuántos amigos eran en total?</p> <p>ii Cuatro pintores tardan seis horas en pintar una casa. Calcula cuántos días tardarán en pintar esa misma casa ocho pintores.</p> <p>★</p>
	Comparación numérica	
	Comparación y predicción cualitativa	

Rejilla 22. Aplicación 6, parte 4.

4.1.13. Generalidades encontradas entre los problemas del sexto capítulo de la tercera unidad del libro *Vamos a aprender matemáticas* (2017)

En este capítulo se desarrolla la temática de proporcionalidad inversa bajo la misma estructura sobre la que se trabajó la proporcionalidad directa. Los problemas matemáticos sobre proporcionalidad en este sexto capítulo trabajan con fuerza los problemas de tipo *valor perdido*. Todos los problemas pertenecientes a este capítulo se centran en el trabajo con cuatro o tres valores, entregando uno de ellos como una incógnita que debe ser encontrada a partir de los valores restantes siguiendo una misma estructura procedimental, planteándose en contextos que poseen el mismo modelo contextual.

La mirada del análisis conceptual nos muestra que los problemas matemáticos en este capítulo presentan la proporcionalidad inversa bajo condiciones similares a la proporción directa, diferenciándose bajo el supuesto de que una de ellas aumenta y la otra disminuye. Conceptualmente se presenta un abordaje superficial y poco desarrollado, presentando una dificultad en la distinción entre problemas matemáticos sobre proporcionalidad que pretendan trabajar la proporcionalidad directa de los que quieran trabajar la proporcionalidad inversa.


A partir del análisis de contenido podemos observar que los problemas matemáticos sobre proporcionalidad orientados al trabajo de la proporción inversa no presentan una conexión estable entre lo que se define como proporcionalidad inversa y lo que se plantea como proporcionalidad directa en dichos problemas. A pesar de la explicitud del problema resuelto en la sección “Analiza”, la única condición que se ofrece para identificar dichos problemas de los demás es la condición de disminución en la razón presente en el desarrollo del contexto.

Mediante el análisis cognitivo podemos identificar que el sustento conceptual y de contenido presentes en este capítulo no permiten elevar las expectativas de aprendizaje más allá de un trabajo procedimental y memorístico, dejando de lado el análisis matemático y profundo del concepto de proporcionalidad inversa, limitando a un mero trabajo algorítmico en el que se deben identificar los valores dentro del contexto, estructurarlos y posteriormente operarlos para calcular el valor desconocido, dándole más importancia a lo operacional que a lo conceptual.

En conclusión, los problemas planteados en el sexto capítulo de la tercera unidad del libro “Vamos a aprender matemáticas 7” presentan una generalización frente a lo procedimental y algorítmica, centrada en capacitar a los estudiantes para la identificación y la extracción de valores específicos posicionados en momentos específicos de contextos similares, dejando de lado el análisis matemático del concepto y limitando la comprensión de los estudiantes a procesos lógicos.

4.1.14. Aplicación de la rejilla para los problemas matemáticos sobre proporcionalidad presentes en el séptimo capítulo de la tercera unidad en el texto: Vamos a aprender matemáticas 7 (2017)

El séptimo y último capítulo de la tercera unidad dedicado al desarrollo del concepto de proporcionalidad desarrolla la temática de regla de tres compuesta. El primer problema matemático sobre proporcionalidad que se presenta en este capítulo se plantea en la sección “Analiza” y se resuelve en la siguiente sección “Conoce”. Este problema presenta un procedimiento paso a paso que funciona como modelo para la resolución de futuros problemas matemáticos que presenten estructuras procedimentales similares a éste dentro de sus respectivos contextos. El problema se contextualiza dentro del ámbito de la construcción, proponiendo una situación problema en la que se quiere saber cuánto tiempo tardaría un determinado grupo de obreros en construir un cierto número de paredes en un intervalo de tiempo. La resolución del problema se plantea a partir de información previa sobre el tiempo que tardan ocho obreros en construir doce paredes. Lo anterior se puede evidenciar en la siguiente aplicación:


