



**Contextos y significados del signo igual. El caso de un libro de texto de matemáticas de primer grado de Educación Primaria en Colombia**

Anyi Liliana Navia Polo  
Martha Isabel Vergara Viafara

Universidad del Valle  
Área de Educación Matemática  
Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas  
Sede Norte del Cauca  
2021



**Contextos y significados del signo igual. El caso de un libro de texto de matemáticas de primer grado de Educación Primaria en Colombia**

Anyi Liliana Navia Polo  
Martha Isabel Vergara Viafara

Director del trabajo de grado:  
**Mg. Johnny A. Vanegas**

Universidad del Valle  
Área de Educación Matemática  
Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas  
Sede Norte del Cauca  
2021

## **AGRADECIMIENTOS**

*Agradecemos a Dios por bendecirnos y guiarnos a lo largo de nuestra vida; por ser el apoyo y fortaleza en aquellos momentos de dificultad y de debilidad.*

*Gracias a nuestros padres: Anyela Polo, Yamileth Polo; Edward Vergara, Yasmin Viafara y Mónica García, por ser los principales promotores de nuestros sueños, por confiar y creer en nuestras expectativas, por los consejos, valores y principios que nos han inculcado.*

*Gracias a nuestras familias y compañeros por estar en este proceso y apoyarnos siempre que lo necesitamos.*

*Finalmente, queremos expresar nuestras más grandes y sinceros agradecimientos al profesor Johnny Vanegas Díaz, principal colaborador durante todo este proceso, quien con su dirección, conocimiento, enseñanza y colaboración permitió el desarrollo de este trabajo.*

## Tabla de Contenido

<b>Resumen.....</b>	<b>1</b>
<b>Introducción.....</b>	<b>2</b>
<b>Capítulo I. Aspectos generales de la investigación .....</b>	<b>5</b>
1.1. Antecedentes de investigación.....	6
1.2. Contextualización y planteamiento del problema.....	11
1.3. Objetivos.....	16
1.4. Justificación .....	16
<b>Capítulo II. Marco de referencia conceptual.....</b>	<b>20</b>
2.1. Aspectos históricos y matemáticos entorno al signo igual.....	21
2.2. El signo igual desde el marco curricular colombiano .....	23
2.3. Consideraciones didácticas sobre el signo igual.....	30
<b>Capítulo III. Metodología de la investigación.....</b>	<b>38</b>
3.1. Diseño de la investigación.....	39
3.1.1. Perspectiva de investigación.....	39
3.1.2. Fases metodológicas de la investigación .....	39
3.2. Caracterización del libro de texto .....	41
3.2.1. Presentación, estructura y forma del libro de texto.....	42
3.2.2. Descripción de las tareas presentes en libro del estudiante .....	44
3.2.3. Organización del contenido del libro del estudiante .....	44
3.3. Perspectiva del análisis de contenido .....	45
3.3.1. Análisis del contenido .....	46
3.3.2. Categorías de análisis .....	47
3.3.3. Fichas de registro .....	48

<b>Capítulo IV. Análisis y resultados</b> .....	<b>52</b>
4.1. Introducción.....	53
4.2. Análisis sobre los contextos presentes en libro del estudiante .....	53
4.2.1. Contexto aritmético .....	54
4.2.2. Contexto no aritmético .....	55
4.2.3. Contexto aritmético y no aritmético.....	56
4.3 Análisis sobre los significados presentes en libro del estudiante .....	57
4.4. Reflexiones finales sobre el análisis .....	66
4.5. Conclusiones y rutas abiertas a la investigación.....	69
<b>Referencias bibliográficas</b> .....	<b>73</b>
<b>Anexos</b> .....	<b>76</b>

## Lista de tablas

<i>Tabla 1. Coherencia entre los estándares del pensamiento numérico.....</i>	<i>26</i>
<i>Tabla 2. Coherencia entre los estándares del pensamiento variacional.....</i>	<i>27</i>
<i>Tabla 3. Aspectos físicos representativos del libro del estudiante .....</i>	<i>43</i>
<i>Tabla 4. Significados del signo igual en el contexto aritmético y no aritmético .....</i>	<i>47</i>
<i>Tabla 5. Tareas del libro del estudiante relacionadas con el signo igual .....</i>	<i>50</i>
<i>Tabla 6. Ficha de registro situación 1-centro 3-momento 3 .....</i>	<i>51</i>
<i>Tabla 7. Contextos identificados en el libro del estudiante.....</i>	<i>53</i>
<i>Tabla 8. Significados del signo igual .....</i>	<i>58</i>

## Lista de imágenes

<i>Imagen 1. Ejemplo del BDA para grado primero.....</i>	<i>29</i>
<i>Imagen 2. Portadas de los dos cuadernillos para el estudiante .....</i>	<i>43</i>
<i>Imagen 3. Tarea que representa un contexto aritmético .....</i>	<i>54</i>
<i>Imagen 4. Tarea que ejemplifica un contexto no aritmético .....</i>	<i>55</i>
<i>Imagen 5. Tarea que ejemplifica un contexto aritmético y no aritmético .....</i>	<i>57</i>
<i>Imagen 6. Situación 2-Tarea 3 ilustrando S4b .....</i>	<i>59</i>
<i>Imagen 7. Situación 5-Tarea 3 ilustrando S4b .....</i>	<i>60</i>
<i>Imagen 8. Situación 4-Tarea 2 ilustrando S4b .....</i>	<i>60</i>
<i>Imagen 9. Situación 4-Tarea 4 ilustrando S2 .....</i>	<i>61</i>
<i>Imagen 10. Situación 4-Tarea 3 ilustrando S2 .....</i>	<i>62</i>
<i>Imagen 11. Situación 5-Tarea 4 ilustrando S5 .....</i>	<i>63</i>
<i>Imagen 12. Situación 3-Tarea 3 ilustrando S1 .....</i>	<i>64</i>
<i>Imagen 13. Situación 4-Tarea 3 ilustrando S5 .....</i>	<i>65</i>
<i>Imagen 14. Situación 3-Tarea 2 ilustrando S4a .....</i>	<i>66</i>

## Resumen

La presente investigación se interesa por el análisis de un libro de texto en matemáticas. En particular, se caracterizan los contextos y significados asociados con el signo igual en las tareas propuestas en el libro de texto de matemáticas del grado primero del programa “Todos a Aprender”, a partir de la construcción de unas categorías de análisis sustentadas fundamentalmente en los aportes teóricos de Molina & Castro (2006) y Ramírez (2010). La aproximación metodológica desde el análisis de contenido (Bernete, 2013) fue fundamental para orientar el trabajo de recolección y sistematización de los datos, así como para determinar las potencialidades y limitaciones del libro de texto en la presentación del signo igual. Entre los resultados más importantes cabe señalar que se aprecia una diversidad de significados y una buena articulación entre ellos, desde la interpretación operacional hasta la relacional. Además, se reconocen contextos aritméticos y contextos no aritméticos, aunque estos últimos en menor proporción y limitados a dos significados: indicador de cierta conexión (S5) e identidad estricta (S4b).

**PALABRAS CLAVE:** pensamiento relacional, análisis de contenido, significados del signo igual, contextos del signo igual.



## Introducción

La presente investigación se inscribe en la línea de formación Didáctica de las Matemáticas del Programa de Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas, del Instituto de Educación y Pedagogía (IEP) de la Universidad del Valle. Surge como resultado del interés por abordar ciertas problemáticas recurrentes en el campo de la Educación Matemática en relación con el análisis de libros de textos escolares de matemáticas. Puntualmente, interesa caracterizar los contextos y significados que presentan las tareas relacionadas con el signo igual en el libro de texto de matemáticas del grado primero del programa “Todos a Aprender”.

La revisión de literatura especializada (antecedentes) permitió constatar que los estudiantes, en diferentes niveles de escolaridad, presentan dificultades para usar y comprender el signo igual como una relación de equivalencia; en su lugar, la gran mayoría de ellos le atribuye un significado operacional y en una sola dirección: de izquierda a derecha, como si se tratara de una indicación para hacer algo. Así, se reconoce un problema generalizado en la educación básica y que guarda claras implicaciones en la configuración de obstáculos relativos al difícil “tránsito” de la aritmética al álgebra.

De esta manera, surgen cuestionamientos alrededor de la presencia del signo igual en el ámbito escolar, tales como: ¿en qué grado de escolaridad se hace explícito el estudio de este signo? y ¿cuáles son las situaciones que proponen los libros de texto? El interés en los libros de texto se puso de manifiesto al constatar un énfasis sobre

contextos aritméticos que promocionan una interpretación operacional del signo igual (Ramírez, 2010).

Para examinar los diferentes contextos y significados que se configuran en el libro de texto de matemáticas del grado primero “Todos a Aprender” se construyeron unas categorías de análisis sustentadas, fundamentalmente, en los aportes de a) Ramírez (2010) sobre contextos de presentación del signo igual y b) Molina & Castro (2006) alrededor de los diversos significados asociados a este objeto matemático.

Para efectos de organización, la presente investigación se ha dividido en cuatro capítulos, los cuales se describen brevemente.

En el capítulo I se describen los aspectos generales de la investigación, tales como: la revisión de la literatura o antecedentes asociados a la temática de interés los cuales están divididos en: a) la comprensión que tienen los estudiantes de educación básica primaria acerca del signo igual cuando trabajan con problemas en contexto; b) interpretaciones del signo igual presentes en los libros de texto de educación básica primaria y c) el desarrollo del pensamiento relacional. Posteriormente, se presenta la contextualización y planteamiento del problema, el cual se expone en términos de: ¿Cuáles son los contextos y significados relacionados con el signo igual que se encuentran presentes en las tareas del libro de texto de matemáticas del grado primero del programa “Todos a Aprender”? En concordancia con esta pregunta se describen los objetivos de investigación y finalmente, se presentan algunos argumentos enmarcados en lo didáctico y curricular que justifican la pertinencia de esta investigación.

El capítulo II presenta los elementos teóricos considerados en la fundamentación de esta investigación. Inicialmente, se expone una visión histórico-

matemática del signo igual, el cual se define como una relación de equivalencia. En segunda instancia, se examinan las directrices del Ministerio de Educación Nacional alrededor del signo igual en la educación básica primaria, haciendo especial énfasis en los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998), Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) y Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2016). Finalmente, se presentan los aportes de Molina & Castro (2006) y Ramírez (2010) como una alternativa didáctica para interpretar los significados y contextos relativos al signo igual.

En el capítulo III se presenta a grandes rasgos los elementos metodológicos que direccionan el desarrollo de la investigación. De esta manera, se exponen las cuatro fases o momentos considerados, a saber: 1) revisión documental, 2) caracterización del libro de texto, 3) análisis de contenido y 4) resultados y conclusiones. Seguidamente, se discuten los aspectos generales del libro de texto y se finaliza con la perspectiva del análisis del contenido, haciendo especial énfasis en las categorías de análisis y las fichas de registros.

La investigación finaliza con el capítulo IV el cual expone los análisis detallados a las unidades específicas seleccionadas (fichas de registros). Seguidamente se presentan las consideraciones finales del análisis obtenido. El capítulo cierra con la presentación de las conclusiones en términos de los objetivos planteados y con algunas reflexiones personales sobre nuevas rutas para seguir investigando.

## **Capitulo I. Aspectos generales de la investigación**

## 1.1. Antecedentes de investigación

En este apartado se reportan algunas investigaciones relacionadas con la temática de interés. Particularmente: a) la comprensión que tienen los estudiantes de educación básica primaria acerca del signo igual cuando trabajan con problemas en contexto; b) interpretaciones del signo igual presentes en los libros de texto de educación básica primaria y c) el desarrollo del pensamiento relacional. Estas investigaciones se clasifican de acuerdo con el marco local o internacional en que se desarrollaron y finalmente, se explicitan algunos aspectos que pueden resultar útiles para la construcción de la presente investigación.

En el marco local se destaca la investigación desarrollada por Chica & Soto (2015) titulada: *análisis de concepciones sobre signo igual y concepto de equivalencia desarrollada en estudiantes de educación básica primaria, grado quinto de la Institución Educativa San Simón Sede Montealegre*. Estos autores indagaron sobre las concepciones que poseen los estudiantes de grado quinto y noveno en torno al signo igual. Para ello, implementaron una metodología correspondiente con una investigación-acción participativa. El objetivo de esta investigación lo configuraron a partir del reconocimiento de las dificultades de los estudiantes con procesos relacionados con pensamiento algebraico; particularmente la forma en que ellos concebían el signo igual como si se tratara de un indicador para dar respuesta a una secuencia de operaciones, en lugar de interpretarlo como una relación de equivalencia. Como resultado de la investigación los autores ponen de manifiesto que las

concepciones erróneas que adquieren los estudiantes durante su educación inicial tienen una incidencia de aprendizaje fuerte para su paso a la etapa de secundaria.

En síntesis, esta investigación permite reconocer un problema generalizado, por parte de los estudiantes de educación primaria y secundaria, en torno a la comprensión limitada del signo igual. Particularmente, en el contexto de resolución de ecuaciones se logra evidenciar que los estudiantes presentan un nivel eminentemente operatorio, como si se tratará de un indicador para operar, dejando de lado algunos usos de las propiedades de la igualdad. Además, permite evidenciar que las concepciones erróneas que conciben los estudiantes en relación con el signo igual, en aritmética, trae consigo dificultades en el aprendizaje del álgebra.

En el marco internacional se destacan cuatro investigaciones. A continuación, se documentan los aspectos más representativos de las mismas y algunos aportes hacia la construcción de la presente investigación.

Ramírez (2010) en una investigación denominada *interpretaciones del signo igual. Un estudio a los libros de textos* analizó algunos libros de texto de matemáticas de primer ciclo de educación primaria (1° y 2°), enmarcados en cuatro de las editoriales utilizadas en los centros de educación primaria de la comunidad de Madrid, con el objetivo de identificar los contextos en los cuales se presenta el signo igual al comienzo de la formación inicial.

El marco metodológico consideró el diseño de una rejilla de análisis que incluyó dos contextos: el aritmético y no aritmético. Los resultados muestran que todas las editoriales presentan, usualmente, el signo igual en contextos aritméticos (alrededor del 90%) con bajos porcentajes en contextos no aritméticos. Desde esta investigación,

es posible reconocer que los libros del primer ciclo de primaria favorecen una interpretación operacional del signo igual, lo que podría implicar una dificultad a la hora de adquirir un significado de equivalencia numérica del signo igual o en palabras del autor, “se corre el riesgo de obstaculizar el aprendizaje de un significado más completo sino se expone a los estudiantes a situaciones más variadas de uso del signo igual” (Ramírez, 2010, p.48).

Molina & Castro (2006) en una investigación titulada *comprensión del signo igual y desarrollo de pensamiento relacional en alumnos de tercero de primaria. Una investigación en curso*, indagan sobre la comprensión de las igualdades que manifiestan los estudiantes entre ocho y nueve años, las estrategias que utilizan en su resolución, las dificultades que encuentran, así como el uso y desarrollo de pensamiento relacional en dicho contexto. Entre los resultados derivados se destaca el hecho de que los estudiantes dan muestra de desarrollar y utilizar el pensamiento relacional como estrategia para la resolución de igualdades al poner en juego significados del signo igual, tales como: operador, expresión de una acción, equivalencia y similitud numéricas.

Estos mismos autores en Molina & Castro (2007) amplían la investigación previa al implementar una metodología de trabajo en el aula centrada en la discusión de las respuestas y estrategias de los estudiantes cuando se enfrentan con tareas enmarcadas en igualdades numéricas basadas en relaciones aritméticas fundamentales (suma y resta). Sus resultados permiten señalar que los estudiantes de tercer curso de educación primaria con una escolarización normal pueden entender el significado de la igualdad como un todo y establecer relaciones entre los dos miembros de ésta para ver

si se trata de una proposición verdadera o falsa. De esta manera, esta investigación aporta argumentos que contradicen la delimitación del periodo de 10 a 13 años como el umbral para la comprensión del signo igual como expresión de una equivalencia numérica y revela la importancia que tiene el estudio de este signo en contextos escolares de formación inicial.

Behr, Erlwanger & Nichols (1980) en su investigación titulada *cómo los estudiantes ven el signo igual* dejan entrever a partir de una serie de entrevistas sobre igualdades numéricas, tanto abiertas como cerradas (de acción y de no acción), que los estudiantes entre los 6-12 años presentadas dificultades para leer igualdades o sentencias numéricas, tales como:  $\square = a + b$  o que expresan relaciones y no acciones como  $a = a$ . En su estudio, estos autores concluyen que los estudiantes no perciben en las sentencias la expresión de una relación de equivalencia, sino que la interpretan como sentencia de realizar una acción, siendo el signo igual el que indica lo que la operación ha dado como resultado. Desde el marco de intereses particulares, esta investigación permite constatar que desde edades tempranas los estudiantes tienen dificultades para leer e interpretar expresiones en las que interviene el signo igual. De hecho, también permite apreciar la unidireccionalidad del signo igual por parte de los estudiantes, como si se tratara explícitamente de una acción de izquierda a derecha.

Falkner, Levi, & Carpenter (1999) en su investigación denominada: *Comprensión de la Igualdad infantil: Una fundación para el álgebra* documentan un estudio longitudinal (dos años) con un grupo de estudiantes de primer y segundo grado acerca de la comprensión de la igualdad y el signo igual a partir de sentencias



numéricas, tales como:  $a + b = \_ + c$ ;  $a + b = c$ ;  $a = a$ , entre otras. Con base a los desempeños iniciales de los estudiantes, encontraron que los niños comprenden la igualdad como una señal para hacer algo, en lugar de una relación que expresa la idea que dos expresiones matemáticas tienen el mismo valor.

Si bien, dejan entrever que los estudiantes tienen una comprensión limitada de la igualdad, destacan que los estudiantes entienden cómo modelar una situación que involucre hacer que las cosas sean igual, pero les causa dificultad la relación de tal entendimiento con las representaciones simbólicas empleadas para el signo igual. Estos investigadores concluyen que se requiere un periodo de tiempo amplio para que los estudiantes puedan comprender las nociones apropiadas de la igualdad y del signo igual. Además, sugieren realizar actividades no tan comunes (con material concreto) para que los estudiantes tengan la oportunidad de aplicar y desarrollar su comprensión de tal forma que progresivamente puedan reconocer el signo igual como una relación entre dos números iguales.

