

ESTADÍSTICA NO PARAMÉTRICA

HERNANDO GAMARRA CORREA

ALVARO A. PEREZ MARICHAL

RAMIRO C. QUISENO MENDOZA

UNIVERSIDAD DE SUCRE

FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

SINCELEJO

2006

ESTADÍSTICA NO PARAMÉTRICA

HERNANDO GAMARRA CORREA

ALVARO A. PEREZ MARICHAL

RAMIRO C. QUISENO MENDOZA

**Trabajo presentado como requisito para optar el título
De Licenciado en Matemáticas**

Director(a)

MELBA VERTEL MORINSÓN

Lic. En Matemáticas y Física

Esp. Estadística

UNIVERSIDAD DE SUCRE

FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

SINCELEJO

2006

Nota de aceptación

Firma del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

Sincelejo, Junio 02 del 2006.

*Solo los graduandos son responsables de las ideas expuestas en
este trabajo*

DEDICATORIA

A Dios por haberme otorgado la sabiduría y la fortaleza para alcanzar mis metas.

A mis padres Hernando y Elisa, por su apoyo y comprensión en todo momento.

A mis hermanos por darme el valor para seguir adelante.

A Lady Tatiana, que desde el cielo me iluminó y me llenó de esperanza para lograr mi triunfo.

Hernando.

DEDICATORIA

Hoy dedico este proyecto a Dios y a mi familia, en especial a mis padres Adalberto y Dora que han estado cerca de mí en los momentos buenos y en los más difíciles.

Gracias a mi esposa Mabel Martínez por brindarme su apoyo y confianza.

A mi hija Andrea Lucia por regalarme todas sus energías, amor y colaboración para obtener este título que tanto anhelaba.

Álvaro.

DEDICATORIA

Hoy dedico este triunfo en primer lugar a Dios, por haberme dado fortalezas, sabiduría y valor para alcanzar esta meta tan anhelada.

A mis padres, Nubia y Jorge, que siempre estuvieron conmigo en todo momento llenándome de esperanza para lograr mis sueños.

A mis abuelos, tíos y hermanos, especialmente a mis tíos César y Ramiro, quienes me apoyaron en todos aquellos momentos de dificultad, tanto económica como emocionalmente.

A todas aquellas personas que fueron mis ángeles y que de alguna u otra manera colaboraron para que este sueño se hiciera realidad.

Ramiro.

AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan sus agradecimientos a:

Dios, nuestro señor, por darnos la voluntad y la sabiduría de seguir adelante nuestra carrera.

Una tarea llena de satisfacciones, logros, dudas, esfuerzo, amor y fé.

Nuestros padres, por infundirnos resignación, cordura, voluntad, apoyo y decisión para salir adelante.

La asesora Melba Liliana Vertel Morrinsón, por brindarnos su orientación y apoyo, quien con su paciencia, dedicación y comprensión fue siempre una fuente de ánimo para seguir adelante.

La Universidad de Sucre, específicamente a la Facultad de Educación y Ciencias, por su apoyo logístico y humano, esencial para la ejecución de nuestro trabajo.

Todas aquellas personas que de una u otra forma hicieron posible la culminación de este trabajo.

TABLA DE CONTENIDOS

	Pág.
RESUMEN	14
ABSTRACT	15
1. INTRODUCCIÓN.	16
2. ESTADO DEL ARTE.	19
2.1. Antecedentes.	19
2.2. Bases teóricas.	22
2.2.1. Estadística Paramétrica.	22
2.2.1.1. Prueba de Hipótesis para una media poblacional (varianza conocida).	22
2.2.1.2. Prueba de Hipótesis para una media poblacional (varianza desconocida).	23
2.2.1.3. Prueba de Hipótesis para la diferencia de dos medias poblacionales (varianzas conocidas).	25
2.2.1.4. Prueba de Hipótesis para la diferencia de dos medias poblacionales (varianzas desconocidas).	26
2.2.1.5. Prueba de hipótesis para el cociente de varianzas poblacionales.	28
2.2.1.6. Prueba X^2 (Chi- cuadrado).	29
2.2.1.6.1. Prueba de bondad de ajuste.	29
2.2.1.6.2. Prueba de independencia.	31
2.2.2. Estadística no Paramétrica.	33
2.2.2.1. Prueba de los signos.	34

2.2.2.2. Prueba de rangos con signos de Wilcoxon.	36
2.2.2.3. Prueba de la suma de rangos de Wilcoxon.	38
2.2.2.4. Prueba U - Mann y Whitney.	41
2.2.2.5. Prueba de Kruskal Wallis para k muestras independientes.	43
2.2.2.6. Prueba de rangos de Friedman para k muestras igualadas.	46
2.2.2.7. Coeficiente de correlación de rangos de Spearman.	48
2.2.2.8. Prueba de aleatoriedad: Teoría de rachas.	50
3. DISEÑO METODOLÓGICO.	53
3.1. Tipo de investigación.	53
3.2. Ubicación.	53
3.3. Procedimiento.	54
3.4. Introducción al programa estadístico NCSS.	55
3.4.1. Instalación de NCSS.	55
3.4.2. Instrucciones para la aplicación de la estadística descriptiva.	56
3.4.3. Instrucciones para la aplicación de los métodos estadísticos no paramétricos.	61
3.4.3.1. Prueba de los signos para muestras pareadas.	62
3.4.3.2. Prueba de Wilcoxon para muestras pareadas.	63
3.4.3.3. Prueba U – Mann y Whitney para dos muestras.	63
3.4.3.4. prueba de Kruskal Wallis para k muestras independientes.	64
3.4.3.5. Prueba de rangos de Friedman.	66
3.4.3.6. Prueba de correlación de rangos de Spearman.	68
4. RESULTADOS Y DISCUSIONES.	69
5. CONCLUSIONES.	90
6. RECOMENDACIONES.	91
7. BIBLIOGRAFÍA.	92
7.1. Tesis utilizadas para el estudio.	93
ANEXOS	

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 3.4.2.1. Entrada NCSS.

FIGURA 3.4.2.2. Editor.

FIGURA 3.4.2.3. Cuadro de diálogo (crear archivo)

FIGURA 3.4.2.4. Menú.

FIGURA 3.4.2.5. Aplicación estadística descriptiva.

FIGURA 3.4.2.6. Resultado estadística descriptiva.

FIGURA 3.4.3.1.1. Menú Pruebas no Paramétricas.

FIGURA 3.4.3.1.2. Ejecución Prueba de los Signos.

FIGURA 3.4.3.3.1. Ejecución pruebas de Wilcoxon y U.

FIGURA 3.4.3.4.1. Editor.

FIGURA 3.4.3.4.2. Ejecución Prueba de Kruskal-Wallis.

FIGURA 3.4.3.5.1. Editor.

FIGURA 3.4.3.5.2. Ejecución prueba de Rangos de Friedman.

LISTA DE TABLAS

TABLA 1. Valores de la variable consumo de alimento.

TABLA 2. Valores de la variable ganancia diaria de peso.

TABLA 3. Valores de la variable incremento de peso semanal.

TABLA 4. Valores de la variable porcentaje de fibra en detergente neutro.

TABLA 5. Valores de la variable altura de plantas de arroz (cm).

LISTA DE ANEXOS

ANEXO 1. Área bajo la curva Normal de probabilidad.

ANEXO 2. Valores críticos para la prueba **t** de Student.

ANEXO 3. Valores críticos de la Distribución **F**.

ANEXO 4. Valores críticos de la Distribución Chi-cuadrado.

ANEXO 5. Valores críticos para la Prueba de Rangos con signos de Wilcoxon.

ANEXO 6. Valores críticos para la Suma de Rangos con Signos de Wilcoxon.

ANEXO 7. Valores críticos para la Prueba U de Mann – Whitney.

ANEXO 8. Valores críticos del Coeficiente de Correlación de Rangos de Spearman.

ANEXO 9. Valores críticos para la Prueba de Aleatoriedad: Teoría de rachas.

RESUMEN

Son muchos los trabajos de investigación que se pueden encontrar en donde lo común es realizar análisis de varianzas o pruebas de hipótesis acerca de los parámetros de una población, en los cuales no se cuenta con la plena seguridad de que los datos seleccionados para la inferencia proceden de una distribución normal o aproximadamente normal, lo que podría originar resultados viciados. El objetivo de la siguiente investigación se centró en aplicar el programa estadístico NCSS para determinar si la información utilizada para la inferencia se ajusta o no a dicha distribución. Además, este programa dió la oportunidad de aplicar de una manera rápida y sencilla los procedimientos no paramétricos más importantes con el fin de comparar los resultados obtenidos con los diferentes tipos de prueba (paramétricas y no paramétricas). Entre las conclusiones más importante podemos encontrar que si los datos para el estudio no se modelan a una distribución normal, elegir un método no paramétrico sería la mejor opción.

ABSTRACT

There are many the investigation Works that can be where the common thing is to carry out analysis of variances or hypothesis test about the parameters of a population, in which it is not had the full security that the data selected for the inference come from a normal or approximately normal distribution what could originate results castings. The objective of the following investigation you center in applying the statistical program NCSS to determine if the information used for the inference is adjusted or not to this distribution. Also, this program us gave the opportunity to apply in a quick and simple way the most important non parametric procedures with the purpose of comparing the results obtained with the different test types(parametric and not parametric). Among the most important conclusions we can find that if the data for the study are not modeled to a normal distribution, to choose a serious non parametric method the best option.

1. INTRODUCCIÓN

El uso de la estadística es de gran importancia en la investigación científica. Casi todas las investigaciones aplicadas requieren algún tipo de análisis estadístico para que sea posible evaluar su resultado. En algunos casos, para resolver un problema de carácter empírico es preciso llevar a cabo un análisis bastante complejo y es por esto que la elección de uno u otro tipo de análisis estadístico depende del problema que se plantee en estudio, así como de la naturaleza de los datos seleccionados para la inferencia¹.

En el desarrollo de los métodos estadísticos modernos, las primeras técnicas de inferencias estadísticas que aparecieron, hicieron un gran número de suposiciones acerca de la naturaleza de la forma funcional de la distribución de la población y sus parámetros asociados². Entre las suposiciones más comunes se pueden encontrar, que las muestras aleatorias seleccionadas para el estudio procedan de una distribución normal o aproximadamente normal, que se conozcan sus varianzas o que se sabe que son iguales o diferentes y que las muestras seleccionadas sean de poblaciones independientes. Cuando estos requisitos no se cumplen las estimaciones o pruebas de hipótesis sobre los parámetros pueden resultar viciadas. Tradicionalmente a estos procedimientos se les conoce como técnicas o métodos estadísticos paramétricos³.

¹ CELORIOS, S. A. www.ilustrados.com (Prueba de Kolmogorov- Smirnov).

² WAYNE, W. D. Bioestadística. Ed. Limusa, S.A. p. 697.

³ SIGNEY, S. Estadística no paramétrica. Ed. Trillas, p. 21.

En el siguiente trabajo se presentan algunos procedimientos alternativos llamados métodos estadísticos “**no paramétricos**”, cuya principal ventaja es no hacer suposiciones tan severas acerca de la forma funcional de distribución poblacional y sus parámetros. Estos procedimientos se restan utilizando con mayor frecuencia en el análisis de datos, puesto que proporcionan a los analistas la posibilidad de acomodar una variedad más amplia de situaciones experimentales.

Existen muchas aplicaciones en las ciencias e ingenierías donde los datos no se reportan en una escala lo suficientemente sólida como para permitir las operaciones aritméticas y algebraicas necesarias para llevar a cabo los procedimientos paramétricos, sino más bien en una escala ordinal donde el método no paramétrico es más eficiente al momento de hacer los cálculos correspondientes a la prueba seleccionada. Es por esta razón que la mayoría de los analistas e investigadores encuentran los cálculos involucrados en estas técnicas muy atractivos e intuitivos⁴.

Es por estas razones, que el grupo de investigación se motivó a realizar un estudio de las técnicas no paramétricas más importantes y aplicarlas en el procedimiento y análisis estadístico de la información encontrada en las investigaciones formativas de la Universidad de Sucre, de una manera rápida y sencilla mediante la utilización del programa computacional NCSS (Statistic System New Creation), el cual nos proporciona un módulo completo de estadística no paramétrica. Este programa nos permitió comparar los resultados obtenidos con las pruebas no paramétricas y los análisis estadísticos realizados en muchos trabajos de pregrado por estudiantes de Ingeniería, Biología, Zootecnia, Enfermería y entre otras, en las cuales se aplicaron procedimientos paramétricos basados en supuestos de normalidad

⁴ MONTGONERY, D. (1994). Probabilidad y Estadística para Ingenieros. Mc Graw Hill Interamericana Editores S.A. de c.v. p. 803.

de los datos, lo que pudo ser perjudicial para los resultados óptimos deseados.

De esta manera, esta investigación se convierte en una nueva alternativa para los estudiantes de pregrado, y en general para los analistas que hacen investigaciones que impliquen análisis de varianza y pruebas de hipótesis, apliquen los procedimientos no paramétricos, sino se tiene la plena seguridad de que los datos se ajustan a una distribución normal o aproximadamente normal, con el fin de obtener mejores resultados.

2. ESTADO DEL ARTE

2.1. ANTECEDENTES

Teniendo en cuenta la revisión bibliográfica existente sobre el tema, objeto de estudio, son muy pocos los trabajos encontrados concernientes a los métodos estadísticos no paramétricos, a continuación mencionaremos algunos:

- 📖 El trabajo realizado por Corzo S. Jimmy A, desarrollado en la Universidad Nacional de Colombia, titulado: “**ESTADÍSTICA NO PARAMÉTRICA**”. Este trabajo está basado en resúmenes, hechos por el autor en mención, de los capítulos del libro Hettmansperger (1984) que se consideraron más importantes para el desarrollo del curso de estadística no paramétrica del Magíster en Estadística. El objetivo general de estos apuntes es proporcionar a los estudiantes una herramienta de estudio de los métodos no paramétricos como ayuda para la comprensión del libro original de donde se basó el autor.
- 📖 En la Revista Colombiana de Estadística, N° 19-20 de la Universidad Nacional de Colombia, se encontró el trabajo realizado por Corzo S. Jimmy A, titulado: “**TEORIA DE RACHAS**” en el que se concluyó: la sucesión de rachas r_j , $j=1,2,\dots,n$, no solamente es una generalización de la estadística propuesta por Wald y Wolfowitz (1940), si no que es por si misma una contribución a la teoría de rachas, puesto que a través de ésta queda representada cada una de las variables aleatorias X_1, X_2, \dots, X_n , por el número de rachas hasta cada una de

ellas. Es decir, dentro de la clase de las estadísticas en rachas, el vector (r_1, r_2, \dots, r_n) desempeña un papel equivalente al vector de los rangos (R_1, R_2, \dots, R_n) dativo de las estadísticas basadas en rangos.

- ✎ Por otro lado se encontró el trabajo realizado por los estudiantes Eder José Padilla Jaraba e Iliana Cristina Tapia en el año 2001, titulado: **“DISEÑO DEL MÓDULO PARA EL APRENDIZAJE DEL PROGRAMA ESTADÍSTICO NCSS (SYSTEM STATISTIC NEW CREATION) EN LOS PROGRAMAS DE PREGRADO DE LA UNIVERSIDAD DE SUCRE”**. Cuyo objetivo general fue diseñar un módulo para el aprendizaje de la estadística, facilitando la comprensión de los contenidos estadísticos que se desarrollan en las diferentes carreras.

- ✎ De igual manera se encontró el trabajo realizado por Fabiola Rivera Álvarez estudiante de Licenciatura en Ingeniería Industrial de la Universidad de las Américas de Puebla (México) en el año 2003, titulado: **“UNA PRUEBA DE CONTRASTES ORTOGONALES ANTES DE UN EXPERIMENTO EN ESTADÍSTICA NO PARAMÉTRICA UTILIZANDO MÉTODOS INTENSIVOS DE CÓMPUTO (MIC)”**, cuyo objetivo general era de proveer a los estudiantes de una nueva herramienta para la investigación y que les permita la estimación de efectos a través de contrastes ortogonales antes de un experimento utilizando estadística no paramétrica y un programa de simulación en el lenguaje de programación Fortran. Según Fabiola, esta herramienta es más confiable y exacta que las paramétricas que se utilizan con frecuencia, pues, éstas resultan muchas veces subjetivas, no muy confiables y en algunas ocasiones inaplicables debido a que no cumplen con el supuesto de normalidad

de los datos y no se puede obtener conclusiones precisas o correctas sobre el proceso o sistema que se esta estudiando⁵.

📖 A si mismo, se halló una publicación hecha por Arsenio Celorio Sánchez, titulada: "PRUEBA DE KOLMOGOROV-SMIRNOV", el cual está dedicado al estudio de dos pruebas no paramétricas que por su importancia merecen ser tratadas de forma independiente, ellas son las pruebas de Kolmogorov-smirnov para una y dos muestras. Estas pruebas son bastante potentes con muestras grandes. El nivel de medición de la variable y su distribución son elementos que intervienen en la selección del test que se utilizará en el procesamiento posterior. Entre las recomendaciones hechas por Arsenio encontramos una muy importante y es que si la variable es continua con distribución normal se pueden aplicar técnicas paramétricas, pero si es una variable discreta o continua no normal, solo son aplicables técnicas no paramétricas, pues aplicar las primeras arrojaría resultados de dudosa valides⁶.

📖 Se encontró el trabajo titulado: "ESTADÍSTICA NO PARAMÉTRICA", en el cual se desarrollan modelos estadísticos para realizar validaciones de todo tipo de magnitud biológica, tanto cualitativas como cuantitativas. Se desarrollan modelos estadísticos equivalentes a los paramétricos, sin las restricciones o supuestos de los mismos. Entre los modelos que encontramos están el binomial, la prueba de rachas, el del signo, el de Wilcoxon y la prueba U de Mann y Whitney.⁷

⁵ RIVERA. F. www.udlap.mx/tesis/li/rivera-a-f. Una prueba de contrastes ortogonales antes con experimento con estadística no paramétrica utilizando métodos intensivos de cómputo.

⁶ CELORIOS, S. A. www.illustrados.com .(Estadística no Paramétrica)

⁷ www.illustrados.com. Tema 14 (Estadística no Paramétrica).

2.2. BASES TEÓRICAS

2.2.1. Estadística Paramétrica

2.2.1.1. Prueba de Hipótesis para una media poblacional (varianza conocida). El método para esta situación fundamental se centra alrededor de un experimento con X_1, X_2, \dots, X_n , que representan una muestra aleatoria de una distribución con media μ y varianza $\sigma^2 > 0$. El estadístico de prueba apropiado deberá basarse en la variable aleatoria \bar{X} , la cual tiene una distribución aproximadamente normal con media μ_0 y varianza $\frac{\sigma^2}{n}$, de tal

forma que, $\mu_{\bar{X}} = \mu$ y $\frac{\sigma}{n} = \sigma_x / n$.⁸

Pasos para la aplicación:

1. Establecer la hipótesis nula: $H_0 : \mu = \mu_0$
2. Seleccionar una hipótesis alternativa apropiada:

$$H_1: \begin{cases} \mu > \mu_0 & \text{Unilateral derecha} \\ \mu < \mu_0 & \text{Unilateral izquierda} \\ \mu \neq \mu_0 & \text{Bilateral} \end{cases}$$

3. Seleccionar un nivel de significancia α .
4. Hallar el valor calculado del estadístico de prueba

⁸ CANAVOS, G. C. Probabilidad y Estadística. Ed. MC Graw Hill. Pág. 327.

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad \text{ó} \quad Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}, n > 30$$

5. Hallar el valor tabulado del estadístico de prueba (Anexo 1)

$Z_{(\alpha, n)}$, para una prueba unilateral

$Z_{(\alpha/2, n)}$, para una prueba bilateral

6. Toma de decisión

Se rechaza hipótesis nula cuando:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > Z_{\frac{\alpha}{2}} \quad \text{ó} \quad < Z_{\frac{\alpha}{2}} \quad (\text{Bilateral})$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > Z_{\alpha} \quad (\text{Unilateral derecha})$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < - Z_{\alpha} \quad (\text{Unilateral izquierda})$$

2.2.1.2. Prueba de Hipótesis para una media maestrales (varianza desconocida). Esta prueba de hipótesis se desarrolla bajo las siguientes condiciones:

La variable aleatoria X_1, X_2, \dots, X_n representa una muestra aleatoria de una distribución normal con μ y σ^2 desconocidas. Así, la variable aleatoria

$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ tiene una distribución t de student con grados de libertad $n - 1$,

donde $n \leq 30$ y S es la desviación estándar.⁹

Pasos para la aplicación:

1. Establecer la hipótesis nula: $H_0: \mu = \mu_0$

2. Selección de hipótesis alternativa:

$$H_1: \begin{cases} \mu > \mu_0 & \text{Unilateral derecha} \\ \mu < \mu_0 & \text{Unilateral izquierda} \\ \mu \neq \mu_0 & \text{Bilateral} \end{cases}$$

3. Selección nivel de significancia α .

4. Calcular \bar{X} , S y n , donde s es la desviación estándar muestral.

5. Hallar el valor calculado de t . (Anexo 2)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

5. Hallar el valor tabulado de t . (Anexo 2)

$$t_{(\alpha/2, n)}$$

6. Toma de decisión

Se rechaza hipótesis nula cuando:

⁹MONTGOMERY. D. Probabilidad y Estadística. 1ª edición, Ed. Mc Graw Hill. 1996. Pág. 404.

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} > t_{(\alpha/2, n-1)} \quad \text{ó} \quad t < - t_{(\alpha/2, n-1)} \quad (\text{Bilateral})$$

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} > t_{(\alpha/2, n-1)} \quad (\text{Unilateral derecha})$$

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} < t_{(\alpha/2, n-1)} \quad (\text{Unilateral izquierda})$$

2.2.1.3. Prueba de Hipótesis para la diferencia de dos medias poblacionales (varianzas conocidas). Esta prueba representa un conjunto de herramientas analíticas muy importantes para científicos e ingenieros. El procedimiento experimental es en gran medida igual al descrito en las pruebas anteriores. Dos muestras aleatorias independientes de tamaño n_1 y n_2 respectivamente, se sacan de dos poblaciones con medias μ_1 y μ_2 , y varianzas σ_1^2 y σ_2^2 . Se sabe que la variable Z tiene una distribución normal estándar.¹⁰

Pasos para la aplicación:

1. Establecer hipótesis nula; $H_0: \mu_1 - \mu_2 = d_0$

2. Seleccionar hipótesis alterna:

$$H_1: \begin{cases} \mu_1 - \mu_2 > d_0 & (\text{Unilateral derecha}) \\ \mu_1 - \mu_2 < d_0 & (\text{Unilateral izquierda}) \\ \mu_1 - \mu_2 \neq d_0 & (\text{Bilateral}) \end{cases}$$

¹⁰ WALPOLE – MYER. Probabilidad y Estadística. 4ª edición, Ed. Mc Graw Hill. 1992. Pág. 325.

Seleccionar nivel de significancia α .

3. Hallar el valor calculado de Z :

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}}$$

4. Hallar el valor tabulado de z (Anexo 1)

5. Toma de decisión:

Se rechaza hipótesis nula cuando

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} > Z_{\alpha/2} \quad \text{ó} \quad Z < -Z_{\alpha/2} \quad (\text{Bilateral})$$

$$Z > Z_{\alpha} \quad (\text{Unilateral derecha})$$

$$Z < -Z_{\alpha} \quad (\text{Unilateral izquierda})$$

2.2.1.4. Prueba de Hipótesis para la diferencia de dos medias poblacionales (varianzas desconocidas). Las situaciones que más prevalecen en pruebas sobre dos medias son aquellas en las cuales se desconocen sus varianzas. Si el investigador interesado está dispuesto en asumir que ambas distribuciones son normales y que $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, puede utilizarse la prueba t de student combinada (a la que con frecuencia se le denomina prueba t de dos muestras). El estadístico de prueba t en este caso tiene una distribución t de student con $n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad.¹¹

¹¹ WALPOLE – MYER. Probabilidad y Estadística. 4ª edición, Ed. Mc Graw Hill. 1992. Pág. 325.