TIPO DE PROBLEMA MATEMÁTICO	TIPO DE PROBLEMA SOBRE PROPORCIONALIDAD	P,7.1						
Problema guía	valor perdido	<p>El director de una obra ha establecido que para levantar doce paredes, contratando ocho obreros gasta diez días.</p>  <p>• ¿Cuánto tiempo empleará para levantar 30 paredes, contando con diez obreros?</p> <p>Para resolver este problema es necesario utilizar una regla de tres compuesta, como se muestra a continuación.</p> <p>1. Se plantea una razón para cada una de las magnitudes involucradas en la situación:</p> <table border="1" data-bbox="893 451 1372 525"> <thead> <tr> <th>Cantidad de paredes</th> <th>Cantidad de obreros</th> <th>Tiempo de obra (en días)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\frac{12}{30}$</td> <td>$\frac{8}{10}$</td> <td>$\frac{10}{x}$</td> </tr> </tbody> </table> <p>2. Se determina la relación entre cada una de las dos primeras magnitudes con la tercera magnitud que es la que contiene la incógnita.</p> <ul style="list-style-type: none"> Las magnitudes <i>cantidad de paredes</i> y <i>tiempo de la obra</i> son magnitudes directamente proporcionales. Las magnitudes <i>cantidad de obreros</i> y <i>tiempo de la obra</i> son magnitudes inversamente proporcionales. <p>3. Se plantea una sola ecuación y se halla el término desconocido.</p> $\frac{12}{30} \cdot \frac{10}{8} = \frac{10}{x} \Rightarrow \frac{120}{240} \Rightarrow \frac{10}{x} \Rightarrow x = 20$ <p>Por lo tanto, para levantar 30 paredes contratando diez obreros se requieren 20 días.</p>	Cantidad de paredes	Cantidad de obreros	Tiempo de obra (en días)	$\frac{12}{30}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{10}{x}$
	Cantidad de paredes	Cantidad de obreros	Tiempo de obra (en días)					
	$\frac{12}{30}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{10}{x}$					
Comparación numérica								
Comparación y predicción cualitativa								

Rejilla 23. Aplicación 7, parte 1.

Los siguientes cuatro problemas se plantean en la sección “Actividades de aprendizaje” y todos presentan la misma estructura procedimental y contextual. Cada uno de estos cuatro problemas matemáticos sobre proporcionalidad orientados al entendimiento del concepto de la regla de tres compuesta manejan una fuerte similitud al problema planteado en la sección “Analiza”, necesitando para su resolución procedimientos similares en los que cambia la posición de la variable. En estos problemas se presenta una variable que debe ser calculada con el trabajo proporcional de los valores restantes, cambiando la posición de la variable dentro de la estructura de cada uno de los respectivos contextos, tal como lo muestra la siguiente aplicación:

TIPO DE PROBLEMA MATEMÁTICO	TIPO DE PROBLEMA SOBRE PROPORCIONALIDAD	P,7.2
Problema de refuerzo	valor perdido	<p>3 Se sabe que para hacer doce paredes contratando a ocho obreros se emplean diez días.</p> <p>a. ¿Cuántos obreros se necesitan para levantar 24 paredes en 16 días?</p> <p>b. ¿Cuántas paredes se podrán levantar si se cuenta con doce obreros y un periodo de 30 días?</p>
	Comparación numérica	
	Comparación y predicción cualitativa	

Rejilla 24. Aplicación 7, parte 2.

