EXPERIENCIA INVESTIGATIVA SOBRE EL TEOREMA DE PITAGORAS: UN REPORTE CON LA GEOMETRÍA DINAMICA

LEONARDO JESUS JIMÉNEZ TURIZO
ROBERTO CARLOS RIVERO OSUNA
SEGUNDO MANUEL MONTES VILORIA

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA
2005

EXPERIENCIA INVESTIGATIVA SOBRE EL TEOREMA DE PITAGORAS: UN REPORTE CON LA GEOMETRÍA DINAMICA

LEONARDO JESUS JIMÉNEZ TURIZO
ROBERTO CARLOS RIVERO OSUNA
SEGUNDO MANUEL MONTES VILORIA

Director.
EUGENIO THERÁN PALACIO
Esp. Educación matemática

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA

2005

NOTA DE ACEPTACIÓN

____

____

____

____

JURADO

____

JURADO

____

JURADO

____

DIRECTOR DE TRABAJO DE GRADO

Ni la mano vacía, ni el intelecto abandona así mismo son de mucho valor; la actividad se lleva a cabo con instrumentos y medios.

BACON

A Dios, el Padre
Celestial que
nos ha dado el
don de la vida y
nos ha permitido
clarificar
nuestros
pensamientos
matemáticos, en
la construcción
de una propuesta

pedagógica
mediada por la
tecnología.

LOS AUTORES

AGRADECIMIENTO

Los autores de la propuesta pedagógica mediada por el uso de la calculadora graficadora y algebraica, expresan sus más sinceros agradecimientos a:

Los estudiantes de séptimo grado grupo cinco vespertino del I.E.E.N.S.C., por su interés y participación activa.

La UNIVERSIDAD DE SUCRE, por brindarnos la oportunidad de seguir contribuyendo al mejoramiento de nuestra educación como educadores matemáticos en nuevas tecnologías computacionales. ¡Gracias por siempre!

La institución educativa ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE COROZAL por su apertura y colaboración al facilitar sus aulas e instrumento tecnológico (Calculadoras TI 92 Plus).

Eugenio Teherán Palacio, inquieto profesor en uso de nuevas tecnologías computacionales en el currículo de matemáticas por la dirección del trabajo.

José Gregorio Mendoza, que nos brindo sus orientaciones durante la ejecución de este trabajo.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN 10

1. PROBLEMA 12

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA. 12

1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA 14

2. OBJETIVOS 15

2.1. OBJETIVO GENERAL 15

2.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS 15

3. JUSTIFICACIÓN 17

4. MARCO TEÓRICO 20

4.1. ANTECEDENTES 20

4.2. BASES TEORICAS 23

4.2.1. Mediación instrumental. 23

4.2.2. Sistemas de representación ejecutables. 25

4.2.3. La cognición situada. 25

4.2.4. Exploración-sistematización. 26

4.2.5. Fluidez algorítmica. 26

4.2.6. Fluidez conceptual. 26

4.2.7. El aprendizaje significativo en situaciones escolares 26

4.2.8. Aprendizaje cooperativo y proceso de enseñanza. 27

4.2.9. Aprendizaje colaborativo. 28

4.2.10. La calculadora. 30

4.2.11. Ordenadores, calculadoras y la enseñanza de las matemáticas. 32

5. DISEÑO METODOLÓGICO 41

5.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN 41

5.2. UNIVERSO 41

5.3. MUESTRA 42

5.4. TECNICAS E INSTRUMENTOS 42

5.4.1.OBSERVACIÓN DIRECTA 42

5.4.2. ENCUESTA 42

5.4.3. GUIA DE TRABAJO 42

5.4.4. TALLER 43

5.4.5.DIARIO DE CAMPO 43

5.5 FASES DEL PROYECTO 43

5.6 PLAN DE ACTIVIDADES 44

6 SISTEMATIZACION DE LA EXPERIENCIA 45

CONCLUSIONES 60

RECOMENDACIONES 61

BIBLIOGRAFIA. 62

ANEXOS 64

LISTA DE ANEXOS

Pág.

Anexo 1. Encuesta Dirigida A Estudiantes 65

Anexo 2. Generalización Del Teorema De Pitágoras 66

Anexo 3. Introducción A La Calculadora Ti92 + 71

Anexo 3.1. Introducción Al Programa De Geometria Cabri Géomètre 74

Anexo 4. Listado De Los Estudiantes 78

INTRODUCCIÓN

Uno de los teoremas más famosos y que ha suscitado innumerables demostraciones y diversas presentaciones es el teorema de Pitágoras. Este teorema aunque ha sido atribuido a Pitágoras, no se puede desconocer que ya era conocido por los babilonios. El nombre de Pitágoras es en razón a que a él se le atribuye su primera demostración[1] .

Esta propuesta pretende contribuir con la construcción del conocimiento matemático a través de la exploración del Teorema de Pitágoras utilizando las potencialidades de la mediación instrumental de las calculadoras graficadoras y algebraicas buscando generar fluidez algorítmica y conceptual, capacidad de argumentación y posibilidades de generalización de la relación pitagórica en los estudiantes de séptimo grupo cinco vespertino de la Institución Educativa Escuela Normal Superior de Corozal.

Las teorías que sustentan la investigación están enmarcadas en el principio de mediación instrumental, la exploración, los sistemas de representación ejecutables, la fluidez algorítmica y fluidez conceptual, la cognición situada, los principios de aprendizaje significativo, aprendizaje cooperativo y colaborativo.

La propuesta está enmarcada dentro del tipo de investigación-acción, ya que ésta asume que es necesario involucrar a los grupos en la generación de su propio

[1] Los números una historia para contar. Bernardo Recaman Santos. Taurus, 2002.

conocimiento y en la sistematización de su propia experiencia. Además, supone que debe darse una íntima relación entre la producción de conocimiento y los esfuerzos para realizar un cambio.

La propuesta es viable por cuanto se cuenta con el respaldo de las directivas de la Institución, así como la capacidad instalada de un aula para trabajar con las calculadoras TI-92 plus, junto con otros accesorios como lo son el TI-graph link y el view screen. Así como también, existe gran interés de parte de los investigadores, quienes enriquecen sus concepciones y visiones que propenden por un enriquecimiento cultural y académico institucional.

1. PROBLEMA

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El problema objeto de estudio tiene que ver con la enseñanza y aprendizaje de de corte tradicional del Teorema de Pitágoras, el cual es presentado desde el punto de vista geométrico y algebraico privilegiando los procesos memorísticos de reproducción de números que cumplan con la relación pitagórica en los en los cursos de educación básica y media.

Esta situación fue observada en la institución educativa Escuela Normal Superior de Corozal y se refleja en el *desconocimiento* en los estudiantes de las bondades de este teorema y las diferentes maneras cómo podría ser abordado pasando por los sistemas de representación tabular, gráfico, algebraico y geométrico y las posibilidades de concretizarlo con actividades de medición de objetos reales y de incursionar en los números irracionales, así como su generalización para otros polígonos regulares y no regulares. De Igual manera, a nivel cognitivo, se puede decir que el desempeño de los estudiantes no ha sido el mejor, evidenciado en los resultados obtenidos en las pruebas Saber e Icfes, específicamente en el pensamiento variacional donde persisten las dificultades para una verdadera comprensión de estos contenidos matemáticos.

En el contexto didáctico, se hace necesario “estudiar las posibilidades que brindan las nuevas tecnologías y desplegar toda nuestra creatividad e imaginación, para encontrar las mejores formas de llevarlas al aula y utilizarlas para potenciar el desarrollo integral de nuestros estudiantes. Hacer caso omiso de las nuevas tecnologías en la enseñanza está creando una barrera entre la vida diaria de los estudiantes y las experiencias que tienen en la escuela. Para que la educación matemática responda a las necesidades actuales y del futuro, debe dar cabida ahora a las herramientas tecnológicas y hacer grandes esfuerzos para buscar la mejor manera de utilizarlas" (MEN, 1998).

Es por cuanto que se pretende mostrar cómo son los procesos de apropiación del conocimiento matemático mediados con las calculadoras graficadoras y algebraicas (TI-92 Plus), es decir, cómo se genera fluidez algorítmica y conceptual a partir de diferentes sistemas de representación, mediante procesos de exploración, indagación y construcción alrededor de los pensamientos geométrico y variacional y mejorar en alguna medida los resultados obtenidos por los estudiantes en las pruebas SABER e ICFES. Para ello se utilizan las guías de trabajo y talleres.

A nivel internacional y nacional son muchos los trabajos que se han escrito sobre el Teorema de Pitágoras, pero la gran mayoría de ellos no muestran explícitamente su generalización sin mostrar argumentos de cómo se dan estas relaciones. Con este trabajo se busca mirar como se da esta exploración no sólo con polígonos regulares, sino con polígonos irregulares aprovechando la mediación instrumental de las calculadoras graficadoras y algebraicas y el software Cabri Geómetrè que trae incorporado el editor de datos, con lo cual se espera generar un universo de posibilidades que anteriormente no se podían mirar desde la geometría con lápiz y papel.

1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

La enseñanza tradicional del teorema de Pitágoras genera aprendizajes memorísticos que luego los estudiantes olvidan fácilmente, puesto que ésta forma de enseñanza está centrada en el uso de la fórmula y no considera la nueva visión de la matemática escolar, en especial, privilegiar el uso de nuevas tecnologías para explorar las posibilidades de generalización de la relación pitagórica con otras figuras geométricas. Este olvido se evidencia en los resultados obtenidos por los educandos en las pruebas SABER e ICFES y otros contextos matemáticos que requieran de este teorema.

2. OBJETIVOS

2.1. OBJETIVO GENERAL

Generar aprendizajes significativos través de la exploración del Teorema de Pitágoras utilizando las potencialidades de la mediación instrumental de las calculadoras graficadoras y algebraicas para un mejoramiento de los resultados arrojados por las pruebas SABER e ICFES en los estudiantes de séptimo grado de la Escuela Normal Superior de Corozal.

2.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS

2.2.1 Generar fluidez algorítmica mediante la aplicación del Teorema de Pitágoras usando los sistemas de representación tabular, gráfico, algebraico y geométrico, haciendo el tránsito entre cada uno de ellos.

2.2.2 Comprometer a los estudiantes en una exploración dirigida sobre las triplas de números que satisfacen el teorema de Pitágoras.

2.2.3 Estimular en los estudiantes la habilidad para el planteamiento y verificación de hipótesis matemáticas con relación al teorema de Pitágoras para que les permitan posteriormente examinar demostraciones gráficas del mismo.

2.2.4 Mejorar los resultados obtenidos por los estudiantes en las pruebas Saber e Icfes del grado séptimo grupo cinco de la I.E.E.N.S.C.

3. JUSTIFICACIÓN

Los docentes de matemáticas han venido explorando con la enseñanza de los conceptos de esta disciplina la incorporación de las nuevas tecnologías, pero falta avanzar pues, como lo plantea la nueva visión de la matemática escolar (MEN, 1998):

Las nuevas tecnologías no sólo han hecho más fáciles los cálculos y la elaboración de gráficas, sino que han cambiado la naturaleza misma de los problemas que interesan a las matemáticas y los métodos que usan los matemáticos para investigarlos.

En este sentido, se propone la realización de una experiencia que permita evidenciar la verificación y exploración del Teorema de Pitágoras para favorecer el desarrollo de competencias interpretativas y argumentativas en los estudiantes.

