

LA SEMEJANZA Y LA CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

**CARLOS ALBERTO BOHÓRQUEZ NARVÁEZ
JADER DEL CRISTO HERRERA HERAZO**

**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SINCELEJO
2003**

LA SEMEJANZA Y LA CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

**CARLOS BOHÓRQUEZ NARVÁEZ
JADER DEL CRISTO HERRERA HERAZO**

Trabajo presentado para optar el título de licenciado en matemáticas

**Director:
MARCOS BETÍN SEVERICHE**

**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SINCELEJO
2003**

NOTA DE ACEPTACION

Presidente del jurado

Jurado

Jurado

Ciudad y fecha (día, mes, año).

DEDICATORIA

A Dios todo poderoso por permitir que llegara a una de las metas propuesta, a mis padres y hermanos por que creyeron en mí y me brindaron todo su apoyo.

Carlos Bchiquez

A Dios, por darme la oportunidad de dar lo mejor de mí

A mi familia, especialmente a mi madre por enseñarme a luchar y hacer de mis sueños una realidad.

Jader Herrera

AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan sus agradecimientos a:

**MARCOS VINICIO BETÍN SEVERICHE, Especialista en Educación Matemática y
Director de este trabajo de grado, por su apoyo constante.**

Por su colaboración.

**Jorge Rangel, director de la Institución Educativa Liceo Carmelo Percy
Vergara de la ciudad de Corozal**

**Luis Torre Negra, Licenciado en Matemáticas de la Institución Educativa Liceo
Carmelo Percy Vergara de la ciudad de Corozal**

**A los profesores que nos brindaron su conocimiento en cada una de las
asignaturas vistas.**

Nuestros compañeros y compañeras de estudios por su apoyo.

A la UNIVERSIDAD DE SUCRE.

RESUMEN

Reportes de investigación en el campo de la educación matemática informan sobre dificultades presentadas por los alumnos en el estudio de la geometría, y de la necesidad de implementar estrategias de enseñanzas que favorezcan el aprendizaje significativo de los conceptos de ésta disciplina.

A raíz de las debilidades detectadas en el grado noveno de la institución Liceo Carmelo Percy Vergara jornada vespertina de la ciudad de Corozal del año 2004 en temáticas asociadas con la semejanza y la congruencia de triángulos se diseña esta propuesta pedagógica encaminada a posibilitar el desarrollo del pensamiento espacial.

Para tal fin se desarrollan una serie de talleres, organizados a partir de una actividad inicial que se toma como dinamizadora para introducir a los alumnos al estudio de la red conceptual asociada a la semejanza y la congruencia de triángulos, y luego sigue con una serie de situaciones contextualizadas en que entran en juego los criterios de la semejanza y la congruencia de triángulos.

Una vez desarrolladas estas actividades se muestra el análisis de los resultados obtenidos, conclusiones y las recomendaciones necesarias para quienes decidan abordar la semejanza y la congruencia de triángulos teniendo en cuenta la secuencia didáctica que aquí se expresa.

ABSTRACT

Results of some researches in the educational mathematics context show many difficulties in students that study geometry, in this way appear the necessity to carry out strategies to teach that improve the learning significant of the concepts of this discipline.

As a result of difficulties detected in the nine grade of Liceo Carmelo Percy Vergara high school from Corozal city in subject associate with the similarity and suitable in triangles, it is present this pedagogical suggest to make possible the special thought.

For this reasons I development a few activities, organize starting from activity initial that to take as speed up planed to introduce to the students to study of the red conceptual associate in the similarities and suitable of triangles, after follow some situation in context to learn the criterions of similarities and suitable.

Once developed these activities shows the analysis of the results obtained, conclusions and the necessary advertisements to who decide to know the similarity and fitness of triangles taking into consideration the didactical secuency that here that here express.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	12
1 PROBLEMA	14
1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	14
1.2 JUSTIFICACIÓN	16
1.3 OBJETIVOS	19
1.3.1 GENERALES	19
1.3.2 ESPECÍFICOS	19
2 MARCO TEÓRICO	20
2.1 ANTECEDENTES	20
2.2 BASES TEÓRICAS	22
2.2.1 SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS	22
2.2.2 CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS	26
2.2.3 TEORÍAS DE LA CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO	29
2.2.3.1 TEORÍA PIAGETANA	29
2.2.3.2 ASPECTOS SOCIOCOGNITIVOS DEL APRENDIZAJE	31
2.2.3.3 APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO	33
2.2.3.4 APRENDIZAJE COLABORATIVO Y TRABAJO EN GRUPO	34
2.2.3.5 LA SITUACIÓN PROBLEMA	35
2.2.4 TEORÍAS SOBRE ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	35
2.2.4.1 LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	35
2.2.5 TEORÍAS SOBRE EL PAPEL DE LA TECNOLOGÍA EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS	37
2.2.5.1 LA TECNOLOGÍA Y LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	37
2.2.6 MARCO CONCEPTUAL	38
3 METODOLOGÍA	42
3.1 ENFOQUE	42
3.2 DISEÑO	42
3.3 POBLACIÓN Y MUESTRA	42
3.4 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS	43
3.5 FASES DE LA INVESTIGACIÓN	43
3.5.1 PRIMERA FASE: DISEÑO DE LOS TALLERES	43
3.5.2 SEGUNDA FASE: TRABAJO DE AULA	44
3.5.3 TERCERA FASE: ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN	45
3.5.3.1 CATEGORÍAS DE ANÁLISIS	45
4 ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS	46
5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	62

BIBLIOGRAFÍA
ANEXOS

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
ANEXO A. Prueba exploratoria	67
ANEXO B. Guía metodológica y taller No. 1 (taller dinamizador)	69
ANEXO C. Guía metodológica y taller No. 2	80
ANEXO D. Guía metodológica y taller No. 3	83
ANEXO E. Guía metodológica y taller No. 4	86
ANEXO F. Guía metodológica y taller No. 5	89
ANEXO G. Guía metodológica y taller No. 6	92
ANEXO H. Guía metodológica y taller No. 7	95
ANEXO I. Guía metodológica y taller No. 8	98
ANEXO J. Guía metodológica y taller No. 9	101
ANEXO K. Guía metodológica y taller No. 10	104
ANEXO L. Pruebas fotográficas	107

INTRODUCCIÓN

En nuestros días, la enseñanza de las matemáticas escolares apunta, desde la perspectiva de los Lineamientos Curriculares, al desarrollo de cinco tipos de pensamientos: numérico, espacial, métrico, estocástico y variacional, a través de cinco procesos básicos: formular y resolver problemas, comunicar, razonar, modelar procesos y fenómenos de la realidad, y comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos.

Particularmente atribuimos importancia al desarrollo del pensamiento espacial por que involucra un conjunto de procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales.

Para posibilitar el desarrollo de este pensamiento, se considera de gran ayuda la comprensión de la semejanza y la congruencia de triángulos para representar y modelar situaciones de la vida cotidiana en las que explorar y analizar objetos matemáticos resulta determinante a la hora de describir nuestra realidad espacial.

Lograr los fines planteados en los lineamientos curriculares requiere que los docentes de matemáticas tomen consciencia de los procesos de transposición didáctica necesarios para hacer susceptible de enseñanza los objetos de saber; de los procesos de re-elaboración necesarios para contextualizarlos, re-personalizarlos y temporalizarlos; para que al momento de orientar a los estudiantes se logre un aprendizaje significativo y hacer del estudio de las matemáticas algo agradable para el estudiante.

Pretender que los estudiantes logren un aprendizaje significativo requiere la generación de ambientes propicios para el estudio de las matemáticas en donde los contenidos a enseñar estén acorde con lo que se desea aprender y los estudiantes sean partícipes de la construcción de su conocimiento matemático. De ahí, que los lineamientos curriculares consideren la actividad de resolver situaciones problémicas como el medio propicio para que los estudiantes modelen situaciones de la vida cotidiana y apliquen los conocimientos aprendidos.

Por ello el presente trabajo busca favorecer la comprensión de la semejanza y la congruencia de triángulos en los estudiantes de noveno grado de la Institución Liceo Carmelo Percy Vergara, a través del estudio y resolución de situaciones problémicas que involucran para su solución, la aplicación de los criterios de semejanza ó de congruencia de triángulos. Para el logro de tal propósito se considera útil la implementación de recursos didácticos como los computadores y calculadoras a la hora de modelar éstas situaciones.

El trabajo se estructura en cinco capítulos. En el primero se hace referencia a los preliminares, el segundo a los aspectos teóricos que orientan el trabajo, el tercero a la metodología a utilizar, el cuarto hace alusión al análisis e interpretación de resultados y el quinto se encuentran las conclusiones y recomendaciones.

1. PROBLEMA

Dificultades en la comprensión de la semejanza y la congruencia de triángulos en los estudiantes de 9º de la Institución Educativa Liceo Carmelo Percy Vergara de la ciudad de Corozal, jornada vespertina.

1.1 DESCRIPCION DEL PROBLEMA

“La geometría ha sido desde los principios de la humanidad un mecanismo utilizado para encontrar soluciones a los problemas más comunes que inquietan a la sociedad, partiendo de describir y analizar las características que presentan los objetos”¹.

Volviendo la mirada hacia el estudio de la geometría en los currículos de las matemáticas escolares, se aprecia como plantean los lineamientos, que como una consecuencia de la adopción de la matemática moderna la enseñanza de la geometría se centró en el proceso de aprender definiciones, propiedades, principios, axiomas y teoremas, hecho que pudo contribuir a generar aversión en los estudiantes por el estudio de esta disciplina. Por lo que actualmente se considera una necesidad ineludible volver a recuperar el sentido espacial intuitivo en toda la matemática.² Como bien sugiere Freudental (1983) rescatar el sentido constructivo de los objetos matemáticos posibilita darle sentido al estudio de las matemáticas.

Actualmente los Estándares para la excelencia en la Educación destacan la necesidad de que los estudiantes del grado noveno, comprendan el concepto

¹ <http://html.rincondelvago.com/geometria-2.html>

² M.E.N. Lineamientos curriculares de matemáticas. Bogotá: Magisterio. 1998. P. 56.

de congruencia de dos o más figuras geométricas. Así mismo, que reconozcan y apliquen las propiedades reflexiva, simétrica y transitiva de la semejanza y la congruencia de triángulos. Reconocer triángulos semejantes y resolver problemas prácticos relacionados con éstos; debido a que de su comprensión depende el acceder a otras temáticas en que aquellas aparecen involucradas, como el cálculo de áreas, volúmenes, fuerza, trabajo,...

El estudio y comprensión de tales temáticas se consideran necesarias para interpretar fenómenos físicos, para representar y resolver situaciones problémicas (como hallar la altura de un edificio conociendo la proyección de su sombra, conocer el ancho de un río, elaborar piezas ajustadas, construcción de maquetas, conocer el ancho de un isla, conocer la altura de una torre); siendo indispensable en temas de trigonometría, geometría plana, geometría analítica, en el dibujo arquitectónico e industrial.

Con base en diálogos con algunos docentes del área de matemáticas que orientan en el grado noveno del colegio Liceo Carmelo Percy Vergara, encontramos que los alumnos no alcanzan los objetivos propuestos en relación a la congruencia y semejanza de triángulos. A través de una prueba escrita realizada a los estudiantes, se determinó que presentaban falencias con respecto a:

- ❑ El uso de preconceptos para la solución de problemas
- ❑ Comprensión del concepto de congruencia y semejanza
- ❑ El abordaje y solución de situaciones problémicas
- ❑ Conocer y aplicar las condiciones para que dos triángulos sean congruentes o semejantes.

En lo que respecta a dificultades para la comprensión del concepto de semejanza y congruencia ésta se asocia con factores como:

- Interpretar la semejanza de figuras planas con la similitud de forma y tamaño.
- Comprender las implicaciones que se derivan de la semejanza de figuras planas, particularmente las que se refieren a la proporcionalidad en la correspondencia de los lados.
- No aplicar la semejanza y congruencia en problemas del diario acontecer.

Dificultades como las señaladas en los estudiantes, quizás se deban a la formación matemática que los estudiantes han recibido en cursos anteriores o a la orientación que se ha dado a las temáticas, que se fundamentan más en los procesos de transmisión y repetición de contenidos, que en promover procesos de pensamiento, que conduzcan al estudiante a que interprete, deduzca, cuestione y se apropie de ellos.

A raíz de esta problemática nos surge el siguiente interrogante:

¿Cómo favorecer la comprensión de la semejanza y la congruencia de triángulos a través de situaciones problemáticas que involucren para su solución la aplicación de los criterios de semejanza y de congruencia de triángulos?

1.2 JUSTIFICACIÓN

Favorecer la creación de ambientes escolares en que se promueva el desarrollo de procesos de pensamientos en los estudiantes, se constituye en un objetivo primordial para todas las áreas del conocimiento. Específicamente coadyuvar el desarrollo del pensamiento espacial es un objetivo central del currículo de las matemáticas escolares, pues gracias a él, el educando examina y analiza las propiedades de los espacios bidimensionales y tridimensionales, así como las formas y figuras

geométricas que se hallan en ellos y construye activamente su capacidad de ubicación.

Posibilitar el desarrollo del pensamiento espacial requiere la comprensión de la semejanza y la congruencia de triángulos, pues sirve para solucionar muchas situaciones de la vida práctica (como determinar la distancia de un barco a la costa estando en lo alto de una torre o una montaña, conocer el ancho de un río, sin ser atravesado, hallar la altura de un árbol sin subirse, hacer el trazado de mapas, hacer reproducciones en serie,...), además de ser útiles en temas posteriores de matemáticas como lo es el cálculo de áreas, perímetros, volúmenes, razones trigonométricas: seno, coseno y tangente, problemas de optimización, entre otros.

Observando la problemática descrita entorno a la semejanza y la congruencia de triángulos amerita que desde los primeros niveles de la escuela se empiecen a mediar estos temas con la ayuda de otros instrumentos, como por ejemplo calculadoras y computadores, pues promueven el desarrollo de habilidades y destrezas matemáticas como el diseño y construcción de modelos apropiados que permitan dar solución a situaciones problémicas.

Gracias a los resultados que han arrojado las diferentes investigaciones en educación matemática, se vienen observando cambios en los procesos de enseñanza de las matemáticas escolares; que privilegian otros tipos de mediaciones, por ejemplo, el uso de tecnologías, tendientes a lograr aprendizajes significativos y más duraderos en los estudiantes.

Con el propósito de aportar de alguna manera al mejoramiento de la educación matemática en Colombia y de manera concreta a la implementación de estrategias didácticas que le favorezcan al estudiante

comprender de mejor manera el mundo de las matemáticas, damos a conocer el siguiente trabajo que consideramos importante ya que:

- Genera en los estudiantes creatividad para solucionar problemas presentes en su entorno social y cultural.
- Desarrolla en los estudiantes procesos y estrategias básicas de la semejanza y la congruencia de triángulos para utilizarlos en la solución de problemas.
- Genera motivación en los estudiantes y procura que el aprendizaje sea más significativo.
- Reta a los estudiantes a lograr un nivel de excelencia.

El trabajo se considera pertinente porque:

- Los Estándares Básicos para la Enseñanza de las Matemática destacan la comprensión de la semejanza y la congruencia de triángulos para modelar situaciones del entorno en las que se favorece el desarrollo del pensamiento espacial.
- La actividad de resolver situaciones problemáticas se considera el eje central para el estudio y comprensión de las matemáticas.
- El uso de tecnologías en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas favorece a la construcción de un conocimiento significativo.