TIPO DE PROBLEMA MATEMÁTICO	TIPO DE PROBLEMA SOBRE PROPORCIONALIDAD	P,7.3
Problema de refuerzo	valor perdido	<p>4 Para un grupo de 20 excursionistas, se requieren 25 cajas de enlatados para sobrevivir durante cinco días.</p>  <p>a. ¿Para cuánto tiempo alcanzarán 20 cajas de enlatados si asisten diez excursionistas?</p> <p>b. ¿Para cuántos excursionistas alcanzarán 40 cajas de enlatados si la excursión dura diez días?</p> <p>c. ¿Cuántas cajas de enlatados se requerirán si asisten 20 excursionistas por un tiempo de ocho días?</p> <p>d. ¿Para cuánto tiempo alcanzarán 20 cajas de enlatados si asisten los 20 excursionistas?</p> <p>e. ¿Para cuántos excursionistas alcanzarán 12 cajas de enlatados si la excursión dura cuatro días?</p> <p>f. ¿Cuántas cajas de enlatados se necesitan si asisten cinco excursionistas más y la excursión dura tres días más?</p>
	Comparación numérica	
	Comparación y predicción cualitativa	

TIPO DE PROBLEMA MATEMÁTICO	TIPO DE PROBLEMA SOBRE PROPORCIONALIDAD	P,7.4 - P,7.5
Problema de refuerzo	valor perdido	<p>i Dos hombres que trabajan al mismo ritmo recibieron \$ 292 800 por un trabajo que realizaron entre los dos. El primero trabajó cinco horas diarias durante 20 días y recibió \$ 120 000. Si el segundo trabajó ocho horas diarias, ¿durante cuántos días trabajó?</p> <p>ii Los habitantes de una casa han establecido que tres cuartas partes del tanque del agua les alcanzan para cuatro días, consumiendo 9 L diarios. ¿Cuántos litros diarios podrán consumir si cuentan con la mitad del tanque y requieren que les dure seis días?</p>
	Comparación numérica	
	Comparación y predicción cualitativa	

Rejilla 26. Aplicación 7, parte 4.

4.1.15. Generalidades encontradas entre los problemas del séptimo capítulo de la tercera unidad del libro *Vamos a aprender matemáticas* (2017)

En este capítulo podemos ver que predominan los problemas matemáticos sobre probabilidad de tipo *valor perdido*. El desarrollo del concepto de regla de tres compuesta se realiza en un escenario que dejar de lado los trasfondos matemáticos y analíticos inmersos en la comprensión del concepto de proporcionalidad.

Desde el análisis conceptual es posible afirmar que el desarrollo de la temática de regla de tres simple directa compuesta se presenta de manera similar a la presentación del

concepto de regla de tres. Estos problemas matemáticos no presentan un desarrollo analítico ni matemático sobre las nociones de razón o proporción, su trabajo fundamental se soporta sobre lo aprendido en capítulos anteriores, incluyendo una tercera composición de una proporción relacionada a las dos primeras con las que se ha trabajado hasta el momento.

El análisis de contenido muestra que el capítulo presenta una relación coherente y sistemática directamente ligada a los procedimientos planteados en los problemas matemáticos que sirven como modelo para la resolución de problemas matemáticos sobre proporcionalidad que tengan como tema central la regla de tres compuesta.

Finalmente, el análisis cognitivo expone una fuerte tendencia hacia el trabajo procedimental por parte de los problemas matemáticos presentes en este capítulo no. Todos los problemas se orientan al trabajo algorítmico, planteando la base de la comprensión del problema como la memorización del procedimiento a seguir cuando el contexto trabaja con seis valores relacionados proporcionalmente y se tiene que calcular uno de ellos.

En conclusión, estos problemas presentan una generalización hacia el manejo de problemas matemáticos de tipo *valor perdido*, dejando de lado el desarrollo de habilidades importantes para el planteamiento y reconocimiento de problemas en los que no se especifiquen los valores movilizados en el contexto ni su proporcionalidad.

4. Conclusiones.

Para finalizar el presente trabajo de grado se efectuaron las siguientes consideraciones a manera de conclusión, dejando abierta la posibilidad a otras investigaciones en el mismo tema, tanto de pregrado como de postgrado, con el fin de realizar futuros aportes sobre el trabajo pertinente con problemas matemáticos sobre proporcionalidad desde la mirada del análisis didáctico.