Pasos para la aplicación:

1. Determinar hipótesis nula: $H_0: \mu_1 - \mu_2 = d_0$

2. Seleccionar hipótesis alterna:

$$H_1 : \begin{cases} \mu_1 - \mu_2 > d_0 & \text{(Unilateral derecha)} \\ \mu_1 - \mu_2 < d_0 & \text{(Unilateral izquierda)} \\ \mu_1 - \mu_2 \neq d_0 & \text{(Bilateral)} \end{cases}$$

3. Seleccionar nivel de significancia α .

4. Hallar el valor calculado de t . (Anexo 2)

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}}, \text{ como } s_1^2 = s_2^2, t \text{ queda simplificado a la expresión:}$$

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{sp \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}, \text{ donde } sp^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1 + (n_2 - 1)s_2}{n_1 + n_2 - 2}$$

5. Hallar el valor tabulado de t .

$$t_{(n_1+n_2-2, \alpha)} \quad \text{Unilateral}$$

$$t_{(n_1+n_2-2, \alpha/2)} \quad \text{Bilateral}$$

6. Toma de decisión:

Se rechaza hipótesis nula cuando:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{sp \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} < -t_{(n_1+n_2-2, \alpha/2)} \quad \text{ó} \quad t > t_{(n_1+n_2-2, \alpha/2)} \quad \text{(Bilateral)}$$

$$t > t_{(n_1+n_2-2, \alpha)} \quad \text{(Unilateral derecha)}$$

$$t < -t_{(n_1+n_2-2, \alpha)} \quad \text{(Unilateral izquierda)}$$

2.2.1.5. Prueba de Hipótesis para el cociente de varianzas poblacionales. Sean x_1, x_2, \dots, x_{n_x} y y_1, y_2, \dots, y_{n_y} dos muestras aleatorias de dos distribuciones normales independientes con medios desconocidos μ_x y μ_y y varianzas desconocidas σ_x^2 y σ_y^2 . La estadística de interés son las varianzas muestrales, S_x^2 y S_y^2 . Por virtud de la independencia, las cantidades $\frac{(n_x - 1) S_x^2}{\sigma_x^2}$ y $\frac{(n_y - 1) S_y^2}{\sigma_y^2}$, son dos variables aleatorias independientes chi-cuadrado con $n_x - 1$ y $n_y - 1$ grados de libertad, respectivamente. Para este caso el estadístico de prueba a utilizar bajo hipótesis nula $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$ es la razón $F = \frac{s_x^2 / \sigma_x^2}{s_y^2 / \sigma_y^2}$, dado que $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$ el estadístico de prueba F se reduce a la siguiente expresión: $F = \frac{S_x^2}{S_y^2}$.¹²

Pasos para la aplicación:

1. Determinar hipótesis nula. $H_0: \sigma_x^2 = \sigma_y^2$.

2. Seleccionar hipótesis alterna:

$$H_1: \begin{cases} \sigma_x^2 > \sigma_y^2 & \text{(Unilateral derecha)} \\ \sigma_x^2 < \sigma_y^2 & \text{(Unilateral izquierda)} \\ \sigma_x^2 \neq \sigma_y^2 & \text{(Bilateral)} \end{cases}$$

3. Seleccionar nivel de significación α .

¹² CANAVOS, G. Probabilidad y Estadística. 1ª Edición. Ed. Mc Graw Hill. 1981. Pág. 348.

4. Hallar el valor calculado F :

$$F = \frac{S_x^2}{S_y^2} \text{ y grados de libertad } v_x \text{ y } v_y$$

5. Hallar el valor tabulado de F . (Anexo 3)

$$F_{(\alpha/2, v_x, v_y)} \text{ o } F_{(1-\alpha/2)} = \frac{1}{F_{(\alpha/2, v_y, v_x)}}$$

6. Toma de decisiones.

Se rechaza hipótesis nula cuando:

$$F = \frac{S_x^2}{S_y^2} < F_{(1-\alpha, v_x, v_y)} \text{ ó } F > F_{(\alpha/2, v_x, v_y)} \quad (\text{Bilateral}).$$

$$F > F_{(\alpha, v_x, v_y)} \quad (\text{Unilateral derecha}).$$

$$F > F_{(1-\alpha, v_x, v_y)} \quad (\text{Unilateral izquierda}).$$

2.2.1.6. Prueba X^2 (Chi - cuadrado).

2.2.1.6.1. Prueba de bondad de ajuste (Chi – cuadrado). Esta prueba se emplea para decidir cuando un conjunto se modela bajo una distribución de probabilidad dada. La prueba se basa en que tan buen ajuste se tiene entre la frecuencia de ocurrencia de las observaciones en una muestra observada y la frecuencia observada que se obtiene de las distribuciones hipotética. Consideremos una muestra aleatoria de tamaño de la distribución de una variable aleatoria X dividida en K clases mutuamente excluyentes y sea N_i , $i = 1, 2, \dots, k$ el número de observaciones en la i -ésima clase. Una prueba de

bondad de ajuste entre frecuencias observadas y esperadas se basa en el

estadístico $\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$ donde χ^2 es el valor de una variable aleatoria

cuya distribución muestral se aproxima muy cercanamente a una distribución chi-cuadrado, con $\nu = k-1$ grados de libertad. Los símbolos o_i y e_i , representan la frecuencia observada y esperada respectivamente para la clase i -ésima.¹³

Paso para la aplicación.

1. Se determina Hipótesis nula:

H_0 : Los datos se ajustan a la distribución en cuestión.

2. Se determina hipótesis alterna apropiada a hipótesis nula.

3. Se selecciona un nivel de significancia α .

4. Se calculan los datos con la muestra.

X	Variable aleatoria	X_1	X_2	X_3	...	X_k	
$F_{(X)}$	Frecuencia absoluta	N_1	N_2	N_3	...	N_k	N
E	Esperada	E_1	E_2	E_3	...	E_k	

Donde X_k es la variable aleatoria

$F_{(X)}$ frecuencia absoluta u observada (O_i).

Frecuencia esperada (e_i).

$n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$.

¹³ PADILLA, E. y TAPIAS, I. Módulo de Estadística Descriptiva. 2001.

5. Calcular datos esperados.

$$E_K = np_k \text{ es decir } E_1 = np_1, E_2 = np_2, E_3 = np_3, \dots, E_k = np_k.$$

6. Hallar el valor calculado de χ^2 .

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}, i = 1, 2, \dots, K$$

7. Hallar el valor tabulado de χ^2 . (Anexo 4)

$$\chi^2_{(k-1, \alpha)}$$

8. Toma de decisión.

Se rechaza hipótesis nula cuando

$$\chi^2 > \chi^2_{(k-1, \alpha)}$$

2.2.1.6.2. Prueba de independencia (chi-cuadrado). Sea n una muestra aleatoria de una población que se clasifica de acuerdo con 2 categorías A y B, cada una de las cuales contiene un número r y c de categorías respectivamente. Además, sea N_{ij} el número de observaciones en la categoría (i,j) de las características A y B, respectivamente, para $i = 1, 2, \dots, r$ y $j = 1, 2, \dots, c$. Entonces se hace una tabla de contingencia, la cual es un arreglo matricial de $r * c$, así como mostraremos a continuación; en donde las entradas representan las realizaciones de las variables aleatorias N_{ij} .¹⁴

¹⁴ PADILLA, E. y TAPIA I. Módulo de Estadística Descriptiva. 2001.

	Categorías	Característica B					Totales
		1	2	3	...	C	
Característica A	1	n_{11}	n_{12}	n_{13}	...	n_{1c}	$n_{1.}$
	2	n_{21}	n_{22}	n_{23}	...	n_{2c}	$n_{2.}$
	3	n_{31}	n_{32}	n_{33}	...	n_{3c}	$n_{3.}$

	r	n_{r1}	n_{r2}	n_{r3}	...	n_{rc}	$n_{r.}$
		$n_{.1}$	$n_{.2}$	$n_{.3}$...	$n_{.c}$	n

Observamos en la tabla que el total del i -ésimo renglón es la frecuencia de la i -ésima categoría de característica A, sumando sobre todas las categorías de característica B. De manera similar se hace con las categorías de la característica B. Así, tenemos:

$$n_{i.} = \sum_{j=1}^c n_{ij}, i = 1, 2, 3, \dots, r.$$

$$n_{.j} = \sum_{i=1}^r n_{ij}, j = 1, 2, 3, \dots, c.$$

Esta prueba es útil cuando surge la necesidad de determinar si existe alguna relación entre dos rasgos diferentes, en los que una población ha sido clasificada y en donde cada rasgo o característica se encuentra subdividida en cierto número de categorías.

Pasos para la población:

1. Determinar hipótesis nula.

H_0 : Factor o característica A es independiente del factor o característica B.

2. Seleccionar hipótesis alterna.

H_1 : Característica A depende de la característica B. (unilateral derecha).

3. Seleccionar nivel de significancia α .

4. Hallar el valor esperado:

$$E_{ij} = \frac{(n_{i.})(n_{.j})}{n}$$

5. Hallar el valor calculado de χ^2 .

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}, \text{ donde } o_{ij} = n_{ij}$$

6. Hallar el valor tabulado de χ^2 . (Anexo 4)

$$\chi^2_{((r-1)(c-1); \alpha)}, \text{ } r = \# \text{ filas, } c = \# \text{ columnas.}$$

7. Toma de decisiones.

$$\chi^2 > \chi^2_{((r-1)(c-1); \alpha)}$$

2.2.2. Estadística no Paramétrica. Los procedimientos y técnicas estadísticas que presentamos a continuación no se encuentran sujetos a la forma de la distribución de la población de interés y no requieren, en forma necesaria, que las observaciones se definan por lo menos en una escala de intervalos. Estos procedimientos inferenciales reciben el nombre de **MÉTODOS NO PARAMÉTRICOS**. Por otro lado, los procedimientos no paramétricos requieren de pocas suposiciones y, la mayor parte de las veces, son más fáciles de aplicar que los paramétricos que se presentaron anteriormente.

A continuación presentaremos los procedimientos no paramétricos más importantes y útiles en la estadística inferencial.

2.2.2.1. Prueba de los Signos. Esta prueba no paramétrica debe su nombre al uso de los signos más y menos, en las mediciones en lugar de cantidades. la prueba de los signos se utiliza para probar hipótesis de mediana poblacional. En el caso de muchos procedimientos no paramétricos la media se reemplaza por la mediana, como el parámetro de ubicación pertinente bajo prueba. La prueba de los signos también se aplica al caso de 2 pruebas relacionadas cuando el experimentador desea establecer que ambas condiciones son diferentes. El único supuesto subyacente de la prueba es la continuidad de la variable considerada. No hace ningún supuesto acerca de la forma funcional de la distribución de las diferencias obtenidas, ni pide que todos los datos se tomen de la misma población.

Para ambas situaciones mostramos la aplicación de esta prueba:

En primer lugar, dada una variable X , $\bar{\mu}$, se define de tal forma que $p(x < \bar{\mu}) = p(x > \bar{\mu}) = 0,5$. Si la distribución es simétrica, la media y la mediana poblacional son iguales. Al probar hipótesis nula de que $\bar{\mu} = \mu_0$ contra una alternativa apropiada, se esperaría que el número de datos en que $x > \mu_0$, sea igual al número de datos en que $x < \mu_0$, es decir, si la H_0 es verdadera, se esperaría que cerca de la mitad de las diferencias fueran negativas y la otra mitad positivas, de lo contrario se rechaza hipótesis nula.

El estadístico de prueba apropiado para la prueba de los signos es la variable aleatoria binomial X , que representa el número de signos, + en la muestra aleatoria. Por lo tanto, al probar la H_0 de que $\bar{\mu} = \mu_0$, en realidad se está

probando la H_0 de que el número de signos más, es un valor de una variable aleatoria que tiene la distribución binomial con parámetro $p = \frac{1}{2}$. Los valores P para ambas alternativas (unilaterales o bilaterales) pueden entonces calcularse utilizando esta distribución binomial, cuando $n \leq 25$. Si $n > 25$ esta distribución se puede aproximar por la curva normal, dado que $\bar{\mu} = np > 5$, $\sigma = \sqrt{npq}$ y $Z = \frac{X - \bar{\mu}}{\sigma}$.

En segundo lugar dada una variable aleatoria X sometida a 2 tratamientos A y B, se defina de tal forma que $p(X_A < X_B) = p(X_A > X_B) = \frac{1}{2}$; donde X_A son los datos en una de las condiciones (o después del tratamiento). En esta prueba se espera que el número de parejas en que $X_A > X_B$ sea igual que el número de $X_A < X_B$. Es decir, si H_0 es verdadera se espera que cerca de la mitad de la diferencias sean negativas y el resto positivos, de lo contrario se rechazaría H_0 , la cual sería $H_0: X_A = X_B$ contra una alternativa apropiada. Para esta situación también los valores P para ambas alternativas, unilateral y bilateral, puede entonces calcularse utilizando la distribución binomial cuando $n \leq 25$ si $n > 25$ se aproxima a una normal con $\mu = np$, $\sigma = \sqrt{npq}$ y

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad ^{15}$$

Pasos para la aplicación:

1. Determinar hipótesis nula H_0 .
2. Seleccionar hipótesis alterna H_1 .

¹⁵ SYDNEY Y SIEGEL. Estadística no paramétrica. Ed. Trillas, 1990. 3ª Edición, pág. 91.

3. Seleccionar nivel de significancia α .

4. Seleccionar estadístico de prueba:

Binomial cuando $n \leq 25$.

Normal cuando $n > 25$

5. Se determina el signo de la diferencia “+” si es positiva y “-” si es negativa.

En caso de haber empates en los datos, es decir, la diferencia es cero, se excluyen los datos y se ajusta la muestra n .

6). Se halla el valor calculado de p y se compara con el nivel de significancia.

$$6.1 \quad p = \sum_{k=0}^x \binom{N}{k} p^k Q^{N-k}, \text{ donde } X \text{ es el número menor de signo } n \leq 25$$

6.2. Se halla el valor calculado de Z y se compara con el z_{tab} del Anexo 1, en la que se encuentra la probabilidad de una cola.

$$Z = \frac{x - \mu_x}{\sigma_x}, \text{ donde } \mu_x = Np, \sigma_x = \sqrt{NPQ}, N > 25.$$

7. Toma de decisión:

7.1. Si p es menor que α , se rechaza H_0 .

7.2. Si Z es menor que Z_{tab} , se rechaza H_0 .

2.2.2.2. Prueba de rango con signo de Wilcoxon. Esta prueba se considera como el equivalente no paramétrico del método t de student para observaciones por pares o del procedimiento de análisis de varianza para experimentos con dos tratamientos en un diseño de bloque completamente aleatorios. Esta prueba toma en cuenta tanto el signo como la magnitud de

la diferencia entre cada par de observaciones, por esta razón este es el mejor método no paramétrico que se utiliza para observaciones en pareja. La única condición que exige la prueba es que los datos procedan de una distribución simétrica continua, bajo la cual se pueda probar la hipótesis nula $\mu = \mu_0$, esta será verdadera si el total de los rangos correspondientes a las diferencias positivas casi iguala a las de las negativas.¹⁶

Pases para aplicación.

1. Determinar hipótesis nula: H_0 :

Las observaciones provienen de distribuciones idénticas (o $\mu_1 = \mu_2$)

2. Seleccionar hipótesis alterna H_1 :

Las observaciones provienen de distribuciones idénticas (ó $\mu_1 \neq \mu_2, \mu_1 > \mu_2, \mu_1 < \mu_2$ para la alternativa bilateral, unilateral derecha y unilateral izquierda, respectivamente).

3. Seleccionar nivel de significación α .

4. Se obtienen las diferencias para n pares de observaciones.

5. Las diferencias se ordenan, sin importar el signo, en forma ascendente y de acuerdo con este orden se les asigna un rango (es decir el rango más pequeño recibe un rango 1, al siguiente de 2, hasta llegar a la más grande que se asigna un rango de N). Cuando el valor absoluto de 2 o más diferencias es el mismo, se le asigna a cada uno el promedio de los rangos que se les hubiera asignado si fueran diferentes. En caso de que las diferencias sean cero, se omite el par y se ajusta n.

¹⁶ CANAVOS. Pág. 580.

6. Se suman los rangos positivos y negativos denotando con W_+ y W_- respectivamente, se asigna W al valor más pequeño entre W_+ y W_- .

7. Si $n \leq 25$, se halla W_α (valor tabulado de W en el Anexo 5)).

Si $n \geq 25$ la distribución muestral de \bar{W} se encuentra aproximada, en forma adecuada, por una distribución normal (ver Anexo 1) con:

$$E(w) = n(n+1)/4 \text{ y } Var(w) = n(n+1)(2n+1)/24$$

$$\text{Donde } z_{\text{calculado}} = \frac{W - E(w)}{\sqrt{Var(w)}}$$

8. Toma de decisión.

Se rechaza h_0 cuando:

$$8.1. \quad \min(W_+, W_-) \leq W_\alpha \quad \text{para } n \leq 25$$

$$8.2. \quad Z < Z_{\text{tab}(\alpha)} \quad \text{para } n > 25$$

2.2.2.3. Prueba de la suma de rangos de Wilcoxon. Supóngase que se tienen dos poblaciones continuas independientes X_1 y X_2 con media μ_1 y μ_2 , que ambas tienen la misma forma y dispersión y que posiblemente difieren en sus medias. La prueba de la suma de rangos puede emplearse para probar la hipótesis $H_0: \mu_1 = \mu_2$. Sean $X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1n}$ y $X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2n}$, dos muestras aleatorias independientes de tamaño $n_1 \leq n_2$ tomadas de la

poblaciones continuas X_1 y X_2 descritas anteriormente. En este caso, el procedimiento de prueba es el siguiente.¹⁷

Pases para la aplicación:

1. Determinar $H_0: \mu_1 = \mu_2$.

2. Seleccionar hipótesis alterna apropiada:

$$H_1: \begin{cases} \mu_1 \neq \mu_2 & \text{(Bilateral)} \\ \mu_1 < \mu_2 & \text{(Unilateral izquierda)} \\ \mu_1 > \mu_2 & \text{(Unilateral derecha)} \end{cases}$$

3. Seleccionar niveles de significancia α .

4. Se acomodan todas las $n_1 + n_2$ observaciones en orden ascendente de magnitud y se les asigna un rango. Si dos o más observaciones quedan empatadas (son idénticas), entonces se emplea la media de los rangos que se les habría asignado si fuesen diferentes.

5. Se asigna W_1 a la suma de los rangos en la muestra más pequeña y defínase W_2 como la suma de los rangos en la otra muestra.

6. Se halla el valor calculado del estadístico de prueba:

6.1. Para $n_1, n_2 \leq 8$:

¹⁷ MONTGOMERY, D. . Probabilidad y Estadística. 1ª Edición, Ed. Mc Graw Hill. 1996. pág. 820.

$$W_2 = \frac{(n_1 + n_2)(n_1 + n_2 + 1)}{2} - W_1,$$

Nota: Si las medias muestrales no difieren entre sí, entonces se espera que la suma de los rangos sea casi igual para las dos muestras después de ajustar el tamaño de la muestra. En consecuencia, si la suma de los rangos son muy diferentes, se concluye que las medias no son iguales.

6.2. Para $n_1, n_2 > 8$:

Cuando n_1, n_2 son más o menos grandes (mayores que 8), la distribución de W_i pueden aproximarse de una manera adecuada con una distribución normal con media:

$$\mu_{W_i} = \frac{n_i(n_1 + n_2 + 1)}{2} \text{ y varianza } \sigma_{W_i}^2 = \frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}$$

Donde el estadístico de prueba está dado por:

$$Z_0 = \frac{W_1 - \mu_{W_1}}{\sigma_{W_1}}$$

7. Se halla el valor tabulado:

7.1 n_1 y $n_2 \leq 8$

W_χ (Anexo 6)

7.2 n_1 y $n_2 > 8$

Z_α o $Z_{\alpha/2}$ (Anexo 1), depende de hipótesis alterna.

8). Toma de decisión

8.1. n_1 y $n_2 \leq 8$, se rechaza hipótesis nula cuando:

$$\begin{aligned} W_1 \leq W_\alpha \text{ o } W_2 \leq W_\alpha & \quad \text{Bilateral} \\ W_1 \leq W_\alpha & \quad \text{Unilateral izquierda} \\ W_2 \leq W_\alpha & \quad \text{Unilateral derecha} \end{aligned}$$

8.2. n_1 y $n_2 > 8$, se rechaza hipótesis nula cuando:

$$\begin{aligned} -Z_0 < -Z_{\alpha/2} \text{ ó } Z_0 > Z_{\alpha/2} & \quad \text{Bilateral} \\ -Z_0 < -Z_\alpha & \quad \text{Unilateral izquierda} \\ -Z_0 > Z_\alpha & \quad \text{Unilateral derecha} \end{aligned}$$

2.2.2.4. Prueba U – Mann y Whitney. Esta alternativa se conoce como la prueba U, la prueba de Wilcoxon o la prueba de Mann – Whitney, cuyo nombre se debe a los estadistas que contribuyeron a su desarrollo. Los tres nombres distintos se refieren a los diversos métodos de organización de los cálculos, pero los procedimientos son equivalentes desde una perspectiva lógica. Podemos probar la hipótesis nula de que las dos muestras provienen de poblaciones idénticas sin tener que suponer que las poblaciones de las que se efectúa el muestreo tienen distribuciones normales. Supongamos que se selecciona al azar las muestras, $X_{11}, X_{12}, \dots, X_{n_1}$ y $X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2n_2}$ de tamaño n_1 y n_2 respectivamente, $n_1 \leq n_2$, de las poblaciones independientes X_1 y X_2 . La prueba U, se basa en el número de veces que los valores de muestra de una población son excedidas por los valores de la otra población. En este modo, esta es una noción complicada y nuestro trabajo aquí se describirá en términos de los rangos de los datos de las poblaciones agrupadas en forma conjunta.

Pasos para la aplicación:

1. Determinar $H_0: \mu_1 = \mu_2$

2. Seleccionar Hipótesis alterna:

$$H_1: \begin{cases} \mu_1 \neq \mu_2 & \text{Bilateral} \\ \mu_1 < \mu_2 & \text{Unilateral Izquierda} \\ \mu_1 > \mu_2 & \text{Unilateral Derecha} \end{cases}$$

3. Seleccionar nivel de significancia α .

4. Se ordenan las observaciones $n_1 + n_2$ de las muestras combinadas en orden ascendente y se sustituyen con rangos de 1, 2, ..., $(n_1 + n_2)$ para cada observación. En caso de empates (observaciones idénticas), se reemplazan las observaciones por la media de los rangos que los datos tendrían si n_1 fueran iguales.

Sea w_1 la suma de los rangos correspondientes a los n_1 observaciones en la muestra más pequeña, y w_2 a la suma de los rangos de la muestra más grande, es decir, n_2 .

5. Se halla el valor calculado del estadístico:

5.1 Si $n_1, n_2 \leq 8$

$$U_1 = w_1 - \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} \qquad U_2 = w_2 - \frac{n_2(n_2 + 1)}{2}$$

5.2 Si $n_1, n_2 > 8$

La distribución muestral de U_1 (o U_2) se aproxima a la distribución normal con medias:

$\mu_{U_1} = \frac{n_1 n_2}{2}$ y varianza $\sigma_{U_1}^2 = \frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{2}$, donde el estadístico de

prueba es:

$$Z = \frac{U_1 - \mu_{U_1}}{\sigma_{U_1}}$$

6. Se halla el valor tabulado:

5.1 Si $n_1, n_2 \leq 8$ $U_{((n_1, n_2), \alpha)}$ o $U'_{((n_1, n_2), \alpha/2)}$ (Anexo 7)

Dependiendo de hipótesis alterna.

5.2 Si $n_1, n_2 > 8$

Z_α o $Z_{\alpha/2}$ (Anexo 1)

Dependiendo de hipótesis alterna.

7. Toma de decisión:

7.1 Si $n_1, n_2 < 8$

Se rechaza H_0 cuando:

$U = \min. (u_1, u_2) \leq U_{((n_1, n_2), \alpha)}$ Bilateral

$U_1 \leq U_{(n_2, n_1, \alpha)}$ (unilateral izquierda) ó

$U_2 \leq U_{(n_2, n_1, \alpha)}$ (unilateral derecha).

3.2.2.5 Prueba de KRUSKALL – WALLIS para k muestras

independientes. Esta prueba se considera la correspondiente no

paramétrica a la prueba F de probar la igualdad de $k \geq 2$ muestras

poblacionales.

Esta prueba fue introducida en 1952 por W.H. KRUSKALL y W.A. Wallis, la cual es un procedimiento no paramétrico para probar la igualdad de medias en el análisis de varianza de un factor cuando el experimentador desea evitarle la suposición de que las muestras se seleccionaron de poblaciones normales¹⁸. Este procedimiento se considera, en general, una extensión de la prueba U – de Mann y Whitney.

Sean las observaciones de las k muestras aleatorias dadas en la siguiente tabla:

Muestras					
1	2	...	J	...	K
Y ₁₁	Y ₁₂	...	Y _{ij}	...	Y _{1k}
Y ₂₁	Y ₂₂	...	Y _{2j}	...	Y _{2k}
.	.		.		.
.	.		.		.
.	.		.		.
Y _{n₁₁}	Y _{n₂₂}		Y _{n_{jJ}}		Y _{n_{kK}}

Donde n_j es el tamaño de la j-enésima muestra y $N = \sum_{j=1}^k n_j$ es el número total de observaciones para todas las muestras.¹⁹

Pasos para la aplicación:

1. Se determina la hipótesis nula:

¹⁸ WALPOLE – MYERS. Probabilidad Estadística. 4ª edición, Ed. Mc Graw Hill, 1992. pág. 660.

¹⁹ CANAVOS, G. C. Probabilidad y Estadística. 1ª edición, Ed. Mc Graw Hill. 1988. Pág 582.

$H_0: f_1(x_1) \equiv f_2(x_2) \equiv \dots \equiv f_k(x_k). \quad O$

$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$

Las funciones de distribuciones son iguales o que los efectos de los tratamientos son los mismos.

2. Determinar hipótesis alterna:

H_1 : por lo menos una función de distribución es diferente o que al menos uno de los tratamientos causa efecto diferente.

3. Seleccionar nivel de significancia α .

4. Se combinan todas las muestras k , ordenando de menor a mayor las observaciones.

5. Se le asigna un rango a cada observación, es decir, a la observación más pequeña, se le asigna el rango de 1, a la siguiente de 2 y así hasta N , donde $N = n_1 + n_2 + \dots + n_k$ (En el caso de empate, se le asigna a cada observación el promedio de los rangos que tendrían si fueran diferentes).

6. Se suman los rangos correspondientes a las n_j observaciones en la muestra j , representándolos por las variables aleatorias R_j , $j = 1, 2, \dots, k$.