Con este trabajo se pretende, además, contribuir al mejoramiento de los resultados obtenidos por los estudiantes en las pruebas Saber e Icfes que no han sido los más satisfactorios para la institución especialmente en lo referido al pensamiento variacional. También se pretende mostrar los procesos de apropiación del conocimiento matemático mediados con las nuevas tecnologías en un grupo de estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa Escuela Normal Superior de Corozal (I.E.E.N.S.C.).

Las nuevas tecnologías propenden por el mejoramiento de la calidad educativa, en este sentido con la implementación de esta investigación se trata de contribuir con la dinamización de los procesos metodológicos en la Institución Educativa Escuela Normal Superior de Corozal, así mismo sus resultados darán muestra del grado de apropiación de las nuevas tecnologías para construir conocimiento matemático en la población objeto de estudio.

La importancia del trabajo se confirma en que:

- Contribuye a la generación de aprendizajes significativos en torno al Teorema de Pitágoras.
- Muestra nuevas formas de abordar temas o tópicos específicos de las matemáticas.
- Propende por el mejoramiento en la comprensión de las matemáticas que se reflejen en resultados satisfactorios en las pruebas realizadas por los estudiantes a nivel nacional (Saber e Icfes.)
- Contribuye a nuevas dinámicas de enseñanza y aprendizajes en el aula dialógicas e interactivas.
- Las interacciones grupales se fortalecen en la medida en que lleguen a consensos y acuerdos previos, argumentaciones y puestas en común.
- Se privilegia la construcción del conocimiento matemático a partir de la mediación instrumental de la calculadora en la cual el docente dinamizar y facilita el proceso.

El trabajo es pertinente por cuanto es necesario reflexionar acerca de la exigencia que impone una sociedad que incorpora cada vez más la tecnología, coherentemente con las políticas derivadas de la ley general de educación y de los lineamientos curriculares y en los estándares de matemáticas.

La viabilidad de la propuesta está garantizada ya que se cuenta con el respaldo de las directivas de la Institución así como la capacidad instalada de un aula para trabajar con las calculadoras TI-92 plus, junto con otros accesorios como el TI-graph-link (cable de conexión entre la calculadora y el PC) y el view screen (pantalla líquida para retroproyección). Igualmente existe gran interés en los proponentes quienes enriquecen sus concepciones y visiones durante el proceso investigativo.

4. MARCO TEÓRICO

4.1. ANTECEDENTES

Dentro de los trabajos realizados en este tópico a nivel local se pueden referenciar el siguiente que constituyó la base para seguir adelantando procesos dinamizadores en el aula:

- Reporte de la Sistematización de la experiencia de aula *"Generalización del Teorema de Pitágoras"*, realizada por Eugenio Therán y José Mendoza, desarrollada con un grupo de estudiantes de los grados decimos de la I.E.E.N.S.C., en este reporte se pretendía mostrar cómo son los procesos de apropiación del conocimiento matemático mediados con las calculadoras, mirando como se da la ampliación de las redes conceptuales en los estudiantes a partir de la puesta en común de conclusiones referidas a propiedades y relaciones deducidas en el desarrollo de la actividad, así como también generar fluidez algorítmica y conceptual a partir del abordaje de distintos sistemas de representación mediante procesos de exploración, construcción y puesta en común de las apreciaciones suscitadas en la experiencia de aula, aprovechando la mediación instrumental.

A nivel nacional se resalta el trabajo[2] de JIMÉNEZ, Yairis y ALVAREZ, Cándida, quienes plantearon la necesidad de reflexionar sobre la importancia histórica y epistemológica del Teorema de Pitágoras, teniendo en cuenta el aspecto matemático y didáctico. Mediante observaciones directas, las autoras manifiestan que en la enseñanza no se hace énfasis en los conceptos, generando problemas en los estudiantes para aplicar eficazmente sus conocimientos a situaciones nuevas. La investigación pretendió satisfacer el siguiente interrogante "¿Podrán las situaciones problemas conducir a un aprendizaje significativo del Teorema de Pitágoras para triángulos rectángulos?". El trabajo investigativo se realizó en sesiones de carácter constructivo analizando cada instante de su desarrollo, aplicado a los estudiantes del grado séptimo del Colegio Nacional Garupal, Dpto. del Cesar, jornada vespertina, deduciéndose los siguientes aspectos:

- Con el uso de elementos creativos utilizados como mediadores entre ellos el geoplano, los rompecabezas pitagóricos y otros implementos geométricos tradicionales, los estudiantes aprendieron y reforzaron los conocimientos de forma divertida

- Con el planteamiento de situaciones problemas, los estudiantes manifestaron interés y compararon al mismo tiempo con situaciones de la vida diaria, mostrando que es importante que el educando reformule o rediseñe sus propios problemas teniendo en cuenta aspectos como la comprensión, el procedimiento, la reflexión de situaciones problemas, la capacidad, la argumentación y la interpretación frente a los procesos.

[2] Aprendizaje del teorema de Pitágoras para triángulos rectángulos a partir de situaciones problemas. Para obtener el título de licenciado en matemáticas de la Universidad Popular del Cesar.

- El trabajo en el aula proporcionó suficiente espacio para el razonamiento y la reflexión durante el aprendizaje del teorema.

La formulación de la relación pitagórica, como un argumento para consolidar el área como magnitud: el papel de la figura, Olga Lucia León Corredor, Universidad del Valle. Con este trabajo se proponía: Estudiar las diferentes formas de aprehensión figural y su efecto en la formulación pitagórica, analizar la construcción de la Relación pitagórica como un argumento geométrico y su apoyo en la experiencia figural. El uso de las figuras en las actividades geométricas a generado diversas posturas: Las que sostienen que las figuras en matemáticas tienen un uso sicológico pero no prueban nada y las que afirman que, aunque la figura pueda llevar a errores, en cualquier caso las figuras son mucho más que ayudas sicológicas. En esta última postura, los procesos de exploración y anticipación que la figura genera, en la resolución de un problema o en la búsqueda de una prueba, conforman un tipo de conducta que limita de entrada la clase de hipótesis o de alternativas que han de considerarse. Por otra parte, en el caso de la geometría euclidiana existe un acceso intuitivo a través de las representaciones figurales para los objetos de esta geometría. En particular, se consideró el primer sentido que se le asigna a la relación pitagórica en el contexto del libro primero de la obra euclidiana. La relación pitagórica es una relación aditiva entre áreas. Se manifiestan dos componentes que hacen parte del sentido de una proposición: La del contexto global (la obra euclidiana), que determina el que sea una relación que permite la suma de áreas, y la del contexto local (proposición 47) que determina un estatus operatorio consolidándola como la conclusión de la proposición 47. La proposición 47 es el teorema de la suma de las áreas de los cuadrados, considerado como el teorema que permite realizar la suma de áreas.

4.2. BASES TEORICAS

Las teorías que sustentan este trabajo están enmarcadas en el principio de mediación instrumental, la exploración, los sistemas de representación ejecutables, la fluidez algorítmica y fluidez conceptual, la cognición situada, los principios de aprendizaje significativo, aprendizaje cooperativo y colaborativo; las teorías sicogenéticas y sicosociales del aprendizaje.

4.2.1. **El principio de la Mediación instrumental.** Se expresa así: “todo acto cognitivo está mediado por un instrumento que puede ser material o simbólico”.[3] En este principio convergen tanto la naturaleza mediada de la actividad cognitiva, como la inevitabilidad de los recursos representacionales para el desarrollo de la cognición. No hay actividad cognitiva al margen de la actividad representacional (Wertsch, 1993).

[3] Ministerio De Educación Nacional. Proyecto Incorporación De Nuevas Tecnologías Al Currículo De Matemáticas De La Educación Media De Colombia. Fase De Profundización Y Expansión, 2001, p. 83.

El desarrollo de las ciencias naturales y de las matemáticas constituye un escenario rico en ilustraciones del principio. Por ejemplo, en el desarrollo de la biología. ¿Sería concebible en este momento imaginar el estado actual de estas disciplinas sin los recursos tecnológicos que se han desarrollado simultáneamente con sus cuerpos conceptuales? El microscopio no solamente es un instrumento que "ayuda" al patólogo experimental, favoreciéndole el acceso a un nivel de estructuración de la realidad imposible de alcanzar sin dicho instrumento. Entonces, su acción cognitiva (la del patólogo, en nuestro ejemplo) está mediada por el microscopio y el conocimiento producido está afectado de modo sustancial por el mencionado instrumento.[4]

Conviene recalcar que el instrumento a que se refiere este principio, puede ser un instrumento material o simbólico. En el caso de las matemáticas, la mediación se ha dado esencialmente a través de los sistemas semióticos de representación. La historia de dichos sistemas va exhibiendo las transformaciones conceptuales a que han dado lugar en el desarrollo de las matemáticas (Duval, 1998). El proceso de articulación entre el concepto matemático (el "objeto" matemático) y sus representaciones es un proceso de mutua constitución. Podría decirse que la evolución de los sistemas semióticos de representación, en el caso de las matemáticas, han pasado por diversas etapas entre las cuales vale la pena señalar la siguiente: la separación entre las representaciones mentales y las representaciones semióticas. Hay entonces una predominancia de las representaciones semióticas en cuanto a las relaciones con el objeto. Por ejemplo,

[4] Ibid, p. 83.

enfrentados al estudio de las rectas tangentes, los matemáticos del siglo XVII tuvieron que abandonar la idea de la recta tangente como ese objeto ideal que "sólo toca en un punto a la curva" ante los ejemplos de puntos de inflexión en los cuales la tangente atraviesa a la curva. Hubo que tomar una decisión entre el objeto mental (ideal) y lo que las representaciones algebraicas imponían como necesario. Otro momento significativo en el desarrollo de los sistemas de representación matemáticos, se da cuando se logra trabajar con las representaciones como si fueran el objeto. La manera de trabajar con los números reales mediante su sistema de representación decimal, es un ejemplo paradigmático de esta etapa.[5]

4.2.2. **Sistemas de representación ejecutables.** Los sistemas de representación son instrumentos de mediación y no se puede hablar de un objeto matemático sino a través de sus formas de representación. Los sistemas de representación que se usan en matemáticas tienen su origen cultural y por lo tanto hay una dimensión cultural en el conocimiento que se produce con el auxilio de su mediación. Las formas de representación dadas por la calculadora o el computador son representaciones *ejecutables*.

4.2.3. **La Cognición Situada.** El conocimiento y el aprendizaje son por su naturaleza situados, es decir, dependen fuertemente en su construcción de la

[5] Ibíd. p. 84.

especificidad del contexto. Los instrumentos computacionales otorgan una direccionalidad al proceso de construcción del conocimiento.[6]

4.2.4. **Exploración y sistematización**. Dinámica de la dialéctica entre exploración y sistematización como actividades que desencadenan la matematización que hace el estudiante.[7]

4.2.5. **Fluidez algorítmica.** Se refiere a la forma cómo el estudiante genera estrategias locales de resolución de problemas con las herramientas simbólicas o materiales a su alcance y cómo va progresando en estas estrategias locales.[8]

4.2.6. **Fluidez conceptual**. Tiene que ver con el desarrollo conceptual y de articulación que va alcanzando el estudiante en el trabajo con la calculadora y cómo va progresando en el proceso de matematización.[9]

4.2.7. **El aprendizaje significativo en situaciones escolares.** Ausubel, "postula que el aprendizaje implica una reconstrucción activa de las percepciones, ideas, conceptos y esquemas que el aprendiz posee en su estructura cognitiva, donde él es un organizador activo de la aplicación, sistemático y organizado

---

[6] Lineamientos curriculares en Nuevas Tecnologías.
[7] Presentación del proyecto Incorporación de Nuevas tecnologías en el currículo de matemáticas. Fase de expansión, 2002.
[8] Ibid.
[9] Ibid.

dándole relevancia al aprendizaje por descubrimiento sin olvidar que el aprendizaje verbal significativo permite el dominio de los contenidos curriculares".

