

**DISEÑO DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA DESDE LA PERSPECTIVA DE LA
TEORÍA DE SITUACIONES DIDÁCTICAS; EL CASO DE LAS TIPOLOGÍAS
DE ÁNGULOS EN GRADO CUARTO DE EDUCACIÓN BÁSICA**

MANUEL ALEJANDRO JARAMILLO GALINDEZ



**UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE CIENCIAS
PROGRAMA ACADÉMICO LICENCIATURA EN EDUCACIÓN
BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS
SANTIAGO DE CALI
2019**

**DISEÑO DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA DESDE LA PERSPECTIVA DE LA
TEORÍA DE SITUACIONES DIDÁCTICAS; EL CASO DE LAS TIPOLOGÍAS
DE ÁNGULOS EN GRADO CUARTO DE EDUCACIÓN BÁSICA**

MANUEL ALEJANDRO JARAMILLO GALINDEZ
Código: 1634329

Proyecto de trabajo de grado como requisito parcial para optar por el título de Licenciado
en Educación Básica con énfasis en Matemáticas

Directora
DIANA XIMENA ORTIZ
Magister en Educación

UNIVERSIDAD DEL VALLE
FACULTAD DE CIENCIAS
PROGRAMA ACADÉMICO LICENCIATURA EN EDUCACIÓN
BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS
SANTIAGO DE CALI

2019

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
RESUMEN	
INTRODUCCIÓN.....	3
CAPÍTULO I. PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA DE INDAGACIÓN.....	5
1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	5
1.2 JUSTIFICACIÓN	12
1.3 OBJETIVOS	14
1.3.1 Objetivo General.....	14
1.3.2 Objetivos específicos.....	14
1.4 ANTECEDENTES E INTERESES DE LA PROPUESTA	14
CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO.....	20
2.1. LA ORQUESTACIÓN INSTRUMENTAL.....	26
CAPÍTULO III. MARCO METODOLÓGICO	39
CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DEL DISEÑO Y LA PLANIFICACIÓN DE	43
LA SECUENCIA DIDÁCTICA	43
4.1. CRITERIOS CURRICULARES	43
4.1.1. Lineamientos Curriculares	43
4.1.2. Los Estándares Básicos de Competencia	45
4.1.3. Derechos Básicos de Aprendizaje	46
4.2. INTENCIÓN Y CONFIGURACIÓN DEL MEDIO.....	47
4.3. SITUACIÓN DE ACCIÓN (RELOJ ANGULAR)	48
4.4. SITUACIÓN DE FORMULACIÓN	55
4.5. SITUACIÓN DE VALIDACIÓN. (CLASIFIQUEMOS LOS ÁNGULOS)	61
4.6. SITUACIÓN DE INSTITUCIONALIZACIÓN	63

CAPÍTULO V. ANÁLISIS A POSTERIORI	64
5.1. DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIMENTACIÓN.....	64
5.2. ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN DE ACCIÓN	66
5.3. ANÁLISIS DE SITUACIÓN DE FORMULACIÓN.....	77
5.4. ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN DE VALIDACIÓN.....	82
CAPÍTULO VI. CONCLUSIONES.....	86
CAPÍTULO VII. REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS	91
ANEXOS	97

TABLA DE FIGURAS

Figura 1.	Resultados de Matemáticas prueba saber 5°.....	9
Figura 2.	Definición de ángulo. Casas (2000).....	21
Figura 3.	Principales mediaciones instrumentales en el Sistema didáctico. Rabardel (1999)	26
Figura 4.	El profesor, el alumno y el medio. Tomado de Fregona y Orús (2011).	32
Figura 5.	Situación didáctica y a-didáctica. Tomado de Acosta (2010).....	34
Figura 6.	Esquema de la situación de acción. Tomado de Brousseau (2007)	35
Figura 7.	Esquema de la situación de formulación. Tomado de Brousseau (2007)	36
Figura 8.	Esquema de la situación de Validación. Tomado de Brousseau (2007)	37
Figura 9.	Fases de la Ingeniería Didáctica. Tomada de Pedreros M (2012)	40
Figura 10.	Coherencia vertical y horizontal del concepto de ángulo	46
Figura 11.	Organización de la clase para el desarrollo de la secuencia	47
Figura 12.	Applet 1. El reloj angular.....	49
Figura 13.	Partes del transportador	50
Figura 14.	Ubicación correcta del transportador	51
Figura 15.	Casilla calificativo correcto e incorrecto	52
Figura 16.	Consignas situación 1	53
Figura 17.	Ubicación del transportador 2.....	54
Figura 18.	Situación 2 Applet 1	55
Figura 19.	Casilla calificativo situación 2.....	57
Figura 20.	Ultima consigna situación 2.....	59
Figura 21.	Casilla calificativo última consiga de la situación 2.....	59
Figura 22.	Situación 2 applet 2.	60
Figura 23.	Situación 3 applet 1	61
Figura 24.	Casilla calificativo situación 3.....	62

Figura 25. Organización del salón de clases para el desarrollo de la SD.....	65
Figura 26. Situación de acción	67
Figura 27. Respuestas de los estudiantes en los applets 1 y 2.....	68
Figura 28. Tipo de acomodación del transportador applet 1	69
Figura 29. Estudiante (sherpa) explicando el uso del transportador	70
Figura 30. Respuestas de los estudiantes en los applets 3 y 4.....	71
Figura 31. Respuestas de un estudiante applets 5 de la situación 1	74
Figura 32. Situación de formulación.....	78
Figura 33. Respuesta de la consigna 2. Situación 2	80
Figura 34: Desarrollo situación 3	82

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Tipos de orquestación. Tomado de Rodríguez M. Pérez Y. (2017)	29
Tabla 2. DBA relacionados al concepto de ángulo	47
Tabla 3. Propósito situación 1	55
Tabla 4. Propósito situación 2	60
Tabla 5. Propósito situación 3	63
Tabla 6. Dialogo profesor y estudiante. Devoluciones del profesor.	72
Tabla 7. Dialogo entre profesor y grupo de estudiantes.....	75
Tabla 8. Dialogo entre pares	78
Tabla 9. Devoluciones del profesor.....	79
Tabla 10. Dialogo entre pares. Situación de formulación.....	84

RESUMEN

Este trabajo se orienta en la concepción, el diseño, la puesta en acto y evaluación de una secuencia didáctica (SD) mediado por un software interactivo como lo es Geogebra, desde una perspectiva instrumental, con la finalidad de acompañar los procesos de Génesis Instrumental en los estudiantes, para favorecer y proporcionar elementos que ayuden a la integración de instrumentos en la actividad matemática. Para tal fin, se fundamenta el diseño desde la Teoría de situaciones didácticas (TSD).

Palabras Claves: Orquestación Instrumental, Teoría de Situaciones Didácticas, Ángulo, Ambiente de Geometría Dinámico, Geogebra.

ABSTRACT

This work focuses on the conception, design, implementation and evaluation of a didactic sequence (DS) mediated by interactive software such as Geogebra, from an instrumental perspective in order to accompany the instrumental Genesis processes in the students, to favor and provide elements that help the integration of instruments in mathematical activity. For this purpose, the design is based on the Theory of didactic situations (TDS).

Key Words: Instrumental Orchestration, Theory of Didactic Situations, Angle, Dynamic Geometry Environment, Geogebra.

INTRODUCCIÓN

Este proyecto fue propuesto para optar por el título de Licenciado en Educación Básica con énfasis en Matemáticas, del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle, el cual se desarrolla en el contexto de la línea de formación en Tecnologías de la Información y la Comunicación y Educación Matemática (TICEM).

En este sentido, el presente trabajo tiene como objetivo la caracterización del diseño de una secuencia didáctica desde la perspectiva de la orquestación instrumental, que aborde la mediación de instrumentos, en el aprendizaje de la noción de ángulo, en la cual se integra un software dinámico Geogebra. Esto con el fin de fortalecer las investigaciones en la línea de formación de tecnologías y promover el intercambio de ideas en la concepción, uso, alcance y limitación de la integración de tecnología en la clase de matemática.

El trabajo contempla una propuesta desde la Teoría de Situaciones Didácticas (En adelante TSD), donde se toman algunos aspectos considerados en la secuencia didáctica como lo son: el contrato didáctico, el medio, la situación didáctica, situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización. De esta forma, se decide por un marco metodológico que toma como referencia la micro-ingeniería didáctica, con el fin de abordar la noción de ángulo.

A continuación, se presentará una breve descripción de los cinco capítulos que conforman este trabajo:

En el **primer capítulo** se presenta el planteamiento del problema de investigación, la justificación, los objetivos y los antecedentes.

En el **segundo capítulo**, presenta los referentes teóricos que sustentan el problema de investigación a partir de las dimensiones cognitiva, didáctica y epistemológica referenciadas por el marco metodológico, abordando en la dimensión epistemológico todo

un recorrido histórico del concepto de ángulo, en el cognitivo una mirada desde el enfoque instrumental al aprendizaje de las matemáticas, enfatizando en la orquestación instrumental y en lo didáctico presentando la TSD como una propuesta en la cual se pueda concebir el diseño de la SD.

En el **tercer capítulo**, se presenta el marco metodológico de investigación, específicamente la Micro–ingeniería didáctica.

El **cuarto capítulo**, presenta el análisis a priori de la SD desde la teoría de situaciones didácticas, apoyada en la OI, que permite articular la concepción, diseño, realización, observación y análisis de la SD desde una mirada instrumental, para la movilización de los tipos de ángulos, con lo que se anticipan las posibles acciones que el estudiante llevará a cabo durante la realización de la SD.

En el **quinto capítulo**, se expone el análisis a posteriori de la SD. En este análisis se estudia los datos o evidencia recogida a lo largo de la realización de la SD, identificando los fenómenos relevantes y las producciones de los estudiantes, que serán confrontados con el análisis a priori para determinar los aciertos y desaciertos de las hipótesis planteadas.

Finalmente, el **sexto capítulo**, presenta las conclusiones generales, las cuales contemplan aquellos aspectos relacionados con el problema, la metodología y el marco teórico, los objetivos y su pertinencia para el desarrollo del trabajo.

En consecuencia, este trabajo de grado pretende aportar a los procesos de aprendizaje de los estudiantes a partir del diseño de una secuencia didáctica que contempla la tipología de ángulos, con apoyo del dinamismo de un software como Geogebra.

CAPÍTULO I. PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA DE INDAGACIÓN

En este capítulo inicialmente se encuentra el planteamiento del problema donde se desarrolla la problemática y se plantea la pregunta que dirige este trabajo de investigación, posteriormente se presenta la justificación del trabajo dando respuesta a los siguientes interrogantes: ¿Qué se hará? ¿Por qué se hará? ¿Para qué se hará? y ¿Cómo se hará?, dando continuidad se exponen los objetivos del trabajo y por último se encuentra el apartado de los antecedentes que permite estudiar la viabilidad de este trabajo a partir de la descripción de algunos documentos relacionados con la enseñanza y aprendizaje del ángulo y la integración de tecnología a las aulas de clase.

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El ser humano desde su niñez, se ve obligado a crear representaciones del mundo que lo rodea, por lo tanto, ha generado la necesidad de poderlo entender. De allí radica la importancia de la geometría, la cual se ha considerado como uno de los pilares para la formación académica y cultural de un individuo, dado a su diversa aplicabilidad en contextos, además a su capacidad de constituir razonamiento lógico (Báez e Iglesias, 2007), conjuntamente su contribución en el desarrollo del pensamiento, permite establecer habilidades en la visualización, argumentación y razonamiento.

A esto se le suma, que el aprendizaje de la geometría desarrolla procesos visuales (Ver más allá de lo que se ve) y de argumentación, Castiblanco (2004) señala que es necesario construir una relación fuerte entre estos dos componentes, de manera que el discurso teórico quede anclado en experiencias perceptivas que ayuden a cimentar su sentido y al mismo tiempo, la visualización debe ser guiada por la teoría, para ganar en precisión y potencia.

A pesar de la importancia de la geometría en esta disciplina, los estudios demuestran que son muchos los obstáculos que surgen tanto en los procesos de enseñanza como de aprendizaje, para efectos de este trabajo se realizará un rastreo de algunas de las dificultades encontradas, dejando claro que el foco, es poder realizar una contribución a los procesos de aprendizaje.

Ahora bien, Barrantes (2004) señala que la enseñanza de la geometría solo se limita a:

- Una fuerte tendencia a la memorización de conceptos y propiedades que muchas veces se basan en conocimientos previos.
- La resolución automática de problemas en la que se tratan aspectos aritméticos.
- Una exclusión de la intuición, demasiado pronto, como acceso al conocimiento geométrico.

De hecho, las clases se han desarrollado de forma tan gradual y abstracta que no le suministran al estudiante ejemplos reales o contextualizados que les pueda facilitar un mejor entendimiento de los conceptos. Abrate, Delgado & Pochulu (2006), recalcan que además los recursos utilizados para la enseñanza de la geometría son limitados y tradicionales, pues en la mayoría de casos los profesores condicionan estos procesos a los libros escolares.

Conjuntamente, Castiblanco (2004) señala que la importancia de la enseñanza de la geometría radica en los procesos de razonamientos a los cuales pueden llegar los estudiantes, pero la situación en el aula de clases es distinta, ya que uno de los problemas en la enseñanza de esta disciplina es la dificultad que existe para que los alumnos pasen de la descripción de figuras geométricas a procesos formales de razonamiento y argumentación. La problemática es más evidente cuando en las actividades escolares, la geometría pasa a un segundo plano, dejándose al final de los períodos académicos sus contenidos y en consecuencia no alcanzar totalmente el abordaje de las temáticas propuestas en el año escolar.

En otros casos, la enseñanza de la geometría se ha aludido a la memoraría, llevando al estudiante al aprendizaje de las definiciones, sin estar ligado a un contexto, o al desarrollo de un proceso¹, en el caso de los ángulos y sus tipologías, desde el manejo del transportador representa para el alumno un conflicto y se hace más evidente cuando debe dar cuenta de aspectos prácticos aludiendo solo a la memorización.

El ángulo, requiere del manejo de unas simbologías ($<$, \angle , L , α), esto representa para el estudiante una dificultad, dado que no le encuentra significado y por ende, no comprende la actividad.

Casas (2000) señala que;

...Creo que su principal interés radica en que, siendo un concepto aparentemente tan simple, está en la base, primero de la percepción espacial del mundo que nos rodea, y después, de muchos conocimientos en geometría. Como la mayor parte de los conceptos a los que llamamos “simples” resulta ser un concepto difícil de aprender y, por lo tanto, de enseñar. (p.209)

A partir de esto, se debe reconocer que la noción de ángulo se requiere para dar paso a otras nociones matemáticas, como es el caso de; rotación, semejanza y congruencia de figuras, trigonometría entre otros. Dado que en algunos estudiantes les resulta complejo entender estos conceptos matemáticos, la dificultad real radica en aquellos pilares conceptuales que se debían trabajar en la primaria.

Casas (2000) clasifica las diferentes definiciones del ángulo y las llama “imágenes del concepto” que el alumno debe asociar a ellas, presentando así tres categorías:

- Porción del plano comprendida entre dos líneas que se cortan.
- La unión de dos rayos o semirrectas.
- La cantidad de inclinación o giro entre dos líneas que se unen en un punto.

¹ Los cinco procesos generales que se contemplaron en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas son: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitarse procedimientos y algoritmos.

Es trascendental que el estudiante se familiarice en un primer momento con las distintas imágenes del concepto de ángulo, en contextos que sean conocidos para él, de tal manera que progresivamente pueda abstraerlo y llegue por sí mismo a la construcción del mismo, donde Casas (2000) señala:

...la cuestión más importante, no es encontrar una definición de ángulo adecuada, sino tratar de que sea el alumno el que construya su propio concepto de ángulo. Y que lo construya a partir de las situaciones angulares que se le presente y va manipulando a lo largo de su escolaridad. (p.209).

Sin embargo, se debe tener cuidado dado que una de las mayores dificultades que se presenta en la visualización del concepto de ángulo, está relacionada con la identificación de las dos líneas que lo conforman en situaciones físicas, donde Rotaeché (2008) clasificar en tres clases:

- Situaciones donde se visualiza un solo vértice del ángulo como es el caso de las pendientes.
- Situaciones donde se visualizan dos vértices del ángulo, como por ejemplo las esquinas (cuadrado, un triángulo, etc.).
- Situaciones donde ninguno de los dos vértices es visible, así como es el caso de los giros.

Estas dificultades y otras, se pueden evidenciar en los resultados obtenidos en las diferentes pruebas (Saber, Pisa, Timss) donde se muestra que los estudiantes no razonan frente a los problemas propuestos, en los cuales se encuentran inmersos los distintos tipos de pensamientos y en particular el métrico y geométrico.

Ahora bien, para efectos del trabajo se pretende analizar los resultados de matemáticas obtenidos en las pruebas saber de grado quinto de la Institución Normal Superior Santiago de Cali, dado que en dicho establecimiento se planea hacer la experimentación de la propuesta, por otro lado, se debe mencionar que el autor de este escrito se desempeñó como profesor de la institución y reconoce que las dificultades antes mencionadas no solo quedan en escritos de carácter investigativo, sino que hacen parte de

la realidad de esta comunidad educativa, siendo una de las principales motivaciones para realizar la aplicación en este espacio.

A continuación, se presenta la comparación de los resultados según los niveles de desempeño de los años, 2013, 2014, 2015 y 2016 del área de matemáticas de los estudiantes de grado quinto.

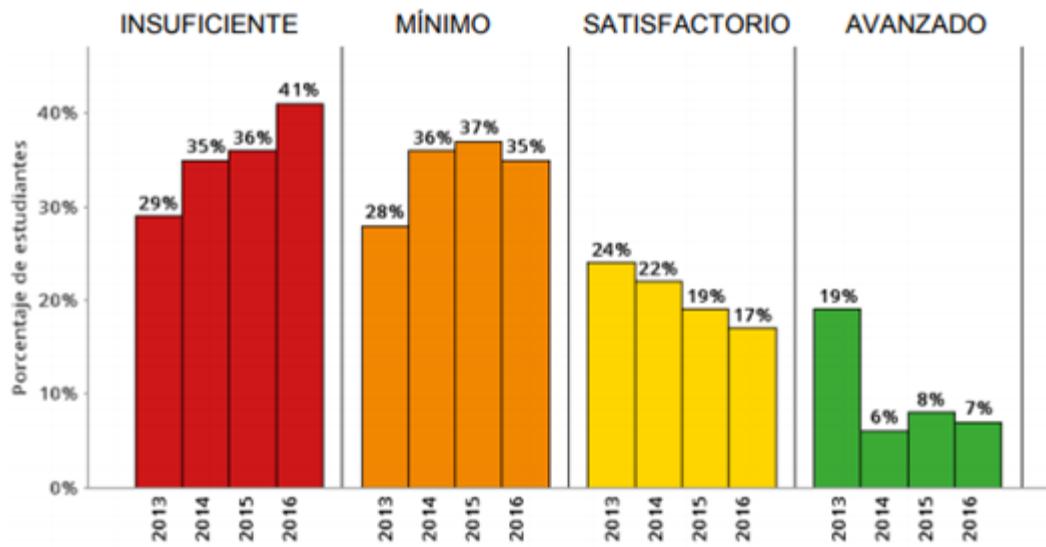


Figura 1. Resultados de Matemáticas prueba saber 5°

Se escogió el análisis en este nivel, dado que según los referentes curriculares la noción de ángulos se aborda en el ciclo de cuarto y quinto, también se hizo una revisión en los cuadernillos de las pruebas saber y es en grado quinto donde aparecen preguntas con respecto a dicha noción.

Ya habiendo hecho esta claridad, se debe mencionar que en los gráficos se observan los resultados de los estudiantes en matemáticas en los últimos cuatro años, donde el color rojo y el naranja evidencian un desempeño insuficiente y mínimo respectivamente, de acuerdo con el Icfes, estos dos niveles muestran un mínimo rendimiento en las competencias matemáticas exigidas para el grado, es decir que hay poca apropiación de los conceptos matemáticos por parte del alumno, se les dificulta dar cuenta de aspectos, propiedades, procedimientos, estrategias, que le permitan solucionar una situación

matemática, más notorio aun cuando a través de los años el porcentaje con rendimiento insuficiente crece, mostrando así que casi el 50% de los educandos en el año 2016 de grado quinto tiene un nivel insuficiente. El nivel avanzado no aumenta, por el contrario, en cuatro años bajo un 12%.

Un elemento a considerar en el aula, para hacer más comprensible las nociones matemáticas es implementar el software dinámico, esto se menciona dado que diversas investigaciones han favorecido a las TIC'S en el campo de la educación, donde Laborde (2003), afirma que:

“El interés de trabajar con programas de geometría dinámica radica precisamente en el hecho de que los dibujos son dinámicos; el dibujo no solo representa un caso particular que ocupa una posición sobre la pantalla, sino que, debido a la posibilidad de variar su posición se pueden obtener distintos casos representativos del objeto geométrico.” (p.4)

Por ende, el uso de las TIC en el área de matemática ha sido considerado una herramienta fundamental en la enseñanza de las distintos conceptos matemáticos, por lo que, los Programas de Geometría Dinámica (PGD) se han visto como una nueva manera de enseñar matemáticas, por eso, el Ministerio de Educación Nacional MEN (2004) estableció que, “usando software de geometría dinámica ahora es posible que los estudiantes exploren la geometría euclíadiana y tengan la posibilidad de estudiar objetos y propiedades geométricas para redescubrir teoremas por ellos mismos”. (p.20).

Una de las características de un Ambiente de Geometría Dinámico (AGD) es permitir la elaboración de construcciones, la exploración, la visualización y el arrastre, en particular se considera que este último permite al estudiante descubrir propiedades invariantes de algunos conceptos geométricos a través de la manipulación del mismo, un hecho que tal vez se podría dificultar a papel y lápiz. De acuerdo con esto Casas (2004) señala que:

“Con lápiz y papel nos quedamos con los prototipos de las figuras, razonamos sobre los dibujos (mundo físico), pero el cuadrado pertenece al mundo de las ideas. Los AGD coloca

un puente entre el mundo físico y el mundo de las ideas, en el sentido que permite visualizar los invariantes geométricos al arrastrar las figuras y observar las figuras que se mantienen bajo el movimiento, visualizando las características que hacen que un cuadrado sea un cuadrado”.

De este modo, los ambientes de geometría dinámica se pueden considerar como estrategias importantes que facilitan y proporcionan una forma distinta en la enseñanza de la geometría, pues el software con sus múltiples herramientas permite al estudiante explorar y verificar propiedades geométricas, de manera que nos permiten evidenciar las siguientes conclusiones:

- Con ayuda de los ambientes de geometría dinámica se pueden proponer actividades que podrían ser imposibles de realizar con papel y lápiz, como por ejemplo la construcción de objetos dinámicos con propiedades predeterminadas.
- Con software de geometría dinámico se puede realizar la reproducción de objetos dinámicos.
- Las tecnologías crean curiosidad a los estudiantes.

A partir de esto, se debe mencionar que la finalidad de este trabajo es diseñar una propuesta didáctica utilizando un software dinámico como Geogebra, que ayuda a potencializar el aprendizaje de la geometría, el cual crea un puente en la interacción con espacios que recrean a los objetos geométricos, lo que permite al estudiante visualizar al objeto geométrico y las propiedades presentes en él. Otra ventaja de Geogebra es que cuenta con una Licencia Pública General (GPL), lo que admite un fácil acceso para las Instituciones Educativas y los estudiantes, ya que se pueden proponer actividades de exploración del software a través de su plataforma virtual (GeogebraTube) donde se encuentran una gran variedad de construcciones geométricas a las que se logra acceder y trabajar sobre ellas o incluso crear sus propias applets.

Por lo tanto, en el trabajo se pretende diseñar una propuesta didáctica, la cual contemplará una mirada instrumental del aprendizaje de las matemáticas, enfatizado en la Orquestación Instrumental (OI) y los procesos de Génesis instrumental (GI), con el fin de

lograr el proceso de construcción cognitiva de la noción de Ángulo y sus tipologías en grado cuarto de primaria, ya que es en este nivel que los estándares básicos de competencia en matemáticas (2004) lo proponen.

La orquestación instrumenta permite articular la concepción, el diseño, realización, observación y análisis de la secuencia didáctica desde una mirada instrumental, y los procesos de génesis instrumental para la movilización de los conocimientos matemáticos Trouche (2003). Por lo tanto, la OI es fundamental en los propósitos de este trabajo, debido a que los AGD por si solos no pueden garantizar un aprendizaje, por consiguiente, es necesario el diseño particular de un ambiente y de los instrumentos artefactuales.

En este orden de ideas, la pregunta que da cuenta de este trabajo es:

¿Qué caracteriza el diseño de una Secuencia Didáctica que hace uso de Geogebra, para dar cuenta de las tipologías de ángulos en grado cuarto de educación básica, desde la perspectiva de la Teoría de Situaciones Didácticas?

1.2 JUSTIFICACIÓN

El concepto de ángulo ha sido objeto de numerosas investigaciones entre ellas las de Bosh, Ferrari, Marván y Rodríguez (2003), donde se ha mostrado la importancia de esta noción en la estructuración y desarrollo del pensamiento geométrico y métrico, pero a su vez se muestra que hay dificultades por parte de los estudiantes en su comprensión.

Una manera de evidenciar esto es en algunos textos escolares, en donde se aborda la noción de ángulo, dado que contempla máximo dos páginas, en la primera se inicia desde un aspecto meramente teórico, acompañado de una imagen del transportador, mostrando los grados hasta 180° y en la segunda página encontramos una serie de ejercicios, entre ellos se les pide que representen ángulos superiores a 180° , lo cual no es coherente según la información inicial otorgada en la hoja anterior del libro.

A esto se le adhiere la dificultad por parte del estudiante de relacionar el lenguaje natural con las imágenes, lo cual lleva a obstáculos entre distintos registros de

representación. Este tipo de situaciones y otras, hacen que los estudiantes no asimilen el concepto, de allí la necesidad de plantear nuevas estrategias de enseñanza. En este sentido se resalta que la integración de la tecnología al aula permite conceptualizar los objetos abstractos de la matemática.