En síntesis, las investigaciones documentadas en los párrafos precedentes dejan entrever, por un lado, una problemática generalizada frente a la poca comprensión que manifiestan los estudiantes de primaria, alrededor del signo igual, quizá porque en la enseñanza no se le da la importancia que merece (tal como lo revelan investigaciones que toman como unidad de análisis los libros de texto) o bien, porque la naturaleza de este objeto matemático (signo igual) es compleja de determinar en términos de la diversidad de significados y usos en diferentes contextos. La revisión de literatura también pone de manifiesto que gran parte de las investigaciones han centrado su atención en la comprensión que los estudiantes configuran alrededor del signo igual y

al menos, en lo que en este apartado se documenta, hay pocas investigaciones que se ocupan de examinar la manera en la cual los libros de texto escolares de matemáticas promocionan la construcción de este símbolo matemático, sus relaciones con otros conceptos y propiedades.

De este modo, se logra reconocer la necesidad de involucrarse con el análisis de libros de texto de matemáticas en los primeros niveles de educación básica primaria, particularmente el primer grado porque, aún desde ese nivel, los niños ya se están enfrentando a la resolución de situaciones en diversos contextos que implican uso y significados del signo igual.

## **1.2. Contextualización y planteamiento del problema**

En la actualidad, diversas investigaciones relacionadas con el estudio del álgebra en el ámbito escolar (Blanton et al., 2015), han constatado que los estudiantes de educación básica primaria pueden comprender y trabajar con ideas algebraicas desde sus primeros años. En particular, destacan las habilidades de los estudiantes para explorar, generalizar y simbolizar relaciones funcionales a partir de reconocer regularidades en situaciones aritméticas (aritmética generalizada) y desarrollar la comprensión relacional del signo igual (equivalencias y ecuaciones matemáticas) entre otros aspectos.

Desde la perspectiva de la *aritmética generalizada* se promueve el cambio a pensar sobre relaciones entre conjuntos de números y medidas, en lugar de relaciones entre números y medidas particulares (Molina y Castro, 2006). En concordancia con lo anterior Molina, Castro y Ambrose (2006) señalan que para llevar a cabo la enseñanza

del álgebra desde esta perspectiva es necesario promover el uso y desarrollo del *Pensamiento Relacional*<sup>1</sup> (en adelante PR) el cual, implica que los estudiantes no solo observen las relaciones existentes entre los objetos matemáticos, sino que además las consideren objeto de pensamiento para alcanzar un objetivo.

En la práctica, el uso del PR puede promoverse a través de situaciones de cálculo aritmético<sup>2</sup> o con situaciones que involucran la resolución de igualdades numéricas. Sin embargo, en el contexto de resolución de igualdades es importante analizar la comprensión del signo igual, tanto en los estudiantes de Educación Básica Primaria como en los estudiantes de Educación Básica Secundaria, puesto que es usual encontrar que en ambos niveles escolares existe una interpretación operacional del signo igual y una tendencia a proceder unidireccionalmente, de izquierda a derecha (Parodi, Ochoviet & Lezama 2017).

Otros estudios han indicado ciertas dificultades, tanto de estudiantes como de profesores, con respecto a la comprensión del signo igual, entre ellas sobresale el hecho de que una vez que ellos han adoptado un significado operacional del signo igual este se fija durante mucho tiempo y, en el caso de los estudiantes, suele ser difícil cambiarlo en el aprendizaje del álgebra. En relación con esto, la revisión de literatura permite constatar que la gran mayoría de los estudiantes manifiestan una interpretación

---

<sup>1</sup> Molina y Castro (2006) sostiene que “el pensamiento relacional es la actividad o acción intelectual de examinar y buscar relaciones entre objetos matemáticos, reflexionar y utilizar dichas relaciones con una intencionalidad, como puede ser resolver un problema, tomar una decisión o aprender más sobre la situación o los conceptos involucrados”.

<sup>2</sup> Las cuales implican el uso de estrategias flexibles no usuales o informales muy relacionadas con el cálculo mental.

operacional del signo igual, como el indicador del resultado de una operación, marginando el significado relacional.

Si bien, el significado relacional del signo igual es característico de formas algebraicas de pensar, es importante considerar el trabajo desde los primeros años con secuencias de enseñanza que aborden ambos significados (Kouropatov y Tirosh, 2011) razón por la cual, también es pertinente hacer una revisión y análisis detallado de qué tanto los libros de textos de matemáticas de educación básica primaria promocionan esta idea. Por un lado, los libros de texto desempeñan un papel principal en la enseñanza de las matemáticas al ser considerados por muchos docentes como un recurso didáctico o una herramienta que facilita y posibilita el desarrollo de la temática de clase de una manera más efectiva. Por otra parte, también es un recurso secundario, por parte de los estudiantes, como fuente de información para realizar actividades y tareas propuestas por el docente.

De esta manera, se evidencia la importancia que tiene el estudio de análisis de textos de matemáticas. En particular, la presente investigación pone el énfasis sobre las tareas relacionadas con el signo igual en un libro de texto de educación básica primaria<sup>3</sup>, reconociendo, tal como se ha documentado previamente, que los estudiantes durante sus primeros años de escolaridad adquieren una comprensión incompleta del signo igual relacionada con un significado operacional, como resultado de una operación aritmética (Ramírez, 2010).

---

<sup>3</sup> Se pretende analizar el libro de matemáticas del grado primero “Todos a Aprender” el cual es de acceso gratuito a gran escala

De hecho, poner de manifiesto que los libros de texto de matemáticas no están promoviendo una visión amplia del signo igual, podría crear conciencia en los docentes para que ellos le impriman mayor atención al estudio de este, pues tal como lo indica Burgell y Ochoviet (2015) es un hecho que los docentes no lo reconocen como un problema al asumir que los estudiantes tienen una comprensión adecuada.

En relación con los diferentes significados y contextos en los que suele presentarse el signo igual en los libros de texto, Molina, Castro y Ambrose (2006) destacan la importancia del contexto en el que es presentado el signo de igual para favorecer u obstaculizar la interpretación relacional de este. Ellos reportan que principalmente el signo aparece en un contexto «estándar» de «operaciones-igual-respuesta» (por ejemplo,

$3 + 4 = 7$ ); rara vez aparece en contextos «no estándar» con «operaciones a ambos lados» (por ejemplo,  $3 + 4 = 5 + 2$ ) y algunas veces aparece en otros contextos «no estándar» (por ejemplo,  $7 = 7$ ).

Estos hallazgos ponen de manifiesto la necesidad de introducir una visión más amplia de lo que significa el signo igual en el ámbito escolar. Si bien, desde la introducción del PR se puede ayudar a los estudiantes a comprender multitud de expresiones aritméticas y algebraicas promocionando a su vez la comprensión del signo igual es evidente que, tanto en las aulas de clase como en los libros de textos el trabajo relacionado con el signo igual no se aborda con el rigor necesario en contraste con lo que puede observarse al tratar con otros conceptos, tales como: los conjuntos numéricos y sus operaciones o las figuras bidimensionales y la congruencia. Además, puede

evidenciarse que en la mayoría de las veces en las que aparece el signo igual en los libros de texto, se reconoce un énfasis en *contextos aritméticos*, los cuales favorecen el significado operacional, obstaculizando el alcance de una comprensión completa de este (Ramírez, 2010). Así, puede inferirse que, en el análisis de libros de texto de matemáticas, al menos en educación básica primaria, hay poco trabajo con *contextos no aritméticos*<sup>4</sup>.

En este sentido, el interés de este proyecto se relaciona con la caracterización de tareas matemáticas que remiten a contextos y significados<sup>5</sup> asociados al signo igual presentes en los libros de texto de educación básica primaria. Se trata de analizar si el libro de texto “Todos a aprender” del grado primero favorece o no, el aprendizaje del signo igual desde una visión amplia. En particular, la pregunta que guía esta investigación es:

¿Cuáles son los contextos y significados relacionados con el signo igual que se encuentran presentes en las tareas del libro de texto de matemáticas del grado primero del programa “Todos a Aprender”?

---

<sup>4</sup> Al hablar sobre estos contextos, Ramírez (2010) hace referencia a la equivalencia de monedas, de medidas y comparación de cantidades.

<sup>5</sup> Los contextos y significados son categorías teóricas que se asumen desde la postura de Ramírez (2010) y Molina & Castro (2006) respectivamente.

### **1.3. Objetivos**

#### **Objetivo general**

Caracterizar los contextos y significados que presentan las tareas relacionadas con el signo igual en el libro de texto de matemáticas del grado primero del programa “Todos a Aprender”

#### **Objetivos específicos**

1. Establecer unas categorías de análisis para clasificar e interpretar las tareas seleccionadas, en términos de contextos y significados relativos al signo igual.
2. Describir las tareas, que guardan relación con el signo igual, presentes en el libro de texto de matemáticas del grado primero del programa “Todos a Aprender” a partir de las categorías de análisis diseñadas.
3. Determinar las potencialidades y limitaciones de la presentación del signo igual en el libro de texto del grado primero “Todos a Aprender”.

### **1.4. Justificación**

A partir de la realización de este proyecto se puede poner de relieve la importancia que tiene indagar alrededor de las características de los libros de texto de matemáticas que el Ministerio de Educación Nacional está proporcionando a las instituciones educativas, pues se reconoce que los libros de texto representan el recurso más empleado por los docentes para planear y gestionar sus clases. Si bien, no es el único insumo en los procesos de enseñanza es quizás el de mayor influencia a lo hora de decidir qué y cómo enseñar (Rodríguez Nieto et al., 2019). De hecho, con el tiempo el libro de texto se convierte en el principal controlador del currículo, mucho más a lo

que se refiere al área de matemáticas. En palabras de Salazar (2017), en los procesos de organización de la enseñanza de las matemáticas los libros de texto reciben la mayor atención al convertirse en materiales imprescindibles para que los docentes fundamenten y desarrollen sus actividades profesionales.

De manera particular, el libro de texto del grado primero “Todos a Aprender” requiere de un análisis amplio para evaluar su impacto al interior de los procesos de enseñanza y un aprendizaje de las matemáticas, pues hace parte del Programa Todos a Aprender (PTA) el cual se ocupa de mejorar los aprendizajes de los estudiantes de básica primaria en establecimientos educativos de todo el país que vienen mostrando un desempeño insuficiente en el área de matemáticas.

El PTA plantea la puesta en marcha de acciones pedagógicas encaminadas a fortalecer las prácticas en el aula, brindar referentes curriculares claros que indiquen los objetivos de aprendizaje, desarrollar herramientas apropiadas para la evaluación y trabajar en la selección y uso de materiales educativos para los maestros y estudiantes, los cuales deben estar acordes con los ambientes de aprendizajes (MEN, 2016).

Un aspecto fundamental que justica el hecho de analizar las tareas asociadas con el signo igual, tiene que ver con el hecho de que el signo igual tiene gran protagonismo a través de todo el ciclo escolar de la enseñanza de las matemáticas (incluso, puede decirse que es de naturaleza transdisciplinar al tener presencia en áreas afines a las matemáticas y las ciencias sociales) y pese a ello, usualmente no recibe la atención que amerita (Burgell & Ochoviet, 2015). En esta misma dirección, diferentes investigaciones (e.g., Molina & Castro, 2007) y Chica & Soto, 2015) señalan la



necesidad de realizar procesos de investigación relativos al signo igual, no solo por la poca comprensión que los estudiantes manifiestan sino también, porque las dificultades de su aprendizaje se constituyen en un obstáculo para el difícil “tránsito” de la aritmética al álgebra.

Los resultados derivados de la presente investigación pueden ser fundamentales en lo relativo a los procesos de cualificación de los docentes de matemáticas. Por un lado, se estaría aportando al conocimiento matemático de los docentes de educación básica primaria al posibilitar la ampliación de la comprensión de los conceptos y relaciones asociadas con el signo igual. Del mismo modo, y dado que gran parte de la comprensión sobre los conceptos matemáticos está regulada por las discusiones presentes en los libros de texto escolares, se estaría promocionando la necesidad de que los docentes hagan un análisis crítico (potencialidades y limitaciones) sobre el material y las actividades que proponen a sus estudiantes.

Desde un punto de vista curricular, conviene señalar que en las diversas directrices trazadas desde el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006 y DBA, 2016) se viene insistiendo en la promoción de formas algebraicas de pensar desde la escuela elemental. Por tal razón, se requieren investigaciones como la presente, que puedan servir de insumo para juzgar si el trabajo propuesto en los libros de textos de educación básica primaria, específicamente de primer grado, están reconociendo la importancia del trabajo con los significados y contextos de uso del signo igual, hacia el desarrollo de pensamiento algebraico temprano.

Las reflexiones previas exponen desde un punto de vista amplio la necesidad y pertinencia de la presente investigación, mucho más tratándose del análisis de un libro

de texto de reciente lanzamiento cuyas implicaciones al interior de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas tendrá que esperar algunos años para medir su eficacia.

Finalmente, se espera conceder al grupo docente en el área de matemáticas del grado mencionado, un análisis que les permita reflexionar sobre la importancia de promover una visión amplia del signo igual, sus contextos y significados, pues son ellos los principales protagonistas en los procesos de aprendizaje de sus estudiantes.

## **Capitulo II. Marco de referencia conceptual**

## 2.1. Aspectos históricos y matemáticos entorno al signo igual

Desde una perspectiva histórica, la primera vez que fue utilizado el signo igual (=) para afirmar la equivalencia de dos expresiones fue en la obra “The Whetstone of Witte” (La piedra de afilar el ingenio, 1557) del matemático inglés Robert Recorde. Antes de Recorde el signo igual no se representaba con las dos líneas paralelas que conocemos ahora. En los papiros más antiguos de Egipto aparecía la igualdad representada por el símbolo  $\equiv$  y Diofanto, alrededor de la mitad del siglo tercero antes de Cristo, representaba la relación de igualdad por  $\dot{\iota}$ . Más adelante, Pacioli en 1494 utilizaba el signo  $\text{æ}$  como diminutivo de la palabra ‘aequalis’ y algunos autores, como Kepler, Galileo, Pascal y Fermat, expresaban la igualdad con palabras como *aequales*, *aequantur*, *esgale*, *faciunt*, *ghelijck*, o *gleich*. También, un siglo antes que Recorde, parece que casualmente Regiomontano utilizó una raya horizontal (—) para representar la igualdad. Durante la segunda mitad del siglo XVI aparecieron otros símbolos para designar la igualdad (Ramírez, 2010).

En cuanto al significado de este símbolo matemático, Linchevski (1995) identifica dos tipologías; la primera enmarcada en un pensamiento aritmético y la segunda, propia de un pensamiento algebraico. Según este autor, en aritmética el signo igual indica un procedimiento de transformación y una señal unidireccional de izquierda a derecha. En cambio, en expresiones, tales como  $a + b = c + d$  y  $c + d = d + c$  el significado es diferente, porque en ambos miembros de la igualdad proporcionan la misma información y las sentencias deben ser consideradas de un modo algebraico.

Por otra parte, Molina y Castro, (2007) hacen referencia al signo igual como la representación de un concepto o idea matemática que se utiliza para indicar una relación de igualdad entre dos expresiones matemáticas que se escriben a ambos lados de dicho signo. Dicha relación de igualdad es una relación de equivalencia que satisface tres propiedades: reflexividad, simetría y transitividad (Infante y Hurtado, 2010).

Si  $\varepsilon$  es una relación de equivalencia en un conjunto A. Se satisface:

- Reflexividad: para todo  $a \in A$ ,  $(a, a) \in \varepsilon$ , es decir,  $a$  está relacionado con  $a$
- Simetría: para todo  $a, b \in A$ , si  $(a, b) \in \varepsilon$ , entonces  $(b, a) \in \varepsilon$ , lo que es igual a: si  $a \varepsilon b$  entonces  $b \varepsilon a$
- Transitividad: para todo  $a, b, c \in A$ , si  $(a, b) \in \varepsilon$  y  $(b, c) \in \varepsilon$ , entonces  $(a, c) \in \varepsilon$ , es decir, si  $a \varepsilon b$  y  $b \varepsilon c$ , entonces  $a \varepsilon c$ .

A continuación, se propone una situación con números naturales, que ilustra estas tres propiedades:

Sean  $m, n, r, s \in N$  y sea  $(n, m) \sim (r, s)$  mediante una relación de equivalencia, entonces:

$$(n, m) \sim (r, s) \leftrightarrow n + s = r + m \text{ (por definición)}$$

**Propiedad reflexiva:**  $(n, m) \sim (n, m) \leftrightarrow n + m = m + n$

**Propiedad simétrica:**

$$(n, m) \sim (r, s) \rightarrow (r, s) \sim (n, m) \text{ así } n + s = m + r, \text{ entonces } r + m = s + n$$

**Propiedad transitiva:**

$$(m, n) \sim (r, s) \wedge (r, s) \sim (o, p) \rightarrow (m, n) \sim (o, p) \text{ donde } o \text{ y } p \in N$$

$$\text{sea } m + s = n + r \text{ y } r + p = s + o, \text{ entonces } m + p = n + o$$

La perspectiva matemática es fundamental para comprender, fuera del ámbito escolar, cómo se concibe el símbolo matemático de interés y sus conceptos asociados. Si bien, en este apartado no se construye una red conceptual relativa al concepto del signo igual si es posible apreciar la visión compleja y abstracta de este símbolo. Desde esta perspectiva se puede reconocer la filiación entre el signo igual y la teoría de conjuntos; particularmente, una aplicación de las relaciones de equivalencia. Así, el signo igual puede ser empleado para representar la equivalencia entre los elementos de dos conjuntos.

## **2.2. El signo igual desde el marco curricular colombiano**

A continuación, se presentan algunos aspectos curriculares en torno al signo igual en la educación básica primaria tomando como referencia las principales directrices del Ministerio de Educación Nacional, tanto los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998); los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) y los Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2016) en el área de matemáticas.

Desde los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) para el área de matemáticas se propone organizar el currículo a partir de tres grandes aspectos: 1) procesos generales de pensamiento, 2) contexto y 3) conocimientos básicos. El primero tiene que ver con el aprendizaje, tales como el razonamiento; la resolución y planteamiento de problemas; la comunicación; la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. El segundo se refiere a los diferentes ambientes que rodean al estudiante y que imprimen sentido a las matemáticas que aprende, tanto los que son propios de las matemáticas como los de la vida diaria y de otras ciencias.

Finalmente, los conocimientos básicos se relacionan con los cinco procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y con sistemas propios de las matemáticas, a saber: el pensamiento numérico y los sistemas numéricos, el pensamiento espacial y los sistemas geométricos, el pensamiento métrico y los sistemas de medidas, el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos y el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos.