4.2.7.1. **Conductas que permiten el logro del aprendizaje significativo.** Para que solamente sea significativo el aprendizaje debe reunir varias condiciones:

- La nueva aplicación debe relacionarse de modo no arbitrario y sustancial con lo que el alumno ya sabe, dependiendo también de la aplicación de éste para aprender, así como de la naturaleza de los materiales o contenidos de aprendizaje, sin olvidar la importancia de las ideas previas que tiene el alumno como antecedentes necesarios para aprender, ya que sin ellos, aun cuando el material de aprendizaje esté bien elaborado, poco será lo que el aprendiz logre, es decir puede haber aprendizaje significativo de un material aplicación ante significativo, pero también puede darse la aplicación de que el alumno aprenda por aplicación por no estar motivado o dispuesto a hacerlo de otra forma o porque su nivel de madurez cognitiva no le permita la comprensión de contenidos de cierto nivel. En este sentido se deben resaltar dos aspectos:

a. La necesidad que tiene el docente de comprender los procesos motivacionales y afectivos subyacentes al aprendizaje de sus alumnos, así como de disponer de algunos principios efectivos de aplicación en clase.

b. La importancia que tiene el conocimiento de los procesos de desarrollo intelectual y de las capacidades cognitivas en las diversas etapas del ciclo vital de los alumnos.

4.2.8. **Aprendizaje cooperativo y proceso de enseñanza.** La posibilidad de enriquecer nuestro conocimiento está determinada por la comunicación y el contacto interpersonal, razón por la cual es importante analizar la influencia educativa que puede ejercer el docente y los compañeros de clase. Por todo esto la psicología y en particular las aproximaciones cognitivas, sociogenética y sociolingüística, se han interesado por el estudio de lo dinámica real del aula, en términos de las interacciones que ocurren entre el docente y el alumno y entre los propios alumnos.

Según Arends (1994) “las raíces intelectuales del aprendizaje cooperativo se encuentran en una tradición educativa que enfatiza un pensamiento y una práctica democrática, en el aprendizaje activo y en el respeto al pluralismo y en sociedades multiculturales”.

Según Coll y Sole (1990, Pag. 332) “en el aprendizaje cooperativo, la enseñanza puede ser descrita como un proceso continuo de negociación de significados, de establecimiento de contextos mentales comparativos, fruto y plataforma a la vez de este proceso de negociación”.

4.2.9. Aprendizaje colaborativo. Es uno de los enfoques imprescindibles en cualquier diseño curricular contemporáneo y, por supuesto es un diseño de aprendizaje en el que se incluyen los recursos informáticos.

Quienes participan en un aprendizaje colaborativo deben contar con cuatro (4) condiciones fundamentales para obtener el máximo provecho de esta forma de aprendizaje.

Todos los miembros del grupo comparten la responsabilidad para identificar lo que debe ser aprendido (contenidos), por que hay que aprenderlo (objetivos). Cómo se va aprender (métodos y recursos) y cómo se va a evaluar. El liderazgo del grupo puede ser compartido o individual temporal o relativo.

Hay libertad de expresión. Hay un clima en el grupo que permite pedir ayuda, intentar nuevas ideas o procedimientos e, incluso, estar en desacuerdo. No hace falta tener una actitud defensiva. Cada uno puede expresar opiniones que faciliten el cambio o la consecución de los objetivos del grupo.

Los miembros del grupo tienen la capacidad para dialogar y escuchar activamente, saben distinguir y buscar juntos la solución de un problema. Saben cómo dar, pedir y recibir. Están atentos a los procesos grupales. Lo que se ha hecho y cómo se ha aprendido. Se facilitan oportunidades para analizar los procesos y cambiar los objetivos y procedimientos. Se anima a todos los miembros del grupo a aplicar su aprendizaje y examinar sus experiencias en el grupo.

La acción de liderazgo del profesor al crear un grupo colaborativo para el aprendizaje con recursos informáticos es fundamental. Se trata de sentar las bases para que el grupo aprenda a crear un clima de aprendizaje, facilitar la toma de decisiones coordinando el progreso del grupo con las necesidades individuales, clasificar objetivos, utilizar distintas metodologías de trabajo, localizar fuentes de información, dialogar y respetar las opiniones de los demás, estimular el interés, favorecer la participación de todos.

Según Smith (1988) “las cuatro (4) acciones de comportamiento necesarias en un grupo de aprendizaje colaborativo son: comunicación, clima, apertura y otros comportamientos entre ellos”:

- Compartir el desarrollo y evaluación del programa.
- Ser voluntario para tareas y papeles.
- Compartir la responsabilidad cuando las cosas no van bien.
- Buscar oportunidades para mejorar los procesos.

Para aprender de forma colaborativa es necesario que los miembros del grupo cuenten con ciertas características, que no siempre se poseen, por lo tanto es necesario hacer un análisis del grupo y realizar algunas dinámicas que permitan al grupo conocerse.

4.2.10. **Teorías Psicogenéticas del Aprendizaje**. La epistemología piagetiana está construida alrededor de categorías básicas de la ciencia: Espacio, tiempo, causalidad, principio de conservación de la materia, el número, etc.

La psicología piagetiana surgió en oposición a la concepción conductista, buscando construir una ciencia de la cognición a partir del estudio empírico de la estructura y funcionamiento del sistema cognitivo (organizaciones internas de la experiencia y de la información previa del sujeto).

Para Piaget el aprendizaje consiste en el pasaje de un estado de menor conocimiento a un estado de mayor conocimiento; también intenta explicar los mecanismos de adquisición y utilización de los conocimientos a partir de la génesis de las operaciones lógico-matemáticas subyacentes a toda actividad intelectual.

El desarrollo cognitivo parte de la puesta en marcha de conocimientos concretos, sobre la base de representaciones inmediatas y posteriormente en hipótesis (construcción de la inteligencia abstracta).

La adaptación del sujeto al medio (social y material) pone en juego dos mecanismos fundamentales: La asimilación y la acomodación. La primera consiste en una familiarización de los datos del mundo exterior con el fin de conectarlos a la estructura propia del sujeto; la segunda corresponde a un ajuste del sujeto a los datos del entorno. Estos dos procesos interactúan a lo largo de todo el desarrollo del individuo, contribuyendo al logro de estructuras cognoscitivas que progresivamente permiten una mejor interacción del sujeto con su mundo material y sociocultural.

De acuerdo con Piaget los progresos en el conocimiento resultan de una construcción en la que el sujeto es el actor de sus aprendizajes en interacción con el mundo. De esta manera el aprendizaje es constructivista cuando el sujeto actúa sobre el medio reconstruyendo el mundo físico y social que le rodea.

Según Piaget la escuela debe estimular y favorecer el proceso de autoconstrucción; el profesor se convierte en mediador entre los conocimientos y el aprendiz, es un facilitador del descubrimiento de nociones y elaboración del saber y saber-hacer. En este sentido se debe valorar los aspectos operativos del pensamiento, a favorecer la manipulación con el fin de hacer surgir leyes generales, hacer experimentar al niño. La actividad desplegada por el aprendiz se convierte en una poderosa fuente de motivación, necesaria para la construcción del conocimiento.

4.2.1.1. **Teorías sicosociales del aprendizaje**. Las tesis desarrolladas por Vigostky se apartan de los acercamientos que privilegian la dimensión intra-individual del aprendizaje al potenciar la influencia de variables sociales y culturales en el funcionamiento cognitivo del individuo. De acuerdo con la tesis socio-cognitiva en el origen del desarrollo los conocimientos que se van a adquirir son exteriores al individuo y están materializados en las obras humanas: la literatura, las obras de arte, el lenguaje y demás sistemas semióticos de representación.

Según esta teoría el desarrollo cognitivo se concibe como la apropiación por parte del individuo de las actividades humanas depositadas en el mundo de la cultura. El mundo social influye en el sujeto a través de otros sujetos, de los objetos socioculturales de las prácticas que han sido creadas por generaciones anteriores.

En este proceso tiene un papel primordial las dos componentes que son los sistemas semióticos de representación y la interacción social.

4.2.1.1.1 **Los Sistemas Semióticos De Representación.** Para Vigostky, el desarrollo de las funciones mentales superiores (La memoria, el lenguaje, la conciencia) solo es posible a través de los sistemas semióticos, por ejemplo, la escritura, los números, el habla. El papel de los sistemas semióticos (signos) es fundamental en la medida que permitan la "duplicación interna del mundo". En este sentido se puede decir que las representaciones mentales no son independientes de la asistencia de un sistema de representación externa, tampoco es posible la comunicación sin dichos sistemas.

4.2.1.1.2**. La Interacción Social.** Al decir de Vigostky, las actividades llevadas a cabo bajo la tutela del adulto son las que permiten en primer lugar los aprendizajes del niño. Los individuos progresan por apropiación de la cultura en las interacciones sociales. La interacción con los pares más competentes propician el desarrollo de un pensamiento autónomo. El desarrollo cognitivo resulta de una doble formación: primero externa y después interna, en un movimiento que va de lo social a lo individual.

4.2.12. La calculadora. A través de la historia el hombre para realizar cálculos siempre ha necesitado de algún tipo de ayuda; por ejemplo en el caso de los mayas, el de anudar sobre una cuerda una serie de nudos dispuestos de tal forma que permitieran al *aritmético* realizar los cálculos deseados. No es de dudar que todos en sus inicios a la aritmética de una u otra forma se apoyaran en los dedos de la mano.[10]

La misma palabra cálculo proviene de las piedras (Calculus en latín) que se empleaba en la Roma Clásica para contar y realizar operaciones básicas. De

[10] Udina , Frederic. Aritmética y Calculadoras. Editorial Síntesis. Madrid. 1992.

contar con piedras o nudos y otras técnicas, se pasa a la primera maquina de calcular, el ábaco que no es mas que piedras de calcular dispuestas de tal forma que se facilite su movimiento y agrupación. Con la apropiación del sistema posicional el hombre crea algoritmos que permiten a una persona (o maquina) sin entender nada de números, poder realizar los cálculos.[11]

No se puede dejar de mencionar las tablas de logaritmos, que después del ábaco aparecen como el siguiente apoyo significativo para la realización efectiva de los cálculos y su utilización en la navegación Europea durante los siglos XVII y XVIII fue de gran importancia. Con la revolución industrial, el perfeccionamiento de la metalurgia de alta precisión permitió la difusión de las maquinas de calcular heredados de las anteriores, y hacia los años setenta el costo de las calculadoras de bolsillo empezó a disminuir lo cual permitió su entrada en forma masiva en nuestra vida cotidiana.

Dentro de los modelos más sencillos de calculadoras tenemos las de 4 reglas (Suma, Resta, Producto, División), pero además de estas cuatro reglas se puede extraer raíz cuadrada y poseen una memoria acumulativa. En el proceso de evolución de la calculadora aparecen las de orientación científica con posibilidades de mostrar resultados en notación científica y que pueden realizar funciones trigonométricas, logarítmicas y exponenciales.