En relación con esto, el MEN (1999), menciona que:

La tecnología está cambiando el modo de ver y estudiar las matemáticas y sus usos, ampliando el rango de sus posibilidades y, por lo tanto, se hace necesario que los estudiantes aprendan a utilizarla como herramienta para procesar información y en la investigación y resolución de problemas (MEN, 1999, p.13).

El uso de tecnología contribuye al desarrollo del pensamiento geométrico, a través de: la visualización, dado que los estudiantes pueden ver más allá de lo que se ve a simple vista, lo que les permite reconocer relaciones y propiedades geométricas, la capacidad investigativa, pues brinda la posibilidad de apropiarse del problema y construir nociones, llevando al estudiante a validar sus conjeturas.

De este modo se presenta Geogebra como un recurso tecnológico para el aprendizaje de la noción de ángulo, ya que además de permitir lo mencionado en los apartados anteriores, el software da la posibilidad de representar los tipos de ángulos y mostrar diferencias a través de la visualización y el arrastre. También admite compartir recursos digitales con otros profesores y con una licencia no comercial, lo que permite un fácil acceso en las instituciones educativas y los estudiantes, ya que se pueden proponer actividades de exploración del software desde su plataforma virtual (GeogebraTube) donde se encuentran una gran variedad de aplett los que puede acceder y trabajar sobre ellas o incluso subir construcciones propias.

En este orden de ideas, el trabajo pretende configurar una secuencia didáctica que hace uso de Geogebra, para dar cuenta de los procesos de aprendizaje de la noción de ángulo y sus tipologías en grado cuarto de educación básica, utilizando la perspectiva de la Orquestación Instrumental Trouche (2014) y la Génesis Instrumental propuesta por Rabardel (1995).

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo General

- Diseñar una Secuencia Didáctica que hace uso de Geogebra, para dar cuenta de la tipología de ángulos en grado cuarto de educación básica, desde la Teoría de Situaciones Didácticas.

1.3.2 Objetivos específicos

- Consolidar los referentes matemático, curricular, didáctico y cognitivo, en la configuración de una Secuencia Didáctica para el reconocimiento de las características de los tipos de ángulos integrando Geogebra en grado cuarto de educación básica.
- Definir los criterios que orientan el diseño de una Secuencia Didáctica desde los parámetros de la Teoría de Situaciones Didácticas.
- Analizar los resultados obtenidos en la puesta en acto de la Secuencia Didáctica en torno a los procesos de mediación instrumental y la orquestación instrumental.

1.4 ANTECEDENTES E INTERESES DE LA PROPUESTA

Para la investigación se realizó una búsqueda de antecedentes de la misma en diversas bases de datos; Eric, Teseo, Dialnet, Redinet, Biblioteca Universidad del Valle, Javeriana, Instituto de Educación y Pedagogía de Universidad del Valle, entre otras, donde se utilizó como descriptor de búsqueda: 1) secuencias didácticas, 2) ángulos, 3) clasificación de ángulos, 4) Geogebra, donde, se pudo observar que con los descriptores 1 y 4 se encontraron distintos trabajos en varias temáticas pero la búsqueda se limitó en el momento en que se abordó los términos ángulos y clasificación de ángulos, y aun mucho más cuando se intenta encontrar en los documentos una secuencia didáctica en un AGD sobre el concepto de ángulo.

El problema de este trabajo de exploración dinámica, surgió por la necesidad de generar una ayuda contra las dificultades que se presentan frente a la noción de ángulo,

donde se han encontrado problemas en la conceptualización. La naturaleza del concepto de ángulo ha sido tema de debate por más de 2000 años y la discusión aún no termina (Matos, 1990). En este caso el uso de Geogebra como apoyo a la consolidación del concepto de ángulos, dado que la implementación de las TIC en el ámbito de la educación permite abrir muchas posibilidades para cualquier individuo. Además, las TIC plantean una herramienta para docente en los procesos de aprendizaje y el desarrollo de muchos niños y niñas a partir de esta nueva alternativa educativa.

Sin embargo, las TIC en algunas regiones de nuestro país se hallan rezagadas en relación con las posibilidades de acceso de estas herramientas virtuales y el uso pedagógico por parte de los profesores, por lo que, el desafío de integrar TIC se encuentra en la profesión de los docentes, quienes tienen la responsabilidad de la alfabetización tecnológica de sus estudiantes y el dominio de la diversidad de competencias que la sociedad demanda en el conocimiento de las matemáticas.

Por ende, el uso de las TIC en el área de matemática ha sido considerada una importante herramienta en la enseñanza de los distintos objetos matemáticos, por lo que, los Programas de Geometría Dinámica (PGD) se han visto como una nueva manera de enseñar y aprender matemáticas, por eso, el Ministerio de Educación Nacional MEN (2004) estableció que, “Las nuevas tecnologías amplían el campo de indagación sobre el cual actúan las estructuras cognitivas que se tienen, enriquecen el currículo con las nuevas pragmáticas asociadas y lo llevan a evolucionar” (p.18).

Ahora bien, se espera que en los niveles escolares se enfatice en la geometría, a esta situación Niss (1998) citado por el MEN (2004), sugiere destacar en los primeros ciclos educativos actividades de exploración, denominación, descripción, clasificación, representación de objetos concretos del plano y del espacio, explorar movimientos en el plano, la identificación de trayectorias y la ubicación espacial; es decir, enfatizar en una dimensión empírica de la geometría, que tiene que ver con la representación del medio, entendiéndose como el lugar donde los individuos se desarrollan. Mitchelmore y White (2000) explican la necesidad de crear situaciones que le permitan familiarizarse con los

objetos matemáticos en contextos propios de su espacio para que, por abstracciones sucesivas finalmente construya el concepto de ángulo.

Ante este panorama de implementar la geometría en el área escolar para que los estudiantes conciban alguna idea limitada de esta disciplina, se hace necesario ir dando puntadas hacia la comprensión de las ciertas dimensiones del concepto de ángulo, como lo establecen los estándares básicos de calidad planteados por el MEN en grado cuarto:

“comparar y clasificar objetos tridimensionales básicos de acuerdo con sus componentes (caras y lados) y propiedades; comparar y clasificar figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características; identificar el ángulo como giros, aberturas, inclinaciones en situaciones estáticas y dinámicas.”

Donde, se deben plantear actividades que muestren la estrecha relación entre un objeto y su imagen obtenida, por su representación bidimensional o tridimensional para el fundamento y fortalecimiento acerca del conocimiento geométrico.

Ahora bien, al revisar algunos documentos relacionados con la propuesta (tesis, artículos de divulgación, libros, revistas, etc.) consultados, se construyó una primera clasificación de los mismos, la cual atiende esencialmente a mirar el estudio del concepto de ángulo. De esta forma se describieron aproximadamente cuatro grupos así:

a) Documentos cuyo centro son la creación de secuencias didácticas en AGD con ángulos.

- *Geogebra como soporte en el proceso de construcción del concepto de ángulo “un análisis desde el modelo de Van Hiele” (Acevedo Gutiérrez Ingrid, Londoño Yepes Gabriel y Ramírez Gutiérrez Nadia)*

En este documento se da un acercamiento del uso de las TIC en el ámbito escolar, más específicamente el uso de Geogebra en los procesos de construcción de conocimiento desde una mirada del razonamiento de Van Hiele a estudiantes de grado cuarto de la institución Educativa Javeriana Londoño Sevilla, de carácter público en la ciudad de

Medellín. El objetivo del trabajo es evidenciar las ventajas del uso del software en la comprensión del concepto de ángulo a través del avance del nivel 1 (Visualización) al nivel 2 (Análisis) según el modelo de Van Hiele apoyado en una serie de actividades previamente planeadas con objetivos específicos para el fortalecimiento de los conocimientos previos de los alumnos.

b) Documentos cuyo eje son la creación de secuencias didácticas con ángulos

- *Aprendizaje del concepto de escolar de ángulo en estudiantes mexicanos de nivel secundaria (Rotaeché Guerrero Rosa y Montiel Espinosa Gisela).*

Se presenta en este artículo los resultados de una experiencia didáctica cuyo objetivo fue que los estudiantes aprendieran el concepto de ángulo. Para lograrlo, se diseñó una actividad orientada por la ingeniería didáctica. En el análisis preliminar se integran los logros de las investigaciones anteriores, que destacan la especificidad de los fenómenos didácticos asociados a la concepción escolar de ángulo y algunas consideraciones históricas y didácticas.

- *La construcción del concepto de ángulo en estudiantes de secundaria (Rotaeché Guerrero Rosa).*

Con base en un análisis a priori, orientado por la ingeniería didáctica en el marco de la Teoría de Situaciones Didácticas, en este trabajo se diseña una secuencia didáctica que contempla en la componente cognitiva el modelo de abstracción y del conocimiento situado de Mitchelmore y White (2000) y en la parte epistemológica la naturaleza cualitativa (por su forma), cuantitativa (por su medida) y de relación (por cómo se define) de la noción de ángulo que se maneja en el nivel básico-secundaria del sistema educativo mexicano. La dimensión didáctica rescata algunos posibles efectos del discurso escolar en los significados relacionados con la medición angular versus medición de longitudes, así como la construcción y significados de nociones, por ejemplo, porción/proorción, figuras geométricas básicas (cuadrados, triángulos isósceles, equiláteros, escalenos), el uso del transportador como instrumento de medición escolar, etc.

- *El ángulo más allá de la intersección de dos líneas (Torres Ascanio Luisa y Martínez Liz Michael)*

El documento, muestra el desarrollo de una propuesta de estudiantes para profesor de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas aplicaron durante 7 sesiones donde el tema a tratar, es el concepto de ángulo, trabajado desde el pensamiento espacial y sistemas geométricos. Se realizaron 4 tipos de actividades según como lo propone el grupo Deca (1992). Para así, organizar las sesiones, de tal modo que se hiciera evidente una secuencia coherente y una buena cohesión entre las actividades realizadas. Además de la respectiva planeación, los diseños, y análisis por clase, se hace un enfoque en los recursos reflexionando sobre la pertinencia de la implementación en el aula en cada momento. Se observaron diferentes tipos de recursos implementados y como este permitió avanzar en el proceso de abstracción de concepto ángulo, sin que interfiera con lo pensado, pues se consideró que este tipo de apoyo, permite que alumnos y profesores desarrollen el tema. Es decir, que no se quede en un concepto aislado y “sin sentido” sino que descubra de dónde se obtiene tales objetos matemáticos y que es la matemática una manera de describir los fenómenos del mundo.

c) Documento donde se realiza propuestas para la práctica del profesor

- *El concepto de ángulo construido a partir del arte abstracto (Villareal Fernández Jorge)*

Este documento es una unidad didáctica que nace de la necesidad que se tiene en la educación matemática de cumplir con los fines contemplados en la Ley General de Educación, la unidad didáctica posibilita el desarrollo de los procesos de pensamiento tales como analizar, describir, comparar, deducir, inducir, entre otras; y por ende a aumentar las capacidades mentales del individuo. Desde esta perspectiva se aporta al desarrollo social y cultural que es parte de la formación integral del individuo. La unidad didáctica está ligada al aspecto lúdico y al quehacer diario del hombre, lo cual toca una gama de aspectos que apuntan a un desarrollo científico, histórico, filosófico, artístico, ético, y tecnológico. Se crea un ambiente de investigación y competencia sana, logrando despertar el interés y la motivación en el individuo, se logra profundizar ampliamente en diferentes temas de

estudio, se enfrenta al desafío de hallar solución a diversos problemas, puede formular hipótesis y conjeturas, confrontar teorías y modelos existentes, comprobar su grado de validez, descubrir patrones o similitudes a partir de situaciones cotidianas.

Para lograr estos objetivos se toma de referentes teóricos el enfoque constructivista de la enseñanza y el aprendizaje y la tridimensionalidad como inicio y referente de las primeras nociones geométricas.

- *Guía didáctica de geometría plana en las unidades didácticas de historia, líneas y ángulos para los estudiantes de matemáticas y física de la universidad de Cuenca cap. 2.2 (López Toledo Blanca y López Toledo Diana).*

El Trabajo de Titulación “Guía Didáctica de Geometría Plana en las unidades didácticas de historia, Líneas y Ángulos para los estudiantes de la Carrera de Matemáticas y Física de la Universidad de Cuenca” se elabora de acuerdo con los autores, desde una postura constructivista como un recurso complementario en el Laboratorio de Matemáticas. Busca ser un texto que esté acorde a las necesidades presentadas por los alumnos del primer ciclo de la carrera. El documento consta de tres capítulos titulados: Fundamentación teórica, Fundamentación estadística y el último titulado La propuesta. El primer capítulo, explica todo el marco conceptual desde el que se desarrolla la propuesta; hace énfasis en la aplicación de la postura constructivista en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría plana, finalmente aborda un tema desde el cual se ha partido para el diseño del presente proyecto de graduación: el rendimiento académico.

CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO

En este capítulo, se aborda lo concerniente al marco teórico que sustenta el problema de indagación del trabajo, el cual se divide en tres dimensiones teóricas de acuerdo la metodología que guiará el trabajo: la dimensión epistemológica que está asociada a la noción matemática, en este caso el concepto de ángulo; la dimensión cognitiva en donde se toman aspectos de la mediación instrumental apoyados de la Orquestación Instrumental, dado que permitirá estudiar lo que sucedió en la clase. Por último, la dimensión didáctica que se desarrolla a partir de la Teoría de Situaciones Didácticas, como un referente que permite concebir y diseñar una Secuencia Didáctica.

Considerando que durante más de dos mil años se realiza un fuerte debate sobre la naturaleza del concepto de ángulo. Tratando de hacer un esfuerzo por comprender las formas en que era concebido el concepto por los matemáticos, las diferentes definiciones en que el concepto fue asumido por los antiguos matemáticos, con el fin de ayudar a la labor docente considerando que una investigación histórica sobre los orígenes del concepto de ángulo es fructífera para desarrollar una perspectiva pedagógica.

Aunque el concepto de ángulo parece haberse originado en épocas recientes, ha sido reportado por arqueólogos y astrónomos, como en algunas culturas antiguas utilizaban técnicas para resolver problemas relacionados con los ángulos. Muchas culturas estaban interesadas en el movimiento de las estrellas y de los planetas, como manera de predecir cambios estacionales del tiempo, de predecir el futuro, o de saber cuándo era hora de conducir sus rituales, alineaciones de monumentos neolíticos o paleolíticos con el solsticio de verano y otros eventos celestes.

Para efectos de este trabajo, se tomará parte del trabajo de investigación de Casas (2000) el cual clasifica el concepto de ángulo como: “*la cantidad de inclinación o giro entre dos líneas que se unen en un punto*”. La cuestión más importante no es encontrar una definición más adecuada del concepto de ángulo, sino tratar de que sea el estudiante quien construya su propio concepto a través de situaciones angulares.

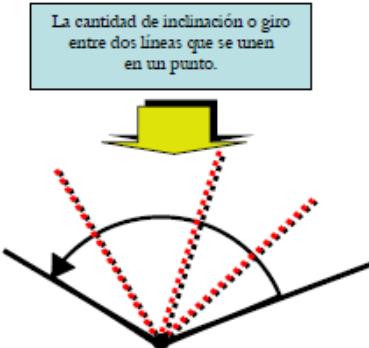


Figura 2. Definición de ángulo. Casas (2000)

Euclides parece definir el ángulo como la intersección de dos líneas con características específicas, pero por otro lado también sugiere que el ángulo es una especie de área contenida por estas dos líneas. Según Heath (1956), el concepto de que el ángulo es una inclinación es una nueva salida, dado que la tendencia que predominaba en ese tiempo, en Aristóteles, era que un ángulo se producía cuando una línea recta se rompía o se desviaba, es decir, los dos lados del ángulo se originaban de la misma línea.

Además de esto, Euclides en las definiciones 10, 11 y 12 hace una categorización de los ángulos de acuerdo a su tamaño.

Definición 10. *Cuando una línea recta que está sobre otra hace que los ángulos adyacentes sean iguales, cada uno de los ángulos es recto, y la recta que está sobre la otra se llama perpendicular a la otra recta.*

Definición 11. *Un ángulo obtuso es un ángulo mayor que un ángulo recto.*

Definición 12. *Un ángulo agudo es un ángulo menor que un ángulo recto.*

Por lo tanto, la epistemología permite indagar acerca de aspectos relevantes del conocimiento matemático que han evolucionado a lo largo de la historia, entre ellos la construcción formal, la aplicabilidad en distintos campos de las ciencias y los métodos y estrategias para la enseñanza y aprendizaje.

Los lineamientos curriculares evidencian que la historia ha sido un referente importante para la concepción de los nuevos modelos didácticos. En este sentido la reforma educativa contempla que para la enseñanza y aprendizaje de la geometría se deben construir

e implementar estrategias didácticas, desde una perspectiva constructivista que concede al sujeto una participación activa que le permite la construcción de conocimientos significativos. Una concepción importante es la geometría activa que admite la implementación de instrumentos en las aulas de clases, lo que permite crear escenarios donde el estudiante pueda manipular las representaciones de los objetos matemáticos logrando una experimentación diferente a la que se logra con el trabajo en lápiz y papel.

La implementación de este tipo de escenarios favorece la construcción de conocimiento en un contexto social, mediante la interacción con distintos instrumentos que desde la dimensión cognitiva se sustenta a partir de las Génesis Instrumentales que propone Rabardel (1995), quien plantea que la Mediación Instrumental, vista desde un enfoque antropocéntrico, permite génesis artificiales de conocimiento en el estudiante. Trouche aceptando el planteamiento de Rabardel (1995) menciona que los instrumentos por sí solos no generan conocimiento por lo tanto propone la OI que hace parte de la dimensión cognitiva.

En consecuencia, se toman los referentes teóricos que sustenta la dimensión cognitiva del planteamiento del problema, referida a la mediación instrumental, a la génesis instrumental, a la Orquestación instrumental y los esquemas sociales de uso (ESU).

Actualmente se resalta en distintas investigaciones en didáctica de las matemáticas, la importancia de la integración de herramientas tecnológicas en el campo de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, por lo tanto, se requiere una postura acerca del objeto de la tecnología. Para ello Rabardel (1995) plantea dos miradas al respecto: un enfoque tecnocéntrico y otro antropocéntrico.

El enfoque tecnocéntrico centra su mirada en los objetos técnicos, es decir, se enfoca en los instrumentos dejando de lado las acciones o producciones humanas. El segundo enfoque el antropocéntrico, definido por Rabardel (1995):

“Los seres humanos están omnipresentes en sus ciclos de vida (de la tecnología) desde la concepción hasta su descarte, pasando por las fases esenciales del funcionamiento y de la utilización. Hay que poder entonces, pensar y conceptualizar la asociación de los seres

humanos y de los objetos, tanto para comprender sus características y propiedades como para organizarlas al servicio de las sociedades”.

Es decir, este enfoque contrario al tecnocéntrico, centra su mirada en el sujeto, en su interacción con instrumentos, es decir el sujeto juega un papel fundamental ya que es él quien controla el funcionamiento de los artefactos.

Por consiguiente, todo aprendizaje de una noción matemática está moderado por un instrumento, tal y como lo afirman Lupiáñez y Moreno (2002): “*La naturaleza del conocimiento depende de la herramienta que lo esté mediando y dicha mediación de las herramientas afecta sustancialmente el aprendizaje*”. Se entiende que toda acción cognitiva humana está mediada por alguna forma de instrumento, ya sea un instrumento en forma material como la calculadora o la computadora, o en forma simbólica como el lenguaje, esta mediación tiene un impacto fundamental en la naturaleza del conocimiento matemático, la construcción del conocimiento por parte del estudiante y en las acciones y decisiones del profesor.

En este sentido, Rabardel (1995) plantea un enfoque teórico donde se pretende mostrar la complejidad del instrumento, la génesis del instrumento en el sujeto enfatizando en la relación de éste con la actividad humana, pues se plantea que los instrumentos por ser desarrollos de la historia social y cultural, presentan una fuerte influencia en el sujeto, por tanto, constituyen estructuras cognitivas que median la construcción del conocimiento.

Para ello, es importante reconocer las diferencias fundamentales entre artefacto e instrumento. En la Génesis instrumental el artefacto es un término adoptado por Rabardel (1991) para definir los objetos materiales y simbólicos que están presentes en toda actividad humana. El instrumento, por su parte, Rabardel (2007) lo define de la siguiente manera: “Utilizaremos el término “instrumento” (p.92), para designar el artefacto en situación, inscrito en un uso, en una relación instrumental con la acción del sujeto, como medio de esta acción”. En otras palabras, el instrumento es concebido desde la actividad del sujeto.

Así, la acción mediada del sujeto requiere previamente la construcción o desarrollo de instrumentos por parte de él mismo, donde Rabardel (1999) define el concepto de Génesis Instrumental, el cual es el proceso donde el sujeto construye el instrumento a partir de un artefacto, es decir, el paso de artefacto a instrumento, en dicho proceso se deben de establecer y tener en cuenta condiciones que dependen de los conocimientos del sujeto y que varían según la actividad.

Esta construcción se desarrolla a partir del proceso doble de instrumentación e instrumentalización.

Según Rabardel (1995):

“Los procesos de Instrumentalización están dirigidos hacia el artefacto: selección, agrupación, producción e institución de funciones, usos desviados, atribuciones de propiedades, transformaciones del artefacto, de su estructura, de su funcionamiento, etc.”

Los procesos de instrumentalización en los aprendizajes matemáticos, pueden entenderse según Trouche así: “La instrumentalización es un proceso de diferenciación de los artefactos. Ejemplo de calculadoras: almacenamiento de juegos, de teoremas, dibujos, modificación de la barra de menús...”. En este sentido la instrumentalización se puede considerar como una contribución del sujeto al proceso mismo de diseño del instrumento, es decir donde el sujeto podrá construir nuevas funciones del artefacto conociendo su uso, potencialidades, atributos y características. Para el desarrollo de esta fase Largo et (2008) menciona que se deben contemplar las siguientes etapas:

“Una etapa de descubrimiento y selección de los comandos pertinentes, una etapa de personalización (tomar el artefacto en la mano) y una etapa de transformación del artefacto (ej. Modificar la barra de menú); y es ese sentido, conducir a un enriquecimiento del artefacto o a un empobrecimiento del mismo”. (p.3).

La segunda fase es la de instrumentación que está asociada al sujeto, consiste en la elaboración y evolución de esquemas de uso.

“Los procesos de Instrumentación están relacionados con el sujeto: con la emergencia y evolución de los esquemas sociales de utilización y de acción instrumentada: su constitución, su evolución por acomodación, coordinación y asimilación recíproca, la asimilación de artefactos nuevos a los esquemas ya constituidos, etc.” (Rabardel, 1995).

Cabe destacar que los instrumentos no son organismos aislados, sino que constituyen un sistema de instrumentos, es decir, que dicho sistema es la unión de instrumentos definidos en torno a una actividad matemática de forma intencional. Cuando el sujeto hace una adquisición de estos sistemas de instrumentos para la construcción del conocimiento, se desarrollan los esquemas de uso (EU) las cuales se entienden como las operaciones que se dan en el desarrollo de la actividad con instrumentos y se relacionan directamente con las diferentes situaciones que se dan, es decir, en la acción instrumentada del sujeto.

Los EU contempla una mirada individual y del mismo modo una social, que se conoce como esquemas sociales de uso (ESU), de acuerdo con Santacruz (2007) se entienden como invariantes que forman parte de las competencias del usuario. Es aquí donde el sujeto tiene contacto con diferentes artefactos e interactúa con otros sujetos (compañeros, profesores) dando paso a la transmisión social de los EU, es decir, a las construcciones de las distintas representaciones del instrumento que le permite elaborar esquemas que organizan la acción del sujeto en distintas situaciones de la actividad con instrumentos y que pasa a ser propósito de enseñanza y aprendizaje en un contexto social.

Estos dos procesos permiten ver al instrumento como un producto de la construcción del sujeto, es decir, permite que se analicen en el diseño de situaciones de aula (en las que el sujeto construye conocimiento), por ejemplo, las relaciones de los sujetos con los objetos, otorgándole al sujeto un lugar central en el estudio del impacto de los instrumentos cuando medían la acción humana.

También es importante reconocer que, en el uso de instrumentos para la enseñanza de las matemáticas, se evidencian distintas mediaciones instrumentales en el sistema didáctico. Rabardel (1999) propone el siguiente esquema:



Figura 3. Principales mediaciones instrumentales en el Sistema didáctico. Rabardel (1999)

Rabardel argumenta que los instrumentos presentan una fuerte influencia en la construcción del saber y en sus modos de construcción, pero al mismo tiempo, es fundamental tener en cuenta la complejidad del instrumento como variable importante en una situación de aula, haciendo viable la posibilidad que tiene el profesor de anticipar las acciones de los estudiantes en los desarrollos instrumentales, lo cual nos permite que la génesis instrumental y la mediación del instrumento sean susceptibles a un análisis a priori.

2.1. LA ORQUESTACIÓN INSTRUMENTAL

La teoría de la OI, permite la estructuración particular de la clase, en este caso una situación matemática que tiene como finalidad movilizar el concepto de ángulo, en el cual se integran un conjunto de instrumentos que se configuran de acuerdo a los propósitos de la actividad que realiza el sujeto, lo que requiere que el docente participe como director u orquestador de la clase logrando así un equilibrio entre los sistemas de instrumentos y el sujeto, con el fin de desarrollar procesos de razonamiento en los estudiantes.

Si bien los procesos de génesis instrumental son construcciones individuales del sujeto, Trouche (2002) reconoce aspectos individuales y colectivos en el desarrollo de los mismos. La intención explícita de la orquestación instrumental, es la de promover y acompañar las génesis instrumentales de los estudiantes, con el fin de propiciar la emergencia de instrumentos que ayuden a la mediación de la actividad matemática.