De manera particular, en esta investigación interesa señalar las formas de pensamiento matemático que se relacionan con el signo igual. En este sentido, se destaca a) el pensamiento numérico, el cual se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones; y b) el pensamiento variacional como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en formas semejantes a los patrones de covariación de cantidades de las mismas o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad.

En los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) para el área de matemáticas se habla del aprendizaje por competencias como un aprendizaje significativo y comprensivo. Además, se reconoce que las competencias en matemáticas no se conciben de manera dicotómica (se tiene o no se tienen) sino que se desarrollan gradualmente, con el fin de ir superando los niveles de complejidad creciente en el desarrollo de las competencias matemáticas a lo largo del proceso educativo. Para los intereses de este trabajo conviene señalar los estándares del

pensamiento numérico y variacional de los grados primero a tercero que se relacionan directamente con el signo igual.

### **Pensamiento numérico**

- Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición y de transformación.

### **Pensamiento variacional**

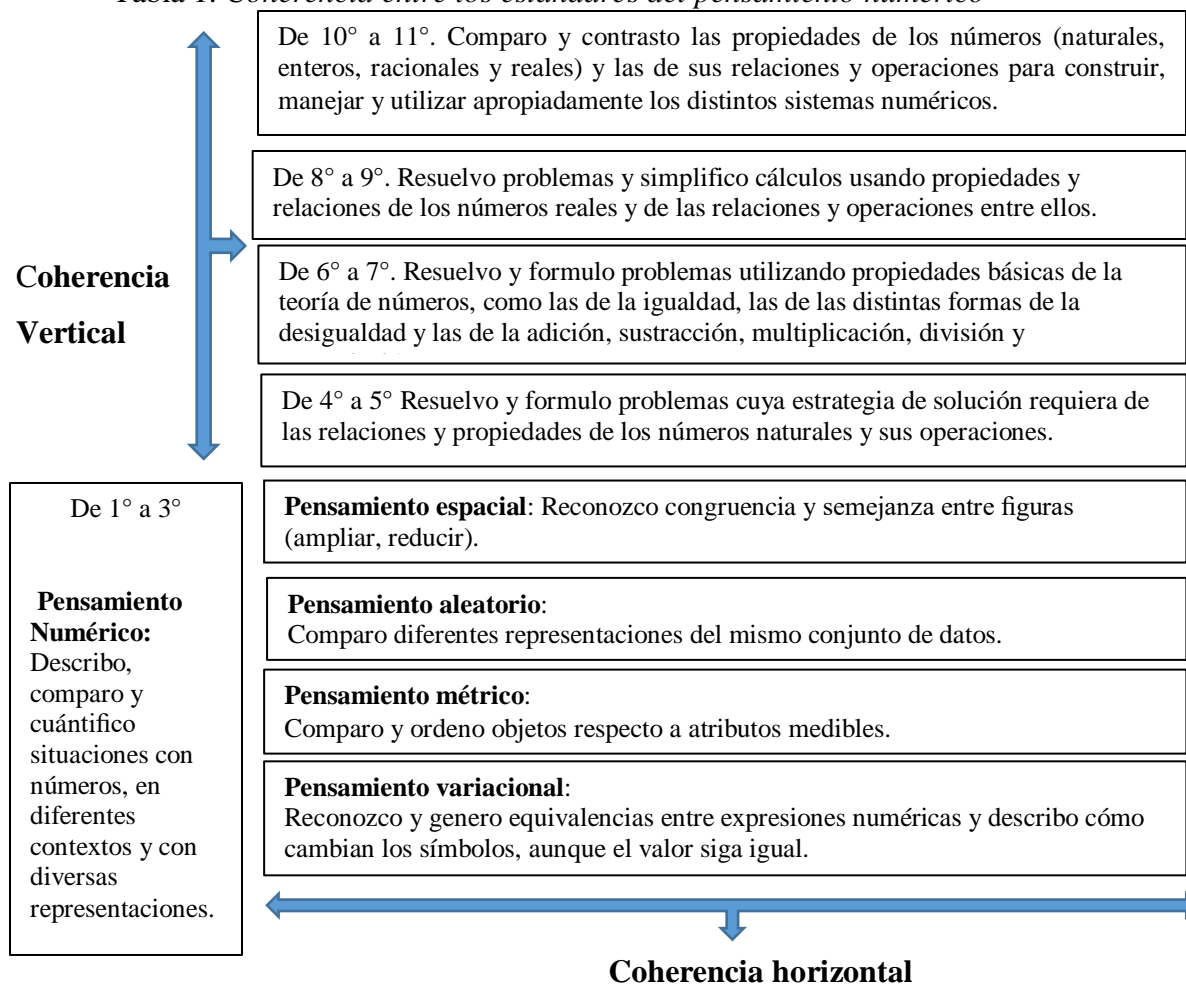
- Reconozco y genero equivalencias entre expresiones numéricas y describo cómo cambian los símbolos, aunque el valor siga igual.

La conexión de estos estándares con el símbolo matemático de interés se evidencia al pretender que los estudiantes comprendan algunos significados del signo igual en contextos numéricos y no numéricos. Además, desde el estándar enmarcado en el pensamiento variacional se destaca el significado del signo igual como una relación de equivalencia entre expresiones numéricas.

La complejidad conceptual y la gradualidad del aprendizaje de las matemáticas a las que ya se hizo mención exigen en los estándares una alta coherencia tanto vertical como horizontal. La primera está dada por la relación de un estándar con los demás estándares del mismo pensamiento en los otros conjuntos de grados. La segunda establece la relación que tiene un estándar determinado con los estándares de los demás pensamientos dentro del mismo conjunto de grados. A continuación, se presentan dos tablas que ilustran la coherencia vertical y horizontal entre los estándares relativos a la investigación en curso.



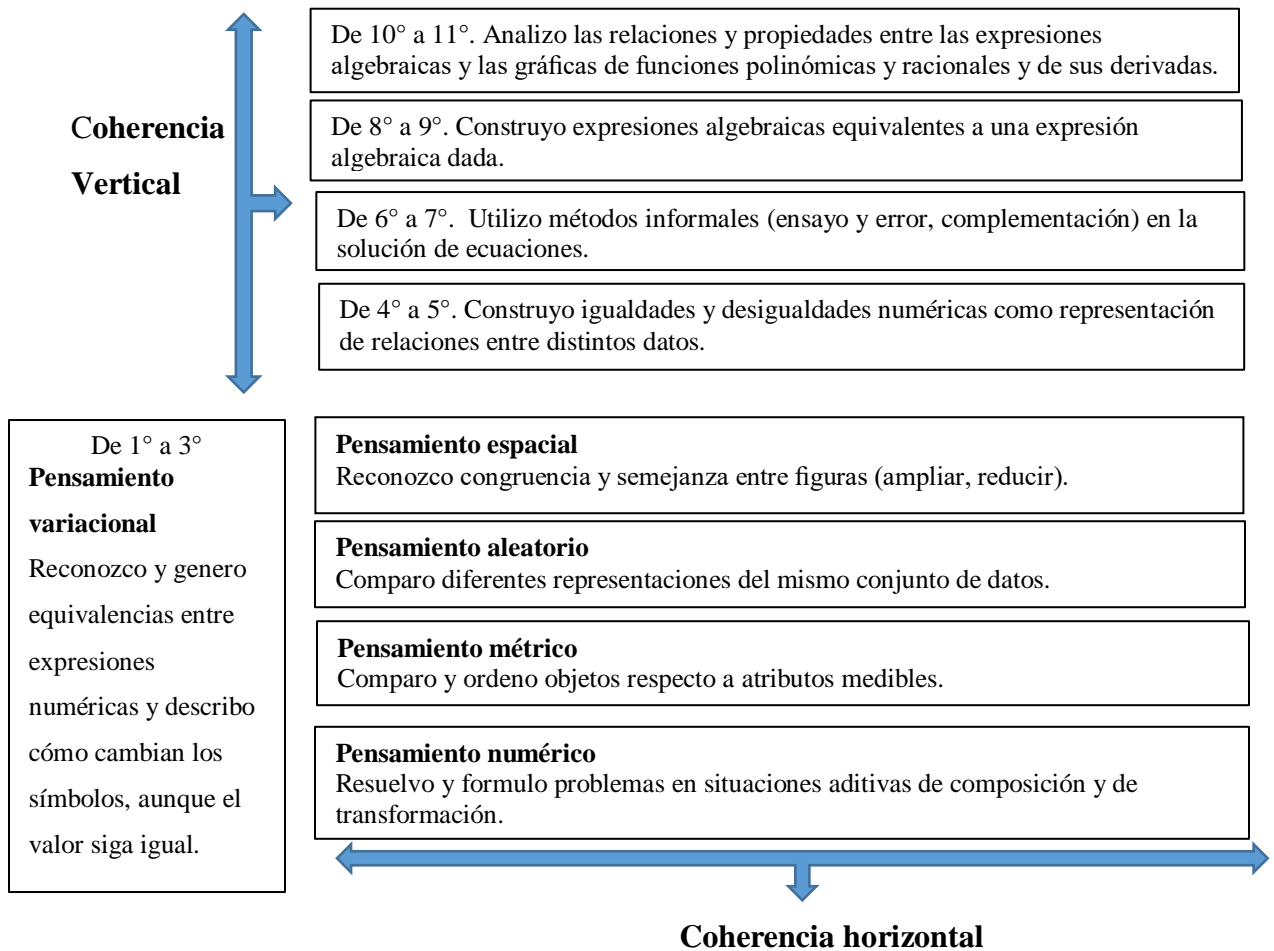
Tabla 1. *Coherencia entre los estándares del pensamiento numérico*



El estándar de referencia del pensamiento numérico (1°-3°) se puede poner en correspondencia con otros estándares del mismo nivel (coherencia horizontal). Esto se evidencia, porque en la resolución y formulación de situaciones con números, especialmente en los primeros niveles, es necesario involucrar contextos métricos que involucran tareas de comparación entre unidades de medida. Así mismo, es clara la coherencia con el pensamiento variacional porque los estudiantes se enfrentan a problemas que se asocian con ecuaciones, desde un punto de vista estructural, aunque no se trabaje directamente con el lenguaje formal sino con representaciones numéricas

o pictóricas, tales como: si  $\heartsuit = 2$  entonces ¿el resultado de  $\heartsuit + \heartsuit$  es? En cuanto a la coherencia con el pensamiento aleatorio, más que el trabajo con datos estadísticos se destaca la comparación de cantidades como un proceso donde se hace evidente las relaciones de orden: a) igual a, b) mayor que y c) menor que. Finalmente, se reconoce que en el proceso de ampliar o reducir figuras, intervienen relaciones numéricas tales como el doble, la mitad, la tercera parte, entre otros que vinculan implícitamente el trabajo con el signo igual.

Tabla 2. *Coherencia entre los estándares del pensamiento variacional*



La coherencia vertical se hace evidente porque si bien, el contenido matemático es el mismo: resolución de ecuaciones, aquello que varía de un conjunto de grados a otro, es la complejidad de los problemas, en cuanto al uso de los números, relaciones y propiedades; así como las diversas representaciones, abordando progresivamente el trabajo con ecuaciones lineales, cuadráticas y finalmente, las funciones.

Al igual que los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias para el área de matemáticas, los Derechos Básicos de Aprendizaje DBA (2016) entendidos como el conjunto de aprendizajes estructurados para cada uno de los grados (transición hasta once), constituyen una directriz fundamental para orientar el trabajo curricular en el aula. Si bien, los DBA por sí solos no constituyen una propuesta curricular, se considera que estos pueden movilizarse de un grado a otro, en función de los procesos de aprendizaje de los estudiantes (flexibilidad curricular).

En términos generales, los DBA están estructurados por tres componentes, a saber: 1) el enunciado, que hace referencia al aprendizaje estructurante para el área; 2) las evidencias, que expresan indicios claves que muestran a los maestros si se está alcanzando el aprendizaje expresado en el enunciado y, 3) el ejemplo, que ilustra cómo se puede desarrollar el enunciado.

A continuación, se ilustran dichos componentes, tomando como referencia uno de los DBA (2016) del grado primero que se relaciona explícitamente con el signo igual.

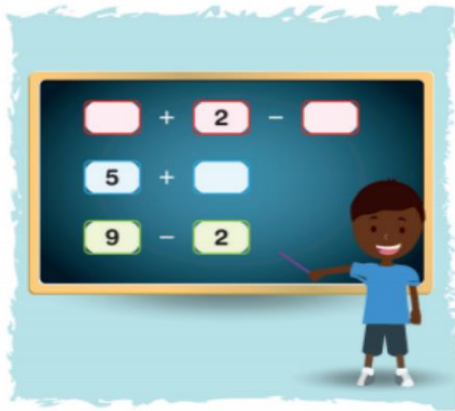
**Enunciado:** Reconoce el signo igual como una equivalencia entre expresiones con sumas y restas.

### Evidencias de aprendizaje:

- Propone números que satisfacen una igualdad con sumas y restas.
- Describe las características de los números que deben ubicarse en una ecuación de tal manera que satisfaga la igualdad.
- Argumenta sobre el uso de la propiedad transitiva en un conjunto de igualdades.

**Ejemplo<sup>6</sup>:** *Llena los espacios vacíos para que el resultado de la cadena azul y la cadena verde sean iguales. Indaga otras posibles soluciones.*

Imagen 1. Ejemplo del BDA para grado primero



*Llena los espacios vacíos para que el resultado de la cadena roja sea mayor que el resultado de la cadena azul e indaga si hay otras soluciones.*

Este ejemplo pone de manifiesto que, desde el grado primero, se considera importante ayudar a los estudiantes a desarrollar un significado amplio del signo igual (como una relación de equivalencia) en lugar del tratamiento usual ligado a la respuesta de una operación. Además, se reconoce que tal significado está enmarcado en un contexto eminentemente numérico, donde se ponen en juego ciertas propiedades de la

---

<sup>6</sup> Ejemplo de un DBA para el grado primero tomado de DBA, 2006, p. 170.

igualdad como la propiedad transitividad, así como relaciones de orden entre las cadenas de ecuaciones dadas. Puntualmente, los estudiantes deben explorar los posibles resultados llenando los espacios vacíos de la imagen, guardando especial atención a las relaciones dadas entre las cadenas azul, roja y verde.

En síntesis, los Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas (MEN, 1998) permiten reconocer los conocimientos básicos para la educación primaria, en términos de los pensamientos y sus sistemas asociados, destacándose el pensamiento numérico y el pensamiento variacional por su relación directa con el signo igual, dado que los contextos aritméticos y algebraicos son los más recurrentes para abordar este objeto matemático. Desde los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) se pone de manifiesto las competencias básicas relativas al signo igual tanto en el pensamiento numérico como en el variacional, destacando la coherencia con estándares del mismo nivel, pero de otros pensamientos, así como la coherencia vertical con estándares de otros niveles. Finalmente, los DBA (2016) presentan un aprendizaje estructurante relacionado con el signo igual que pone énfasis en la relación de equivalencia, lo cual en conjunto permite sentar bases importantes que pueden servir de insumo para analizar el libro de texto de interés, especialmente lo relacionado con los contextos y significados del signo igual.

### **2.3. Consideraciones didácticas sobre el signo igual**

Se toman las clasificaciones sobre los distintos significados del signo igual propuestos por Molina & Castro (2006). Adicionalmente, se consideran los distintos contextos en los que se utiliza el signo igual de acuerdo con las categorías de Ramírez

(2010). Molina & Castro (2006) detallan nueve significados. A continuación, se presentan los significados con los ejemplos que proponen los autores:

1. Propuesta de actividad. Este es el significado que posee este símbolo en expresiones incompletas que contiene una cadena de número y/o símbolos, encadenados con símbolos operacionales, seguida a su derecha del signo igual (ej.,  $16 \div 3 = x(x + 1) - 3x(x + 5) =$  ). Este tipo de expresiones se utiliza en actividades de cálculo de operaciones o simplificación de expresiones, para proponer al alumno una actividad a realizar que no necesariamente ha abordado en el formato de una igualdad.
2. Operador. Significado del signo igual en igualdades o sentencias de acción, unidireccionales, compuestas por una cadena de operaciones, dispuesta a su izquierda y su resultado dispuesto a su derecha (ej.,  $4 \times 5 = 20$  ;  $x(x - 21) + 3^2 = 4^2 - 2x$  ) En estos casos el signo igual indica la respuesta a un cálculo o simplificación; es interpretado con un operador.

En ocasiones el signo igual es utilizado por los estudiantes como el resultado para encadenar diferentes operaciones en el cálculo de una cadena de operaciones (ej.,  $12 + 3 = 15 + 21 = 36 - 9 = 25$  ), dando lugar a expresiones matemáticamente incorrectas. En este uso del signo igual, la sentencia no está siendo considerada como una totalidad sino como una secuencia unidireccional de izquierda a derecha.

3. Separador. Significado del signo igual otorgado por los estudiantes al hacer uso de este símbolo en contexto algebraico como separador de dos pasos realizados en la resolución de una actividad

(ej.,  $\sqrt{x^2 + 1} = \sqrt{x} = x^2 - x + 1 = 0$  ;  $f(x) = x^2 = f^2(x) = x^4$ . En este sentido el signo igual relaciona expresiones algebraicas que el contexto considerado puede no tener relación alguna, siendo pasos sucesivos en la resolución de la actividad en cuestión.

4. Expresión de una acción. Significado del signo en igualdades o sentencias de acción, como un símbolo operador o separador de una cadena de operaciones y su resultado, aceptando que ambos se dispongan indistintamente a uno u otro lado del símbolo (ej.,  $2x = x(x - 2) - x^2 + 4x$  ;  $x(x - 2) - x^2 + 4x = 2x$  ;  $24 = 12 + 12$  ;  $12 + 12 = 24$  . Este significado bidireccional extiende el significado de operador anteriormente descrito. Implica una interpretación operacional del signo igual y la interpretación de la sentencia numérica como la expresión de una acción (de ahí su nombre).
5. Expresión de una equivalencia condicionar (ecuación). Este significado del signo igual lo encontramos en el contexto del álgebra en situaciones en que la equivalencia expresada por medio del signo igual solo es cierta para algún o algunos valores de la variable o variables, pudiendo no existir ninguno (ej.,  $x^2 + 4x = 5x - 6$ ) Por tanto, estamos imponiendo que la ecuación tenga un conjunto finito de soluciones, pudiendo ser el conjunto vacío.