[11] Ibidem.

Se suelen encontrar modelos más sencillos que parecen dirigidos a estudiantes y los modelos un poco más costosos que incorporan teclas para cálculos estadísticos.

La tendencia del mercado ha permitido que el modo de introducir los datos sea muy parecido a la forma que se hace en el papel, lo anterior ha implicado que la calculadora de notación inversa este muy marginada. En cuanto a las calculadoras programables, la variedad es asombrosa, desde la calculadora con unos pocos pasos de programa, hasta los modelos programables en lenguaje Basic o Qbasic.

Actualmente se encuentran en el mercado las calculadoras graficadoras, las cuales permiten representar gráficamente cualquier función y abordar una amplia gama de conceptos y aplicaciones.

Dentro de las posibilidades que brindan las calculadoras graficadoras se pueden anotar algunas de ellas:

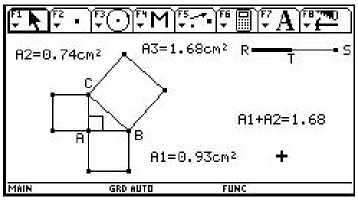
- Cálculos aritméticos y utilización de funciones científicas, mostrando en pantalla las operaciones realizadas.
- capacidad de edición similar a las de un procesador de textos (Movimientos con cursores, teclas de borrado, de insertado, etc.)
- Asignación de valores a constantes y capacidad para operar con ellos.
- Definiciones reales de una variable y evolución de las mismas en puntos concretos (Algunos modelos construyen tablas)
- Representaciones gráficas en dos y tres dimensiones de funciones (algunos modelos representan también funciones definidas de coordenadas paramétricas enlaces)

- Capacidad para establecer, en la pantalla gráfica el rango que se desee, bien directamente o utilizando diversas opciones de zoom.

- Capacidad para localizar puntos en la pantalla gráfica, bien con un cursor que recorre toda la pantalla o bien solo a lo largo de las figuras representadas.

- Cálculos estadísticos, histogramas, líneas de regresión, instrucciones exponenciales, logarítmicos y exponenciales.

- Capacidad para editar y ejecutar programas.[12]



Una de las características que hacen de la calculadora graficadora muy fácil de usar es su entorno basado en menús, permitiendo seleccionar las distintas opciones mediante el uso del cursor o pulsando la tecla con el número correspondiente.

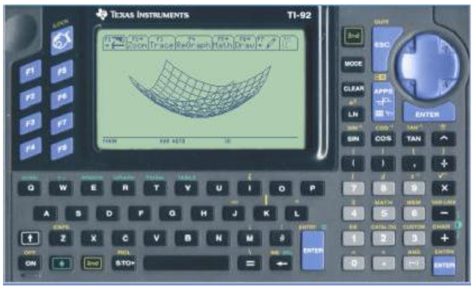
Se debe ser consciente del gran aporte que estas herramientas pueden proporcionar a las actividades escolares, de tal manera que su uso permita dedicar mas tiempo al desarrollo de conceptos e ideas, de cómo plantear y resolver problemas y dedicar menos tiempo al calculo numérico tradicional; pero esto no quiere decir que la enseñanza debe estar en función de las herramientas, se cree que es el caso contrario, la calculadora graficadora en función de la enseñanza y especialmente en el mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas .

[12] MORENO, Luis (2001). Cognición, mediación y Tecnología. Avance y Perspectiva, Vol. 20.

El uso de las calculadoras graficadoras en la actualidad es coherente con las situaciones problemas derivadas del contexto del estudiante. En este sentido es pertinente realizar una aproximación a la conceptualización de problemas, situación problema y ejercicios.

4.2.13. **Ordenadores, calculadoras y la enseñanza de las matemáticas.**

No se puede desconocer la invasión masiva en la sociedad de elementos tecnológicos y de hecho las nuevas tecnologías influyen de manera significativa en los actos cotidianos. El hecho de delegar a una maquina procesos tradicionalmente exclusivos de la mente humana ha revolucionado muchos aspectos de la sociedad y por ende ha de tener su reflejo en la docencia.



La educación como actividad básica para el desarrollo humano, esta rezagada en comparación con otras actividades en cuanto a la incorporación de nuevas tecnologías, lo cual se refleja en una constante necesidad de actualización de los docentes en lo referido al uso y conocimiento de nuevas herramientas tecnológicas; situación que preocupa especialmente a los docentes de matemáticas, ya que esta ciencia es disciplina básica en cualquier desarrollo técnico y como tal es mayor la influencia que recibe de la tecnología.[13]

---

[13] García, Alfonso, Martínez, Alfredo, Miñaro, Rafael. Nuevas tecnologías y enseñanza de las Matemáticas. Madrid .Editorial Síntesis.

De acuerdo a lo anterior, el reto apenas comienza para los docentes colombianos y ese reto es aun mayor para docentes que laboran en zonas apartadas o en regiones donde el sector educativo se encuentra mas atrasado comparado con otras regiones donde le han dado a la educación la infraestructura necesaria.

Ante el reto que se tiene de incorporar nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas, no se puede dejar de lado el análisis sobre el posible impacto en la educación del uso, dirigido o libre, de todo tipo de nuevas herramientas con el objeto de propiciar aspectos positivos y contrarrestar los negativos.

El uso de asistentes matemáticos < programas gráficos, calculadoras graficas, sistemas de cálculo simbólico etc>, en la enseñanza tiene ventajas, peligros y algunas dificultades, dentro de las ventajas se pueden anotar:

- Posibilidad de experimentar con las matemáticas.
- Comprender el verdadero alcance de un teorema o la efectividad de un algoritmo o analizar los resultados que se obtienen al variar las hipótesis o condiciones iniciales de un problema.
- Permite dedicar menos tiempo a la realización de cálculos rutinarios, lo cual posibilita dedicar mas tiempo a la reflexión y el análisis de resultados
- La potencia de cálculo evita las dificultades de muchos alumnos con la operatoria y les permite usar las matemáticas y llegar más lejos, sin la debilidad de sus deficiencias en su formación.
- Es posible presentar una matemática mas próxima a los problemas reales y a como se trabaja en la actividad profesional, sin la necesidad de usar datos preparados para facilitar los cálculos.
- Permite un trabajo más autónomo del estudiante, adecuando su ritmo de trabajo a su situación personal, también pueden favorecer el trabajo en equipo.
- La utilización de la herramienta incide positivamente en la motivación, aunque esta situación es coyuntural por la novedad de la misma, de todas formas se cree que los estudiantes encuentran atractivo y divertido el trabajo matemático, debido a la eliminación de la labor rutinaria en los cálculos potenciando la creatividad.

- Posibilidad de utilizar la herramienta en otros contextos tanto académicos como profesionales.[14]

Algunos docentes muestran su rechazo a la incorporación de asistentes matemáticos al aula de clases, argumentando los siguientes peligros:

- Debido al atractivo de la herramienta puede suceder que el alumno se centre más en la problemática del ordenador-programa que en la del problema matemático.
- Perdida de destrezas básicas, los ejercicios de cálculo que suelen llevarse a cabo en un curso de matemáticas permiten el desarrollo de interesantes capacidades mentales, que se verían mermadas con el uso de estas herramientas.
- Convertir la matemática en algo mágico, la maquina lo hace todo y la usa sin saber como funciona en cuanto a la parte operatoria; se pierde el sentido de la dificultad del problema.
- Confianza ciega del alumno en la maquina, lo cual favorece la perdida del sentido critico.[15]

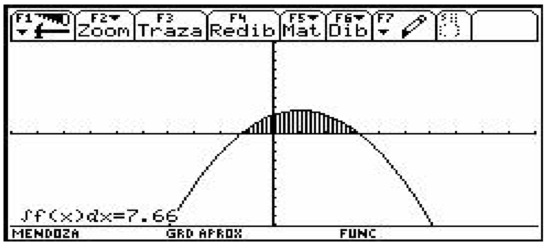
Pero la realidad es otra, estos asistentes matemáticos cada día tienen mas difusión lo cual obliga a replantear la enseñanza, tanto desde el punto de vista de los contenidos como desde la metodología. No se debe ignorar la presencia de estos instrumentos en el aula de clase; sin embargo cuando se decide poner en marcha un proyecto o actividad con el uso de ellas, sin duda se tienen dificultades, entre ellas al decir de Alfonso García, se pueden mencionar:

- Qué tipos de problemas proponer
- Cómo y en que casos permitir el uso del ordenador o calculadora graficadora
- Cómo evitar que la clase de matemática se convierta únicamente en una clase de aprender a usar una herramienta informática.
- Cómo evitar que los alumnos pierdan interés por aprender las técnicas básicas de cálculo.
- Cómo fomentar el sentido critico en el alumno

[14] Ibidem.
[15] Ibidem.

Los ordenadores y calculadoras están al alcance de un gran número de estudiantes, es necesario entonces reestructurar el currículo de las matemáticas ante esta realidad; los cálculos de papel y lápiz hay que hacerlos, pero no enfatizar en ellos, más bien en las ideas (desde lo gráfico, los estudiantes pueden explorar el área entre la curva y los ejes y lograr inferencias y aproximaciones). Dentro de los aspectos que cobran importancia en la introducción de estas herramientas al aula se tienen:

- Capacidad de estimar resultados
- Capacidad de reconocer expresiones equivalentes
- Moderación de problemas e interpretación de resultados
- Aproximaciones numéricas



Un cambio de metodología, unido a una revisión de contenido, permite que los alumnos se involucren más en el desarrollo de los conceptos y realicen a través de la experimentación sus propios descubrimientos matemáticos[16]

[16] Nuevas Tecnologías y enseñanza de las Matemáticas. Pág.28.

5. DISEÑO METODOLÓGICO

5.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN

El problema está enmarcado dentro del tipo de investigación-acción, ya que ésta asume que es necesario involucrar a los grupos en la generación de su propio conocimiento y en la sistematización de su propia experiencia. Supone que debe darse una íntima ligazón entre la producción de conocimiento y los esfuerzos para realizar un cambio. De ahí que los sujetos en un estudio llegan a ser totalmente conscientes de la actividad investigativa y aprendiendo sobre ellos mismos y su realidad a través del estudio, asimilan el nuevo conocimiento y encuentran sus propias estrategias para llevar a cabo el cambio.

5.2. UNIVERSO

La población que conforma esta investigación son los estudiantes de séptimo grado de la I.E.E.N.S.C.

5.3. MUESTRA

La muestra que conforma esta investigación está formada por quince (15) estudiantes del grado séptimo grupo cinco (ver anexo 4) de la I.E.E.N.S.C.

5.4. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS

Se utilizan las siguientes técnicas para recolectar la información:

5.4.1. **Observación directa.** Tiene como propósito principal tener registros acerca de las actitudes y el desenvolvimiento de los estudiantes en el desarrollo de la experiencia. La observación se centra en las respuestas dadas por los estudiantes, el estado de ánimo y las consideraciones planteadas en cada una de los interrogantes planteados por el docente.

5.4.2 **Encuesta (ver anexo 1).** Permite recoger la información sobre la percepción que tienen los estudiantes de séptimo 5 de la I.E.E.N.S.C., sobre el Teorema de Pitágoras y mirar como se da la relación del mismo con el planteamiento y solución de problemas utilizando procedimientos de exploración, conjeturación, verificación y generalización.