7. Se halla el valor calculado del estadístico.

$$h = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^k \frac{R_j^2}{n_j} - 3(n+1)$$

8. Se halla el valor tabulado de $X^2_{(\alpha, (n-1))}$ (Anexo 4)

9. Toma de decisión:

Se rechaza hipótesis nula cuando:

$$h > X^2_{(\alpha, (n-1))}$$

2.2.2.6. Prueba de rangos de Friedman para k muestras igualadas. La prueba de rangos con signos de Wilcoxon se considera como el método paramétrico de t de student para observaciones por pares o del procedimiento de análisis de varianza para experimentos con dos tratamientos en un diseño de bloques completamente aleatorios. Cuando es necesario investigar $k \geq 3$ tratamientos de una solo factor en presencia de un factor externo y por lo menos se encuentran disponibles mediciones ordinales. Un método no paramétrico útil para determinar si los efectos debido a los tratamientos son los mismos, es la prueba de Friedman.

De manera similar al procedimiento paramétrico, se usa un bloque para cada una de las n condiciones de los factores externos, de tal manera, que cada bloque contiene una observación proveniente de cada uno de los k tratamientos. Además, se supone que los tratamientos se asignan en forma aleatoria y que no existe ninguna interacción entre los bloques y los tratamientos.

Los nk observaciones se arreglan de forma matricial, así:

Bloque	Tratamientos					
	1	2	3 ...	J ...	K	
1	y_{11}	y_{12}	$y_{13} \dots$	$y_{1j} \dots$	y_{1k}	
2	y_{21}	y_{22}	$y_{23} \dots$	$y_{2j} \dots$	y_{2k}	
3	y_{31}	y_{32}	$y_{33} \dots$	$y_{3j} \dots$	y_{3k}	
.	
.	
.	
N	y_{n1}	y_{n2}	y_{n3}	y_{nj}	y_{nk}	

Donde los bloques son las filas y los tratamientos las columnas.²⁰

Pasos para la aplicación:

1. Determinar hipótesis nula:

H_0 : Los efectos atribuidos a los tratamientos son los mismos.
(Las poblaciones de interés tienen distribuciones idénticas)

2. Determinar hipótesis alterna:

H_1 : Existe una diferencia entre los tratamientos.

3. Seleccionar nivel de significancia α .

4. Se ordenan las observaciones de cada bloque (renglón o fila) y se les asigna un rango a las observaciones empezando desde 1 hasta k.

²⁰ CANAVOS, G. Probabilidad y Estadística. 1ª edición, Mc Graw Hill. 1988. Pág. 584.

5. Se suman los rangos para cada tratamiento asignándoles R_j , $j = 1, \dots, k$, si dentro de cada bloque los efectos del tratamiento son los mismos, entonces para cualquier bloque los rangos deben ser una permutación aleatoria de los k primeros enteros, donde cada permutación tiene la misma probabilidad de ocurrencia.

6. Se halla el valor calculado del estadístico de Fridman, dado por:

$$S = \frac{12}{nk(k+1)} \left[\sum_{j=1}^k R_j^2 \right] - 3n(k+1)$$

7. Se halla el valor tabulado de X_{α}^2 con $k-1$ grados de libertad. (ver Anexo 4)

9. Toma de decisión:

Se rechaza hipótesis nula cuando:

$$S > X_{(\alpha, k-1)}^2$$

2.2.2.7. Coeficiente de correlación de rangos de Spearman. En las pruebas no paramétricas anteriores hemos usado los rangos para indicar la magnitud relativa de las observaciones para la comparación de tratamientos. Emplearemos la misma técnica para detectar si existe una relación lineal entre dos variables continuas x e y . El coeficiente r_s de Spearman es la contraparte no paramétrica al coeficiente de correlación convencional r de la paramétrica.

Pasos para la aplicación:

1. Determinar hipótesis nula:

H_0 . No hay relación lineal entre las variables x e y .

2. Determinar hipótesis alterna:

$$H_1: \begin{cases} \text{Existe relación lineal entre las variables x e y (Bilateral)} \\ \text{La relación o la correlación entre las variables x e y es positiva o} \\ \text{negativa (Unilateral)} \end{cases}$$

3. Seleccionar nivel de significancia α .

4. Se les asigna los rangos de 1 hasta n a las observaciones x en orden ascendente y de manera similar a las observaciones y.

5. Se hallan las diferencias entre los rangos de las parejas (x_i, y_i) colocándole los signos (+ ó -).

6. Se aplica el coeficiente de correlación dado por:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}, \text{ donde } d_i \text{ es la diferencia.}$$

$n \leq 30$ es el número de pares de datos.

7. Se halla r_s tabulado:

$r_{s(n,\alpha)}$ ó $r_{s(n,\alpha/2)}$ dependiendo de hipótesis alterna. (ver Anexo 8)

8. Toma de decisión:

Se rechaza H_0 cuando:

$$-r_{s(n,\alpha/2)} < r_s < r_{s(n,\alpha/2)} \quad \text{Bilateral}$$

$$r_s < -r_{s(n,\alpha)} \quad \text{Unilateral izquierda}$$

$$r_s > r_{s(n,\alpha)} \quad \text{Unilateral derecha}$$

2.2.2.8. Prueba de aleatoriedad: Teoría de Rachas. Todos los métodos de inferencia que se han estudiado en este trabajo, tanto paramétricos como no paramétricos se basan en el supuesto de que las muestras son aleatorias; no obstante, hay muchas aplicaciones en que es difícil decir si la suposición es justificable. Esto es verdadero, particularmente, cuando tenemos poco control o ninguno sobre la selección de los datos.

Hay varios métodos para juzgar el azar con base en el orden en que se obtienen las observaciones; nos permiten decidir, después de haber recopilado los datos, si se pueden atribuir a la probabilidad los patrones que aparentan ser no aleatorias.²¹ A continuación describimos el procedimiento de prueba, pero antes definiremos el concepto de racha.

Una racha es una sucesión de letras idénticas (u otra clase de símbolos), seguida o precedida por letras diferentes o ninguna letra en absoluto.

Si hay n_1 letras u observaciones de una clase, n_2 letra u observaciones de otra clase, se tiene:

Pasos para la aplicación:

1. Determinar H_0 : La disposición es aleatoria.
2. Determinar H_1 : La disposición no es aleatoria.
3. Seleccionar nivel de significancia α .

²¹ FREUND, J. Estadística Elemental. 8ª edición. Ed. Printice Hall Hispanoamericana S.A. 1994. pág. 496.

4. En caso de observaciones parecidas, éstas se ordenan en orden ascendente y se les asigna a cada observación la letra o la categoría a la cual pertenecen.
5. Se halla el valor calculado V.

V : Número de subsecciones de letras. Para $n_1, n_2 \leq 15$.

Cuando $n_1, n_2 > 15$, se tiene que la media y la desviación estándar de V, el número total de rachas, son:

$$\mu_v = \frac{2n_1n_2}{n_1 + n_2} + 1 \quad \text{y} \quad \sigma_v = \sqrt{\frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2(n_1 + n_2 - 1)}}$$

Donde el estadístico de prueba $Z = \frac{V - \mu_v}{\sigma_v}$, se aproxima cercanamente con una curva normal.

6. Se halla el valor tabulado:

6.1 $n_1, n_2 \leq 15$

$$U'_{\alpha/2} \quad \text{y} \quad U_{\alpha/2} \quad (\text{Anexo 8})$$

6.2 $n_1, n_2 > 15$

$$Z_{\alpha/2} \quad (\text{Anexo 1})$$

7. Toma de decisión:

7.1. $n_1, n_2 \leq 15$

Se rechaza H_0 cuando:

$$V \leq U'_{\alpha/2} \quad \text{ó} \quad V \geq U_{\alpha/2}$$

7.2. $n_1, n_2 > 15$

Se rechaza H_0 cuando:

$$Z_{calc} \leq -Z_{\alpha/2} \quad \text{ó} \quad Z_{calc} \geq Z_{\alpha/2}$$

3. DISEÑO METODOLÓGICO

3.1. Tipo de investigación.

El siguiente trabajo corresponde a un tipo de investigación descriptivo – aplicativo. Es descriptivo, pues en él se encuentra una descripción detallada de cada uno de los métodos estadísticos paramétricos y no paramétricos más importantes utilizados para la inferencia y análisis de la información. Además cada prueba tiene descritos los pasos que se deben seguir para su aplicación. Es explicativo, ya que aplicamos los procedimientos no paramétricos a algunos trabajos de investigación que realizaron los estudiantes de pregrado de los diferentes programas de la Universidad de Sucre, como son Ingeniería, Enfermería, Biología, Zootecnia, y demás ciencias aplicadas, en las cuales se ha llevado a cabo la aplicación de un procedimiento paramétrico. Esta aplicación se hizo con la ayuda del programa computacional NCSS (Statistic System New Creation).

3.2. Ubicación.

La Universidad de Sucre, esta localizada en el barrio puerta roja de la ciudad de Sincelejo, capital del Departamento de Sucre. Entre los programas de pregrado que ofrece actualmente se encuentran: Licenciatura en Básica con Énfasis en Matemática, Ingeniería Agrícola, Ingeniería Civil, Ingeniería Agroindustrial, Dirección y Administración de Empresa, Enfermería, Fonoaudiología, Biología, Zootecnia, entre otras, representadas en cinco

facultades. Cada uno de estos programas académicos tiene contemplado en sus respectivos pemsun la asignatura de Estadística, Bioestadística, Diseño Experimental, y que actualmente los docentes especializados en el área facilitan su enseñanza, orientación y aprendizaje mediante la utilización del programa computacional NCSS.

3.3. Procedimiento.

Para llevar a cabo el cumplimiento de los objetivos propuestos en este trabajo, se hizo necesario dividirlo el en cuatro etapas:

➤ Etapa 1.

Se realizó un estudio cuidadoso de cada uno de los trabajos realizados en los diferentes programas de la Universidad de Sucre, en los cuales se aplicaron procedimientos paramétricos y no se cuenta con la seguridad de que los datos seleccionados para el análisis se ajusten a una distribución normal.

➤ Etapa 2.

Se clasificaron los trabajos de acuerdo al tipo de prueba no paramétrica al cual serian sometidos y se selecciono al azar un trabajo por prueba.

➤ Etapa 3.

Se somete la información extraída de las diferentes tesis de pregrado a un análisis de estadística descriptiva en el programa computacional NCSS, para comprobar la veracidad de que los datos se ajustan a una distribución normal.

➤ Etapa 4.

Se realizó la aplicación de cada uno de los diferentes procedimientos no paramétricos en el programa NCSS y se compararon los resultados obtenidos, con la información que suministraron los autores de los trabajos en estudio.

3.4. Introducción al programa estadístico NCSS.

El paquete estadístico NCSS ofrece:

- Fácil entrada de datos.
- Rutinas estadísticas provistas de alta calidad y precisión, además es rápido y fácil de usar.
- Muestra los resultados del análisis estadístico y la representación gráfica de estos.
- Permite llevar a cabo tareas difíciles a través de las teclas de función.

3.4.1. Instalación.

En esta sección se darán las instrucciones para instalar el programa NCSS en el computador. Los archivos están condensados en un disquete 3 1/4 pulgadas que usted podrá copiar en el disco duro de su equipo.

Estos son los pasos básicos para instalar NCSS en su computador:

- Inserte el disquete en el drive A.
- Entre a la unidad C: del computador y abra una carpeta nueva colocándole preferiblemente, el nombre NCSS.
- En explorador de Windows abra la unidad A: y seleccione los archivos del programa utilizando las teclas Control + E y llévelos arrastrándolos con el Mouse a la carpeta nueva.
- Luego haga doble clic en el archivo con nombre NCSS.

3.4.2. Instrucciones para la aplicación de la estadística descriptiva en NCSS.

Nota 1:

Este programa puede colocarse como de acceso directo o encontrarlo en los archivos de computador.

1. Se hace doble clic en el Icono de acceso directo a NCSS o se localiza el programa en el archivo del computador donde se grabó haciendo doble clic para abrir y aparece la figura 3.4.2.1.

Fig. 3.4.2.1. Entrada NCSS.



2. Se presiona cualquier tecla para continuar y aparece la pantalla de Editor (figura 3.4.2.2.) en donde se encuentra una disposición de filas (row) y columnas (count) donde las columnas son las variables y las filas representan los datos de cada una de estas variables. Es aquí donde se escoge la variable y se escriben los datos para el análisis.

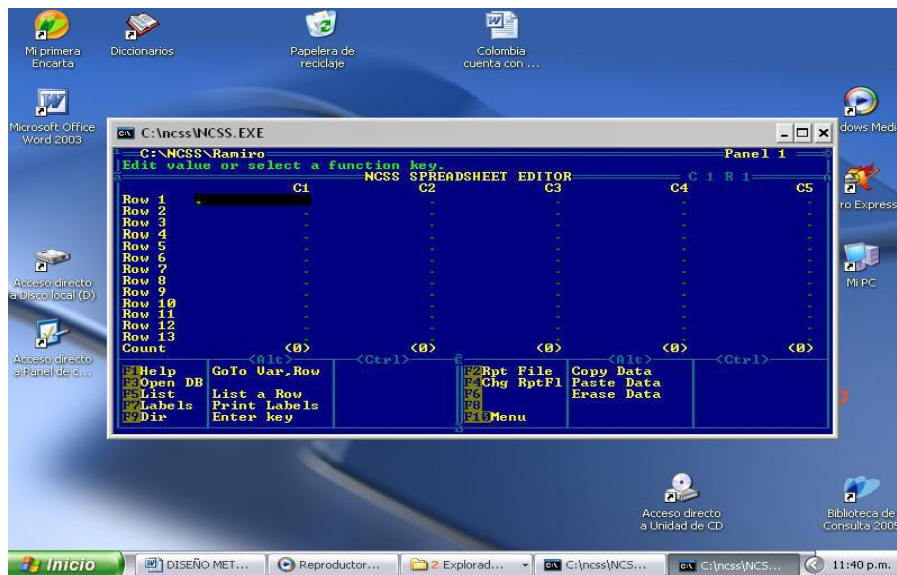
Nota 2:

Al encontrarnos en el editor escribimos los valores de la variable a utilizar para el análisis, para luego ejecutar el paso 3.

Nota 3:

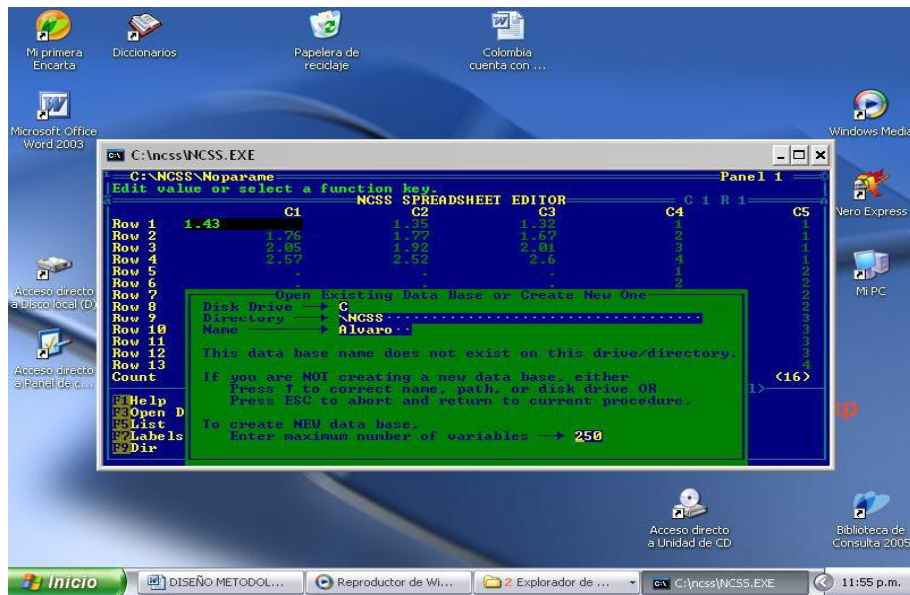
Para escribir los valores en la variable, se coloca el cursor en la primera celda y se escribe el valor, luego se presiona la tecla Enter y se escribe el siguiente valor y así sucesivamente hasta escribir todos los valores de la variable.

Fig. 3.4.2.2. Editor.



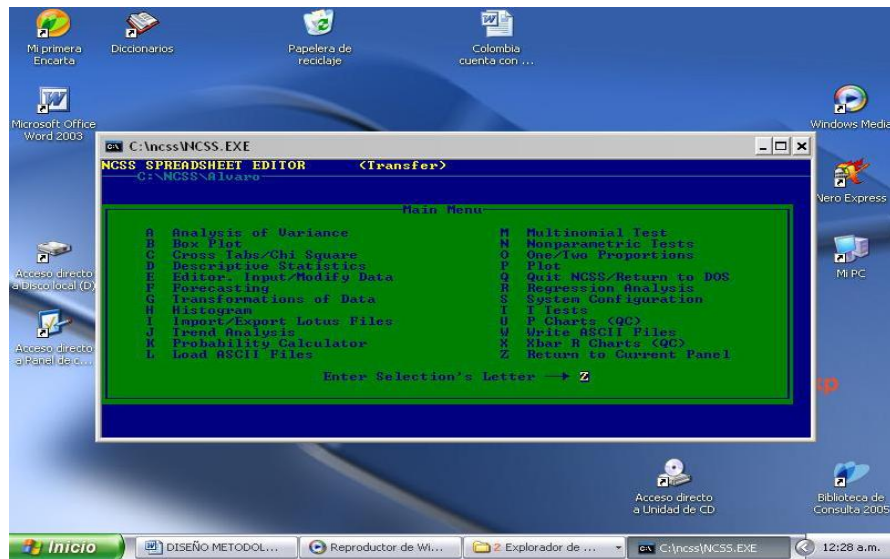
3. Se abre una base de datos presionando la tecla de función F3 y aparece el cuadro de diálogo de la figura 3.4.2.3. en donde se escribe el nombre del archivo (con no más de ocho caracteres) donde se desean guardar los datos y luego se presiona Enter para determinar el número de variables con las que se desee trabajar. Luego se presiona Enter.

Fig. 3.4.2.3. Cuadro de diálogo (Crear archivo).



4. Luego que se consignan los valores en la variable seleccionada y a la cual se aplicará el análisis estadístico descriptivo se presiona la tecla de función F10 (esta tecla nos conduce al Menú, desde donde se accede a las funciones de NCSS). Aparece la figura 3.4.2.4, en la cual se escribe la letra que corresponde al procedimiento estadístico a utilizar (en nuestro caso se digita la letra D, que representa la estadística descriptiva) y luego se presiona Enter.

Fig. 3.4.2.4. Menú.



Nota 4.

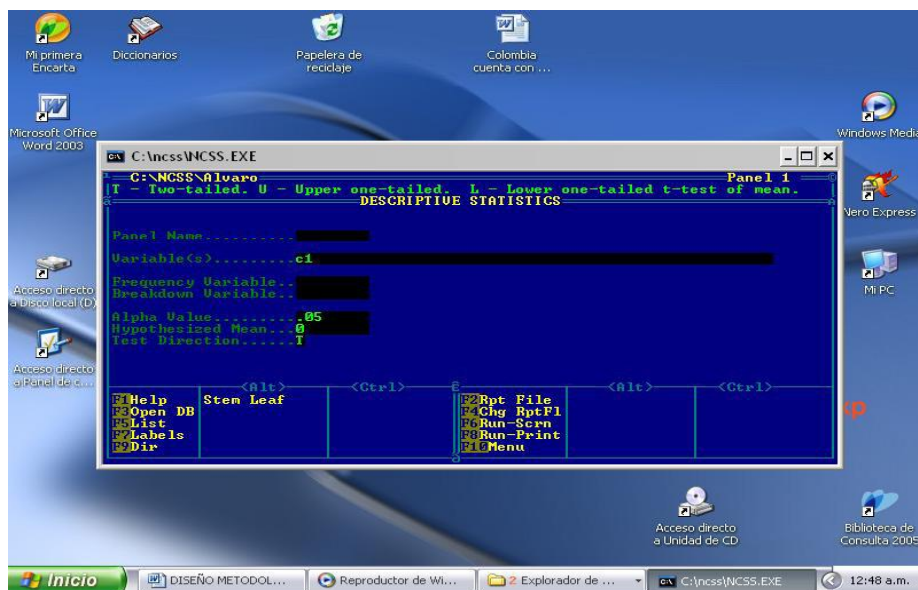
Los procedimientos que se pueden realizar con NCSS, y que aparecen en el menú son:

- A. / Análisis de varianza.
- B. / Gráficos de caja.
- C. / Tablas de contingencia / Prueba de Chi-cuadrado.
- D. / Estadística descriptiva.
- E. / Regresar a la pantalla de editor / Modificar datos.
- F. / Probabilidad.
- G. / Transformación de datos.
- H. / Histograma.
- I. / Importar / Exportar archivos de
- J. / Análisis de tendencia.
- K. / Distribuciones de probabilidad.
- L. / Mostrar como archivo ASCII.
- M. / Prueba Multinomial.

- N. / Pruebas no Paramétricas.
- O. / Una / Dos proporciones.
- P. / Gráficos.
- Q. / Quitar el programa NCSS.
- R. / Análisis de regresión.
- S. / Sistema de configuración.
- T. / Prueba T.
- U. / Gráficos de control de calidad.
- W. / Escribir archivos ASC II:
- X. / Gráficos de barra de control de calidad.
- Z. / Retornar a la página anterior.

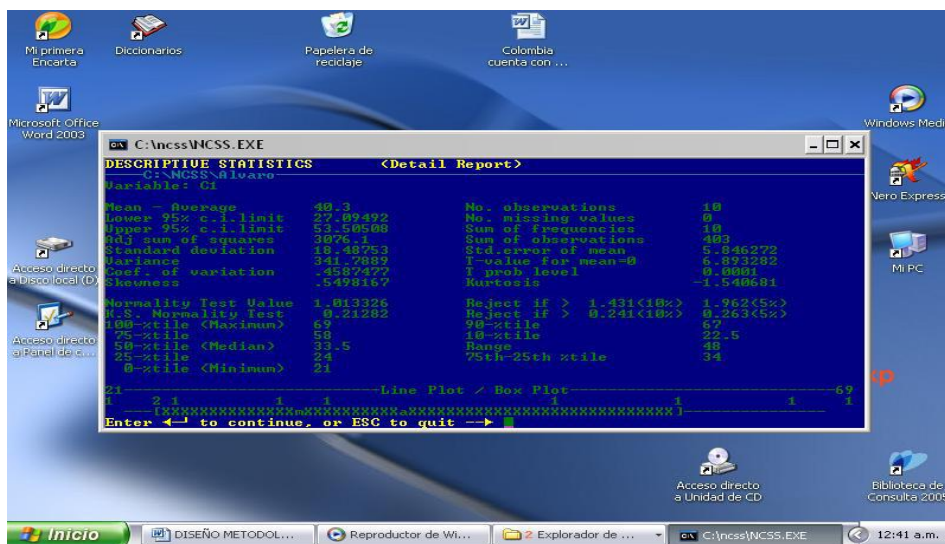
5. Después de haber digitado la letra D y presionado Enter aparece el cuadro de la figura 3.4.2.5, en el cual se escribe la variable que se le aplicará el análisis estadístico descriptivo. Luego se presiona Enter (tres veces) y se escribe el nivel de significancia utilizado (0.05, 0.025, 0.1) Y Enter hasta llenar los espacios restantes.

Fig. 3.4.2.5. Aplicación estadística descriptiva.



6. Se presiona la tecla de función F6 para ejecutar. Aparece el cuadro de la figura 3.4.2.6., en la cual aparecen registrados los resultados que arroja el programa NCSS.

Fig. 3.4.2.6. Resultado estadística descriptiva.



Nota 5:

Los datos referentes a estadística descriptiva son:

Media, suma de cuadrados ajustada, desviación típica o estándar, varianza, coeficiente de variación, coeficiente de asimetría, mediana, número de observaciones, suma de frecuencias, suma de observaciones, error estándar, curtosis, valor calculado de Z y tabulado de Z , percentil 90, percentil 10, rango, percentil 75-25.