La orquestación instrumental se encuentra íntimamente ligada con los aspectos colectivos de las génesis instrumentales, es decir aquellos elementos de carácter social que se movilizan en la clase y que influyen de manera directa en los procesos de génesis instrumental:

“Para comprender la variedad de génesis instrumentales, es necesario por parte del profesor, una organización particular de la clase. Nosotros proponemos... la noción de orquestación instrumental para nombrar esta organización. En cuanto a esta noción (de orquestación instrumental), mostramos que permite definir los objetivos, la configuración y los modos de aprovechamiento de los diferentes dispositivos que se van a constituir, por cada uno de los estudiantes y por la clase, en sistemas de instrumentos coherentes” (Trouche, 2002).

De acuerdo con Trouche la OI considera algunos aspectos fundamentales que permiten definir la actividad del sujeto en interacción con los instrumentos, tales aspectos son:

- Conjunto de individuos: Es la caracterización de la población que participa en el desarrollo de la actividad, generalmente encargados por un profesor y un grupo de estudiantes.
- Conjunto de objetivos: Están relacionados con los propósitos o con la intencionalidad de la clase, las condiciones bajo las cuales se desarrolla la actividad y el tipo de tarea.
- Configuración didáctica: Es la estructura general del dispositivo que previamente se ha diseñado para el estudiante, de acuerdo con Santacruz (2007) es una configuración flexible dependiendo de los intereses del diseño de la secuencia que se pretende trabajar en la clase.
- Modos de aprovechamiento de la configuración: Está relacionado con el logro de las expectativas a partir del diseño, de acuerdo con Chevallard (1992) se concibe el modo de aprovechamiento de la configuración como una coordinación entre el hardware, el software didáctico y un sistema de aprovechamiento didáctico.

La concepción de orquestación instrumental es más que un ensamblaje de artefactos; su mirada se centra alrededor de la evolución y equilibrio de los sistemas de instrumentos en el contexto de la clase.

En la dimensión instrumental se consideran seis tipos de orquestaciones que se definirán a continuación, cabe aclarar que los nombres fueron tomados por la traducción de Ferrer, Fortuny y Morera (2014):

1. **Techinal-demo (Explorar el artefacto):** en este tipo de orquestación el docente hace una demostración de las técnicas del artefacto, incluye el acceso al applet, las instalaciones para proyectar la pantalla de la computadora y un arreglo en el aula que permite a los estudiantes seguir la demostración, de acuerdo con Monaghan (2001, 2004) este es un aspecto importante en la enseñanza, con el fin de evitar todo tipo de errores u obstáculos por parte de los estudiantes en el manejo del software.
2. **Explain-the-screen (Explicar a través del artefacto):** Se refiere a la explicación de toda la clase por parte del profesor, guiada por lo que sucede en la pantalla de la computadora. La explicación va más allá de las técnicas e involucra contenido matemático
3. **Link-screen-board (Enlazar artefacto):** El profesor hace hincapié en la relación entre lo que sucede en el entorno tecnológico y cómo se representa en las matemáticas convencionales de papel, lápiz y tablero.
4. **Discuss-the-screen (Discutir el artefacto):** Se refiere a una discusión de toda la clase sobre lo que sucede en la pantalla de la computadora. El objetivo es mejorar la génesis instrumental colectiva.
5. **Spot-and-show (Descubrir a través del artefacto):** En este tipo de orquestación, el razonamiento del alumno se pone de manifiesto mediante la identificación del trabajo realizado en la preparación de la discusión.
6. **Sherpa-at-work (Experimentar el artefacto):** En la orquestación, un supuesto estudiante usa la tecnología para presentar su trabajo o para llevar a cabo las acciones que el maestro solicita, en este tipo de orquestación el estudiante asumirá el control de la herramienta tecnológica.

A continuación, se presenta la tabla donde se muestra los diferentes tipos de orquestación anteriormente mencionados, donde se identificará el tipo de configuración didáctica y modo de aprovechamiento particular de cada tipo de orquestación.

Tabla 1. Tipos de orquestación. Tomado de Rodríguez M. Pérez Y. (2017)

Tipo de Orquestación	Definición	Configuración Didáctica	Modo de Explotación
Techinal-demo	Demostración de las técnicas de la herramienta por parte del profesor y trabajo individual del estudiante	Incluye el acceso al applet y al Entorno Digital de Matemáticas	El profesor puede demostrar técnicas en una actividad, o utilizar el trabajo de los estudiantes
Explain-the-screen	El profesor explica la clase, guiado por lo que sucede en la pantalla del ordenador	Similar al anterior	El profesor puede utilizar el trabajo de los estudiantes como punto de partida para su explicación o dar solución a las actividades
Link-screen-board	El profesor hace hincapié entre lo que ocurre en un entorno tecnológico y como esto se presentan en las matemáticas convencionales.	Se hace uso del tablero, cuaderno y un computador.	El profesor puede tomar el trabajo del estudiante como punto de partida o comenzar con la actividad propuesta
Discuss-the-screen	Discusión con toda la clase de lo que sucede en la pantalla del ordenador	Se proyecta el trabajo de algún estudiante para discutirlo en clase	El trabajo recogido de los estudiantes, puede servir como punto de partida para las retroalimentaciones.
Spot-and-show	El razonamiento del estudiante se pone en primer plano a través de la identificación del trabajo en el entorno digital de matemáticas	acceso al entorno digital de matemáticas durante la lección	El profesor pide algunos estudiantes que expongan sus razonamientos y generar debate en el aula de clase.
Sherpa-at-work	Usa tecnología para presentar el trabajo realizado	Control por parte del estudiante del uso de la tecnología	El profesor puede presentar trabajo o puede ser explicado por el estudiante sherpa mostrando acciones en el entorno tecnológico.

Como se puede observar los primeros tres tipos de orquestación están centrados en las acciones del docente, donde las configuraciones didácticas y el modo de explotación o aprovechamiento son muy parecidas y los otros tres tipos se centran en las acciones del alumno pues es aquí donde el estudiante a través de la familiarización con el instrumento va tomando control de este recurso tecnológico.

Como se ha planteado anteriormente, este trabajo de investigación requiere de un referente teórico que posibilite el diseño de una secuencia didáctica, apoyada en la perspectiva de la orquestación instrumental. Aportes como los de Trouche (2002, 2003) y Margolinás (2009), plantean desde distintas miradas teóricas el papel que la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) tiene en el desarrollo investigativo del campo de la didáctica

de las matemáticas, esencialmente cuando se piensa el papel que juegan los instrumentos en el aprendizaje.

Desde estas consideraciones, algunos aspectos de la TSD, se consideran vitales en relación con la noción de orquestación instrumental que se intenta movilizar: contrato didáctico, situación didáctica, a-didáctica y el medio.

En éste apartado se aborda la concepción didáctica que fundamenta el trabajo, en este caso la teoría de situaciones didácticas, donde se explicita aspectos relacionados con la TSD, como la noción de; situación no didáctica, didáctica y a-didáctica, medio y contrato didáctico, situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización, ya que estos elementos serán centrales para analizar los procesos de aprendizaje de los estudiantes. En los años 70 nace la denominada “Escuela Francesa de didáctica de las matemáticas” debido a la preocupación de un grupo de investigadores en su mayoría formados en matemáticas, por descubrir e interpretar fenómenos y procesos ligados a la enseñanza y aprendizaje del conocimiento matemático.

Dentro de esta escuela, Guy Brousseau fue uno de los principales investigadores en el campo de la didáctica de matemática, y su contribución teórica esencial es la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD). Esta teoría aportará elementos que permite comprender a priori los posibles comportamientos y a posteriori la significación de los comportamientos observados en la relación entre estudiante y saber que se dan en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Brousseau (1999), afirma que:

“(...) La descripción sistemática de las situaciones didácticas es un medio más directo para discutir con los maestros acerca de lo que hacen o podrían hacer, y para considerar cómo éstos podrían tomar en cuenta los resultados de las investigaciones en otros campos. La teoría de las situaciones aparece entonces como un medio privilegiado, no solamente para comprender lo que hacen los profesores y los alumnos, sino también para producir problemas o ejercicios adaptados a los saberes y a los alumnos y para producir finalmente un medio de comunicación entre los investigadores y con los profesores.”

Por ende, se trata de una teoría de la enseñanza que busca condicionar un ambiente artificial de los conocimientos matemáticos, ya que se parte de la hipótesis de que los mismos no se construyen de manera espontánea. Según Acosta (2010) la TSD se fundamenta desde un enfoque constructivista y esto debido a lo que Piaget llamo aprendizaje por adaptación, concepción que Brousseau (1986) caracteriza de la siguiente manera:

“El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje.”

Por consiguiente, Brousseau, adopto en su teoría que el aprendizaje se produce a través de la interacción del sujeto con un medio, este medio es previamente concebido con una intencionalidad. Para ello, es importante la definición de medio, el cual Brousseau (1998) explica:

“El medio como conjunto de condiciones exteriores en las cuales vive y se desarrolla un individuo humano, juega un papel importante en la determinación de los conocimientos que el sujeto, su antagonista, debe desarrollar para controlar una situación de acción. Las teorías modernas le asignan un rol fundamental en los aprendizajes... El medio, sea físico, social, cultural u otro, juega un papel en la utilización y el aprendizaje de los conocimientos por el enseñante o por el alumno, se le solicite o no en la relación didáctica...”

En consecuencia, el medio en el cual se plantea el problema será un elemento crucial para el desarrollo de la situación. Dado que se pondrá en juego los conocimientos previos del estudiante para actuar sobre este medio, por lo tanto, si el medio es insuficiente se producirán soluciones erróneas o inaceptables, por esta razón el medio debe ser capaz de adaptarse a diversas estrategias de solución que el estudiante aporte, de tal forma que modifique sus estrategias para producir una solución satisfactoria

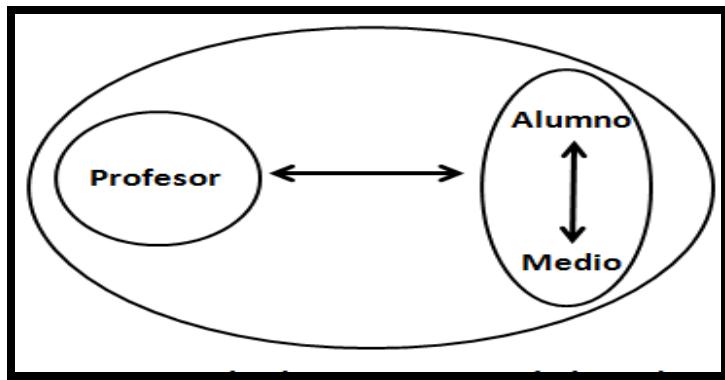


Figura 4. El profesor, el alumno y el medio. Tomado de Fregona y Orús (2011).

En este sentido, esta teoría otorga a la “situación” un estatus importante, como se refleja en la siguiente descripción:

“Hemos llamado ‘situación’ a un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina a un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. Algunas de estas “situaciones” requieren de la adquisición ‘anterior’ de todos los conocimientos y esquemas necesarios, pero hay otras que ofrecen una posibilidad al sujeto para construir por sí mismo un conocimiento nuevo en un proceso “genético” (Brousseau,1999).

Por lo tanto, se define la situación como un modelo de interacción entre un sujeto y un medio determinado, por lo tanto, se describirán los tres tipos de situaciones que menciona Margolinás (1993): La situación No didáctica, la didáctica y la a-didáctica.

- **Situación no didáctica**

Diremos que una situación es no didáctica, cuando permite un aprendizaje sin alguna organización, es decir, sin ningún contrato didáctico. De acuerdo con Margolinás (1993) “se trata de un problema que aparece “naturalmente” en alguna situación del sujeto”. En esta situación no hay una intención de enseñar algo, sin embargo, se enseña. Aunque se pueda practicar matemáticas, estas no se harán de forma explícita.

- **Situación a-didáctica**

La situación a-didáctica definida por Brousseau (1986):

“El término de situación a-didáctica designa toda situación que, por una parte, no puede ser dominada de manera conveniente sin la puesta en práctica de los conocimientos o del saber que se pretende y que, por la otra, sanciona las decisiones que toma el alumno (buenas o malas) sin intervención del maestro en lo concerniente al saber que se pone en juego.”

Por tanto, en una situación a-didácticas el profesor no explicita o determina condiciones didácticas específicas, por el contrario, se definen condiciones con las cuales a los estudiantes se les direcciona a “hacer” matemáticas.

- **Situación didáctica**

La situación didáctica es concebida como una situación que tiene como objetivo generar procesos de enseñanza, por consiguiente, las intenciones de enseñar y aprender son claras. Para ello entonces, se destacan tres factores que intervienen en este proceso; el profesor quien es quien tiene la intención de enseñar algo a alguien, un saber transpuesto que se pretende ser enseñado y un estudiante que desea aprender ese saber, es decir, una situación de aula donde se producen interacciones y relaciones importantes en las que se resalta el contrato didáctico, el cual se entiende como el conjunto de reglas que se ponen en juego, es decir, lo que se puede y no se puede hacer dentro de la actividad, como también se incluye los roles tanto del docente como del estudiante.

A continuación, se presenta el siguiente esquema en el que se relaciona la situación didáctica y la situación a-didáctica, donde se integran los elementos principales que surgen en el sistema didáctico resultado de las interacciones.

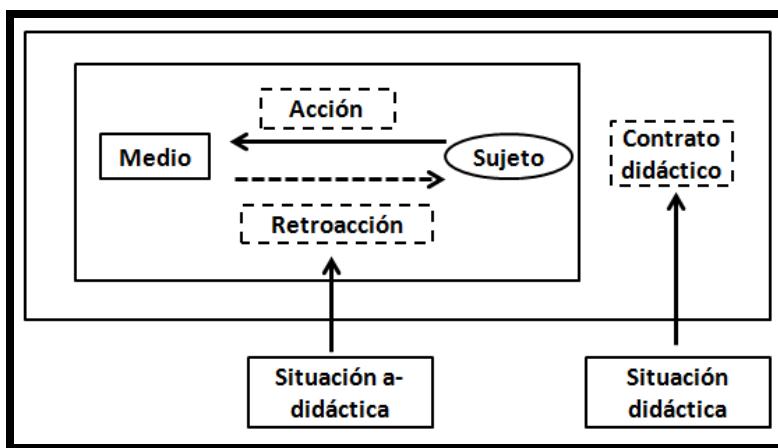


Figura 5. Situación didáctica y a-didáctica. Tomado de Acosta (2010).

En este sentido la situación a-didáctica permite que el estudiante asuma la responsabilidad del problema, y que este, debe ser planteado de tal manera que en la interacción que el estudiante realice con el medio halle respuestas dando paso al aprendizaje por adaptación.

Cabe entonces, resaltar que existen diferencias entre una situación didáctica y una a-didáctica, tal y como lo explica Margolinás (2009), la cual establece que una situación didáctica está relacionada con el sistema didáctico y se desarrolla en el contexto de la clase, por otro lado la situación a-didáctica es aquella que alrededor de un medio se establece una actividad matemática para ser desarrollada por un estudiante, en este sentido el estudiante se vuelve investigador del problema, haciendo uso de diversas estrategias que le permitan llegar a la solución.

Para efectos de este trabajo, se organiza el diseño de la secuencia didáctica, bajo los parámetros de una situación didáctica que se establece en la TSD, por lo tanto, se entrara a definir la situación de acción, formulación, validación e institucionalización.

- **Situación de acción**

En esta situación se pretende que el estudiante trabaje individualmente con un problema, realice interacciones con el medio y aplique sus conocimientos previos. Con respecto a esto Brousseau (2007) establece el siguiente esquema sobre la situación de acción:

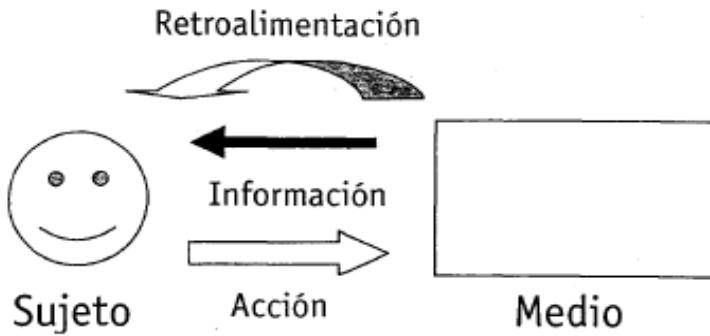


Figura 6. Esquema de la situación de acción. Tomado de Brousseau (2007)

Por consiguiente, la situación de acción corresponde a la primera etapa del aprendizaje por adaptación, donde el estudiante debe actuar sobre un medio sea material o simbólico poniendo en juego los conocimientos previos que posee, de modo que el medio reaccione y le devuelva una retroacción al estudiante que interpretara para poder validar su decisión.

Brousseau (2007) establece:

“Para un sujeto “actuar” consiste en elegir directamente los estados del medio antagonista en función de sus propias motivaciones. Si el medio reacciona con cierta regularidad, el sujeto puede llegar a relacionar algunas informaciones con sus decisiones (retroalimentación), a anticipar sus reacciones y a tenerlo en cuenta en sus propias acciones futuras” (p.24).

En consecuencia, una situación de acción busca que los alumnos pongan en juego diversas acciones o estrategias, para ello; el docente debe tener en cuenta algunos aspectos del problema: éste debe ser del interés del estudiante, además, el tipo de pregunta que se plantea debe ser de tal forma que no tenga respuesta inmediata llevando así a que el estudiante interactúe con el medio a través de diversas acciones. Si bien este proceso debe darse sin la intervención del docente, no implica que éste sea un factor aislado del proceso, puesto que fue el docente quien preparó el medio didáctico.

- **Situación de formulación**

Esta situación, se propone un trabajo en parejas, donde se requiere que haya comunicación entre los estudiantes, ya que se considera de manera provechosa que puedan compartir experiencias en la construcción del conocimiento, pero es importante el control de la comunicación.

Brousseau (2007) establece el siguiente esquema sobre la situación de formulación:

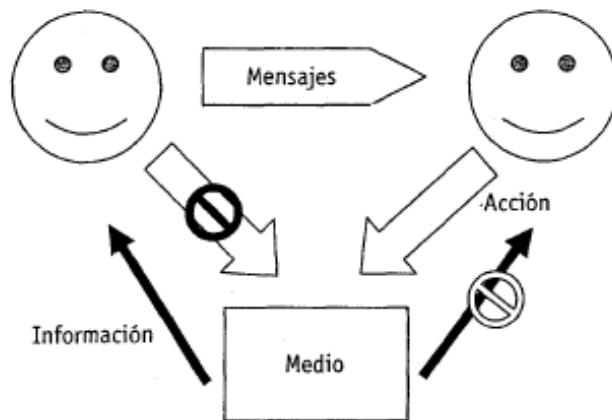


Figura 7. Esquema de la situación de formulación. Tomado de Brousseau (2007)

Aquí un alumno emisor debe formular un mensaje destinado a otro alumno receptor que debe comprender el mensaje y actuar sobre el medio en base al conocimiento contenido en el mensaje. Para ello Brousseau (2007) define: “La formulación de un conocimiento corresponde a una capacidad del sujeto para retomarlo (reconocerlo, identificarlo, descomponerlo, y reconstruirlo en un sistema lingüístico)” (p.25). Es decir, el estudiante debe ser capaz de enunciar en un discurso aquel conocimiento que adquirió a través de la interacción con el medio. Para ello se menciona la necesidad de que cada integrante del grupo participe del proceso, que todos se vean forzados a interactuar con el medio didáctico y a comunicar sus ideas.

- **Situación de validación**

Brousseau (2007) establece el siguiente esquema sobre la situación de Validación:

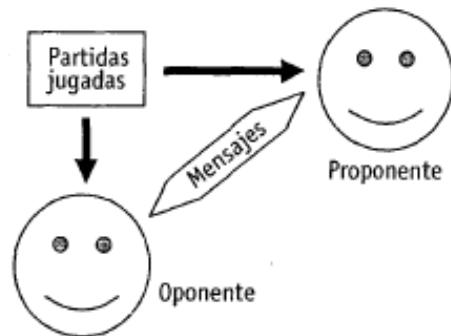


Figura 8. Esquema de la situación de Validación. Tomado de Brousseau (2007)

En esta situación, se quiere buscar la verdad de los razonamientos dados por los estudiantes, cuando exponen sus ideas y justifican sus argumentos. Brousseau (2007), menciona:

“Los esquemas de la acción y la formulación conllevan procesos de corrección, ya sea empírica o apoyada en aspectos culturales, para asegurar la pertinencia, adecuación, adaptación o conveniencia de los conocimientos movilizados. Pero la modelización en términos de situación permite distinguir un nuevo tipo de formulación: el emisor ya no es un informante, sino un proponente, y el receptor, un oponente... Cooperan en la búsqueda de la verdad, es decir, en vincular de forma segura un conocimiento a un campo de saberes ya establecidos, pero se enfrentan cuando hay dudas”. (p.26).

Aquí los alumnos deben realizar aserciones y ponerse de acuerdo sobre la veracidad o falsedad de las mismas. Es decir, se discute con el docente o con otro grupo de estudiantes acerca del trabajo realizado y sobre las experiencias de las situaciones anteriores para cerciorarse si realmente los juicios realizados son correctos.

- **Situación de institucionalización**

Se considera una actividad fundamental en el cierre de una situación didáctica, tal y como lo menciona Brousseau (1994):

“La consideración “oficial” del objeto de enseñanza por parte del alumno, y del aprendizaje del alumno por parte del maestro, es un fenómeno social muy importante y una fase esencial del proceso didáctico: este doble reconocimiento constituye el objeto de la institucionalización.”

En este punto los estudiantes han hecho unos acercamientos a la noción matemática puesta en juego, a partir de esto el docente inicia un proceso de formalización del saber puesto en juego. Debe comprenderse entonces que la institucionalización debe establecer relaciones de las producciones hechas por los estudiantes y el conocimiento, no debe presentarse de forma desvinculada del trabajo anteriormente realizado en las situaciones anteriores.

Durante la institucionalización se deben sacar conclusiones a partir de lo que realizaron los estudiantes, se debe recapitular, ordenar, sistematizar lo que se produjo en diferentes momentos de la situación didáctica con el fin de poder establecer relaciones entre los desarrollos de los alumnos y el saber que se quiere enseñar.

Es importante resaltar aquí, que en el diseño de situaciones tomamos en consideración la teoría de situaciones para concebir situaciones didácticas que permitieran al estudiante construir el concepto de ángulo. En el análisis de las situaciones que se presentará cómo en las situaciones de acción, formulación y validación se logra movilizar dicho saber puesto en juego.

De este modo se puede evidenciar que hay una estrecha relación entre las dimensiones planteadas, en la mirada de la TSD, la naturaleza del objeto matemático puesto en escena en un contexto de clase, es fundamental para definir el tipo de relaciones innatas al sistema didáctico. En particular, el contrato didáctico se relaciona con el medio y la actividad matemática del estudiante, en este caso, se asumen como objetos fundamentales de análisis, por lo tanto, es necesario un referente teórico que sustente el diseño de la secuencia, esencialmente cuando se piensa en el papel que juegan los instrumentos en los procesos de aprendizaje. Este fue un insumo considerado para pensar en una SD que diera cuenta de la tipología de ángulos.

CAPÍTULO III. MARCO METODOLÓGICO

En este capítulo se desarrolla la metodología del trabajo, la cual se centra en la microingeniería didáctica que se desarrolla a partir de cuatro fases: Análisis Preliminares; Concepción y análisis a priori; Experimentación; Análisis a posteriori.

En el presente trabajo se presenta como referente metodológico la Ingeniería Didáctica la cual surgió a principios de los años ochenta, desde la perspectiva de Artigue (1995), se caracteriza en primer lugar por un esquema experimental basado en las “realizaciones Didácticas” en clase, es decir, se fundamenta sobre la concepción, diseño, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza y en segundo lugar por una validación que se hace de forma interna y se basa en la confrontación de los análisis a priori y a posteriori.

Para este enfoque se reconocen dos niveles:

- El primer nivel de micro ingeniería, las cuales son locales, es decir tienen por objetivo el estudio de un determinado tema y se enfocan principalmente en la complejidad de los fenómenos del aula.
- El segundo nivel de macro-ingeniería, se enfoca más los fenómenos asociados en las relaciones entre enseñanza y aprendizaje apoyado en las investigaciones de micro-ingeniería.

Por lo tanto, nos centraremos en el primer nivel, el de la micro-ingeniería didáctica, debido a que nos permite dar cuenta de los fenómenos de manera local en las situaciones de aula, considerando que, el diseño de la SD sobre la noción matemática que queremos estudiar esta propuesta bajo la complejidad de las características de la clase.

El proceso experimental de la Ingeniería Didáctica se estructura mediante cuatro fases

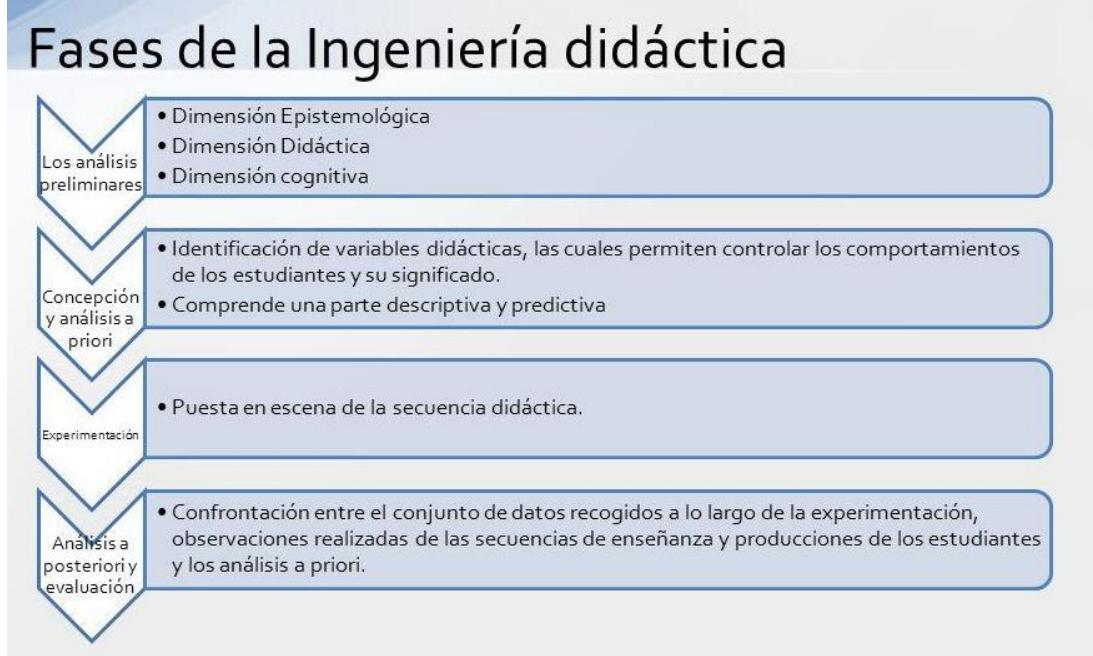


Figura 9. Fases de la Ingeniería Didáctica. Tomada de Pedreros M (2012)

Fase 1. Análisis Preliminares

En esta primera fase se tiene en cuenta las siguientes dimensiones.