5.4.3. **Guía de trabajo (ver anexo 2).** Recoge la información referida a la manera como los estudiantes identifican relaciones, establecen conjeturas, plantean hipótesis y justifican sus argumentos en torno a la temática de estudio.

5.4.4. **Talleres (ver anexo 3).** Permiten obtener un manejo técnico de la calculadora tanto para los estudiantes, como para los profesores investigadores, lo cual se reflejara en un mejor dominio de cada una de las herramientas a emplear en el desarrollo de las guías de trabajo.

5.4.6. **Diario de campo.** Posibilita obtener los registros acerca de las metodologías empleadas en clases, teorías empleadas, forma de evaluar y mirar como avanzan los ritmos de aprendizaje de los estudiantes. Es un insumo de mucha importancia para el proceso de sistematización de la información y los registros.

5.5. **FASES DEL PROYECTO**

5.5.1. Capacitación a estudiantes sobre el manejo técnico de la calculadora TI 92 plus.

5.5.2. Aplicación de guías de trabajo a los estudiantes.

5.5.3. Sistematización de la información.

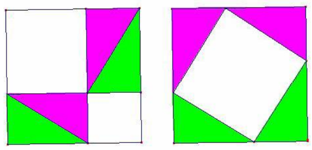
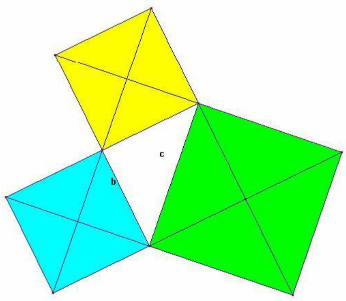
5.5.4. Socialización de los resultados y conclusiones de la investigación.

5.6. PLAN DE ACTIVIDADES

Actividades	Objetivo	Recursos	Tiempo
Manejo técnico	Desarrollar fluidez algorítmica en el manejo del cabri gèométre.	Calculadora graficadora View screen talleres	4 semanas
Elaboración de macros en Cabri	Desarrollar fluidez algorítmica en el manejo del cabri gèométre.	Calculadora graficadora View screen Talleres y guías	4 semanas
Construcción del triangulo rectángulo con cuadrados en los catetos e hipotenusa.	Desarrollar la interpretación a partir de la exploración dinámica de la relación pitagórica.	Calculadora graficadora View screen Talleres.	1 semanas
Construcción del triangulo rectángulo con polígonos y semicírculos en los catetos e hipotenusa.	Desarrollar la interpretación a partir de la exploración dinámica de la relación pitagórica.	Calculadora graficadora View screen talleres	3 semanas
sistematización y revisiones de la información	Redacción del informe final.	Calculadora graficadora View screen Talleres, TI graph link, PC.	5 semanas

6. SISTEMATIZACIÓN DE LA EXPERIENCIA

6.1 **Tabulación de la encuesta dirigida a estudiantes** (anexo 1). Los resultados se han condensado en la siguiente tabla:

ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN
1. Rompecabezas pitagórico: 	En esta actividad, la mayoría de los 15 estudiantes seleccionados en la muestra, participaron activamente, moviendo, trasladando las piezas. En lo inferencial, dedujeron queriendo decir, en su mayoría, que los “dos triángulos verde y púrpura hacen un solo rectángulo…cogiendo los dos cuadrados, el grande y el mediano, daban el cuadrado más grande que estaba entre los triángulos”.
2. Elabora con cartón la siguiente figura tomada de un cuadrado perfecto: Mueve las piezas como rompecabezas… 	Todos los quinces estudiantes participaron de la construcción, trazando y recortando los cartones. El trazado constituyó la base para revisar los conceptos de paralelismo y perpendicularidad, ángulo recto, triángulo rectángulo. Dedujeron algunos en su lenguaje blando (9/15) que posiblemente, “partiendo los cuadrados pequeños en más triángulos pequeños y montándolos en el cuadrado grande podrían cubrirlo todo…” Esto favoreció el pensamiento hipotético en los estudiantes. El docente corrobora: ¿son congruentes ambos cuadrados con el cuadrado mayor? ¿Lo pueden verificar ustedes mismos? Unos, 7/15 (siete de quince) intentaron superponiendo ambas cuadrados amarillo y azul, sobre el verde y recortando convenientemente los sobrantes. Para otros, esto fue impreciso, pues los cuadrados no fueron bien construidos con las escuadras. Sólo un 50% lograron identificar que la asuma de las dos áreas de los cuadrados azul y amarillo equivale al área del cuadrado construido sobre el lado mayor (verde).

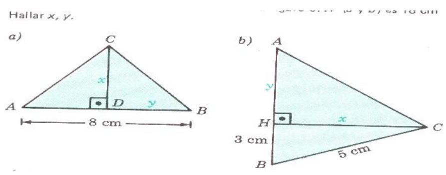
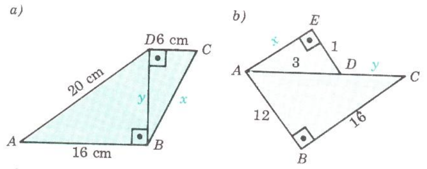
ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN
3. Calcula x, y: 	En esta actividad, hubo dificultad para su resolución debido a que “nunca lo había visto”. Sólo dos de los quinces, expresaron que “efectuando la construcción como la anterior podría tener sentido” Sin embargo, al hacerlo no llegaron a la respuesta. Se considera importante la alternativa.
4. Calcule x,y: 	Algunos estudiantes (7/15) siguieron la alternativa brindada por aquellos dos estudiantes, elaborando con lápiz, papel y escuadras y para cada rectángulo dado en ambas figuras, otros rectángulos y cuadrados de acuerdo con la construcción del rompecabezas pitagórico anterior. Esto fue muy constructivo para el grupo, los demás fueron de espectadores. Sin embargo, no llegaron a una respuesta definitiva de las longitudes.

Tabla 1. Resultados encuesta a estudiantes.

La mediación del docente en esta actividad constituyó la base para que los estudiantes evocaran sus inquietudes. El trabajo del docente es centrar las ideas de los estudiantes, utilizando el lenguaje blando de las ciencias exactas. De igual madera, se observa desarticulación entre las representaciones mentales y las semióticas asociadas al teorema de Pitágoras, como lo expresa Duval (1998):

> El proceso de articulación entre el concepto matemático (el “objeto” matemático) y sus representaciones es un proceso de mutua constitución. Podría decirse que la evolución de los sistemas semióticos de representación, en el caso de las matemáticas, han pasado por diversas etapas entre las cuales vale la pena señalar la siguiente: la separación entre las representaciones mentales y las representaciones semióticas. Hay entonces una predominancia de las representaciones semióticas en cuanto a las relaciones con el objeto.[17]

Esta encuesta deja entrever el desconocimiento de la relación pitagórica y su aplicación en diferentes contextos prácticos. Además, se puede decir que la

[17] En: Incorporación de Nuevas Tecnologías computacionales en el currículo de matemáticas. Serie Documentos MEN.

habilidad para inferir en los estudiantes, a partir de lo construido u observado, han sido poco estimuladas y desarrolladas (en el contexto matemático).

6.2 **Descripción de los resultados obtenidos en la guía de trabajo** (anexo 2). Estos resultados se identifican con las respuestas dadas por tres estudiantes a las preguntas planteadas:

1. **¿Qué pasa con el triángulo ABC cuando se mueve el punto T que esta sobre el segmento RS?**

R_1. Al mover el punto T el triangulo dejo de ser el mismo por que el punto A se alargo otro poquito más, el punto B quedo igual y el punto C se alargo.

R_2. Al irse al punto T del segmento RS, el triangulo se engrandece de los lados AC y CB, y el lado AB queda igual, no varían los segmentos de A y B.

R_3. Al mover el cursor hacia la letra T, el triangulo rectángulo se alarga y varia la letra C, y la A y B son invariables.

Deducen la variabilidad del triangulo rectángulo en los lados AC y BC y también perciben la invarianza del lado AB.

2. **¿Qué propiedades quedan invariantes en el triangulo ABC, al mover el punto T sobre el segmento RS?**

R_1. No varían los segmentos de A y B.

R_2. Cuando movemos con el cursor el punto T, A y C cambian y C con B también cambian, en cambio las que quedan invariables son A con B.

R_3. Las propiedades que no se mueven son de A y B.

En estas respuestas identifican la invariabilidad del segmento AB, pero no se percatan de otras propiedades que permanecen invariantes como son la permanencia de la figura (triángulo) y del ángulo recto en A.

3. **¿Qué relación existe entre las áreas del cuadrado mayor y la suma de las áreas de los cuadrados menores?**

R_1. La relación es que la suma de los cuadrados pequeños es igual al cuadrado mayor.

R_2. La suma de las áreas de los cuadrados da el área del cuadrado mayor

Encuentran la relación de las áreas de los cuadrados pequeños con el área del cuadrado mayor en términos de igualdad, pero en una forma global.

4. **¿Qué relación se puede establecer entre las áreas de los triángulos equiláteros?**

R_1. La relación que existe entre el área del triangulo equilátero es que al sumar las áreas pequeñas o menores me da el resultado del área mayor.

R_2. Que al sumar el área de los triángulos menores da el área del triangulo mayor.

R_3. La relación es que la suma de los triángulos menores es igual al triangulo mayor.

Deducen la relación de igualdad que existe entre las áreas del triangulo equilátero mayor y la suma de las áreas de los triángulos equiláteros menores en una forma global.

5. **¿Qué sucede con el área del triangulo equilátero mayor y las sumas de las áreas de los triángulos equiláteros menores, cuando movemos el punto T, sobre el segmento RS?.**

R_1. Que al mover el p unto T hacia el punto S, los triángulos aumentan y al mover el punto T hacia el punto R, los triángulos se reducen, y a pesar de la variación siempre la suma de las áreas menores es el área del triangulo mayor.

R_2. Que el triangulo mayor y el triangulo menor de la izquierda disminuye si lo movemos para el punto R, pero si lo movemos para el punto S, aumenta.

R_3. Lo que sucede es que siempre que movemos el punto T, la suma de los triángulos menores es igual al área del triangulo mayor.

Observan la variabilidad del triangulo sin embargo perciben la relación de igualdad entre las áreas al mover el punto T, sobre el segmento RS.

6. **¿Qué relación se establece entre las áreas de los pentágonos?**

R_1. La suma de las áreas menores de los pentágonos da el área mayor. Si movemos el punto T hacia S, es mayor el área y si movemos el punto T hacia R, es menor.

R_2. La relación es que la suma de los pentágonos pequeños es igual al pentágono mayor.

R_3. Lo que sucede es que siempre que movemos el punto T, la suma de los pentágonos menores es igual al área del pentágono mayor.

Perceptualmente determinan la relación de igualdad entre las áreas del pentágono mayor y la suma de las áreas de los pentágonos menores.

7. **¿Qué relación existe entre las áreas de los hexágonos?**

R_1. La relación que existe es que la suma de las áreas de los hexágonos menores es igual al área del hexágono mayor.

R_2. La suma de las áreas menores de los hexágonos, da el área del hexágono mayor. Si el punto T se mueve hacia S o R, el resultado sigue siendo el mismo.

R_3. Que cuando sumamos los hexágonos menores, da la suma del área del hexágono mayor.

En una forma global explicitan la relación de igualdad entre área del hexágono mayor y la suma de las áreas de los hexágonos menores, a pesar de la variabilidad de los hexágonos al mover el punto T en el segmento RS.