El trabajo se considera viable ya que:

- La institución educativa cuenta con un laboratorio de matemáticas y una sala de informática.
- Se cuenta con material bibliográfico.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 GENERAL

- Favorecer el desarrollo del pensamiento espacial en estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Liceo Carmelo Percy Vergara de la ciudad de Corozal.

1.3.2 ESPECIFICO

- Implementar una propuesta de aula que favorezca la comprensión de la semejanza y congruencia de triángulos a través de situaciones problemáticas que involucren para su solución la aplicación de los criterios de semejanza y congruencia de triángulos en aras de promover un aprendizaje significativo y más duradero.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 ANTECEDENTES

A continuación se mencionan algunos trabajos, relacionados de alguna manera con la temática motivo de estudio.

ESTUDIO DIDÁCTICO DE LA PROPORCIÓN Y LA PROPORCIONALIDAD,
GUACANEME S. EDGAR

PROPÓSITO:

Una aproximación a los aspectos matemáticos formales y a los textos escolares de matemáticas.

CONCLUSIONES:

El estudio realizado entorno de la proporción y de la proporcionalidad permitió reconocer un amplio espectro de resultados con respecto al tratamiento de estos temas en las matemáticas formales y en las matemáticas escolares.

De estos resultados se resaltan los siguientes enunciados generales:

- La proporción y la proporcionalidad tienen un difuso lugar en las matemáticas.
- En las matemáticas que se refieren a la proporcionalidad se reconocen algunas nociones implícitas no definidas.
- En los textos no es muy explícita la relación entre las proporciones y la proporcionalidad.
- La proporcionalidad tiene una expresión cualitativa no numérica y una expresión cuantitativa numérica.

✓ PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN CON CABRI

PROPÓSITO:

Posibilitar la comprensión de problemas de optimización con la ayuda del software Cabri, a fin de tener un acercamiento a procesos que posibiliten el desarrollo del pensamiento variacional durante la resolución de los mismos.

CONCLUSIONES:

Uno de los puntos clave que influye en los procesos de resolución de algunos problemas planteados fue el de la significatividad de los mismos para los estudiantes, porque tenían que ver con su vida cotidiana y para algunos con su futuro desempeño profesional.

✓ EXPLORANDO SIMETRÍAS CON CABRI. TOSCANO CARMEN

PROPÓSITO:

Identificar las propiedades fundamentales de la simetría central utilizando la calculadora TI 92 y el programa educativo Cabri.

CONCLUSIONES:

El ambiente proporcionado por Cabri Geometre permitió a los alumnos la identificación de propiedades y la reflexión acerca de las preguntas hechas, es decir, el ambiente actuó como mediador en la formulación de preguntas, a la vez que aportó herramientas para explorar dichas preguntas, situación un tanto difícil de obtener cuando trabajamos con papel y lápiz puesto que el dibujo es una representación estática que no permite percibir si las propiedades se mantienen cuando varía uno de los componentes de la figura.

2.2 BASES TEÓRICAS

Entre las bases teóricas tenidas en cuenta para llevar a cabo esta investigación se encuentra en primera instancia los referentes de la semejanza y la congruencia de triángulos. A continuación se enuncian algunas bases teóricas que fundamentan el trabajo de aula a desarrollar de corte esencialmente constructivista. Seguidamente se discuten teorías sobre estrategias metacognitivas en la resolución de problemas y finalmente teorías sobre el papel de la tecnología en el aprendizaje de las matemáticas.

En cuanto a las teorías sobre construcción del conocimiento que revisamos para la realización del presente trabajo mencionamos la teoría Piagetana, el aspecto social-cognitivo del aprendizaje de Vigotski, la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, la teoría del aprendizaje colaborativo y la teoría de la situación problema.

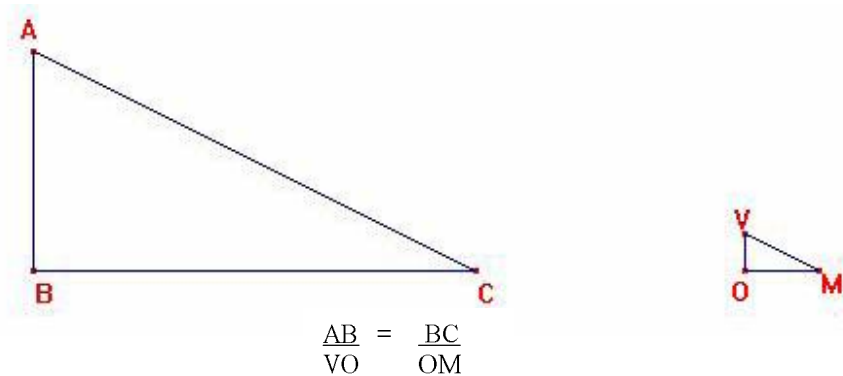
En lo relacionado a las teorías sobre estrategias metacognitivas en la resolución de problemas destacamos la resolución de problemas de Polya y Schoenfeld.

Por último en las teorías sobre el papel de la tecnología en el aprendizaje de las matemáticas resaltamos la tecnología y resolución de problemas.

2.2.1 SEMEJANZA DE TRIANGULOS

Históricamente la figura que representa el inicio del concepto de semejanza es Tales; la leyenda lo describe al pie de las grandes pirámides sorprendiendo a los sabios sacerdotes por su manera de determinar la altura de la majestuosa pirámide de Keops. Considerando triángulos con las hipotenusas igualmente inclinadas sobre las bases, el número que expresa

cuántas veces la altura está contenida en la base es el mismo para todos los triángulos. Si por ejemplo el lado AB es la mitad de BC en el triángulo ABC, el lado VO es la mitad de OM en el triángulo VOM (figura 2.5). En el lenguaje moderno decimos que los dos triángulos son semejantes y que los lados son proporcionales.



A Tales se le recuerda también por haber resuelto el problema de determinar la distancia de un barco a la costa, estando en lo alto de una torre o de una montaña utilizando el mismo principio que el aplicado para calcular la altura de la pirámide.

Tanto en la práctica como el dibujo arquitectónico, el dibujo industrial y en el trazado de mapas se presenta, con frecuencia, la necesidad de dar información acerca de los objetos que son o muy grandes o muy pequeños para ser dibujados en su tamaño natural. En estos casos, para dar la información suficiente se recurre a los dibujos o figuras a escala, que son una aplicación de la semejanza.

Antes de entrar en la definición de lo que es la semejanza de triángulos daremos a conocer dos conceptos importantes en este estudio.

Razón: La razón de una cantidad a otra cantidad semejante es el cociente de la primera dividido por la segunda. Una razón es una fracción y todas las

reglas que gobiernan una fracción se aplican a las razones. Una razón se denota con una raya de fracción, una diagonal, el signo de división o con el símbolo :, que se lee “es a”. Por tanto la razón 3 a 4 es $3/4$, $3 \div 4$ o bien $3:4$. El 3 y el 4 se llaman términos de razón.

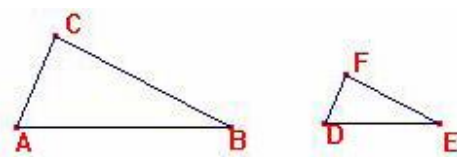
Proporción: Una proporción es una igualdad de dos razones. Por ejemplo: $6/8$ y $9/12$ tienen el mismo valor, las razones pueden igualarse como una proporción, $6/8 = 9/12$ o bien $6:8 = 9:12$. Por tanto, si las razones $a:b$ y $c:d$ son iguales la expresión $a:b=c:d$ es una proporción. Est se lee “a es a b como c es a d”. En la proporción se dice que a es primer término, b el segundo, c el tercero y d el cuarto.

Ya que una proporción es una ecuación, todos los axiomas referentes a las igualdades pueden aplicarse a una proporción.

Definición

Dos triángulos son semejantes si existe una correspondencia de sus vértices para lo cual os ángulos correspondientes son congruentes y los lados correspondientes son proporcionales, es decir, tienen la misma forma, pero que pueden diferir en tamaño.

El símbolo para “es semejante a” es $\sim$. Así, en la fig. 2.5 el triángulo ABC es semejante al triángulo DEF, se simboliza $\triangle ABC \sim \triangle DEF$. Del que se conocen las relaciones siguientes:



$$\begin{aligned}\angle A &\cong \angle D \\ \angle C &\cong \angle F \\ \angle B &\cong \angle E\end{aligned}$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{CB}{FE}$$

Figura 2.5

Propiedades

La semejanza de triángulos es una relación de equivalencia que cumple con las siguientes propiedades:

Reflexiva: El triángulo ABC es semejante con el mismo, es decir, $\triangle ABC \sim \triangle ABC$.

Simétrica: Si el triángulo ABC es semejante con el triángulo DEF, entonces el triángulo DEF es semejante con el triángulo ABC. si $\triangle ABC \sim \triangle DEF \Rightarrow \triangle DEF \sim \triangle ABC$.

Transitiva: Si el triángulo ABC es semejante con el triángulo DEF y el triángulo DEF es semejante con el triángulo HIJ, entonces el triángulo ABC es semejante con el triángulo HIJ, es decir, si $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ y $\triangle DEF \sim \triangle HIJ \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle HIJ$.

Criterios fundamentales de la semejanza de triángulos

Para demostrar que dos triángulos son semejantes, es suficiente conocer las relaciones entre algunos de los elementos de los triángulos.

Criterio A.A.A (ángulo, ángulo, ángulo) si dos triángulos tienen los tres ángulos de uno respectivamente congruentes a los tres ángulos del otro, los triángulos son semejantes. (fig. 2.6)

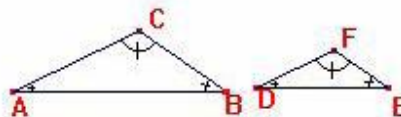


Figura 2.6

Este criterio establece que, si $\angle A \cong \angle D$, $\angle C \cong \angle F$ y $\angle B \cong \angle E$, entonces $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

Criterio L.A.L (lado, ángulo, lado): Si dos triángulos tienen un ángulo de uno congruente a un ángulo del otro y los lados que incluyen estos ángulos son proporcionales, los triángulos son semejantes (fig. 2.7).

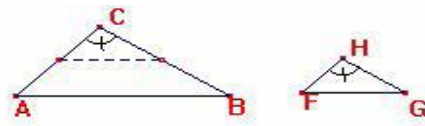


Figura 2.7

Con lo anterior, si $\angle C \cong \angle H$ Y $AC:FH = BC:GH$ entonces $\triangle ABC \sim \triangle FGH$.

Criterio L.L.L (lado, lado, lado): Si dos triángulos tienen sus lados correspondientes proporcionales, son semejantes (fig. 2.8)

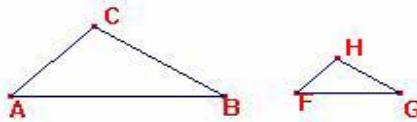


Figura 2.8

Este postulado establece que, si los triángulos ABC y FGH con

$$\frac{AB}{FG} = \frac{BC}{GH} = \frac{AC}{FH} \text{ entonces } \triangle ABC \sim \triangle FGH.$$

2.2.2 CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

Desde la antigüedad, al estudiar los triángulos, el hombre observó algunas relaciones entre los ángulos y los lados de esas figuras. Fue el estudio

sistemático de estas relaciones lo que llevo al hombre a la creación y utilización de la geometría y la trigonometría.

El ingeniero y el dibujante continuamente están aplicando la congruencia de triángulos en su trabajo. Aplicando su conocimiento acerca de los triángulos congruentes, pueden estudiar las medidas de los tres lados y los tres ángulos de un triángulo dado y calcular las áreas de los triángulos.

Definición

Dos figuras triangulares son congruentes cuando tienen la misma forma y el mismo tamaño, es decir, sus lados y sus ángulos correspondientes son iguales.

El símbolo para denotar congruencia es $\cong$. Este símbolo es una combinación del $=$ que se emplea para indicar la igualdad de tamaño y del $\sim$ que significa tener la misma forma. Para establecer que el $\triangle ABC$ es congruente al $\triangle DEF$, se simboliza $\triangle ABC \cong \triangle DEF$. Así, si $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (figura 2.1), se conocen seis relaciones entre los lados y los ángulos de los triángulos a saber.

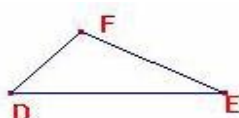
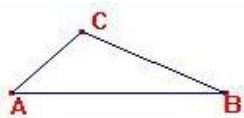


Figura 2.1

$AB \cong DE$
 $BC \cong EF$
 $AC \cong DF$
 $\angle A \cong \angle D$
 $\angle B \cong \angle E$
 $\angle C \cong \angle F$

Propiedades

La congruencia de triángulos es una relación de equivalencia que cumple con las siguientes propiedades:

Reflexiva: El triángulo ABC es congruente consigo mismo, es decir $\triangle ABC \cong \triangle ABC$

Simétrica: Si el triángulo ABC es congruente con el triángulo DEF, entonces el triángulo DEF es congruente con el triángulo ABC, lo que significa que si $\triangle ABC \cong \triangle DEF \Rightarrow \triangle DEF \cong \triangle ABC$.

Transitiva: Si el triángulo ABC es congruente con el triángulo DEF y el triángulo DEF es congruente con el triángulo HIJ, entonces el triángulo ABC es congruente con el triángulo HIJ, es decir, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ y $\triangle DEF \cong \triangle HIJ \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle HIJ$

Criterios fundamentales de la congruencia de triángulos

Aunque definimos dos triángulos como congruentes si tres pares de lados y tres pares de ángulos son congruentes, puede probarse que los triángulos son congruentes si se sabe que son congruentes unos cuantos pares de partes correspondientes.

Criterio L.A.L (lado, ángulo, lado): Si un triángulo tiene dos lados y el ángulo comprendido igual a los correspondientes elementos de otro, entonces los dos triángulos son congruentes. Este postulado establece que en la figura 2.2, si $AB \cong ED$, $AC \cong EF$ y $\angle A \cong \angle E$, entonces $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

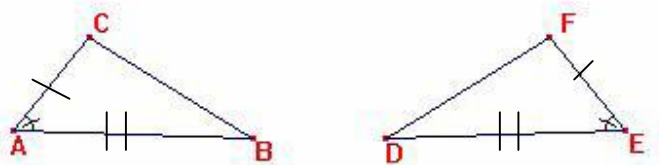


Figura 2.2

Criterio A.L.A. (ángulo, lado, ángulo): Si dos triángulos tienen dos ángulos y el lado incluido igual a los elementos correspondiente del otro, los triángulos son congruentes (fig. 2.3)

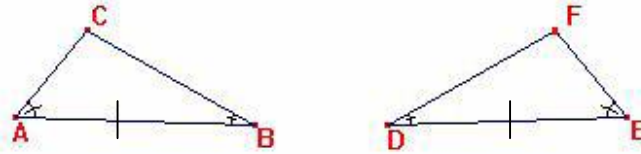


Figura 2.3

De acuerdo con esto, si $\angle A = \angle E$, $\angle B = \angle D$ Y $AB \cong DE$ entonces $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

Criterio L.L.L. (lado, lado, lado): Si los tres lados de un triángulo son iguales a los correspondientes lados del otro, entonces los dos triángulos son congruentes (figura 2.4)



Figura 2.4

Este postulado establece que, si $AB \cong DE$, $AC \cong EF$ y $BC \cong DF$ en la figura 2.4, entonces $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

2.2.3 TEORIAS SOBRE CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO.

2.2.3.1 LA TEORÍA PIAGETANA.

Para Piaget, el aprendizaje consiste en el pasaje de un estado de menor conocimiento a un estado de mayor conocimiento. Piaget postula la

existencia de una serie de organizaciones internas de la experiencia y de la información previa del sujeto (sus estructuras cognitivas), que son cada vez más poderosas y permiten integrar la información de modos crecientemente complejos. Las estructuras cognitivas evolucionan hacia un pensamiento cada vez más estable, que es capaz de incorporar en sus explicaciones un número creciente de situaciones del mundo físico y del entorno cognitivo. Piaget intenta explicar los mecanismos de adquisición y de utilización de los conocimientos a partir de la génesis de las operaciones lógico - Matemáticas subyacentes a toda actividad intelectual.