- Dimensión Epistemológica: vinculado a la noción matemática que se pretende que el estudiante conciba desde las matemáticas experimentales, en este caso la noción de ángulo. Este apartado nos sirve para tomar en consideración la evolución del concepto de ángulo, las dificultades y obstáculos que determinan su desarrollo.
- Dimensión Cognitiva: De acuerdo con Artigue (1995) asociada a las características cognitivas del público al cual se dirige la enseñanza. En donde se anexan las potencialidades de desarrollar actividades integrando instrumentos en la clase, en este caso Geogebra como instrumento principal y actividades con los Esquemas sociales, para lo que es indispensable la OI y gestión didáctica de sistemas de instrumentos, es decir, el profesor es el gestor de dichos sistemas que se proponen en la clase y se articula con una intención alrededor de una actividad específica.

- Dimensión Didáctica: Artigue (1995) señala que esta dimensión está asociada a las características del funcionamiento del sistema de enseñanza, es decir, está ligada a la TSD que sustenta el diseño de la SD, ya que propone al estudiante diferentes situaciones como: acción, formulación, y validación a partir de la interacción con el medio.

Fase 2. Concepción y análisis a priori.

Se concibe el diseño de la SD fundamentada en la TSD la cual permite estructurar la concepción, diseño, realización, observación y análisis, concebido desde una mirada instrumental, ligada a la OI, que permite la organización particular de la clase, en este caso una situación matemática que tiene como finalidad movilizar la noción de ángulo, donde se integren sistemas de instrumentos que se organizan de acuerdo a la actividad que realiza el sujeto según el contexto y que en este caso deben estar articulados a la SD.

De acuerdo, con Artigue (1995) el análisis a priori debe concebirse como una forma de control de significado, es decir, la teoría constructivista debe afianzar el principio de la participación del estudiante en la construcción de sus conocimientos a través de la interacción con un medio determinado. Por ende, la teoría de las situaciones didácticas sirve de referencia a la metodología que la ingeniería ha pretendido, dado que, desde su origen se ha constituido en una teoría de control de las relaciones entre el significado y las situaciones.

De acuerdo con Artigue en esta fase se debe contemplar los siguientes aspectos:

- Describir las selecciones del nivel local (relacionándolas eventualmente con las selecciones globales) y las características de la situación didáctica que de ellas se desprenden
- Se analiza qué podría ser lo que está en juego en esta situación para un estudiante en función de las posibilidades de acción, de selección, de decisión, de control y de validación de las que él dispone, una vez puesta en práctica en un funcionamiento casi aislado del profesor

- Se prevén los campos de comportamientos posibles y se trata de demostrar cómo el análisis realizado permite controlar su significado y asegurar, en particular, que los comportamientos esperados, si intervienen, sean resultado de la puesta en práctica del conocimiento contemplado por el aprendizaje.

Por lo tanto, el análisis a priori tiene como objetivo determinar que las selecciones tomadas por el docente permitan prever los comportamientos de los estudiantes y sus significados. Por ende, este análisis a priori comprende una parte descriptiva y una predictiva, que se centra en las características de una situación a-didáctica que se ha querido diseñar y que se va a tratar de llevar a los alumnos.

Fase 3. Experimentación.

En esta fase se pone en acto la SD, con una cierta población de estudiantes, está comienza en el momento en que el docente hace contacto con el grupo de alumnos y se considera en juego durante esta etapa el contrato didáctico, la aplicación de los instrumentos; identificando todos aquellos elementos relevantes y necesarios para el desarrollo de la secuencia y el registro de observaciones durante la experimentación.

Fase 4. Análisis a posteriori.

En esta fase se organizan los datos recogidos, las observaciones realizadas a lo largo de la etapa de la experimentación, identificando los elementos relevantes y más importantes de la SD, y las producciones de los estudiantes en la clase relacionados con la noción de ángulo, posteriormente se realizará una confrontación con el análisis a priori para determinar los aciertos y desaciertos de las hipótesis planteadas inicialmente, dando paso a las conclusiones.

CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DEL DISEÑO Y LA PLANIFICACIÓN DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

De acuerdo con la metodología de investigación que guía este trabajo, en este capítulo se desarrolla la segunda fase, la concepción y análisis a priori de la SD, en este apartado se da cuenta de los elementos a tener en cuenta en la caracterización, concepción del diseño y planificación de la SD a partir de los componentes que propone la teoría de la Orquestación Instrumental. A partir de estos componentes se realizará una serie de supuestos de lo que puede ocurrir en la puesta en acto de la SD.

4.1. CRITERIOS CURRICULARES

Para el diseño de la secuencia, se considera en un primer momento todos los referentes curriculares que permiten orientar una propuesta de manera objetiva y normativa, relacionados con nuestro objetivo del trabajo, como lo son: Los Lineamientos Curriculares, Los Estándares Básicos de Competencia (EBC) y Los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) que plantea el MEN.

4.1.1. Lineamientos Curriculares

Los lineamientos curriculares surgen de los interrogantes sobre ¿Qué se debe enseñar? Y ¿Qué se debe aprender? en las instituciones educativas; el enfoque de los lineamientos está orientado a la conceptualización por parte del estudiante, a que comprenda sus posibilidades y desarrolle competencias que le permitan afrontar dificultades de la vida.

Por ende, los lineamientos curriculares ponen en consideración tres aspectos importantes; los procesos generales de la actividad matemática, los conocimientos básicos y el contexto en el aprendizaje de las matemáticas, los cuales, se definirán y se articulará a la propuesta, dado que, permitirán el desarrollo de habilidades y conocimiento matemático.

Los *procesos generales*, de acuerdo con el MEN, tienen que ver con el aprendizaje del estudiante, ya que en las diferentes áreas se pueden considerar procesos semejantes, pero tienen peculiaridades distintas y deben superar obstáculos diferentes, que dependen de la naturaleza de los saberes propios de las respectivas disciplinas. Los procesos generales establecidos en matemáticas por el MEN son: El Razonamiento, la resolución y planteamiento de problemas, la comunicación, la modelación y elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.

Para efectos de este trabajo, en el diseño de la SD se tomará en cuenta dos de los cinco procesos los cuales son:

- Respecto a los planteamientos del MEN, el razonamiento es un proceso que debe de estar presente en toda la actividad matemática de los estudiantes, ya que éste permite: percibir regularidades y relaciones; hacer predicciones y conjeturas; justificar o refutar esas conjeturas; dar explicaciones coherentes; proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones, mostrando así al estudiante que las matemáticas ayudan a potenciar la capacidad de pensamiento lógico.
- De acuerdo con el MEN, en la comunicación es necesaria la adquisición y dominio del lenguaje propio de las matemáticas; puesto que, posibilita y fomenta la discusión sobre situaciones, conceptos, sentidos y simbolizaciones que permiten tomar conciencia de las conexiones entre ellos y propicia el trabajo colectivo ya que el estudiante podrá compartir significados de palabras, resultados, gráficos y símbolos.

Los *conocimientos básicos*, los cuales de acuerdo con el MEN son aquellos procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y con sistemas propios de las matemáticas. Para efectos de este trabajo se toma como foco el pensamiento métrico y los sistemas métricos donde de acuerdo con los Estándares dispuestos por el ministerio, este pensamiento hace referencia a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones, en nuestro caso la clasificación de ángulos.

En este orden de ideas, el *contexto en el cual se ubica el diseño del recurso*, es un contexto matemático, ya que el diseño de las situaciones utiliza elementos propios de ella, con el fin de relacionar el concepto de ángulo utilizando elementos conocidos como lo es el transportador y las horas.

4.1.2. Los Estándares Básicos de Competencia

Los Estándares Básicos de Competencia, son una herramienta en la cual viene trabajando el MEN desde el año 2002 con el apoyo de las distintas facultades de educación del país, con el fin de establecer unos referentes comunes para las distintas entidades educativas y poder establecer los niveles de calidad a los que tienen derechos los jóvenes de todo el territorio colombiano.

Para el diseño de la SD, se debe tener en cuenta la coherencia vertical y horizontal que plantea los Estándares básicos de competencia, es decir el conjunto de conocimientos que el estudiante ha adquirido a través de años anteriores, con el fin de ponerlos en juego para el desarrollo de la secuencia. Por ende, se realiza una revisión de los Estándares correspondientes al pensamiento métrico de cuarto a quinto para determinar la relación entre estándares y pensamientos.

Cohesión vertical	<p>De 1º a 3º. Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa) y, en los eventos, su duración.</p>
	<p>De 4º a 5º. Diferencio y ordeno, en objetos y eventos, propiedades o atributos que se puedan medir (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes; pesos y masa de cuerpos sólidos; duración de eventos o procesos; amplitud de ángulos).</p>

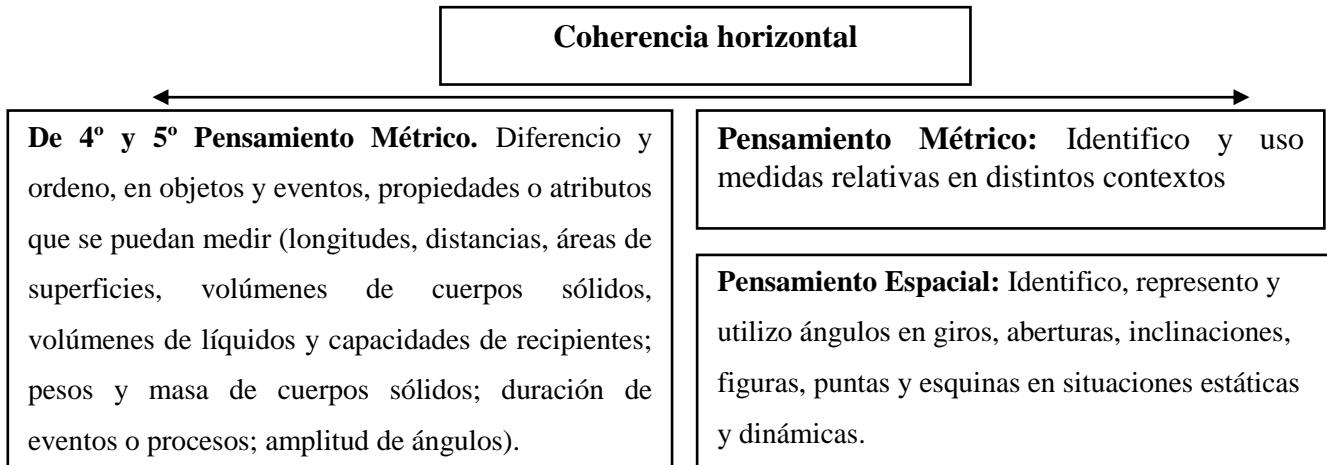


Figura 10. Coherencia vertical y horizontal del concepto de ángulo

Fuente: adaptación del autor con base en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (2006)

4.1.3. Derechos Básicos de Aprendizaje

Los derechos básicos de aprendizaje son una herramienta elaborada por el MEN, con el fin de continuar con el trabajo constante de mejorar la calidad educativa del país y se organizan guardando coherencia con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias (EBC), los cuales explicitan los aprendizajes estructurantes para un grado y un área particular. Se entienden los aprendizajes como la conjunción de unos conocimientos, habilidades y actitudes que otorgan un contexto cultural e histórico a quien aprende.

Por lo tanto, se hizo una revisión de los DBA (2015) versión 1, en algunos ítems relacionados con la noción y serán tenidos en cuenta para seguir la ruta de aprendizaje que se ha propuesto el MEN.

Tabla 2. DBA relacionados al concepto de ángulo

Derechos Básicos de Aprendizaje	
Grado	Ítem
Sexto	<p>DBA.15. Usa el transportador para medir ángulos y los clasifica dependiendo de si son mayores o menores a un ángulo recto (90°); asocia giros de una, media y un cuarto de vuelta a 360°, 180° y 90° respectivamente. Entiende expresiones como “Mi vida dio un giro de 180°”.</p> 

4.2. INTENCIÓN Y CONFIGURACIÓN DEL MEDIO

Como primera parte se dará cuenta de la organización particular de la clase, por consiguiente, se presenta el esquema que se ha pensado para el desarrollo de la SD.

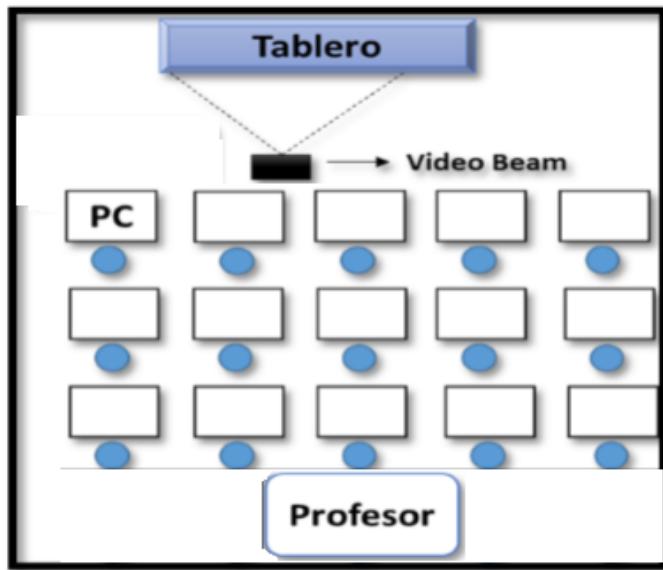


Figura 11. Organización de la clase para el desarrollo de la secuencia

Como se puede evidenciar en este esquema, se espera que haya un computador por estudiante para que en la fase de acción se generen todas las retroacciones que se han concebido desde el diseño y que para efectos de análisis se especificarán en apartados siguientes.

Ahora bien, en cuanto a los artefactos a integrar, se espera contar con los siguientes:

- Un video beam
- 35 computadores
- Geogebra

En cuanto al grupo experimental, está constituido por el profesor, que será la persona encargada de acompañar y orientar la clase. Un grupo de estudiantes que en este caso pertenecen a la institución educativa Normal Superior de Cali ubicado en la zona urbana de la ciudad, son 30 estudiantes con edades entre los 10 y 11 años que se encuentran cursando el grado cuarto de educación básica.

En este orden de ideas, el diseño de la SD se puede estructurar a través de la TSD, en este sentido se dará cuenta de una situación didáctica la cual es entendida, desde la perspectiva de Brousseau, como una situación que está constituida con la intención de que el alumno aprenda un saber y está contemplada en las siguientes situaciones:

4.3. SITUACIÓN DE ACCIÓN (RELOJ ANGULAR)

Esta situación, llamada reloj angular, da inicio a la secuencia didáctica y por tanto introduce elementos importantes de la intencionalidad en el diseño de las situaciones, tal como se puede apreciar en los propósitos que se expondrán posteriormente.

Básicamente se propone una situación de acción, en la cual los estudiantes abordan su actividad matemática directamente en Geogebra, pues desde el comienzo establecen una relación directa a través del arrastre. Además, que se utilizan elementos conocidos para el estudiante como lo son el reloj y el transportador, ya que, se piensa en el contexto del estudiante.

Esta situación consta de cinco applets las cuales serán presentadas a continuación.

Applet 1.

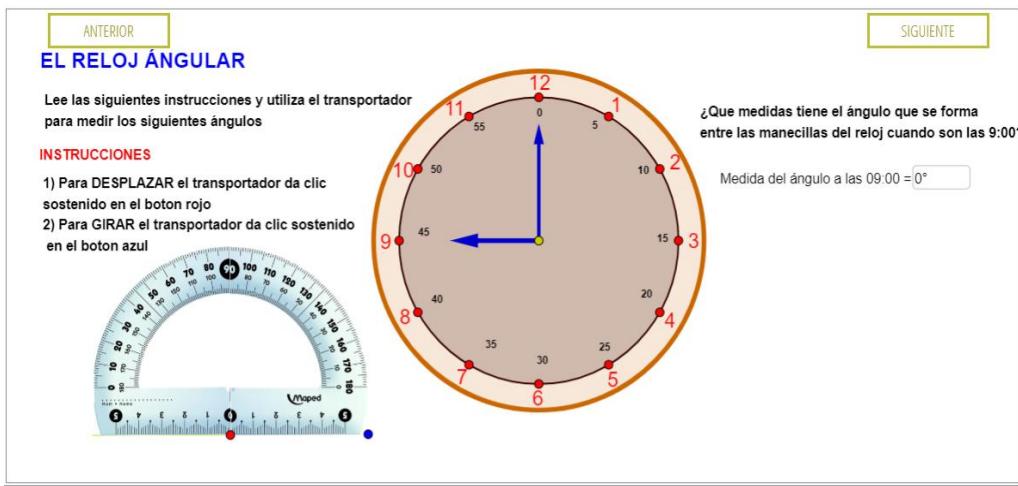


Figura 12. Applet 1. El reloj angular

En el applet 1 el cual se ha titulado “El reloj angular” consta de 5 actividades, el reto que se le pone al estudiante, es que a través del transportador pueda identificar las distintas amplitudes de los ángulos. Para abordar las actividades el estudiante deberá seguir las instrucciones que se le dan para el uso del transportador, el cual es un artefacto que el estudiante ya conoce, pues en grados anteriores de acuerdo con los estándares ya habrá trabajado con este artefacto, posteriormente poder medir la amplitud del ángulo que se forma en las horas determinadas a través del arrastre del transportador y poder desarrollar la consigna que corresponde al applet.

El propósito de la situación 1 es activar los conocimientos matemáticos previos que posee el estudiante, donde el arrastre y la visualización jugarán un papel importante. Mediante las manecillas de reloj se forman ángulos, es decir que a través de los diferentes tipos de horas que se pueden marcar se reconozcan elementos conceptuales como la amplitud, aquí se pondrá en juego los conocimientos que el estudiante adquirió en el ciclo de primero a tercero donde de acuerdo con los EBC el estudiante ya tuvo un acercamiento al concepto de ángulo, reconociendo las partes que lo componen, además de trabajar con herramientas de medición como él transportador para dar cuenta de la amplitud de diferentes ángulos. Por tanto, esto se hará evidente cuando el estudiante arrastre el transportador y así pueda medir el ángulo que se forma en las horas estipuladas en la actividad.

Como el transportador es una artefacto fundamental para este trabajo, como se ha dicho el estudiante ha tenido un acercamiento con este artefacto en el aula de clases, es importante que el estudiante aprenda a manejar esta herramienta ya que se considera valioso para efectos de este trabajo, ya que a través de este se puede potencializar la visualización de forma que el estudiante observe cómo secuencialmente da incrementos angulares de 1° , desde 0° hasta 180° , de tal forma que le pueda dar un significado a esta medida. Por ende, se presentará las partes que lo componen:

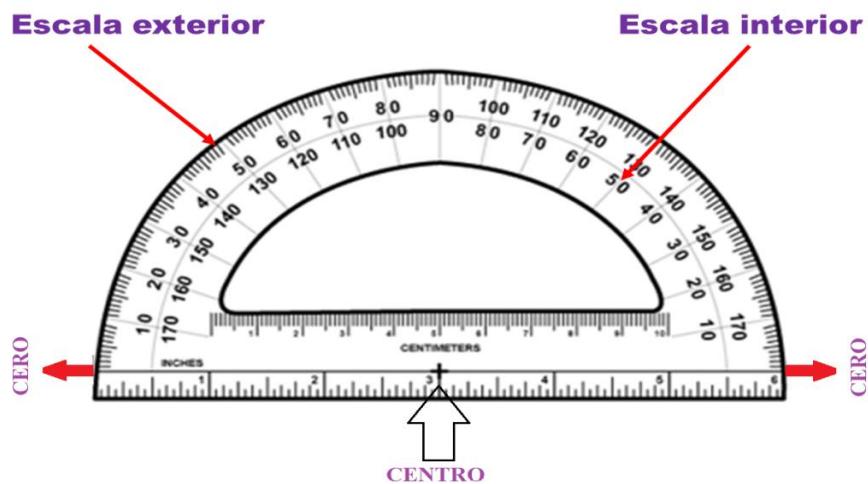


Figura 13. Partes del transportador

Es importante que aquí el estudiante conozca cómo se debe de ubicar el transportador, ya que se podrían presentar dificultades a la hora de medir la amplitud de los ángulos, por ende para ubicar el transportador, se debe de colocar el centro de esté, de tal manera que coincida con el vértice del ángulo, en nuestro caso el centro del transportador debe coincidir con el punto donde coinciden las agujas del reloj, posterior a esto se debe alinear uno de los lados del ángulo de tal forma que pase por uno de los ceros del transportador, es decir que una de las manecillas del reloj se debe alinear con uno de los ceros del artefacto.

A continuación, se presenta la imagen de cómo se espera se ubique el transportador en las actividades, se hace énfasis en que el estudiante ya reconoce este artefacto pues en su ciclo anterior debió tener un acercamiento con él, al haber trabajado el concepto de ángulo.

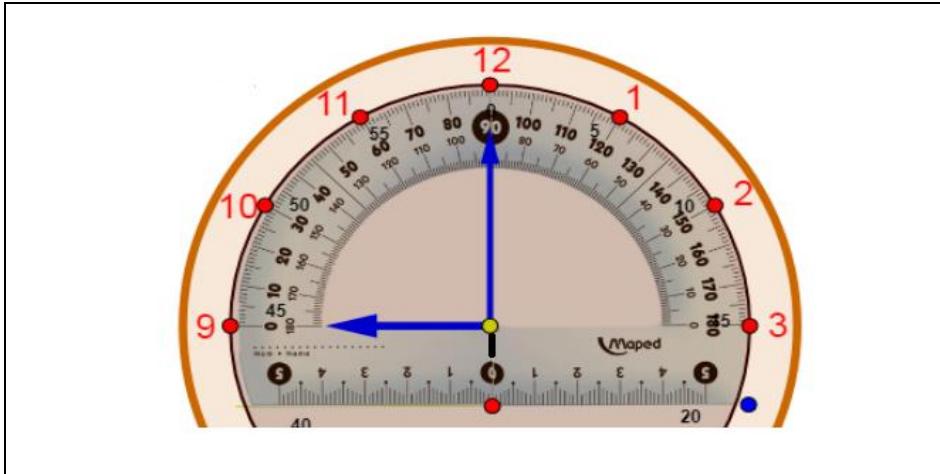


Figura 14. Ubicación correcta del transportador

Una vez el estudiante haya podido medir la amplitud del ángulo deberá responder la consigna que aparece en el applet. La consigna corresponde, en determinar la amplitud en grados que se marcan en las horas propuestas con ayuda del transportador, es decir 30° , 90° , 180° , 120° y 360° respectivamente en cada una de las actividades de la situación 1. Una vez el estudiante escriba la solución inmediatamente aparecerá un botón con el cual podrá verificar, es decir el medio le dará una retroacción y así probará si su respuesta es válida o por el contrario es incorrecto.

En este momento Geogebra representará un aspecto importante para el desarrollo de la secuencia ya que permite inmediatamente que el estudiante pueda validar sus respuestas a través de las retroacciones que hacen, ya que a diferencia del papel y lápiz el estudiante no podría corroborar si sus acciones han sido válidas o no.

Geogebra como un software Dinámica permite que una figura conserve las relaciones geométricas declaradas en su construcción y las propiedades implícitas que éstas puedan tener dotando a las figuras de dinamismo, por consiguiente de temporalidad y movimiento, confirmando la idea de que sus propiedades deben conservarse ante las posibles posiciones que la figura tome en la pantalla; conduciendo a consolidar un conocimiento matemático en construcción, es decir, con la manipulación de este tipo de programa los estudiantes podrán adquirir habilidades mentales que le darán acceso paulatinamente a la geometría formal.

A continuación, se presentará la retroacción que realiza Geogebra a la hora de verificar las respuestas dadas por los estudiantes.