El estudio permitió evidenciar la importancia que tiene para los docentes dentro de su labor educativa la familiarización con los tres tipos de problemas matemáticos sobre proporcionalidad, en relación con la enseñanza adecuada del concepto de proporcionalidad, razón y proporción con el propósito de presentar alternativas frente a la generalización existente en libros de textos escolares sobre la enseñanza a través de problemas matemáticos orientados al trabajo algorítmico y procedimental.

Una mirada profunda sobre cada uno de los problemas planteados en el libro de texto "Vamos a aprender matemáticas 7" desde el análisis didáctico de las matemáticas, permitió identificar una fuerte generalización entre los problemas matemáticos planteados para en cada uno de los capítulos. La primera de estas generalidades resulta del trabajo con la noción de razón, esta noción se presenta en algunos de los problemas como la comparación directa entre magnitudes, por lo general, a través de procesos que toman esas magnitudes y las comparan numéricamente bajo la estructura de una fracción.

La segunda se presenta bajo la noción de proporción, presentada como una relación entre magnitudes un poco más compleja que involucra cuatro valores relacionados bajo la estructura de una equivalencia de dos fracciones que presentan la misma razón y en la que

se persigue calcular uno de los cuatro valores a partir de los otros tres. Estas generalidades establecidas entre los problemas matemáticos sobre proporcionalidad se mantienen constantes a lo largo de las temáticas seleccionadas para el trabajo sobre la proporcionalidad en la unidad de análisis del texto escolar seleccionado para el presente trabajo de grado.

Es importante resaltar que en uno de los capítulos de la unidad base de análisis se presenta un problema matemático sobre proporcionalidad que fortalece el trabajo contextual del estudiante a modo de introducción. Sin embargo, la presencia de este problema deja de ser significativa en el momento en el que la unidad nuevamente generaliza la enseñanza del concepto principal del capítulo mediante el uso de problemas que fortalecen el trabajo algorítmico.

El análisis didácticos de los problemas matemáticos sobre proporcionalidad planteados en el texto académico que se seleccionó para el presente trabajo de grado a partir de los componentes de análisis didácticos centrados en los aspectos conceptuales (análisis conceptual), la dificultad de los problemas en relación al contenido conceptual (análisis de contenido) y las expectativas cognitivas (análisis cognitivo), ofrecieron una mirada panorámica de los aspectos en común presentes en los problema matemático que presenta la unidad base de análisis y también nos permitió evidenciar las carencias presentes en el manejo de cada uno de los conceptos que giran en torno a la proporcionalidad, resaltando faltas en el proceso de enseñanza y/o aprendizaje.

Gracias al análisis didáctico fue posible evidenciar que las características compartidas presentes en la unidad base de estudio no estimulan el desarrollo de procesos

analíticos y matemáticos que conectarán directamente los problemas con el desarrollo conceptual de las nociones de razón y proporción, dejando de lado la construcción matemática de dichos conceptos y centrando la atención y energía de los estudiantes durante la resolución de problemas en actividades que involucran procesos en los que se debe aprender a reconocer cuando la estructura del contexto presenta una razón o una proporción (Piaget y Inhelder, 1958).

Todos los problemas planteados en los primeros siete capítulos de la tercera unidad del libro "Vamos a aprender matemáticas 7" se orientan hacia la comprensión de las nociones de razón y proporción, siendo la noción de proporción la más desarrollada. Esta inclinación hacia la noción de proporción se presenta reflejada en los planteamientos de procesos como la regla de tres simple y la regla de tres compuesta, siendo estos dos conceptos los predominantes durante el proceso de enseñanza y/o aprendizaje del concepto de proporcionalidad ofrecido por el libro *Vamos a aprender matemáticas 7*.