6. Expresión de una equivalencia. El siguiente significado del signo igual se refiere al uso de este signo para relacionar dos representaciones diferentes de un mismo objeto matemático, este significado se particulariza en cuatro acepciones diferentes:

6.1 Equivalencia numérica. Mismidad de un valor numérico de las expresiones aritméticas de ambos miembros de la igualdad (ej.  $4 + 5 = 3 + 6$ ;  $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$ ). En este caso el signo igual se utiliza para conectar dos representaciones de un mismo número. Este significado es denominado, en ocasiones, *significado relacional* de signo igual, en contra posición al “significado operacional”, como para algunos autores denominan al significado operador.

Con significado el signo igual puede ser utilizado en diferentes situaciones por ejemplo, para expresar la descomposición de una expresión aritmética (ej.,  $3 \times 4 = 4 + 4 + 4$ ).

6.2 Equivalencia simbólica (identidad simbólica) mismidad en un valor numérico de las expresiones algebraicas a ambos lados del signo igual para cualquier valor que tomen la variable o variables uso de signo igual en expresiones algebraicas tautologías (ej.  $x^2 + 2x = x(x + 2)$ ).

De forma similar al caso anterior, el signo igual puede ser utilizado en diferentes contextos, por ejemplo para expresar la descomposición de una expresión algebraica (ej.,  $\frac{2}{x^2-1} = \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x+1}$ ), Para indicar la equivalencia de pasos sucesivos en la simplificación de una expresión algebraica



(ej.,  $(3(x - 5)(x + 5) - 3x^2 = 3(x^2 - 25) - 3x^2)$  o para expresar una propiedad aritmética de forma simbólica (ej.,  $(a + b = b + a$ , siendo  $a$  y  $b$  cualesquiera números naturales).

6.3 Identidad estricta. Significado restringido a expresiones donde los dos miembros representan el mismo objeto matemático, usando el mismo representante. Se, por tanto, igualdades de la forma  $a=a$ , siendo “a” una expresión aritmética o simbólica (ej.  $3 = 3, x + 5 = x + 5$ . Este significa engloba algunos casos de equivalencia numérica o simbólica, sin embargo, los distinguimos por su especial naturaleza.

7. Equivalencia por definición o por notación. Equivalencia de dos expresiones aritméticas o algebraicas por definición o por equivalencia de significado de notación utilizada (ej.,  $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$  considerando  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{6}{8}$  como representaciones de una misma fracción,  $\frac{7}{5} = 7:5$  siendo  $\frac{7}{5}$  interpretado como cociente,  $100cm = 1m$ ,  $\frac{a}{b} = ab^{-1}$ )

8. Definición de un objeto matemático. En este caso el signo igual se utiliza para definir o asignar un nombre a una función u otro objeto matemático. En algunos contextos se utiliza el signo  $\equiv$  en vez del signo igual, así ocurre cuando se considera la ecuación o ecuaciones de una recta o plano (ej.,  $a^0 = 1$  siendo  $a$  cualquier número natural,  $f(x) = 2x + 3$ ).

9. Expresiones de una relación funcional o dependencia. Este significado del signo igual se refiere al uso del signo igual para indicar cierta relación de dependencia

entre variable o parámetro (ej.,  $y = 3x + 2$ ,  $A = \pi r^2$ ). Este significado del signo igual en fórmula de área de figuras geométricas.

10. Indicador de cierta conexión o correspondencia. Este significado impreciso del signo igual se refiere a su uso entre objeto no matemáticos o de distinta naturaleza, como por ejemplo entre imágenes y figuras y números, o entre expresiones matemáticas y expresiones no matemáticas (ej.,  $\heartsuit\heartsuit\heartsuit = 3$ ,  $Pedro = 12$  años).

11. Aproximación. Este significado corresponde a las que el símbolo relaciona una expresión aritmética y una aproximación de su valor numérico  $\frac{1}{3} = 0.33$ . En estos casos el signo igual puede ser reemplazado por el símbolo  $\simeq$

Por su parte, Ramírez (2010) define distintos contextos en los cuales se presenta el signo igual en los libros de texto de matemáticas de educación básica primaria. Inicialmente, divide los contextos en dos: a) *el contexto aritmético* y b) *el contexto no aritmético*. El primero enmarcado en situaciones eminentemente aritméticas en el que el signo igual se interpreta en un sentido operacional. El segundo asociado con contextos del álgebra, la geometría, entre otros, los cuales contribuyen a un significado de equivalencia numérica del signo igual. Desde estas consideraciones propone una clasificación de los posibles contextos en que se manifiesta el signo igual en los libros de matemáticas de educación básica primaria. A continuación, se presentan las categorías de análisis propuestas por Ramírez (2010).

### **1) Contextos aritméticos**

1a) Contexto aritmético canónico

Operación igual resultado: encuadraremos aquí sentencias del tipo  $a + b = c$  pudiendo ser la incógnita cualquiera de las cantidades ( $a, b$  o  $c$ ), y la operación suma, resta, multiplicación, incluso división ya que al final de segundo curso de primaria hay editoriales que la introducen.

#### 1b) Contextos aritméticos no canónicos

1.1b) Operaciones en ambos lados del signo igual: en este caso, se incluyen sentencias con la misma operación en ambos lados del signo igual ( $a + b = c + d$ ), o con diferente operación en ambos lados del signo igual ( $a \times b = a + a + a$  ( $b$  veces)). En segundo de Primaria se estudian las tablas de multiplicar que en su definición se introducen como una suma reiterada ( $2 + 2 + 2 = 3 \times 2$ ). Y los recogeremos en este ítem.

1.2b) Resultado igual operación: ( $a = b + c$ ), pudiendo ser la incógnita cualquiera de las cantidades ( $a, b$  o  $c$ ) y la operación suma, resta, multiplicación y división.

#### 2) Contextos no aritméticos

2a) Comparación de cantidades: tales como:  $a = a$ .

2b) Contextos de medida: por ejemplo:  $1 \text{ metro} = 10 \text{ decímetros}$

2c) Contextos de equivalencia de monedas: por ejemplo:  $1 \text{ euro} = 100 \text{ céntimos}$ .

2d) Sistema numérico decimal: tal como:  $400 \text{ unidades} = 4 \text{ centenas}$ .

2e) Otros contextos no aritméticos: Así como:  $a = 1$ .

Los aspectos didácticos presentados en este apartado representan un insumo fundamental para la configuración de las categorías de análisis que permitan hacer una interpretación de las tareas, relativas al signo igual, identificadas en el libro de texto del estudiante. La idea central se podrá sustentar en la articulación entre los diferentes significados y al menos dos contextos: el aritmético y el no aritmético, teniendo en cuenta que el análisis recaerá sobre un libro de grado primero de educación primaria.

### **Capitulo III. Metodología de la investigación**

### **3.1. Diseño de la investigación**

El objetivo general de la presente investigación es caracterizar los contextos y significados que presentan las tareas relacionadas con el signo igual en el libro de texto de matemáticas del grado primero del programa “Todos a Aprender”. En concordancia con ello, en este apartado se define la perspectiva de investigación más apropiada, así como las fases metodológicas que fueron consideradas para dar desarrollo a los objetivos específicos.

#### **3.1.1. Perspectiva de investigación**

Esta investigación se enmarca en el enfoque *cualitativo descriptivo* el cual está orientado hacia la comprensión e interpretación profunda de situaciones o fenómenos sociales y educativos en su contexto natural, con el propósito de darles sentido o interpretarlos en función de los significados que las personas le dan (Hernández, Fernández y Baptista, 2014). En particular, el carácter descriptivo se debe a que se analizan y describen las características de un conjunto de tareas presentadas en el libro de texto de grado primero del programa “Todos a Aprender”.

#### **3.1.2. Fases metodológicas de la investigación**

Esta investigación se desarrolla en las siguientes 4 fases:

##### **Fase 1. Revisión documental**

Esta fase está constituida por dos momentos. Inicialmente, se hizo una selección y revisión de literatura enmarcada en las problemáticas del signo igual y reconociendo

desde ahí un interés particular sobre el análisis de los libros de textos escolares y la manera en la que estos presentan el signo igual en la educación básica primaria.

El segundo momento, se caracterizó por la fundamentación de la problemática, desde tres perspectivas: lo histórico-matemático, lo curricular y lo didáctico. Lo primero para ampliar el margen de comprensión de la naturaleza del objeto matemático de interés; lo curricular para reconocer la manera en la cual el Ministerio de Educación Nacional viene sugiriendo un trabajo escolar sobre el signo igual y finalmente, lo didáctico porque se requería un lente teórico para examinar la problemática y su posible tratamiento.

## **Fase 2. Caracterización del libro de texto**

Consiste en la revisión y caracterización del libro escolar de matemáticas “Todos a Aprender” del grado primero. Dicha caracterización se basa en ciertos indicadores de calidad relativos a la forma, estructura y contenido. En cuanto a la forma es pertinente tener en cuenta, elementos como: presentación del texto (e.g., año de publicación, uso académico, grado de escolaridad, tipo de texto) y aspectos físicos (tipo y tamaño de letra, espacio, márgenes, numeración de las páginas, tipo de encuadernación, tipo de cubierta, tipo de papel, partes de libro, portada títulos y subtítulos). En cuanto a la estructura, la propuesta para abordar los contenidos o ejes temáticos y finalmente, hacer una descripción detallada del contenido (e.g., tipos de tareas que propone) y su relación con las directrices curriculares nacionales concernientes al signo igual, lo que lleva a la selección de aquellas tareas conectadas con el objeto matemático de interés.

### **Fase 3. Perspectiva del análisis de contenido**

En esta fase se considera el análisis de contenido desde la perspectiva de Bernete (2013) y su concreción a partir de la configuración de unas categorías de análisis deducidas a partir de la ampliación del marco de referencia conceptual, especialmente de los aportes de Molina & Castro (2006) y Ramírez (2010) quienes abordan con detalle los contextos y significados relativos al signo igual. Adicionalmente, la propuesta de Bernete orienta el trabajo de recogida de datos y su transcripción en las fichas de registro.

### **Fase 4. Resultados y conclusiones**

En esta fase se pretende recoger los aspectos más representativos de la investigación, destacando la manera en la cual el análisis de contenido puede ser utilizado para determinar aspectos favorables y de mejora en la presentación del signo igual en el libro de texto estudiado. Finalmente, se establecerán algunas conclusiones relacionadas con el alcance de los objetivos específicos, así como la respuesta derivada del estudio hacia la pregunta de investigación.

### **3.2. Caracterización del libro de texto**

Este apartado se refiere a la fase 2 de la propuesta metodológica y buscar precisar las características del libro de texto de grado primero del programa “Todos a Aprender” como una primera aproximación al posterior análisis. En concreto, se hace una descripción alrededor de los aspectos de forma, estructura y contenido asociados con dicho libro.



### **3.2.1. Presentación, estructura y forma del libro de texto**

El libro “Todos a Aprender” del Programa de Transformación de la Calidad Educativa (PTA, 2019) tiene como propósito mejorar los aprendizajes de los estudiantes de educación básica primaria (desde transición hasta quinto) en lenguaje y matemáticas, de establecimientos educativos públicos a nivel nacional. Este programa tiene una colección de libros de textos conformados por guías de enseñanza para el docente y cuadernillos para los estudiantes.

En el caso del libro de grado primero se puede diferenciar: a) una guía docente y b) dos cuadernillos para el estudiante. Estos últimos, permiten determinar las unidades objeto de análisis y, por lo tanto, la caracterización aquí presentada responde únicamente a dichos cuadernillos (libro del estudiante). Si bien, la guía docente no es objeto de discusión, es importante señalar que servirá de insumo para identificar y comprender las intenciones didácticas de las tareas objeto de análisis, dado que allí se presentan sugerencias metodológicas para el trabajo con los estudiantes.

El libro del estudiante se estructura a partir de situaciones problemas de 4 tipologías: comprensión, exploración, resolución y manipulación. Además, cada una de las situaciones está conformada por diversos centros que a) describen la tarea, b) presentan los ejercicios para desarrollar el tema y c) presentan los materiales de uso.

En la imagen 2 se ilustra la portada de ambos cuadernillos y en la Tabla 3 se destacan los aspectos físicos.

Imagen 2. Portadas de los dos cuadernillos para el estudiante



Tabla 3. Aspectos físicos representativos del libro del estudiante

Tipo y tamaño de letra	Arial
Espacio	1cm
Márgenes	4cm,1.5cm,1.5cm, 2cm
Numeración de las paginas	Inferior centrado
Tipo de encuadernación	Pegada
Tipo de cubierta y papel	Cartulina y bond
Partes del libro	En la portada se presentan datos, tales como: el equipo de edición, los editores, impresión, miembros del Ministerio de Educación Nacional, entre otros. En la contraportada se presenta una breve explicación del proyecto “Vamos a aprender”. Por último, la descripción de los contenidos o unidades del libro.
Títulos y subtítulos	Los títulos en minúscula, color morado y tamaño de la letra de 18 cm. Los subtítulos de color azul y tamaño promedio de 14 cm.

### **3.2.2. Descripción de las tareas presentes en libro del estudiante**

El libro del estudiante “Todos a Aprender” presenta un vocabulario adecuado para la edad de los niños al que se dirige, evidenciado al exhibir un lenguaje conocido (que no introduce términos ambiguos) en la redacción de las tareas. Los párrafos no están saturados de información porque se considera suficiente para comprender las unidades y desarrollar los temas de manera progresiva. Además, el libro del estudiante presenta diversas representaciones gráficas, simbólicas y animadas contextualizadas que pone a disposición de los niños la conexión que tienen las matemáticas con las situaciones a las que se enfrenta diariamente (como se hace evidente en las fichas de registros). También cuenta con tareas que requieren el uso de materiales manipulativos que implica que los estudiantes corten, peguen, armen y pinten, ayudando a tener una mejor comprensión de los procedimientos matemáticos, generando así, un mayor éxito en la resolución de problemas matemáticos.

### **3.2.3. Organización del contenido del libro del estudiante**

El libro del estudiante consta de dos cuadernillos, los cuales permiten organizar cinco grandes situaciones problema. El cuadernillo I incluye las situaciones 1-2-3 denominadas 1) insectos, 2) la merienda del monstruo comeletras y 3) la piñata de números; mientras que el cuadernillo II incluye las situaciones 4-5 nombradas 4) los superhéroes y 5) los peludos en la cordillera de los Andes.

Cada situación se configura a través de cuatro centros (tareas) que incluyen cuatro etapas: a) introducción al centro de aprendizaje, b) lo que estoy aprendiendo, c) ejercitación y d) situación de aplicación.

En la introducción al centro se presenta una breve descripción de las actividades que los estudiantes deben de hacer, los objetivos de la actividad y el tipo de material manipulativo que se necesita para el desarrollo de cada actividad. La etapa denominada “lo que estoy aprendiendo” se refiere a los primeros registros escritos que dan cuenta de lo aprendido por parte de los estudiantes, mediante ejercicios y preguntas básicas. La etapa de ejercitación revela las actividades de práctica que permiten al estudiante autoevaluar los conocimientos adquiridos. De esta manera se presentan tres tipos de ejercicios: 1) ejercicios contextualizados que solicitan a los estudiantes justificar sus razonamientos, 2) ejercicios abiertos que admiten múltiples respuestas y 3) ejercicios numéricos, relacionados con la adición y sustracción. Finalmente, la última etapa, situación de aplicación, se conforma por una serie de preguntas que deben ser resueltas utilizando conceptos y procedimientos aprendidos en el centro, con el fin de evaluar los aprendizajes alcanzados por parte de los estudiantes.

### **3.3. Perspectiva del análisis de contenido**

Este apartado se refiere a la fase 3 de la propuesta metodológica y se concreta en los principales aportes dados Bernete (2013) en lo relativo al análisis de contenido; específicamente en sus dos primeros momentos: 1) Trabajo previo a la obtención de los datos y 2) extracción de los datos. Así, se definen las categorías de análisis como producto de una reflexión amplia sobre el marco de referencia conceptual y se explicita el proceso de recogida de datos y su transcripción en fichas de registro, que sirven para convertir cada unidad de registro en información codificada.

### 3.3.1. Análisis del contenido

Si bien, la propuesta de Bernete (2013) consta de tres momentos: 1) Trabajo previo a la obtención de los datos, 2) Extracción de los datos, y 3) Explotación de los datos, en este apartado solo se consideran los dos primeros dado que el momento 3 remite a lo abordado en el capítulo 4 de la presente investigación, por tratarse del análisis de las fichas de registro. A continuación, se describen los momentos 1 y 2 desde la perspectiva de interés del análisis de contenido.

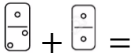

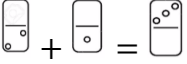

1. El *trabajo previo a la obtención de los datos* consiste en: a) delimitar el problema de investigación y los objetivos con sus correspondientes definiciones de términos, b) elección del libro de texto, c) organización de los datos en un sistema de categorías y d) planificación del modelo de análisis. De manera particular, los ítems a) y b) se hacen ostensibles en los apartados previos de la presente investigación, mientras que los ítems c) y d) hacen parte de lo propuesto en este tercer capítulo, destacando en lo que sigue la construcción de las categorías de análisis para clasificar e interpretar las tareas seleccionadas (fichas de registro), en términos de contextos y significados relativos al signo igual.

2. La *extracción de los datos* consiste en la transcripción de los datos encontrados en el material que se analiza a los documentos intermedios “protocolo de análisis” o “fichas de registro”. Cada una de las fichas debe recoger todos los datos pertinentes que puedan obtenerse de la unidad de análisis, es decir, del libro del estudiante.

### 3.3.2. Categorías de análisis

Teniendo en cuenta las investigaciones presentadas en el marco conceptual y los trabajos relativos al análisis de libros de texto, se elaboran las categorías de análisis, clasificando los distintos contextos (aritmético y no aritmético) en el que se utiliza el signo igual desde la propuesta de Ramírez (2010) y los distintos significados del signo igual propuestos por Molina (2006).