3.4.3. Instrucciones para la aplicación de los métodos estadísticos no paramétricos en NCSS.

Para la aplicación de los métodos estadísticos no paramétricos en NCSS se siguen los cuatro primeros pasos que se indicaron en la sección 3.4.2., la única diferencia es que en el paso cuatro se reemplaza la letra D por la letra

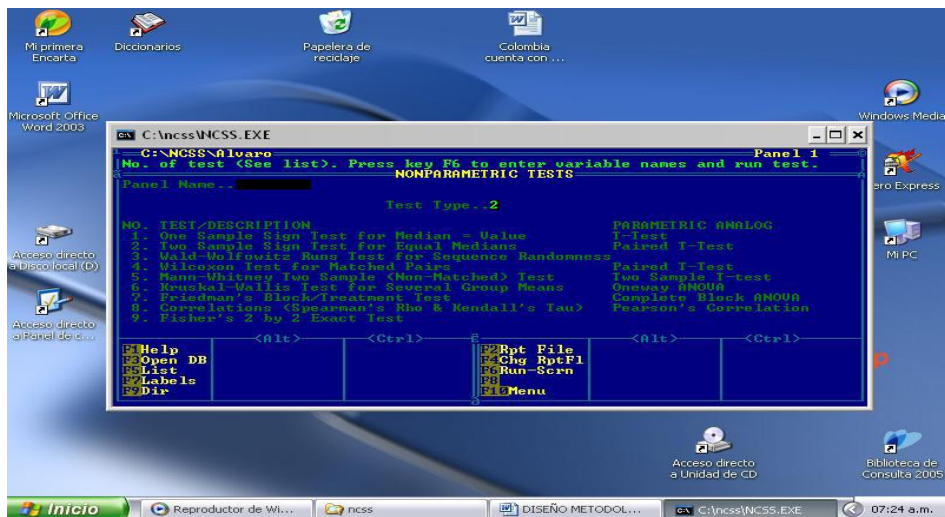
N y la forma de digitar los datos en el editor difiere del tipo de prueba a utilizar. A continuación daremos los pasos a seguir por prueba:

3.4.3.1. Prueba de los signos para muestras pareadas.

Para aplicar la prueba de los signos para nuestras pareadas se siguen los siguientes pasos:

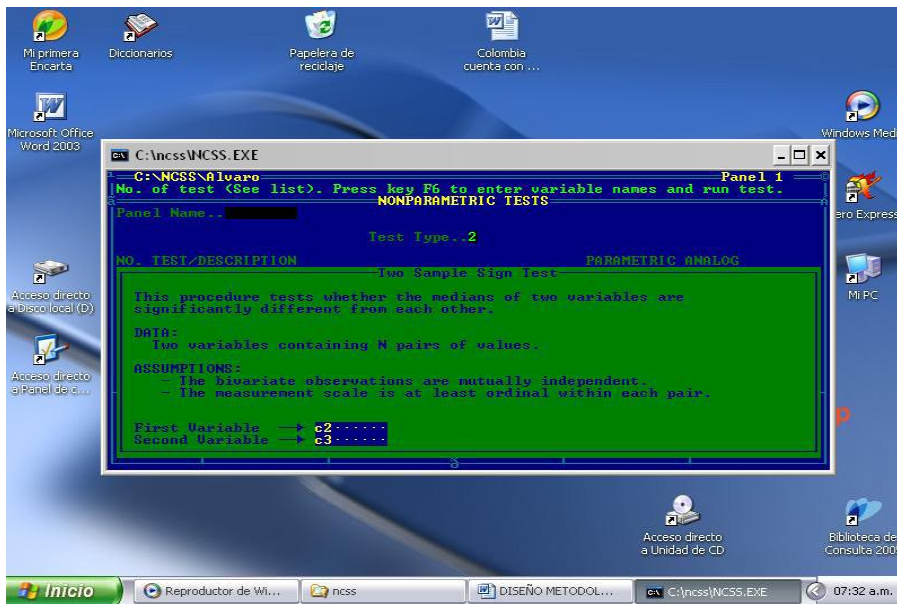
1. Se selecciona en el editor las dos variables y se digitan los valores correspondientes a cada una de ellas, como se indicó en la sección 3.4.2.
2. Se presiona la tecla de función F10 para ir al menú y luego se digita la letra N y se presiona Enter. Aparece el cuadro de la figura 3.4.3.1.1., en donde se digita el número dos que corresponde a la prueba de los signos.

Fig. 3.4.3.1.1. Menú Pruebas no Paramétricas.



3. Se presiona la tecla de función F6. Aparece el cuadro de la figura 3.4.3.1.2., en donde se escribe el nombre de la primera variable, luego Enter y el nombre de la segunda variable.

Fig. 3.4.3.1.2. Ejecución Prueba de los Signos.



4. Para obtener los resultados de la prueba se presiona Enter.

3.4.3.2. Prueba de Wilcoxon para muestras pareadas.

Los pasos para aplicar la prueba de wilcoxon para muestras pareadas son los mismos que se indicaron en la prueba de los signos, la única diferencia es que en el paso dos en el cuadro de la figura 4.4.3.1.1. se digita el número 4, correspondiente a la prueba.

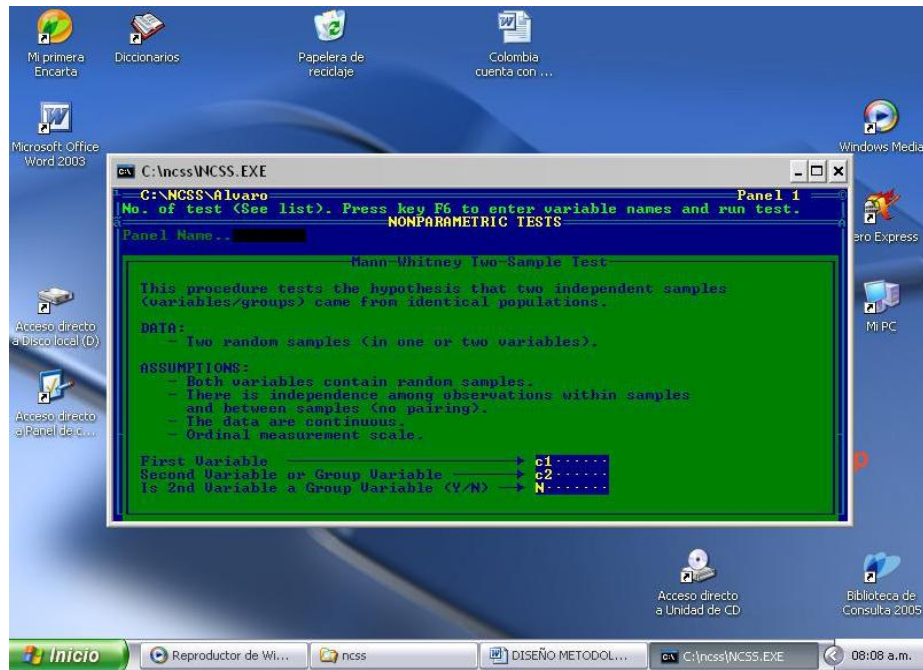
3.4.3.3. Prueba U – Mann y Whitney para dos muestras.

Los pasos para aplicar la prueba U – Mann y Whitney para dos muestras son los mismos que se indicaron en la prueba de los signos, solo difiere en dos aspectos:

- En el paso dos, en el cuadro de la figura 3.4.3.1.1. se digita el número 5 que corresponde a la prueba.

- En el paso tres, después de haber escrito el nombre de la primera y segunda variable, digito N si esta última es la segunda variable o Y si es un grupo variable. Como lo muestra la figura 3.4.3.3.1.

Fig. 3.4.3.3.1. Ejecución Pruebas de Wilcoxon y U.



3.4.3.4. Prueba de Krukal - Wallis para k muestras independientes.

Los pasos para aplicar la prueba de Kruskal – wallis son los siguientes:

1. Se escoge la variable que representará los tratamientos. En ella se escribe el número 1 correspondiente al primer tratamiento, repitiendo este valor tantas veces como observaciones haya. Seguidamente, en la misma columna, se repite el procedimiento con el segundo tratamiento y así sucesivamente hasta el último. En la figura 3.4.3.4.1. se ilustra el procedimiento.
2. Se escoge la variable de los datos y en ella se escriben todos los valores del primer tratamiento. Seguidamente, en la misma columna,

se digitan los valores del segundo tratamiento y así sucesivamente hasta el último tratamiento. En la figura 3.4.3.4.1 se ilustra el procedimiento.

Fig. 3.4.3.4.1. Editor.

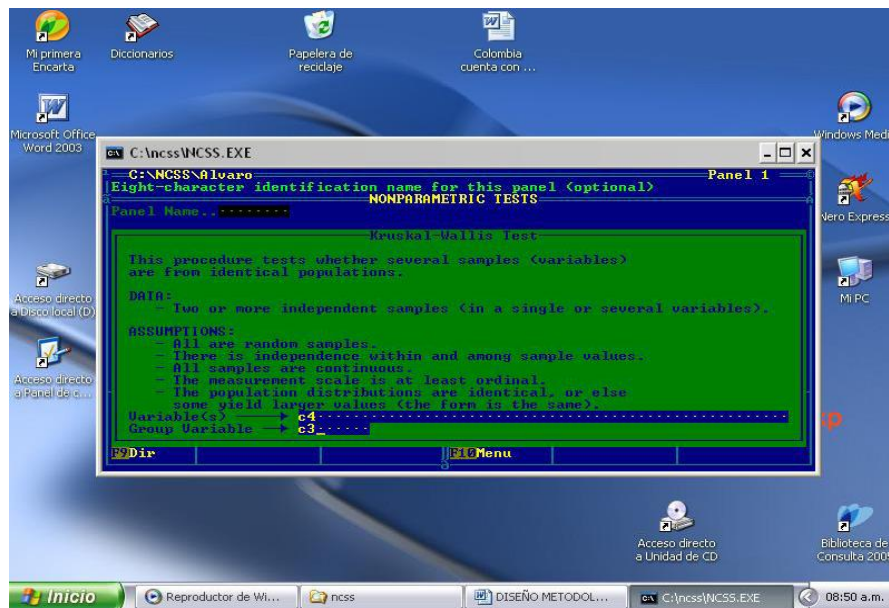


Nota 6.

Como se observa en la figura 3.4.3.4.1. C3 representa los tratamientos o grupo variable y C4 los valores de variable en cada tratamiento.

- Se presiona la tecla de función F10 (aparece el cuadro del menú) y se digita la letra N y Enter (aparece el cuadro de las pruebas no paramétricas). Se escribe el número 6, correspondiente a la prueba de Kruskal – Wallis y se presiona la tecla F6. Aquí aparece el cuadro de la figura 3.4.3.4.2., en el cual se escribe el nombre de la variable y se presiona Enter para escribir el nombre del grupo variable.

Fig. 3.4.3.4.2. Ejecución Prueba de Kruskal- Wallis.



4. Se presiona Enter para obtener los resultados de la prueba.

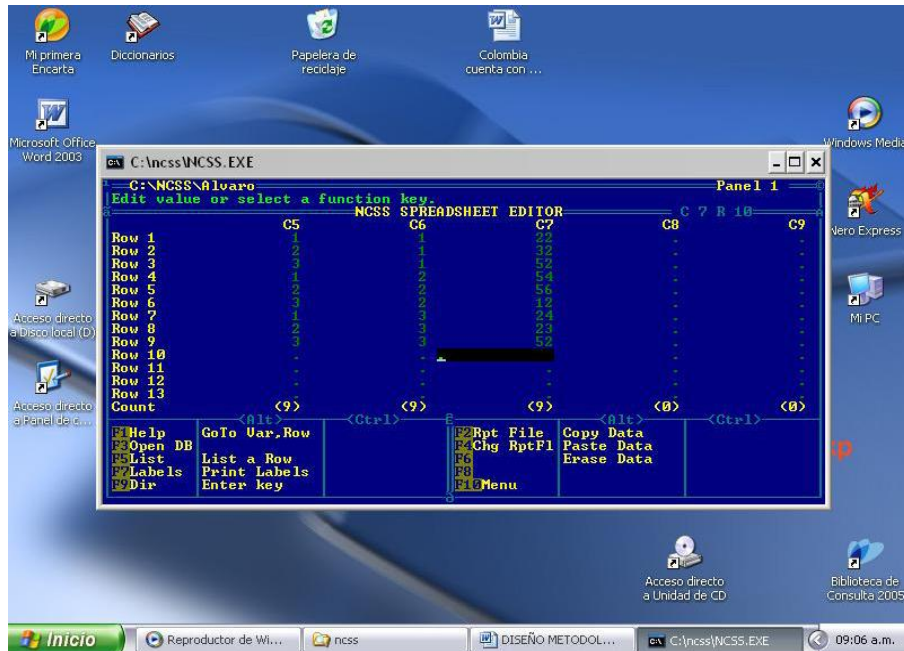
3.4.3.5. Prueba de Rangos de Friedman.

Los pasos para aplicar la prueba de rangos de Friedman son los siguientes:

1. Se escoge la variable que representará los tratamientos. En ella se escribe el número 1 correspondiente al primer tratamiento, repitiendo este valor tantas veces como observaciones haya. Seguidamente, en la misma columna, se repite el procedimiento con el segundo tratamiento y así sucesivamente hasta el último. En la figura 3.4.3.5.1. se ilustra el procedimiento.
2. Se escoge la variable que representará los bloques. Se digita en orden ascendente los números de los bloques, repitiendo este procedimiento el número de veces como tratamientos haya. En la figura 3.4.3.5.1. se ilustra el procedimiento.

- Se escoge la variable donde se escribirán los datos teniendo en cuenta en número del tratamiento y del bloque. En la figura 3.4.3.5.1 se ilustra el procedimiento.

Fig. 3.4.3.5.1. Editor.



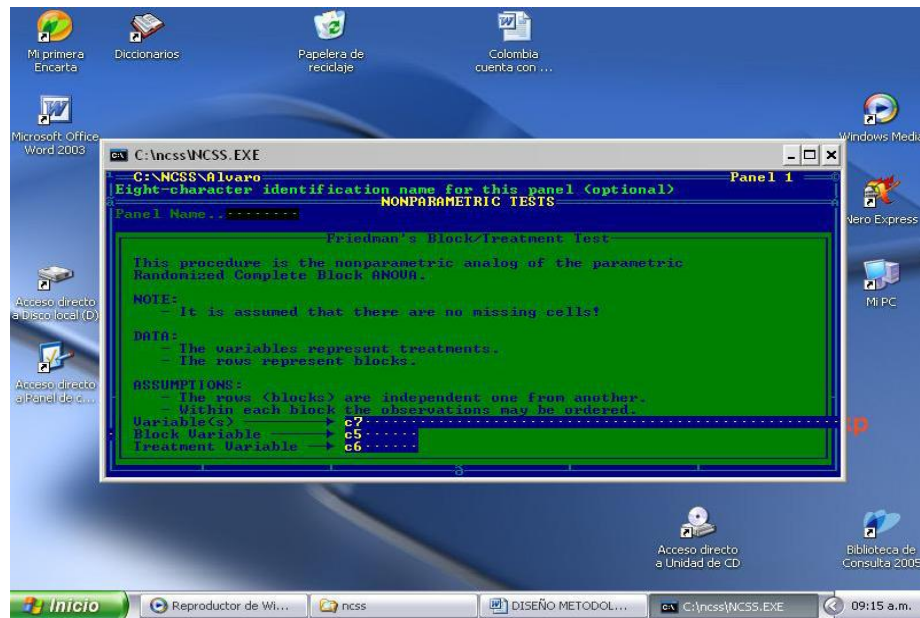
Nota 7.

Como podemos observar en el cuadro de la figura 3.4.3.5.1. la variable C5 representa los bloques, C6 los tratamientos o grupo variable y C7 los valores de la variable en estudio. Además el dato 1, cuyo valor es 22 corresponde a la combinación del bloque 1 y el tratamiento 1.

- Se presiona la tecla de función F10 (aparece el cuadro del menú) y se digita la letra N y Enter (aparece el cuadro de las pruebas no paramétricas). Se escribe el número 7, correspondiente a la prueba de Rangos de Friedman, y se presiona la tecla F6. Aquí aparece el cuadro de la figura 3.4.3.5.2., en el cual se escribe el nombre de la variable y se presiona Enter para escribir el nombre de la variable de los bloques,

y nuevamente Enter para escribir el nombre de la variable de los tratamientos.

Fig. 3.4.3.5.2. Ejecución Prueba de Rangos de Friedman.



5. Se presiona Enter para obtener los resultados de la prueba.

3.4.3.6. Prueba de correlación de rangos de Spearman.

Los pasos para aplicar la prueba de correlación de rangos de Spearman son los mismos que se indicaron en la prueba de los signos, solo difiere en dos aspectos, los cuales son:

- En el paso dos, en el cuadro de la figura 3.4.3.1.1. se digita el número 8 que corresponde a la prueba de Spearman.
- En el paso tres, se escribe el nombre de la variable independiente y se presiona Enter para escribir el nombre de la variable dependiente.

4. RESULTADOS Y DISCUSIONES


A continuación citaremos los nombres de los trabajos que se utilizaron para el análisis y los resultados obtenidos en el programa computacional NCSS, tanto del análisis descriptivo de los dato como la aplicación de los métodos estadísticos no paramétricos:

4.1. En el trabajo titulado: **“Harina y mancha de yuca en raciones alimenticias para cerdos durante la fase de crecimiento”** se hizo un estudio de la variable Consumo de Alimento en Cerdos Landrace x Pietran durante la Fase de Crecimiento, en donde se utilizó un Diseño Completamente al azar con tres tipos de tratamientos diferentes, Dieta Control, Dieta I y Dieta II como se muestra en la tabla 1, en la cual se concluyo que hubo diferencia significativa entre tratamientos, a un nivel de significancia de 0.05.

Tabla 1. Valores de la variable consumo de alimento.

SEMANAS	DIETA CONTROL (Kg/Dia)	DIETA I (Kg/Dia)	DIETA II (Kg/Dia)
2	1.43	1.35	1.32
4	1.76	1.77	1.67
6	2.05	1.92	2.01
8	2.57	2.52	2.60
X	1.95	1.86	1.90

A continuación se encuentra el análisis estadístico realizado en NCSS, para comprobar si los datos de cada tratamiento se ajustan a una distribución normal.

 Dieta Control.

DESCRIPTIVE STATISTICS (Detail Report)

-----C:\NCSS\alvarope-----

-----Variable: C1

Mean - Average	1.952	No. observations	4
Lower 95% c.i.limit	1.184233	No. missing values	0
Upper 95% c.i.limit	2.720767	Sum of frequencies	4
Adj sum of squares	.700875	Sum of observations	7.81
Standard deviation	.4833477	Std.error of mean	.2416739
Variance	.233625	T-value for mean= 0	8.07907
Coef. Of variation	.2475532	T prob level	0.0040
Skewness	.5112927	Kurtosis	2.069163E-02
Normality Test Value	1.205162	Reject if >	2.288(10%) 7.592(5%)
K.S. Normality Test	0.17007	Reject if >	0.346(10%) 0.376(5%)
100-%tile (Maximum)	2.57	90-%tile	2.57
75-%tile	2.31	10-%tile	1.43
50-%tile (Median)	1.905	Range	1.14
25-%tile	1.595	75th-25th %tile	.7149999
0-%tile (Minimum)	1.43		

 Dieta I.

DESCRIPTIVE STATISTICS (Detail Report)

-----C:\NCSS\alvarope-----

-----Variable: C2

Mean - Average	1.89	No. observations	4
Lower 95% c.i.limit	1.120132	No. missing values	0
Upper 95% c.i.limit	2.659868	Sum of frequencies	4
Adj sum of squares	.7038	Sum of observations	7.56
Standard deviation	.4843552	Std.error of mean	.2421776
Variance	.2346	T-value for mean=0	7.804189
Coef. of variation	.2562726	T prob level	0.0044
Skewness	.5332055	Kurtosis	1.203299
Normality Test Value	1.203635	Reject if >	2.288(10%) 7.592(5%)
K.S. Normality Test	0.22531	Reject if >	0.346(10%) 0.376(5%)
100-%tile (Maximum)	2.52	90-%tile	2.52
75-%tile	2.22	10-%tile	1.35
50-%tile (Median)	1.845	Range	1.17
25-%tile	1.56	75th-25th %tile	.6600001
0-%tile (Minimum)	1.35		

Dieta II.

DESCRIPTIVE STATISTICS (Detail Report)

C:\NCSS\alvarope

Variable: C3

Mean - Average	1.9	No. observations	4
Lower 95% c.i.limit	1.033581	No. missing values	0
Upper 95% c.i.limit	2.766419	Sum of frequencies	4
Adj sum of squares	.8914	Sum of observations	7.6
Standard deviation	.5450994	Std.error of mean	.2725497
Variance	.2971333	T-value for mean=0	6.971206
Coef. of variation	.2868944	T prob level	0.0061
Skewness	.5641142	Kurtosis	-5.125267E-02
Normality Test Value	1.204366	Reject if >	2.288(10%) 7.592(5%)
K.S. Normality Test	0.17004	Reject if >	0.346(10%) 0.376(5%)
100-%tile (Maximum)	2.6	90-%tile	2.6
75-%tile	2.305	10-%tile	1.32
50-%tile (Median)	1.84	Range	1.28
25-%tile	1.495	75th- 25th %tile	.8099998
0-%tile (Minimum)	1.32		

De acuerdo al análisis descriptivo realizado, observamos que:

En todos los tratamientos el valor de z calculado no es mayor que z tabulado. Normality Test Value < 7.592 al nivel de 0.05. Por lo tanto se concluye que los datos de cada tratamiento se ajustan a una distribución normal.

4.1.1. Aplicación de la prueba de los signos para dos muestras por cada pareja de tratamientos en NCSS.

Dieta Control Vs Dieta I

NONPARAMETRIC TESTS (Two Sample Sign Test)

C:\NCSS\alvarope

No. of cases C1 < C2	1
No. of cases C1 = C2	0
No. of cases C1 > C2	3
Probability <= 1 cases	0.3125
Probability >= 1 cases	0.9375

Notes:

- Probabilites are based on the binomial distribution.
- The test ignores cases equal to the hypothesized median.
- The test is based on the 4 values left.
- This tests the hypothesis that C1 is less than C2.

Podemos concluir que hay diferencia significativa entre los dos tratamientos al nivel de significancia de 0.05.

Dieta Control Vs Dieta II

NONPARAMETRIC TESTS (Two Sample Sign Test)

-----C:\NCSS\alvarope-----

No. of cases C1 < C3	1
No. of cases C1 = C3	0
No. of cases C1 > C3	3

Probability <= 1 cases	0.3125
------------------------	--------

Probability >= 1 cases	0.9375
------------------------	--------

Notes:

- Probabilites are based on the binomial distribution.
- The test ignores cases equal to the hypothesized median.
- The test is based on the 4 values left.
- This tests the hypothesis that C1 is less than C3.

Podemos concluir que hay diferencia significativa entre los tratamientos al nivel de significancia de 0.05.

Dieta I Vs Dieta II.

NONPARAMETRIC TESTS (Two Sample Sign Test)

-----C:\NCSS\alvarope-----

No. of cases C2 < C3	2
No. of cases C2 = C3	0
No. of cases C2 > C3	2

Probability <= 2 cases	0.6875
------------------------	--------

Probability >= 2 cases	0.6875
------------------------	--------

Notes:

- Probabilites are based on the binomial distribution.
- The test ignores cases equal to the hypothesized median.

- The test is based on the 4 values left.
- This tests the hypothesis that C2 is less than C3.


De lo anterior se concluye que hay diferencia significativa entre los tratamientos al nivel de significancia de 0.05.

4.2. En la misma tesis se encontró un estudio realizado a la variable Ganancia Diaria de Peso en Cerdos Landrace x Pietran Durante la Fase de Crecimiento, en donde se realizo un diseño completamente al azar con los mismos tres tipos de tratamiento, y en la cual se concluyó que al realizar el análisis de varianza no hubo diferencia significativa entre los tratamientos al nivel de significancia de 0.05. Los valores de la variable los podemos ver en la tabla 2.

Tabla 2. Valores de la variable ganancia diaria de peso.

DIETA CONTROL (gr/dia)	DIETA I (gr/dia)	DIETA II (gr/dia)
883	535	633
848	642	533
723	375	419
566	491	526
410	714	588
616	419	401
X=674.3	X=529.3	X=516.6

Realizamos el análisis descriptivo para probar la normalidad de los datos en NCSS y arrojó los siguientes resultados:

 Dieta control.

DESCRIPTIVE STATISTICS (Detail Report)

-----C:\NCSS\alvarope-----

Variable: C4

Mean - Average	674.3333	No. observations	6
Lower 95% c.i.limit	486.4218	No. missing values	0
Upper 95% c.i.limit	862.2449	Sum of frequencies	6
Adj sum of squares	161081.3	Sum of observations	4046
Standard deviation	179.4889	Std.error of mean	73.27604
Variance	32216.27	T-value for mean=0	9.202644
Coef. of variation	.2661724	T prob level	0.0003
Skewness	-.2853792	Kurtosis	-.9606146

Normality Test Value	1.102208	Reject if >	1.764(10%)	3.510(5%)
K.S. Normality Test	0.12741	Reject if >	0.297(10%)	0.323(5%)
100-%tile (Maximum)	883	90-%tile		883
75-%tile	848	10-%tile		410
50-%tile (Median)	669.5	Range		473
25-%tile	566	75th-25th %tile		282
0-%tile (Minimum)	410			

410-----Line Plot / Box Plot-----883
 1 1 1 1 1 1

 Dieta I.

DESCRIPTIVE STATISTICS (Detail Report)

-----C:\NCSS\alvarope-----

Variable: C5

Mean - Average	529.3333	No. observations	6
Lower 95% c.i.limit	393.4027	No. missing values	0
Upper 95% c.i.limit	665.2639	Sum of frequencies	6
Adj sum of squares	84289.34	Sum of observations	3176
Standard deviation	129.8378	Std.error of mean	53.00608
Variance	16857.87	T-value for mean=0	9.986276
Coef. of variation	.2452856	T prob level	0.0002
Skewness	.3635315	Kurtosis	-1.22084

Normality Test Value	1.124608	Reject if >	1.764(10%)	3.510(5%)
K.S. Normality Test	0.14926	Reject if >	0.297(10%)	0.323(5%)
100-%tile (Maximum)	714	90-%tile		714
75-%tile	642	10-%tile	375	
50-%tile (Median)	513	Range		339
25-%tile	419	75th-25th %tile		223
0-%tile (Minimum)	375			

Dieta II.

DESCRIPTIVE STATISTICS (Detail Report)

C:\NCSS\alvarope

Variable: C6

Mean - Average	516.6667	No. observations	6
Lower 95% c.i.limit	420.8362	No. missing values	0
Upper 95% c.i.limit	612.4971	Sum of frequencies	6
Adj sum of squares	41893.33	Sum of observations	3100
Standard deviation	91.53506	Std.error of mean	37.36903
Variance	8378.667	T-value for mean=0	13.82607
Coef. of variation	.1771646	T prob level	0.0000
Skewness	-.2098839	Kurtosis	-1.472738
Normality Test Value	1.121504	Reject if >	0.764(10%) 3.510(5%)
K.S. Normality Test	0.19034	Reject if >	0.297(10%) 0.323(5%)
100-%tile (Maximum)	633	90-%tile	633
75-%tile	588	10-%tile	401
50-%tile (Median)	529.5	Range	232
25-%tile	419	75th-25th %tile	169
0-%tile (Minimum)	401		

El Normality Test Value < 3.510 al nivel de significancia de 0.05. Para cada variable de los tratamientos. Por lo tanto los datos se ajustan a la distribución Normal.