Las etapas sucesivas del desarrollo cognitivo del niño, son resultado – según Piaget – de la experiencia y de la acción del sujeto que actúan como motores de la construcción, e incluso de la reconstrucción de las representaciones internas que el niño se hace del medio físico, inicialmente percibido y comprendido de manera intuitiva. Piaget sostiene que en lo esencial, el desarrollo cognitivo parte de la puesta en marcha de conocimientos concretos, sostenidos primero en representaciones inmediatas y posteriormente en hipótesis (construcción de la inteligencia abstracta). Se trata de un largo proceso de organización del mundo marcado por adquisiciones relacionadas con los conocimientos y con la utilización de sistemas de relaciones entre objetos (clasificación, seriaciones), entre los objetos y el sujeto (el tiempo y el espacio), y finalmente entre los objetos, el sujeto, el tiempo y el espacio.

Piaget recuerda que la maduración y la influencia social no son ajenas al proceso del incremento de conocimientos. Sostiene que el desarrollo de los aprendizajes es igualmente la consecuencia de un factor importante como es la **Equilibración**.

La Equilibración de las estructuras cognitivas traduce el pasaje de un estado de menor equilibrio que resulta de respuesta del sujeto a las perturbaciones exteriores, hacia un estado de equilibrio superior que corresponde a posibilidades nuevas derivadas de una estructura cognitiva más poderosa. Así, en el dominio del desarrollo Lógico - matemático, ilustrado por la adquisición de las conservaciones, Piaget muestra que, en el curso del desarrollo el niño pasa por tres momentos clave: Las perturbaciones, las compensaciones y la puesta en correspondencia matemática. En el conjunto de desarrollo, los progresos en el conocimiento resultan de una construcción en la que el sujeto es el actor de sus aprendizajes en interacción con el mundo. La concepción del aprendizaje es resueltamente constructivista. Actuando sobre el medio, el sujeto reconstruye el mundo físico y social que le rodea, lo objetiviza y lo representa.

2.2.3.2 ASPECTOS SOCIOCOGNITIVOS DEL APRENDIZAJE (VYGOTSKY)

Las corrientes de investigación que comparten la tesis de que la interacción del individuo con el medio social es determinante de sus adquisiciones cognitivas, se apartan de los acercamientos que privilegian la interacción intra – individual del aprendizaje.

Vygotsky concibe el desarrollo cognitivo como la apropiación por parte del individuo, de las actividades humanas depositados en el mundo de la cultura.

LA ZONA DE DESARROLLO PROXIMA

La tesis de Vygotsky significa que las capacidades de aprendizaje de un niño no deben ser confundidas con el nivel cognitivo que tiene en un determinado momento. En un dominio cualquiera, existe un espacio potencial de progreso

en el que las capacidades individuales pueden ser sobrepasadas si se reúnen ciertas condiciones. La asistencia del otro es una de estas condiciones. Este potencial de aprendizaje que se actualiza en la interacción social, define uno de los conceptos centrales de la teoría de Vygotsky: La zona de desarrollo próximo. La zona de desarrollo próximo es una componente crucial del proceso de desarrollo porque presagia y prepara lo que el niño mas tarde realizará por si solo: "Lo que un niño puede hacer hoy en colaboración con otro lo podrá hacer solo mañana". El aprendizaje antecede al desarrollo: La zona de desarrollo próximo asegura la vinculación entre ambos. El docente debe ajustar los contenidos y las condiciones de instrucción, no a las capacidades actuales del niño, sino a su potencial de progreso.

EL CONFLICTO SOCIOCOGNITIVO

En ciertos momentos cruciales para el desarrollo, se sostiene que las adquisiciones encuentran su origen principalmente en la confrontación de las acciones o de las ideas entre las personas. Las adquisiciones engendradas socialmente en las interacciones, serán interiorizadas para su posterior movilización individual (de lo ínter a lo intra - individual).

Los trabajos de PERRET- CLERMONT(1996), han mostrado que para alcanzar el progreso cognitivo, las interacciones sociales deben dar lugar al conflicto sociocognitivo. Ante una situación problema por resolver, los participantes en una interacción deben por una parte, presentar diferentes centraciones cognitivas (puntos de vista, métodos, respuestas,...) y, por otra parte, buscar una respuesta común al problema.

El conflicto sociocognitivo integra dos conflictos

- Por una parte, un conflicto ínter – individual (y por lo tanto social) generado por la oposición de respuestas al problema planteado, y por otra parte,
- Un conflicto intra – individual, de naturaleza cognitiva, resultante e la toma de conciencia por el individuo de una respuesta contradictoria, que le incita a dudar de la suya.

El conflicto sociocognitivo favorece la actividad cognitiva.

2.2.3.3 EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO [AUSUBEL]

Para D.P. AUSUBEL el aprendizaje debe ser una actividad significativa para la persona que aprende y dicha significatividad está directamente relacionada con la existencia de interacciones entre el conocimiento nuevo y el que ya posee el alumno. AUSUBEL critica la enseñanza tradicional en que el aprendizaje resulta poco eficaz si consiste simplemente en la repetición mecánica de elementos que el alumno no puede estructurar formando un todo relacionado. Para Ausubel, aprender es sinónimo de comprender. Por ello lo que se comprenda será lo que se aprenda y recordará mejor por que quedará integrado en las estructuras de conocimiento de cada cual.

La teoría del aprendizaje significativo es una introducción a la psicología del aprendizaje en el salón de clases, que se ocupa principalmente del problema de la enseñanza y de la adquisición y retención de las estructuras de significados en el alumno. El principio básico de esta teoría reside en la afirmación de que las ideas expresadas simbólicamente, van relacionadas de modo no arbitrario; es decir de manera sustancial con lo que el alumno ya sabe. Por eso la recomendación Ausubeliana se basa en averiguar primero lo

que el alumno ya sabe para proceder en consecuencia (Ausubel, Norak y Hannesian, 1976).

2.2.3.4 APRENDIZAJE COLABORATIVO Y EL TRABAJO EN GRUPO

Se define como la adquisición y construcción de conocimientos o destrezas con la ayuda de la interacción con los compañeros, bien sea esta interacción en forma de críticas, comparaciones, discusiones sobre los distintos puntos de vista, etc. Se ha demostrado en varias ocasiones que el trabajo en grupo es favorable al aprendizaje, ya que facilita cambios cognitivos, conllevan a discusiones que surgen de los distintos puntos de vista de los compañeros y además los distintos razonamientos que se exponen conllevan a un aprendizaje y una interacción CONSTRUCTIVISTA. [Joiner, Miyake, 1990]

De manera general, los resultados de investigación según la cual el trabajo colectivo es un factor de progreso cognitivo. Sin embargo, en ciertas ocasiones de co – acción, los aportes de cada uno de los miembros del grupo son menores que las de los sujetos cuando trabajan solos.

En suma sería ilusorio pensar que el simple hecho de poner a trabajar en grupo a los alumnos nos garantiza automáticamente un progreso, si no se modifican sustancialmente las relaciones y los acuerdos de trabajo en el salón de clases.

La organización de situaciones tutoriales puede permitir a los estudiantes poco aventajados, beneficiarse del trabajo con los alumnos más avanzados.

2.2.3.5 LA SITUACION PROBLEMA

La situación problema constituye el punto de partida de las situaciones didácticas. Definida como una situación didáctica fundamental, pone en juego, como instrumento implícito, los conocimientos que el alumno debe aprender. La situación problema es el detonador de la actividad cognitiva; para que esto suceda debe tener las siguientes características:

- Debe involucrar implícitamente los conceptos que se van a aprender.
- Debe representar un verdadero problema para el estudiante, pero, a la vez, debe ser accesible a él.
- Debe permitir que el alumno use conocimientos anteriores.
- Debe ofrecer una resistencia suficiente para llevar al alumno a poner en duda sus conocimientos y a proponer nuevas soluciones.
- Debe contener su propia validación.

La resolución de una situación problema supone la superación de un conflicto cognitivo interno del sujeto entre sus conocimientos anteriores y los que resuelven la situación problema.

2.2.4 TEORIAS SOBRE ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

2.2.4.1 LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS [POLYA Y SCHOENFELD]

La actividad de resolver problemas ha sido considerada como un elemento importante en el desarrollo de las matemáticas y en el estudio del conocimiento matemático³

³ Lineamientos curriculares de matemáticas; Ministerio de Educación Nacional; Bogotá D.C. 1998

En diferentes propuestas curriculares recientes se afirma que la resolución de problemas debe ser el eje principal del currículo de matemáticas, y como tal, debe ser un objetivo primario de la enseñanza y parte integral de la actividad matemática.

En la medida en que los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel.

El reconocimiento que se le ha dado a la actividad de resolver problemas en el desarrollo de las matemáticas ha originado algunas propuestas sobre su enseñanza, entre las cuales las más conocidas son las de los investigadores POLYA y ALAN SCHOENFELD.

Para Polya “resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de sortear un obstáculo, de salir de una dificultad, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados”.

Polya descubrió las siguientes cuatro fases para resolver problemas:

- Comprensión del problema
- Concepción de un plan
- Ejecución del plan
- Visión retrospectiva.

Alan Schoenfeld, considera que en el proceso de resolver problemas, influyen los siguientes factores:

- **El dominio del conocimiento**, que son los recursos matemáticos con los que cuenta el estudiante y que pueden ser utilizados en el problema como intuiciones, definiciones, conocimiento informal del tema, hechos, procedimientos y concepción sobre las reglas para trabajar en el dominio.
- **Estrategias cognoscitivas**, que incluyen métodos heurísticos como descomponer el problema en simples casos, establecer metas relacionadas, invertir un problema, dibujar diagramas, el uso de material manipulable, el ensayo y error, uso de tablas, la búsqueda de patrones, y la reconstrucción del problema.
- **Estrategias metacognitivas**, se relaciona con el monitoreo y el control y acciones tales como planear, evaluar y decidir.
- **El sistema de creencias**, Se compone de la visión que se tenga de las matemáticas y de sí mismo. Las creencias determinan la manera como se aproxima la persona al problema, las técnicas que usa o evita, el tiempo y el esfuerzo que le dedica, entre otras.

2.2.5 TEORÍAS SOBRE EL PAPEL DE LA TECNOLOGÍA EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.

2.2.5.1 LA TECNOLOGIA Y LA RESOLUCION DE PROBLEMAS⁴.

Hace algunos años, cuando la computadora empezó a vislumbrarse como un instrumento importante capaz de realizar diversas operaciones de manera eficiente y rápida, también se empezó a vislumbrar su potencia en la educación. En esta discusión hubo varias posiciones donde se señalaba la necesidad de tener más información acerca de cómo este instrumento podría utilizarse en el aprendizaje de varias disciplinas.

⁴ LUZ MANUEL SANTOS TRIGO; Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas; Segunda Edición; Grupo Editorial Iberoamérica

En Matemáticas por ejemplo, muchos profesores no permitían a sus estudiantes el uso de la calculadora en la resolución de problemas; esto era porque creían que la calculadora le restaba al estudiante posibilidades de desarrollar habilidades básicas necesarias en matemáticas (cálculos aritméticos, manipulaciones algebraicas, análisis discreto del comportamiento de relaciones o funciones matemáticas, etc.).

La discusión acerca de si los estudiantes deben o no usar instrumentos como la calculadora o la computadora en sus experiencias de aprendizaje está relacionada directamente con la pregunta: ¿Qué es lo que importa que el estudiante aprenda en matemáticas? El estudiante debe ser escéptico, proponer conjeturas, buscar evidencias, utilizar ejemplos y contraejemplos, y apoyar sus ideas con argumentos. El uso de la tecnología juega papel importante en el desarrollo de habilidades matemáticas por parte del estudiante, es decir, la tecnología ayuda a que el estudiante no sea solo un espectador o receptor del conocimiento, sino que pase a ser un ente activo vinculado directamente con el quehacer matemático.

Afortunadamente se ha reconocido la importancia del uso de la computadora en el aprendizaje y ahora el asunto es determinar cómo debe usarse este instrumento en las experiencias de aprendizaje de los estudiantes.

2.3 MARCO CONCEPTUAL

Esta propuesta intenta dar respuesta a algunas dificultades en la comprensión de la semejanza y la congruencia de triángulos, de ahí que esté sustentada en las teorías de la construcción del conocimiento, las teorías sobre las estrategias metacognitivas en la resolución de problemas y la teoría

de la tecnología en el aprendizaje de las matemáticas.

Son imprescindibles las ideas del constructivismo abordado por Piaget en este trabajo debido a que el alumno al verse enfrentado a una situación problemática se le generan unos conflictos cognitivos, los cuales le producen estados de desequilibrios, y éste al tratar de compensar estos desequilibrios logra entender la situación planteada, convirtiéndose en el actor de su aprendizaje al predisponer de sus conocimientos previos, experiencias, interacciones con el medio socio-cultural, los cuales le permiten interpretar, objetivizar, representar, generalizar y reconstruir el mundo físico y social que le rodea.

Con la realización de talleres centrados en la resolución de situaciones problemáticas en grupos, referidos a contextos socioculturales, se tendrá en cuenta los aportes de Vigotsky “la zona de desarrollo próximo” puesto que al atacar la problemática cada alumno concebirá puntos de vista, procedimientos y estrategias diferentes que lo conllevarán a la discusión, confrontación y socialización de sus ideas, que tenderán a buscar respuestas comunes a la problemática para dar lugar a la apropiación de actividades cognitivas.

Se imparte un aprendizaje colaborativo en el sentido de que el alumno va adquiriendo y construyendo su conocimiento a medida que se está socializando la problemática, la cual es motivo de críticas, comparaciones y discusiones de acuerdo a los diversos puntos de vista.

Consideramos importante las ideas de Ausubel en el desarrollo de la propuesta, pues los talleres a trabajar están dirigidos a la modelación de situaciones cotidianas que indagan sobre el saber del alumno para luego

proceder en consecuencia a la interacción de lo que éste sabe con el conocimiento nuevo.

Privilegiamos la resolución de situaciones problémicas en las actividades de aula por ser eje central del currículo de matemáticas, que contemplan unas preguntas que llevan implícito el concepto de semejanza ó de congruencia de triángulos, los criterios fundamentales que deben cumplir las figuras geométricas para determinar si son ó no semejantes o congruentes, estas irán encaminadas a despertar inquietud e interés en el alumno, quien propondrá caminos, y estrategias de solución. En éste andar se supone la idea de que el alumno ha superado un conflicto cognitivo interno entre sus conocimientos anteriores y los que resuelven la situación problema. Por tanto surge la inquietud de averiguar el ritmo de avance del conocimiento que éste ha alcanzado mediante la resolución de las situaciones, que ayuda a realzar su potencial cognitivo, para que más tarde le permita hacer uso de sus habilidades, destrezas y técnicas ante una situación nueva, de mayor complejidad.

Seguidamente encontramos en las representaciones y modelaciones de situaciones problémicas un auspicio de apoyo que dota de sentido y viabilidad al proceso de resolución de las situaciones problémicas apoyados en el programa cabri que en efecto actúa como herramienta donde se manipulan objetos matemáticos y se logra un mayor dominio en el conocimiento matemático.