Tabla 4. *Significados del signo igual en el contexto aritmético y no aritmético*

Significados del signo igual	Contextos	
	Contexto aritmético (CA)	Contexto no aritmético (CNA)
S1. Propuesta de actividad	$2 + 3 = \square$	
S2. Operador	$12 + 8 = 20$ $12 + \square = 20$ $\square + 8 = 20$	
S3. Expresión de una acción	$6 = 4 + 2$ $4 + 2 = 6$	 
S4. Expresión de una equivalencia	S4a. Equivalencia numérica	$4 + 5 = 3 + 6$
	S4b. Identidad estricta	$3 = 3$

Es importante aclarar que de los 11 significados propuestos por Molina (2006) únicamente se consideraron los 5 citados previamente, debido a que los restantes remiten a contextos algebraicos que no tienen lugar en el nivel de escolaridad objeto de estudio. De esta manera, se excluyeron los siguientes significados: a) separador, b) expresión de una equivalencia condicional (ecuación), c) definición de un objeto matemático, d) expresión de una relación funcional o de dependencia, e) aproximación y e) equivalencia por definición o por notación. También cabe mencionar que los significados S1 y S2 dan cuenta de la interpretación operacional del signo igual, mientras que el significado S4 remite a la interpretación relacional. En cuanto a los significados S3 y S5 pueden entenderse como puentes que ayudan a enriquecer la interpretación operacional, como en el caso de S3 al imprimir la bidireccionalidad del signo.

### 3.3.3. Fichas de registro

El conjunto de fichas de registro constituye el instrumento de recolección y sistematización de los datos de la unidad de análisis, en este caso, el libro del estudiante de grado primero. De este modo, las fichas de registro son útiles para convertir el contenido de interés en información codificada que posteriormente es analizada.

Previamente a la construcción de las fichas de registro, se hizo necesario clasificar de manera rápida aquellas tareas (centros) relacionadas con el signo igual en

cada una de las situaciones presentadas en el libro del estudiante. Así, la tabla 5 discrimina las cinco situaciones y el número de tareas que explícita o implícitamente revelan, al menos, un contexto y/o significado asociado con el signo igual.

La tabla 5 se estructura en 4 columnas principales. La primera columna se refiere a las cinco situaciones del libro del estudiante. La segunda columna se refiere a los contextos y significados que se reconocieron en cada una de las tareas o centros. La tercera columna describe los centros y tal como se menciona previamente cada centro se divide en cuatros momentos (introducción, lo que estoy aprendiendo, ejercitación y situación problema) y por lo tanto se subdividen en cuatro filas por cada centro. En la última columna se recoge el número total de tareas por situación, relacionadas explícita como implícitamente con el signo igual.

Para una mejor comprensión de la tabla 3 se toma como ejemplo la situación 4. En esta se aprecia (columna dos) un reconocimiento de ambos contextos, así como los siguientes significados asociados con el signo igual: propuesta de actividad, operador, expresión de una acción, equivalencia numérica e indicador de cierta conexión o correspondencia. En particular, en el centro 1 se aprecia en la fila 1 (que corresponde a la introducción del centro) que no hay evidencia de signo igual (NE).



Tabla 5. *Tareas del libro del estudiante relacionadas con el signo igual*

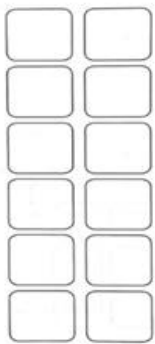
Situaciones	contextos y/o significados identificados	Tareas/Centros				No tareas
		C1	C2	C3	C4	
Sit 1. Los insectos	CA, CNA, S4b, S5, S3, S2	NE	NE	NE	NE	7
		NE	NE	NE	NE	
		I4b	E5,I4b	E3,I2	E4b,5	
		NE	NE	NE	NE	
Sit 2. La merienda del monstruo “Comeletras”	CA, CNA, S1, S4b	NE	NE	NE	NE	5
		NE	NE	NE	NE	
		I1,4b	NE	I4b,4b	I4b	
		NE	NE	NE	NE	
Sit 3. La piñata	CA, CNA, S5, S4b, S3, S4a, S1, S2	E5	NE	NE	NE	8
		E3	NE	NE	E4b,4a,2	
		I1,E4b	NE	NE	NE	
		NE	NE	NE	I2	
Sit 4. Los súper héroes	CA, CNA, S1, S2, S3, S5, S4b	NE	NE	NE	NE	13
		E2,1	E4b,5	E5	E2	
		I1,2	I4b	I5	E2	
		I2	NE	I5	NE	
Sit 5. Los peludos en la cordillera de los andes	CA, CNA, S4b, S5	NE	NE	NE	NE	2
		NE	NE	NE	NE	
		NE	NE	I4b	E5	
		NE	NE	NE	NE	
<b>TOTAL</b>					<b>35</b>	

Nota: CA= contexto aritmético; CNA= contexto no aritmético; S1= propuesta de actividad; S2= operador; S3=expresión de una acción; S4a=equivalencia numérica; S4b= identidad estricta; S5= indicador de cierta conexión o correspondencia; NE= no hay evidencia del signo igual; E= significado explícito; I=significado implícito; C1= centro 1; C2= centro 2; C3= centro 3; C4= centro 4.

En la fila 2 (que corresponde a lo que estoy aprendiendo) hay una evidencia explícita del signo igual como propuesta de actividad (E1). En la fila 3 (que corresponde a la ejercitación) hay una evidencia implícita de los significados 1 y 2, es decir como operador y expresión de una acción (I1,2). En la fila 4 (que corresponde a la situación problema) hay una evidencia implícita del signo igual como expresión de una acción (I2), así mismo puede interpretarse cada uno de los centros restantes. Por último, se presenta el total de tareas que en este caso corresponde a 12.

Con base en la información derivada de la tabla 5 se procede a diseñar un conjunto de fichas correspondientes al número de tareas identificadas, las cuales se ubican en el anexo 1. Para ejemplificar el diseño de las fichas, se ha seleccionado la Situación 1-Centro 3-Momento 3: ejercitación (ver tabla 6).

Tabla 6. *Ficha de registro situación 1-centro 3-momento 3*

<b>Situación 1. Los insectos</b>			
<b>Tarea</b>	<b>Contexto(s)</b>	<b>Evidencia</b>	<b>Significado(s)</b>
C3-M3	Aritmético y No aritmético	1. Representa los siguientes números dibujando puntos sobre los dos dados	Expresión de una acción
		$11 =$ $9 =$ $5 =$ $12 =$ $6 =$ $8 =$	

Observe que en la ficha de registro ilustrada en la Tabla 6. Es posible reconocer puntualmente en qué parte del libro del estudiante se encuentra la tarea, cuál es la tarea, qué significado relacionado con el signo igual involucra y en qué contexto se encuentra enmarcado. Para este caso, la tarea da cuenta del signo igual como la expresión de una acción y se enmarca tanto en un contexto aritmético como no aritmético. El estudio detallado de esta clasificación, así como de sus implicaciones, será objeto de análisis en el capítulo 4.

## **Capitulo IV. Análisis y resultados**

#### 4.1. Introducción

En este capítulo se concreta el objetivo general de la presente investigación, el cual remite a la caracterización de los contextos y significados de las tareas relativas al signo igual, en el libro de texto de matemáticas del grado primero del programa “Todos a Aprender”. Inicialmente se presenta un análisis detallado de algunas fichas de registro (ver anexos) en las que se evidencia explícita o implícitamente el signo igual. De hecho, tal análisis se elabora con base a las categorías propuestas en el capítulo 3. En segunda instancia, se exponen potencialidades y limitaciones del libro de texto y finalmente, se exhiben conclusiones y nuevas rutas para seguir investigando.

#### 4.2. Análisis sobre los contextos presentes en libro del estudiante

En la tabla 7 se expone una sistematización global de los contextos presentes en las tareas del libro del estudiante. Con ello, se hace evidente un énfasis en el uso de ambos contextos de manera conjugada (54,28%) en contraste con el “uso” del contexto aritmético (31,43%) y No aritmético (14,28%).

Tabla 7. *Contextos identificados en el libro del estudiante*

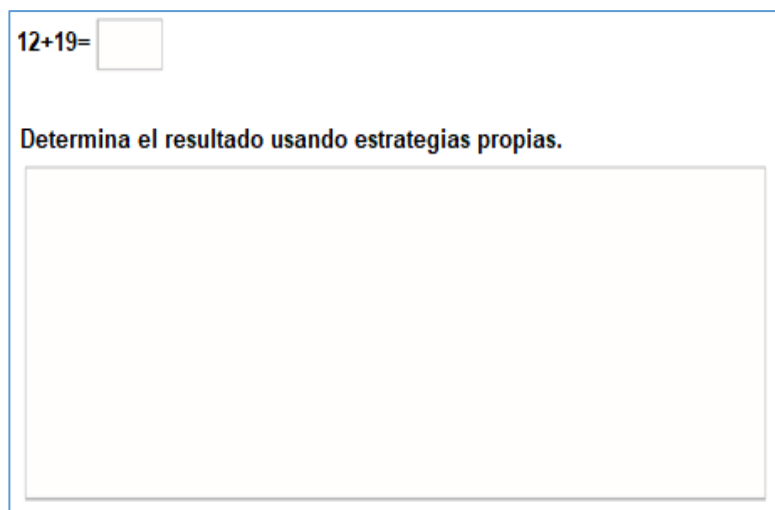
Contextos	Tareas	Porcentaje
Aritmético	11	31,43%
No aritmético	5	14,28%
Aritmético y No aritmético	19	54,28%
Total	35	100%

A continuación, se ejemplifica cada uno de estos escenarios tomando como referencia las fichas de registro y las categorías de análisis diseñadas previamente.

#### 4.2.1. Contexto aritmético

Este contexto se caracteriza por el trabajo con situaciones eminentemente numéricas, es decir que incluyen números y operaciones con ellos. En concordancia con la tabla 5, este tipo de contextos aparece en un 34,28% de las tareas relativas al signo igual (explícita o implícitamente). La imagen 3 deja entrever tal tipología.

Imagen 3. *Tarea que representa un contexto aritmético*



$12+19=$

**Determina el resultado usando estrategias propias.**

Si bien, estos contextos son necesarios para que los estudiantes consoliden sus significados sobre el número natural y las operaciones con ellos (en principio, la adición); es claro, según Ramírez (2010) que el trabajo enmarcado en lo numérico favorece un significado limitado del signo igual (como operador) que les impide a los estudiantes alcanzar una comprensión completa de la relación que representa dicho número. A modo de ejemplo, considere la imagen 4 la cual tiene como objetivo que los

estudiantes sumen los dos números que están al lado izquierdo de la igualdad y ubiquen su resultado al lado derecho.

#### 4.2.2. Contexto no aritmético

Este contexto se relaciona con el trabajo de situaciones no numéricas. Así pues, el signo igual se utiliza para comparar o representar cantidades, sin involucrar operaciones aritméticas explícitas. Tal como se aprecia en la Tabla 6 este contexto aparece en menor proporción en contraste con el contexto aritmético.

El primer reconocimiento del signo igual emerge en un contexto no aritmético, representando la igualdad entre una figura y la representación de un deporte (ver imagen 4).

Imagen 4. Tarea que ejemplifica un contexto no aritmético

**1- El horario de Sofia**

		ENERO				
		LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
10:00 AM	10:00 AM					
	11:00 AM					
1:00 PM	1:00 PM					
	2:00 PM					

 = fútbol  
 = danza

**Instrucción: utiliza las caja de 10 para representar las siguientes situaciones:**

- Representa el número de días que Sofia juega fútbol


- Representa el número de días que Sofia está libre


La imagen 4 permite apreciar un ejemplo del contexto no aritmético, donde el signo igual se utiliza para indicar cierta conexión o correspondencia entre objetos de

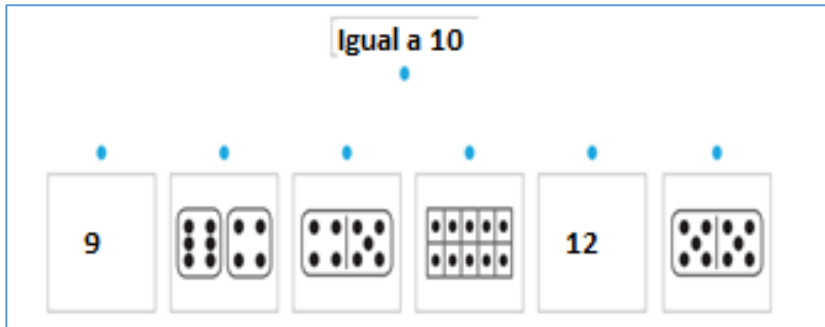
diferente naturaleza (el balón representa el fútbol y la muñeca la danza). La tarea presenta una tabla que hace alusión al horario mensual de Sofía y al tiempo (en días) que dedica al fútbol y a la danza, promoviendo el significado del signo igual como indicador de cierta conexión o correspondencia (S5). Si bien, este tipo de contextos también puede favorecer en los estudiantes la construcción del significado de equivalencia numérica del signo igual (Seo & Ginsburg, 2003) otros investigadores (e.g., Molina, 2006) indican que todo uso del signo igual como representación de relaciones que no correspondan a igualdades entre números deberían ser evitados, puesto que promueve que los estudiantes adquieran, desde un principio, concepciones erróneas sobre el significado del signo igual.

Cabe mencionar que el significado del signo igual como equivalencia numérica (S4a) no se logra apreciar en contextos no aritméticos, pero se reconoce en contextos que conjugan lo aritmético y lo no aritmético, tal como se puede evidenciar en la Situación 3: C4-M2 (ver anexos)

#### **4.2.3. Contexto aritmético y no aritmético**

Este tipo de contextos se reconocen cuando en una misma tarea es posible apreciar conjuntamente lo aritmético y lo no aritmético. En relación con este contexto, su primera identificación responde a una tarea en la cual el signo igual está presente de forma implícita. De manera particular, este tipo de contextos se reconocen en tareas que exponen los números de forma simbólica y de forma pictórica, tal como se aprecia en la imagen 5.

Imagen 5. Tarea que ejemplifica un contexto aritmético y no aritmético



En la imagen 5 se puede evidenciar una tarea que presenta el 10 de forma simbólica (numérica) el cual debe ser relacionado (con una o varias líneas) con cantidades correspondientes expresadas en forma pictórica (gráfica). Se presentan seis opciones, cuatro pictóricas y dos simbólicas, pero únicamente dos de las pictóricas satisfacen la igualdad y pese a que ambos contextos se conjugan (aritmético y no aritmético), es claro el énfasis sobre el contexto no aritmético.

#### 4.3 Análisis sobre los significados presentes en libro del estudiante

Para el análisis de los significados presentes en el libro del estudiante es importante recordar que estos se identificaron de forma explícita e implícita. Además, cabe mencionar que se identificaron los cinco significados considerados en las categorías de análisis. En la tabla 8 se exponen los significados del signo igual, el número total de veces que es identificado (según las tareas) y su correspondiente porcentaje.



Tabla 8. *Significados del signo igual*

Significado del signo igual	Tareas	Porcentaje
Propuesta de actividad (S1)	5	14,28%
Operador (S2)	8	22,85%
Expresión de una acción (S3)	2	5,71%
Equivalencia numérica (S4a)	1	2,85%
Identidad estricta (S4b)	11	31,42%
Indicador de cierta conexión o correspondencia (S5)	8	22,85%
<b>Total</b>	35	100%

La información presentada en la tabla 8 permite reconocer que el significado de *identidad estricta (S4b)* se encuentra en mayor proporción (casi una tercera parte, en el libro del estudiante) en contraste con los otros significados. Cabe destacar que esto tiene mucho sentido dado que en grado primero es fundamental que los niños comprendan diversas formas de representación del número natural. De hecho, los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) lo resaltan al señalar que es necesario favorecer la comprensión del número, la forma de representarlos, las relaciones entre ellos y la utilización de las operaciones y de los números en la formulación y resolución de problemas.

Como consecuencia, al interior de este significado se reconoce un trabajo enmarcado en los distintos contextos donde el concepto de número es el principal protagonista. Por ejemplo, la imagen 6 permite apreciar de manera implícita el significado de identidad estricta en un contexto aritmético y no aritmético. En particular, se plantea la relación de igualdad entre la representación simbólica de un

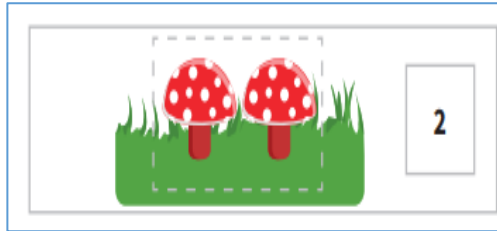
número y el cardinal de un conjunto de elementos (representados por puntos en una caja de 5x2). Así, el estudiante debe escribir los números que faltan y colocar su representación con puntos en la caja, según sea el caso.

Al igual que la imagen 6, la imagen 7 deja entrever el significado S4b de forma implícita en el contexto de la tarea. Además, es claro que se trata de un contexto combinado, donde lo aritmético y lo no aritmético aparecen de manera conjunta. Específicamente la imagen 7 relaciona la representación del número 2 con la cantidad de visible de hongos.

Imagen 6. Situación 2-Tarea 3 ilustrando S4b

<b>0</b>	<b>1</b>		<b>3</b>		<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>		<b>9</b>
	<b>11</b>		<b>13</b>		<b>15</b>		<b>17</b>		<b>19</b>
	<b>21</b>			<b>24</b>		<b>26</b>		<b>28</b>	<b>29</b>

Imagen 7. Situación 5-Tarea 3 ilustrando S4b



La imagen 8 muestra otro ejemplo de interés en el cual se evidencia el significado S4b.

Imagen 8. Situación 4-Tarea 2 ilustrando S4b

¿Quiénes somos? Conecta la descomposición presentada con el número que esta representa.

4 unidades y 6 decenas ●	● 57
7 decenas y 5 unidades ●	● 3
4 decenas y 5 unidades ●	● 46
7 unidades y 5 decenas ●	● 75
3 unidades ●	● 30
6 unidades y 4 decenas ●	● 45
3 decenas ●	● 64

Si bien, no se trata de expresar de diversas formas un número natural, la igualdad se considera al relacionar un número con sus unidades y decenas. Se pretende entonces que el estudiante comprenda las relaciones entre los dígitos de un número y el valor de posición de las unidades y decenas. Así, el significado del signo igual emerge de forma implícita relacionando la descomposición del número con su representante.

Tal como se aprecia en la tabla 8, el significado de *operador (S2)* aparece en 8 de las 35 tareas propuestas en el libro del estudiante. Este significado se reconoce en el

trabajo con situaciones de adición y sustracción, las cuales suelen contextualizarse con actividades de agregar, desagregar, reunir y separar. La imagen 9 ejemplifica dicho significado en un contexto aritmético con tareas relacionadas con expresiones incompletas, cuya característica principal se asocia al hecho que el signo igual se lee de izquierda a derecha, lo que implica que se ha de operar siempre sobre los números que están a la izquierda y que el resultado se escriba al lado derecho.