4.2.1. Aplicación de la Prueba de Rangos con Signos de Wilcoxon para parejas de tratamientos en NCSS:

Dieta control Vs Dieta I

NONPARAMETRIC TESTS (Wilcoxon Signed Ranks Test)

C:\NCSS\alvarope

Test Direction:	C4 < C5
Sum of the positive ranks (T)	4
Number of non-zero values	6

Approximate Large Sample Test

Mean of T	10.5
Standard deviation of T	4.769696
Z-value	-1.36277
Prob. (Z > 1.363)	0.1730

Como $\text{Prob} (|z| > 1.3963) = 0.1730 > 0.05$, aceptamos hipótesis nula de que los efectos en los tratamiento son los mismos, en contra de hipótesis alterna de que el tratamiento Dieta Control tiene mayor efecto que la Dieta I, a un nivel de significancia de 0.05.

Dieta Control Vs Dieta II

NONPARAMETRIC TESTS (Wilcoxon Signed Ranks Test)

C:\NCSS\alvarope

Test Direction:	C4 < C6
Sum of the positive ranks (T)	2
Number of non-zero values	6

Approximate Large Sample Test

Mean of T	10.5
Standard deviation of T	4.769696

Z-value	-1.782084
Prob (z > 1.782)	0.0747

Como $\text{Prob} (|z| > 1.782) = 0.0747 > 0.05$, aceptamos hipótesis nula de que los efectos en los tratamiento son los mismos, en contra de hipótesis alterna de que el tratamiento Dieta Control tiene mayor efecto que la Dieta II, a un nivel de significancia de 0.05.

Dieta I Vs Dieta II

NONPARAMETRIC TESTS (Wilcoxon Signed Ranks Test)

C:\NCSS\alvarope

Test Direction:	C5 < C6
Sum of the positive ranks (T)	9
Number of non-zero values	6

Approximate Large Sample Test

Mean of T	10.5
Standard deviation of T	4.769696

z-value	-.3144854
Prob(z > 0.314)	0.7532

Como $\text{Prob} (|z| > 0.314) = 0.7532 > 0.05$, aceptamos hipótesis nula de que los efectos en los tratamiento son los mismos, en contra de hipótesis alterna de que el tratamiento Dieta II tiene mayor efecto que la Dieta I, a un nivel de significancia de 0.05.

4.3. En el trabajo titulado: “**Producción de alimento animal a partir de desechos agrícolas de plaza de mercado. Caso Sincelejo (Sucre)**”. Se encontró un estudio realizado a la variable Incremento de peso semanal, a la cual se le aplicó una prueba T de Student para comparar los tratamientos T1 y T2 que se muestran en la tabla 3. En este trabajo se concluyó que hubo diferencia significativa a favor del tratamiento T2, al nivel de significancia de 0.05.

Tabla 3. Valores de la variable incremento de peso semanal.

SEMANA	T1	T2
0-1	2	3
1-2	3	5
2-3	6	3
3-4	4	5
4-5	4	6
5-6	2	2
6-7	4	1
7-8	7	4

A continuación mostraremos el análisis estadístico descriptivo realizado para comprobar la normalidad de los datos en cada uno de los tratamientos.

Tratamiento 1:

DESCRIPTIVE STATISTICS (Detail Report)

C:\NCSS\alvarope

Variable: C7

Mean - Average	4	No. observations	8
Lower 95% c.i.limit	2.522499	No. missing values	0
Upper 95% c.i.limit	5.477501	Sum of frequencies	8
Adj sum of squares	22	Sum of observations	32
Standard deviation	1.772811	Std.error of mean	.6267832
Variance	3.142857	T-value for mean=0	6.381792
Coef. of variation	.4432026	T prob level	0.0004
Skewness	.6153557	Kurtosis	-.3876033
Normality Test Value	0.375	Reject if >	1.548(10%) 2.421(5%)
K.S. Normality Test	0.25000	Reject if >	0.264(10%) 0.288(5%)
100-%tile (Maximum)	7	90-%tile	6.5
75-%tile	5	10-%tile	2
50-%tile (Median)	4	Range	5
25-%tile	2.5	75th-25th %tile	2.5
0-%tile (Minimum)	2		

Tratamiento 2:

DESCRIPTIVE STATISTICS (Detail Report)

C:\NCSS\alvarope

Variable: C8

Mean - Average	3.625	No. observations	8
Lower 95% c.i.limit	2.220667	No. missing values	0
Upper 95% c.i.limit	5.029333	Sum of frequencies	8
Adj sum of squares	19.875	Sum of observations	29
Standard deviation	1.685018	Std.error of mean	.5957438
Variance	2.839286	T-value for mean=0	6.08483
Coef. of variation	.4648325	T prob level	0.0005
Skewness	-.1679619	Kurtosis	-.9130651
Normality Test Value	1.071127	Reject if >	1.548(10%) 2.421(5%)
K.S. Normality Test	0.14465	Reject if >	0.264(10%) 0.288(5%)
100-%tile (Maximum)	6	90-%tile	5.5
75-%tile	5	10-%tile	1
50-%tile (Median)	3.5	Range	5
25-%tile	2.5	75th-25th %tile	2.5
0-%tile (Minimum)	1		

De acuerdo al análisis estadístico concluimos que los datos se ajustan a una distribución normal, dado que:

Normality Test Value < 2.421 al nivel de significancia de 0.05.

4.3.1. Aplicación de la Prueba U – Mann y Whitney para comparar los efectos de los tratamientos en la variable incremento de peso semanal.

NONPARAMETRIC TESTS		(Mann-Whitney Test)
C:\NCSS\alvarope		
Variables	Sample Size	
C7	8	
C8	8	
Sum of the ranks		71
Test statistic T		35
Approximate Large Sample Test		
Mean of T		32
Standard deviation of T		9.521904
Z-value		.315063
Prob (z > 0.315)		0.7527

Prob (| z | > 0.3154) = 0.7527 > 0.05. Por lo tanto se acepta hipótesis nula de que las muestras provienen de poblaciones idénticas.

4.4. En la tesis titulada: **“Producción y valor nutritivo del pasto Angleton (Dichanthium aristatum, Benth) en época seca en el valle del Sinú Cordoba”**, en el cual se realizó un estudio de a la variable “Porcentaje de fibra en detergente neutro”, utilizando un diseño completamente al azar en donde se compararon cinco tipos de tratamientos diferentes y se llegó a la conclusión, después de haber realizado el análisis estadístico pertinente, que hubo diferencia significativa entre tratamientos al nivel de significancia de 0.05.

En la tabla 4 aparecen registrados los valores que se tuvieron en cuenta para el estudio.

Tabla 4. Valores de la variable porcentaje de fibra en detergente neutro.

T1	T2	T3	T4	T5
60.33	60.67	59.67	60	63.29
52.83	58.56	62.94	60.4	59.47
59.8	60.67	59.67	63.29	61.21

A continuación se mostraran los resultados acerca de la prueba de normalidad de los datos que se utilizaron para el estudio.

 Tratamiento 1.

DESCRIPTIVE STATISTICS (Detail Report)

-----C:\NCSS\hernando-----

Variable: C1

Mean - Average	57.65333	No. observations	3
Lower 95% c.i.limit	47.25591	No. missing values	0
Upper 95% c.i.limit	68.05076	Sum of frequencies	3
Adj sum of squares	35.03727	Sum of observations	172.96
Standard deviation	4.185527	Std.error of mean	2.416515
Variance	17.51863	T-value for mean=0	23.85805
Coef. of variation	7.259817E-02	T prob level	0.0018
Skew ness	-1.700859	Kurtosis	0
Normality Test Value	26.1643	Reject if >	2.986(10%) 16.511(5%)
K.S. Normality Test	0.26125	Reject if >	0.383(10%) 0.415(5%)
100-%tile (Maximum)	60.33	90-%tile	60.33
75-%tile	60.33	10-%tile	52.83
50-%tile (Median)	59.8	Range	7.5
25-%tile	52.83	75th-25th %tile	7.5
0-%tile (Minimum)	52.83		

Tratamiento 2.

DESCRIPTIVE STATISTICS (Detail Report)

C:\NCSS\hernando

Variable: C2

Mean - Average	59.96667	No. observations	3
Lower 95% c.i.limit	56.94047	No. missing values	0
Upper 95% c.i.limit	62.99287	Sum of frequencies	3
Adj sum of squares	2.968067	Sum of observations	179.9
Standard deviation	1.218209	Std.error of mean	.7033333
Variance	1.484033	T-value for mean=0	85.26067
Coef. of variation	2.031477E-02	T prob level	0.0001
Skewness	-1.732051	Kurtosis	0

K.S. Normality Test	0.28185	Reject if >	0.383(10%)	0.415(5%)
100-%tile (Maximum)	60.67	90-%tile	60.67	
75-%tile	60.67	10-%tile	58.56	
50-%tile (Median)	60.67	Range	2.109997	
25-%tile	58.56	75th-25th %tile	2.109997	
0-%tile (Minimum)	58.56			

58.56-----Line Plot / Box Plot-----60.67

1

2

Tratamiento 3.

DESCRIPTIVE STATISTICS (Detail Report)

C:\NCSS\hernando

Variable: C3

Mean - Average	60.76	No. observations	3
Lower 95% c.i.limit	56.07011	No. missing values	0
Upper 95% c.i.limit	65.44989	Sum of frequencies	3
Adj sum of squares	7.1286	Sum of observations	182.28
Standard deviation	1.887935	Std.error of mean	1.09
Variance	3.5643	T-value for mean=0	55.74312
Coef. of variation	3.107201E-02	T prob level	0.0003
Skewness	1.732051	Kurtosis	0

K.S. Normality Test	0.38482	Reject if >	0.383(10%)	0.415(5%)
100-%tile (Maximum)	62.94	90-%tile	62.94	
75-%tile	62.94	10-%tile	59.67	
50-%tile (Median)	59.67	Range	3.270001	
25-%tile	59.67	75th-25th %tile	3.270001	
0-%tile (Minimum)	59.67			

Tratamiento 4.

DESCRIPTIVE STATISTICS (Detail Report)

C:\NCSS\hernando

Variable: C4

Mean - Average	61.32667	No. observations	3
Lower 95% c.i.limit	57.10069	No. missing values	0
Upper 95% c.i.limit	65.55264	Sum of frequencies	3
Adj sum of squares	5.788067	Sum of observations	183.98
Standard deviation	1.701186	Std.error of mean	.9821801
Variance	2.894033	T-value for mean=0	62.43933
Coef. of variation	2.773974E-02	T prob level	0.0003
Skewness	1.723907	Kurtosis	0
Normality Test Value	103.9753	Reject if >	2.986(10%) 16.511(5%)
K.S. Normality Test	0.37369	Reject if >	0.383(10%) 0.415(5%)
100-%tile (Maximum)	63.29	90-%tile	63.29
75-%tile	63.29	10-%tile	60.29
50-%tile (Median)	60.4	Range	3
25-%tile	60.29	75th-25th %tile	3
0-%tile (Minimum)	60.29		

60.29-----Line Plot / Box Plot-----63.29

1 1 1

Tratamiento 5.

DESCRIPTIVE STATISTICS (Detail Report)

C:\NCSS\hernando

Variable: C5

Mean - Average	61.32333	No. observations	3
Lower 95% c.i.limit	56.57237	No. missing values	0
Upper 95% c.i.limit	66.0743	Sum of frequencies	3
Adj sum of squares	7.315467	Sum of observations	183.97
Standard deviation	1.91252	Std.error of mean	1.104194
Variance	3.657733	T-value for mean=0	55.53674
Coef. of variation	3.118748E-02	T prob level	0.0003
Skewness	.2657274	Kurtosis	0
Normality Test Value	0.589	Reject if >	2.986(10%) 16.511(5%)
K.S. Normality Test	0.19029	Reject if >	0.383(10%) 0.415(5%)
100-%tile (Maximum)	63.29	90-%tile	63.29
75-%tile	63.29	10-%tile	59.47
50-%tile (Median)	61.21	Range	3.82
25-%tile	59.47	75th-25th %tile	3.82
0-%tile (Minimum)	59.47		

Después de haber realizado el análisis estadístico descriptivo de cada grupo de datos por tratamiento, observamos que los valores de T2, T3 y T5 no se ajustan a una distribución normal, mientras que los valores de T1 y T4 se ajustan adecuadamente a la curva normal al nivel de significancia de 0.05.

4.4.1. Aplicación de la Prueba de Kruskal – Wallis para determinar si los efectos de los tratamientos son los mismos al nivel de significancia de 0.05.

NONPARAMETRIC TESTS		(Kruskal-Wallis Results)	
-----C:\NCSS\hernando-----			
	Regular	Corrected for Ties	
Test statistic (T)		2.642	2.656
Degrees of Freedom		4	4
Prob(T > Chi-square)		0.619	0.617
Response variable		C7	
Group variable		C6	
Value	Count	Mean Rank	Value
1	3	5.000	Count
2	3	7.667	Mean Rank
3	3	7.333	Value
4	3	10.167	Count
5	3	9.833	Mean Rank

A l aplicar la prueba no paramétrica de Kruskal – Wallis en NCSS se obtuvo que la Prob (T > Chi-cuadrado) = 0.617 >0.05, lo que significa aceptar hipótesis nula que los efectos de los tratamientos son los mismos al nivel d significancia de 0.05. Esta conclusión contradice los resultados obtenidos con el análisis de varianza realizado en el trabajo, debido a que los datos no se ajustan a una distribución normal.

4.5. Se encontró el trabajo titulado: “**Efectos de la labranza mínima sobre las propiedades físicas del suelo y la producción de arroz (Oryza sativa) bajo riego**”, en la cual se realizó un estudio a la variable “medidas de altura de plantas de arroz (cm.) bajo riego”, mediante un diseño por bloques

completamente al azar, en donde se aplicaron cuatro tratamientos diferentes, como se muestra en la tabla 5. En este trabajo se realizó un análisis de varianza en donde se concluyó que hubo diferencia significativa entre los tratamientos, al nivel de significancia de 0.05.

Tabla 5. Valores de la variable altura de plantas de arroz (cm).

BLOQUES	T1	T2	T3	T4
BLOQUE I	95.89	92.53	180.60	113.47
BLOQUE II	96.73	83.07	93.07	90.87
BLOQUE III	112.27	96.93	94.47	104.07
BLOQUE IV	103.87	92.87	107.60	107.00

A continuación veremos los resultados de la prueba de normalidad que nos proporciona el análisis estadístico descriptivo del NCSS.

 Tratamiento 1:

DESCRIPTIVE STATISTICS (Detail Report)

-----C:\NCSS\alvarope-----

Variable: C11

Mean - Average	102.19	No. observations	4
Lower 95% c.i.limit	90.08737	No. missing values	0
Upper 95% c.i.limit	114.2926	Sum of frequencies	4
Adj sum of squares	173.9304	Sum of observations	408.76
Standard deviation	7.61425	Std.error of mean	3.807125
Variance	57.9768	T-value for mean=0	26.84178
Coef. of variation	7.451072E-02	T prob level	0.0001
Skewness	.9304429	Kurtosis	-.8106452
Normality Test Value	1.205463	Reject if >	2.288(10%) 7.592(5%)
K.S. Normality Test	0.26334	Reject if >	0.346(10%) 0.376(5%)
100-%tile (Maximum)	112.27	90-%tile	112.27
75-%tile	108.07	10-%tile	95.89
50-%tile (Median)	100.3	Range	16.38
25-%tile	96.31	75th-25th %tile	11.76
0-%tile (Minimum)	95.89		

95.89-----Line Plot / Box Plot-----112.27

Tratamiento 2:

DESCRIPTIVE STATISTICS (Detail Report)

C:\NCSS\alvarope

Variable: C12

Mean - Average	91.35	No. observations	4
Lower 95% c.i.limit	82.01859	No. missing values	0
Upper 95% c.i.limit	100.6814	Sum of frequencies	4
Adj sum of squares	103.3976	Sum of observations	365.4
Standard deviation	5.870764	Std.error of mean	2.935382
Variance	34.46587	T-value for mean=0	31.12031
Coef. of variation	.0642667	T prob level	0.0001
Skewness	-1.280899	Kurtosis	2.430145
Normality Test Value	1.339712	Reject if >	2.288(10%) 7.592(5%)
K.S. Normality Test	0.17094	Reject if >	0.346(10%) 0.376(5%)
100-%tile (Maximum)	96.93	90-%tile	96.93
75-%tile	94.9	10-%tile	83.07
50-%tile (Median)	92.7	Range	13.86
25-%tile	87.8	75th-25th %tile	7.099999
0-%tile (Minimum)	83.07		

83.07-----Line Plot / Box Plot-----96.93

1 1 1

Tratamiento 3:

DESCRIPTIVE STATISTICS (Detail Report)

C:\NCSS\alvarope

Variable: C13

Mean - Average	118.935	No. observations	4
Lower 95% c.i.limit	52.76905	No. missing values	0
Upper 95% c.i.limit	185.101	Sum of frequencies	4
Adj sum of squares	5198.589	Sum of observations	475.74
Standard deviation	41.62767	Std.error of mean	20.81384
Variance	1732.863	T-value for mean=0	5.714228
Coef. of variation	.3500035	T prob level	0.0106
Skewness	1.858389	Kurtosis	3.46394
Normality Test Value	29.53636	Reject if >	2.288(10%) 7.592(5%)
K.S. Normality Test	0.35730	Reject if >	0.346(10%) 0.376(5%)
100-%tile (Maximum)	180.6	90-%tile	180.6
75-%tile	144.1	10-%tile	93.07
50-%tile (Median)	101.035	Range	87.53001
25-%tile	93.77	75th-25th %tile	50.33
0-%tile (Minimum)	93.07		

Tratamiento 4:

DESCRIPTIVE STATISTICS (Detail Report)

C:\NCSS\alvarope

Variable: C14

Mean - Average	103.8525	No. observations	4
Lower 95% c.i.limit	88.74568	No. missing values	0
Upper 95% c.i.limit	118.9593	Sum of frequencies	4
Adj sum of squares	270.9957	Sum of observations	415.41
Standard deviation	9.504309	Std.error of mean	4.752154
Variance	90.33189	T-value for mean=0	21.85377
Coef. of variation	9.151738E-02	T prob level	0.0002
Skewness	-9841212	Kurtosis	1.63967
Normality Test Value	1.229401	Reject if >	2.288(10%) 7.592(5%)
K.S. Normality Test	0.16402	Reject if >	0.346(10%) 0.376(5%)
100-%tile (Maximum)	113.47	90-%tile	113.47
75-%tile	110.235	10-%tile	90.87
50-%tile (Median)	105.535	Range	22.6
25-%tile	97.47	75th-25th %tile	12.765
0-%tile (Minimum)	90.87		

90.87-----Line Plot / Box Plot-----113.47

1 1 1 1

Este análisis estadístico descriptivo de la información nos muestra que los datos de los tratamientos T1, T2 y T4, se ajustan a una distribución normal, dado que Normality Test Value < 7.592, mientras que los datos del tratamiento T3, no se ajustan, puesto que, Normality Testb value > 7.592.

4.5.1. Aplicación de la Prueba de Rangos de Fridman para k muestras igualadas con el fin de determinar si existe diferencia significativa entre los tratamiento.

NONPARAMETRIC TESTS (Friedman's Test Results)

C:\NCSS\alvarope

Test statistic (T) 5.100006

Chi-square approximation

Degrees of Freedom 3


Prob(x > 5.100006) 0.1646

Response	C17				
Blocks	C15	1	2	3	4
Treatments	C16	1	2	3	4

Como podemos observar, la prob. $(X > 5.100006) = 0.1646 > 0.05$, que nos indica aceptar la hipótesis nula de que no hay diferencia significativa entre los tratamientos, al nivel de significancia de 0.05. Esto contradice las conclusiones dadas en el trabajo mencionado en el ítem 4.5, dado que, los datos no se ajustaron a una distribución normal y la elección del tipo de prueba no fue la adecuada.

4.6. En el trabajo titulado: “ se aplicó un Coeficiente de Regresión Simple entre las variables “Espesor de la grasa dorsal y rendimiento en canal”, por medio del cual se concluyó que las variables se encuentran correlacionadas, al nivel de significancia de 0.05.

Los resultados acerca de la normalidad de los datos que arrojó el programa NCSS son los siguientes:

 Variable: Espeso de la grasa dorsal.

DESCRIPTIVE STATISTICS (Detail Report)

C:\NCSS\hernando

Variable: C8

Mean - Average	63.45177	No. observations	130
Lower 95% c.i.limit	62.63388	No. missing values	0
Upper 95% c.i.limit	64.26966	Sum of frequencies	130
Adj sum of squares	2865.755	Sum of observations	8248.731
Standard deviation	4.713296	Std.error of mean	.4133834
Variance	22.21516	T-value for mean=0	153.4938
Coef. of variation	7.428155E-02	T prob level	0.0000
Skewness	.7779971	Kurtosis	2.857893
Normality Test Value	1.130994	Reject if >	1.040(10%) 1.063(5%)
K.S. Normality Test	0.05357	Reject if >	0.071(10%) 0.078(5%)

100-%tile (Maximum)	85.53	90-%tile	68.955
75-%tile	66.4	10-%tile	57.575
50-%tile (Median)	63.595	Range	34.25
25-%tile	60	75th-25th %tile	6.400002
0-%tile (Minimum)	51.28		
51.28-----Line Plot / Box Plot-----85.53			
1 1 11252223376563 192765473463323213211 1 1 1 1 1 1			

Como podemos observar el Normality Test Value = 1.130994 > 1.063 al nivel de significancia de 0.05. Esto nos indica que debemos rechazar hipótesis nula de que los datos de la variable espesor de la grasa dorsal se ajustan a una distribución normal, a favor de hipótesis alterna.

 Variable: Rendimiento en canal.

DESCRIPTIVE STATISTICS (Detail Report)

-----C:\NCSS\hernando-----

Variable: C9			
Mean - Average	22.96523	No. observations	130
Lower 95% c.i.limit	21.65532	No. missing values	0
Upper 95% c.i.limit	24.27514	Sum of frequencies	130
Adj sum of squares	7350.739	Sum of observations	2985.48
Standard deviation	7.548674	Std.error of mean	.6620625
Variance	56.98247	T-value for mean=0	34.68741
Coef. of variation	.3287001	T prob level	0.0000
Skewness	1.408698	Kurtosis	2.898029
Normality Test Value	1.482566	Reject if >	1.040(10%) 1.063(5%)
K.S. Normality Test	0.13105	Reject if >	0.071(10%) 0.078(5%)
100-%tile (Maximum)	53.56	90-%tile	32.295
75-%tile	26.43	10-%tile	15.93
50-%tile (Median)	21.03	Range	44
25-%tile	18.3	75th-25th %tile	8.130001
0-%tile (Minimum)	9.56		
9.56-----Line Plot / Box Plot-----53.56			
11111 1 324551767884524624131615 5 2 3 11 2 2 13 1 1 1 1			

De acuerdo al análisis descriptivo para probar la hipótesis nula los datos se ajustan a una distribución normal, se puede ver que:

Normality Test Value = 1.482566 >1.063 al nivel de significancia del .05, lo cual nos indica que debemos rechazar hipótesis nula.

5.6.1. Aplicación del Coeficiente de Correlación de Rangos de Spearman para probar la relación lineal entre las variables espesor de la grasa dorsal y rendimiento en canal.

Los resultados obtenidos con NCSS son los siguientes:

NONPARAMETRIC TESTS		(Correlation Results)
-----C:\NCSS\hernando-----		
Variable (X)		C8
Variable (Y)		C9
Correlation Coefficients		
Pearson's r		0.429621
Spearman's rho		0.508553
Kendall's tau		0.354562
Sample Size		130

El coeficiente de Correlación de Rangos de Spearman nos indica que debemos rechazar hipótesis nula, a favor de hipótesis alterna de que las variables Espesor de grasa dorsal y Rendimiento en canal se encuentran correlacionadas.

5. CONCLUSIONES.

- ✚ El 65% de las investigaciones formativas en las cuales se cumplió el supuesto de normalidad de los datos, cuando se aplicaron procedimientos no paramétricos, se obtuvieron las mismas conclusiones.
- ✚ El 50% de los trabajos en los que se aplicaron procedimientos paramétricos no se cumple el supuesto de normalidad, lo que pudo haber generado conclusiones erróneas o viciadas.
- ✚ El 50% de las investigaciones, cuyos datos no se ajustan a una distribución normal, y al cual se le aplicaron procedimientos no paramétricos se obtuvieron conclusiones contrarias a las obtenidas en el método paramétrico, dándole mayor confiabilidad al procedimiento no paramétrico.

6. RECOMENDACIONES.

- ✚ Antes de aplicar un procedimiento o prueba paramétrica se debe someter la información a una estadística descriptiva para determinar si los datos se ajustan o no a una distribución normal.
- ✚ Si los datos que se utilizan para la inferencia estadística no se ajustan a una distribución normal, elegir un procedimiento no paramétrico sería la mejor alternativa.
- ✚ Elegir cuidadosamente el procedimiento a utilizar, ya sea paramétrico o no paramétrico, teniendo en cuenta las condiciones y restricciones de estos.
- ✚ Como propuesta de grado, recomendamos a algún grupo de investigación interesado, a realizar un módulo de estadística no paramétrica y su aplicación en el programa NCSS, con el propósito de facilitar los cálculos correspondientes a las pruebas.