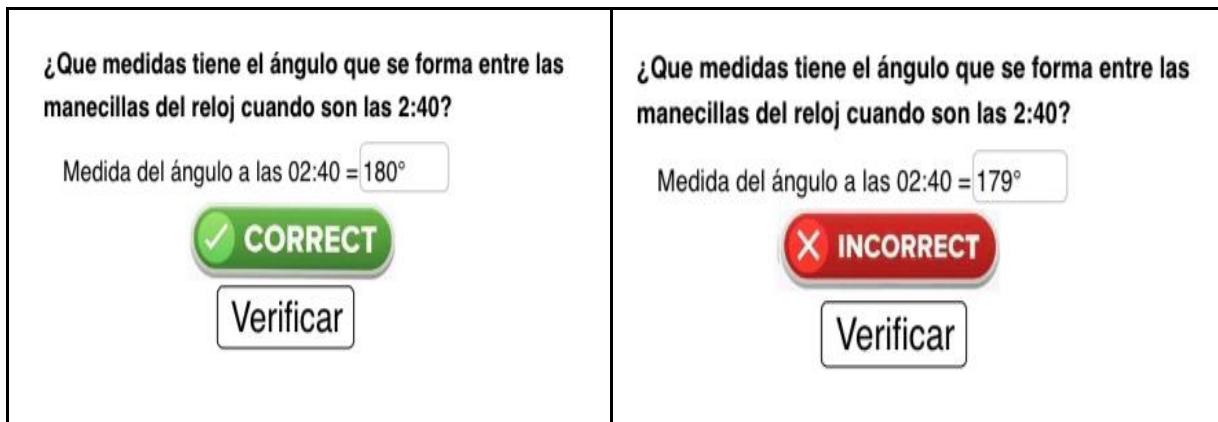


Figura 15. Casilla calificativo correcto e incorrecto

De esta manera el medio le proporciona retroacciones al estudiante que le permitirán verificar si los grados de la amplitud de los ángulos que identificó a través del transportador son correctos, e implícitamente validará las hipótesis que se han formulado en las consignas, respecto a la amplitud de los ángulos. En este sentido la situación “El reloj angular”, se emplea como una estrategia de retroalimentación para generar procesos que ayudarán al estudiante a recordar sus conocimientos previos con respecto a la noción matemática concebida en el diseño de la SD, lo cual está enmarcado dentro del propósitos de esta situación, que intenta que el estudiante logre Identificar la amplitud de algunos ángulos que se marcan en el reloj.

Se espera que el estudiante, en un primer momento realice un proceso de exploración mediante el arrastre del transportador, estas acciones conseguirán que el medio le devuelva retroacciones, que le proporcionarán información acerca de la pertinencia de sus acciones, proceso en el que se evidencia la modalidad cognitiva del arrastre conocida como Arrastre errante², el cual consiste en mover los puntos básicos en la pantalla, en este caso los del transportador, a fin de descubrir configuraciones o regularidades interesantes, es decir la amplitud de los ángulos.

² Mover los puntos básicos en la pantalla de manera aleatoria, sin un plan, a fin de descubrir configuraciones o regularidades interesantes (Olivero 2003).

Después de su primera exploración, el estudiante haya interpretado la información que le han generado las retroacciones del medio e identifique las diferentes amplitudes que pueden obtener los ángulos, donde a través del arrastre y con ayuda de una herramienta de medida conocida por el estudiante como lo es el transportador, puede determinar si sus acciones son o no las correctas.

Las consignas serán presentadas al estudiante en cada una de las applets, las cuales serán analizadas a continuación.

- | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1) ¿Qué medida tiene el ángulo que se forma entre las manecillas del reloj cuando son las 3:00? |
| 2) ¿Qué medida tiene el ángulo que se forma entre las manecillas del reloj cuando son las 2:40? |
| 3) ¿Qué medida tiene el ángulo que se forma entre las manecillas del reloj cuando son las 6:10? |
| 4) ¿Qué medida tiene el ángulo que se forma entre las manecillas del reloj cuando son las 3:10? |
| 5) Haz clic en el botón inicio y observa lo que pasa con la manecilla del minutero. ¿Qué medida tiene el ángulo que se forma después de que la manecilla da la vuelta y llega a las 12:00? |

Figura 16. Consignas situación 1

Con las consignas 1 y 2 se espera que el estudiante traiga a colisión sus conocimientos previos obtenidos en sus grados de escolaridad anteriores y reconozca en un primer momento amplitudes importantes como lo son las de 90° y 180° , pues son una parte fundamental, ya que apunta al objetivo de la SD, además que representan giros que el estudiante ya puede haber trabajados en conceptos como rotaciones de figuras.

En las consignas 3 y 4 se apunta a reconocer amplitudes de ángulos con unas características en la medida de sus amplitudes, es decir que son menores, mayores a una medida de una amplitud conocida para ellos.

En la consigna 5 a diferencia de las actividades anteriores, se utilizará un transportador superior a 180° , con el fin de mostrarle al estudiante amplitudes de ángulos mayores a 180° , además del uso de diferentes tipos de transportadores. Se espera que el estudiante visualice a través del movimiento dinámico de las manecillas del reloj y con ayuda del arrastre del transportador la medida de la amplitud del ángulo que se forma cuando da un giro completo, es decir 360° .

Para ello es importante nuevamente la posición del transportador para medir el ángulo, la cual ya fue explicada en apartados anteriores, por tanto, la siguiente imagen presenta la posición correcta en la que el estudiante deberá colocar el transportador y poder visualizar el incremento que realiza la manecilla del minutero del reloj, hasta dar una vuelta completa y llegar a 12.

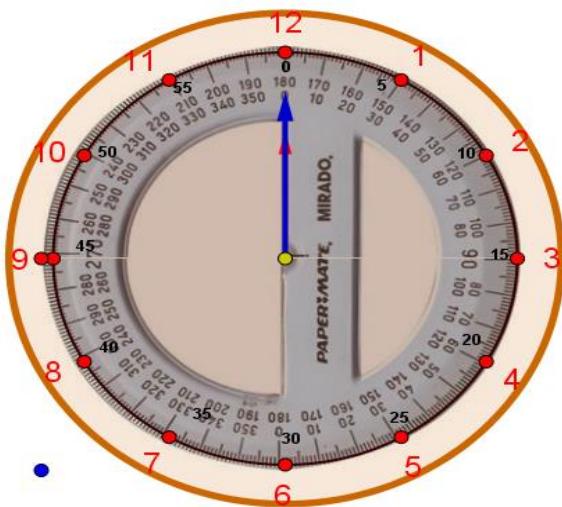


Figura 17. Ubicación del transportador 2

Una vez terminando las actividades que conforman la situación 1 “El reloj angular”, el estudiante habrá identificado las medidas de diferentes amplitudes de los ángulos, identificando diferentes medidas, ya sean de 90° , 180° o mayores, realizando acciones donde el medio le proporcionará algunas retroacciones que serán interpretadas por el estudiante para validar o no su respuesta.

Así dispuesto, se presentan los tiempos considerados por sesiones y los propósitos particulares de la situación, las cuales se establecen en la Tabla 5.

Tabla 3. Propósito situación 1

Situación	Propósitos	Modo de trabajo	Tiempo
No. 1. "El reloj angular"	Reconocer las amplitudes de diferentes ángulos que se forman con las manecillas del reloj con ayuda del transportador	Individual	40 minutos

4.4. SITUACIÓN DE FORMULACIÓN

En la situación 2, llamada tipos de ángulos, básicamente lo que se pretende es que los estudiantes empiecen a formular posibles características en las medidas de las amplitudes con respecto a las exploraciones que han realizado en la Situación 1.

Lo anterior implica que los estudiantes tomen en consideración aspectos de la situación de acción anterior, donde a través de la exploración pudieron identificar diferentes medidas en las amplitudes de los ángulos, donde a través de la visualización y el arrastre errante responde a las consignas y a partir de eso el medio realizaba unas devoluciones.

Esta situación consta de 2 applets las cuales se presentarán a continuación:

¿Qué nombre reciben los ángulos de 30°, 45°, 60° y 85°?

Este ángulo es agudo

AGUDOS RECTOS

Mueve el deslizador y observa

Verificar
Siguiente

Figura 18. Situación 2 Applet 1

El primer applet de la situación 2, se tiene pensado que se resuelva en parejas de estudiantes, ya que se pretenden movilizar procesos de comunicación. Tiene como propósito que los estudiantes identifiquen las características de los ángulos agudo y recto, donde se pone a disposición un deslizador y un ángulo que solo marca amplitudes de 1° hasta 90° , se espera que en un primer momento el estudiante explore con ayuda del arrastre, el movimiento que realiza el ángulo mediante el deslizador y pueda darse cuenta de este dominio.

Por consiguiente, la visualización forma una parte fundamental en esta actividad, ya que el estudiante deberá observar las retroacciones que el medio realiza cuando se mueve el deslizador. En primera instancia el nombre que el applet asigna cuando el ángulo tiene una amplitud de 1° hasta 89° y que está cambiando cuando el ángulo es de 90° , además los colores que se le asigna a cada uno de los dos tipos de ángulos trabajados, es decir se observa que el ángulo es rojo cuando es agudo y se vuelve inmediatamente verde cuando es recto.

En consecuencia, el estudiante deberá empezar a crear procesos de razonamiento donde se involucre todos estos elementos (color, amplitud y nombre), es decir empiece a ver las relaciones que hay entre el nombre que se le asigna al ángulo, cuando este es de color rojo y el dominio que la amplitud tiene. La misma relación deberá realizar cuando el ángulo cambie de rojo a verde, es decir cuando sea recto, se espera, que el estudiante se realice preguntas como: ¿en qué medida exactamente ocurre esto? y ¿qué nombre el applet asigna al ángulo?

Explícitamente, esta situación de formulación, busca que los estudiantes identifiquen e interpreten la información figural de la pantalla, articulada a su experiencia con el arrastre, propiciada en la situación. A demás, la comunicación entre pares es vital en el contexto de esta situación, pues permite que los estudiantes organicen la información y la representen en lenguaje natural, lo cual brinda información acerca de sus aprendizajes.

Es claro que los razonamientos por parte del estudiante empezaran a surgir cuando él explora todas las variables que entran en juego, para ello deberá ir respondiendo las consignas presentadas en el applet 1 con el fin de ayudarlo a que reconozca las características y formule hipótesis acerca de los ángulos trabajados.

A continuación, se presentarán las consignas, las cuales están enmarcadas en una situación de acción y de formulación, dado que el estudiante debe accionar sobre el Applet propuesto a modo de exploración, para lograr procesos de visualización que le permitan formular conjeturas que den cuenta de lo que se le ha pedido.

Consigna 1.

¿Qué nombre reciben los ángulos de 30° , 45° , 60° y 85° ?

Con esta consigna se espera que el estudiante, realice una exploración a través del arrastre, ya que implícitamente para poder dar respuesta a esta pregunta, deberá mover el ángulo hasta las amplitudes que se solicitan y observar la información que el medio le brinda, en este caso el nombre que reciben esos ángulos.

Por ende, la intencionalidad que se tiene en un primer momento, es el uso del arrastre y el reconocimiento de características comunes entre las amplitudes que se les pide. Posteriormente después de la exploración y reconocer que estos cuatro ángulos reciben el nombre de agudos, el estudiante empiece hacer conjeturas sobre la relación que tiene el nombre con las amplitudes, es decir, que se realice preguntas como: ¿Por qué se llamarán agudos? ¿Habrá más ángulos que sean agudos?

Con base en lo anterior, después de que el estudiante identifique que estos ángulos son agudos deberá marcar la respuesta correcta, a estas acciones el medio le proporcionará algunas retroacciones que validen si su opción de respuesta fue correcta y que, al interpretarlas, le brindarán información.

<p>¿Qué nombre reciben los ángulos de 30°, 45°, 60° y 85°?</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> AGUDOS <input type="checkbox"/> RECTOS</p> <div style="background-color: green; color: white; padding: 5px; border-radius: 10px; display: inline-block;"> ✓ CORRECT </div> <p>Verificar</p>	<p>¿Qué nombre reciben los ángulos de 30°, 45°, 60° y 85°?</p> <p><input type="checkbox"/> AGUDOS <input checked="" type="checkbox"/> RECTOS</p> <div style="background-color: red; color: white; padding: 5px; border-radius: 10px; display: inline-block;"> ✗ INCORRECT </div> <p>Verificar</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Figura 19. Casilla calificativo situación 2.

Consigna 2.

¿Desde dónde y hasta qué valor el ángulo sería agudo?

Después de haber reconocido a través de la exploración algunos ángulos agudos, la pregunta dos lleva al estudiante a elaborar formulaciones acerca del dominio de la amplitud del ángulo agudo, es decir, cual es el valor máximo y mínimo.

Se espera que entre el par de estudiantes se empiecen procesos de comunicación, donde se generen hipótesis, las cuales podrán ser verificadas a través del applet y las retroacciones a las posibles respuestas que puedan dar. La idea central está en que se reconozca que el ángulo agudo es una familia de ángulos que cumplen una característica en común, es decir que miden menos que un recto.

Consigna 3.

¿Qué nombre recibe el ángulo de 90° ?

En la pregunta 3 se espera que el estudiante a partir del desarrollo de la situación 1 y de la exploración en el applet 2, de cuenta del ángulo recto, con base en lo desarrollado en las consignas anteriores.

El par de estudiantes a través de la visualización deberá procesar la información, es decir reconocer las retroacciones que el medio realiza cuando el ángulo es de 90° , asociar el cambio de color (de rojo a verde) y desarrollar procesos de razonamiento con el fin de identificar que este solo se hará verde cuanto la amplitud es 90° e identificar mediante las devoluciones del applet que esté es un ángulo recto.

Consigna 4.

¿Para qué valor es un ángulo recto?

Con la consigna 4 se pretende dar un cierre a la clasificación de los dos primeros tipos de ángulos, el recto y el agudo. Al finalizar esta primera parte de la situación el estudiante debe reconocer las características de los ángulos mencionados, con ayuda de la visualización y el arrastre.

La pregunta está estructurada con forma de selección múltiple, con el fin de crear procesos de razonamiento a la hora de que los estudiantes vayan a dar su respuesta, pues se

colocan opciones los cuales pueden provocar un desequilibrio cognitivo para los estudiantes. A Continuación, se presentará la consigna con las opciones de respuesta.

¿Para qué valor es un ángulo recto?

- 1) Para exactamente 90°
- 2) Para 89° y 90°
- 3) para cualquier angulo menor que 90°

Respuesta=

Verificar

Figura 20. Ultima consigna situación 2.

Como se puede observar la opciones 2, se espera que los estudiantes reconozcan que el ángulo recto debe ser exactamente 90° , no puede tener una medida diferente de está por más cerca que se esté a este valor como por ejemplo 89° y la opción 3 ayuda a complementar la opción 2, donde se pretende que los estudiante se cuestionen acerca de la amplitud que tiene el ángulo recto, y que reconozcan que esta amplitud es única, no puede ser diferente de 90° , ya que esta es su característica fundamental.

Así el medio realizará una retroacción a las acciones que ejecutan los estudiantes, validando los procesos de visualización y arrastre que tuvo el estudiante.

<p>¿Para qué valor es un ángulo recto?</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Para exactamente 90° 2) Para 89° y 90° 3) para cualquier angulo menor que 90° <p>Respuesta= <input type="text" value="1"/></p> <div style="background-color: green; color: white; padding: 5px; text-align: center;"> ✓ CORRECT </div> <p>Verificar</p>	<p>¿Para qué valor es un ángulo recto?</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Para exactamente 90° 2) Para 89° y 90° 3) para cualquier angulo menor que 90° <p>Respuesta= <input type="text" value="2"/></p> <div style="background-color: red; color: white; padding: 5px; text-align: center;"> ✗ INCORRECT </div> <p>Verificar</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Figura 21. Casilla calificativo última consiga de la situación 2

La segunda parte de la situación 2, sigue la misma estructura de la primera parte, pero ya se trabaja los ángulos obtusos y llano, es decir que el dominio del ángulo a trabajar ahora es de 90° hasta 180° con el fin de que el estudiante reconozca las características de los ángulos mencionados. Las consignas siguen la misma forma de las consignas anteriores, pero ya trabajándolas desde amplitudes mayores a 90° .

Este ángulo es recto

$\beta = 90^\circ$

ÁNGULO 90°

¿Qué nombre reciben los ángulos de 91° , 130° , 145° y 175° ?

RECTOS OBTUSOS LLANOS

Verificar

Siguiente

Mueve el deslizador y observa.

Figura 22. Situación 2 applet 2.

Finalmente se presenta la tabla de propósito de la situación 2:

Tabla 4. Propósito situación 2

Situación	Propósitos	Modo de trabajo	tiempo
No. 2. “tipos de ángulos”	Reconocer las características de las amplitudes de los ángulos: recto, agudo, obtuso y llano	Parejas	45 minutos

4.5. SITUACIÓN DE VALIDACIÓN. (CLASIFIQUEMOS LOS ÁNGULOS)

Esta última situación titulada “Clasifiquemos los ángulos” se presenta en el marco de una dialéctica de validación. Esta situación se concibe como un cierre al trabajo planteado, la manera como se ha diseñado la secuencia, lleva a que los estudiantes en su última situación tengan que poner en juego mucho de lo que han ido construyendo en las situaciones anteriores.

Esta situación se compone de 4 applets donde en cada uno de ellos se trabaja un tipo de ángulo diferente. A continuación, se presenta el primer applet:

ANTERIOR
SIGUIENTE

LLeve al círculo de color rojo los ángulos que sean agudos

Figura 23. Situación 3 applet 1

La intención de la situación, es que el estudiante valide las hipótesis que ha ido construyendo con las situaciones anteriores de acuerdo a los razonamientos que ha realizado. La actividad consta de un círculo de color rojo y varios ángulos que muestran las diferentes medidas en sus amplitudes, en el cual se deberá llevar dentro de la circunferencia los ángulos que son agudos.

Por lo tanto, el estudiante pondrá en juego los conocimientos adquiridos en las actividades anteriores y reconocer que los ángulos a los cuales debe llevar al círculo son los menores de 90° grado, en este caso los ángulos de: 10° , 30° , 45° , 60° , 75° y 85° . Aquí el arrastre y la visualización permitirán que se validen las respuestas de los estudiantes, una vez se coloquen los ángulos que consideran correctos dentro del círculo, tendrán la opción del botón verificar con el que podrán concluir si es válido o no la solución planteada.

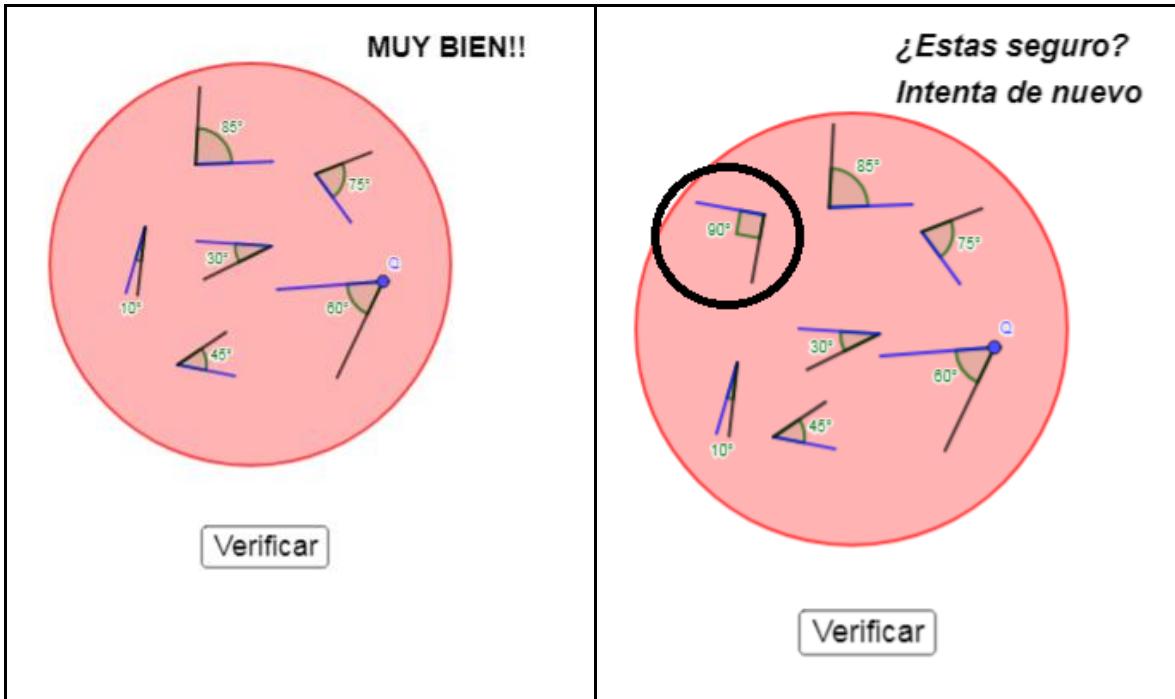


Figura 24. Casilla calificativo situación 3

De igual forma, se construyeron las tres applets restantes que conforman la situación 3 pero trabajando los ángulos: recto, obtuso y llano. Con el fin de validar los procesos de razonamiento obtenidos por los estudiantes en las situaciones anteriores con el fin de reconocer las características de los ángulos mencionados y clasificar de acuerdo a su medida.

Finalmente, la Tabla 7 presenta una síntesis del análisis a priori de la Situación 3 “Clasifiquemos los ángulos”:

Tabla 5. Propósito situación 3

Situación	Propósitos	Modo de trabajo	tiempo
No. 2. “Clasifiquemos los ángulos”	Clasificar los diferentes ángulos presentados de acuerdo a las características de la medida de sus amplitudes.	Parejas	45 minutos

4.6. SITUACIÓN DE INSTITUCIONALIZACIÓN

Al finalizar la secuencia el profesor hará una intervención directa con el grupo en general, en la que mediante un discurso buscará formalizar el conocimiento que los estudiantes han adquirido en el proceso de adaptación con el medio, es decir que dichos conocimientos que han sido construidos a partir de razonamientos se transformarán en saberes matemáticos. En lo concerniente a la tipología de ángulos, el profesor deberá aclarar que cuando se habla de ángulos recto y llano, estos tienen amplitudes exactas de 90° y 180° respectivamente y cuando se hace referencia al agudo se hablarán de amplitudes menores a 90° , por último, el obtuso con amplitudes mayores de 90° y menores que 180° .

CAPÍTULO V. ANÁLISIS A POSTERIORI

En este apartado se presenta el análisis a posteriori de los resultados obtenidos a partir de la aplicación de la SD, tomando en consideración las evidencias (fotográficas y fílmicas) de las actuaciones de los estudiantes y del profesor, obtenidas en la fase de experimentación, intentando caracterizar el diseño de la SD desde la perspectiva de la OI.

5.1. DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIMENTACIÓN

La fase de experimentación se llevó a cabo en la sede Joaquín de Caicedo y cuero de la Institución Educativa Normal Superior de Cali, el cual atienden estudiantes desde los niveles de preescolar (5 años) hasta quinto (10 años) de educación básica. La sede se encuentra ubicada en la zona urbana del municipio de Santiago de Cali.

El grupo que participó en el desarrollo de la secuencia fue de 20 estudiantes pertenecientes al grupo 4-2, quienes se encuentran en una edad promedio de 9 años y los cuales en general se adscriben a una condición socioeconómica media. La clase se realizó con todos los 20 estudiantes que trajeron el permiso autorizado³ por los padres de familia para la participación de la SD. El aula dispuesta para la experimentación fue el salón de clases, debido a que la institución no cuenta con una sala de sistemas.

La institución está dotada con 15 computadores portátiles y una pantalla de televisión conectada a un computador principal en el salón de clases, el cual es utilizada por la profesora a cargo para dirigir la clase. Estos fueron los elementos utilizados en el desarrollo de la secuencia.

Se organizaron los estudiantes de la siguiente manera, ya que, no se contaba con los suficientes equipos para los 20 estudiantes, 10 estudiantes tuvieron computadores individuales y se organizaron en la parte de adelante y 5 pares de estudiantes formados en la parte de atrás, dando énfasis principal a los 20 estudiantes que participaron en la SD.

³ A los padres de familia se les envió un formato de consentimiento para la grabación del video, dicho formato estará en los anexos.

El Aula para el desarrollo de la SD fue organizada como se observa en la siguiente imagen:



Figura 25. Organización del salón de clases para el desarrollo de la SD

La SD fue orientada por el autor que está llevando a cabo el presente trabajo con la intención de realizar un trabajo objetivo, debido a que le interesa mirar el resultado de las prácticas educativas como un proceso enriquecedor en la formación académica, adicionalmente el autor de dicho trabajo es conocedor de los referentes teóricos que articulan la propuesta, por ende, conocía la intencionalidad de cada situación desde lo didáctico y epistemológico. En este sentido la SD se desarrolló en una sección de dos horas y media de clases (1 hora de clase equivale a 55 minutos). Aunque la SD se implementó en el tiempo que se había estipulado, el tiempo fue un factor de desequilibrio para el desarrollo de la secuencia, dado que, no se contaba con la sala de sistemas fue necesario instalar todos los computadores en las mesas de trabajo de los estudiantes, además de abrir la página web de WIX donde se encontraba la secuencia.

En reunión previa con la docente que orienta la clase de matemáticas, se logró identificar qué a pesar que los estudiantes cuentan con las salas de sistemas y los computadores portátiles en la institución y reciben clase de geometría, el trabajo que se realiza esta más enfocado hacia el uso de lápiz y papel, por ende, no tenían familiaridad con Geogebra. Sin embargo, esto no representó un obstáculo para que los estudiantes interactúen con el diseño, pues la herramienta que se usó es el arrastre por medio de deslizadores que permitieron la visualización de las características de los tipos de ángulos trabajados.

El docente efectuó el acompañamiento durante toda la SD, hizo la presentación tanto personal como de las situaciones a los estudiantes y dio la orientación del trabajo a realizar, el docente hizo énfasis en leer las instrucciones que hay en cada una de las actividades de las secuencias, las cuales fueron necesarias precisamente porque los estudiantes no habían tenido ningún tipo de acercamiento previo con el software.

A continuación, se hace la descripción y análisis de cada una de las situaciones de la SD:

5.2. ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN DE ACCIÓN

La primera situación comienza con las interacciones iniciales entre el profesor y los estudiantes. La gestión inicia con una presentación por parte del profesor, indicando sobre el trabajo que realizaran juntos y llamando la atención sobre el software Geogebra, intentando crear un ambiente donde la introducción de este artefacto a la clase sea justificada y atractiva para el estudiante.

El objetivo de la situación 1 es identificar algunos ángulos, con ayuda del transportador. Como se mencionó en el análisis a priori, esta situación correspondía a una situación de acción, en efecto los estudiantes iniciaron con una exploración en la que arrastran el transportador para poder identificar la amplitud del ángulo, es decir los estudiantes interactúan con el medio en busca de estrategias como se puede observar en la imagen.