Imagen 9. Situación 4-Tarea 4 ilustrando S2

7) Capitán Bigotes debe lanzar dos dados y así formar 4 restas diferentes cuyo resultado sea 2. ¿Puedes ayudarlo?

a)  $\square - \square = 2$       b)  $\square - \square = 2$       c)  $\square - \square = 2$       d)  $\square - \square = 2$

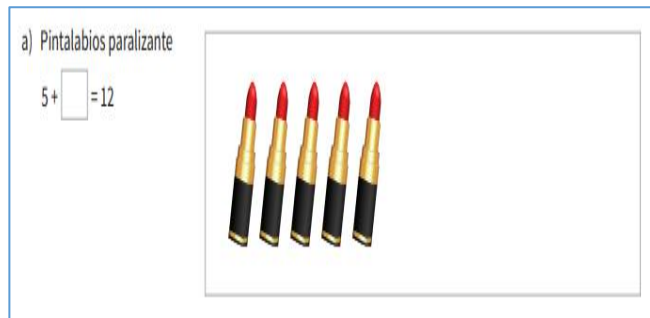
8) Los supervillanos estuvieron aquí y se llevaron algunos de los números de los siguientes cálculos. Chica Coletas tiene que recuperar esos números. Ella te necesita. ¡A trabajar!

a)  $7 + \square = 10$       c)  $\square + 5 = 7$       e)  $\square + 6 = 11$   
 b)  $1 + \square = 6$       d)  $9 - \square = 6$       f)  $\square + 2 = 4$



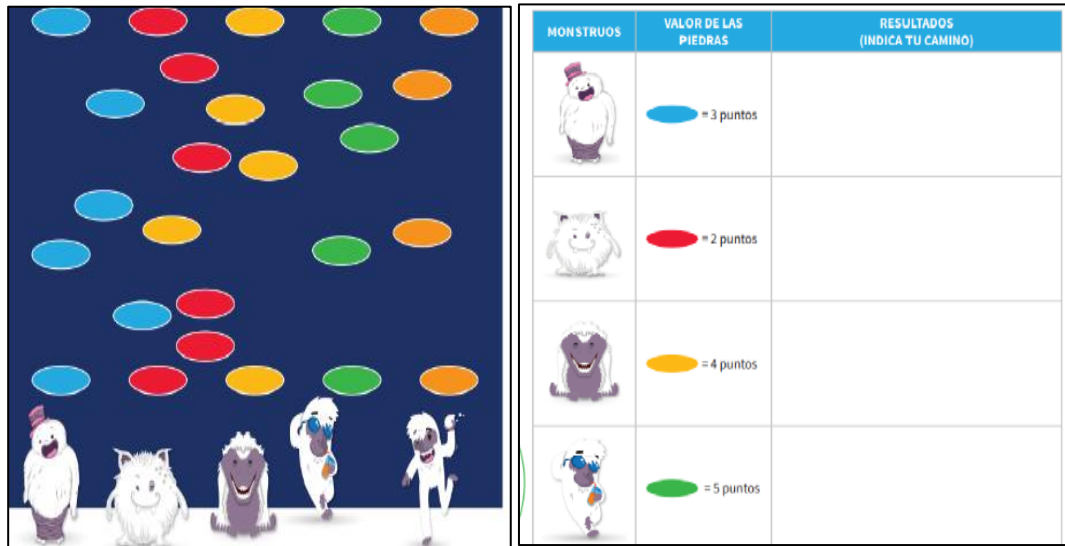
En relación con el contexto aritmético y no aritmético se pueden reconocer diversas tareas, tales como la ilustrada en la imagen 10. Es evidente el significado S2 dado que hay una operación incompleta y el resultado se encuentra a la derecha del signo igual. Se propone al estudiante completar el número de pintalabios faltantes para obtener doce partiendo de una cantidad inicial dada.

Imagen 10. Situación 4-Tarea 3 ilustrando S2



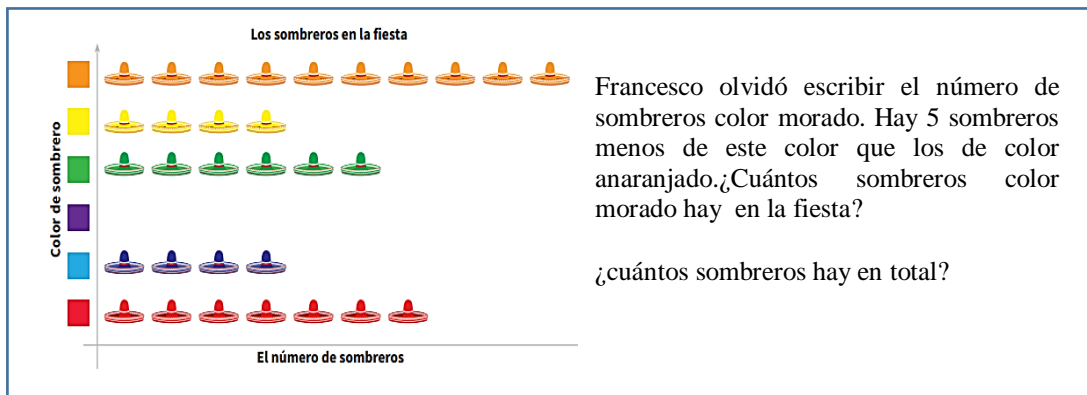
Al igual que el significado de operador (S2), el significado de *indicador de cierta conexión o correspondencia (S5)* también se destaca en ocho de las tareas propuestas por el libro del estudiante. La imagen 11 ilustra dicho significado de forma explícita en un contexto aritmético. En la imagen se representa un río y unas piedras de colores por las que debe atravesar los monstruos de la montaña, considerando que cada monstruo tiene un camino y un color. Así cada vez que el monstruo salte de una piedra a otra acumula ciertos puntos asignados por el color (por ejemplo, para el azul son tres puntos). Si bien, es clara la correspondencia entre piedras de colores y su valor numérico (S5), cabe mencionar que, en el proceso de elaboración de la tarea también emerge S1, puesto que el estudiante tiene que indicar el camino recorrido por cada monstruo, lo cual implica la realización de una suma del total de puntos obtenidos.

Imagen 11. Situación 5-Tarea 4 ilustrando S5



El significado de *propuesta de actividad* (S1) se reconoce en al menos cinco tareas. Cabe recordar que este significado puede interpretarse como el indicador del resultado de cierta operación dada o como una señal de que se debe realizar una actividad. Si bien, es común encontrar este significado exclusivamente en contextos aritméticos, se logra evidenciar que en el libro del estudiante también se trabaja con contextos que conjugan lo aritmético y no aritmético en una misma tarea. Este significado en un contexto aritmético puede evidenciarse en la imagen 3, la cual propone sumar dos números dados al lado izquierdo de la igualdad y escribir su resultado al lado derecho. Es interesante señalar que este significado también puede apreciarse de manera implícita, como se evidencia en el contexto de la Situación 5-Tarea 4 (imagen 11) o bien, con lo presentado en la imagen 12, al reconocerse de dos maneras distintas.

Imagen 12. Situación 3-Tarea 3 ilustrando S1



Por un lado, la propuesta del libro deja abierta la posibilidad para que el estudiante elabore el cálculo apoyado en el reconocimiento de los dibujos. En concreto para la primera parte de la pregunta, encontraría el número de sombreros morados quitando (tachando) cinco sombreros del conjunto de sombreros anaranjados para obtener la respuesta, lo que dejaría implícito el papel del signo igual. Por otra parte, dado que el libro propone tareas enmarcadas en el contexto aritmético, también se deja la opción para que los estudiantes reconozcan la estructura interna de una resta:  $10 - 5 = 5$ . Ahora bien, es evidente que en la pregunta ¿cuántos sombreros hay en total? Se consolida lo propuesto en la primera parte y se hace explícito el trabajo con el significado S1, en tanto que, dar respuesta a dicha pregunta conlleva a la estructura interna:  $7 + 4 + \dots + 10 = ?$

El significado de *Expresión de una acción (S3)* se interpreta como el significado bidireccional del signo igual y se reconoce porque la secuencia de operaciones puede estar sin preferencia alguna a la derecha o izquierda del signo, y el resultado en el otro lado. La identificación de S3 en el libro del estudiante es baja;

solo aparece en dos tareas (5,71%). De hecho, solo se evidencia de manera clara en una de esas tareas (ver anexo: situación 3- C1-M3) pues tal como se aprecia en la imagen 13 (la otra tarea en mención) no se considera del “todo” la bidireccionalidad, al plantear todos los resultados al lado izquierdo del signo igual, lo que implica un uso incompleto de ese significado.

Imagen 13. *Situación 4-Tarea 3 ilustrando S5*

<b>11 =</b>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<b>9 =</b>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<b>5 =</b>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<b>12 =</b>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<b>6 =</b>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<b>8 =</b>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

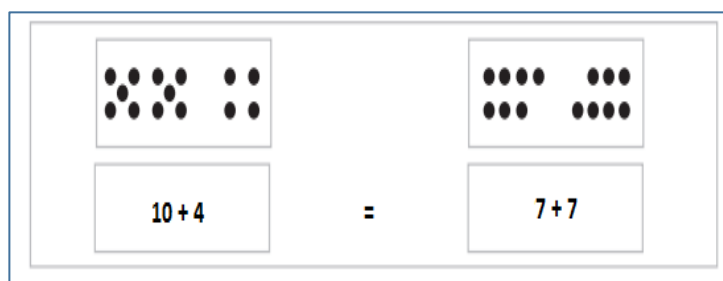
De esta manera, el papel de S5 para complementar S2 no se logra evidenciar. Lo anterior considerando lo expuesto por Ramírez (2010) quien afirma que el significado expresión de una acción completa el significado de operador en el sentido que los estudiantes son capaces de considerar las igualdades de izquierda a derecha y de derecha a izquierda.

Para terminar este análisis de los significados presentes en el libro del estudiante, falta discutir el significado de *equivalencia numérica (S4a)*, el cual aparece en mínima proporción en comparación a los otros significados. Cabe recordar que



dicho significado se refiere a la interpretación del signo igual como símbolo que expresa una equivalencia de valores numéricos entre expresiones situadas a ambos lados. En relación con este significado en el libro del estudiante, solamente se identificó una tarea en el contexto aritmético y no aritmético, la cual se ilustra en la imagen 14. En dicha tarea se evidencian operaciones a ambos lados del signo igual. Por un lado, en la parte superior se aprecia el contexto no aritmético y el signo igual de forma implícita. Por otra parte, en la parte inferior es claro el contexto aritmético y la forma explícita del signo igual.

Imagen 14. *Situación 3-Tarea 2 ilustrando S4a*



La importancia de este significado, según Molina et al. (2009) y que se hace evidente en esta tarea específica es que pone a los estudiantes en una situación apropiada para que ellos descubran patrones y relaciones. Así, este tipo de tareas favorece en el estudiante una interpretación del signo igual ligada a un objeto en sí mismo y no, algo que indica una operación por realizar.

#### **4.4. Reflexiones finales sobre el análisis**

A partir del análisis realizado se pueden establecer algunas reflexiones finales, en términos de las potencialidades y limitaciones presentes en la unidad de análisis, en

este caso, el libro de texto de matemáticas del grado primero. Una de las potencialidades que se evidencia en el libro del estudiante está relacionada con la diversidad de significados asociados al signo igual. Si bien, como es de esperarse en grado primero, hay un amplio uso de la interpretación operacional (S1, S2), es notoria la presencia de los significados S3 y S5 como extensiones de dicha interpretación hacia la configuración de la interpretación relacional (S4). De este modo, es válido afirmar que existe una articulación adecuada del trabajo con los diferentes significados que favorece la construcción completa del uso del signo igual en grado primero. Un claro ejemplo de dicha articulación es evidente en la situación 3 del libro del estudiante, pues se reconocen todos los significados asociados al signo igual, de manera explícita (excepto en el caso de S1), y se abordan desde contextos aritméticos, no aritméticos y combinados, favoreciendo de esta forma una comprensión completa de este signo.

Una mirada hacia los conceptos matemáticos que se movilizan en aquellas tareas donde está presente el signo igual permite revelar otra de las potencialidades del libro de texto. Se trata del trabajo con tareas que, en su estructura de solución, dan cuenta de una ecuación. En efecto, este hecho puede considerarse como un aspecto favorable, porque en el tratamiento de este tipo de tareas el signo igual no sólo se presenta como el indicador del resultado de una operación (S1 y S2) como en los problemas de estructura aditiva de *combinación*:  $2 + 3 = ( )$  y *transformación*:  $2 + ( ) = 5$ . También, se hace una aproximación al significado relacional a través del trabajo con problemas de *comparación*:  $7 = 5 + ( )$  como en la situación 3 C1-M2, donde emerge el significado de expresión de una acción (S3). De esta manera, se

reconoce una relación existente entre algunos significados del signo igual y la estructura de solución de los problemas aditivos, pese a no ser el objeto de interés de la presente investigación. De cualquier forma, es importante mencionarlos porque el libro de texto los presenta y pueden entenderse como auténticos indicadores para la identificación y promoción de significados asociados con el signo igual.

Por otra parte, se destaca el uso mayoritario del contexto combinado (aritmético y no aritmético) para dotar de sentido el significado del signo igual como expresión de una equivalencia (S4). Si bien, en esta tipología combinada se presentan otros significados, el significado S4b tiene mayor presencia favoreciendo así la comprensión del signo igual desde su interpretación relacional. Sin embargo, desde este contexto también se aprecian algunas limitaciones, como el hecho de que el signo igual aparece de forma implícita en casi todas las tareas que involucran S4 (8 de las 9 tareas). Lo anterior es un aspecto desfavorable en la medida en que el profesor y los estudiantes que se enfrentan a las tareas no reconozcan el papel central del signo igual en su interpretación relacional.

En el marco de los aspectos desfavorables, cabe mencionar que los contextos no aritméticos se muestran limitados en relación con las otras tipologías. Por un lado, en el contexto aritmético y en el contexto combinado es evidente la diversidad de significados asociados con el signo igual, desde aquellos que dan cuenta de la interpretación operacional hasta los que se refieren a la interpretación relacional. No obstante, en el contexto no aritmético se ve la prevalencia del significado del signo igual para indicar cierta conexión o correspondencia (S5), poca referencia sobre la interpretación relacional (S4) y nula presencia S1 y S2. Si bien, tal como se ha

mencionado en párrafos anteriores se reconocen todos los significados en el libro de texto, debería darse un mayor protagonismo a este contexto no aritmético y no limitarlo, únicamente, a un significado “impreciso” entre objetos no matemáticos, que puede llevar a confusiones o consideraciones incompletas por parte del profesor y los estudiantes, quienes muchas veces se quedan solamente con esta idea.

#### **4.5. Conclusiones y rutas abiertas a la investigación**

En este apartado se presentan las conclusiones en torno a lo establecido en la formulación del objetivo general, el cual ha centrado su atención en la caracterización de los significados y contextos relativos al signo igual que pueden evidenciarse en las tareas propuestas por el libro de matemáticas del grado primero del programa “Todos a Aprender”. Adicionalmente, se proponen algunas sugerencias para seguir investigando, las cuales pueden resultar útiles para mejorar la comprensión didáctica del signo igual y sus implicaciones en el trabajo matemático de los estudiantes.

A continuación, se presenta las conclusiones por cada uno de los objetivos.

**Referente al primer objetivo**, establecer unas categorías de análisis para clasificar e interpretar las tareas seleccionadas, en términos de contextos y significados relativos al signo igual, se puede afirmar que se alcanzó en su totalidad, pues se lograron establecer gracias a la articulación teórica entre los distintos referentes conceptuales (didáctico, matemático y curricular). Cabe mencionar que el mayor peso recayó sobre el referente didáctico, sustentado en las investigaciones de Ramírez (2010) y Molina (2006), pues fueron estos los que permitieron definir de manera directa los significados y contextos de estudio. Si bien, las propuestas de Ramírez (2006) y

Molina (2010) están enmarcados en el nivel de Educación Básica Primaria y Secundaria, se lograron hacer los ajustes pertinentes para el grado primero. Estas categorías permitieron realizar la interpretación de las tareas seleccionadas, que guardan relación con el signo igual en el cuadernillo del estudiante, reconociendo aquellas que promueven la interpretación operacional del signo igual y las que potencializan la relación de equivalencia, convirtiéndose este en un recurso fundamental para el desarrollo del trabajo.

**Referente al segundo objetivo**, describir las tareas que guardan relación con el signo igual, presentes en el libro de texto de matemáticas del grado primero del programa “Todos a Aprender” a partir de las categorías de análisis diseñadas, se puede afirmar un alcance total, puesto que se realizó la identificación de las tareas que guardan relación con el signo igual en el libro del estudiante a partir del reconocimiento explícito o implícito de alguno de los significados considerados en las categorías de análisis. Además, los aspectos metodológicos adoptados de Bernete (2013) favorecieron el trabajo de extracción de los datos, los cuales se evidencian ampliamente en las fichas de registro construidas. Así, todas las tareas quedaron recopiladas para su posterior tratamiento a través del marco analítico el cual contribuyó a dar respuesta a la pregunta de investigación formulada en el planteamiento del problema.

Identificar estas tareas permitió reconocer cuáles de los significados y contextos del signo igual tienen mayor protagonismo, así para el caso puntual del libro de texto analizado se aprecia la promoción del significado S4b, lo cual es adecuado teniendo en cuenta que grado escolar de interés, puesto que dicho significado trabaja el número en sus diferentes representaciones y al darle también un protagonismo a los contextos

combinados, se acercan a la construcción del signo igual como una relación de equivalencia.

**Referente al tercer objetivo**, determinar las potencialidades y limitaciones de la presentación del signo igual en el libro de texto del grado primero “Todos a Aprender” se puede inferir, de las reflexiones finales del análisis, que éste se alcanzó mayoritariamente, pues se reconoció, aunque tardíamente, la necesidad de hacer extensivo el análisis tanto para el libro del estudiante como para el libro del docente. Pese a ello, y considerando exclusivamente el libro del estudiante fue posible distinguir que la propuesta del texto es potente en cuanto a la presentación de diversos significados del signo igual, desde la interpretación operacional hasta llegar a la interpretación relacional. De hecho, se destacó la manera en la cual el libro propone problemas de estructura aditiva (combinación, transformación y comparación) de dejar entrever asociaciones con la identificación y promoción de significados del signo igual.

En el marco de las limitaciones identificadas, vale la pena recordar que el uso del contexto no aritmético no favorece la diversidad de significados, pues en la mayoría de los casos analizados solo se utiliza para dar cuenta de cierta conexión o correspondencia, promoviendo así un significado impreciso y confuso del signo igual.