7. BIBLIOGRAFÍA

- ✚ Canavos, G. (1987). Probabilidad y Estadística: Aplicaciones y Métodos. Ed. Mc Graw Hill. México. Págs. 327, 348,580.
- ✚ Canavos, G. (1988). Probabilidad y Estadística: Aplicaciones y Métodos. Ed. Mc Graw Hill. México. Págs.582- 584.
- ✚ Freund, J. y Simon, G. (1994). Estadística Elemental. 8° Edición. Prentice Hall Hispanoamericana. México. Pág. 496.
- ✚ Celorios, S. Estadística no Paramétrica (Prueba de Kolmogorov – Smirnov.). WWW. Ilustrados. Com.
- ✚ Montgomery, D. (1994). Probabilidad y Estadística aplicada a la Ingeniería. Ed. Mc Graw Hill Interamericana Editores S.a. de c.v. México. Pág. 803.
- ✚ Montgomery, D. (1996). Probabilidad y Estadística aplicada a la Ingeniería. 1° Edición. Ed. Mc Graw Hill Interamericana Editores S.a. de c.v. México. Pág. 404, 820.
- ✚ Padilla, E. y Tapias, I. (2001). Diseño y elaboración del módulo para el aprendizaje del programa estadístico NCSS(Statistic System New Creation) en los programas de pregrado de la Universidad de Sucre.
- ✚ Rivera, F. Una Prueba de contrastes ortogonales antes de un experimento con estadística no paramétrica utilizando métodos intensivos de computo (MIC). WWW. Udlap.mx/tesis/li/rivera-a-f.com.
- ✚ Signey, S. (1990). Estadística no Paramétrica.3° Edición. Ed. Trillas, Pág. 21,91
- ✚ Walpole – Myer. (1992). Probabilidad y Estadística. 4° Edición. Ed. Mc Graw Hill. México. Pág.325, 660.
- ✚ Wayne, W. D. (1997) Bioestadística. Ed. Limusa, S. México Pág.,.697.

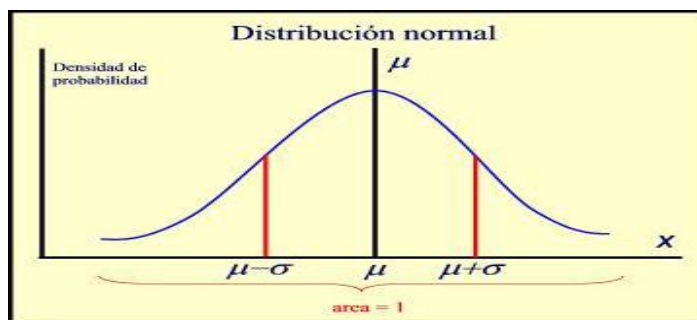
7.1. Tesis utilizadas en la aplicación de NCSS.

- ✚ Calderón, M. e Iriarte, C. (1999). Producción de alimento animal a partir de desechos agrícolas de plaza de mercado. Caso Sincelejo (Sucre). Universidad de Sucre. Facultad de ciencias agropecuarias. Programa de Zootecnia. Sincelejo.
- ✚ Jaraba, M. y López P. (2002). Producción y valor nutritivo del pasto Angleton (*Dichanthium Aristatum*, Benth) en época seca en el Valle del Sinú. Universidad de Sucre. Facultad de ciencias agropecuarias. Programa de Zootecnia. Córdoba. T 633. 202. J 37.
- ✚ Mercado, C. y Patrón, J. (1994). Efectos de la labranza mínima sobre las propiedades físicas del suelo y la producción de arroz (*Oriza Sativa*) bajo riego. Universidad de Sucre. Facultad de Ingeniería. Programa de Ingeniería Agrícola. Sincelejo. T. 631.51. M. 553.
- ✚ Montes, P y Pérez, E. (1999). Harina y mancha de yuca en raciones alimenticias para cerdos (Landrace x Pietran) durante la fase de crecimiento. Universidad de Sucre. Facultad de ciencias agropecuarias. Programa de Zootecnia. Sincelejo. T. 633.682. M 779.
- ✚ Romero, R. y Salcedo, J. (2000). Determinación del rendimiento y el espesor de la grasa dorsal en cerdos sacrificados en la ciudad de Sincelejo. Universidad de Sucre. Facultad de ciencias agropecuaria. Departamento de Zootecnia. Sincelejo. T. 636.4I. R. 763.

ANEXOS

ANEXO 1

Área bajo la curva Normal de probabilidad.



Desv. normal x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010

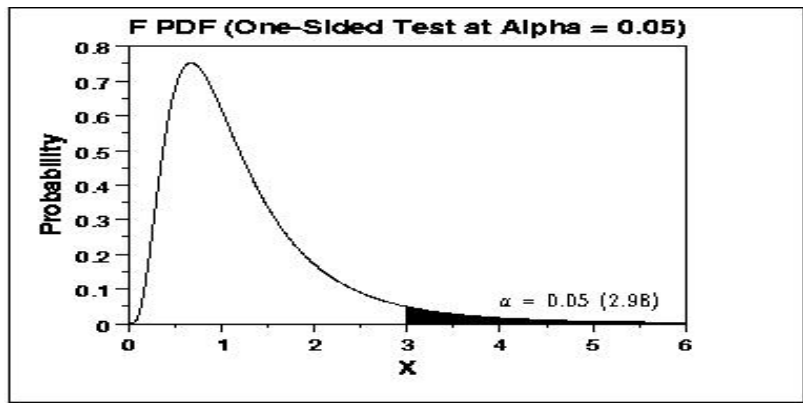
ANEXO 2

Valores críticos para la prueba t de student.

gl	0.4	0.25	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005
2	0.289	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	14.089	22.326	31.596
3	0.277	0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	7.453	10.215	12.924
4	0.271	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	0.267	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	0.265	0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	0.263	0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	0.262	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	0.261	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	0.260	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	0.260	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	0.259	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	0.259	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	0.258	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	0.258	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	0.258	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	0.257	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	0.257	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.197	3.610	3.922
19	0.257	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	0.257	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	0.257	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	0.256	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	0.256	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.104	3.485	3.768
24	0.256	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	0.256	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
26	0.256	0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.067	3.435	3.706
27	0.256	0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28	0.256	0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.047	3.408	3.674
29	0.256	0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30	0.256	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646
40	0.255	0.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551
60	0.254	0.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	2.915	3.232	3.460
120	0.254	0.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	2.860	3.160	3.373
Infinito	0.253	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	2.807	3.090	3.291

ANEXO 3

Valores críticos de la distribución F.



$$F_{.05}(\nu_1, \nu_2)$$

$\nu_2 \backslash \nu_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161.448	199.500	215.707	224.583	230.162	233.986	236.768	238.882	240.543	241.882
2	18.513	19.000	19.164	19.247	19.296	19.330	19.353	19.371	19.385	19.396
3	10.128	9.552	9.277	9.117	9.013	8.941	8.887	8.845	8.812	8.786
4	7.709	6.944	6.591	6.388	6.256	6.163	6.094	6.041	5.999	5.964
5	6.608	5.786	5.409	5.192	5.050	4.950	4.876	4.818	4.772	4.735
6	5.987	5.143	4.757	4.534	4.387	4.284	4.207	4.147	4.099	4.060
7	5.591	4.737	4.347	4.120	3.972	3.866	3.787	3.726	3.677	3.637
8	5.318	4.459	4.066	3.838	3.687	3.581	3.500	3.438	3.388	3.347
9	5.117	4.256	3.863	3.633	3.482	3.374	3.293	3.230	3.179	3.137
10	4.965	4.103	3.708	3.478	3.326	3.217	3.135	3.072	3.020	2.978
11	4.844	3.982	3.587	3.357	3.204	3.095	3.012	2.948	2.896	2.854
12	4.747	3.885	3.490	3.259	3.106	2.996	2.913	2.849	2.796	2.753
13	4.667	3.806	3.411	3.179	3.025	2.915	2.832	2.767	2.714	2.671
14	4.600	3.739	3.344	3.112	2.958	2.848	2.764	2.699	2.646	2.602
15	4.543	3.682	3.287	3.056	2.901	2.790	2.707	2.641	2.588	2.544
16	4.494	3.634	3.239	3.007	2.852	2.741	2.657	2.591	2.538	2.494
17	4.451	3.592	3.197	2.965	2.810	2.699	2.614	2.548	2.494	2.450
18	4.414	3.555	3.160	2.928	2.773	2.661	2.577	2.510	2.456	2.412
19	4.381	3.522	3.127	2.895	2.740	2.628	2.544	2.477	2.423	2.378
20	4.351	3.493	3.098	2.866	2.711	2.599	2.514	2.447	2.393	2.348
21	4.325	3.467	3.072	2.840	2.685	2.573	2.488	2.420	2.366	2.321
22	4.301	3.443	3.049	2.817	2.661	2.549	2.464	2.397	2.342	2.297
23	4.279	3.422	3.028	2.796	2.640	2.528	2.442	2.375	2.320	2.275
24	4.260	3.403	3.009	2.776	2.621	2.508	2.423	2.355	2.300	2.255
25	4.242	3.385	2.991	2.759	2.603	2.490	2.405	2.337	2.282	2.236
26	4.225	3.369	2.975	2.743	2.587	2.474	2.388	2.321	2.265	2.220
27	4.210	3.354	2.960	2.728	2.572	2.459	2.373	2.305	2.250	2.204
28	4.196	3.340	2.947	2.714	2.558	2.445	2.359	2.291	2.236	2.190
29	4.183	3.328	2.934	2.701	2.545	2.432	2.346	2.278	2.223	2.177
30	4.171	3.316	2.922	2.690	2.534	2.421	2.334	2.266	2.211	2.165
31	4.160	3.305	2.911	2.679	2.523	2.409	2.323	2.255	2.199	2.153
32	4.149	3.295	2.901	2.668	2.512	2.399	2.313	2.244	2.189	2.142
33	4.139	3.285	2.892	2.659	2.503	2.389	2.303	2.235	2.179	2.133
34	4.130	3.276	2.883	2.650	2.494	2.380	2.294	2.225	2.170	2.123
35	4.121	3.267	2.874	2.641	2.485	2.372	2.285	2.217	2.161	2.114
36	4.113	3.259	2.866	2.634	2.477	2.364	2.277	2.209	2.153	2.106
37	4.105	3.252	2.859	2.626	2.470	2.356	2.270	2.201	2.145	2.098
38	4.098	3.245	2.852	2.619	2.463	2.349	2.262	2.194	2.138	2.091
39	4.091	3.238	2.845	2.612	2.456	2.342	2.255	2.187	2.131	2.084

40	4.085	3.232	2.839	2.606	2.449	2.336	2.249	2.180	2.124	2.077
41	4.079	3.226	2.833	2.600	2.443	2.330	2.243	2.174	2.118	2.071
42	4.073	3.220	2.827	2.594	2.438	2.324	2.237	2.168	2.112	2.065
43	4.067	3.214	2.822	2.589	2.432	2.318	2.232	2.163	2.106	2.059
44	4.062	3.209	2.816	2.584	2.427	2.313	2.226	2.157	2.101	2.054
45	4.057	3.204	2.812	2.579	2.422	2.308	2.221	2.152	2.096	2.049
46	4.052	3.200	2.807	2.574	2.417	2.304	2.216	2.147	2.091	2.044
47	4.047	3.195	2.802	2.570	2.413	2.299	2.212	2.143	2.086	2.039
48	4.043	3.191	2.798	2.565	2.409	2.295	2.207	2.138	2.082	2.035
49	4.038	3.187	2.794	2.561	2.404	2.290	2.203	2.134	2.077	2.030
50	4.034	3.183	2.790	2.557	2.400	2.286	2.199	2.130	2.073	2.026
51	4.030	3.179	2.786	2.553	2.397	2.283	2.195	2.126	2.069	2.022
52	4.027	3.175	2.783	2.550	2.393	2.279	2.192	2.122	2.066	2.018
53	4.023	3.172	2.779	2.546	2.389	2.275	2.188	2.119	2.062	2.015
54	4.020	3.168	2.776	2.543	2.386	2.272	2.185	2.115	2.059	2.011
55	4.016	3.165	2.773	2.540	2.383	2.269	2.181	2.112	2.055	2.008
56	4.013	3.162	2.769	2.537	2.380	2.266	2.178	2.109	2.052	2.005
57	4.010	3.159	2.766	2.534	2.377	2.263	2.175	2.106	2.049	2.001
58	4.007	3.156	2.764	2.531	2.374	2.260	2.172	2.103	2.046	1.998
59	4.004	3.153	2.761	2.528	2.371	2.257	2.169	2.100	2.043	1.995
60	4.001	3.150	2.758	2.525	2.368	2.254	2.167	2.097	2.040	1.993
61	3.998	3.148	2.755	2.523	2.366	2.251	2.164	2.094	2.037	1.990
62	3.996	3.145	2.753	2.520	2.363	2.249	2.161	2.092	2.035	1.987
63	3.993	3.143	2.751	2.518	2.361	2.246	2.159	2.089	2.032	1.985
64	3.991	3.140	2.748	2.515	2.358	2.244	2.156	2.087	2.030	1.982
65	3.989	3.138	2.746	2.513	2.356	2.242	2.154	2.084	2.027	1.980
66	3.986	3.136	2.744	2.511	2.354	2.239	2.152	2.082	2.025	1.977
67	3.984	3.134	2.742	2.509	2.352	2.237	2.150	2.080	2.023	1.975
68	3.982	3.132	2.740	2.507	2.350	2.235	2.148	2.078	2.021	1.973
69	3.980	3.130	2.737	2.505	2.348	2.233	2.145	2.076	2.019	1.971
70	3.978	3.128	2.736	2.503	2.346	2.231	2.143	2.074	2.017	1.969
71	3.976	3.126	2.734	2.501	2.344	2.229	2.142	2.072	2.015	1.967
72	3.974	3.124	2.732	2.499	2.342	2.227	2.140	2.070	2.013	1.965
73	3.972	3.122	2.730	2.497	2.340	2.226	2.138	2.068	2.011	1.963
74	3.970	3.120	2.728	2.495	2.338	2.224	2.136	2.066	2.009	1.961
75	3.968	3.119	2.727	2.494	2.337	2.222	2.134	2.064	2.007	1.959
76	3.967	3.117	2.725	2.492	2.335	2.220	2.133	2.063	2.006	1.958
77	3.965	3.115	2.723	2.490	2.333	2.219	2.131	2.061	2.004	1.956
78	3.963	3.114	2.722	2.489	2.332	2.217	2.129	2.059	2.002	1.954
79	3.962	3.112	2.720	2.487	2.330	2.216	2.128	2.058	2.001	1.953
80	3.960	3.111	2.719	2.486	2.329	2.214	2.126	2.056	1.999	1.951
81	3.959	3.109	2.717	2.484	2.327	2.213	2.125	2.055	1.998	1.950
82	3.957	3.108	2.716	2.483	2.326	2.211	2.123	2.053	1.996	1.948
83	3.956	3.107	2.715	2.482	2.324	2.210	2.122	2.052	1.995	1.947
84	3.955	3.105	2.713	2.480	2.323	2.209	2.121	2.051	1.993	1.945
85	3.953	3.104	2.712	2.479	2.322	2.207	2.119	2.049	1.992	1.944
86	3.952	3.103	2.711	2.478	2.321	2.206	2.118	2.048	1.991	1.943
87	3.951	3.101	2.709	2.476	2.319	2.205	2.117	2.047	1.989	1.941
88	3.949	3.100	2.708	2.475	2.318	2.203	2.115	2.045	1.988	1.940
89	3.948	3.099	2.707	2.474	2.317	2.202	2.114	2.044	1.987	1.939
90	3.947	3.098	2.706	2.473	2.316	2.201	2.113	2.043	1.986	1.938
91	3.946	3.097	2.705	2.472	2.315	2.200	2.112	2.042	1.984	1.936
92	3.945	3.095	2.704	2.471	2.313	2.199	2.111	2.041	1.983	1.935
93	3.943	3.094	2.703	2.470	2.312	2.198	2.110	2.040	1.982	1.934
94	3.942	3.093	2.701	2.469	2.311	2.197	2.109	2.038	1.981	1.933
95	3.941	3.092	2.700	2.467	2.310	2.196	2.108	2.037	1.980	1.932
96	3.940	3.091	2.699	2.466	2.309	2.195	2.106	2.036	1.979	1.931
97	3.939	3.090	2.698	2.465	2.308	2.194	2.105	2.035	1.978	1.930
98	3.938	3.089	2.697	2.465	2.307	2.193	2.104	2.034	1.977	1.929
99	3.937	3.088	2.696	2.464	2.306	2.192	2.103	2.033	1.976	1.928
100	3.936	3.087	2.696	2.463	2.305	2.191	2.103	2.032	1.975	1.927

Valores críticos de la distribución F. (continuación)

$v_2 \backslash v_1$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	242.983	243.906	244.690	245.364	245.950	246.464	246.918	247.323	247.686	248.013
2	19.405	19.413	19.419	19.424	19.429	19.433	19.437	19.440	19.443	19.446
3	8.763	8.745	8.729	8.715	8.703	8.692	8.683	8.675	8.667	8.660
4	5.936	5.912	5.891	5.873	5.858	5.844	5.832	5.821	5.811	5.803
5	4.704	4.678	4.655	4.636	4.619	4.604	4.590	4.579	4.568	4.558
6	4.027	4.000	3.976	3.956	3.938	3.922	3.908	3.896	3.884	3.874
7	3.603	3.575	3.550	3.529	3.511	3.494	3.480	3.467	3.455	3.445
8	3.313	3.284	3.259	3.237	3.218	3.202	3.187	3.173	3.161	3.150
9	3.102	3.073	3.048	3.025	3.006	2.989	2.974	2.960	2.948	2.936
10	2.943	2.913	2.887	2.865	2.845	2.828	2.812	2.798	2.785	2.774
11	2.818	2.788	2.761	2.739	2.719	2.701	2.685	2.671	2.658	2.646
12	2.717	2.687	2.660	2.637	2.617	2.599	2.583	2.568	2.555	2.544
13	2.635	2.604	2.577	2.554	2.533	2.515	2.499	2.484	2.471	2.459
14	2.565	2.534	2.507	2.484	2.463	2.445	2.428	2.413	2.400	2.388
15	2.507	2.475	2.448	2.424	2.403	2.385	2.368	2.353	2.340	2.328
16	2.456	2.425	2.397	2.373	2.352	2.333	2.317	2.302	2.288	2.276
17	2.413	2.381	2.353	2.329	2.308	2.289	2.272	2.257	2.243	2.230
18	2.374	2.342	2.314	2.290	2.269	2.250	2.233	2.217	2.203	2.191
19	2.340	2.308	2.280	2.256	2.234	2.215	2.198	2.182	2.168	2.155
20	2.310	2.278	2.250	2.225	2.203	2.184	2.167	2.151	2.137	2.124
21	2.283	2.250	2.222	2.197	2.176	2.156	2.139	2.123	2.109	2.096
22	2.259	2.226	2.198	2.173	2.151	2.131	2.114	2.098	2.084	2.071
23	2.236	2.204	2.175	2.150	2.128	2.109	2.091	2.075	2.061	2.048
24	2.216	2.183	2.155	2.130	2.108	2.088	2.070	2.054	2.040	2.027
25	2.198	2.165	2.136	2.111	2.089	2.069	2.051	2.035	2.021	2.007
26	2.181	2.148	2.119	2.094	2.072	2.052	2.034	2.018	2.003	1.990
27	2.166	2.132	2.103	2.078	2.056	2.036	2.018	2.002	1.987	1.974
28	2.151	2.118	2.089	2.064	2.041	2.021	2.003	1.987	1.972	1.959
29	2.138	2.104	2.075	2.050	2.027	2.007	1.989	1.973	1.958	1.945
30	2.126	2.092	2.063	2.037	2.015	1.995	1.976	1.960	1.945	1.932
31	2.114	2.080	2.051	2.026	2.003	1.983	1.965	1.948	1.933	1.920
32	2.103	2.070	2.040	2.015	1.992	1.972	1.953	1.937	1.922	1.908
33	2.093	2.060	2.030	2.004	1.982	1.961	1.943	1.926	1.911	1.898
34	2.084	2.050	2.021	1.995	1.972	1.952	1.933	1.917	1.902	1.888
35	2.075	2.041	2.012	1.986	1.963	1.942	1.924	1.907	1.892	1.878
36	2.067	2.033	2.003	1.977	1.954	1.934	1.915	1.899	1.883	1.870
37	2.059	2.025	1.995	1.969	1.946	1.926	1.907	1.890	1.875	1.861
38	2.051	2.017	1.988	1.962	1.939	1.918	1.899	1.883	1.867	1.853
39	2.044	2.010	1.981	1.954	1.931	1.911	1.892	1.875	1.860	1.846
40	2.038	2.003	1.974	1.948	1.924	1.904	1.885	1.868	1.853	1.839
41	2.031	1.997	1.967	1.941	1.918	1.897	1.879	1.862	1.846	1.832
42	2.025	1.991	1.961	1.935	1.912	1.891	1.872	1.855	1.840	1.826
43	2.020	1.985	1.955	1.929	1.906	1.885	1.866	1.849	1.834	1.820
44	2.014	1.980	1.950	1.924	1.900	1.879	1.861	1.844	1.828	1.814
45	2.009	1.974	1.945	1.918	1.895	1.874	1.855	1.838	1.823	1.808
46	2.004	1.969	1.940	1.913	1.890	1.869	1.850	1.833	1.817	1.803
47	1.999	1.965	1.935	1.908	1.885	1.864	1.845	1.828	1.812	1.798
48	1.995	1.960	1.930	1.904	1.880	1.859	1.840	1.823	1.807	1.793
49	1.990	1.956	1.926	1.899	1.876	1.855	1.836	1.819	1.803	1.789
50	1.986	1.952	1.921	1.895	1.871	1.850	1.831	1.814	1.798	1.784
51	1.982	1.947	1.917	1.891	1.867	1.846	1.827	1.810	1.794	1.780
52	1.978	1.944	1.913	1.887	1.863	1.842	1.823	1.806	1.790	1.776
53	1.975	1.940	1.910	1.883	1.859	1.838	1.819	1.802	1.786	1.772
54	1.971	1.936	1.906	1.879	1.856	1.835	1.816	1.798	1.782	1.768
55	1.968	1.933	1.903	1.876	1.852	1.831	1.812	1.795	1.779	1.764
56	1.964	1.930	1.899	1.873	1.849	1.828	1.809	1.791	1.775	1.761
57	1.961	1.926	1.896	1.869	1.846	1.824	1.805	1.788	1.772	1.757
58	1.958	1.923	1.893	1.866	1.842	1.821	1.802	1.785	1.769	1.754

59	1.955	1.920	1.890	1.863	1.839	1.818	1.799	1.781	1.766	1.751
60	1.952	1.917	1.887	1.860	1.836	1.815	1.796	1.778	1.763	1.748
61	1.949	1.915	1.884	1.857	1.834	1.812	1.793	1.776	1.760	1.745
62	1.947	1.912	1.882	1.855	1.831	1.809	1.790	1.773	1.757	1.742
63	1.944	1.909	1.879	1.852	1.828	1.807	1.787	1.770	1.754	1.739
64	1.942	1.907	1.876	1.849	1.826	1.804	1.785	1.767	1.751	1.737
65	1.939	1.904	1.874	1.847	1.823	1.802	1.782	1.765	1.749	1.734
66	1.937	1.902	1.871	1.845	1.821	1.799	1.780	1.762	1.746	1.732
67	1.935	1.900	1.869	1.842	1.818	1.797	1.777	1.760	1.744	1.729
68	1.932	1.897	1.867	1.840	1.816	1.795	1.775	1.758	1.742	1.727
69	1.930	1.895	1.865	1.838	1.814	1.792	1.773	1.755	1.739	1.725
70	1.928	1.893	1.863	1.836	1.812	1.790	1.771	1.753	1.737	1.722
71	1.926	1.891	1.861	1.834	1.810	1.788	1.769	1.751	1.735	1.720
72	1.924	1.889	1.859	1.832	1.808	1.786	1.767	1.749	1.733	1.718
73	1.922	1.887	1.857	1.830	1.806	1.784	1.765	1.747	1.731	1.716
74	1.921	1.885	1.855	1.828	1.804	1.782	1.763	1.745	1.729	1.714
75	1.919	1.884	1.853	1.826	1.802	1.780	1.761	1.743	1.727	1.712
76	1.917	1.882	1.851	1.824	1.800	1.778	1.759	1.741	1.725	1.710
77	1.915	1.880	1.849	1.822	1.798	1.777	1.757	1.739	1.723	1.708
78	1.914	1.878	1.848	1.821	1.797	1.775	1.755	1.738	1.721	1.707
79	1.912	1.877	1.846	1.819	1.795	1.773	1.754	1.736	1.720	1.705
80	1.910	1.875	1.845	1.817	1.793	1.772	1.752	1.734	1.718	1.703
81	1.909	1.874	1.843	1.816	1.792	1.770	1.750	1.733	1.716	1.702
82	1.907	1.872	1.841	1.814	1.790	1.768	1.749	1.731	1.715	1.700
83	1.906	1.871	1.840	1.813	1.789	1.767	1.747	1.729	1.713	1.698
84	1.905	1.869	1.838	1.811	1.787	1.765	1.746	1.728	1.712	1.697
85	1.903	1.868	1.837	1.810	1.786	1.764	1.744	1.726	1.710	1.695
86	1.902	1.867	1.836	1.808	1.784	1.762	1.743	1.725	1.709	1.694
87	1.900	1.865	1.834	1.807	1.783	1.761	1.741	1.724	1.707	1.692
88	1.899	1.864	1.833	1.806	1.782	1.760	1.740	1.722	1.706	1.691
89	1.898	1.863	1.832	1.804	1.780	1.758	1.739	1.721	1.705	1.690
90	1.897	1.861	1.830	1.803	1.779	1.757	1.737	1.720	1.703	1.688
91	1.895	1.860	1.829	1.802	1.778	1.756	1.736	1.718	1.702	1.687
92	1.894	1.859	1.828	1.801	1.776	1.755	1.735	1.717	1.701	1.686
93	1.893	1.858	1.827	1.800	1.775	1.753	1.734	1.716	1.699	1.684
94	1.892	1.857	1.826	1.798	1.774	1.752	1.733	1.715	1.698	1.683
95	1.891	1.856	1.825	1.797	1.773	1.751	1.731	1.713	1.697	1.682
96	1.890	1.854	1.823	1.796	1.772	1.750	1.730	1.712	1.696	1.681
97	1.889	1.853	1.822	1.795	1.771	1.749	1.729	1.711	1.695	1.680
98	1.888	1.852	1.821	1.794	1.770	1.748	1.728	1.710	1.694	1.679
99	1.887	1.851	1.820	1.793	1.769	1.747	1.727	1.709	1.693	1.678
100	1.886	1.850	1.819	1.792	1.768	1.746	1.726	1.708	1.691	1.676