Por ende es susceptible para alcanzar la comprensión de la temática la utilización de la tecnología como es el caso del uso de la calculadora y el computador en el aula de clases, quienes posibilitan al alumno ser un ente activo que dinamiza los objetos matemáticos, en particular nos facilita las

representaciones y el desarrollo de la creatividad y de habilidades matemáticas.

3. METODOLOGIA

3.1 ENFOQUE

La investigación está orientada bajo posturas epistemológicas constructivistas y su enfoque es cualitativo.

3.2 DISEÑO

El diseño de la investigación es de tipo descriptivo, pues se describen las experiencias en el trabajo de aula al momento de desarrollar los talleres que posibilitan el desarrollo del pensamiento espacial a través de la comprensión de la semejanza y congruencia de triángulos.

3.3 POBLACIÓN Y MUESTRA

POBLACIÓN

La población esta conformada por los estudiantes del grado 9° de la Institución Liceo Carmelo Percy Vergara Jornada Vespertina de la ciudad de Coroza – Sucre.

MUESTRA

Para la puesta en marcha de esta propuesta se tomará el curso 9° 2 de la Institución Liceo Carmelo Percy Vergara jornada vespertina de la ciudad de Coroza en el año 2004

3.4 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS

La técnica utilizada para desarrollar el presente trabajo: se centra en la observación directa en el aula, a través de los siguientes instrumentos.

EL DIARIO DE CAMPO:

Se usa para registrar el acontecer de aula con el desarrollo de los talleres; registrándose en él las actitudes de los estudiantes frente a las actividades, las inquietudes e intervenciones presentadas por los estudiantes al momento de compartir información y socializar sus respuestas a los cuestionamientos realizados.

LOS TALLERES:

Son fuente de información valiosa, donde se encuentra plasmada la producción escrita de los estudiantes en el cual se determinan el nivel de significación y conceptualización de la temática.

3.5 FASES DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación se desarrolló atendiendo tres fases: diseño de talleres, trabajo de aula y análisis de la información.

3.5.1 PRIMERA FASE: DISEÑO DE LOS TALLERES

Los talleres se diseñaron atendiendo los lineamientos curriculares para el área de matemáticas, específicamente en lo que respecta al pensamiento espacial. También se tiene en cuenta para su diseño los estándares para matemáticas en lo que tiene que ver con semejanza y congruencia de triángulos, así como los lineamientos conceptuales discutidos en la propuesta.

Se trabajaran con tres tipos de talleres, los cuales se describen a continuación.

Talleres de socialización. Estos son realizados con el fin de que el alumno se familiarice con la temática en cuestión y con programa Cabri Geometre. Se destaca entre estos el taller dinamizador, gracias al cual los estudiantes se introducen a la red conceptual de la semejanza y la congruencia en el contexto cotidiano y matemático.

Talleres Guiados. En estos talleres se presentan algunas formas de solucionar ciertas situaciones problemáticas referidas a la semejanza y la congruencia de triángulos con la participación de los grupos y ayuda de los profesores, quienes orientan a los grupos en el proceso de deducción del criterio implicado en la situación.

Talleres de profundización. En estos talleres se les propone a los estudiantes una situación problema, donde cada grupo de estudio aborda la situación y discute las posibles soluciones, por último cada grupo expone su propuesta de solución.

3.5.2 SEGUNDA FASE: TRABAJO DE AULA

El trabajo de aula desarrollado, parte de tener en cuenta los referentes teóricos que sustentan el proceso de investigación y su ejecución se da en tres etapas definidas a continuación:

Primera etapa. Indagación de conocimientos previos

En esta etapa se indagan los conocimientos previos de los estudiantes a

cerca de la temática a tratar a través de una prueba exploratoria la cual consistió en hacer cuestionamientos básicos sobre la semejanza y la congruencia de triángulos y las estrategias que éstos utilizan al solucionar un problema referente a la temática.

El resultado de dicha prueba se tuvo en cuenta para el diseño de los talleres con el fin de alcanzar los objetivos del trabajo.

Segunda etapa. Desarrollo de los talleres

En esta etapa se ejecutan los talleres por sesiones de trabajo, en cada uno de estos los profesores dan a conocer la situación problema a tratar resaltando el objetivo del taller y la finalidad de la situación.

3.5.3 TERCERA FASE: ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

En esta etapa se realiza el análisis e interpretación de la información obtenida de los estudiantes en el desarrollo de los talleres y las observaciones llevadas a cabo en el aula en cada una de las sesiones de trabajo.

3.5.3.1 CATEGORÍAS DE ANÁLISIS

Para el análisis de la información recolectada se tendrá en cuenta las siguientes categorías de análisis:

- La actitud asumida por los estudiantes para con el desarrollo de los talleres
- Comunicación de ideas e inquietudes matemáticas
- Niveles de significación y sentido logrado.
- Estrategias metacognitivas desarrolladas por los estudiantes

4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

A continuación se describen las experiencias vividas con la implementación del trabajo de aula “La semejanza y la congruencia de triángulos” realizadas con los estudiantes del grado 9°2 de la Institución Educativa Liceo Carmelo Percy Vergara jornada vespertina, producto de la aplicación de los talleres de familiarización, de los talleres guiados y los talleres de profundización, teniendo en cuenta los parámetros establecidos en la metodología.

El taller con que se inicia el trabajo de aula, denominado taller dinamizador, se diseñó con el fin de indagar preconceptos e introducir la red conceptual de la semejanza y la congruencia de triángulos, por medio de una lectura titulada “La semejanza y la congruencia en la naturaleza”.

Pasamos ahora a describir lo sucedido en el aula, teniendo en cuenta para el análisis las categorías planteadas en el marco metodológico.

En cuanto a la categoría: “actitud asumida por los estudiantes para con el desarrollo de la actividad”, se destaca:

Los estudiantes se mostraron dispuestos a leer y responder preguntas e inquietudes planteadas en el taller. Fueron atentos y participativos con las actividades del mismo, compararon objetos y hallaron similitudes entre las formas de éstos, por ejemplo: las ventanas y vitrinas del salón se asemejaban por ser rectangulares, los uniformes de educación física son semejantes por tener la misma forma y los mismos colores, las hojas de los árboles se asemejan en su forma,...

Lo anterior nos permitió corroborar que los preconceptos de los estudiantes respecto a la semejanza estaban muy ligados a las nociones de forma y tamaño de los objetos. Por lo que se consideró un acierto la estructura dada al taller, en la medida que con el desarrollo de las actividades del mismo, se tendió a favorecer la evolución de tales concepciones hacia lo requerido en matemáticas para establecer la semejanza y la congruencia entre figuras.

En la medida que los estudiantes completaban las tablas, de acuerdo a la información que brindaban figuras geométricas, que construían figuras con lados proporcionales a una figura dada (triángulos, rectángulos, hexágonos, entre otras), que identificaban figuras y hallaban ejemplos, iban apropiando y evidenciando las condiciones necesarias para establecer la semejanza y la congruencia de figuras planas; lo cual se evidencia en las apreciaciones dadas y que más adelante se analizan en detalle.

Con relación a la categoría de análisis, “comunicación de ideas e inquietudes matemáticas”, se destaca que las actividades propiciaron una serie de discusiones al interior de los grupos, los cuales giran esencialmente en torno a:

- ❖ Algunos grupos sostenían la idea que la semejanza entre objetos obedecía a similitudes en una o más características entre los mismos. Mientras que unos grupos tenían en cuenta la condición de igualdad de forma entre los objetos, otros grupos preferían centrar su atención en el tamaño de los mismos.
- ❖ El término congruencia, lo asociaron con la igualdad entre objetos, esto es, igualdad en tamaño y forma entre objetos. por ejemplo: Las baldosas del piso, las aletas de los abanicos, las sillas del salón, entre otros.

Nuevamente, de éstos procesos comunicativos pudimos constatar que las preconcepciones de los estudiantes respecto a la semejanza y congruencia estaban muy ligadas a las nociones de forma y tamaño.

Consideramos adecuado aprovechar la discusión generada, para involucrarlos en el trabajo planeado (actividades del taller), y poder reorientar tales concepciones hacia lo deseado en matemáticas.

Para tal efecto, el trabajo de completación de tablas y construcción de figuras con lados proporcionales a una figura dada fue fundamental, en la medida en que los alumnos recordaron y reforzaron el concepto de proporcionalidad gracias al trabajo realizado con las figuras, afianzaron la función que cumple la constante de proporcionalidad, se percataron de la necesidad de establecer la proporcionalidad entre los lados de las figuras, y vieron la necesidad de considerar la proporcionalidad al momento de establecer semejanzas entre figuras planas. Prueba de ello son los comentarios hechos por algunos alumnos.

“Si las divisiones de los lados correspondientes de las figuras son iguales, entonces los lados son proporcionales. En caso de que no sean iguales decimos que los lados no son proporcionales”.

“Para construir una figura con lados proporcionales a una figura dada se debe multiplicar cada uno de los lados de esta figura por una constante”.

“Si se encuentra que los lados correspondientes entre dos figuras son proporcionales entonces las figuras son semejantes. Y si las figuras son semejantes, entonces los lados correspondientes son proporcionales”.

Como se puede ver, estos procesos comunicativos surgidos dan muestra de la capacidad reflexiva y analítica de los estudiantes en el desarrollo de las

actividades, propiciando un ambiente de trabajo favorable para la construcción de nuevas ideas relacionadas con la semejanza.

Sin embargo, notamos que en ocasiones algunos grupos se distanciaban de las discusiones, usaban de manera incorrecta los términos y necesitaban algún tipo de ayuda para expresar sus ideas.

Si seguimos revisando las producciones orales y escritas de los estudiantes podemos apreciar como mejoraron los niveles de significación respecto a los preconceptos iniciales al tiempo que se enriquecen con las actividades desplegadas. Prueba de ello, son las respuestas dadas a las preguntas como:

¿Qué entiendes por proporcionalidad?

“Entiendo por proporcionalidad, la división que se hace entre los lados correspondientes de las figuras, donde los resultados son iguales”.

“La proporcionalidad es el resultado de las divisiones realizadas entre los lados correspondientes de las figuras, estas deben ser iguales en todas”

“Cuando al dividir los lados correspondientes de dos figuras geométricas el resultado es igual, se dice que los lados son proporcionales”

Se observa que los grupos para establecer la proporcionalidad, además de la forma y tamaño, empiezan a tener en cuenta nuevos aspectos como la división entre los lados correspondientes de las figuras dadas.

¿Qué entiendes por semejanza?

“La semejanza se da cuando dos figuras guardan una proporción entre sus partes correspondientes”

“Si dos figuras geométricas tienen una proporción entre sus lados correspondientes las figuras son semejantes”

Se observa que los grupos para establecer la semejanza ahora no se valen de la noción de forma y tamaño de las figuras, sino que tienen en cuenta la proporción entre los lados correspondientes de las figuras.

¿Qué entiendes por congruencia?

“La igualdad de forma y tamaño en las figuras, que tiene como constante de proporcionalidad la unidad”

Ahora se observa que los grupos agregan a la preconcepción de congruencia la constante de proporcionalidad.

Se evidencia que los estudiantes sustituyeron las primeras apreciaciones conceptuales a cerca de la semejanza por las concepciones extraídas a partir del desarrollo de las actividades planteadas en el taller, logrando de esta manera un sentido de apropiación sobre la temática.

Como puede verse, las concepciones de los estudiantes acerca de la semejanza y la congruencia y su red conceptual, experimentaron evoluciones que nos permiten inferir que van por un buen camino hacia el logro del objetivo que pretendemos alcanzar y nos brinda confianza para las actividades siguientes.

Desde lo percibido en el trabajo de aula, consideramos que un aspecto al que se debe brindar mayor dedicación es al del desarrollo de estrategias metacognitivas, pues gracias a ello, “los estudiantes pueden apropiarse de las temáticas estudiadas a partir de la reflexión adelantada de las actividades desarrolladas”⁵.

⁵ Enciclopedia Pedagógica. Editorial Espasa Calpe S.A. España. p. 200.

En el trabajo realizado las estrategias metacognitivas jugaron un papel trascendental en la medida que los grupos comenzaron a responder a las exigencias que las actividades demandan, haciendo uso del acto reflexivo y evaluativo de su hacer. Especialmente cuando al construir figuras con lados proporcionales a una figura dada los estudiantes ven la necesidad de considerar más información, que para el efecto se encontraba implícita en la tarea de completar las tablas, para ello fue fundamental revisar y analizar lo hecho, logrando de este proceso que los estudiantes construyeran nuevas ideas, que dieron lugar a la realización de lo planteado.

Un elemento que consideramos se debe mejorar o trabajar más es el de conscientizar a los estudiantes de la necesidad de ampliar la información, de revisar más fuentes de informativas, pues muchas veces se limitaron a la información que les brindaba el taller y no consultaban en otras fuentes.

Después de terminado el desarrollo del taller dinamizador se recordaron y organizaron las ideas construidas mediante la elaboración de un diagrama conceptual.

Consideramos que el trabajo realizado en el taller dinamizador fue satisfactorio, puesto que los estudiantes respondieron a las expectativas deseadas, y sacaron provecho de las actividades desarrolladas, apropiándose de concepciones matemáticas que ampliaran su nivel de significación, con lo cual creemos se alcanzó el objetivo deseado.

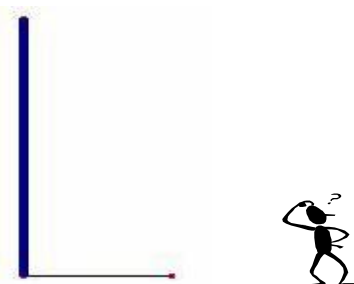
Prosiguiendo con el desarrollo de los talleres pasamos ahora hacer mención del segundo taller de familiarización, el cual consistió en la socialización del programa cabri mediante el uso de los computadores de la sala de informática de la institución.

Esto para los estudiantes fue algo novedoso e interesante. Conocer ésta nueva herramienta de construcción y manipulación de figuras geométricas, los motivó a realizar las actividades propuestas y a explorar una serie de construcciones que fueron de su interés.

Antes de presentar los talleres guiados se invitó a los estudiantes a consultar sobre la semejanza y la congruencia de triángulos con la finalidad ampliar sus concepciones a cerca de ésta.

Pasamos ahora a describir lo sucedido en el taller guiado No. 3 cuyo propósito es mostrar en situaciones contextualizadas la implementación de los criterios de semejanza de triángulos.

Con el taller No.3 (ver anexo C: Guía metodológica p. 83 y taller No. 3 p. 85), a través del cual se espera que el estudiante sea capaz de deducir y aplicar el criterio L.A.L al pretender dar solución a la situación: Un poste de luz de 8mts. de altura proyecta una sombra de 4mts., un joven de 1.80mts. de altura quiere colocarse en la dirección de esa proyección de tal forma que ambas proyecciones tengan un mismo final.



¿En qué punto de la proyección del poste debe ponerse el joven?

Por lo que pudimos observar, la situación despertó el interés de los estudiantes, pero mostraron su desconcierto al no poder modelarla, ni darle

solución inmediata. No veían como utilizar los conceptos discutidos en la obtención de una respuesta adecuada.

Ante tal eventualidad, los profesores utilizaron como estrategia para modelar la situación, la ilustración de otra situación en la que se reemplazaba el poste por una silla y el joven por un lapicero y se analizaba la posición que debía tener el sol para que se produjera la proyección.

Gracias a lo anterior los grupos pudieron interpretar el enunciado de la situación, pero no tenían claro un camino a seguir para resolverla.