8. **¿Qué relación existe entre las áreas del semicírculo mayor y la suma de las áreas de los semicírculos menores?**

R_1. La relación que existe es que la suma de los semicírculos menores es igual al área del semicírculo mayor. Otra relación que existe es que al mover el punto T hacia S, los segmentos AC y CB aumentan y al mover el punto T hacia R ocurre todo lo contrario.

R_2. Así al mover el punto T se agranda y la circunferencia mayor es igual a la suma de las áreas menores.

Se puede apreciar que a pesar de la modificación de las áreas de los semicírculos se mantiene la relación de igualdad, cuando se mueve el punto T sobre el segmento RS.

9. **Observando la tabla, estudie que sucede con los valores correspondientes con el área del cuadrado mayor que aparecen en la primera columna y los valores correspondientes a la suma de las áreas de los cuadrados menores que aparecen en la segunda columna.**

R_1. Que la suma de las áreas menores siempre es igual a las áreas mayores.

R_2. "La relación que existe es que de derecha a izquierda los valores son iguales y de arriba hacia abajo los valores son desiguales".

R_3. "Que en la primera columna es la suma de las áreas menores y en la segunda es el área del cuadrado mayor, pero ambas son iguales".

Perceptualmente, determinan que los valores numéricos ubicados en la primera columna son iguales con los valores ubicados en la segunda columna, al mirarlos en una forma horizontal. Se puede apreciar que establecen la relación de igualdad entre el área del cuadrado mayor ubicados en la primera columna y la suma de las áreas de los cuadrados menores ubicados en la segunda columna.

La representación tabular ayudó mucho a la comparación de las áreas, puesto que en el editor de datos de la calculadora se incluyó una columna que enlistara la suma de las dos columnas anteriores.

10. **¿Cómo está relacionada la longitud de la hipotenusa y la longitud del cateto variable?**

R$_1$. Si el punto T se traslada hacia S, la hipotenusa y el cateto variable aumentan y si el punto T se traslada hacia R, la hipotenusa y el cateto variable disminuyen.

R$_2$. Que al mover el segmento T hacia el punto S, la hipotenusa aumenta y el cateto también aumentan, pero no con el mismo resultado.

R$_3$. La relación es que si movemos el punto hacia S, el cateto variable y el cuadrado mayor aumentan.

Perciben que la variabilidad de la longitud de la hipotenusa y la longitud del cateto variable es proporcional, es decir cuando una aumenta la otra también aumenta y cuando una disminuye la otra también disminuye, sin embargo no visionan que la hipotenusa siempre es mayor que el cateto variable.

11. **¿Cómo estarán relacionadas la longitud del cateto variable y el área del cuadrado mayor?**

R$_1$. Cuando el cateto variable aumenta, el área del cuadrado mayor también aumenta.

R$_2$. Que al aumentar la longitud del cateto variable también aumenta el área del cuadrado mayor, y si disminuye disminuyen las dos.

R$_3$. Al aumentar la longitud de CA, el área del cuadrado mayor aumenta, y al disminuir la longitud de CA, la longitud del cuadrado mayor también disminuye.

En una forma similar a la respuesta del ítem anterior determinan la relación de proporcionalidad directa entre longitud del cateto variable y área de la hipotenusa, sin embargo no distinguen la diferencia entre las variables involucradas, longitud y área.

12. **¿Cómo estarán relacionadas la longitud del cateto variable y la suma de las áreas de los cuadrados pequeños?**

R$_1$. Cuando el cateto variable aumenta, la suma de las áreas de los cuadrados pequeños también aumenta. Y cuando disminuye también disminuye.

R$_2$. Cuando aumenta la longitud del cateto variable, también aumenta la suma de los cuadrados, al disminuir la longitud del cateto variable disminuye la suma de los cuadrados pequeños.

Deducen la relación de proporcionalidad directa entre longitud del cateto variable y la suma de las áreas de los cuadrados pequeños.

13. **¿Es posible que el teorema de Pitágoras se cumpla construyendo polígonos sobre cada uno de sus lados?**

R_1. Si porque el teorema de Pitágoras dice que $a^2 + b^2 = c^2$, y al realizar la suma de los polígonos de cada construcción, siempre la suma de las áreas menores da el área mayor.

R_2. Si porque el teorema de Pitágoras dice que al realizar la suma de cada polígono en las construcciones la suma de los cuadrados pequeños da la suma de la mayor.

R_3. Yo pienso que si, porque al construir figuras el resultado al sumar las áreas menores es el área del cuadrado mayor, si esto se da con figuras, porque no con polígonos.

Infieren de una forma teórica el cumplimiento del teorema de Pitágoras con polígonos regulares, quizás por la verificación del mismo con triángulos equiláteros, pentágonos, hexágonos y semicírculos, sin embargo no tratan de verificarlo con el uso de la calculadora.

Al pasar a la actividad explorativa, con los diferentes polígonos, la opción DRAGGIN permite el arrastre de los objetos geométricos para determinar la invariabilidad de las propiedades una vez son movidos. Por ello la prueba del arrastre es pilar en la identificación de características invariables (relación pitagórica). En esto los estudiantes exhibieron algunas dificultades en el momento de arrastrar la construcción y deformarse completamente, como lo muestran las figuras siguientes:

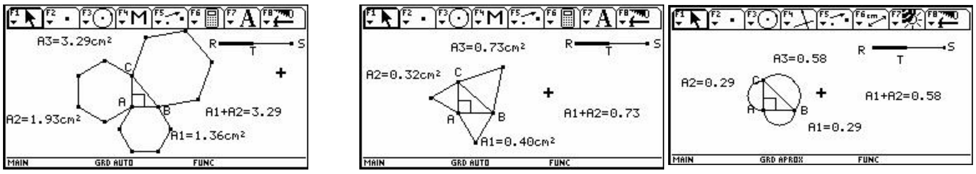
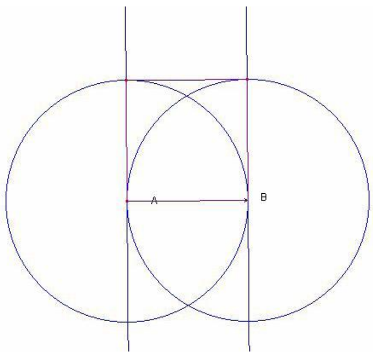


Figura 1. Relación pitagórica.

Esto fue posible gracias al uso de macros o pequeños submenús para acceder rápidamente a construcciones no disponibles en la barra de herramientas. Gastó tiempo y dedicación pues, presupone un orden preciso en la identificación de los objetos iniciales y finales en la macro. Se configuraron las macros del cuadrado, hexágono, pentágono y semicírculo. Estas se fueron trasmitiendo por cable de calculadora a calculadora. Esto pareció muy interesante para la totalidad de la muestra, pues, solo dando dos puntos coplanares cualesquiera y actividad la macro, aparecían sobre ellos los polígonos. Esto lo hicieron de una forma aleatoria, llenando completamente la pantalla. El uso de este menú favoreció el compartir en grupo, mostrándose su funcionamiento o no.



La opción Área permitió calcular automáticamente el área de los polígonos que se cargan a cada lado (hipotenusa y catetos). La sorpresa de algunos estudiantes al comparar los valores de la suma de áreas y el área del polígono construido sobre la hipotenusa, los llevó a inferir que “no importa si cambian los valores de las longitudes de los lados del triangulo rectángulo, la suma iba a tener el mismo valor que el área de la figura más grande”.

El menú DATA MATRIZ EDITOR, permitió manipular las variables condesadas en una tabla y registrar la entrada de datos de acuerdo a animaciones de la construcción pitagórica. Se incluye además una columna que adicione las áreas; la comparación de esta columna con el área polígono mayor, ayudó a clarificar la relación pitagórica. La mayoría de los estudiantes no dudaron en verificarlo.

En cuanto a la generación de fluidez algorítmica se puede mapear lo siguiente de acuerdo con la figura 2.

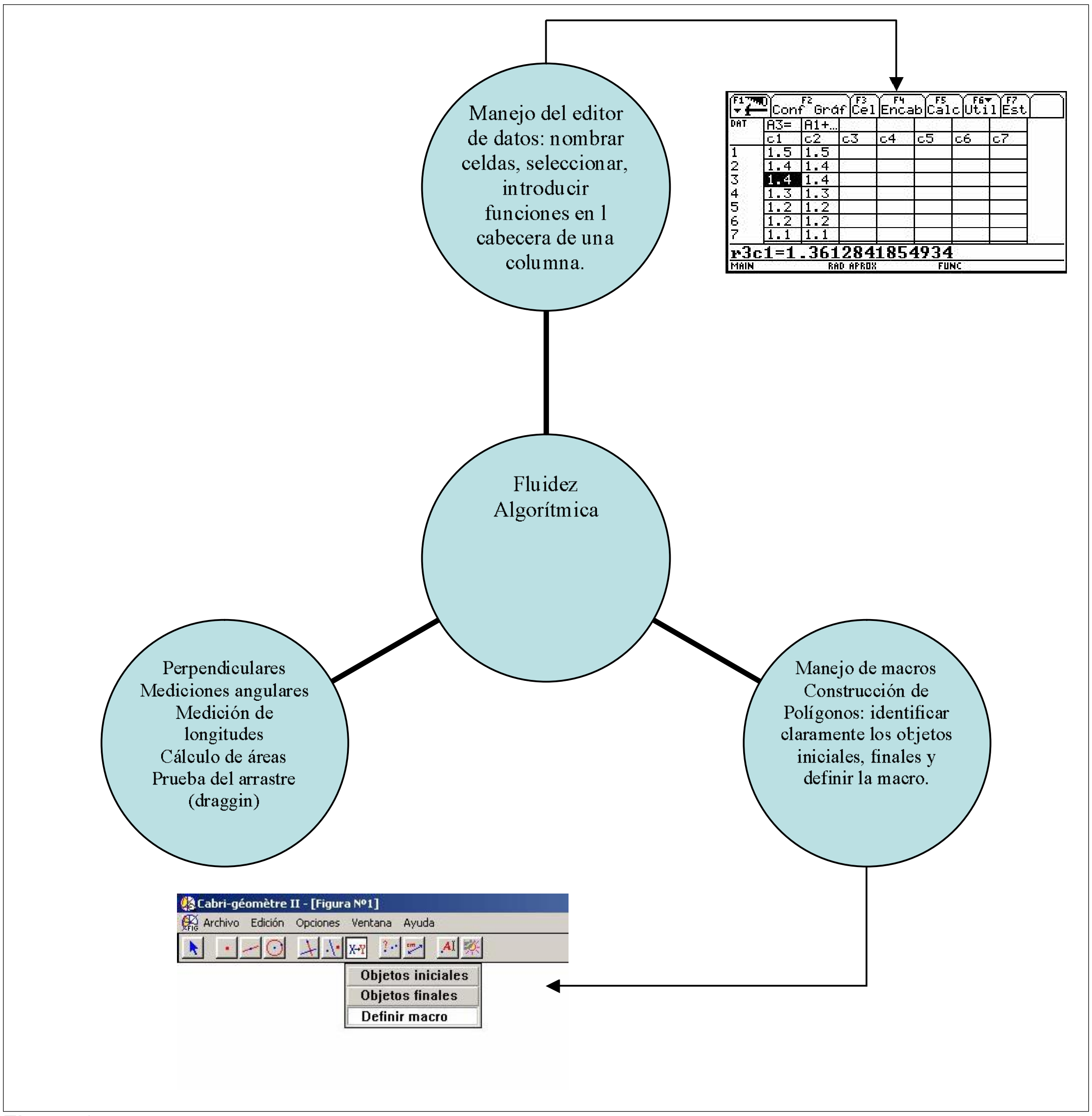


Figura 2. Fluidez algorítmica.