Valores críticos de F. (continuación)

		$F_{.10}(\nu_1, \nu_2)$										
		ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ν_2												
1			39.863	49.500	53.593	55.833	57.240	58.204	58.906	59.439	59.858	60.195
2			8.526	9.000	9.162	9.243	9.293	9.326	9.349	9.367	9.381	9.392
3			5.538	5.462	5.391	5.343	5.309	5.285	5.266	5.252	5.240	5.230
4			4.545	4.325	4.191	4.107	4.051	4.010	3.979	3.955	3.936	3.920
5			4.060	3.780	3.619	3.520	3.453	3.405	3.368	3.339	3.316	3.297
6			3.776	3.463	3.289	3.181	3.108	3.055	3.014	2.983	2.958	2.937
7			3.589	3.257	3.074	2.961	2.883	2.827	2.785	2.752	2.725	2.703
8			3.458	3.113	2.924	2.806	2.726	2.668	2.624	2.589	2.561	2.538
9			3.360	3.006	2.813	2.693	2.611	2.551	2.505	2.469	2.440	2.416
10			3.285	2.924	2.728	2.605	2.522	2.461	2.414	2.377	2.347	2.323
11			3.225	2.860	2.660	2.536	2.451	2.389	2.342	2.304	2.274	2.248

12	3.177	2.807	2.606	2.480	2.394	2.331	2.283	2.245	2.214	2.188
13	3.136	2.763	2.560	2.434	2.347	2.283	2.234	2.195	2.164	2.138
14	3.102	2.726	2.522	2.395	2.307	2.243	2.193	2.154	2.122	2.095
15	3.073	2.695	2.490	2.361	2.273	2.208	2.158	2.119	2.086	2.059
16	3.048	2.668	2.462	2.333	2.244	2.178	2.128	2.088	2.055	2.028
17	3.026	2.645	2.437	2.308	2.218	2.152	2.102	2.061	2.028	2.001
18	3.007	2.624	2.416	2.286	2.196	2.130	2.079	2.038	2.005	1.977
19	2.990	2.606	2.397	2.266	2.176	2.109	2.058	2.017	1.984	1.956
20	2.975	2.589	2.380	2.249	2.158	2.091	2.040	1.999	1.965	1.937
21	2.961	2.575	2.365	2.233	2.142	2.075	2.023	1.982	1.948	1.920
22	2.949	2.561	2.351	2.219	2.128	2.060	2.008	1.967	1.933	1.904
23	2.937	2.549	2.339	2.207	2.115	2.047	1.995	1.953	1.919	1.890
24	2.927	2.538	2.327	2.195	2.103	2.035	1.983	1.941	1.906	1.877
25	2.918	2.528	2.317	2.184	2.092	2.024	1.971	1.929	1.895	1.866
26	2.909	2.519	2.307	2.174	2.082	2.014	1.961	1.919	1.884	1.855
27	2.901	2.511	2.299	2.165	2.073	2.005	1.952	1.909	1.874	1.845
28	2.894	2.503	2.291	2.157	2.064	1.996	1.943	1.900	1.865	1.836
29	2.887	2.495	2.283	2.149	2.057	1.988	1.935	1.892	1.857	1.827
30	2.881	2.489	2.276	2.142	2.049	1.980	1.927	1.884	1.849	1.819
31	2.875	2.482	2.270	2.136	2.042	1.973	1.920	1.877	1.842	1.812
32	2.869	2.477	2.263	2.129	2.036	1.967	1.913	1.870	1.835	1.805
33	2.864	2.471	2.258	2.123	2.030	1.961	1.907	1.864	1.828	1.799
34	2.859	2.466	2.252	2.118	2.024	1.955	1.901	1.858	1.822	1.793
35	2.855	2.461	2.247	2.113	2.019	1.950	1.896	1.852	1.817	1.787
36	2.850	2.456	2.243	2.108	2.014	1.945	1.891	1.847	1.811	1.781
37	2.846	2.452	2.238	2.103	2.009	1.940	1.886	1.842	1.806	1.776
38	2.842	2.448	2.234	2.099	2.005	1.935	1.881	1.838	1.802	1.772
39	2.839	2.444	2.230	2.095	2.001	1.931	1.877	1.833	1.797	1.767
40	2.835	2.440	2.226	2.091	1.997	1.927	1.873	1.829	1.793	1.763
41	2.832	2.437	2.222	2.087	1.993	1.923	1.869	1.825	1.789	1.759
42	2.829	2.434	2.219	2.084	1.989	1.919	1.865	1.821	1.785	1.755
43	2.826	2.430	2.216	2.080	1.986	1.916	1.861	1.817	1.781	1.751
44	2.823	2.427	2.213	2.077	1.983	1.913	1.858	1.814	1.778	1.747
45	2.820	2.425	2.210	2.074	1.980	1.909	1.855	1.811	1.774	1.744
46	2.818	2.422	2.207	2.071	1.977	1.906	1.852	1.808	1.771	1.741
47	2.815	2.419	2.204	2.068	1.974	1.903	1.849	1.805	1.768	1.738
48	2.813	2.417	2.202	2.066	1.971	1.901	1.846	1.802	1.765	1.735
49	2.811	2.414	2.199	2.063	1.968	1.898	1.843	1.799	1.763	1.732
50	2.809	2.412	2.197	2.061	1.966	1.895	1.840	1.796	1.760	1.729
51	2.807	2.410	2.194	2.058	1.964	1.893	1.838	1.794	1.757	1.727
52	2.805	2.408	2.192	2.056	1.961	1.891	1.836	1.791	1.755	1.724
53	2.803	2.406	2.190	2.054	1.959	1.888	1.833	1.789	1.752	1.722
54	2.801	2.404	2.188	2.052	1.957	1.886	1.831	1.787	1.750	1.719
55	2.799	2.402	2.186	2.050	1.955	1.884	1.829	1.785	1.748	1.717
56	2.797	2.400	2.184	2.048	1.953	1.882	1.827	1.782	1.746	1.715
57	2.796	2.398	2.182	2.046	1.951	1.880	1.825	1.780	1.744	1.713
58	2.794	2.396	2.181	2.044	1.949	1.878	1.823	1.779	1.742	1.711
59	2.793	2.395	2.179	2.043	1.947	1.876	1.821	1.777	1.740	1.709
60	2.791	2.393	2.177	2.041	1.946	1.875	1.819	1.775	1.738	1.707
61	2.790	2.392	2.176	2.039	1.944	1.873	1.818	1.773	1.736	1.705
62	2.788	2.390	2.174	2.038	1.942	1.871	1.816	1.771	1.735	1.703
63	2.787	2.389	2.173	2.036	1.941	1.870	1.814	1.770	1.733	1.702
64	2.786	2.387	2.171	2.035	1.939	1.868	1.813	1.768	1.731	1.700
65	2.784	2.386	2.170	2.033	1.938	1.867	1.811	1.767	1.730	1.699
66	2.783	2.385	2.169	2.032	1.937	1.865	1.810	1.765	1.728	1.697
67	2.782	2.384	2.167	2.031	1.935	1.864	1.808	1.764	1.727	1.696
68	2.781	2.382	2.166	2.029	1.934	1.863	1.807	1.762	1.725	1.694
69	2.780	2.381	2.165	2.028	1.933	1.861	1.806	1.761	1.724	1.693
70	2.779	2.380	2.164	2.027	1.931	1.860	1.804	1.760	1.723	1.691
71	2.778	2.379	2.163	2.026	1.930	1.859	1.803	1.758	1.721	1.690
72	2.777	2.378	2.161	2.025	1.929	1.858	1.802	1.757	1.720	1.689
73	2.776	2.377	2.160	2.024	1.928	1.856	1.801	1.756	1.719	1.687
74	2.775	2.376	2.159	2.022	1.927	1.855	1.800	1.755	1.718	1.686
75	2.774	2.375	2.158	2.021	1.926	1.854	1.798	1.754	1.716	1.685
76	2.773	2.374	2.157	2.020	1.925	1.853	1.797	1.752	1.715	1.684
77	2.772	2.373	2.156	2.019	1.924	1.852	1.796	1.751	1.714	1.683
78	2.771	2.372	2.155	2.018	1.923	1.851	1.795	1.750	1.713	1.682
79	2.770	2.371	2.154	2.017	1.922	1.850	1.794	1.749	1.712	1.681

80	2.769	2.370	2.154	2.016	1.921	1.849	1.793	1.748	1.711	1.680
81	2.769	2.369	2.153	2.016	1.920	1.848	1.792	1.747	1.710	1.679
82	2.768	2.368	2.152	2.015	1.919	1.847	1.791	1.746	1.709	1.678
83	2.767	2.368	2.151	2.014	1.918	1.846	1.790	1.745	1.708	1.677
84	2.766	2.367	2.150	2.013	1.917	1.845	1.790	1.744	1.707	1.676
85	2.765	2.366	2.149	2.012	1.916	1.845	1.789	1.744	1.706	1.675
86	2.765	2.365	2.149	2.011	1.915	1.844	1.788	1.743	1.705	1.674
87	2.764	2.365	2.148	2.011	1.915	1.843	1.787	1.742	1.705	1.673
88	2.763	2.364	2.147	2.010	1.914	1.842	1.786	1.741	1.704	1.672
89	2.763	2.363	2.146	2.009	1.913	1.841	1.785	1.740	1.703	1.671
90	2.762	2.363	2.146	2.008	1.912	1.841	1.785	1.739	1.702	1.670
91	2.761	2.362	2.145	2.008	1.912	1.840	1.784	1.739	1.701	1.670
92	2.761	2.361	2.144	2.007	1.911	1.839	1.783	1.738	1.701	1.669
93	2.760	2.361	2.144	2.006	1.910	1.838	1.782	1.737	1.700	1.668
94	2.760	2.360	2.143	2.006	1.910	1.838	1.782	1.736	1.699	1.667
95	2.759	2.359	2.142	2.005	1.909	1.837	1.781	1.736	1.698	1.667
96	2.759	2.359	2.142	2.004	1.908	1.836	1.780	1.735	1.698	1.666
97	2.758	2.358	2.141	2.004	1.908	1.836	1.780	1.734	1.697	1.665
98	2.757	2.358	2.141	2.003	1.907	1.835	1.779	1.734	1.696	1.665
99	2.757	2.357	2.140	2.003	1.906	1.835	1.778	1.733	1.696	1.664
100	2.756	2.356	2.139	2.002	1.906	1.834	1.778	1.732	1.695	1.663

Valores críticos de F. (continuación)

	v_1	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
v_2											
1	60.473	60.705	60.903	61.073	61.220	61.350	61.464	61.566	61.658	61.740	
2	9.401	9.408	9.415	9.420	9.425	9.429	9.433	9.436	9.439	9.441	
3	5.222	5.216	5.210	5.205	5.200	5.196	5.193	5.190	5.187	5.184	
4	3.907	3.896	3.886	3.878	3.870	3.864	3.858	3.853	3.849	3.844	
5	3.282	3.268	3.257	3.247	3.238	3.230	3.223	3.217	3.212	3.207	
6	2.920	2.905	2.892	2.881	2.871	2.863	2.855	2.848	2.842	2.836	
7	2.684	2.668	2.654	2.643	2.632	2.623	2.615	2.607	2.601	2.595	
8	2.519	2.502	2.488	2.475	2.464	2.455	2.446	2.438	2.431	2.425	
9	2.396	2.379	2.364	2.351	2.340	2.329	2.320	2.312	2.305	2.298	
10	2.302	2.284	2.269	2.255	2.244	2.233	2.224	2.215	2.208	2.201	
11	2.227	2.209	2.193	2.179	2.167	2.156	2.147	2.138	2.130	2.123	
12	2.166	2.147	2.131	2.117	2.105	2.094	2.084	2.075	2.067	2.060	
13	2.116	2.097	2.080	2.066	2.053	2.042	2.032	2.023	2.014	2.007	
14	2.073	2.054	2.037	2.022	2.010	1.998	1.988	1.978	1.970	1.962	
15	2.037	2.017	2.000	1.985	1.972	1.961	1.950	1.941	1.932	1.924	
16	2.005	1.985	1.968	1.953	1.940	1.928	1.917	1.908	1.899	1.891	
17	1.978	1.958	1.940	1.925	1.912	1.900	1.889	1.879	1.870	1.862	
18	1.954	1.933	1.916	1.900	1.887	1.875	1.864	1.854	1.845	1.837	
19	1.932	1.912	1.894	1.878	1.865	1.852	1.841	1.831	1.822	1.814	
20	1.913	1.892	1.875	1.859	1.845	1.833	1.821	1.811	1.802	1.794	
21	1.896	1.875	1.857	1.841	1.827	1.815	1.803	1.793	1.784	1.776	
22	1.880	1.859	1.841	1.825	1.811	1.798	1.787	1.777	1.768	1.759	
23	1.866	1.845	1.827	1.811	1.796	1.784	1.772	1.762	1.753	1.744	
24	1.853	1.832	1.814	1.797	1.783	1.770	1.759	1.748	1.739	1.730	
25	1.841	1.820	1.802	1.785	1.771	1.758	1.746	1.736	1.726	1.718	
26	1.830	1.809	1.790	1.774	1.760	1.747	1.735	1.724	1.715	1.706	
27	1.820	1.799	1.780	1.764	1.749	1.736	1.724	1.714	1.704	1.695	
28	1.811	1.790	1.771	1.754	1.740	1.726	1.715	1.704	1.694	1.685	
29	1.802	1.781	1.762	1.745	1.731	1.717	1.705	1.695	1.685	1.676	
30	1.794	1.773	1.754	1.737	1.722	1.709	1.697	1.686	1.676	1.667	
31	1.787	1.765	1.746	1.729	1.714	1.701	1.689	1.678	1.668	1.659	
32	1.780	1.758	1.739	1.722	1.707	1.694	1.682	1.671	1.661	1.652	

33	1.773	1.751	1.732	1.715	1.700	1.687	1.675	1.664	1.654	1.645
34	1.767	1.745	1.726	1.709	1.694	1.680	1.668	1.657	1.647	1.638
35	1.761	1.739	1.720	1.703	1.688	1.674	1.662	1.651	1.641	1.632
36	1.756	1.734	1.715	1.697	1.682	1.669	1.656	1.645	1.635	1.626
37	1.751	1.729	1.709	1.692	1.677	1.663	1.651	1.640	1.630	1.620
38	1.746	1.724	1.704	1.687	1.672	1.658	1.646	1.635	1.624	1.615
39	1.741	1.719	1.700	1.682	1.667	1.653	1.641	1.630	1.619	1.610
40	1.737	1.715	1.695	1.678	1.662	1.649	1.636	1.625	1.615	1.605
41	1.733	1.710	1.691	1.673	1.658	1.644	1.632	1.620	1.610	1.601
42	1.729	1.706	1.687	1.669	1.654	1.640	1.628	1.616	1.606	1.596
43	1.725	1.703	1.683	1.665	1.650	1.636	1.624	1.612	1.602	1.592
44	1.721	1.699	1.679	1.662	1.646	1.632	1.620	1.608	1.598	1.588
45	1.718	1.695	1.676	1.658	1.643	1.629	1.616	1.605	1.594	1.585
46	1.715	1.692	1.672	1.655	1.639	1.625	1.613	1.601	1.591	1.581
47	1.712	1.689	1.669	1.652	1.636	1.622	1.609	1.598	1.587	1.578
48	1.709	1.686	1.666	1.648	1.633	1.619	1.606	1.594	1.584	1.574
49	1.706	1.683	1.663	1.645	1.630	1.616	1.603	1.591	1.581	1.571
50	1.703	1.680	1.660	1.643	1.627	1.613	1.600	1.588	1.578	1.568
51	1.700	1.677	1.658	1.640	1.624	1.610	1.597	1.586	1.575	1.565
52	1.698	1.675	1.655	1.637	1.621	1.607	1.594	1.583	1.572	1.562
53	1.695	1.672	1.652	1.635	1.619	1.605	1.592	1.580	1.570	1.560
54	1.693	1.670	1.650	1.632	1.616	1.602	1.589	1.578	1.567	1.557
55	1.691	1.668	1.648	1.630	1.614	1.600	1.587	1.575	1.564	1.555
56	1.688	1.666	1.645	1.628	1.612	1.597	1.585	1.573	1.562	1.552
57	1.686	1.663	1.643	1.625	1.610	1.595	1.582	1.571	1.560	1.550
58	1.684	1.661	1.641	1.623	1.607	1.593	1.580	1.568	1.558	1.548
59	1.682	1.659	1.639	1.621	1.605	1.591	1.578	1.566	1.555	1.546
60	1.680	1.657	1.637	1.619	1.603	1.589	1.576	1.564	1.553	1.543
61	1.679	1.656	1.635	1.617	1.601	1.587	1.574	1.562	1.551	1.541
62	1.677	1.654	1.634	1.616	1.600	1.585	1.572	1.560	1.549	1.540
63	1.675	1.652	1.632	1.614	1.598	1.583	1.570	1.558	1.548	1.538
64	1.673	1.650	1.630	1.612	1.596	1.582	1.569	1.557	1.546	1.536
65	1.672	1.649	1.628	1.610	1.594	1.580	1.567	1.555	1.544	1.534
66	1.670	1.647	1.627	1.609	1.593	1.578	1.565	1.553	1.542	1.532
67	1.669	1.646	1.625	1.607	1.591	1.577	1.564	1.552	1.541	1.531
68	1.667	1.644	1.624	1.606	1.590	1.575	1.562	1.550	1.539	1.529
69	1.666	1.643	1.622	1.604	1.588	1.574	1.560	1.548	1.538	1.527
70	1.665	1.641	1.621	1.603	1.587	1.572	1.559	1.547	1.536	1.526
71	1.663	1.640	1.619	1.601	1.585	1.571	1.557	1.545	1.535	1.524
72	1.662	1.639	1.618	1.600	1.584	1.569	1.556	1.544	1.533	1.523
73	1.661	1.637	1.617	1.599	1.583	1.568	1.555	1.543	1.532	1.522
74	1.659	1.636	1.616	1.597	1.581	1.567	1.553	1.541	1.530	1.520
75	1.658	1.635	1.614	1.596	1.580	1.565	1.552	1.540	1.529	1.519
76	1.657	1.634	1.613	1.595	1.579	1.564	1.551	1.539	1.528	1.518
77	1.656	1.632	1.612	1.594	1.578	1.563	1.550	1.538	1.527	1.516
78	1.655	1.631	1.611	1.593	1.577	1.562	1.548	1.536	1.525	1.515
79	1.654	1.630	1.610	1.592	1.575	1.561	1.547	1.535	1.524	1.514
80	1.653	1.629	1.609	1.590	1.574	1.559	1.546	1.534	1.523	1.513
81	1.652	1.628	1.608	1.589	1.573	1.558	1.545	1.533	1.522	1.512
82	1.651	1.627	1.607	1.588	1.572	1.557	1.544	1.532	1.521	1.511
83	1.650	1.626	1.606	1.587	1.571	1.556	1.543	1.531	1.520	1.509
84	1.649	1.625	1.605	1.586	1.570	1.555	1.542	1.530	1.519	1.508
85	1.648	1.624	1.604	1.585	1.569	1.554	1.541	1.529	1.518	1.507
86	1.647	1.623	1.603	1.584	1.568	1.553	1.540	1.528	1.517	1.506
87	1.646	1.622	1.602	1.583	1.567	1.552	1.539	1.527	1.516	1.505
88	1.645	1.622	1.601	1.583	1.566	1.551	1.538	1.526	1.515	1.504
89	1.644	1.621	1.600	1.582	1.565	1.550	1.537	1.525	1.514	1.503
90	1.643	1.620	1.599	1.581	1.564	1.550	1.536	1.524	1.513	1.503
91	1.643	1.619	1.598	1.580	1.564	1.549	1.535	1.523	1.512	1.502
92	1.642	1.618	1.598	1.579	1.563	1.548	1.534	1.522	1.511	1.501
93	1.641	1.617	1.597	1.578	1.562	1.547	1.533	1.521	1.510	1.500
94	1.640	1.617	1.596	1.578	1.561	1.546	1.533	1.521	1.509	1.499
95	1.640	1.616	1.595	1.577	1.560	1.545	1.532	1.520	1.509	1.498
96	1.639	1.615	1.594	1.576	1.560	1.545	1.531	1.519	1.508	1.497
97	1.638	1.614	1.594	1.575	1.559	1.544	1.530	1.518	1.507	1.497
98	1.637	1.614	1.593	1.575	1.558	1.543	1.530	1.517	1.506	1.496
99	1.637	1.613	1.592	1.574	1.557	1.542	1.529	1.517	1.505	1.495
100	1.636	1.612	1.592	1.573	1.557	1.542	1.528	1.516	1.505	1.494

Valores críticos de F. (continuación)

		$F_{.01}(\nu_1, \nu_2)$										
		ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ν_2												
1			4052.19	4999.52	5403.34	5624.62	5763.65	5858.97	5928.33	5981.10	6022.50	6055.85
2			98.502	99.000	99.166	99.249	99.300	99.333	99.356	99.374	99.388	99.399
3			34.116	30.816	29.457	28.710	28.237	27.911	27.672	27.489	27.345	27.229
4			21.198	18.000	16.694	15.977	15.522	15.207	14.976	14.799	14.659	14.546
5			16.258	13.274	12.060	11.392	10.967	10.672	10.456	10.289	10.158	10.051
6			13.745	10.925	9.780	9.148	8.746	8.466	8.260	8.102	7.976	7.874
7			12.246	9.547	8.451	7.847	7.460	7.191	6.993	6.840	6.719	6.620
8			11.259	8.649	7.591	7.006	6.632	6.371	6.178	6.029	5.911	5.814
9			10.561	8.022	6.992	6.422	6.057	5.802	5.613	5.467	5.351	5.257
10			10.044	7.559	6.552	5.994	5.636	5.386	5.200	5.057	4.942	4.849
11			9.646	7.206	6.217	5.668	5.316	5.069	4.886	4.744	4.632	4.539
12			9.330	6.927	5.953	5.412	5.064	4.821	4.640	4.499	4.388	4.296
13			9.074	6.701	5.739	5.205	4.862	4.620	4.441	4.302	4.191	4.100
14			8.862	6.515	5.564	5.035	4.695	4.456	4.278	4.140	4.030	3.939
15			8.683	6.359	5.417	4.893	4.556	4.318	4.142	4.004	3.895	3.805
16			8.531	6.226	5.292	4.773	4.437	4.202	4.026	3.890	3.780	3.691
17			8.400	6.112	5.185	4.669	4.336	4.102	3.927	3.791	3.682	3.593
18			8.285	6.013	5.092	4.579	4.248	4.015	3.841	3.705	3.597	3.508
19			8.185	5.926	5.010	4.500	4.171	3.939	3.765	3.631	3.523	3.434
20			8.096	5.849	4.938	4.431	4.103	3.871	3.699	3.564	3.457	3.368
21			8.017	5.780	4.874	4.369	4.042	3.812	3.640	3.506	3.398	3.310
22			7.945	5.719	4.817	4.313	3.988	3.758	3.587	3.453	3.346	3.258
23			7.881	5.664	4.765	4.264	3.939	3.710	3.539	3.406	3.299	3.211
24			7.823	5.614	4.718	4.218	3.895	3.667	3.496	3.363	3.256	3.168
25			7.770	5.568	4.675	4.177	3.855	3.627	3.457	3.324	3.217	3.129
26			7.721	5.526	4.637	4.140	3.818	3.591	3.421	3.288	3.182	3.094
27			7.677	5.488	4.601	4.106	3.785	3.558	3.388	3.256	3.149	3.062
28			7.636	5.453	4.568	4.074	3.754	3.528	3.358	3.226	3.120	3.032
29			7.598	5.420	4.538	4.045	3.725	3.499	3.330	3.198	3.092	3.005
30			7.562	5.390	4.510	4.018	3.699	3.473	3.305	3.173	3.067	2.979
31			7.530	5.362	4.484	3.993	3.675	3.449	3.281	3.149	3.043	2.955
32			7.499	5.336	4.459	3.969	3.652	3.427	3.258	3.127	3.021	2.934
33			7.471	5.312	4.437	3.948	3.630	3.406	3.238	3.106	3.000	2.913
34			7.444	5.289	4.416	3.927	3.611	3.386	3.218	3.087	2.981	2.894
35			7.419	5.268	4.396	3.908	3.592	3.368	3.200	3.069	2.963	2.876
36			7.396	5.248	4.377	3.890	3.574	3.351	3.183	3.052	2.946	2.859
37			7.373	5.229	4.360	3.873	3.558	3.334	3.167	3.036	2.930	2.843
38			7.353	5.211	4.343	3.858	3.542	3.319	3.152	3.021	2.915	2.828
39			7.333	5.194	4.327	3.843	3.528	3.305	3.137	3.006	2.901	2.814
40			7.314	5.179	4.313	3.828	3.514	3.291	3.124	2.993	2.888	2.801
41			7.296	5.163	4.299	3.815	3.501	3.278	3.111	2.980	2.875	2.788
42			7.280	5.149	4.285	3.802	3.488	3.266	3.099	2.968	2.863	2.776
43			7.264	5.136	4.273	3.790	3.476	3.254	3.087	2.957	2.851	2.764
44			7.248	5.123	4.261	3.778	3.465	3.243	3.076	2.946	2.840	2.754
45			7.234	5.110	4.249	3.767	3.454	3.232	3.066	2.935	2.830	2.743
46			7.220	5.099	4.238	3.757	3.444	3.222	3.056	2.925	2.820	2.733
47			7.207	5.087	4.228	3.747	3.434	3.213	3.046	2.916	2.811	2.724
48			7.194	5.077	4.218	3.737	3.425	3.204	3.037	2.907	2.802	2.715
49			7.182	5.066	4.208	3.728	3.416	3.195	3.028	2.898	2.793	2.706
50			7.171	5.057	4.199	3.720	3.408	3.186	3.020	2.890	2.785	2.698
51			7.159	5.047	4.191	3.711	3.400	3.178	3.012	2.882	2.777	2.690
52			7.149	5.038	4.182	3.703	3.392	3.171	3.005	2.874	2.769	2.683
53			7.139	5.030	4.174	3.695	3.384	3.163	2.997	2.867	2.762	2.675
54			7.129	5.021	4.167	3.688	3.377	3.156	2.990	2.860	2.755	2.668
55			7.119	5.013	4.159	3.681	3.370	3.149	2.983	2.853	2.748	2.662
56			7.110	5.006	4.152	3.674	3.363	3.143	2.977	2.847	2.742	2.655
57			7.102	4.998	4.145	3.667	3.357	3.136	2.971	2.841	2.736	2.649
58			7.093	4.991	4.138	3.661	3.351	3.130	2.965	2.835	2.730	2.643
59			7.085	4.984	4.132	3.655	3.345	3.124	2.959	2.829	2.724	2.637