Los docentes le solicitan a los estudiantes que lean nuevamente el objetivo del taller con el ánimo que traten de establecer relaciones entre éste y la situación planteada, pero ni aún así lo consiguen.

Por lo que los profesores sugieren a los grupos que se centren en el gráfico dado en el taller, que representaba el poste y su proyección, y lo relacionen con el ejemplo dado.

Después de unos minutos, algunos grupos modelan la situación formando un triángulo rectángulo con el trazado de una línea que unía los extremos del poste y su proyección, sin saber a ciencia cierta que representaba tal línea en la situación. (Ver fig. 1).

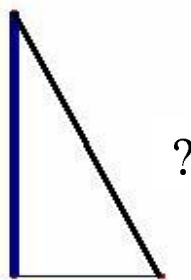


Figura 1

Luego de discutir con ellos, llegan a la conclusión que representaba un rayo de luz.

A continuación algunos modelan la situación formando otro triángulo rectángulo dentro del primero. Para ello ubican al joven paralelamente al poste de forma tal que su cabeza interceptara con el rayo de luz y el final de su proyección coincidiera con el final de la proyección del poste. (fig. 2)

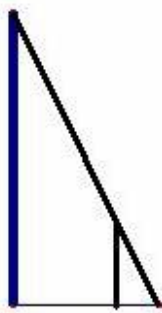


Figura 2

Vale destacar que algunos grupos les demandó más tiempo llegar a la construcción de este modelo, puesto que, en principio formaban otro triángulo rectángulo dentro del primero, ubicando al joven paralelamente al poste y considerando otro rayo luz que unía el extremo superior del joven con el final de ambas proyecciones. (Ver fig. 3)

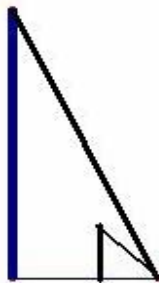


Figura 3

Al indagar a los grupos que habían logrado modelar la situación sin muchos traumatismos, estos respondieron que ya habían visto gráficos similares en los textos. Lo que sirvió a los docentes como referencia para que los alumnos se concientizaran de la importancia de ampliar y buscar más fuentes de información, insistiendo que no se limitaran a lo que ellos solamente les daban.

Al preguntarles si los triángulos formados eran semejantes, los grupos adujeron que si, ya que tenían la misma forma. E inmediatamente proceden a realizar una regla de tres simple, de la siguiente manera:

Como la longitud de la proyección del poste es mitad del poste, entonces la longitud de la proyección del joven es la mitad del joven, es decir, que la proyección del joven tenía una longitud de 0.9mts.

Se evidencia aquí nuevamente, que los estudiantes para establecer relaciones de semejanza entre los triángulos se basan en la forma de las figuras, lo que ya creíamos superado. Olvidando algunos aspectos discutidos en el taller dinamizador, en particular aquel que exige la proporcionalidad entre los lados correspondientes para establecer relaciones de semejanza.

Dada esta circunstancia, los profesores les recuerdan nuevamente a los estudiantes que la forma y el tamaño no son condiciones suficientes para establecer la semejanza entre los triángulos, por lo que se amerita constatar que se cumplan otras condiciones; las cuales se hallaban a través del análisis de los elementos que intervienen en el modelo de la situación.

Para ayudarles a realizar este análisis los profesores consideraron pertinente hacer cuestionamientos que permitan a los alumnos a partir de las respuestas dadas, deducir la semejanza entre los triángulos y establezcan el nombre del criterio implicado.

A continuación se presentan las preguntas hechas por los profesores y las respuestas dadas por los estudiantes.

Docentes: ¿Cuáles son los lados que conforman cada triángulo?

Estudiantes: El primero está conformado por el poste, la proyección del poste y una parte de rayo de luz, y el segundo por el joven, la proyección del joven y un segmento del considerado rayo de luz.

Docentes: ¿Cómo es la posición del poste respecto a su proyección?

Estudiantes: Perpendicular a su proyección

Docentes: ¿Cómo es el ángulo entre el poste y su proyección?

Estudiantes: El ángulo es recto

Docentes: ¿Cómo es la posición del joven respecto a su proyección?

Estudiantes: Perpendicular a su proyección

Docentes: ¿Cómo es el ángulo entre el joven y su proyección?

Estudiantes: El ángulo es recto

Docentes: ¿Qué puedes decir de las proyecciones?

Estudiantes: Que recaen sobre una misma superficie

Que son paralelas

Ambas son horizontales

Que la proyección del poste contiene a la del joven

Docentes: ¿Qué puedes decir del rayo de luz?

Estudiantes: Que une los extremos tanto del poste y su proyección como del joven y su proyección

Docentes: ¿Cómo es la posición del poste respecto al joven?

Estudiantes: De Paralelismo

Docentes: ¿Por qué razón?

Estudiantes: Porque son perpendiculares a sus superficies

Docentes: ¿Qué tienen en común el poste y el joven?

Estudiantes: Tienen una misma posición

Son perpendiculares a su proyección

Docentes: ¿Que características tienen en común los triángulos formados?

Estudiantes: Tienen un ángulo recto

Tanto el poste y el joven son perpendiculares a sus proyecciones

Ambas proyecciones recaen sobre una misma superficie

Ambas proyecciones son horizontales

Comparten un mismo vértice (formado por el final de las proyecciones y el rayo de luz)

Que utilizan el mismo rayo de luz

Consideramos que este proceso contribuyó a que los estudiantes que aún no habían entendido las condiciones necesarias para establecer si dos triángulos son semejantes lo lograran.

Después de un flyback los docentes retoman las respuestas dadas por los estudiantes y resumieron los aspectos a tener en cuenta para establecer la relación de semejanza entre los triángulos, de la siguiente manera:

- El poste y el joven son paralelos por ser perpendiculares a sus proyecciones.
- Tanto en el poste y su proyección como en el joven y su proyección se forma un ángulo recto.
- Las proyecciones son paralelas y tienen un mismo final.

Con estas condiciones los alumnos dedujeron el criterio L.A.L y se estableció la semejanza entre los triángulos construidos.

A continuación se aplican los conocimientos de la proporcionalidad para establecer la proporción entre los lados correspondientes y hallar la longitud de la proyección del joven.

La longitud del poste es a la longitud del joven como la longitud de la proyección del poste es a la longitud de la proyección del joven, es decir,

$$\frac{8}{4} = \frac{1.8}{x}$$

donde x es la magnitud de la proyección del joven,

Después de un proceso aritmético se encontró, que x tenía un valor de 0.9mts. Lo que dio lugar a decir que el joven debía ponerse a 0.9mts. del final de las proyecciones o sino a 3.1mts. del poste.

Considerando que para ser la primera vez que los estudiantes se enfrentan a una situación problemita, el trabajo que hicieron fue interesante.

Pasamos ahora a describir lo sucedido en los demás talleres sin entrar en detalle por cuestiones de tiempo.

En el taller No. 4 los estudiantes nuevamente no veían como aplicar los conceptos discutidos a fin de obtener una respuesta adecuada en poco tiempo, utilizaron herramientas geométricas en el abordaje de la situación, explorando una variedad de modelos hasta encontrar el modelo que más se adaptara a las condiciones que presagiaban a la situación y tuvieron en cuenta algunas sugerencias de los profesores para dar con el nombre del criterio implicado.

Al parecer en el taller No. 5 los estudiantes no tuvieron inconveniente en la construcción del modelo ni deducir con el nombre del criterio implicado en la situación puesto que habían trabajado algo similar en el taller dinamizador.

Hay que destacar que los estudiantes se introdujeron a la noción de sucesión en la hubo determinación de un patrón que regulaba la modelación de la situación.

En cuanto a los talleres No. 6, 7 y 8 los estudiantes en vista de que éstas situaciones eran muy similares a las anteriores, utilizaron los mismos tratamientos y procedimientos, para la modelación y deducción del nombre del criterio que establecía la congruencia de triángulos en cada una de las situaciones. Tuvieron presente, que en vez de considerar la proporcionalidad entre los lados correspondientes tuvieran en cuenta lados correspondientes de igual tamaño.

Consecutivamente en el taller No. 9 los grupos fueron mucho más creativos y recursivos con el modelado de la situación, para ello consideraron primero explorar formas geométricas en las que después se pudiesen formar triángulos, dando muestra que el modelo construido aparentemente se

amolda a la realidad. Y en el taller No. 10 los estudiantes siguieron los modelos convencionales como los utilizados por el señor Tales del cual se pudo deducir el criterio implicado.

Finalmente consideramos que el trabajo realizado con estas dos situaciones fue fructífero, puesto que los grupos encontraron hasta dos formas de modelar y resolver la situación, lo que verifica que se hizo un buen trabajo con la semejanza y la congruencia de triángulo.

Haciendo un análisis general del desarrollo de los talleres, observamos que los estudiantes participaron constantemente en la construcción del conocimiento a acerca de la semejanza y la congruencia de triángulos debido a que las actividades aplicadas eran de su agrado; mostraron disponibilidad para trabajar a pesar del inconveniente presentado para abordar algunas situaciones.

Entre los mayores obstáculos que los estudiantes mostraron en el desarrollo de los talleres mencionamos los siguientes:

- Presentaron dificultades en lo que respecta al establecimiento de la semejanza ó la congruencia de triángulos en las situaciones, haciéndose necesaria la orientación de los profesores de como debían trabajar para poder continuar el proceso de resolución de la situación.
- Fueron precipitados e impacientes al momento de hacer las construcciones del modelo, lo que condujo al diseño de modelos inadecuados.
- No sabía precisar cuales eran las condiciones para deducir el criterio implicado en las situaciones.

También encontramos aspectos positivos que favorecieron el desarrollo de los talleres, los cuales son:

- La participación e interés permanente reflejado en los estudiantes para construir los modelos y resolver las situaciones planteadas.
- La mayoría mostró disposición y motivación al momento de trabajar los talleres, especialmente en el taller dinamizador.
- La evolución considerable de sus preconcepciones acerca de la semejanza y congruencia de triángulos para abordar las situaciones problemáticas planteadas las cuales motivaban al estudiante a ser un buen entendedor de problemas cotidianos.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES

La experiencia durante el proceso de ejecución del trabajo de campo “La semejanza y la congruencia de triángulos” nos permite llegar a las siguientes conclusiones:

- El desarrollo de actividades encaminadas a indagar preconceptos e iniciar la red conceptual de la temática motivó el estudio y favoreció la construcción de nuevas ideas para ampliar el nivel de significación sobre ésta.
- La resolución de situaciones problemáticas ayudaron a que los estudiantes ampliaran significados y atribuyeron sentido sobre la semejanza y la congruencia de triángulos, puesto que las situaciones tratadas estaban inmersas en el ámbito cotidiano.
- Casi todas las situaciones planteadas fueron significativas para los estudiantes, puesto que tenían que ver con su entorno, lo que influyó en el proceso de resolución de las mismas.
- El trabajo en grupo, durante el desarrollo de los talleres fue trascendental pues los estudiantes poco aventajados se vieron beneficiados y apoyados por los aventajados para participar en el desarrollo de los talleres.
- La implementación del programa cabri fue un factor importante a la hora de motivar a los estudiantes, quienes exploraron y manipularon la

construcción de los modelos, posibilitando la resolución de las situaciones planteadas.

RECOMENDACIONES

El grupo de exponentes considera pertinente las siguientes recomendaciones.

- El ambiente de trabajo debe motivar a los estudiantes a sentirse cómodos, dispuesto a intervenir sin inhibiciones y cometer errores sin ser censurados.
- El profesor debe estructurar el material, el medio o la situación de enseñanza, de modo que la interacción entre el estudiante y este ambiente organizado defina el camino a seguir.
- Antes de abordar el concepto de la semejanza y la congruencia de triángulos, se requiere saber identificar los elementos de un triángulo y algunos aspectos de la geometría.
- La situación problémica debe ofrecer actividades que permitan tener experiencia con los conceptos, ideas, procedimientos que se desean aprender y oportunidades para expresar lo aprendido y para formalizarlo u organizarlo.
- Implementar el uso del programa cabri en las instituciones educativas al momento de hacer construcciones geométricas que ayuden al desarrollo del pensamiento espacial.

BIBLIOGRAFIA

FIGUEROA FLORES, Jaider; MUÑOZ ACOSTA, Jaime. Problemas de optimización, con cabri. Sincelejo 2002.

HEMMERLING, Edwin. Geometría elemental. Noriega editores. México. 2000.

LONDOÑO, Nelson; GUARIN, Hugo; BEDOÑA, Hernando. Dimensión matemática 9°. Editorial Norma. Santa fe de Bogotá. 1996.

M.E.N. Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Santa Fe de Bogotá. Julio 1998.

MORENO, Luis E. Tecnología y Representación en el Aprendizaje de las Matemáticas. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, México

NARVAEZ TUIRAN, Johana; ORTEGA JULIO, Eliana. ESTUDIO DINÁMICO DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA CON EL PROGRAMA COMPUTACIONAL CABRI GEOMETRE II. Sincelejo 2002.

Nuevas Tecnologías y Currículo de Matemáticas. Santa Fe de Bogotá. Febrero 1999.

POLYA, George. Cómo plantear y resolver problemas. Serie de matemáticas. Trillas. México. 2001.

http://www.cnice.mecd.es/Descartes/3_eso/Semejanza/Semejan1.htm

<http://www.sectormatematica.cl/media/ semejanza.htm>

<http://www.itcr.ac.cr/revistamate/GeometriaInteractiva/IIICiclo/NivelIX/ConceptodeSemejanza/SemejanzadeTriangulos.htm>

<http://www.edulat.com/3eraetapa/matematicas/3%20ano/21.htm>

<http://www.sectormatematica.cl/media/congruencia.htm>

http://docentes.uacj.mx/flopez/Cursos/Geometria/Unidades/Unidad%204/cont_unidad_iiii.htm

<http://www.comenius.usach.cl/webmat2/programa/unidad7.htm>

<http://valle.fciencias.unam.mx/~juan/congruencia/congsem.html>

http://omega.ilce.edu.mx:3000/sites/telesec/curso3/htmlb/sec_37.html

http://descartes.cnice.mecd.es/3_eso/Semejanza/Semejan2.htm

ANEXOS

ANEXO A
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

PRUEBA EXPLORATORIA

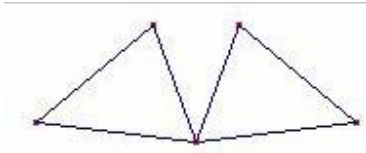
Este es un cuestionario que pretende indagar algunos aspectos relacionados con la semejanza y congruencia de triángulos. En particular queremos indagar hasta que punto sus respuestas coinciden con lo que se espera que hayan asimilado.

Este cuestionario no hace parte de la evaluación de matemáticas de su curso; por favor, antes de responderlo analice y piense muy bien su respuesta individualmente, pues estas constituyen un valioso aporte para el éxito de este trabajo.

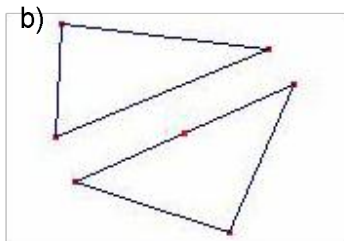
Nombre: _____ Colegio: _____
Grado: _____ Fecha: _____

1. Se dice que dos triángulos son congruentes si tienen la misma forma e igual tamaño. Entre los siguientes triángulos, escójase los que sean congruentes y diga por qué.