Por otra parte, es importante afirmar que el ejercicio de análisis sobre el libro de texto en mención, permitió reflexionar sobre los procesos de enseñanza de las matemáticas en grado primero. En particular, el reto que trae consigo la construcción del significado del signo igual en la formación propia del docente y eventualmente en la del estudiante, pues queda claro que se trata de un concepto matemático complejo que viene acompañado de otros conceptos, relaciones u operaciones asociados, tales

como: las operaciones fundamentales, las ecuaciones y el concepto de orden entre los números.

Finalmente, tomando como referencia las descripciones de los elementos encontrados en el análisis realizado, se presentan a continuación dos rutas abiertas a la investigación, a saber: a) caracterizar las tareas presentes en los libros de texto de otros grados de educación básica primaria, con el propósito de analizar los diversos significados y contextos relativos al signo igual, así como la coherencia y articulación hacia la consolidación de la interpretación relacional b) indagar sobre la manera en que docentes y estudiantes reconocen, comprenden y usan los distintos significados y contextos identificados, pues queda claro que desde la presente investigación sobre se exploró una pequeña parcela.

## Referencias bibliográficas

- Behr, M, Erlwanger, S y Nichols, E. (1980). How children view the equal sign. *Mathematics Teaching*. London: 92, 13-15.
- Bernete, F. (2013) Análisis de contenido. In Lucas Marín, A. y Noboa, A. (coords.): *Conocer lo social: estrategias y técnicas de construcción y análisis de datos*. Fragua / Fondo de Cultura Universitaria, Madrid / Montevideo, pp. 221-261.
- Blanton, M., Stephens, A., Knuth, E., Gardiner, A. M., Isler, I., & Kim, J. S. (2015). The development of children's algebraic thinking: The impact of a comprehensive early algebra intervention in third grade. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(1), 39–87.
- Burgell, F., & Ochoviet, C. (2015). *Significados del signo de igual y aspectos de su enseñanza. Un estudio realizado con estudiantes de primer año de enseñanza secundaria y sus profesores*. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1561>
- Chica, Y., & Soto, Y. (2015). *Análisis de concepciones sobre signo igual y concepto de equivalencia desarrollada en estudiantes de educación básica primaria, grado Quinto de la Institución Educativa San Simón sede Montealegre* (Vol. 3).
- Falkner, K.; Levi, L. y Carpenter, T. (1999). Children's Understanding of Equality: A Foundation for Algebra. *Teaching Children Mathematics* 6(4), pp. 232-236
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de investigación*. México: Mc Graw Hill.
- Infante, L., & Hurtado, C. (2010). *Significados del signo igual en la resolución de ecuaciones de primer grado*. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>



- Kouropatov, A. y Tirosh, D. (2011). Is a narrow interpretation of the equal sign unavoidable? Preschool children's understanding of equality. *Proceedings of CERME*, 7.
- Linchevski, L. (1995) Algebra with numbers and arithmetic with letter: a deficiation of pre-algebra. *journal of mathematical Behaviour*, 14, 113-120.
- Ministerio de Educación Nacional-MEN (1998). Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas. Bogotá (Colombia): Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional- MEN (2016).Derechos Básicos de Aprendizaje. Bogotá (Colombia): Magisterio
- Ministerio de Educación Nacional-MEN (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Bogotá (Colombia): Magisterio.
- Molina, M., & Castro, E. (2006). *Comprensión del signo igual y desarrollo de pensamiento relacional en alumnos de tercero de primaria. Una investigación en curso.*
- Molina, M. (2006). *Desarrollo de pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de educación primaria.* Tesis doctoral.Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.  
Disponible en <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/MolinaM072822.PDF>.
- Molina, M., & Castro, E. (2007). *Desarrollo de Pensamiento Relacional mediante trabajo con igualdades numéricas.* 19, 67–94.
- Molina, M.; Castro, E. y Ambrose, R. (2006). *Trabajo con igualdades numéricas para promover pensamiento relacional.* PNA, 1(1), pp. 33-46.
- Parodi, S., Ochoviet, C., & Lezama, J. (2017). *La comprensión del signo de igual en*

*la entrada al álgebra: el diseño de tareas y la conversación en la clase de matemática* (Vol. 35). <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2302>

Ramirez, M. (2010). *Interpretaciones del Signo Igual*. Un estudio de libros de texto.

Rodríguez Nieto, C. A., Navarro Sandoval, C., Castro Inostroza, A. N., & García



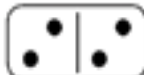



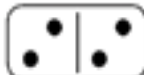



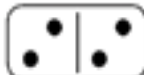

González, M. del S. (2019). *Estructuras semánticas de problemas aditivos de enunciado verbal en libros de texto mexicanos*. *Educación Matemática*, 31(2), 75–104. <https://doi.org/10.24844/em3102.04>

































Salazar, V. (2017). *Tareas que potencian el desarrollo del Pensamiento Algebraico temprano en los libros de texto de matemáticas de primaria*.

Wheeler, R. F. (1981). *Rethinking Mathematical concepts*. Chichester. Ellis Horwood Limited.






















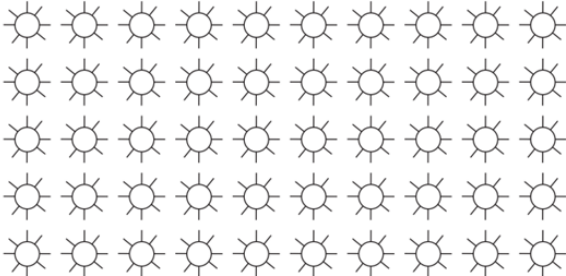







## Anexos


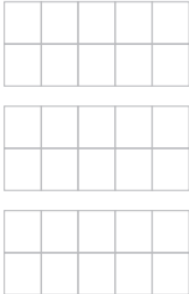
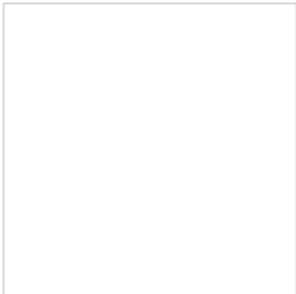
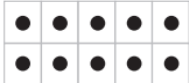
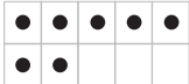
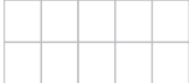
Fichas de registro de las tareas seleccionadas del libro de texto de matemáticas del grado primero del programa “Todos a Aprender”

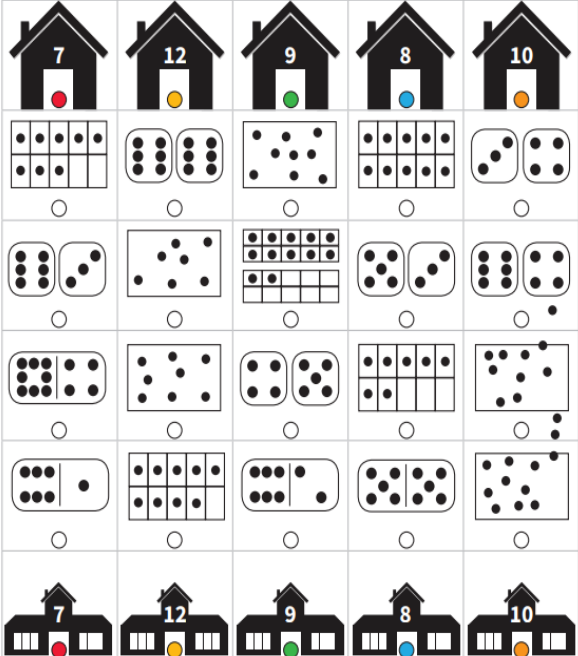
<b>Situación 1</b>																															
<b>Tarea</b>	<b>Contexto(s)</b>	<b>Evidencia</b>	<b>Significado(s)</b>																												
C1-M3	Aritmético y no aritmético	<p>1. Encuentra 3 formas diferentes de representar las cantidades con dibujos o con el material.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="width: 25%; padding: 5px;"></th> <th style="width: 25%; padding: 5px;">1° forma</th> <th style="width: 25%; padding: 5px;">2° forma</th> <th style="width: 25%; padding: 5px;">3° forma</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px; font-size: 24px;"><b>2</b></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"> <small>Dedos del pie</small></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px; font-size: 24px;"><b>7</b></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		1° forma	2° forma	3° forma	<b>2</b>																 <small>Dedos del pie</small>				<b>7</b>				Identidad estricta
	1° forma	2° forma	3° forma																												
<b>2</b>																															
																															
																															
																															
 <small>Dedos del pie</small>																															
<b>7</b>																															

C2-M3	No aritmético	<p>1. utiliza las cajas de 10 para representar las siguientes situaciones.</p> <p><b>1- El horario de Sofia</b></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="2"></th> <th colspan="5" style="background-color: #003366; color: white;">ENERO</th> </tr> <tr> <th colspan="2"></th> <th>LUNES</th> <th>MARTES</th> <th>MIÉRCOLES</th> <th>JUEVES</th> <th>VIERNES</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th style="background-color: #003366; color: white;">SEMANA 1</th> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <th style="background-color: #003366; color: white;">SEMANA 2</th> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <th style="background-color: #003366; color: white;">SEMANA 3</th> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <th style="background-color: #003366; color: white;">SEMANA 4</th> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Instrucción: utiliza las caja de 10 para representar las siguientes situaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Representa el número de días que Sofia juega fútbol</li> </ul> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; width: 100px; height: 50px;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Representa el número de días que Sofia está libre</li> </ul> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; width: 100px; height: 50px;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <p>  = fútbol   = danza   </p>			ENERO							LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SEMANA 1							SEMANA 2							SEMANA 3							SEMANA 4																											Indicador de cierta conexión o correspondencia																																																		
		ENERO																																																																																																																	
		LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES																																																																																																													
SEMANA 1																																																																																																																			
SEMANA 2																																																																																																																			
SEMANA 3																																																																																																																			
SEMANA 4																																																																																																																			
C2-M3	Aritmético y no aritmético	<p>2. Une cada número con su caja correspondiente.</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;"><b>3</b></td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td><table border="1" style="width: 40px; height: 20px;"><tr><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><b>7</b></td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td><table border="1" style="width: 40px; height: 20px;"><tr><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td></tr><tr><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td></tr></table></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><b>0</b></td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td><table border="1" style="width: 40px; height: 20px;"><tr><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><b>1</b></td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td><table border="1" style="width: 40px; height: 20px;"><tr><td>•</td><td>•</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><b>10</b></td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td><table border="1" style="width: 40px; height: 20px;"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><b>4</b></td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td><table border="1" style="width: 40px; height: 20px;"><tr><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td></tr><tr><td>•</td><td>•</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><b>5</b></td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td><table border="1" style="width: 40px; height: 20px;"><tr><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><b>2</b></td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td><table border="1" style="width: 40px; height: 20px;"><tr><td>•</td></tr><tr><td></td></tr></table></td> </tr> </table>	<b>3</b>	•	•	<table border="1" style="width: 40px; height: 20px;"><tr><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	•	•	•	•					<b>7</b>	•	•	<table border="1" style="width: 40px; height: 20px;"><tr><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td></tr><tr><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td></tr></table>	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	<b>0</b>	•	•	<table border="1" style="width: 40px; height: 20px;"><tr><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	•	•	•	•	•	•	•								<b>1</b>	•	•	<table border="1" style="width: 40px; height: 20px;"><tr><td>•</td><td>•</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	•	•			<b>10</b>	•	•	<table border="1" style="width: 40px; height: 20px;"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>															<b>4</b>	•	•	<table border="1" style="width: 40px; height: 20px;"><tr><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td></tr><tr><td>•</td><td>•</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	•	•	•	•	•	•	•	•	•						<b>5</b>	•	•	<table border="1" style="width: 40px; height: 20px;"><tr><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	•	•	•	•	•						<b>2</b>	•	•	<table border="1" style="width: 40px; height: 20px;"><tr><td>•</td></tr><tr><td></td></tr></table>	•		Identidad estricta
<b>3</b>	•	•	<table border="1" style="width: 40px; height: 20px;"><tr><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	•	•	•	•																																																																																																												
•	•	•	•																																																																																																																
<b>7</b>	•	•	<table border="1" style="width: 40px; height: 20px;"><tr><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td></tr><tr><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td></tr></table>	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•																																																																																																		
•	•	•	•	•	•	•																																																																																																													
•	•	•	•	•	•	•																																																																																																													
<b>0</b>	•	•	<table border="1" style="width: 40px; height: 20px;"><tr><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	•	•	•	•	•	•	•																																																																																																									
•	•	•	•	•	•	•																																																																																																													
<b>1</b>	•	•	<table border="1" style="width: 40px; height: 20px;"><tr><td>•</td><td>•</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	•	•																																																																																																														
•	•																																																																																																																		
<b>10</b>	•	•	<table border="1" style="width: 40px; height: 20px;"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>																																																																																																																
<b>4</b>	•	•	<table border="1" style="width: 40px; height: 20px;"><tr><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td></tr><tr><td>•</td><td>•</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	•	•	•	•	•	•	•	•	•																																																																																																							
•	•	•	•	•	•	•																																																																																																													
•	•																																																																																																																		
<b>5</b>	•	•	<table border="1" style="width: 40px; height: 20px;"><tr><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td><td>•</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	•	•	•	•	•																																																																																																											
•	•	•	•	•																																																																																																															
<b>2</b>	•	•	<table border="1" style="width: 40px; height: 20px;"><tr><td>•</td></tr><tr><td></td></tr></table>	•																																																																																																															
•																																																																																																																			

C3-M3	Aritmético y No aritmético	<p>1. Representa los siguientes números dibujando puntos sobre los dos dados</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p><b>11 =</b>      <input type="text"/> <input type="text"/></p> <p><b>9 =</b>        <input type="text"/> <input type="text"/></p> <p><b>5 =</b>        <input type="text"/> <input type="text"/></p> <p><b>12 =</b>      <input type="text"/> <input type="text"/></p> <p><b>6 =</b>        <input type="text"/> <input type="text"/></p> <p><b>8 =</b>        <input type="text"/> <input type="text"/></p> </div>	Expresión de una acción																														
C3-M3	Aritmético y No aritmético	<p>2. Después de realizar 3 lanzamientos (con los dados) debes llegar a la casilla 16. ¿Cuáles pueden ser los números representados en los dados en cada lanzamiento?</p> <p>Salida</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 16.6%;">1</td> <td style="width: 16.6%;">2</td> <td style="width: 16.6%;">3</td> <td style="width: 16.6%;">4</td> <td style="width: 16.6%;">5</td> <td style="width: 16.6%;">6</td> </tr> <tr> <td>20</td> <td colspan="4" rowspan="5" style="border: none;"></td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>19</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>18</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>17</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>16</td> <td>11</td> </tr> <tr> <td>16</td> <td>15</td> <td>14</td> <td>13</td> <td>12</td> <td>11</td> </tr> </table> <p>1° lanzamiento</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; height: 20px;"></td> <td style="width: 50%; height: 20px;"></td> </tr> </table> <p>2° lanzamiento      3° lanzamiento</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; height: 20px;"></td> <td style="width: 50%; height: 20px;"></td> </tr> </table>	1	2	3	4	5	6	20					7	19	8	18	9	17	10	16	11	16	15	14	13	12	11					Operador
1	2	3	4	5	6																												
20					7																												
19					8																												
18					9																												
17					10																												
16					11																												
16	15	14	13	12	11																												

<p>C4-M3</p>	<p>No aritmético</p>	<p>Completa las casillas respetando las instrucciones. Por ejemplo: en la primera casilla debes dibujar un número de objetos más grande que 3.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>MÁS QUE</th> <th>MENOS QUE</th> <th>= IGUAL QUE</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="background-color: #e0f0ff;"></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		MÁS QUE	MENOS QUE	= IGUAL QUE																													<p>Identidad estricta</p>
	MÁS QUE	MENOS QUE	= IGUAL QUE																																
																																			
																																			
																																			
																																			
																																			
																																			
<p>C4-M3</p>	<p>Aritmético y no aritmético</p>	<p>Observa esta colección.</p>  <p>Colorea en verde tanto  como </p> <p>Colorea en amarillo menos  que </p> <p>Colorea en rojo menos  que </p> <p>Colorea en naranja un número de  igual a 12.</p>	<p>Indicador de cierta conexión o correspondencia e identidad estricta</p>																																

<b>Situación 2</b>			
C1-M3	Aritmético	<p>A) Ejercicios contextualizados</p> <p>Cuatro amigos de la clase del señor Moreno van a reunir sus lápices de colores. Andrea tiene 8 lápices de colores. Carolina tiene 3 menos que Andrea. Jorge tiene 12 y Sergio tantos como Andrea.</p>	Propuesta de actividad
C1-M3	No aritmético	<p>Ejercicios numericos</p> <p>Representa la cantidad de dulces, utilizando los puntos en las cajas de 10</p>   <hr/> <p>Dibula los dulces representados en las cajas de 10</p>    	Identidad estricta


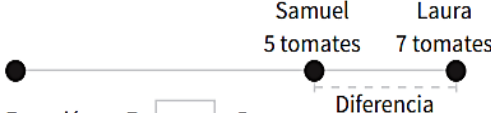
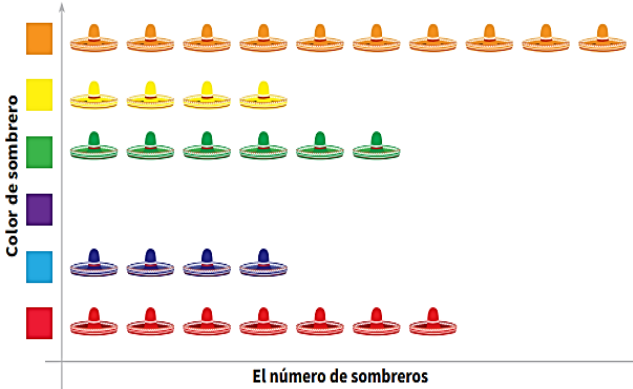
<p>C3-M3</p>	<p>Aritmético y no aritmético</p>	<p>1) Ayuda a cada número a llegar a la escuela desde su casa pasando por sus representaciones.</p> 	<p>Identidad estricta</p>																																																												
<p>C3-M3</p>	<p>Aritmético y no aritmético</p>	<p>2) Escribe los números que faltan o completa con puntos la caja de 10, según el caso.</p> <table border="1" data-bbox="605 1087 1273 1814"> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td></td> <td>3</td> <td></td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td></td> <td>9</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>11</td> <td></td> <td>13</td> <td></td> <td>15</td> <td></td> <td>17</td> <td></td> <td>19</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>21</td> <td></td> <td></td> <td>24</td> <td></td> <td>26</td> <td></td> <td>28</td> <td>29</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	0	1		3		5	6	7		9												11		13		15		17		19												21			24		26		28	29											<p>Identidad estricta</p>
0	1		3		5	6	7		9																																																						
	11		13		15		17		19																																																						
	21			24		26		28	29																																																						