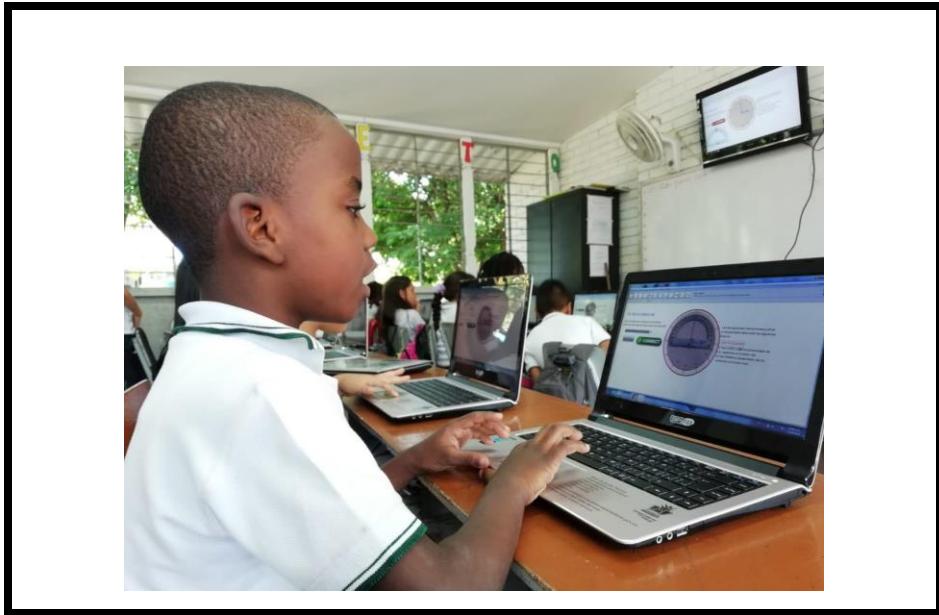


Figura 26. Situación de acción

En la imagen se observa al estudiante realizando un arrastre sobre el applet, moviendo el transportador hacia él reloj, buscando configuraciones o regularidades que le brinden información relevante acerca de la amplitud del ángulo.

A continuación, se realizará el análisis de los cinco applets de la situación 1, las cuales se realizarán por pareja ya que presentaban similitudes en las formas de resolución que presentaban los estudiantes.

- **Análisis applet 1 y 2.**

Como se mencionó anteriormente en los análisis a priori, en estos dos applets se marcaban en el reloj las horas de 3:00 y 2:40, las cuales formaban ángulos de 90° y 180° respectivamente. Los estudiantes lograron identificar rápidamente estos dos ángulos, ya que, en una conversación anterior con la profesora, manifestó que los estudiantes habían tenido un acercamiento, es decir los estudiantes tenían un conocimiento previo del concepto de ángulo y habrían trabajado diferentes medidas, entre ellas las de 90° y 180° . Aunque este no es el foco, si no las tipologías, es un buen inicio debido a que los estudiantes ya manejaban el transportador para dar cuenta de elementos importantes como las amplitudes de los ángulos.

A continuación, se presentarán las imágenes de las respuestas de algunos estudiantes respecto al applet 1 y 2, donde se muestra como tenían una familiaridad con el transportador y su uso, el cual es un factor importante para la SD, ya que nos permite dar cuenta de los conocimientos previos que el estudiante tiene.

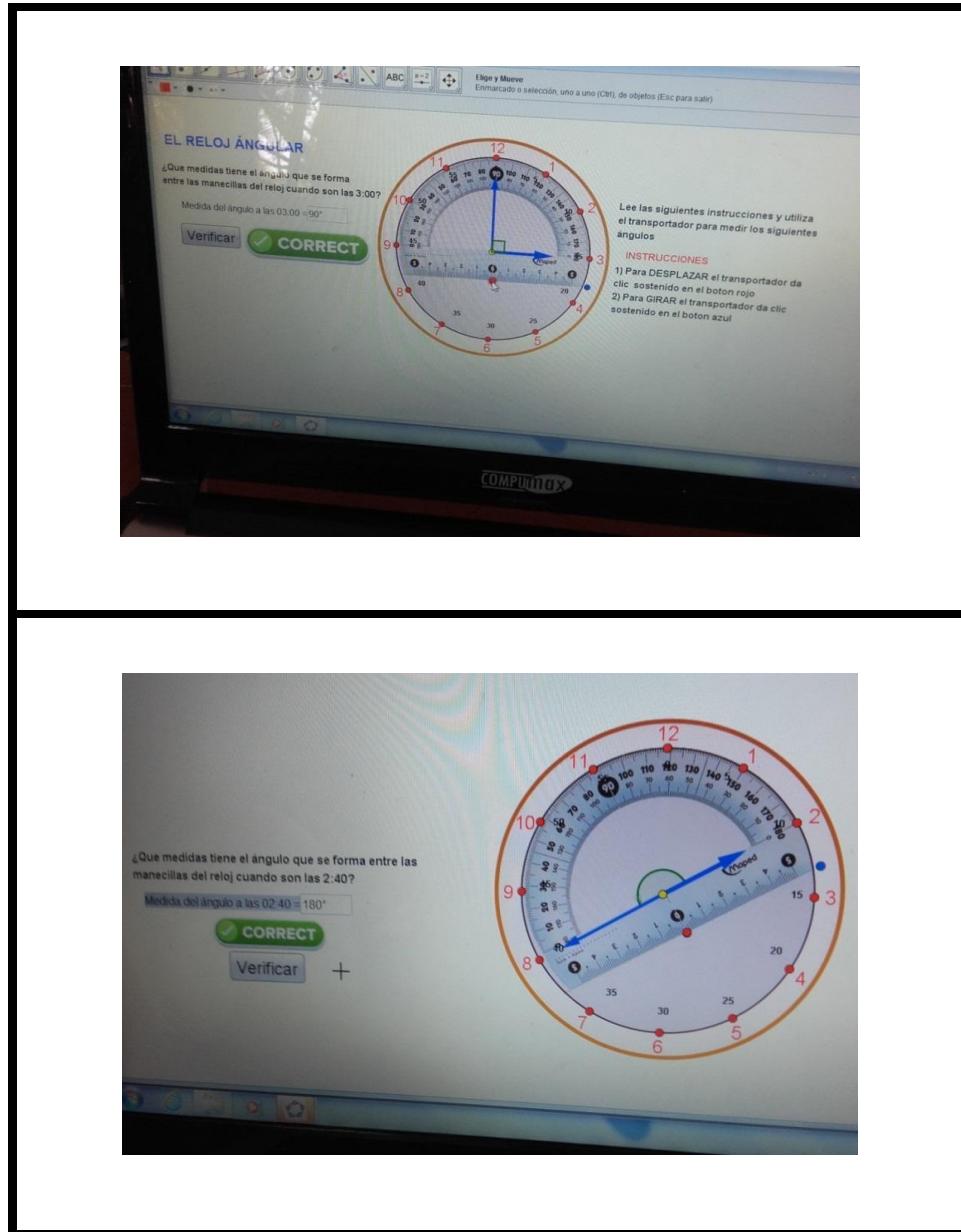


Figura 27. Respuestas de los estudiantes en los applets 1 y 2

Aunque la docente titular del grupo había trabajado previamente la noción de ángulo y para ello uso como artefacto el transportador, los estudiantes tenía conocimiento de la funcionalidad de este artefacto, pero a su vez presentaron dificultades a la hora de ubicarlo para encontrar el ángulo solicitado. A continuación, se presenta un ejemplo;

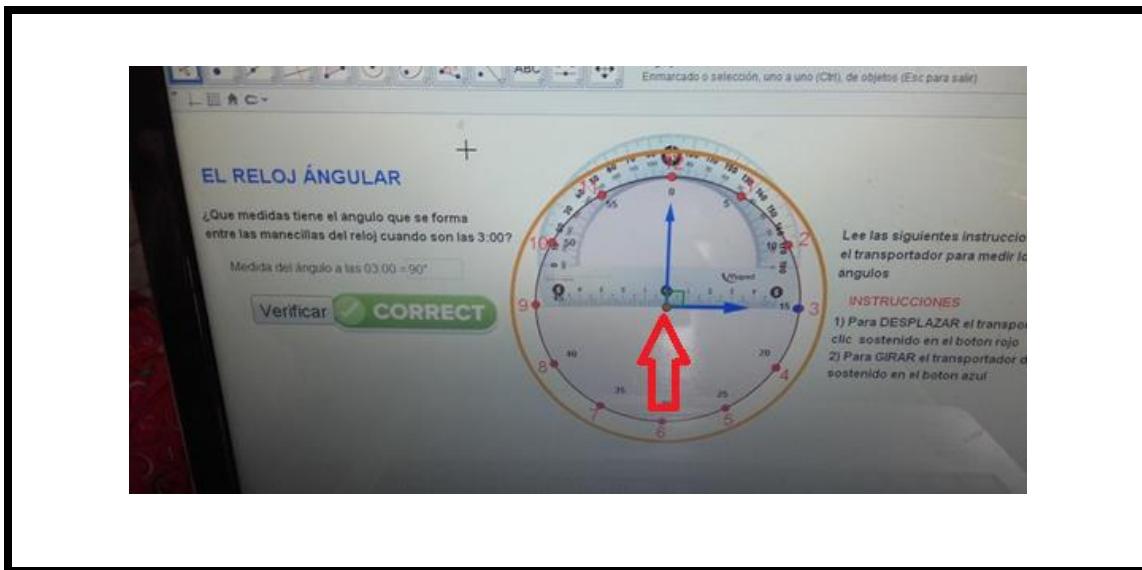


Figura 28. Tipo de acomodación del transportador applet 1

Como se observa en la imagen, el estudiante acomoda el transportador de tal forma que el vértice coincide con el punto rojo, el cual sirve solo para desplazar el transportador, a pesar de no estar bien ubicado llega a la respuesta correcta, lo cual puede significar un problema en la construcción del objeto matemático, ya que en todos los casos este esta manera de usar el transportador no será funcional, es allí cuando el profesor toma la decisión de escoger a uno de los estudiantes (Sherpa), que hizo una buena acomodación del transportador para que le explicara a sus compañeros como se debía acomodar el transportador.



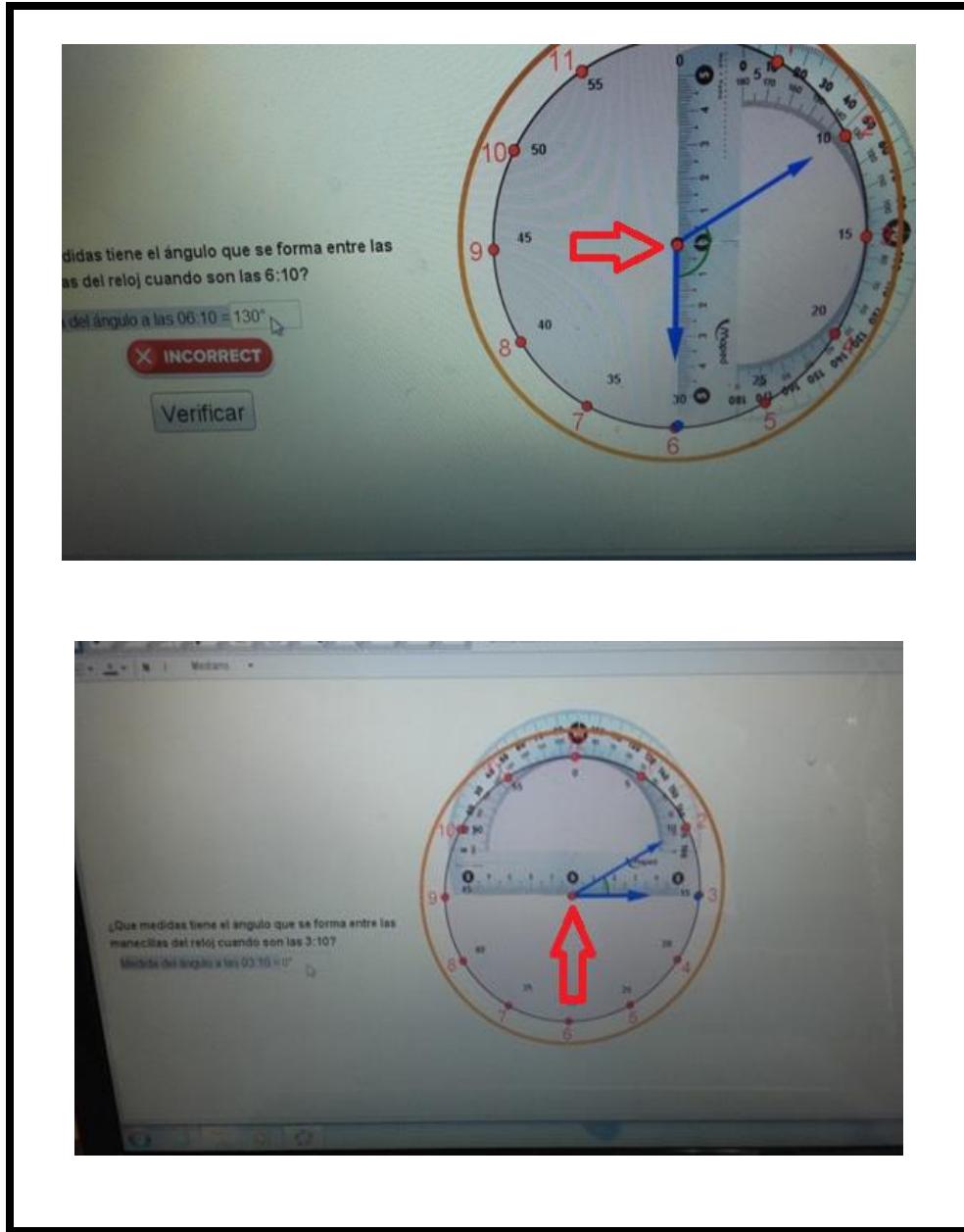
Figura 29. Estudiante (sherpa) explicando el uso del transportador

De acuerdo con la teoría, este tipo de orquestación busca que el estudiante asuma el control del artefacto y muestre a sus compañeros las acciones que realizó, mostrando la forma en la que llegó a la respuesta correcta. Posteriormente a través de las retroacciones entre pares, es decir entre estudiante y grupo de estudiantes, aquellos que tenían mal el transportador hicieron las correcciones y comprendieron que el transportador tiene una funcionalidad y un manejo, y de acuerdo a ese manejo obtendrá respuestas validas o no.

- **Análisis applets 3 y 4**

En estas dos actividades, se presentan ángulos diferentes uno de 120° en el applet 3 y uno de 30° en el applet 4, de tal forma que las amplitudes de estos dos ángulos no tenían una forma fácil de reconocer, donde el estudiante tenía que hacer uso del transportador para poder dar cuenta de la amplitud exacta.

A pesar de que el estudiante sherpa explico cómo se debía acomodar el transportador al final de las applets 1 y 2, se presentó un caso en particular donde el estudiante todavía presentaba dificultades en la organización del transportador como se observa en la imagen.



Como se observa en las imágenes, el estudiante ubica el transportador de tal manera que el vértice del ángulo coincidiera con el punto rojo, donde su única funcionalidad era desplazar el transportador, esto creó un desequilibrio en el estudiante pues, a pesar de que ya se había explicado cómo se debía organizar el transportador a través de uno de sus compañeros, seguía presentando la misma dificultad.

Por ende fue necesario la intervención del docente en los casos particulares donde el estudiante no sabía ubicar el transportador y poder interpretar la concepción que tenían los estudiantes sobre el manejo del transportador, lo cual se evidencia en la transcripción del video anexo del dialogo entre el profesor y uno de los estudiantes:

Tabla 6. Dialogo profesor y estudiante. Devoluciones del profesor.

P: ¿Por qué ubicas el transportador así?

E: Ahh.. (exclama el estudiante)

P: ¿Por qué lo ubicas así?

E: el estudiante escribe 120°

P: A donde da 120° , muéstrame como obtienes 120°

E: Ahh... esta malo

P: ¿Por qué esta malo?

E: porque esto tiene que ir un poco más para allá (señala el vértice del ángulo indicando que debería estar más arriba del transportador)

P: Acomódalo, tu cómo crees que tiene que ir

El papel del docente fue fundamental en esta etapa de la secuencia, pues no se podía avanzar sin primero hacer las devoluciones pertinentes que permitieran a los estudiantes encontrar en donde estaban fallando y lograran encontrar otro tipo de estrategias que le permitieran llegar a la solución del problema.

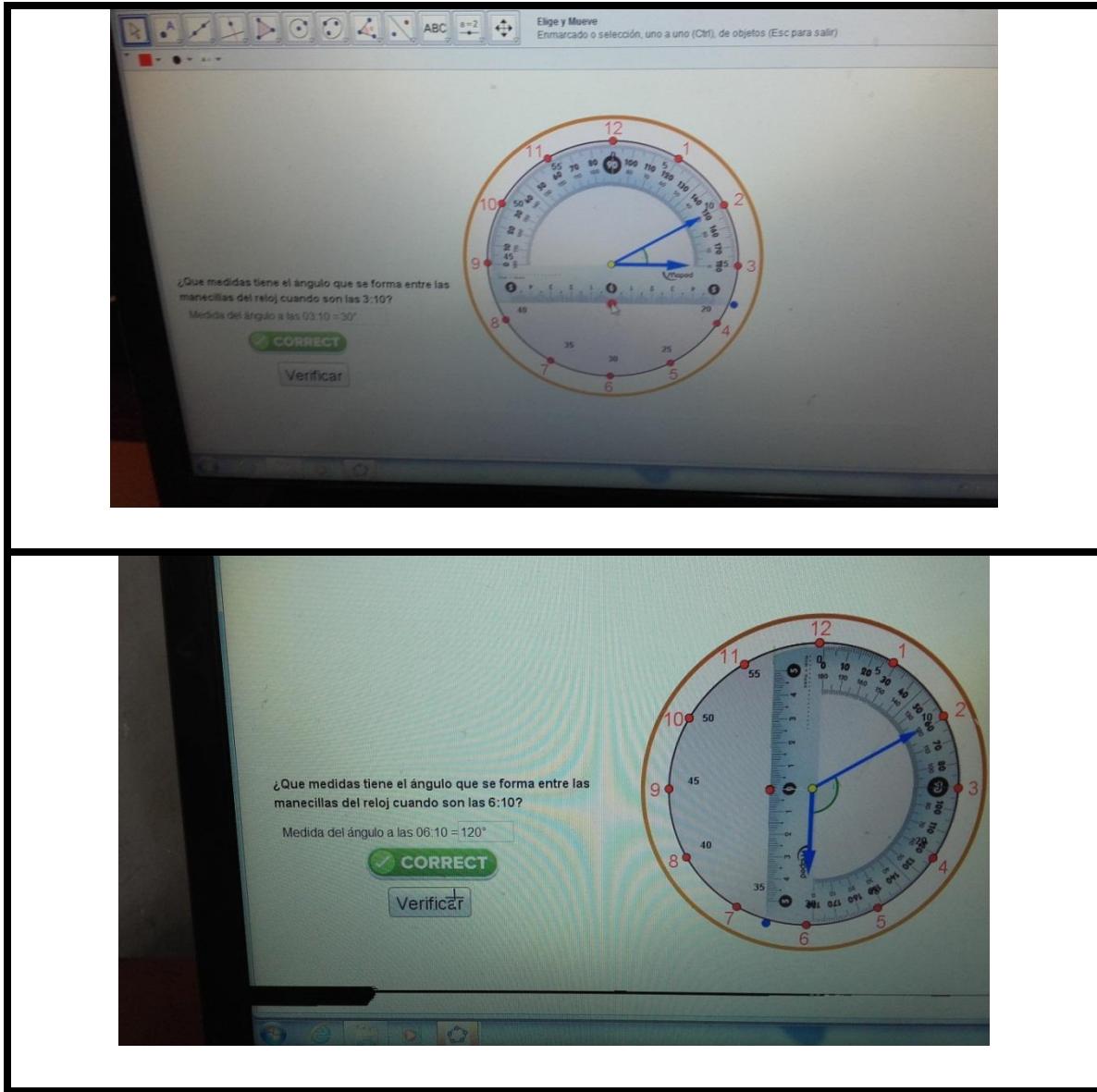


Figura 38. Acomodación correcta del transportador applet 3 y 4

Se observa que aunque el estudiante, no lograba ubicar bien el transportador, el recurso fue un elemento importante ya que, permitió que el estudiante hiciera uso de sus conocimientos previos, considerando que, aquellos estudiantes que no tenían un conocimiento sobre el manejo del transportador, reconocieran elementos fundamentales a la hora de medir la amplitud de los ángulos, como lo es reconocer el cero del transportador, el cual es el punto de inicio para dar cuenta de la medida de la amplitud del ángulo.

● Análisis applet 5

En esta última actividad de la situación 1, las manecillas del reloj presentan un giro completo, es decir, un ángulo de 360° . De acuerdo a lo dialogado con la profesora del curso, anteriormente los estudiantes solo habían tenido la oportunidad de trabajar amplitudes hasta 180° , no habían trabajado ángulos mayores a un llano, además de esto, se le suma el tipo de transportador que se utiliza, dado que, es diferente al de las actividades anteriores, lo cual crea un grado de complejidad aún mayor.

De acuerdo con lo anterior, la actividad presentó un mayor grado de dificultad para los estudiantes, debido a las nuevas variables en juego. Se observó que la mayoría de estudiantes no lograban ubicar el transportador, pues para ellos era algo nuevo, por lo tanto, lo ubicaban como se los presentaba el applet.

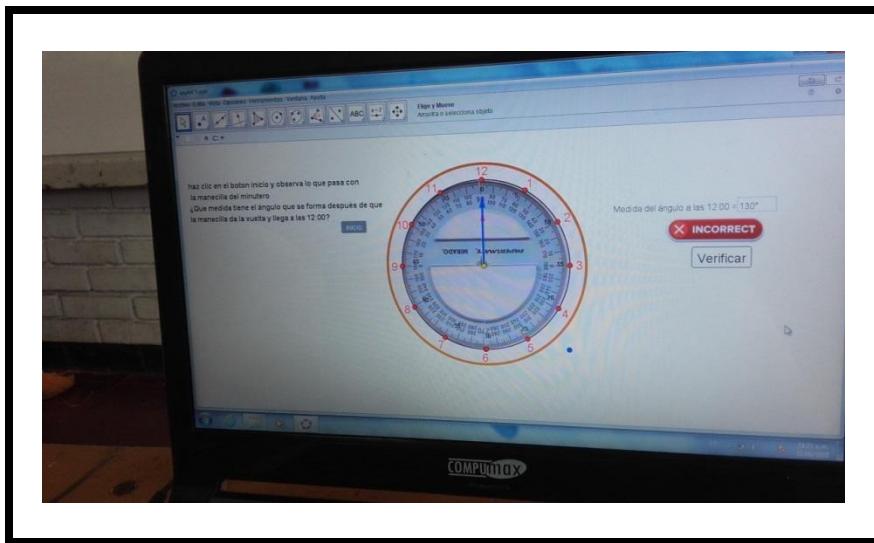


Figura 31. Respuestas de un estudiante applets 5 de la situación 1

De acuerdo, con la imagen el estudiante al verse enfrentado con un nuevo tipo de transportador, lo organiza de acuerdo como se lo presentaba el applet, sin aludir a sus conocimientos y experiencias anteriores con el tipo de transportador que ya habían trabajado, pues en ambos es esencial primero ubicar el cero y ubicar el vértice del ángulo con el centro del transportador, así mismo, poder a través de la visualización observar el movimiento que hacia la manecilla del reloj al dar la vuelta completa.

Además, se pudo observar que todas las respuestas de los estudiantes fueron amplitudes menores de 180° , es decir el estudiante no concebía amplitudes mayores, debido a que en sus clases de geometría no había visto ángulos mayores a un llano. Por lo tanto, fue necesaria la intervención del docente que permitiera a través de las devoluciones a las preguntas de los estudiantes, estos lograran hacer uso de sus conocimientos previos y experiencias anteriores, de modo que, con ayuda de la visualización los estudiantes llegaran al objetivo esperado.

A continuación, se presenta la transcripción del video que muestra las decisiones y retroacciones que hace el docente frente al grupo de estudiantes:

Tabla 7. Dialogo entre profesor y grupo de estudiantes.

P: ¿alguien ya lo hizo?.... ¿Cuánto vale el ángulo?
E: Nooooo... (grita el grupo de estudiantes)
E ₁ : está muy difícil esto...
P: Ojo observen.... Vamos a poner un momento cuidado a la pantalla, primero ubicamos el transportador. Miren (señala la pantalla). Le dan en el botón inicio ¿qué ángulo vale esto? (con la mano señala el giro completo que da la manecilla del reloj) ... cuando la manecilla da un giro completo
E: (observan el applet e intentan dar solución)
P: ¿Cuánto vale? ¿ a quién ya le dio? (Nuevamente pregunta)
E: No profe, no da ,
P: ¡Observen!... miren como yo ubico el transportador (señala la pantalla). Miren como yo lo ubico, ¿Por qué lo ubico así? ¿Por qué lo tengo que ubicar así?
E ₂ : Para que nos de la respuesta...
P: ¿Desde dónde tiene que empezar el ángulo?
E ₃ : Desde cero...
P: Es decir... que las líneas (señala los lados del ángulo) deben coincidir con cero, ¡ubiquémoslo!
E: (Observan el applet y empiezan acomodar el transportador).
E ₄ : ¿Le damos inicio?

P: ¿Listo?

E₅ : No profe

P: Hagan que coincida con cero... Vamos a mirar entonces la pantalla, le damos en el botón inicio, miren como va aumentando 0° , 10° , 20° , 30° ... ya vamos en 180° ... 270° , 300° , 330° y ¿llegamos a cuánto?

E₆: 380°

P: No, ¿Cuánto es toda la vuelta?

E₇: 350°

E₅: 390°

P: No, no adivinen, miren el transportador, ¿hasta cuánto llega ese transportador?

E₈: 360°

P: ¿hasta cuánto llega ese transportador? (repite la pregunta al estudiante 8)

E₈: 360°

P: hasta 360° ...

E₉: ¡Yo lo dije!