La aplicación de la rejilla de análisis en colaboración con el método del análisis didáctico permitió identificar las tendencias de cada uno de los problemas matemáticos sobre proporcionalidad presentes en la unidad de análisis, estas tendencias o generalidades se relacionan directamente con las nociones de razón y proporción, mostrándose bajo la forma de problemas matemáticos sobre proporcionalidad de tipo *comparación numérica* y problemas matemáticos sobre proporcionalidad de tipo *valor perdido*, respectivamente. El trabajo exclusivo con estos dos tipos de problemas matemáticos sobre proporcionalidad no ofrece un proceso de comprensión óptimo del concepto de proporcionalidad por parte de los estudiantes al concentrarse en el desarrollo del saber procedimental (MEN, 2006), dándole prioridad a la forma que presenta el concepto y no a su significado.

Gracias a lo anterior se evidencia la necesidad que presentan algunos libros de textos académicos por realizar una coordinación mínima entre los tres tipos de problemas matemáticos sobre proporcionalidad durante el proceso de enseñanza y/o aprendizaje del concepto de proporcionalidad, con el fin de trabajar dicho concepto desde lo procedimental y lo contextual, capacitando a los estudiantes para su reconocimiento, manipulación y análisis en cualquier contexto en el que se manifieste.

Por otro lado, la aplicación de la rejilla de análisis muestra como el libro de texto más utilizado por los docentes encuestados para darle soporte a sus clases trabaja principalmente con problemas de tipo *valor perdido* y de tipo *comparación* numérica, revelando una preferencia por el desarrollo del pensamiento procedimental, dejando de lado el desarrollo del pensamiento conceptual en seguimiento de lo planteado por los estándares básicos de competencias (2006), por lo que debe resaltarse que a pesar del creciente interés por parte de la comunidad docente sobre el trabajo con problemas matemáticos no se demuestra un profundo interés en los procesos de selección de los libros de textos que posteriormente guiaran o apoyaran sus clases. El desarrollo de este trabajo de grado toma como referente para realizar la selección de la unidad base de análisis la preferencia de algunos docentes del sector público y privado, manifestando una preocupante generalización por procesos meramente operacionales en los problemas matemáticos presentes en uno de los libros más reconocidos y empleados por algunos profesores de matemáticos.

El concepto de proporcionalidad abordado desde la comprensión de las nociones de razón y proporción mediante el uso de problemas matemáticos sobre proporcionalidad de tipo *comparación numérica* y *valor perdido* no son suficientes. Es así como me permito concluir que el libro de texto seleccionado (*vamos a aprender matemáticas 7*) para el

presente trabajo de grado da prioridad al trabajo algorítmico y procedimental, representando una herramienta que se limita a estudiar la forma del concepto y no su significado, por lo que se sugiere que no se tome como único material de apoyo para las clases de los docentes que decidan emplearlo, en el sentido de que por sí mismo no brinda a los estudiantes que lo utilicen como apoyo herramientas para el desarrollo de habilidades que les permitan acceder al trasfondo matemático presente en el trabajo con razones, proporciones y proporcionalidad.

5. Referencias bibliográficas.

- Arbeláez, G., Arce, J., & Guacaneme E. (1999). *Análisis de textos escolares de matemáticas*. Santiago de Cali, Colombia. Convenio UNIVALLE - MEN - ICETEX. Instituto de Educación y Pedagogía. Artes Gráficas Univalle.
- Balderas Gutiérrez, Ivonne (2013). "Propuesta de guión de entrevista para el estudio de la identidad docente". *Revista Latinoamericana de Metodología de la Investigación Social - ReLMIS*. N°6. Año 3. Oct. 2013 - Marzo 2014. Argentina. Estudios Sociológicos Editora. ISSN 1853-6190. Pp. 73 - 87. Disponible en: <http://www.relmis.com.ar/ojs/index.php/relmis/article/view/84>
- Blanco L.J. (1993). *Consideraciones elementales sobre la resolución de problemas*. Editorial Universitas.
- Blanco Nieto, L., Cárdenas Lizarazo, J., & Caballero Carrasco, A. (2015). *La resolución de problemas de Matemáticas en la formación inicial de profesores de primaria*. Cáceres: Universidad de Extremadura.
- Borasi R. (1986). On the Nature of Problems. *Educational Studies in Mathematics* v 17 (2). 125 - 41.
- Bufo Lloret, Á. (2017). *Características de la competencia docente mirar profesionalmente de los estudiantes para maestro en relación al razonamiento proporcional*. Alicante: Universidad de Alicante.
- Castro, E., Peley, R., & Morrillo, R. (2009). *La praxis educativa: una aproximación a la realidad en el aula*. Maracaibo: Universidad de Zulia.