En este contexto la interacción con el docente y los proponentes del presente trabajo propiciaron el desarrollo cognitivo como resultado de una transferencia de los interpersonal a lo intrapersonal, en un movimiento que va de lo social a lo individual. La motivación y la versatilidad de la herramienta computacional son transferidas por membresías (energía grupal) a las estructuras mentales de cada participante.

Al analizar la categoría fluidez conceptual, se pudo mapear lo siguiente:

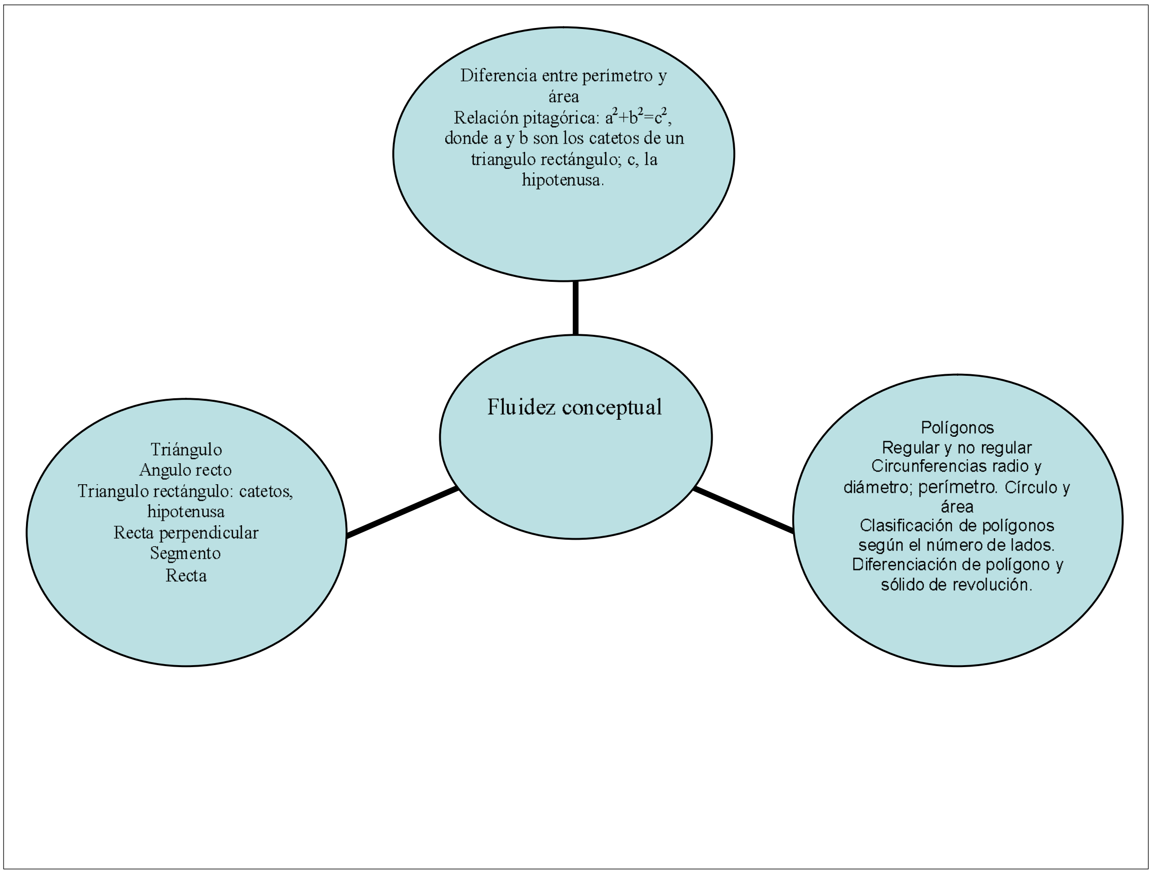


Figura 3. Fluidez conceptual.

La totalidad de los estudiantes en la muestra lograron moverse en esa red conceptual, en la que se identificaron algunas confusiones muy generalizadas como: circunferencia equivalente a círculo, perímetro-área, segmento-recta. Cierto olvido por la clasificación de polígonos según sus lados y sus respectivas construcciones a lápiz y papel.

CONCLUSIONES

Al finalizar el presente trabajo de investigación se puede inferir para la muestra, lo siguiente:

1. Los estudiantes en su gran mayoría deducen de manera teórica la generalización del teorema de Pitágoras a partir de la verificación con algunos polígonos regulares y semicírculos.

2. Al analizar la relación entre la longitud del cateto variable y el área del cuadrado mayor, no visionaban la diferencia entre las variables involucradas en el sentido de sus dimensiones.

3. Deducen relaciones en una forma global y a partir de la visualización de las figuras en la pantalla de la calculadora.

4. Se pudo apreciar la verificación del teorema de Pitágoras con triángulos equiláteros, pentágonos, hexágonos, semicírculos y el estudio de las áreas de los cuadrados a través de tablas en una forma general.

5. La fluidez conceptual se pudo apreciar cuando los estudiantes pudieron inferir el cumplimiento del Teorema de Pitágoras para cualquier polígono regular a partir del análisis del mismo con otras figuras y en cada una de las respuestas dadas en la guía de trabajo (ver anexo 3).

RECOMENDACIONES

El grupo de proponentes a través de la ejecución de la presente propuesta mediada por la calculadora graficadora aprecia y destaca las siguientes:

- Que el docente facilitador de procesos en el aula afiance su papel, estando atento a las inquietudes y expectativas de los estudiantes.

- Permitir que los estudiantes puedan acceder a la construcción de conceptos y relaciones teorémicas a través de la interacción mas no la simple reconstrucción del saber por la actuación del docente.

- Estimular más a menudo la habilidad para plantear y verificar hipótesis matemáticas así como la capacidad para experimentar con ellas mediatizadas por el uso de instrumentos.

BIBLIOGRAFIA

Aprendizaje del teorema de Pitágoras para triángulos rectángulos a partir de situaciones problemas. Yairis Jiménez y Candida Álvarez. Universidad Popular del Cesar.2003.

CASTIBLANCO, Ana Celia. Proyecto Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Media de Colombia. Fase piloto, Fase de Profundización y Expansión. Ministerio de Educación Nacional. Santa fe de Bogotá, 1999.

García, Alfonso, Martínez, Alfredo, Miñaro, Rafael. Nuevas tecnologías y enseñanza de las Matemáticas. Madrid .Editorial Síntesis.

La formulación de la relación pitagórica, como un argumento para consolidar el área como magnitud: el papel de la figura. Olga Lucia León. Universidad del Valle. 2001.

Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Ministerio de Educación Nacional. Santa fe de Bogotá, 1999.

Lineamientos Curriculares. Nuevas Tecnologías y Currículo de Matemáticas. Ministerio de Educación Nacional. Santa fe de Bogotá, 1999.

M.E.N (2002). Memorias. Seminario Nacional de Formación de Docentes: Uso de nuevas tecnologías en el aula de matemáticas. Bogotá.

_________ (1990) Matemáticas, lineamientos curriculares. Cooperativa editorial Magisterio. Bogota.

________ Proyecto de incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas de la educación básica y media de Colombia. Fase de expansión y profundización. Dirección de calidad de la educación preescolar, básica y media, 2001.

________ Orozco, Juan Carlos. Módulos: sistematización de experiencias Educativas. Documento de estudio, 2003.

Memorias: 3^{er} Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Asocolme. Santa Marta. 2001.

Memorias: 5^{o} Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Asocolme. Bucaramanga. 2003.

Memorias: Seminario Nacional de Formación de Docentes. Uso de Nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas. Ministerio de Educación Nacional. Santa fe de Bogotá, Diciembre de 2001.

Reporte de sistematización: Generalización del Teorema de Pitágoras. Eugenio Therán Palacio y José Mendoza González. Escuela Normal Superior de Corozal. 2003.

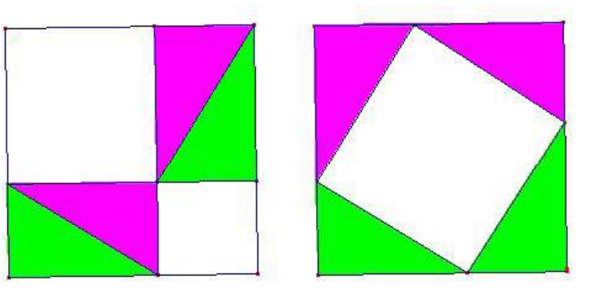
Udina, Frederic. Aritmética y Calculadoras. Editorial Sintesis. Madrid. 1992.

ANEXOS

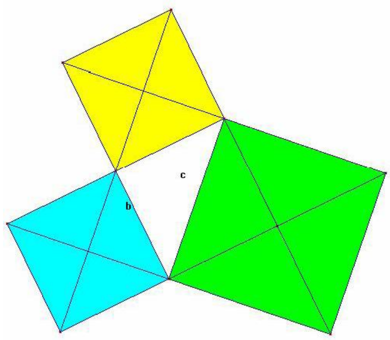
ANEXO 1

ENCUESTA DIRIGIDA A ESTUDIANTES

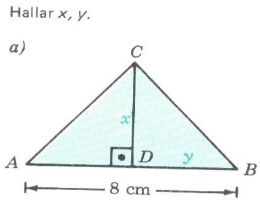
1. Elabora con cartón la siguiente figura tomada de un cuadrado perfecto: Mueve las piezas efectuando traslaciones.
   a. ¿Qué deduce de las figuras de color púrpura? ¿De las de color verde claro? ¿Son congruentes los rectángulos?
   b. Nombra los lados de triángulo con letras minúsculas. Mide las longitudes de los lados y calcula el área de cada figura. ¡Compáralas!
   c. ¿Qué puedes concluir?

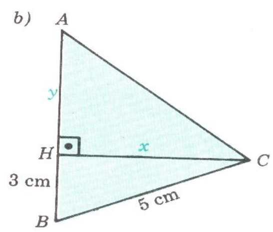


2. Elabora con cartón la siguiente figura tomada de un cuadrado perfecto: Mueve las piezas como rompecabezas.
   a. ¿Qué deduce de las figuras de colores amarillo y azul? ¿De la de color verde claro? ¿Son congruentes los cuadrados?
   b. Nombra los lados de triángulo con letras minúsculas. Mide las longitudes de los lados y calcula el área de cada figura. ¿cómo es el área del cuadrado sobre el lado mayor, con relación a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos?
   c. ¿Qué puedes concluir?

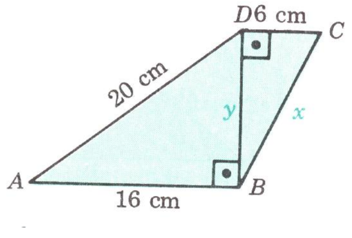


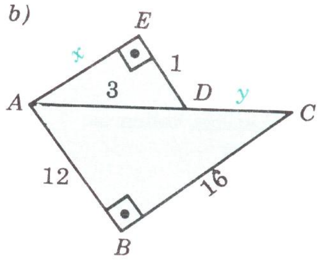
3. De acuerdo con los datos suministrados en cada figura, calcula x, y:*





4. Calcula x, y:





* LONDOÑO, Nelson, BEDOYA, Hernando. Matemática Progresiva. Aritmética y Geometría. Norma, 1983, p.158.