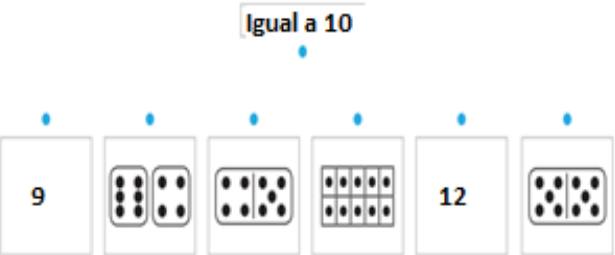
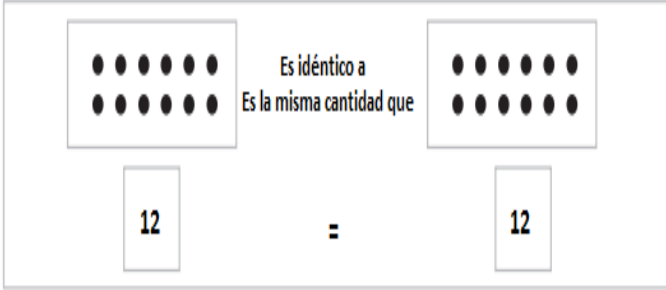
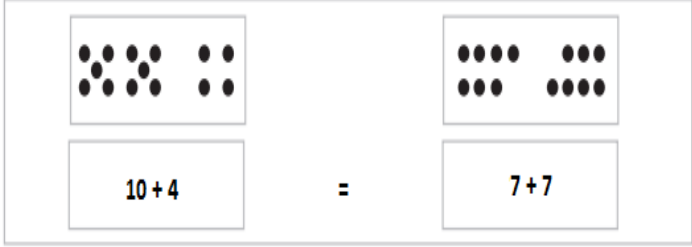


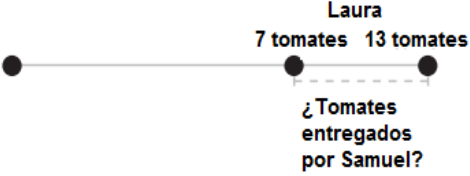






C4-M3	Aritmético y no aritmético	<p>Completa la siguiente tabla</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="609 275 740 310">Colección de objetos</th> <th data-bbox="740 275 872 310">Cajas de 10</th> <th data-bbox="872 275 1003 310">Dados</th> <th data-bbox="1003 275 1136 310">Fichas de dominó</th> <th data-bbox="1136 275 1268 310">Símbolos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="609 317 740 428"></td> <td data-bbox="740 317 872 428"></td> <td data-bbox="872 317 1003 428"></td> <td data-bbox="1003 317 1136 428"></td> <td data-bbox="1136 317 1268 428"><b>12</b></td> </tr> <tr> <td data-bbox="609 434 740 546"></td> <td data-bbox="740 434 872 546"></td> <td data-bbox="872 434 1003 546"></td> <td data-bbox="1003 434 1136 546"></td> <td data-bbox="1136 434 1268 546"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="609 552 740 663"></td> <td data-bbox="740 552 872 663"></td> <td data-bbox="872 552 1003 663"></td> <td data-bbox="1003 552 1136 663"></td> <td data-bbox="1136 552 1268 663"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="609 669 740 781"></td> <td data-bbox="740 669 872 781"></td> <td data-bbox="872 669 1003 781"></td> <td data-bbox="1003 669 1136 781"></td> <td data-bbox="1136 669 1268 781"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="609 787 740 898"></td> <td data-bbox="740 787 872 898"></td> <td data-bbox="872 787 1003 898"></td> <td data-bbox="1003 787 1136 898"></td> <td data-bbox="1136 787 1268 898"></td> </tr> </tbody> </table>	Colección de objetos	Cajas de 10	Dados	Fichas de dominó	Símbolos					<b>12</b>																					Identidad estricta
Colección de objetos	Cajas de 10	Dados	Fichas de dominó	Símbolos																													
				<b>12</b>																													

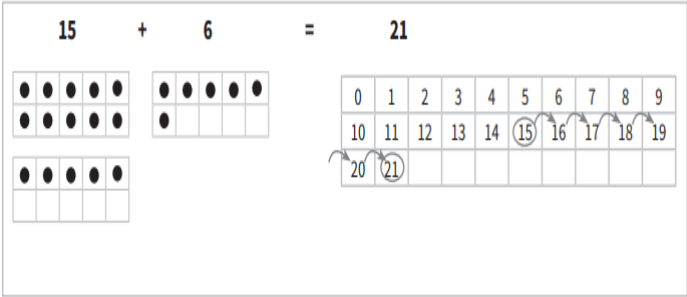




**Situación 3**





C1-M1	No aritmético	<p>Quien sume más puntos en sus tarjetas de colores será el ganador de la fiesta.</p> <div style="border: 1px solid gray; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;"><b>Valor de las tarjetas</b></p> <table style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td> = 0</td> <td> = 2</td> <td> = 5</td> </tr> <tr> <td> = 1</td> <td> = 3</td> <td> = 10</td> </tr> </table> </div>	= 0	= 2	= 5	= 1	= 3	= 10	Indicador de cierta conexión o correspondencia
= 0	= 2	= 5							
= 1	= 3	= 10							


C1-M2	Aritmético	<p>Estudio de las comparaciones</p> <p><b>Comparación «menos que»</b></p> <p>Laura tiene 7 tomates.</p> <p>Samuel tiene 5.</p>  <p>¿Cuántos tomates menos que Laura tiene Samuel?</p> <p>Samuel 5 tomates      Laura 7 tomates</p>  <p>Ecuación: <math>7 - \square = 5</math></p> <p><math>7 = 5 + \square</math></p>	Expresión de una acción
C1-M3	Aritmético y no aritmético	<p>Los sombreros en la fiesta</p>  <p>Francesco olvidó escribir el número de sombreros color morado. Hay 5 sombreros menos de este color que los de color anaranjado. ¿Cuántos sombreros color morado hay en la fiesta? □</p> <p>4) ¿Cuántos sombreros en total hay en la fiesta? □</p>	Propuesta de actividad







C1-M3	Aritmético y no aritmético	<p>Conecta con líneas cada condición con las cantidades que cumplan con ella</p> <p>Igual a 10</p> 	Identidad estricta
C4-M2	Aritmético y no aritmético	<p>Es igual a</p> 	Identidad estricta
C4-M2	Aritmético y no aritmético	<p>Expresiones equivalentes</p> 	Equivalencia numérica

C4-M2	Aritmético	<p>Transformación</p> <p>Comprensión del estado inicial</p> <p>Sumar</p> <p>Laura tiene 7 tomates.</p> <p>Samuel le entrega algunas más.</p> <p>Ahora Laura tiene 13 tomates.</p> <p>¿Cuántas tomates le entregó Samuel a Laura?</p>  <p>Ecuación: <math>7 + \square = 13 \rightarrow</math> transformación</p>	Operador												
C4-M3	Aritmético	<p>Cacería de dulces</p> <p>El padre de Sofía ha organizado un juego para la fiesta de su hija. Con el fin de divertir a todos los invitados, él ha escondido dulces en toda la casa para que los busquen. Su padre escondió 34 dulces.</p> <p>Esto es lo que cada niño encontró:</p> <table border="1" data-bbox="600 1129 1075 1333"> <thead> <tr> <th></th> <th>Sofía</th> <th>Rebeca</th> <th>Raúl</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>7</td> <td>6</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td></td> <td>4</td> <td>6</td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table> <p>¿Crees que encontraron todos los dulces que el padre de Sofía escondió?</p> <p>Indica el número de dulces encontrados por cada persona.</p> <p>Muestra cómo llegaste a tu respuesta.</p>		Sofía	Rebeca	Raúl		7	6	5		4	6	3	Propuesta de actividad
	Sofía	Rebeca	Raúl												
	7	6	5												
	4	6	3												



<b>Situación 4</b>			
C1, M2	Aritmético y no aritmético	<p>7. La suma es una operación que consiste en añadir una cantidad a otra.</p> <div style="text-align: center;"> <math>15 + 6 = 21</math> </div> 	Operador
C1, M2	aritmético	<p>Adición</p> <p><math>12 + 19 =</math></p> <p><b>Determina el resultado usando estrategias propias</b></p> <div style="border: 1px solid black; height: 100px; width: 100%;"></div>	Propuesta de actividad
C1, M3	Aritmético y no aritmético	<p>9. Adición Eduardo tiene 4 cartas del mismo superhéroe. Él tiene 8 puntos en total. ¿De qué superhéroe se trata? Marca la carta con una X.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>8 puntos</p>  <p>Chica Coletas</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>9 puntos</p>  <p>Súper Pelaca</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>6 puntos</p>  <p>Capitán Bigotes</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>3 puntos</p>  <p>Súper Capul</p> </div> </div>	Propuesta de actividad y operador

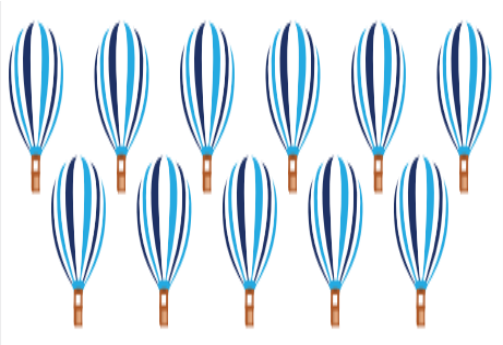

		<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;"> <p><b>5 puntos</b></p>  <p>Super Papy</p> </div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;"> <p><b>1 punto</b></p>  <p>Súper Cárcara</p> </div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;"> <p><b>2 puntos</b></p>  <p>Súper Mono</p> </div> </div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 10px; margin: 10px 0; text-align: center;"> <p>Escribe tu razonamiento</p> </div> <p>3) Charlotte tiene todas las cartas de la colección. ¿ Cuantos puntos tiene, si no tiene ninguna carta repetida?</p> <p>Escribe tu razonamiento</p>																												
C1, M3	Aritmético	<p>10. una cada número de arriba con uno de abajo, de modo que la suma de ellos sea igual al número de la estrellas amarilla.</p> <div style="display: flex; align-items: center; margin-top: 20px;"> <div style="margin-right: 10px;">b)</div> <div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center;">  </div> <table style="margin-left: 20px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">7</td> <td style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">8</td> <td style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">9</td> <td style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">6</td> <td style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">2</td> <td style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">4</td> <td style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">5</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">4</td> <td style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">6</td> <td style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">5</td> <td style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">10</td> <td style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">7</td> <td style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">3</td> <td style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;">8</td> </tr> </table> </div>	7	8	9	6	2	4	5	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	4	6	5	10	7	3	8
7	8	9	6	2	4	5																								
•	•	•	•	•	•	•																								
•	•	•	•	•	•	•																								
4	6	5	10	7	3	8																								


C1, M4	Aritmético	<p>Chica Coletas tiene que estar fuera de casa todo el día debido a una misión muy importante. Antes de salir, ella tiene que asegurarse de que súper Cascara tenga toda la comida que necesita para que crezca grande y fuerte. Ella le ha preparado unos bolsos pequeños que tienen alimentos supernutritivos. Súper Cascara debe consumir 18 alimentos por comida, y Chica coletas no estará presente para dos comidas. ¿Ha preparado chica coletas suficientes bolsos de comida?</p> <p>Estos son los bolsos con la cantidad de alimentos que contiene.</p>  <p>The image shows six orange shopping bags arranged in two rows of three. Each bag has a white label with black text listing food items:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Top row, left: 3 peras, 2 vegetales</li> <li>Top row, middle: 4 rodajas de pan</li> <li>Top row, right: 8 yogures</li> <li>Bottom row, left: 6 jamones, 3 tomates</li> <li>Bottom row, middle: 2 paquetes de arroz</li> <li>Bottom row, right: 4 tortas de banano</li> </ul> <p>¿Preparó Chica coletas suficiente comida para Súper Cáscara?</p> <p>Escribe tu razonamiento</p>	Operador
--------	------------	--	----------

C2, M2	Aritmético y no aritmético	<p>12. Representa los siguientes números usando los botones.</p> <table border="1" data-bbox="610 310 1218 768"> <thead> <tr> <th></th> <th>DECENA</th> <th>UNIDAD</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>13</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>46</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>35</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		DECENA	UNIDAD				13			46			35			Indicador de cierta conexión o correspondencia e identidad estricta													
	DECENA	UNIDAD																													
																															
13																															
46																															
35																															
C2, M3	aritmético	<p>13. ¿quienes somos? Conecta la descomposicion presentada con el numero que</p> <p>¿Quiénes somos? Conecta la descomposición presentada con el número que esta representa.</p> <table data-bbox="597 1136 950 1541"> <tbody> <tr> <td>4 unidades y 6 decenas</td> <td>•</td> <td>•</td> <td>57</td> </tr> <tr> <td>7 decenas y 5 unidades</td> <td>•</td> <td>•</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>4 decenas y 5 unidades</td> <td>•</td> <td>•</td> <td>46</td> </tr> <tr> <td>7 unidades y 5 decenas</td> <td>•</td> <td>•</td> <td>75</td> </tr> <tr> <td>3 unidades</td> <td>•</td> <td>•</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td>6 unidades y 4 decenas</td> <td>•</td> <td>•</td> <td>45</td> </tr> <tr> <td>3 decenas</td> <td>•</td> <td>•</td> <td>64</td> </tr> </tbody> </table>	4 unidades y 6 decenas	•	•	57	7 decenas y 5 unidades	•	•	3	4 decenas y 5 unidades	•	•	46	7 unidades y 5 decenas	•	•	75	3 unidades	•	•	30	6 unidades y 4 decenas	•	•	45	3 decenas	•	•	64	Identidad estricta
4 unidades y 6 decenas	•	•	57																												
7 decenas y 5 unidades	•	•	3																												
4 decenas y 5 unidades	•	•	46																												
7 unidades y 5 decenas	•	•	75																												
3 unidades	•	•	30																												
6 unidades y 4 decenas	•	•	45																												
3 decenas	•	•	64																												



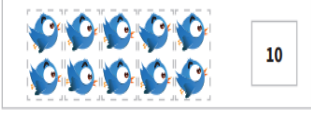


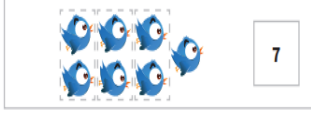


C3, M2	Aritmético	<p>10. marca en el reloj la hora indicada</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div> <hr style="width: 100%; margin: 10px 0;"/> <p style="text-align: center;"> 1 día = <input type="text"/> horas      1 semana = <input type="text"/> días      1 año = <input type="text"/> meses </p>	Indicador de cierta conexión o correspondencia
C3, M3	Aritmético	<p>Súper Tía sale a las 6:00 para ir a la casa de Súper Memé, y tarda 3 horas en llegar. ¿a qué hora llegará a la casa de Súper Memé?</p>	Indicador de cierta conexión o correspondencia
C3, M4	Aritmético y no aritmético	<p><b>Las tortas de Súper Tía</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Recuerda que en un día hay 24 horas.</li> <li>• Súper Tía debe hornear 12 tortas de fresas</li> <li>• Ella se demora 2 horas en hornear una torta.</li> </ul> <p>¿Tendra super tia tiempo para preparar todas las tortas en un solo día?</p> <p>Escribe tu razonamiento</p>	Indicador de cierta conexión o correspondencia

<p>C4, M2</p>	<p>Aritmético y no aritmético</p>	<p>Retira los materiales que sobran realizando una resta, y escribe la operación matemática.</p> <p>Paracaídas de Supervivencias</p> $\square - \square = 7$ 	<p>Operador</p>
<p>C4, M3</p>	<p>Aritmético y no aritmético</p>	<p>Dibuja los artículos que faltan y completa la frase matemática</p> <p>a) Pintalabios paralizante</p> $5 + \square = 12$ 	<p>Operador</p>

C4, M3	Aritmético	<p>Capitán Bigotes debe lanzar dos dados y así formar 4 restas diferentes cuyo resultado sea 2. ¿Puedes ayudarlo?</p> <p> <math>\square - \square = 2</math>    b) <math>\square - \square = 2</math>    c) <math>\square - \square = 2</math>    d) <math>\square - \square = 2</math> </p> <p>Los supervillanos estuvieron aquí y se llevaron algunos de los números de los siguientes cálculos. Chica Coletas tiene que recuperar esos números. Ella te necesita ¡A trabajar!</p> <p> <math>7 + \square = 10</math>    c) <math>\square + 5 = 7</math>    e) <math>\square + 6 = 11</math>  <math>1 + \square = 6</math>    d) <math>9 - \square = 6</math>    f) <math>\square + 2 = 4</math> </p> 	Operador
--------	------------	--	----------

**Situación 5**

C3, M2	Aritmético y no aritmético	<p><b>Número par</b></p> <p>Estos son los ejemplos de algunos números pares</p> <div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center;"> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 5px;">  <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px; margin-left: 10px;">2</div> </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 5px;">  <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px; margin-left: 10px;">6</div> </div> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px; margin-left: 10px;">10</div> </div> </div>	<p><b>Número impar</b></p> <p>Estos son ejemplos de algunos números impares</p> <div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center;"> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 5px;">  <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px; margin-left: 10px;">3</div> </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 5px;">  <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px; margin-left: 10px;">5</div> </div> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px; margin-left: 10px;">7</div> </div> </div>	Identidad estricta
--------	----------------------------	---	---	--------------------

C4, M3







No aritmético

El dibujo que aparece a continuación representa un río y los oválos de colores son las piedras. Cada monstruo de las montañas tiene un camino y color. Cada vez que un monstruo salta de una piedra a otra, acumula los puntos indicados en la tabla que aparece en la pagina siguiente. El monstruo que obtenga la mayor cantidad de puntos al final del juego, ganará. ¿Quién gana?

Indicador de cierta conexión o correspondencia



Completa la tabla

MONSTRUOS	VALOR DE LAS PIEDRAS	RESULTADOS (INDICA TU CAMINO)
	 =3	
	 =2	
	 =4	
	 =5	