- Confrey, J., & Carrejo, D. (2005). Ratio and fraction: The difference between epistemological complementarity and conflict. En D. Carraher & R. Nemirovsky (Eds.), *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph, Vol. 13* (Vol. 13). Reston, VA: NCTM.
- Cramer, K., Post, T. y Currier, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportion: Research implications. In Owens, D. T. (ed), *Research Ideas for the Classroom, Middle Grades Mathematics*. (pp. 159-178). New York: MacMillan Publishing Company.
- Fernández Batanero, J. M. (2013). Competencias docentes y educación inclusiva. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 15(2), 82-99. Recuperado de <http://redie.uabc.mx/vol15no2/contenido-fdzbatanero.html>
- Marí, José & Gallardo, Jesús. (2006). Análisis didáctico curricular: un procedimiento para fundamentar el diseño, el desarrollo y la evaluación de unidades didácticas de matemáticas.
- Martínez Carazo, P. (2006). El método de estudio de caso: estrategia metodológica de la investigación científica. . Barranquilla, Colombia: Universidad del Norte.
- MEN. (2017). *Vamos a aprender matemáticas 7*. Bogotá, D. C. Colombia: Ediciones SM, S.A.
- Hersant, M. (2001). *Interactions didactiques et pratiques d'enseignement, le cas de la proportionnalité au collège*. (Thèse de Doctorat inédit), Université Paris 7 - Denis Diderot, Paris.

Llinares, S., & María Victoria Sánchez G. (1997). Fracciones: La relación parte-todo. Síntesis.

MEN (1998) Lineamientos curriculares de Matemáticas. Ministerio de Educación Nacional. Santafé de Bogotá

MEN, M. D. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

Modestou, M., & Gagatsis, A. (2009). Proportional reasoning: the strategies behind the percentages. *Acta Didactica Universitatis Comenianae*, 9, 25-40.

Modestou, M., & Gagatsis, A. (2010). Cognitive and metacognitive aspects of proportional reasoning. *Mathematical Thinking and Learning*, 12, 36-53. doi: 10.1080/10986060903465822

Obando, G. (1999). La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo. (Tesis de Maestría sin publicar), Universidad del Valle, Cali.

Obando Z, Gilberto, & Vasco U., Carlos Eduardo, & Arboleda A., Luis Carlos (2014). ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA RAZÓN, LA PROPORCIÓN Y LA PROPORCIONALIDAD: UN ESTADO DEL ARTE. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME*, 17(1),59-81.[fecha de Consulta 18 de Agosto de 2020]. ISSN: 1665-2436. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=335/33530083004>