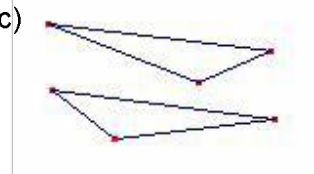
a)



b)



c)



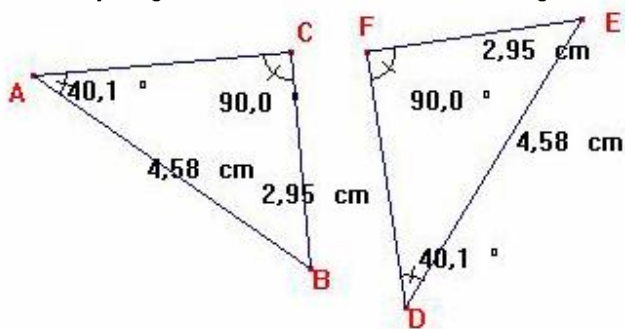
2. Si tomamos dos triángulos equiláteros de igual tamaño ¿Cómo serán sus ángulos?

Iguales _____ Diferentes _____

¿Cómo serán sus lados?

Iguales _____ Diferentes _____

3. Dados los triángulos ABC y DEF como se ilustra en la figura, que se puede decir los lados y ángulos faltantes de los dos triángulos.

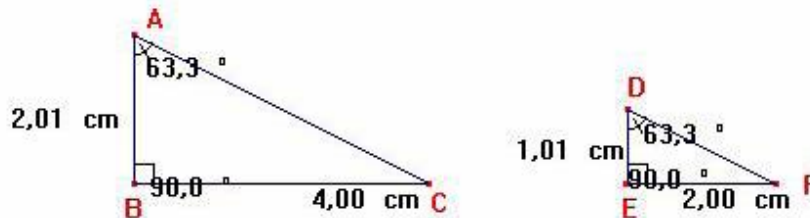


¿Son iguales estos lados? Si ☐ No ☐

¿Son iguales estos ángulos? Si ☐ No ☐

¿Estos triángulos son congruentes? Si ☐ No ☐

4. Dados los triángulos ABC y DBE como se ilustra en la figura, que se puede decir de los lados y los ángulos de los dos triángulos.

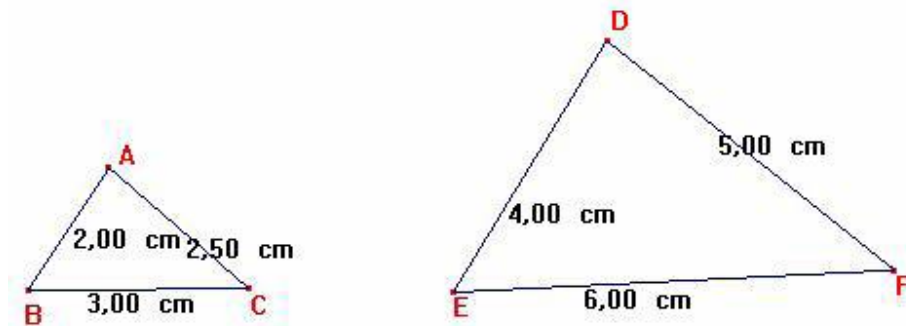


¿Cuáles lados son proporcionales? _____, _____ y _____

¿Cuáles ángulos son iguales? _____, _____ y _____

¿Los triángulos son semejantes? Si ☐ No ☐

5. Diga bajo que criterio los siguientes triángulos son semejantes.



a. AAA

b. ALA

c. LLL

d. LAL

6. Se sabe que en un mismo instante la sombra proyectada de un poste es de 6 mts y la de un bastón es de 75 cm, hallar la altura del poste, sabiendo que el bastón mide 1 mt.

ANEXO B
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

GUÍA METODOLÓGICA: Taller de familiarización No 1: **TALLER DINAMIZADOR.**

Objetivo general.

Propiciar un acercamiento a la red conceptual de la semejanza y la congruencia de figuras planas en estudiantes del grado noveno dos de la Institución Liceo Carmelo Percy Vergara de Corozal como punto de partida para organizar mediaciones que favorezcan la comprensión y aplicación de los criterios de semejanza y congruencia de triángulos.

Descripción sintética

El taller consta de una lectura motivadora: "LA SEMEJANZA Y LA CONGRUENCIA EN LA NATURALEZA", alrededor de la cual se organizan una serie de actividades sobre la temática en cuestión que atienden a la identificación e indagación de los términos y expresiones que el estudiante conoce y desconoce y la concientización de sus limitaciones con el fin de favorecer la comprensión de tal tema.

Se continúa con la evaluación y completación de la información con lo que se busca que identifique los vacíos de conocimiento y las inquietudes que genera la lectura. A partir de la revisión de las respuestas, se de cuenta de las fallas y de la necesidad de cambiarlas.

Por último se prosigue con una socialización de ideas para estimular la construcción colectiva de comprensiones y sentidos en el aula.

Metodología.

Se parte de la presentación breve del objetivo del taller, luego se solicita a los estudiantes que lean el texto y realicen las actividades que aparecen en él.

El taller se desarrolla en grupo de tres estudiantes quienes conjuntamente socializan sus experiencias con los demás grupos. No se especifica la duración de la actividad.

Se acude a la observación hecha y toma de notas de lo sucedido, como apoyo para la recolección y análisis de la información.

Evaluación.

Desde las producciones escritas de los estudiantes y conductas observables dentro y fuera del aula se espera dar cuenta de aspectos como: Actitud asumida por los estudiantes para con el desarrollo de los talleres, comunicación de ideas e inquietudes matemáticas, niveles de significación y sentido logrado y estrategias metacognitivas desarrolladas por lo estudiantes.

Recursos.

La realización del taller requiere de las fotocopias del taller, una por cada tres estudiantes, escuadra, regla y papel en blanco para el registro de las producciones escritas de los estudiantes.

Bibliografía.

http://www.cnice.mecd.es/Descartes/3_eso/Semejanza/Semejan1.htm

<http://www.sectormatematica.cl/media/semejanza.htm>

ANEXO B
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

Nombre: _____
Colegio: _____
Grado: _____
Fecha: _____

TALLER DINAMIZADOR

OBJETIVO: Propiciar un acercamiento al concepto de semejanza y congruencia de figuras planas.

Lee el siguiente texto y realiza las actividades que se encuentran en el mismo.

LA SEMEJANZA Y LA CONGRUENCIA EN LA NATURALEZA

Nuestro mundo, nos brinda la oportunidad de descubrir en él innumerables formas geométricas. Solo se requiere que prestemos un poco de atención para que empecemos a notar “similitudes” entre las características de los objetos que nos rodean. Teniendo en cuenta nuestra experiencia podemos notar que la luna y el sol se asemejan por su redondez (figura 1.1); el tablero y la puerta se asemejan por ser rectángulos (figura 1.2); los pétalos de una flor son semejantes por su forma (figura 1.3).

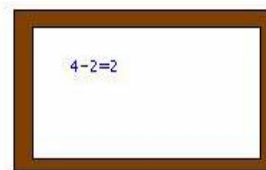


luna sol

figura 1.1



puerta



tablero

figura 1.2



figura 1.3

Vemos que cuando se utiliza el término semejanza en el lenguaje cotidiano al parecer nos referimos a:

- Un objeto que se parece a otro
- Objetos de igual tamaño
- Objetos de igual forma
- Objetos exactamente iguales

Como producto de los actos comunicativos, de la interacción social, el significado y utilización de la palabra semejanza, vemos que hace referencia a objetos que tienen una característica común como: color, forma, tamaño, entre otros.

Por ejemplo:

1. El color del automóvil de Pedro es semejante al color del automóvil de María.
2. La pelota de ping-pong es semejante a la de fútbol.
3. La llave que usa Sofía, para abrir la puerta de su casa, es semejante a la de su hermano José.

Se podrían seguir enunciando ejemplos, que pongan en evidencia lo antes planteado, muy seguramente tu puedes mencionarnos algunos, piénsalos...

Resumiendo: El uso del concepto de semejanza en el lenguaje cotidiano se refiere al "parecido", en una o más características, que pueden darse entre dos personas u objetos.

Pudiera decirse que para muchas personas se considera suficiente centrarse en una característica común entre varios objetos para garantizar la semejanza entre los mismos. Ahora veremos que tal consideración en matemáticas no es suficiente, ya que se hace necesario la utilización de otros conceptos.

El concepto de semejanza en matemática

Para desarrollar el concepto de semejanza en matemáticas se requiere la comprensión del concepto de proporcionalidad, pues este se tiene muy en cuenta para establecer semejanzas entre objetos. Para ello realicemos las siguientes actividades que ayuden a comprender mejor este concepto.

De acuerdo a la información que te brindan las figuras geométricas completa las tablas correspondientes.

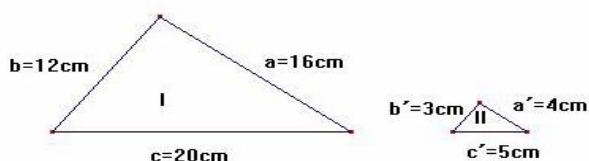
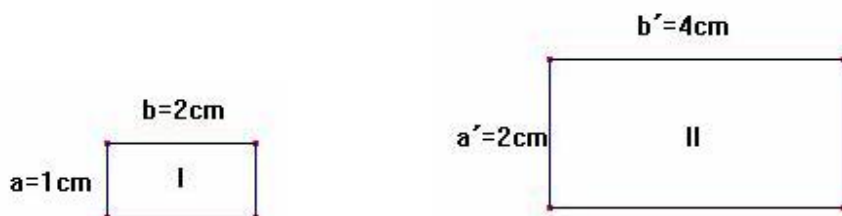


Tabla No. 1

Triangulo I	a	b	c	a/a'	b/b'	c/c'
Triangulo II	a'	b'	c'			

- Al dividir los lados correspondientes del triángulo I con respecto al triángulo II, que puedes decir de los datos obtenidos.
- Qué conclusiones pues establecer



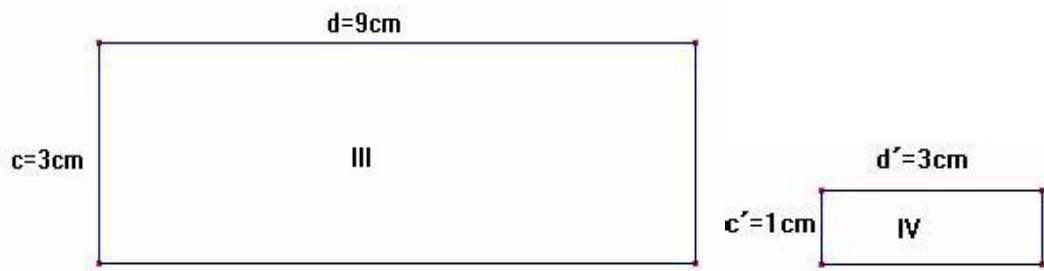


Tabla No. 2

RECTANGULO	Ancho	Largo	a/a'	b/b'	c/c'	d/d'
RI						
RII						
RIII						
RIV						

- De los datos obtenidos se puede concluir:
- Qué resultados obtienes al dividir los lados correspondientes del rectángulo I con los del rectángulo III.
- Que conclusiones puedes dar.

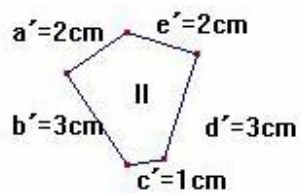
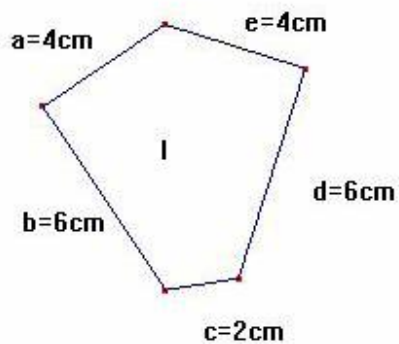


Tabla III

Pentágono I	a	b	c	d	e	a/a'	b/b'	c/c'	d/d'	e/e'
Pentágono II	a'	b'	c'	d'	e'					

Que puedes decir de las divisiones realizadas entre los lados correspondientes de los pentágonos.

Qué conclusiones puedes dar.

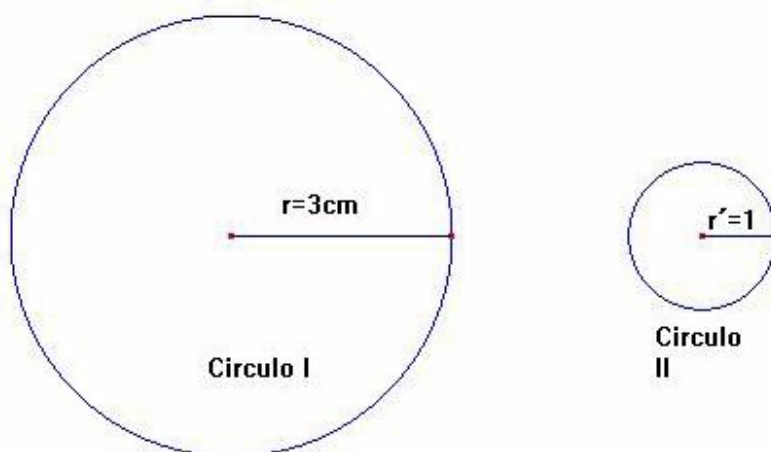


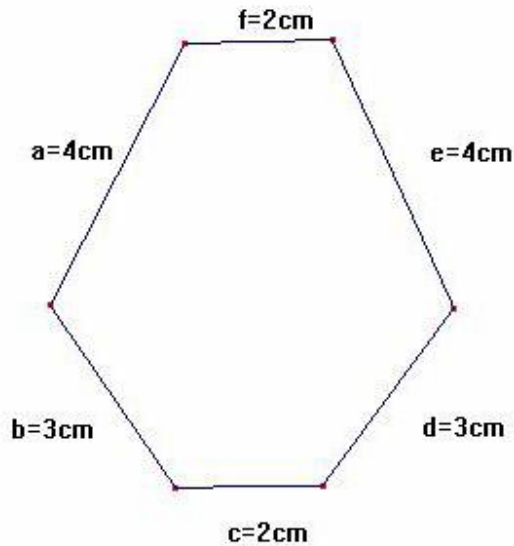
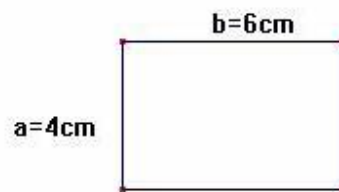
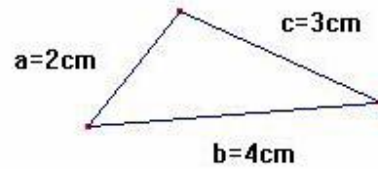
Tabla IV

Circulo	Radio	Diámetro	r/r'	d/d'
Circulo I				
Circulo II				

- Qué puedes notar al dividir los radios y diámetros de los círculos.
- Al dividir los radios de dos círculos cualesquiera se guarda una proporción.
- Que conclusiones puedes dar:

Después de realizadas las actividades que conclusiones en general puedes establecer.

Ahora que ya sabes el concepto de proporcionalidad, te invitamos a que construyas figuras proporcionales a las que se presentan:



En síntesis, en matemáticas se dice que dos objetos son semejantes si “guardan” una proporción entre sus partes correspondientes.

Otros ejemplos que ilustren la semejanza entre figuras geométricas son:

1. La construcción de modelos a escala (aviones, barcos y edificios, entre otros) se constituye en un buen ejemplo puesto que su construcción

involucra semejanza, haciendo que la maqueta sea lo más semejante posible al objeto real, además de guardar una proporcionalidad adecuada, en otras palabras, el tamaño de cada una de sus partes debe estar acorde con el tamaño que el objeto tiene en la realidad.