P: ¿Quiere decir que el ángulo que hace una vuelta completa (hace el movimiento con sus manos) es de cuánto?

E: 360° (gritan todos en coro).

P: Es de 360° (reafirmando la respuesta de los estudiantes).

Las devoluciones que el profesor gestionó permitieron a los estudiantes identificar de forma implícita la amplitud de un giro completo, lo que fue posible gracias a la visualización que permitió al estudiante observar a través del movimiento de las manecillas del reloj junto con el transportador un ángulo desconocido para ellos, con lo que logra razonar y evidenciar a través de la secuencia que existen otros ángulos y rompen con ese esquema conceptual de que existen solamente amplitudes hasta 180° .

Ahora bien, de acuerdo con los análisis a priori de la situación 1, el énfasis principal era que el estudiante interactuara con diferentes amplitudes de ángulos, de los cuales reconociera algunos en particular como lo es el de 90° y 180° , de manera que, estos son vitales para la situación 2. Se puede decir que la situación 1 cumplió con la finalidad, ya que los estudiantes quedaron familiarizados con estos dos ángulos, además que a través de

sus conocimientos previos lograron construir un nuevo conocimiento, es decir empezaron a reconocer que existen ángulos mayores a 180° .

5.3. ANÁLISIS DE SITUACIÓN DE FORMULACIÓN

El objetivo de la situación 2 es reconocer las características de las amplitudes de los ángulos: recto, agudo, obtuso y llano.

Al inicio el profesor dio las instrucciones a los estudiantes, aclarando nuevamente que primero se realiza la exploración en el applet, luego se desarrollan las consignas y finalmente se pasa a corroborar las respuestas, además pide a los estudiantes trabajar en parejas en el desarrollo de las consignas.

En una situación de acción, como se había previsto, los estudiantes inician la exploración en el applet logrando ubicar el transportador para así dar cuenta de las amplitudes de los ángulos propuestos. En esta sección es evidente que los estudiantes ya estaban más familiarizados con el software realizando la actividad con más seguridad.

Una vez indicadas las instrucciones, los estudiantes inician la exploración mediante el arrastre de los deslizadores que controlan el movimiento del ángulo y así poder dar solución a las consignas.

- **Análisis de las consignas situación 2:**

¿Qué nombre reciben los ángulos de 30° , 45° , 60° y 85° ?

En la pregunta, el 93% de los estudiantes acertó en cuanto al nombre que recibían las diferentes amplitudes, utilizando aspectos como el cambio de color que ocurría cuando pasaba de una clase de ángulo a otro. Otro 7% no observó este cambio de color, esta confusión se puede atribuir que los estudiantes solo se limitaron a dar una respuesta sin realizar una exploración y visualización pertinente del applet. De este porcentaje de estudiantes, 2 hicieron alusión al ángulo recto con relación a las manecillas del reloj, indicando que se formaban las 3:00 como se observó en la situación anterior, evidenciando que tenían familiaridad con esos términos, como se había previsto.

Por otra parte, se evidenció la situación de formulación, dado que los estudiantes interactuaron en parejas expresando su punto de vista con el fin de acordar la respuesta correcta, como se puede apreciar en la imagen 23.



Figura 32. Situación de formulación

Tabla 8. Dialogo entre pares

E4: movamos el coso ese haber.. (refiriéndose al deslizador para poder desplazar el lado superior del ángulo)
E6: hacia la derecha
E4: movámoslo todo.
E6: mira se puso verde.
E4: y si lo devuelvo se pone rojo otra vez.
E6: solo se pone verde cuando esta así... (refiriéndose cuando esta en 90°)

En el dialogo se evidencia que los estudiantes están buscando un esquema que les permita llegar a una solución o respuesta correcta, comparando sus razonamientos y en interacción con el medio, aunque usan un lenguaje natural entienden, que el cambio de color tiene un significado en cuanto a lo que se les está preguntando.

Otro elemento importante es que los estudiantes están reconociendo el ángulo de 90° como una medida importante para el desarrollo de la actividad, lo que quiere decir que ya tienen cierta familiaridad con esta amplitud.

- **¿Desde dónde y hasta qué valor el ángulo sería agudo?**

La consigna introduce el rango máximo y mínimo al cual llega un ángulo agudo. En este momento surgen dudas en los estudiantes, los cuales buscan respuestas del profesor, quien interviene a partir de devoluciones, es decir que responde a los estudiantes a través de preguntas, para que ellos lleguen a la respuesta. Como se evidencia en la siguiente situación.

Tabla 9. Devoluciones del profesor

E7: Es que no sé cómo es.

P: Entonces ¿Qué te están pidiendo?

E7: De donde a donde llega el ángulo agudo. (lee la pregunta)

P: Listo, manipula el ángulo con el deslizador. ¿Qué pasa?

E7: Cambia de rojo a verde.

P: listo, ubica la vista en los nombres que aparecen. ¿Qué pasa cuando cambia de color?

E7: También cambian, primero decía ángulo agudo y ahora dice ángulo recto.

P: Y cuando dice agudo ¿De qué color es?

E7: Es rojo

P: Y entonces de donde a donde seria agudo, es decir seria rojo

E7: Desde 1 hasta ochenta y... (Mueve el deslizador) nueve, porque en 90° ya es verde.

Mediante su accionar en el applet y respondiendo a las preguntas que hace el profesor a modo de devoluciones, el estudiante razona y concibe que hay una relación entre el color, el nombre y la amplitud, logrando plantear sus propias conjeturas, permitiendo continuar con el desarrollo de la situación. El profesor efectuó devoluciones a los estudiantes que acudieron a él para despejar sus dudas.

Así, el 87% de los estudiantes lograron visualizar que el ángulo agudo tiene una amplitud de 1° a 89° , logrando así validar su respuesta a través de la retroacción del medio.

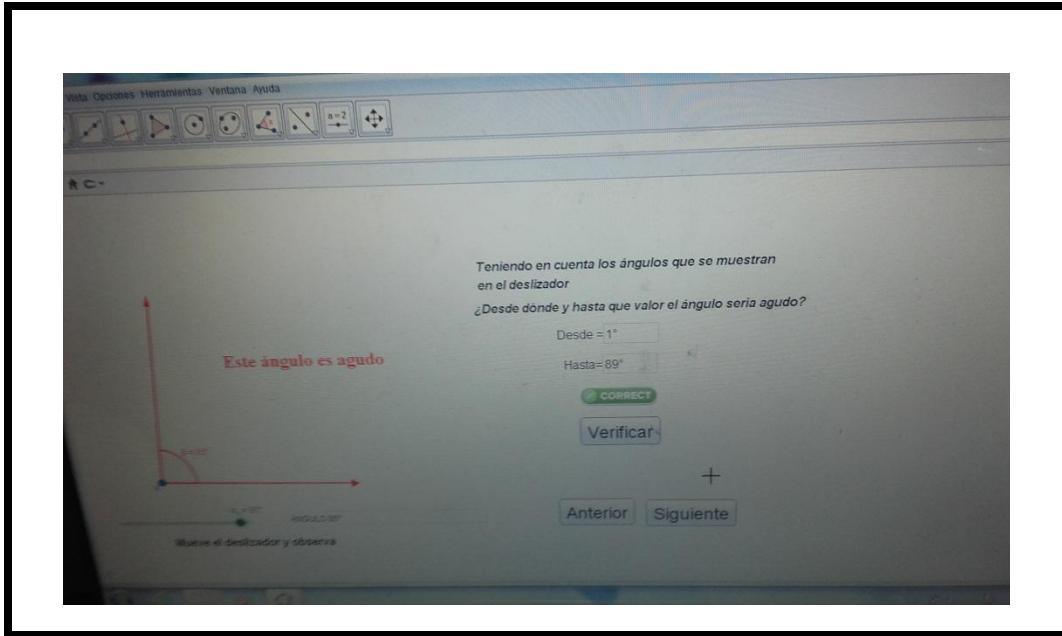


Figura 33. Respuesta de la consigna 2. Situación 2

- **¿Qué nombre recibe el ángulo de 90° ?**

Del 87% de los estudiantes que dieron una respuesta acertada con respecto a la relación de la amplitud del ángulo agudo, esto ayudó a que los estudiantes pudieran reconocer inmediatamente el ángulo de 90°

Esta situación deja ver que los estudiantes aun cuando usan en su vocabulario ángulo recto, y lo relacionaban con el tipo de color, lograban visualizar la amplitud como característica particular al tipo de ángulo, dado que la gran mayoría logró razonar de forma acertada.

Dado que la situación 2 es el foco para introducir las tipologías de ángulos y esta con antelación a la situación 3 donde se propone la situación de validación, se abre un espacio para socializar las respuestas que los estudiantes han consignado. Los estudiantes exponen sus respuestas y con ayuda del video las pantallas explican sus argumentos, el profesor, media para que sus compañeros expresen sus acuerdos o desacuerdos exponiendo los argumentos que sustenten sus afirmaciones.

La situación es complementada por la intervención que efectúa el profesor, refiriéndose a la consigna para hacer referencia a la amplitud, dado que en la primera

situación ya se hizo un acercamiento al concepto y se identificó que los estudiantes relacionan los ángulos en términos de las manecillas del reloj.

- **¿Para qué valor es un ángulo recto?**

Para la última consigna la mayoría de los estudiantes logró identificar la amplitud que tenía el ángulo recto, esto debido a las diversas retroacciones que hacia el medio, como el cambio de color de rojo a verde, permitiendo la visualización del cambio de un tipo de ángulo a otro fue fundamental.

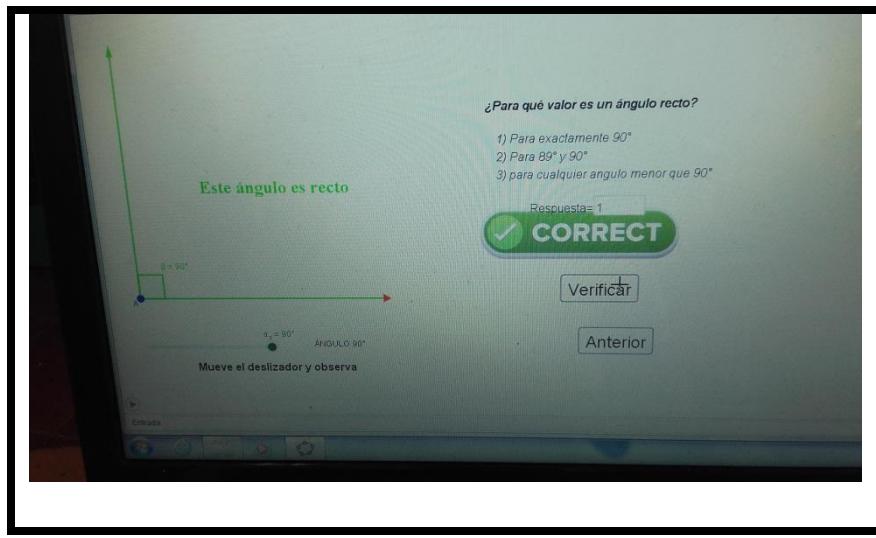


Figura 42: Respuesta de la consigna 4. Situación 2

En lo concerniente a las amplitudes, la interacción con el medio y la gestión de la situación de formulación permitió que los estudiantes lograran visualizar las características de los dos tipos de ángulos, lo que se validó cuando ingresaron las respuestas en cada una de las casillas de las situaciones.

Para finalizar, el profesor gestiona una situación de validación e institucionalización de las características de los ángulos agudos y rectos. En este momento él expone que cuando el ángulo tiene una amplitud menor que 90° se llama ángulo agudo y cuando mide exactamente 90° se llama recto. Con lo que queda institucionalizado, cuando se habla de ángulos agudos y rectos se hace referencia en las amplitudes que estos tipos de ángulos tienen.

La segunda parte de la situación 2, como se predijo en los análisis a priori tuvo un desarrollo muy similar a la primera parte, los razonamientos de los estudiantes fueron semejantes debido a que sigue la misma estructura de la primera parte, pero trabajando los ángulos obtusos y llano, con el fin de que el estudiante reconozca las características de los ángulos mencionados.

5.4. ANÁLISIS DE LA SITUACIÓN DE VALIDACIÓN

El objetivo de la situación 3 es que el estudiante clasifique los diferentes ángulos presentados de acuerdo a las características de la medida de sus amplitudes.

La actividad consiste en trasladar ángulos con ciertas características a un lugar específico (circunferencia de un color determinado) buscando con ello la clasificación de ángulo agudo. Para la construcción de ángulo agudo se tuvo como referente la medida de la amplitud, donde se les pidió a los estudiantes que seleccionaran a partir de cierta cantidad de ángulos aquellos que cumplieran con la condición de ser un ángulo agudo.

El desarrollo de la actividad sobre los ángulos agudos se evidencia en la siguiente imagen.

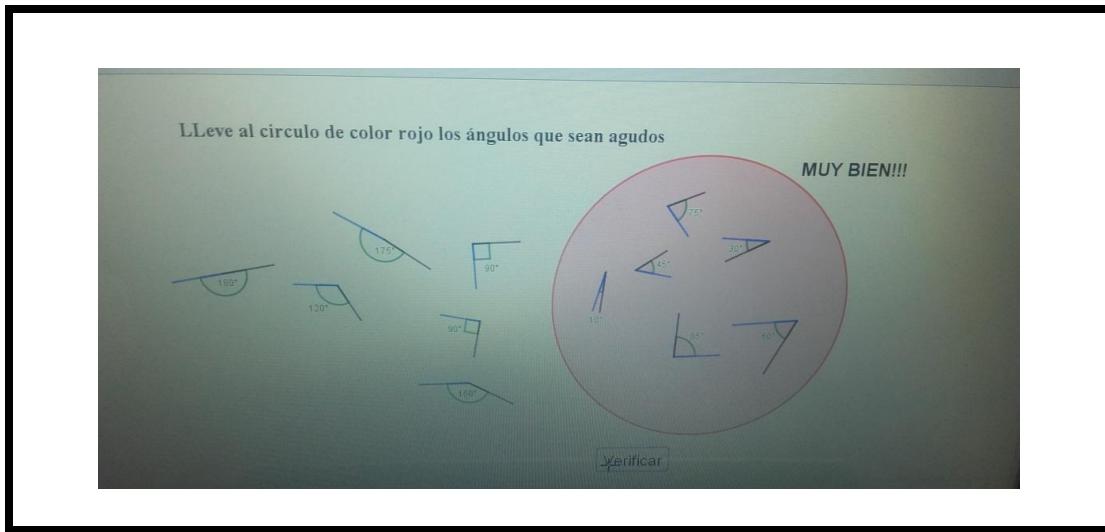


Figura 34: desarrollo situación 3

El 99% de los estudiantes logró visualizar que los ángulos menores a 90° eran agudos, acertando en la consigna. Se puede evidenciar que el medio les permitió visualizar mediante la acción de mover un objeto los estudiantes observan que algunas características son inmodificables, como la amplitud de un ángulo lo que da validez a los principios propuestos por la geometría dinámica (la conservación de las propiedades inherentes a la figura).

Esta situación valida el conocimiento adquirido por los estudiantes en las situaciones anteriores con respecto a las características de los tipos de ángulos, en ella también se evidencia que los estudiantes han construido esquemas, dado que enuncian razonamientos de tipo personal a los que han llegado a través de la adaptación al medio, como la relación del ángulo a través de las manecillas del reloj.

Como situación de validación permitió que los estudiantes llegaran al objetivo general de la SD, es decir que lograron explorar las características de los tipos de ángulos, a través del desarrollo de tres situaciones didácticas que integran el uso de un AGD. Dado que el 89% de los estudiantes logró verbalizar que las características constitutivas de los tipos de ángulos consisten en su amplitud.

Se logra evidenciar que la mayoría de los estudiantes han logrado con los applets visualizar objetos abstractos de las matemáticas, en este caso características de los tipos de ángulos y de la conservación de las propiedades inherentes a la figura.

A pesar que la situación 3 estaba prevista como una situación de validación, también se hicieron presentes las situaciones de acción y de formulación, dado que, por un lado el arrastre, les permitió identificar las características inherentes a la amplitud, y por otro lado se presentaron interacciones entre pares buscando argumentos que serían validados en el desarrollo de la clase, lo que se puede evidenciar en la siguiente situación.

Tabla 10. Dialogo entre pares. Situación de formulación.

E8: ángulos agudos?
E9: son estos, porque miden menos de 90. (Usa sus dedos para Señalar el applet)
E8: a ver yo miro (arrastre)

Al finalizar las consignas de la situación 3, el profesor gestiona un espacio de interacción en el que a partir de la validación se efectúa la institucionalización del conocimiento adquirido. De esta forma la situación de validación dio paso a la institucionalización de un nuevo conocimiento para el grupo de estudiantes, gracias a la mediación instrumental que se produjo con el AGD y la gestión didáctica que efectuó el profesor.

En conclusión, de acuerdo a los resultados evidenciados en el análisis a posteriori, se considera que la SD favoreció los criterios que se tuvieron en cuenta desde el enfoque de la OI, es decir un conjunto de individuos, un conjunto de objetivos, una configuración didáctica que fue fundamentada desde la TSD y los modos de aprovechamiento de dicha configuración.

Se evidenció que los objetivos propuestos para la SD se cumplieron, dado que los estudiantes lograron reconocer las tipologías de ángulos. Lo que fue posible gracias a la configuración didáctica que se estructuró a partir de la TSD que favorece la implementación de situaciones de acción, situaciones de formulación, situaciones de validación e institucionalización.

Dichas situaciones fueron evidentes desde el momento en que se inicia el contrato didáctico, ya que los estudiantes asumieron la responsabilidad de buscar estrategias para desarrollar el trabajo propuesto, al igual que la profesora asumió la responsabilidad de gestionar situaciones de organización, devolución e institucionalización, generando en los estudiantes procesos de razonamiento que les permitieron visualizar las características de los tipos de ángulos trabajados.

La visualización de dichas características se apoyó en el uso de herramienta como el arrastre que ofrece Geogebra, con la que los estudiantes pueden visualizar las amplitudes recorrida por los ángulos. Además, que el medio y la gestión didáctica del profesor permitieron que los estudiantes implícitamente desarrollaran las situaciones mencionadas, lo que generó la construcción de un conocimiento de la matemática, dado que mediante la SD los estudiantes construyeron EU que se favorecieron gracias a la mediación del artefacto que llegó a convertirse en instrumento para los estudiantes y a la intervención del profesor en el proceso de aprendizaje mediado por un artefacto.

Un aspecto a destacar fue la gestión didáctica del profesor, los tipos de orquestación en las diferentes etapas de la secuencia permitieron una mejor génesis colectiva, permitiendo así a los estudiantes presentar su trabajo y asumir el control de la herramienta para poder afirmar las conjeturas realizadas. Es importante que el docente utilice los diferentes tipos de orquestación y centre su atención en los tres últimos tipos de orquestación (discuss the screen, spot and show y sherpa at work), donde el alumno es el principal elemento pues es aquí donde a través de la familiarización con el instrumento va tomando control de este recurso tecnológico.

CAPÍTULO VI. CONCLUSIONES

En el presente apartado se presentarán las conclusiones generales del trabajo teniendo en cuenta en primer lugar los argumentos expuestos en el planteamiento del problema, la metodología y el marco teórico, en segundo lugar, enfocado hacia el cumplimiento de los objetivos propuestos a nivel general y a nivel de la SD.

Respecto del primer punto, cabe señalar que con el planteamiento del problema se corroboró que efectivamente es importante preguntarse sobre ¿Qué caracteriza el diseño de una Secuencia Didáctica que hace uso de Geogebra, para dar cuenta de los procesos de aprendizaje de la noción de ángulo en grado cuarto de educación básica, desde la perspectiva de la Teoría de Situaciones Didácticas? Dado que se puede configurar como un aporte teórico y práctico para la comunidad educativa, debido a que parte del reconocimiento de una problemática en relación con el pensamiento métrico y sistemas de medidas, de este modo se creó una SD que contemplará el uso de un AGD, que permite al estudiante construir conocimiento de forma activa interactuando con los objetos matemáticos.

La metodología de investigación inspirada en la perspectiva de la microingeniería didáctica, fue propicia para el desarrollo de la secuencia didáctica, pues a partir de las diferentes fases, se pudo diseñar, experimentar y evaluar satisfactoriamente la secuencia didáctica. Teniendo en cuenta que la microingeniería se enfoca en la experimentación con grupos reales de clase, los análisis proporcionaron elementos importantes para identificar los conocimientos previos y las posibles actuaciones de los estudiantes, lo que favoreció la validación interna de los resultados.

En este sentido, es posible admitir que la metodología implementada, permitió identificar criterios relevantes para caracterizar la SD, que se espera pueda ser considerada por aquellos docentes en formación y en ejercicio que deseen integrar a sus prácticas pedagógicas elementos artefactuales como los AGD.

Con respecto al marco teórico, es importante resaltar la importancia que tendrá para futuros docentes en formación en la Universidad del Valle, dado que el trabajo aporta elementos investigativos en la línea de las TIC a nivel de dicha Universidad, además es un marco teórico construido a partir de bibliografías relevantes que aún tienen vigencia dentro de la didáctica de las matemáticas.

Los referentes teóricos contemplados permitieron el logro de los objetivos propuestos, dado que el primer objetivo propuesto fue definir los criterios que orientan la caracterización del diseño de una Secuencia Didáctica desde los parámetros de la Teoría de Secuencias Didácticas, aquellos aspectos que fueron definidos como criterios para caracterizar la SD fundamentada a partir de la TSD, complementada con la perspectiva de la OI, y de los cuales se dio cuenta en el los análisis a priori y a posteriori.

Desde esta perspectiva los criterios que orientaron el diseño de la SD, fueron en un primer momento todos los referentes curriculares, es decir que con respecto a los modos de explotación de la configuración didáctica se dio cuenta de un carácter curricular, de los procesos de visualización y arrastre y las retroacciones del medio.

La configuración didáctica da cuenta de la situación propuesta al estudiante, por lo tanto, desde la OI se definió un conjunto de objetivos relacionados con el tipo de actividad y los conocimientos que se esperaba que el estudiante adquiera en cada una de ellas. A partir de ello, se definió un conjunto de individuos, una organización particular de la clase y los artefactos a integrar. Se pensó la planificación y diseño del dispositivo experimental desde la TSD en el software Geogebra en la que se dio cuenta de situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización, que privilegia el estudio de la geometría y que puede ser implementada en cualquier institución educativa público o privado.

El segundo objetivo es consolidar los referentes matemático, curricular, didáctico y cognitivo, en la configuración de una Secuencia Didáctica para el reconocimiento de las características de los tipos de ángulos, en este sentido, la TSD sustenta el diseño de la SD, ya que propone diferentes situaciones como: acción, formulación, y validación a partir de la

interacción con el medio, la OI permitió la articulación entre la concepción, diseño, realización y análisis de la SD, por lo tanto la organización particular de la clase dio cuenta de la funcionalidad de los artefactos que se integraron.

Con respecto al tercer objetivo, analizar los resultados obtenidos en la puesta en acto de la Secuencia Didáctica en torno a los procesos de mediación instrumental. Se logró dar cuenta de los procesos de mediación instrumental dado que con el AGD Geogebra, los estudiantes en interacción con los instrumentos que se pusieron a disposición, y a través de la herramienta de arrastre manipularon los objetos propuestos en la construcción de los applets, alcanzando procesos de razonamientos a partir de la visualización que les permitió interpretar, analizar, identificar, describir y explicar aspectos, como son las características de los tipos de ángulos.

Los estudiantes lograron este tipo de razonamientos a partir de los conocimientos previos, con los que plantearon conjeturas sobre el movimiento que realizan los deslizadores, es decir, las diferentes amplitudes que tomaban y reconocieron características de estos tipos de ángulos. Para lograr dichas conjeturas en los estudiantes, la SD dio cuenta de situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización y propicio la gestión didáctica del profesor.

Estos procesos permitieron que se cumplieran los objetivos propuestos para cada una de las situaciones. El propósito de la situación 1 fue reconocer las amplitudes de diferentes ángulos que se forman con las manecillas del reloj con ayuda del transportador, donde el arrastre y la visualización le permitieron identificar diferentes amplitudes y reconocer algunas comunes como el de 90° y 180° .

Lo que se hizo evidente cuando el estudiante mediante el arrastre del transportador busca regularidades que le permitieron evocar sus conocimientos previos, para dar cuenta de las amplitudes presentadas en la actividad. Todo enmarcado dentro de una situación de acción que permitió a su vez una situación de formulación.

El propósito de la situación 2, lograr que el estudiante reconozca las características de los ángulos: recto, agudo, obtuso y llano, es decir que comparará y clasificará los ángulos a través de sus amplitudes, mediante procesos de visualización que surgieron en la interacción con el medio. Esta situación da cuenta de las fases de acción y de formulación, dado que el estudiante accionó sobre el medio y elaboró conjeturas a partir de las retroacciones que este le ofreció.

El propósito de la situación 3, clasificar los diferentes ángulos presentados de acuerdo a las características de la medida de sus amplitudes. Esta situación da cuenta de la fase de validación, ya que permitió a los estudiantes afirmar o rechazar las conjeturas presentadas en la situación 2 con respecto a los tipos de ángulos presentados.

En la gestión del profesor, cuando se integra un artefacto en el aula de clases, se observaron los tipos de orquestación a través de las situaciones, las cuales permitieron una mejor organización y planeación de la configuración didáctica. Así, pues en la primera situación se observaron los primeros tipos de orquestación (**Techinal-demo y Explain-the-screen**) ya que el docente hizo una primera introducción al software, tratando de evitar posibles obstáculos en la SD.

En la segunda situación se pudieron evidenciar los tipos de orquestación de **Link-screen-board y Discuss-the-screen**. Donde el estudiante hacía una participación más activa, donde a través del arrastre y la visualización presentaba conjeturas de acuerdo a las amplitudes de los diferentes ángulos que se presentaron.