- Obando, Gilberto (2015). Sistema de prácticas matemáticas en relación con las razones, las proporciones y la proporcionalidad en los grados 3° y 4° de una institución educativa de la educación básica. Doctorado tesis, Universidad del Valle.
- Occelli, Maricel; Valeiras, Nora. «Los libros de texto de ciencias como objeto de investigación: una revisión bibliográfica». Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas, [en línea], 2013, Vol. 31, n.º 2, <https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/285774> [Consulta: 4-09-2020].
- Ohlsson, S. (1988). Mathematical meaning and applicational meaning in the semantic of fractions and related concepts. En J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number Concepts and Operations in the Middle Grades* (1 ed., Vol. 2, pp. 53-92). Reston, VA: Lawrence Erlbaum Associates.
- Oller, A. (2012). Proporcionalidad aritmética: Una propuesta didáctica para alumnos de secundaria (Tesis Doctoral no publicada). Universidad de Valladolid, Valladolid, España.
- Oller Marcén, A., & Gairín Sallán, J. (2013). La génesis histórica de los conceptos de razón y proporción y su posterior aritmetización. Zaragoza. España: Centro Universitario de la Defensa de Zaragoza.
- Otte, M. (1986). What is a text?, en Christiansen, B., Howson, A.G., Otte, M. (eds.). *Perspectives on mathematics education*, pp. 173-203. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

- Piaget, J., & Inhelder, B. (1958). The growth of logical thinking from childhood to adolescence (A. Parson, Trad.). United Stated: Basic Book, Inc.
- Rico, L., Lupiáñez, J. L., & Molina, M. (2013). ANÁLISIS DIDÁCTICO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA. Granada: Editorial Comares, S.L.
- Romero, L., & Lupiáñez Gómez, J. (2013). *Análisis didáctico en educación matemática*. España: Comares.
- STANIC, G. & KILPATRICK, J.(1989), Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In R. Charles&Silver (Eds.) The teaching and assesing of mathematical problem solving, pp.1-22 Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Post, T., M. Behr y R. Lesh, (1988), “Proportionality and the development of prealgebra understandings”, en: Algebraic Concepts in the Curriculum K-12, Yearbook, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, pp. 78-90.
- Taylor, S., & Bogdan, R. (1987). Introducción a los métodos cualitativos de investigación. Barcelona: Editorial Paidós Ibérica, S.A.
- Thompson, A. (1992). Teacher's beliefs and conceptions: a synthesis of the research. New York: Macmillan. En D.A. Grouws, (Ed.), Handbook on mathematics teaching and learning. Traducido por Willington Benítez.

6. Anexos

En este capítulo se anexan los resultados de la encuesta, su tabla estadística con el respectivo análisis y las figuras que corresponden todas a la misma encuesta realizada como soporte de los datos presentados en la elección del texto escolar para el presente trabajo de grado.

6.1. Tabla estadística.

LIBRO	DOCENTES ENCUESTADOS.	PORCENTAJES.
ALGEBRA Y GEOMETRIA 1 (Editorial Santillana, 2011)	1	0.18%
ALGEBRA Y GEOMETRIA 2 (Editorial Santillana, 2015)	1	0.18%
VAMOS A APRENDER MATEAMÁTICAS 7 (MEN, 2017)	5	90%

DESAFIOS (Editorial Santillana, 2019)	1	0.18%
MATEMÁTICAS SEXTO (Editorial Santillana, 2006)	1	0.18%
MATEMÁTICAS SÉPTIMO (Editorial Santillana, 2006)	1	0.18%
SECUENCIAS MATEMÁTICAS 9 (Editorial Libros y Libros S.A., 2016)	1	0.18%
SABERES MATEMÁTICAS (Editorial Santillana, 2018)	1	0.18%
EXPLORADORES MATEMÁTICOS (Editorial Norma, 2018)	1	0.18%
ALFA (Editorial Norma, 2006)	1	0.18%
NUEVO ALFA (Editorial Norma, 2008)	1	0.18%
ALGEBRA INTERMEDIA (Allen y Pearson, 2008)	1	0.18%

HYPERTEXTO 7 MATEMÁTICAS (Editorial Santillana, 2010)	1	0.18%
PROYECTO SÉ (Guías ministerio de educación para la zona rural)	1	0.18%
TOTAL	18	100%

Anexo 1. Tabla estadística.