60	7.077	4.977	4.126	3.649	3.339	3.119	2.953	2.823	2.718	2.632
61	7.070	4.971	4.120	3.643	3.333	3.113	2.948	2.818	2.713	2.626
62	7.062	4.965	4.114	3.638	3.328	3.108	2.942	2.813	2.708	2.621
63	7.055	4.959	4.109	3.632	3.323	3.103	2.937	2.808	2.703	2.616
64	7.048	4.953	4.103	3.627	3.318	3.098	2.932	2.803	2.698	2.611
65	7.042	4.947	4.098	3.622	3.313	3.093	2.928	2.798	2.693	2.607
66	7.035	4.942	4.093	3.618	3.308	3.088	2.923	2.793	2.689	2.602
67	7.029	4.937	4.088	3.613	3.304	3.084	2.919	2.789	2.684	2.598
68	7.023	4.932	4.083	3.608	3.299	3.080	2.914	2.785	2.680	2.593
69	7.017	4.927	4.079	3.604	3.295	3.075	2.910	2.781	2.676	2.589
70	7.011	4.922	4.074	3.600	3.291	3.071	2.906	2.777	2.672	2.585
71	7.006	4.917	4.070	3.596	3.287	3.067	2.902	2.773	2.668	2.581
72	7.001	4.913	4.066	3.591	3.283	3.063	2.898	2.769	2.664	2.578
73	6.995	4.908	4.062	3.588	3.279	3.060	2.895	2.765	2.660	2.574
74	6.990	4.904	4.058	3.584	3.275	3.056	2.891	2.762	2.657	2.570
75	6.985	4.900	4.054	3.580	3.272	3.052	2.887	2.758	2.653	2.567
76	6.981	4.896	4.050	3.577	3.268	3.049	2.884	2.755	2.650	2.563
77	6.976	4.892	4.047	3.573	3.265	3.046	2.881	2.751	2.647	2.560
78	6.971	4.888	4.043	3.570	3.261	3.042	2.877	2.748	2.644	2.557
79	6.967	4.884	4.040	3.566	3.258	3.039	2.874	2.745	2.640	2.554
80	6.963	4.881	4.036	3.563	3.255	3.036	2.871	2.742	2.637	2.551
81	6.958	4.877	4.033	3.560	3.252	3.033	2.868	2.739	2.634	2.548
82	6.954	4.874	4.030	3.557	3.249	3.030	2.865	2.736	2.632	2.545
83	6.950	4.870	4.027	3.554	3.246	3.027	2.863	2.733	2.629	2.542
84	6.947	4.867	4.024	3.551	3.243	3.025	2.860	2.731	2.626	2.539
85	6.943	4.864	4.021	3.548	3.240	3.022	2.857	2.728	2.623	2.537
86	6.939	4.861	4.018	3.545	3.238	3.019	2.854	2.725	2.621	2.534
87	6.935	4.858	4.015	3.543	3.235	3.017	2.852	2.723	2.618	2.532
88	6.932	4.855	4.012	3.540	3.233	3.014	2.849	2.720	2.616	2.529
89	6.928	4.852	4.010	3.538	3.230	3.012	2.847	2.718	2.613	2.527
90	6.925	4.849	4.007	3.535	3.228	3.009	2.845	2.715	2.611	2.524
91	6.922	4.846	4.004	3.533	3.225	3.007	2.842	2.713	2.609	2.522
92	6.919	4.844	4.002	3.530	3.223	3.004	2.840	2.711	2.606	2.520
93	6.915	4.841	3.999	3.528	3.221	3.002	2.838	2.709	2.604	2.518
94	6.912	4.838	3.997	3.525	3.218	3.000	2.835	2.706	2.602	2.515
95	6.909	4.836	3.995	3.523	3.216	2.998	2.833	2.704	2.600	2.513
96	6.906	4.833	3.992	3.521	3.214	2.996	2.831	2.702	2.598	2.511
97	6.904	4.831	3.990	3.519	3.212	2.994	2.829	2.700	2.596	2.509
98	6.901	4.829	3.988	3.517	3.210	2.992	2.827	2.698	2.594	2.507
99	6.898	4.826	3.986	3.515	3.208	2.990	2.825	2.696	2.592	2.505
100	6.895	4.824	3.984	3.513	3.206	2.988	2.823	2.694	2.590	2.503

Valores críticos de F. (continuación)

$v_2 \backslash v_1$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1.	6083.35	6106.35	6125.86	6142.70	6157.28	6170.12	6181.42	6191.52	6200.58	6208.74
2.	99.408	99.416	99.422	99.428	99.432	99.437	99.440	99.444	99.447	99.449
3.	27.133	27.052	26.983	26.924	26.872	26.827	26.787	26.751	26.719	26.690
4.	14.452	14.374	14.307	14.249	14.198	14.154	14.115	14.080	14.048	14.020
5.	9.963	9.888	9.825	9.770	9.722	9.680	9.643	9.610	9.580	9.553
6.	7.790	7.718	7.657	7.605	7.559	7.519	7.483	7.451	7.422	7.396
7.	6.538	6.469	6.410	6.359	6.314	6.275	6.240	6.209	6.181	6.155
8.	5.734	5.667	5.609	5.559	5.515	5.477	5.442	5.412	5.384	5.359
9.	5.178	5.111	5.055	5.005	4.962	4.924	4.890	4.860	4.833	4.808
10.	4.772	4.706	4.650	4.601	4.558	4.520	4.487	4.457	4.430	4.405
11.	4.462	4.397	4.342	4.293	4.251	4.213	4.180	4.150	4.123	4.099

12.	4.220	4.155	4.100	4.052	4.010	3.972	3.939	3.909	3.883	3.858
13.	4.025	3.960	3.905	3.857	3.815	3.778	3.745	3.716	3.689	3.665
14.	3.864	3.800	3.745	3.698	3.656	3.619	3.586	3.556	3.529	3.505
15.	3.730	3.666	3.612	3.564	3.522	3.485	3.452	3.423	3.396	3.372
16.	3.616	3.553	3.498	3.451	3.409	3.372	3.339	3.310	3.283	3.259
17.	3.519	3.455	3.401	3.353	3.312	3.275	3.242	3.212	3.186	3.162
18.	3.434	3.371	3.316	3.269	3.227	3.190	3.158	3.128	3.101	3.077
19.	3.360	3.297	3.242	3.195	3.153	3.116	3.084	3.054	3.027	3.003
20.	3.294	3.231	3.177	3.130	3.088	3.051	3.018	2.989	2.962	2.938
21.	3.236	3.173	3.119	3.072	3.030	2.993	2.960	2.931	2.904	2.880
22.	3.184	3.121	3.067	3.019	2.978	2.941	2.908	2.879	2.852	2.827
23.	3.137	3.074	3.020	2.973	2.931	2.894	2.861	2.832	2.805	2.781
24.	3.094	3.032	2.977	2.930	2.889	2.852	2.819	2.789	2.762	2.738
25.	3.056	2.993	2.939	2.892	2.850	2.813	2.780	2.751	2.724	2.699
26.	3.021	2.958	2.904	2.857	2.815	2.778	2.745	2.715	2.688	2.664
27.	2.988	2.926	2.871	2.824	2.783	2.746	2.713	2.683	2.656	2.632
28.	2.959	2.896	2.842	2.795	2.753	2.716	2.683	2.653	2.626	2.602
29.	2.931	2.868	2.814	2.767	2.726	2.689	2.656	2.626	2.599	2.574
30.	2.906	2.843	2.789	2.742	2.700	2.663	2.630	2.600	2.573	2.549
31.	2.882	2.820	2.765	2.718	2.677	2.640	2.606	2.577	2.550	2.525
32.	2.860	2.798	2.744	2.696	2.655	2.618	2.584	2.555	2.527	2.503
33.	2.840	2.777	2.723	2.676	2.634	2.597	2.564	2.534	2.507	2.482
34.	2.821	2.758	2.704	2.657	2.615	2.578	2.545	2.515	2.488	2.463
35.	2.803	2.740	2.686	2.639	2.597	2.560	2.527	2.497	2.470	2.445
36.	2.786	2.723	2.669	2.622	2.580	2.543	2.510	2.480	2.453	2.428
37.	2.770	2.707	2.653	2.606	2.564	2.527	2.494	2.464	2.437	2.412
38.	2.755	2.692	2.638	2.591	2.549	2.512	2.479	2.449	2.421	2.397
39.	2.741	2.678	2.624	2.577	2.535	2.498	2.465	2.434	2.407	2.382
40.	2.727	2.665	2.611	2.563	2.522	2.484	2.451	2.421	2.394	2.369
41.	2.715	2.652	2.598	2.551	2.509	2.472	2.438	2.408	2.381	2.356
42.	2.703	2.640	2.586	2.539	2.497	2.460	2.426	2.396	2.369	2.344
43.	2.691	2.629	2.575	2.527	2.485	2.448	2.415	2.385	2.357	2.332
44.	2.680	2.618	2.564	2.516	2.475	2.437	2.404	2.374	2.346	2.321
45.	2.670	2.608	2.553	2.506	2.464	2.427	2.393	2.363	2.336	2.311
46.	2.660	2.598	2.544	2.496	2.454	2.417	2.384	2.353	2.326	2.301
47.	2.651	2.588	2.534	2.487	2.445	2.408	2.374	2.344	2.316	2.291
48.	2.642	2.579	2.525	2.478	2.436	2.399	2.365	2.335	2.307	2.282
49.	2.633	2.571	2.517	2.469	2.427	2.390	2.356	2.326	2.299	2.274
50.	2.625	2.562	2.508	2.461	2.419	2.382	2.348	2.318	2.290	2.265
51.	2.617	2.555	2.500	2.453	2.411	2.374	2.340	2.310	2.282	2.257
52.	2.610	2.547	2.493	2.445	2.403	2.366	2.333	2.302	2.275	2.250
53.	2.602	2.540	2.486	2.438	2.396	2.359	2.325	2.295	2.267	2.242
54.	2.595	2.533	2.479	2.431	2.389	2.352	2.318	2.288	2.260	2.235
55.	2.589	2.526	2.472	2.424	2.382	2.345	2.311	2.281	2.253	2.228
56.	2.582	2.520	2.465	2.418	2.376	2.339	2.305	2.275	2.247	2.222
57.	2.576	2.513	2.459	2.412	2.370	2.332	2.299	2.268	2.241	2.215
58.	2.570	2.507	2.453	2.406	2.364	2.326	2.293	2.262	2.235	2.209
59.	2.564	2.502	2.447	2.400	2.358	2.320	2.287	2.256	2.229	2.203
60.	2.559	2.496	2.442	2.394	2.352	2.315	2.281	2.251	2.223	2.198
61.	2.553	2.491	2.436	2.389	2.347	2.309	2.276	2.245	2.218	2.192
62.	2.548	2.486	2.431	2.384	2.342	2.304	2.270	2.240	2.212	2.187
63.	2.543	2.481	2.426	2.379	2.337	2.299	2.265	2.235	2.207	2.182
64.	2.538	2.476	2.421	2.374	2.332	2.294	2.260	2.230	2.202	2.177
65.	2.534	2.471	2.417	2.369	2.327	2.289	2.256	2.225	2.198	2.172
66.	2.529	2.466	2.412	2.365	2.322	2.285	2.251	2.221	2.193	2.168
67.	2.525	2.462	2.408	2.360	2.318	2.280	2.247	2.216	2.188	2.163
68.	2.520	2.458	2.403	2.356	2.314	2.276	2.242	2.212	2.184	2.159
69.	2.516	2.454	2.399	2.352	2.310	2.272	2.238	2.208	2.180	2.155
70.	2.512	2.450	2.395	2.348	2.306	2.268	2.234	2.204	2.176	2.150
71.	2.508	2.446	2.391	2.344	2.302	2.264	2.230	2.200	2.172	2.146
72.	2.504	2.442	2.388	2.340	2.298	2.260	2.226	2.196	2.168	2.143
73.	2.501	2.438	2.384	2.336	2.294	2.256	2.223	2.192	2.164	2.139
74.	2.497	2.435	2.380	2.333	2.290	2.253	2.219	2.188	2.161	2.135
75.	2.494	2.431	2.377	2.329	2.287	2.249	2.215	2.185	2.157	2.132
76.	2.490	2.428	2.373	2.326	2.284	2.246	2.212	2.181	2.154	2.128
77.	2.487	2.424	2.370	2.322	2.280	2.243	2.209	2.178	2.150	2.125
78.	2.484	2.421	2.367	2.319	2.277	2.239	2.206	2.175	2.147	2.122
79.	2.481	2.418	2.364	2.316	2.274	2.236	2.202	2.172	2.144	2.118

80.	2.478	2.415	2.361	2.313	2.271	2.233	2.199	2.169	2.141	2.115
81.	2.475	2.412	2.358	2.310	2.268	2.230	2.196	2.166	2.138	2.112
82.	2.472	2.409	2.355	2.307	2.265	2.227	2.193	2.163	2.135	2.109
83.	2.469	2.406	2.352	2.304	2.262	2.224	2.191	2.160	2.132	2.106
84.	2.466	2.404	2.349	2.302	2.259	2.222	2.188	2.157	2.129	2.104
85.	2.464	2.401	2.347	2.299	2.257	2.219	2.185	2.154	2.126	2.101
86.	2.461	2.398	2.344	2.296	2.254	2.216	2.182	2.152	2.124	2.098
87.	2.459	2.396	2.342	2.294	2.252	2.214	2.180	2.149	2.121	2.096
88.	2.456	2.393	2.339	2.291	2.249	2.211	2.177	2.147	2.119	2.093
89.	2.454	2.391	2.337	2.289	2.247	2.209	2.175	2.144	2.116	2.091
90.	2.451	2.389	2.334	2.286	2.244	2.206	2.172	2.142	2.114	2.088
91.	2.449	2.386	2.332	2.284	2.242	2.204	2.170	2.139	2.111	2.086
92.	2.447	2.384	2.330	2.282	2.240	2.202	2.168	2.137	2.109	2.083
93.	2.444	2.382	2.327	2.280	2.237	2.200	2.166	2.135	2.107	2.081
94.	2.442	2.380	2.325	2.277	2.235	2.197	2.163	2.133	2.105	2.079
95.	2.440	2.378	2.323	2.275	2.233	2.195	2.161	2.130	2.102	2.077
96.	2.438	2.375	2.321	2.273	2.231	2.193	2.159	2.128	2.100	2.075
97.	2.436	2.373	2.319	2.271	2.229	2.191	2.157	2.126	2.098	2.073
98.	2.434	2.371	2.317	2.269	2.227	2.189	2.155	2.124	2.096	2.071
99.	2.432	2.369	2.315	2.267	2.225	2.187	2.153	2.122	2.094	2.069
100.	2.430	2.368	2.313	2.265	2.223	2.185	2.151	2.120	2.092	2.067

ANEXO 4

Valores críticos de la distribución Chi-cuadrado.

Grados de libertad	Probabilidad de un valor superior				
	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005
1	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84
4	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28
8	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95
9	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59
10	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19
11	17,28	19,68	21,92	24,73	26,76
12	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30
13	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82
14	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32
15	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80
16	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27
17	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72
18	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16
19	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58
20	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00
21	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40
22	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80
23	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18
24	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56
25	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93
26	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29
27	36,74	40,11	43,19	46,96	49,65
28	37,92	41,34	44,46	48,28	50,99
29	39,09	42,56	45,72	49,59	52,34
30	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67
40	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77
50	63,17	67,50	71,42	76,15	79,49
60	74,40	79,08	83,30	88,38	91,95
70	85,53	90,53	95,02	100,43	104,21
80	96,58	101,88	106,63	112,33	116,32
90	107,57	113,15	118,14	124,12	128,30
100	118,50	124,34	129,56	135,81	140,17

ANEXO 5

Valores críticos para la prueba de rangos con signos de Wilcoxon.

	W_α			
	0.10	Pruebas bilaterales		0.01
		0.05	0.02	
	0.05	Pruebas unilaterales		0.005
0.025		0.01		
4				
5	0			
6	2	0		
7	3	2	0	
8	5	3	1	0
9	8	5	3	1
10	10	8	5	3
11	13	10	7	5
12	17	13	9	7
13	21	17	12	9
14	25	21	15	12
15	30	25	19	15
16	35	29	23	19
17	41	34	27	23
18	47	40	32	27
19	53	46	37	32
20	60	52	43	37
21	67	58	49	42
22	75	65	55	48
23	83	73	62	54
24	91	81	69	61
25	100	89	76	68

ANEXO 7

Valores críticos para la prueba U-Mann y Whitney.

		U _{0.10}												
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2				0	0	0	1	1	1	1	2	2	3	3
3		0	0	1	2	2	3	4	4	5	5	6	7	7
4		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
5	0	1	2	4	5	6	8	9	11	12	13	15	16	18
6	0	2	3	5	7	8	10	12	14	16	17	19	21	23
7	0	2	4	6	8	11	13	15	17	19	21	24	26	28
8	1	3	5	8	10	13	15	18	20	23	26	28	31	33
9	1	4	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39
10	1	4	7	11	14	17	20	24	27	31	34	37	41	44
11	1	5	8	12	16	19	23	27	31	34	38	42	46	50
12	2	5	9	13	17	21	26	30	34	38	42	47	51	55
13	2	6	10	15	19	24	28	33	37	42	47	51	56	61
14	3	7	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	66
15	3	7	12	18	23	28	33	39	44	50	55	61	66	72

Valores críticos para la prueba U-Mann y Whitney. (Continuación)

		U _{0.05}												
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2							0	0	0	0	1	1	1	1
3				0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5
4			0	1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	10
5		0	1	2	3	5	6	7	8	9	11	12	13	14
6		1	2	3	5	6	8	10	11	13	14	16	17	19
7		1	3	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
8	0	2	4	6	8	10	13	15	17	19	22	24	26	29
9	0	2	4	7	10	12	15	17	20	23	26	28	31	34
10	0	3	5	8	11	14	17	20	23	26	29	30	36	39
11	0	3	6	9	13	16	19	23	26	30	33	37	40	44
12	1	4	7	11	14	18	22	26	29	33	37	41	45	49
13	1	4	8	12	16	20	24	28	30	37	41	45	50	54
14	1	5	9	13	17	22	26	31	36	40	45	50	55	59
15	1	5	10	14	19	24	29	34	39	44	49	54	59	64

Valores críticos para la prueba U-Mann y Whitney. (Continuación)

		U _{0.02}													
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	2												0	0	0
3	2						0	0	1	1	1	2	2	2	3
4	2				0	1	1	2	3	3	4	5	5	6	7
5	2			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
6	2			1	2	3	4	6	7	8	9	11	12	13	15
7	2		0	1	3	4	6	7	9	11	12	14	16	17	19
8	2		0	2	4	6	7	9	11	13	15	17	20	22	24
9	2		1	3	5	7	9	11	14	16	18	21	23	26	28
10	2		1	3	6	8	11	13	16	19	22	24	27	30	33
11	2		1	4	7	9	12	15	18	22	25	28	31	34	37
12	2		2	5	8	11	14	17	21	24	28	31	35	38	42
13	2	0	2	5	9	12	16	20	23	27	31	35	39	43	47
14	2	0	2	6	10	13	17	22	26	30	34	38	43	47	51
15	2	0	3	7	11	15	19	24	28	33	37	42	47	51	56

Valores críticos para la prueba U-Mann y Whitney. (Continuación)

		U _{0.01}												
		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
3	3							0	0	0	1	1	1	2
4	3				0	0	1	1	2	2	3	3	4	5
5	3			0	1	1	2	3	4	5	6	7	7	8
6	3		0	1	2	3	4	5	6	7	9	10	11	12
7	3		0	1	3	4	6	7	9	10	12	13	15	16
8	3		1	2	4	6	7	9	11	13	15	17	18	20
9	3	0	1	3	5	7	9	11	13	16	18	20	22	24
10	3	0	2	4	6	9	11	13	16	18	21	24	26	29
11	3	0	2	5	7	10	13	16	18	21	24	27	30	33
12	3	1	3	6	9	12	15	18	21	24	27	31	34	37
13	3	1	3	7	10	13	17	20	24	27	31	34	38	42
14	3	1	4	7	11	15	18	22	26	30	34	38	42	46
15	3	2	5	8	12	16	20	24	29	33	37	42	46	51

ANEXO 9

Valores críticos para la prueba de aleatoriedad: Teoría de Rachas.

		$U_{0.025}$											
		4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4			9	9									
5		9	10	10	11	11							
6		9	10	11	12	12	13	13	13	13			
7			11	12	13	13	14	14	14	14	15	15	15
8			11	12	13	14	14	15	15	16	16	16	16
9				13	14	14	15	16	16	16	17	17	18
10				13	14	15	16	16	17	17	18	18	18
11				13	14	15	16	17	17	18	19	19	19
12				13	14	16	16	17	18	19	19	20	20
13					15	16	17	18	19	19	20	20	21
14					15	16	17	18	19	20	20	21	22
15					15	16	18	18	19	20	21	22	22

Valores críticos para la prueba de aleatoriedad: Teoría de Rachas.

		$U'_{0.025}$													
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2												2	2	2	2
3						2	2	2	2	2	2	2	2	2	3
4					2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3
5				2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4
6			2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5
7			2	2	3	3	3	4	4	5	5	5	5	5	6
8			2	3	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	6
9			2	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7
10			2	3	3	4	5	5	5	6	6	7	7	7	7
11			2	3	4	4	5	5	6	6	7	7	7	8	8
12		2	2	3	4	4	5	6	6	7	7	7	8	8	8
13		2	2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9
14		2	2	3	4	5	5	6	7	7	8	8	9	9	9
15		2	3	3	4	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10

Valores críticos para la prueba de aleatoriedad: Teoría de Rachas.

		U _{0.005}										
		5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
5			11									
6	11		12	13	13							
7			13	13	14	15	15	15				
8			13	14	15	15	16	16	17	17	17	
9				15	15	16	17	17	18	18	18	19
10				15	16	17	17	18	19	19	19	20
11				15	16	17	18	19	19	20	20	21
12					17	18	19	19	20	21	21	22
13					17	18	19	20	21	21	22	22
14					17	18	19	20	21	22	23	23
15						19	20	21	22	22	23	24

Valores críticos para la prueba de aleatoriedad: Teoría de Rachas.

		U'_{0.025}												
		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
3											2	2	2	2
4							2	2	2	2	2	2	2	3
5					2	2	2	2	3	3	3	3	3	3
6				2	2	2	3	3	3	3	3	3	4	4
7				2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	4
8			2	2	3	3	3	3	4	4	4	5	5	5
9			2	3	3	3	3	4	4	5	5	5	5	6
10			2	3	3	3	4	4	5	5	5	5	6	6
11			2	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	7
12	2	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	6	7	7
13	2	2	2	3	3	4	5	5	5	6	6	7	7	7
14	2	2	2	3	4	4	5	5	6	6	7	7	7	8
15	2	3	3	3	4	4	5	6	6	7	7	7	8	8