2. Dos fotografías de la misma persona, una de tamaño 3x4 pulgadas que luego es ampliada a 6x8 pulgadas. Ambas son semejantes puesto que tienen una misma proporción, ya que una es la ampliación de la otra tanto a lo ancho como a lo largo y con una misma razón, o sea, las divisiones de sus lados correspondientes son de igual valor.

3. Dos anillos “idénticos”, cuyos diámetros son exactamente iguales, guardan la misma proporción entre cada una de sus partes (circunferencia, radio, área, diámetro).

El último ejemplo refleja que, dos objetos que son del mismo tamaño y forma se pueden catalogar como semejantes. ¿Será que la afirmación inversa es cierta?

Así mismo, muchas veces al describir objetos con características comunes decimos que son “iguales”. Por ejemplo, se consideran iguales, billetes de la misma denominación, las celdas de un panal de abejas y piezas producidas en serie (ver figuras).

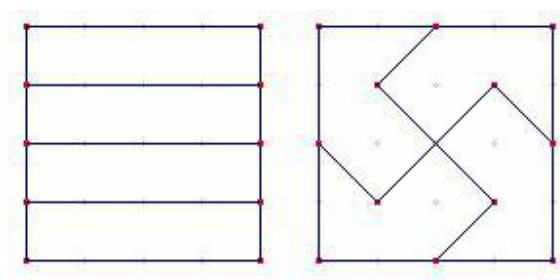


Cabe anotar que para llegar a tal conclusión no basta solo tener en cuenta la forma y tamaño sino también otras características como: peso, volumen, color, entre otros.

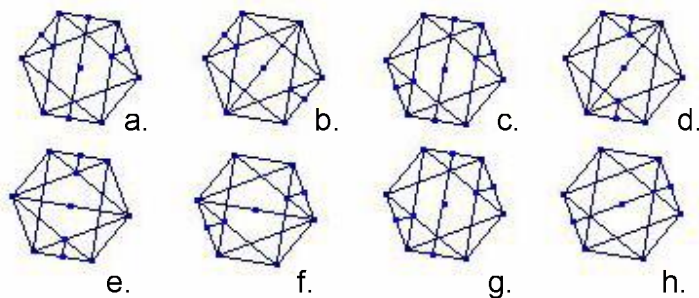
De igual forma vamos a discutir que en el lenguaje de las matemáticas solo se requiere considerar la igualdad de forma y tamaño en las figuras planas para determinar que estas son congruentes.

Realicemos las actividades siguientes que ayuden a comprender mejor el concepto de congruencia.

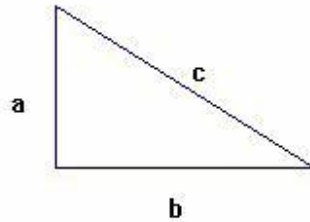
1. En este dibujo se muestran dos formas diferentes de dividir un cuadrado en cuatro partes idénticas. ¿Encuentra otras cinco formas de dividir el cuadrado?



2. Qué pares de figura idénticas hay aquí?



3. construye un triángulo de igual forma y tamaño al siguiente.



A continuación se plantean los siguientes interrogantes con el fin de que amplíen los conceptos discutidos anteriormente.

1. ¿Además de las figuras semejantes de que habla el texto que otras has notado en la naturaleza?
 2. Identifica en el contexto algunas formas semejantes auténticamente planas que tengan solo dos dimensiones)
 3. Describe figuras geométricas semejantes que se emplean en las construcciones humanas (realiza una observación en algún lugar de tu ciudad)
 4. ¿Cuál(es) de estas figuras es la que más se repite?
- ¿Has pensado la razón para que los seres humanos hallan elegido u optado por este tipo de figuras?

ANEXO C
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

GUÍA METODOLÓGICA: Taller de familiarización No. 2:

Objetivo general.

Identificar y usar las herramientas del programa cabri geometr  que ayuden a modelar situaciones problémicas referidas a la semejanza y congruencia de triángulos.

Descripción sintética.

El taller consta de una serie de construcciones geométricas en las cuales se hace uso de las herramientas del programa cabri, bajo las orientaciones de los profesores.

Metodología.

Previo presentación del objetivo del taller, se invita a lo alumnos que exploren las herramientas del programa y construyan algunas figuras geometricas que a parecen en el taller.

El taller se trabaja en grupo de dos estudiantes, para luego socializar el proceso de construcción de las figuras geométricas.

Evaluación.

A partir de las construcciones hechas por los estudiantes y conducta dentro y fuera del aula se cree dar cuenta de aspectos como: Actitud asumida por los

estudiantes para con el desarrollo de los talleres, comunicación de ideas e inquietudes matemáticas, niveles de significación y sentido logrado y estrategias metacognitivas desarrolladas por lo estudiantes.

Recursos.

La realización del taller requiere de las fotocopias del taller, una por cada dos estudiantes, computadores y papel en blanco para el registro de las producciones escritas de los estudiantes.

Bibliografía.

FIGUEROA FLORES, Jaider; MUÑOZ ACOSTA, Jaime. Problemas de optimización, con cabri. Sincelejo 2002.

ANEXO C
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

COLEGIO _____
NOMBRE _____
CURSO _____ **FECHA** _____

TALLER DE FAMILIARIZACIÓN # 2

Objetivo: Identificar y usar las herramientas del programa cabri géomètre

Después de haber explorado algunas herramientas sobre el manejo de algunos comandos del programa Cabri Géomètre. Te invitamos a realizar las siguientes construcciones geométricas.

1. Construye un triángulo cualquiera
2. Construye un triángulo equilátero.
3. Construye un rectángulo
4. Construye un cuadrado.
5. Construye un polígono.
6. Construye un pentágono regular.

Analizamos los siguientes interrogantes:

1. ¿Observas alguna diferencia entre la figura del paso 5 y el paso 6?
2. ¿Cómo construyes un triángulo equilátero y un cuadrado utilizando regla y compás?.

ANEXO D
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

GUÍA METODOLÓGICA: Taller guiado No 3: **CRITERIO LADO-ÁNGULO-LADO (L.A.L)**

Objetivo general.

Deducir las condiciones suficientes para establecer el CRITERIO LADO- - ÁNGULO- LADO (L.A.L) y la relación de semejanza entre los triángulos fruto del proceso de modelación de situaciones problemáticas planteadas, a fin de favorecer la comprensión de la semejanza de triángulos.

Descripción sintética.

El taller consiste de un problema y una pregunta central entorno a la situación planteada.

El adecuado desarrollo del taller requiere, primero comprender el problema (¿Cuál es el pregunta?, ¿Cuáles son sus datos?, ¿Cuáles son las condiciones?,...), se continua con la creación de un plan (encontrar las conexiones entre los datos y la incógnita o lo desconocido), luego se pone en práctica el plan (ejecutar lo planeado), y por último se examina lo hecho, es decir, se analiza el proceso y la solución obtenida.

Metodología.

Prevía presentación del objetivo del taller, se invita a lo alumnos que lean la situación problema y respondan la pregunta central que aparece al final del taller.

El taller se trabaja en grupo de dos estudiantes, para luego socializar los resultados con los demás compañeros y profesores.

La actividad se desarrolla aguardando los siguientes momentos:

Abordaje de la situación y aparición de desequilibrios conceptuales, la ampliación de los niveles de significación, la evaluación del proceso y representación situacional del problema.

Evaluación.

A partir de las producciones escritas de los estudiantes y conducta dentro y fuera del aula se cree dar cuenta de aspectos como: Actitud asumida por los estudiantes para con el desarrollo de los talleres, comunicación de ideas e inquietudes matemáticas, niveles de significación y sentido logrado y estrategias metacognitivas desarrolladas por lo estudiantes.

Recursos.

La realización del taller requiere de las fotocopias del taller, una por cada dos estudiantes, escuadra, regla y papel en blanco para el registro de las producciones escritas de los estudiantes.

Bibliografía.

LONDOÑO, Nelson; GUARIN, Hugo; BEDOÑA, Hernando. Dimensión matemática 9°. Editorial Norma. Santa fe de Bogotá. 1996.

<http://www.itcr.ac.cr/revistamate/GeometriaInteractiva/IIICiclo/NivelIX/ConceptodeSemejanza/SemejanzadeTriangulos.htm>

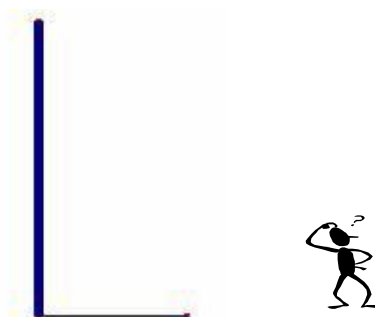
ANEXO D
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

COLEGIO _____
NOMBRE _____
CURSO _____ FECHA _____

TALLER GUIADO # 3

Objetivo: Deducir las condiciones suficientes (criterios), para establecer las relaciones de semejanza entre triángulos.

Un poste de luz de 8mts. de altura proyecta una sombra de 4mts., un joven de 1.80mts. de altura quiere colocarse en la dirección de esa proyección de tal forma que el final de ambas proyecciones concurren.



¿En qué punto de la proyección del poste debe ponerse el joven?

ANEXO E
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

GUÍA METODOLÓGICA: Taller guiado No 4: CRITERIO ÁNGULO-ÁNGULO-ÁNGULO (A.A.A)

Objetivo general.

Deducir las condiciones suficientes para establecer el CRITERIO ÁNGULO-ÁNGULO-ÁNGULO (A.A.A) y la relación de semejanza entre los triángulos fruto del proceso de modelación de situaciones problemáticas planteadas, a fin de favorecer la comprensión de la semejanza de triángulos.

Descripción sintética.

El taller consiste de un problema y una pregunta central entorno a la situación planteada.

El adecuado desarrollo del taller requiere, primero comprender el problema (¿Cuál es el pregunta?, ¿Cuáles son sus datos?, ¿Cuáles son las condiciones?,...), se continua con la creación de un plan (encontrar las conexiones entre los datos y la incógnita o lo desconocido), luego se pone en práctica el plan (ejecutar lo planeado), y por último se examina lo hecho, es decir, se analiza el proceso y la solución obtenida.

Metodología.

Prevía presentación del objetivo del taller, se invita a lo alumnos que lean la situación problema y respondan la pregunta central que aparece al final del taller.

El taller se trabaja en grupo de dos estudiantes, para luego socializar los resultados con los demás compañeros y profesores.

La actividad se desarrolla aguardando los siguientes momentos:

Abordaje de la situación y aparición de desequilibrios conceptuales, la ampliación de los niveles de significación, la evaluación del proceso y representación situacional del problema.

Evaluación.

A partir de las producciones escritas de los estudiantes y conducta dentro y fuera del aula se cree dar cuenta de aspectos como: Actitud asumida por los estudiantes para con el desarrollo de los talleres, comunicación de ideas e inquietudes matemáticas, niveles de significación y sentido logrado y estrategias metacognitivas desarrolladas por lo estudiantes.

Recursos.

La realización del taller requiere de las fotocopias del taller, una por cada dos estudiantes, escuadra, regla y papel en blanco para el registro de las producciones escritas de los estudiantes.

Bibliografía.

LONDOÑO, Nelson; GUARIN, Hugo; BEDOÑA, Hernando. Dimensión matemática 9°. Editorial Norma. Santa fe de Bogotá. 1996.

<http://www.edulat.com/3eraetapa/matematicas/3%20ano/21.htm>

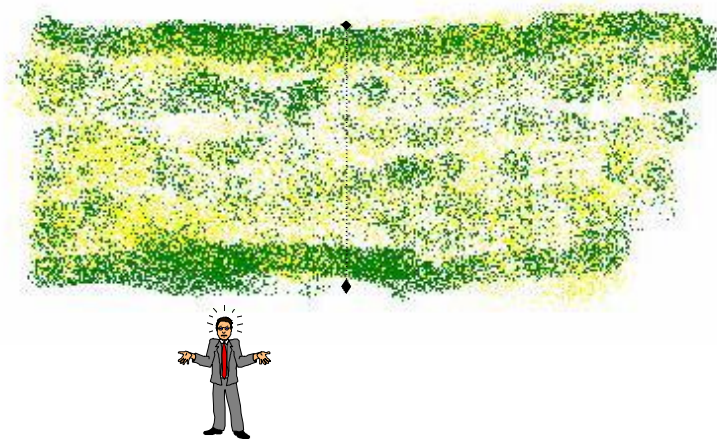
ANEXO E
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

COLEGIO _____
NOMBRE _____
CURSO _____ FECHA _____

TALLER GUIADO # 4

Objetivo: Deducir las condiciones suficientes (criterios), para establecer las relaciones de semejanza entre triángulos.

Un estudiante de noveno grado quiere conocer el ancho de un río sin atravesarlo, sabiendo que en cada orilla existe una estaca, la cual forma una línea imaginaria perpendicular con las orillas, ayúdalo a medir el ancho del río (considere las orillas paralelas).



ANEXO F
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

GUÍA METODOLÓGICA: Taller guiado No 5: **CRITERIO LADO-LADO-LADO (L.L.L)**

Objetivo general.

Deducir las condiciones suficientes para establecer el CRITERIO LADO-LADO-LADO (L.L.L) y la relación de semejanza entre los triángulos fruto del proceso de modelación de situaciones problemáticas planteadas, a fin de favorecer la comprensión de la semejanza de triángulos.

Descripción sintética.

El taller consiste de un problema y una pregunta central entorno a la situación planteada.

El adecuado desarrollo del taller requiere, primero comprender el problema (¿Cuál es el pregunta?, ¿Cuáles son sus datos?, ¿Cuáles son las condiciones?,...), se continua con la creación de un plan (encontrar las conexiones entre los datos y la incógnita o lo desconocido), luego se pone en práctica el plan (ejecutar lo planeado), y por último se examina lo hecho, es decir, se analiza el proceso y la solución obtenida.

Metodología.

Previa presentación del objetivo del taller, se invita a lo alumnos que lean la situación problema y respondan la pregunta central que aparece al final del taller.

El taller se trabaja en grupo de dos estudiantes, para luego socializar los

resultados con los demás compañeros y profesores.

La actividad se desarrolla aguardando los siguientes momentos:

Abordaje de la situación y aparición de desequilibrios conceptuales, la ampliación de los niveles de significación, la evaluación del proceso y representación situacional del problema.

Evaluación.

A partir de las producciones escritas de los estudiantes y conducta dentro y fuera del aula se cree dar cuenta de aspectos como: Actitud asumida por los estudiantes para con el desarrollo de los talleres, comunicación de ideas e inquietudes matemáticas, niveles de significación y sentido logrado y estrategias metacognitivas desarrolladas por lo estudiantes.

Recursos.

La realización del taller requiere de las fotocopias del taller, una por cada dos estudiantes, escuadra, regla y papel en blanco para el registro de las producciones escritas de los estudiantes.

Bibliografía.

LONDOÑO, Nelson; GUARIN, Hugo; BEDOÑA, Hernando. Dimensión matemática 9°. Editorial Norma. Santa fe de Bogotá. 1996.

<http://www.edulat.com/3eraetapa/matematicas/3%20ano/21.htm>

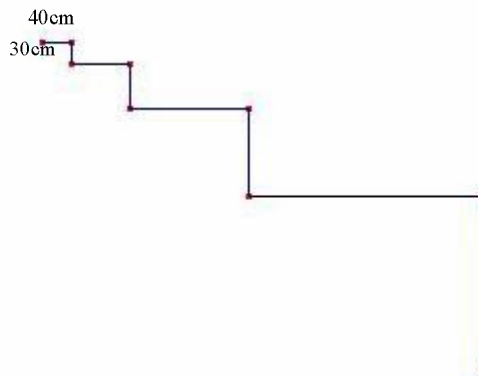
ANEXO F
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

COLEGIO _____
NOMBRE _____
CURSO _____ FECHA _____

TALLER GUIADO # 5

Objetivo: Deducir las condiciones suficientes (criterios), para establecer las relaciones de semejanza entre triángulos.