De acuerdo a la información expuesta en la tabla, se observa que el 85% de los docentes encuestados mostraron inclinación por el uso del texto escolar Vamos a aprender Matemáticas 7 del año 2017 por lo que se eligió como texto para llevar a cabo el análisis en el presente trabajo de grado.

Además, es importante resaltar que este material educativo se realizó bajo el apoyo del Ministerio de Educación Nacional como soporte para el proceso pedagógico de la enseñanza del lenguaje y las matemáticas.

6.2. Encuestas.

Anexo 2. Encuesta. Parte 1

Indique cuál o cuáles son los libros de texto que usted utiliza para la enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad en su trabajo de aula. Favor indicar: Título del ejemplar, autor, editorial y año de publicación.

20 respuestas

Álgebra y geometría I y II Santillana
Trigonometría Santillana
Álgebra Intermedia Angel, R.
Material en red

Vamos a aprender matemáticas 7, Ministerio de Educación Nacional, Ediciones SM, 2017

Ninguno

Desafíos Santillana 2019

Matemáticas 7, Santillana. Actualmente: Vamos a aprender Matemáticas del MEN

"Vamos a aprender Matemáticas"
Mineducación.
2017
Ediciones S.M

Anexo 3. Encuesta. Parte 2

Indique cuál o cuáles son los libros de texto que usted utiliza para la enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad en su trabajo de aula. Favor indicar: Título del ejemplar, autor, editorial y año de publicación.

20 respuestas

Santillana
MacGraw Hill

Matemáticas de sexto y séptimo
Editorial; Santillana

SUPERMAT
Autores: Blanca Nubia Torres, Luisa Fernanda Nivia, Ludwing Castro, Liliana Rodriguez y Víctor Ardilla
Editorial: Voluntad
Año de Publicación :2000

Vamos aprender matematicas grados 7 Ministerio de Educación Nacional. Ediciones SM, S.A, 2017

Secuencias en Matemáticas 9 Educación Básica secundaria.
Editora: Janneth Carvajal Alvarado, et. al.
Editorial Libros & Libros S.A., 2016

Santillana, Saberes matemáticas 3, 2018
Norma, exploradores matemáticas 3, 2018

Anexo 4. Encuesta. Parte 3

Indique cuál o cuáles son los libros de texto que usted utiliza para la enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad en su trabajo de aula. Favor indicar: Título del ejemplar, autor, editorial y año de publicación.

20 respuestas

Norma y Santillana de diferentes años 2011, 2015 y 2018.

Ninguno, no hago uso de libros de texto. La metodología de trabajo es a partir de la experiencia, los juegos, y las reflexiones que de allí se derivan. Obviamente los temas son de acuerdo a las edades (niños y niñas hasta los 6 años), y se podría hablar de una iniciación al pensamiento variacional.

Hace mas de 10 años que no trabajo en los grados en los cuales esas temáticas son objeto de enseñanza. Cuando lo hice, se trabajaba en ese colegio con la editorial Norma los libros de texto titulados Alfa y Nuevo Alfa del año 2006 al 2008.

Álgebra Intermedia, Allen, Pearson, México 2008. Hipertexto 7 Matemáticas, Varios autores, Santillana, Colombia 2010.

TÍTULO: MODELO EDUCATIVO FLEXIBLE POR COMPETENCIAS "ESCUELA GLOBAL" MATEMÁTICAS CICLO III
AUTOR: LEONARDO ALFONSO SÁNCHEZ VANEGAS
EDITORIAL: GAIA AQUA
AÑO:2014

Anexo 5. Encuesta. Parte 4

Indique cuál o cuáles son los libros de texto que usted utiliza para la enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad en su trabajo de aula. Favor indicar: Título del ejemplar, autor, editorial y año de publicación.

20 respuestas

Norma 2011

Título : Vamos a aprender matemáticas libro del estudiante 7

Autor: MEN

Editorial: Ediciones SM, S.A

Año:2017

Proyecto sé, matemáticas (guías ministerio de educación para la zona rural), guía para escuela nueva