En la última situación se presentan los dos últimos tipos de orquestación: **Spot-and-show y Sherpa-at-work**. Donde se evidencia a través de un estudiante que expuso en la pantalla virtual sus respuestas, mostrando los tipos de razonamiento y verificando las conjeturas planteadas en la situación anterior.

Con respecto a los aportes del presente trabajo, es pertinente mencionar que es un trabajo que aportó elementos teóricos y prácticos para él autor, en su formación como futuro profesor de educación matemática, abriendo un panorama bastante amplio con respecto a la potencialidad de integrar Tecnologías de la Información y la Comunicación para el aprendizaje de las matemáticas. Además, es un aporte también para aquellos profesores que tengan interés en indagar y reflexionar acerca de sus prácticas pedagógicas, ya que el trabajo puede aportar elementos de análisis relevantes acerca de la pertinencia de integrar AGD en sus prácticas de aula.

Es importante, tener en cuenta las dificultades presentadas en la puesta en acto del recurso, en el applet 1, los estudiantes presentaron dificultad en la acomodación del transportador ya que ubicaban el punto rojo con el vértice del ángulo como se muestra en las imágenes de la página 72, esto con el fin de hacer mejoras en el recurso para que pueda tener un mayor potencial.

En conclusión este tipo de trabajo se puede complementar desde la mirada del profesor, su gestión didáctica y los tipos de orquestación desde las acciones que el docente puede realizar al utilizar este tipo de instrumentos en sus clases, como también, otra de las opciones para dar continuidad al trabajo, es re-estructurar el diseño de la secuencia didáctica ampliando el concepto matemático, es decir pensar trabajar la secuencia ya no desde los tipos de ángulos si no desde los tipos de triángulos según los ángulos.

CAPÍTULO VII. REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS

- Abrate, R; Delgado, G. & Pochulu, M. (2006). Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. Revista Iberoamericana de Educación, 39 (1), 1-9. Disponible en: <http://www.rieoei.org/deloslectores/1290Abrate.pdf>.
- Aveni, A. (1980). Old and New World naked-eye astronomy. In K. Brecher & M. Feirtag (Eds.), *Astronomy of the ancients* (pp. 61-89). Cambridge, MA: MIT Press.
- Báez, R; Iglesias, M. (2007). Principios didácticos a seguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la UPEL “El Mácaro”. Enseñanza de la Matemática, Vols. 12 al 16, Número extraordinario, 67-87.
- Barrantes, M. (2004). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para Maestro sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje. (Tesis doctoral). Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas, Facultad de Educación, Universidad de Extremadura. España.
- Bosch, C; Ferrari, V; Marván, L. & Rodríguez, P. (2003). Diplomado de la Ciencia en tu Escuela. Módulo de Matemática. Correo del Maestro, Núm. 88. Versión digital disponible en:
<http://www.correodelmaestro.comanteriores/2003/septiembre/1anteaula88.htm>.
- Boyer, C. (1968). *A history of mathematics*. New York: John Wiley.
- Brousseau G. (1986). Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática, Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Matemática Astronomía y Física, Serie B, Trabajos de Matemática, No. 19 (versión castellana 1993).

- Brousseau G. (1994). Los diferentes roles del maestro. En Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones, C. Parra; I. Saiz (comp.) Buenos Aires: Paidós Educador.
- Brousseau G. (1998). Théorie des Situations Didactiques, Grenoble, La Pensée Sauvage.
- Brousseau G. (1999). Educación y Didáctica de las matemáticas. México: Educación Matemática,
- Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Bruins, E. (Ed.) (1964). Heronis Alexandrini Métrica. Leiden, Netherlands: E. J. Brill.
- Casas, L. & Luengo, R (2000). Aproximación al concepto de ángulo a través de redes asociativas Pathfinder en alumnos de educación Primaria y Secundaria Obligatoria. Campo Abierto. Revista de la Facultad de Educación de la Universidad de Extremadura, 17, p. 41-60.
- Castiblanco, A; Urquina, H; Camargo, L. & Acosta, M. (2004). Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales. Colombia: Ministerio de Educación Nacional. Enlace Editores Ltda.
- Chace, A. (1986). The Rhind Mathematical Papyrus. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Chevallard, Y. (1992) Intégration et viabilité des objets informatiques. En: CORNU, B. (Ed.) L'ordinateur pour enseigner les mathématiques. París: PUF.
- Choquet, G. (1964). L'enseignement de la Géométrie. Paris: Hermann.

- Dieudonné, J. (1964). Algèbre linéaire et géométrie élémentaire [Linear algebra and elementary geometry]. Paris: Hermann.
- Eddy, J. (1980). Medicine wheels and Plains Indian astronomy. In K. Brecher & M. Feirtag (Eds.), *Astronomy of the ancients* (pp. 1-24). Cambridge, MA: MIT Press.
- Ferrer M; Fortuny J. & Morera L. (2014). Efectos de la actuación docente en la generación de oportunidades de aprendizaje matemático. *Enseñanza de las ciencias*. Universidad Autónoma de Barcelona
- Gillings, R. (1972). *Mathematics in the time of the Pharaohs*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Gray, J. (1979). Ideas of space. Euclidean, non-Euclidean, and relativistic. Oxford: Clarendon
- Heath, T. (1956). *The thirteen books of Euclid's Elements*. Translated from the text of Heiberg with introduction and commentary (Vol. I). (2nd. ed.). New York: Dover.
- Hicks, R. (1984). Stones and henges: Megalithic astronomy reviewed. In E. Krupp (Ed.), *Archaeoastronomy and the roots of science* (pp. 169-210). Boulder, CO: Westview.
- Hilbert, D. (1902). *The foundations of geometry*. Chicago: Open Court.
- Krupp, E. (1977). Astronomers, pyramids, and priests. In E. Krupp (Ed.), *In search of ancient astronomers* (pp.203-239). New York: Doubleday.
- Laborde, C. (2003). Buscar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la noción de variación con geometría dinámica. *Tecnologías computacionales en el currículo de matemáticas, Memorias del congreso internacional*. Ministerio de Educación Nacional (MEN). Bogotá D.C. Pps 3-15.

Largo, D; Martínez, E; Amaya, G; Barrientos, L; Rodríguez, E & Márquez, V. (2008). Los esquemas de uso y acciones instrumentadas del software RVC, en estudiantes de séptimo grado. Grupo de investigación: Grupo de Educación en Ciencias Experimentales y Matemáticas GECEM. Universidad de Antioquia.

Libbrecht, U. (1973). Chinese mathematics in the thirteenth century. Cambridge, MA: MIT Press.

Lupiáñez, J. & Moreno, L. (2002). Tecnología y Representaciones semióticas en el aprendizaje de las Matemáticas. En: Seminario Nacional de Formación de Docentes: Uso de Nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Serie Memorias.

Margolin, C. (2009). La importancia de lo verdadero y lo falso en la clase de matemáticas. Bucaramanga: Ediciones Universidad Industrial de Santander.

Matos, J. (1990). The historical development of the concept of angle. *The mathematics Educator* 1(1), pp.4 – 11.

Ministerio de Educación Nacional. MEN. (2003). Estándares Curriculares de Matemáticas. Santafé de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Ministerio de Educación Nacional. MEN. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Serie Lineamientos Curriculares. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional, 1998. (Version electronica).

Mitchelmore, M. & White, P. (2000). Development of angle concepts by progressive abstractions and generalization. *Educational Studies in Mathematics* 41, 209-238.

Monaghan, J. (2001). Teachers' classroom interactions in ICT-based mathematics lessons. In M. Van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th Conference of the*

- International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 3, pp. 383–390). Utrecht: Freudenthal Institute.
- Morrow, G. (1970). *Proclus: A commentary on the first book of Euclid's Elements*. New Jersey: Princeton University Press.
- Neugebauer, O. (1957). *The exact sciences in antiquity*. Providence, Rhode Island: Brown University Press.
- Rabardel, P. (1999). Éléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. En: Bailleul M. (Ed.) *Actes de la dixième université d'été de didactique des mathématiques. Évolution des enseignants de mathématiques; rôle des instruments informatiques et de l'écrit. Qu'apportent les recherches en didactique des mathématiques*. Caen: IUFM de Caen.
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies. Une approche cognitive des instruments contemporains*. Paris: Armand Collins
- Rabardel, P. (2007). *Los hombres y las tecnologías, visión cognitiva de los instrumentos contemporáneos*. Ediciones Universidad industrial Santander.
- Robins, G. & Shute, C. (1985). Mathematical bases of ancient Egyptian architecture and graphic art. *Historia Matemática*, 12, 107-122.
- Rodríguez, M. & Pérez, Y. (2011). Diseño de un recurso pedagógico para la enseñanza de la multiplicación al integrar GeoGebra en tercer grado de la educación básica primaria.
- Rotaecche, R (2008). La construcción del concepto de ángulo en estudiantes de secundaria. Centro de investigación en ciencia aplicada y tecnología avanzada Unidad Legaría. México, D.F. Noviembre.

Santacruz, M. (2007). Explorar la transformación de rotación en Educación Básica integrando Cabri. Ponencia. Julio 2007. Disponible en: www.colombiaaprende.edu.co.

Thomas, I. (1968). Selections illustrating the history of Greek mathematics with an English translation. Vol. II from Aristarchus to Pappus. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Trouche, L. (2002) Genèses instrumentales, aspects individuels et collectifs. En: GUIN, D. y Trouche, L. (Ed) Calculatrices symboliques. Transformer un outil en un instrument du travail informatique: un problème didactique. Grenoble: La Pensée Sauvage Éditions.

Yan, L. & Shirán, D. (1987). Chinese mathematics: A concise history. Oxford: Clarendon.

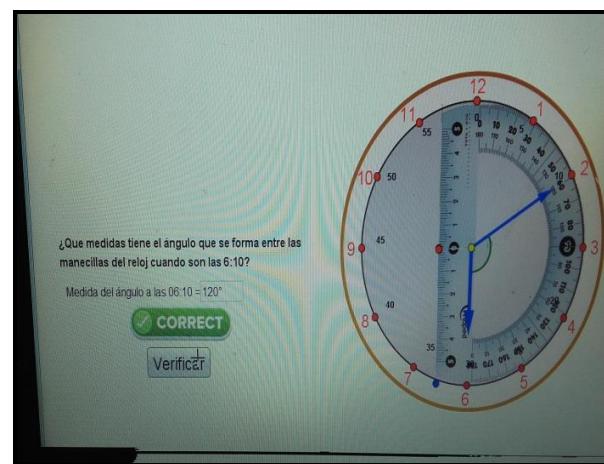
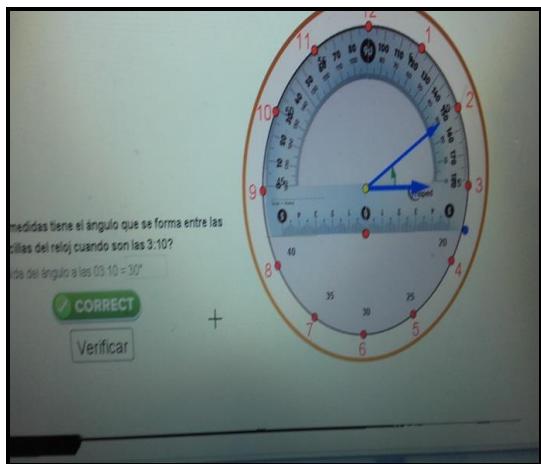
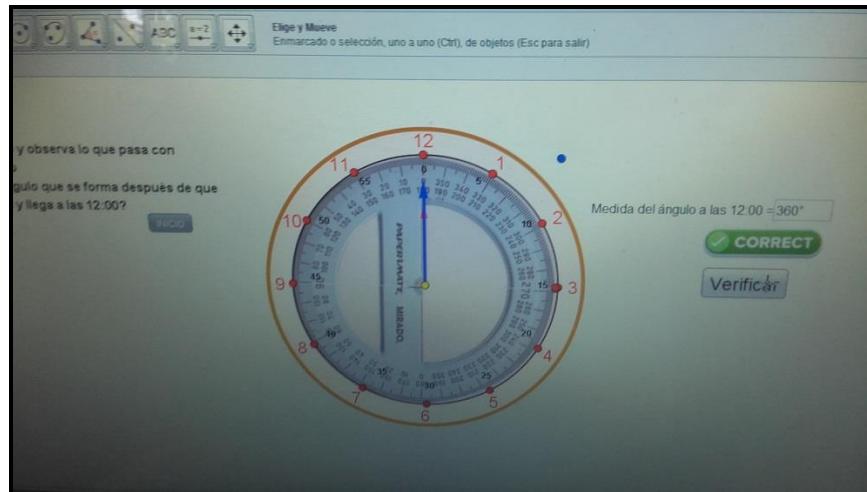
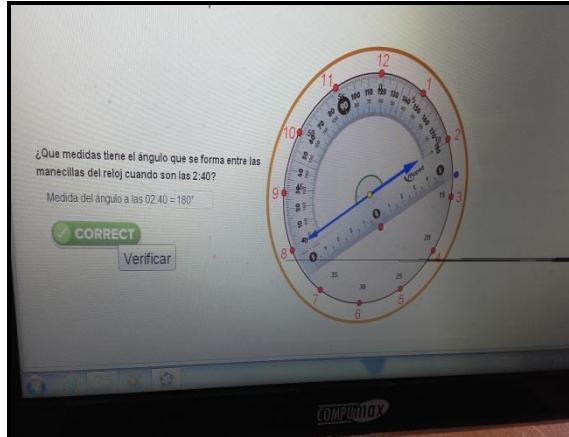
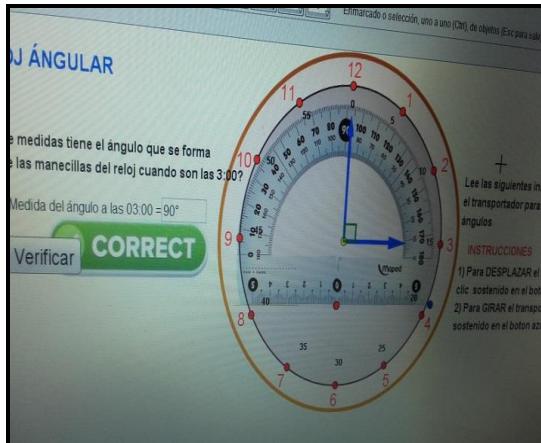
ANEXOS

1. Fotografías de la implementación de la SD

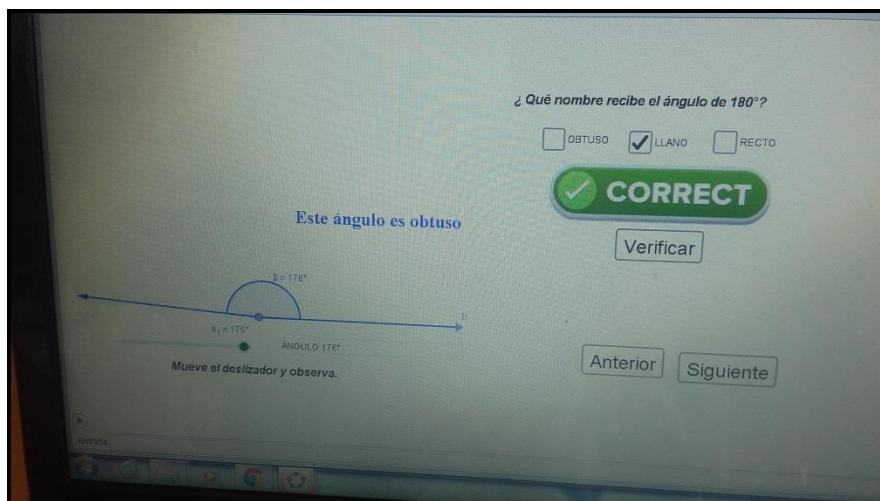
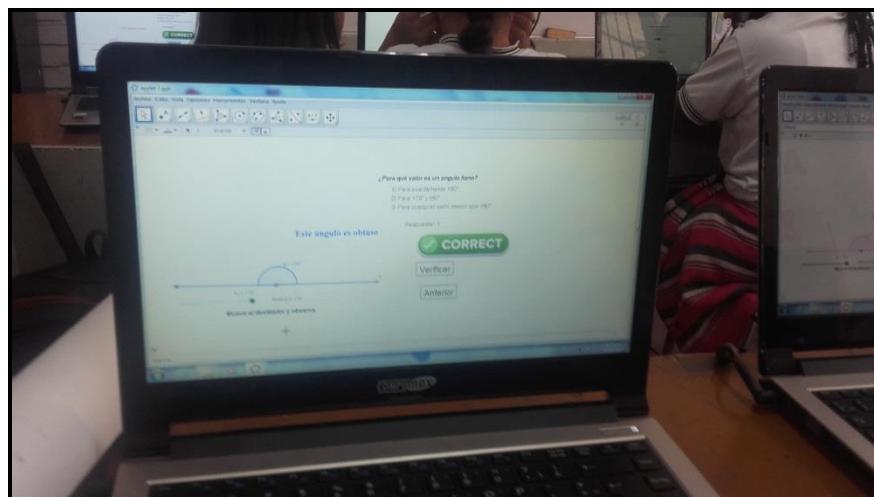
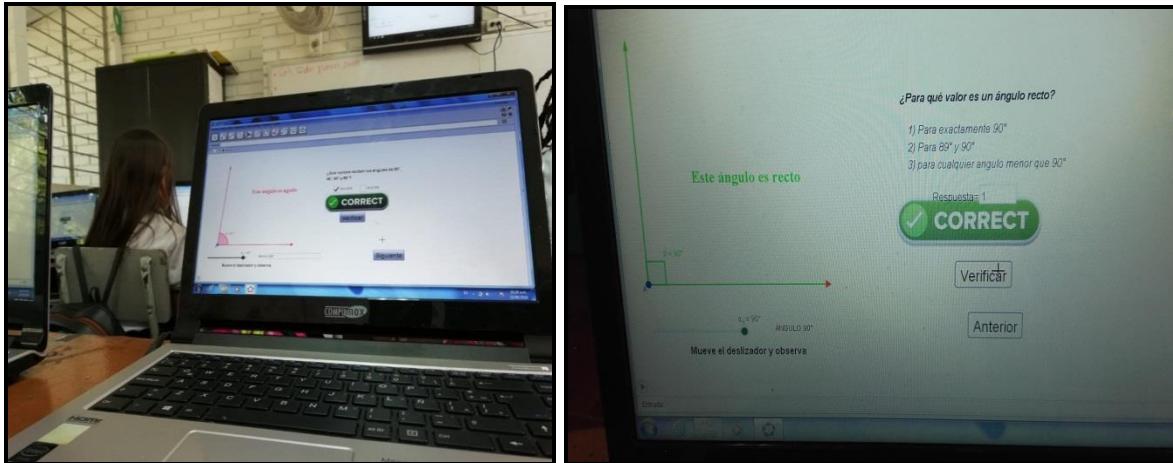


2. Producciones de los estudiantes

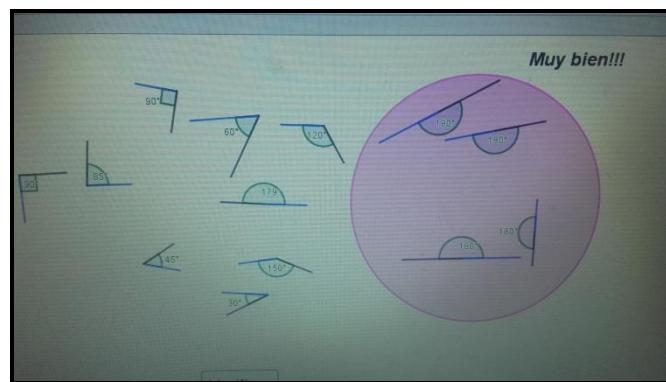
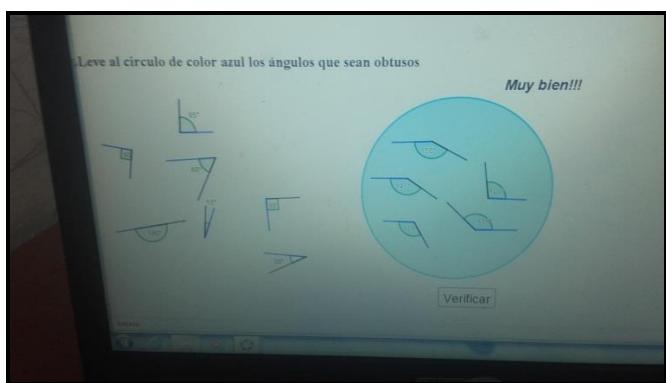
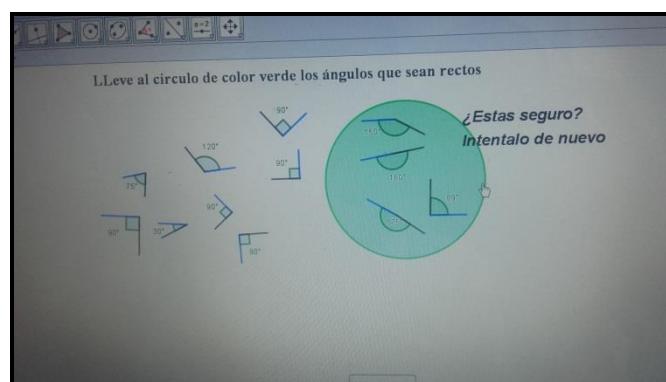
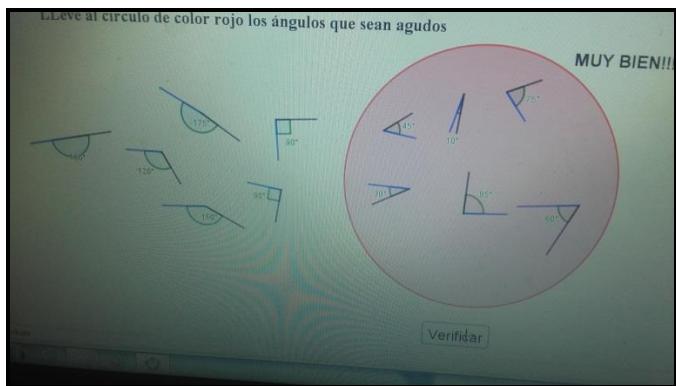
- Situación 1



- **Situación 2**



- **Situación 3**



3. Formato permiso de los padres para la aplicación de la SD.

CONSENTIMIENTO INFORMADO PADRES O ACUDIENTES DE ESTUDIANTES

Institución Educativa: Institución Educativa Normal Superior Santiago de Cali
 Código DANE: 176001004531 Municipio: Santiago de Cali

Yo _____, mayor de edad, [] madre, [] padre, [] acudiente o [] representante legal del estudiante _____,

_____ de _____ años de edad, he (hemos) sido informado(s) acerca de la grabación del video de práctica educativa, el cual se requiere para que el estudiante de Licenciatura Manuel Alejandro Jaramillo de la Universidad del Valle pueda obtener su título de pregrado.

Adicionalmente se debe mencionar que el estudiante en cuestión, configuro un recurso digital para enseñar las tipologías de ángulos, lo que representa un insumo en los procesos cognitivos del educando y un fortalecimiento en la preparación de las pruebas saber.

Dejando clara la intencionalidad del video, se debe mencionar que;

- La participación de mi (nuestro) hijo(a) en este video, no tendrán repercusiones o consecuencias en sus actividades escolares, evaluaciones o calificaciones en el curso.
- La participación de mi (nuestro) hijo(a) en el video no generará ningún gasto, ni recibiremos remuneración alguna por su participación.
- No habrá ninguna sanción para mí (nuestro) hijo(a) en caso de que no autoricemos su participación.
- La identidad de mi (nuestro) hijo(a) no será publicada y las imágenes y sonidos registrados durante la grabación se utilizarán únicamente para los propósitos del trabajo de grado.

Atendiendo a la normatividad vigente sobre consentimientos informados, y de forma consciente y voluntaria

[] DOY (DAMOS) EL CONSENTIMIENTO
 [] NO DOY (DAMOS) EL CONSENTIMIENTO

Para la participación de mi (nuestro) hijo (a) en la grabación del video de práctica educativa del estudiante Manuel e en las instalaciones de la Institución Educativa donde estudia.

FIRMA MADRE O PADRE
 CC/CE: CC/CE:

4. Protocolo de construcción applet 3

Este applet es fundamental en la secuencia didáctica, ya que se pretende que el estudiante pueda validar las hipótesis construidas a través de los applets anteriores.

- 1) Trazar una circunferencia de cualquier radio
- 2) Construya ángulos de diferentes medidas en sus amplitudes
- 3) Crea un botón con el logo de “verificar” y una casilla de control
- 4) Conecta el botón con la casilla de control, para ello da click en el botón y en propiedades ingresa en la opción “programa de guion” opción “al click”
- 5) Ingresa el comando: nombre de la casilla de control= ! nombre de la casilla de control
- 6) Ahora se crean dos textos, donde se afirmen las opciones correcta e incorrecta de las respuestas de los estudiantes
- 7) Se conecta los textos con la casilla de control, es decir solo aparecerán cuando el valor de la casilla de control sea verdadero
- 8) Ahora se identifican los nombres de los vértices de los ángulos construidos, ya que se conectarán con los textos
- 9) Para el texto que afirma que la respuesta es incorrecto se debe ingresar el siguiente comando

```
Básico Texto Color Posición Álgebra Avanzado Programa de guion (scripting)
Condición para mostrar el objeto
o != true & (I in c | O in c | W in c | K in c | E in c | U in c)
```

Donde I,O,W,K,E y U son los vértices de los ángulos que corresponden a la respuesta correcta y c es la circunferencia creada inicialmente.

- 10) Para el texto que afirma que la respuesta es correcta debe ingresar el siguiente comando

```
Básico Texto Color Posición Álgebra Avanzado Programa de guion (scripting)
Condición para mostrar el objeto
o != true & B in c & K in c & W in c & I in c & G in c & (not(M in c)) & (not(S in c)) & (not(Z in c)) & (not(L in c))
```

De igual forma las letras mayúsculas corresponden a los vértices de los ángulos, se excluyen los ángulos que no pueden ir dentro de la circunferencia para garantizar que la respuesta sea correcta.