Miguel quiere construir una escalera con la siguiente condición: que el largo de todos los escalones sean iguales, pero el primer escalón tenga un ancho de 40cm y un alto de 30cm, el segundo el doble de ancho y alto que el primero, el tercero el doble de ancho y alto que el segundo y así sucesivamente.



¿Cuál es el ancho y alto del quinto escalón?

¿Si se midiese el comienzo y el final de cada escalón con una línea recta, como sería la relación entre cada una de estas longitudes?

ANEXO G
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

GUÍA METODOLÓGICA: Taller guiado No 6: **CRITERIO LADO-ÁNGULO-LADO (L.A.L)**

Objetivo general.

Deducir las condiciones suficientes para establecer el CRITERIO ÁNGULO-ÁNGULO-ÁNGULO (A.A.A) y la relación de congruencia entre los triángulos fruto del proceso de modelación de situaciones problemáticas planteadas, a fin de favorecer la comprensión de la congruencia de triángulos.

Descripción sintética.

El taller consiste de un problema y una pregunta central entorno a la situación planteada.

El adecuado desarrollo del taller requiere, primero comprender el problema (¿Cuál es el pregunta?, ¿Cuáles son sus datos?, ¿Cuáles son las condiciones?,...), se continua con la creación de un plan (encontrar las conexiones entre los datos y la incógnita o lo desconocido), luego se pone en práctica el plan (ejecutar lo planeado), y por último se examina lo hecho, es decir, se analiza el proceso y la solución obtenida.

Metodología.

Prevía presentación del objetivo del taller, se invita a lo alumnos que lean la situación problema y respondan la pregunta central que aparece al final del taller.

El taller se trabaja en grupo de dos estudiantes, para luego socializar los resultados con los demás compañeros y profesores.

La actividad se desarrolla aguardando los siguientes momentos:

Abordaje de la situación y aparición de desequilibrios conceptuales, la ampliación de los niveles de significación, la evaluación del proceso y representación situacional del problema.

Evaluación.

A partir de las producciones escritas de los estudiantes y conducta dentro y fuera del aula se cree dar cuenta de aspectos como: Actitud asumida por los estudiantes para con el desarrollo de los talleres, comunicación de ideas e inquietudes matemáticas, niveles de significación y sentido logrado y estrategias metacognitivas desarrolladas por lo estudiantes.

Recursos.

La realización del taller requiere de las fotocopias del taller, una por cada dos estudiantes, escuadra, regla y papel en blanco para el registro de las producciones escritas de los estudiantes.

Bibliografía.

LONDOÑO, Nelson; GUARIN, Hugo; BEDOÑA, Hernando. Dimensión matemática 9°. Editorial Norma. Santa fe de Bogotá. 1996.

<http://www.sectormatematica.cl/media/congruencia.htm>

http://docentes.uacj.mx/flopez/Cursos/Geometria/Unidades/Unidad%204/cont_unidad_iiii.htm

ANEXO G
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

COLEGIO _____
NOMBRE _____
CURSO _____ FECHA _____

TALLER GUIADO # 6

Objetivo: Deducir las condiciones suficientes (criterios), para establecer las relaciones de congruencia entre triángulos.

Se quiere medir la distancia entre dos puntos A y B, los cuales se encuentran separados por una montaña como lo muestra la figura.



¿Cómo harías para calcular dicha distancia si no puedes atravesar la montaña?

ANEXO H
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

GUÍA METODOLÓGICA: Taller guiado No 7: **CRITERIO ÁNGULO-LADO-ÁNGULO (A.L.A)**

Objetivo general.

Deducir las condiciones suficientes para establecer el CRITERIO ÁNGULO-LADO-ÁNGULO (A.L.A) y la relación de congruencia entre los triángulos fruto del proceso de modelación de congruencia problemáticas planteadas, a fin de favorecer la comprensión de la congruencia de triángulos.

Descripción sintética.

El taller consiste de un problema y una pregunta central entorno a la situación planteada.

El adecuado desarrollo del taller requiere, primero comprender el problema (¿Cuál es el pregunta?, ¿Cuáles son sus datos?, ¿Cuáles son las condiciones?,...), se continua con la creación de un plan (encontrar las conexiones entre los datos y la incógnita o lo desconocido), luego se pone en práctica el plan (ejecutar lo planeado), y por último se examina lo hecho, es decir, se analiza el proceso y la solución obtenida.

Metodología.

Prevía presentación del objetivo del taller, se invita a lo alumnos que lean la situación problema y respondan la pregunta central que aparece al final del taller.

El taller se trabaja en grupo de dos estudiantes, para luego socializar los resultados con los demás compañeros y profesores.

La actividad se desarrolla aguardando los siguientes momentos:

Abordaje de la situación y aparición de desequilibrios conceptuales, la ampliación de los niveles de significación, la evaluación del proceso y representación situacional del problema.

Evaluación.

A partir de las producciones escritas de los estudiantes y conducta dentro y fuera del aula se cree dar cuenta de aspectos como: Actitud asumida por los estudiantes para con el desarrollo de los talleres, comunicación de ideas e inquietudes matemáticas, niveles de significación y sentido logrado y estrategias metacognitivas desarrolladas por lo estudiantes.

Recursos.

La realización del taller requiere de las fotocopias del taller, una por cada dos estudiantes, escuadra, regla y papel en blanco para el registro de las producciones escritas de los estudiantes.

Bibliografía.

LONDOÑO, Nelson; GUARIN, Hugo; BEDOÑA, Hernando. Dimensión matemática 9°. Editorial Norma. Santa fe de Bogotá. 1996.

<http://www.sectormatematica.cl/media/congruencia.htm>

http://docentes.uacj.mx/flopez/Cursos/Geometria/Unidades/Unidad%204/cont_unidad_iiii.htm

ANEXO H
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

COLEGIO _____
NOMBRE _____
CURSO _____ FECHA _____

TALLER GUIADO # 7

Objetivo: Deducir las condiciones suficientes (criterios), para establecer las relaciones de congruencia entre triángulos.

David un estudiante de noveno grado que desea medir el ancho de un río para la construcción de un puente, cuenta con una cinta métrica y un transportador para dicha tarea ver figura).



¿Cómo harías para ayudar a David a medir el ancho del río si no cuentas con los medios para hacerlo directamente, ya que no puedes atravesarlo?

ANEXO I
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

GUÍA METODOLÓGICA: Taller guiado No 8: **CRITERIO LADO-LADO-LADO (L.L.L)**

Objetivo general.

Deducir las condiciones suficientes para establecer el CRITERIO LADO-LADO-LADO (L.L.L) y la relación de congruencia entre los triángulos fruto del proceso de modelación de situaciones problemáticas planteadas, a fin de favorecer la comprensión de la congruencia de triángulos.

Descripción sintética.

El taller consiste de un problema y una pregunta central entorno a la situación planteada.

El adecuado desarrollo del taller requiere, primero comprender el problema (¿Cuál es el pregunta?, ¿Cuáles son sus datos?, ¿Cuáles son las condiciones?,...), se continua con la creación de un plan (encontrar las conexiones entre los datos y la incógnita o lo desconocido), luego se pone en práctica el plan (ejecutar lo planeado), y por último se examina lo hecho, es decir, se analiza el proceso y la solución obtenida.

Metodología.

Prevía presentación del objetivo del taller, se invita a lo alumnos que lean la situación problema y respondan la pregunta central que aparece al final del taller.

El taller se trabaja en grupo de dos estudiantes, para luego socializar los resultados con los demás compañeros y profesores.

La actividad se desarrolla aguardando los siguientes momentos:

Abordaje de la situación y aparición de desequilibrios conceptuales, la ampliación de los niveles de significación, la evaluación del proceso y representación situacional del problema.

Evaluación.

A partir de las producciones escritas de los estudiantes y conducta dentro y fuera del aula se cree dar cuenta de aspectos como: Actitud asumida por los estudiantes para con el desarrollo de los talleres, comunicación de ideas e inquietudes matemáticas, niveles de significación y sentido logrado y estrategias metacognitivas desarrolladas por lo estudiantes.

Recursos.

La realización del taller requiere de las fotocopias del taller, una por cada dos estudiantes, escuadra, regla y papel en blanco para el registro de las producciones escritas de los estudiantes.

Bibliografía.

LONDOÑO, Nelson; GUARIN, Hugo; BEDOÑA, Hernando. Dimensión matemática 9°. Editorial Norma. Santa fe de Bogotá. 1996.

<http://www.comenius.usach.cl/webmat2/programa/unidad7.htm>

<http://valle.fciencias.unam.mx/~juan/congruencia/congsem.html>

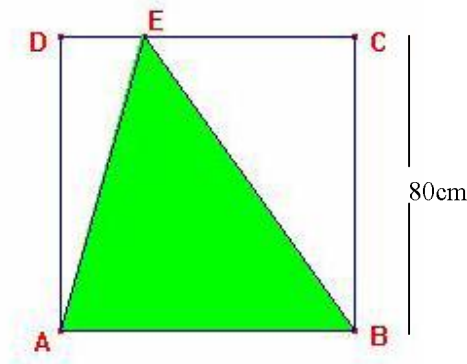
ANEXO I
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

COLEGIO _____
NOMBRE _____
CURSO _____ FECHA _____

TALLER GUIADO # 8

Objetivo: Deducir las condiciones suficientes (criterios), para establecer las relaciones de congruencia entre triángulos.

En un terreno cuadrado que mide 80 mts. Por lado, se encuentra un cultivo de maíz que ocupa una cierta cantidad del área total de dicho cuadrado (ver figura).



El área del cultivo esta representada por el triángulo ABE

¿Cuál será el área que ocupa el cultivo de maíz en el cuadrado?

¿Discute que pasa con el área que ocupa el cultivo de maíz si el punto E se mueve a lo largo del segmento DC?

ANEXO J
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

GUÍA METODOLÓGICA: Taller de profundización No 9.

Objetivo general.

Resorber problemas del entorno que involucran para su solución la aplicación de los criterios de semejanza ó congruencia de triangulo, para evaluar progresos en su comprensión.

Descripción sintética.

El taller consta de una situación problema y una pregunta central alrededor de la temática tratada.

La adecuada respuesta de la pregunta central requiere a demás de leer la situación problema, de activar conocimientos previos, de comprender el problema y modelarlo, para luego deducir y aplicar el criterio de congruencia.

Metodología.

Se da a conocer inicialmente el objetivo del taller, luego se solicita a los estudiantes que lean la situación problema y respondan la pregunta central que a parece al final

El taller se trabaja en grupo de dos estudiantes para más tarde socializar sus experiencias con los demás grupos.

Evaluación.

A partir de las producciones escritas de los estudiantes y conducta dentro y fuera del aula se cree dar cuenta de aspectos como: Actitud asumida por los estudiantes para con el desarrollo de los talleres, comunicación de ideas e inquietudes matemáticas, niveles de significación y sentido logrado y estrategias metacognitivas desarrolladas por lo estudiantes.

Recursos.

La realización del taller requiere de las fotocopias del taller, una por cada dos estudiantes, escuadra, regla, transportador y papel en blanco para el registro de las producciones escritas de los estudiantes.

Bibliografía.

LONDOÑO, Nelson; GUARIN, Hugo; BEDOÑA, Hernando. Dimensión matemática 9°. Editorial Norma. Santa fe de Bogotá. 1996.

http://omega.ilce.edu.mx:3000/sites/telesec/curso3/htmlb/sec_37.html

http://descartes.cnice.mecd.es/3_eso/Semejanza/Semejan2.htm

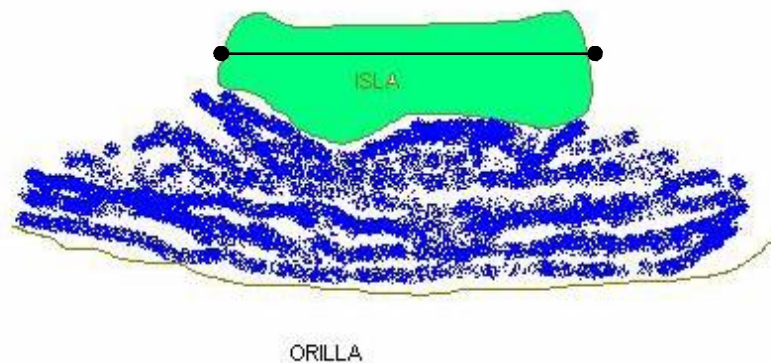
ANEXO J
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

COLEGIO _____
NOMBRE _____
CURSO _____ FECHA _____

TALLER DE PROFUNDIZACIÓN # 9

Objetivo: Resolver problemas del entorno que involucren para su solución la aplicación los criterios de semejanza ó congruencia de triángulos.

Camilo desea conocer la longitud de una isla que observa desde la orilla de una playa, pero sin dejar la orilla (ver figura)



¿Cómo harías para ayudar a Camilo a que conozca la longitud de la isla sin dejar la orilla?

ANEXO K
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

GUÍA METODOLÓGICA: Taller de profundización No 10.

Objetivo general.

Resorber problemas del entorno que involucran para su solución la aplicación de los criterios de semejanza ó congruencia de triángulo, para evaluar progresos en su comprensión.

Descripción sintética.

El taller consta de una situación problema y una pregunta central alrededor de la temática tratada.

La adecuada respuesta de la pregunta central requiere a demás de leer la situación problema, de activar conocimientos previos, de comprender el problema y modelarlo, para luego deducir y aplicar el criterio de congruencia.

Metodología.

Se da a conocer inicialmente el objetivo del taller, luego se solicita a los estudiantes que lean la situación problema y respondan la pregunta central que a parece al final

El taller se trabaja en grupo de dos estudiantes para más tarde socializar sus experiencias con los demás grupos.

Evaluación.

A partir de las producciones escritas de los estudiantes y conducta dentro y fuera del aula se cree dar cuenta de aspectos como: Actitud asumida por los estudiantes para con el desarrollo de los talleres, comunicación de ideas e inquietudes matemáticas, niveles de significación y sentido logrado y estrategias metacognitivas desarrolladas por lo estudiantes.

Recursos.

La realización del taller requiere de las fotocopias del taller, una por cada dos estudiantes, escuadra, regla, transportador y papel en blanco para el registro de las producciones escritas de los estudiantes.

Bibliografía.

LONDOÑO, Nelson; GUARIN, Hugo; BEDOÑA, Hernando. Dimensión matemática 9°. Editorial Norma. Santa fe de Bogotá. 1996.

http://omega.ilce.edu.mx:3000/sites/telesec/curso3/htmlb/sec_37.html

http://descartes.cnice.mecd.es/3_eso/Semejanza/Semejan2.htm

ANEXO K
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

COLEGIO _____
NOMBRE _____
CURSO _____ FECHA _____

TALLER DE PROFUNDIZACIÓN # 10

Objetivo: Resolver problemas del entorno que involucren para su solución la aplicación los criterios de semejanza ó congruencia de triángulos.

A Carmelo le propone el profesor de matemáticas como trabajo final determinar la distancia de un barco a la costa estando en lo alto de una montaña que mide 20mts. de altura (ver figura).



¿De qué se valdría Carmelo para calcular dicha distancia?

ANEXO L: Pruebas fotográficas