ANEXO 2
INSTITUCION EDUCATIVA
ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE COROZAL SUCRE

GENERALIZACIÓN DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

INTRODUCCIÓN

El Teorema de Pitágoras es una de las relaciones más famosas y creativas en la historia de las matemáticas y no esta tan lejos de nuestra vida cotidiana. Con este taller se pretende indagar como los estudiantes pueden construir conocimiento matemático mediado por la tecnología de la calculadora TI-92 plus, específicamente mirar como es el abordaje de la relación pitagórica desde distintos sistemas de representación y la posibilidad de generalizar la misma para polígonos regulares y no regulares.

OBJETIVOS

- Construir polígonos regulares sobre los lados de un triángulo rectángulo utilizando las potencialidades del programa CABRI para explorar las relaciones entre las áreas de estos polígonos.

- Explorar el teorema de Pitágoras, no solo con la construcción tradicional (cuadrados), sino intentando con otros polígonos regulares (pentágonos y hexágonos) o semicírculos, triángulos equiláteros, sobre cada uno de los lados de un triangulo rectángulo.

- Explorar la relación entre el área del cuadrado mayor y la suma de las áreas de los cuadrados pequeños construidos sobre un triangulo rectángulo a través de representaciones graficas, tabulares y algebraicas.

DESEMPEÑOS QUE SE ESPERAN

1. Argumentar sobre propiedades matemáticas a partir de los recursos que brinda la calculadora.

2. Escribir con sus propias palabras lo que esta sucediendo en la situación de cambio, identificando las variables y la relación que existe entre ellas, al igual que las conclusiones que se deduzcan de sus observaciones.

3. Desarrollar procedimientos matemáticos en forma versátil y óptima aprovechando la opción que ofrece la calculadora para generar fluidez algorítmica.
4. Conectar ideas matemáticas, haciendo uso de la coordinación y presentación simultanea de registros de representación.

5. Explorar situaciones matemáticas en busca de estrategias de resolución de problemas, aprovechando la ejecutabilidad de las representaciones computacionales.

6. ampliar sus imágenes conceptuales acerca de objetos y procesos matemáticos aprovechando la mediación instrumental.

SUGERENCIAS METODOLOGICAS

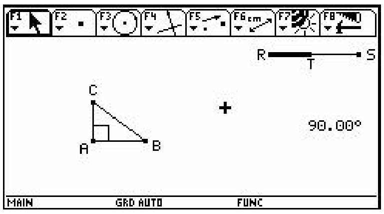
Se pretende que este taller sea abordado en tres fases. En la primera se espera que el trabajo sea abordado individual y de manera secuencial haciendo el transito de la exploración-construcción-producción. Una segunda fase engloba un trabajo grupal donde se presentan acuerdos y argumentaciones para tratar de responder los interrogantes planteados en el taller y una tercera fase que involucra una circulación del saber a través de una puesta en común a nivel general cada grupo expone sus conclusiones y recomendaciones, así como cuales han sido las dificultades y avances que han tenido.

CONOCIMIENTOS PREVIOS DEL ESTUDIANTE

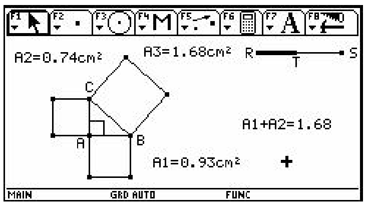
- Tener conocimientos generales de geometría: Triángulos rectángulos, polígonos regulares, segmentos, rectas perpendiculares, polígonos semejantes.

DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD

La actividad se inicia presentando las pautas para la construcción de un triángulo rectángulo, como ejemplo para las construcciones posteriores donde se mostrara la aplicación del teorema de Pitágoras con distintos polígonos regulares.



Se plantean los siguientes interrogantes:



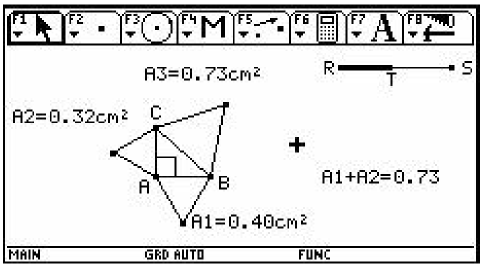
¿Qué pasa si movemos el punto T sobre el segmento $\overline{RS}$?

¿Qué propiedades se mantienen invariantes en el triangulo rectángulo ABC al mover el
punto T y cuales no?

Sobre cada uno de los lados del triangulo rectángulo ABC, se construye un cuadrado.

¿Qué relación existe entre las áreas del cuadrado mayor y la suma de las áreas de los cuadrados menores al mover el punto T?

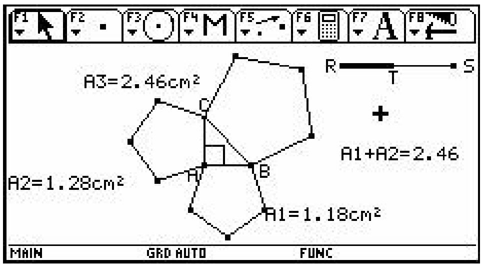
Borre los cuadrados de la figura anterior y sobre el triangulo rectángulo ABC, con ángulo recto en A, (catetos e hipotenusa) construye triángulos equiláteros y establece la relación entre las áreas de los triángulos.



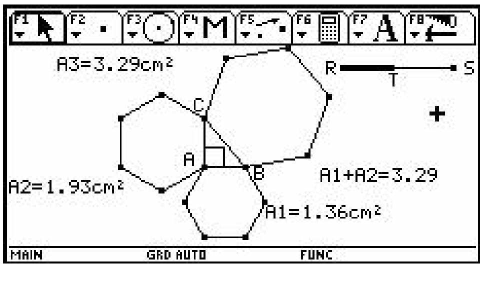
¿Qué pasa con el área del triangulo mayor y la suma de las áreas de los triángulos menores al mover el punto T sobre el segmento $\overline{RS}$?

Borre los triángulos equiláteros de la figura anterior y sobre los lados del triangulo rectángulo ABC, rectángulo en A, construye pentágonos y establece la relación entre las áreas de los pentágonos.

¿Qué sucede con el área del pentágono mayor y la suma de las áreas de los pentágonos menores al mover el punto T sobre el segmento $\overline{RS}$?

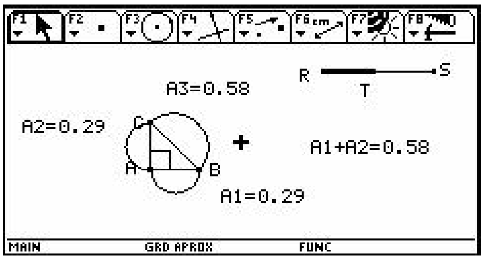


Borre los pentágonos de la figura anterior y partir del triangulo rectángulo ABC, con ángulo recto en A y sobre cada uno de sus lados (catetos e hipotenusa) construye hexágonos. ¿Encuentra la relación entre estos hexágonos?

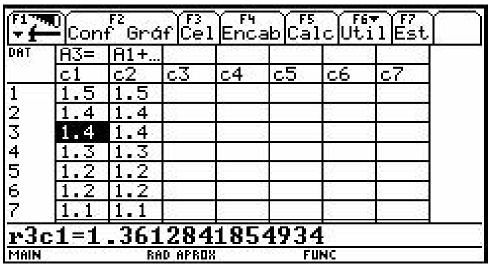


Borre los hexágonos de la figura anterior y construye sobre cada uno de los lados del triangulo ABC, con ángulo recto en A, semicírculos y encuentra la relación que existe entre el área del semicírculo mayor y la suma de las áreas de los semicírculos menores.

Mueve el punto T sobre el segmento $\overline{RS}$ y escribe tus conclusiones.



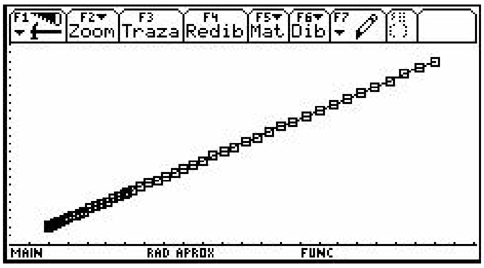
Construye una tabla a partir del área del cuadrado construido sobre la hipotenusa y la suma de las áreas de los cuadrados más pequeños en un triángulo ABC, rectángulo en A.



Utilizando la tabla estudie que sucede con el área del cuadrado mayor y la suma de las áreas de los cuadrados menores a medida que los valores varían en las dos columnas,

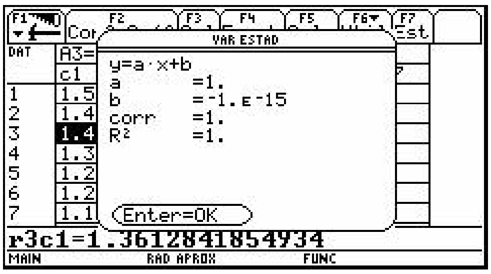
Construye la grafica que representa el área del cuadrado mayor y la suma de las áreas de los cuadrados menores cuando un cateto varía su longitud.

De acuerdo con la gráfica, ¿cómo están relacionadas las variables?



¿Podrías establecer algebraicamente esta relación?, ¿Cómo lo harías?

¿Cuál es la ecuación que relaciona las variables área del cuadrado mayor y suma de las áreas de los dos cuadrados menores?



¿A partir de esta ecuación que puedes concluir?

¿Cuál es el valor de la pendiente?

¿Cuál es el valor del intercepto con el eje y?

¿Cómo se interpretan estos valores?

PREGUNTAS PARA LA EXPLORACIÓN

- ¿Cómo estarán relacionadas las longitudes de la hipotenusa y la longitud del cateto variable?
- Cómo estarán relacionadas la longitud del cateto variable y el área del cuadrado mayor
- ¿Cómo están relacionadas la longitud del cateto variable y la suma de las áreas e los cuadrados pequeños?
- ¿Es posible que el teorema de Pitágoras se cumpla construyendo polígonos semejantes sobre cada uno de sus lados?

ANEXO 3

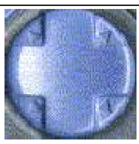
INSTITUCION EDUCATIVA
ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE COROZAL SUCRE
INTRODUCCIÓN A LA CALCULADORA TI92 +

La calculadora TI-92 es un mini computador de mano, con seis programas diferentes:

- Un programa de álgebra y cálculo (HOME) para realizar todas las operaciones de una calculadora científica más operaciones de álgebra (factorización, solución de ecuaciones) y cálculo (integración, derivación).
- Un programa de geometría dinámica plana (CABRI GÉOMÈTRE), en el que pueden construirse figuras geométricas de acuerdo con las reglas de la geometría euclidiana (puntos, segmentos, circunferencias,...), y la geometría analítica (ejes de coordenadas, ecuaciones).
- Un programa de edición y graficación de funciones (Y =, GRAPH, TABLE, WINDOW).
- Un editor de texto (Text Editor).
- Un editor de programas (Program Editor).
- Una hoja de cálculo (Data/Matrix Editor).

Cada uno de esos programas tiene sus propios comandos y funciones. Esta introducción sólo se propone explicar procedimientos generales.

1. Algunas teclas especiales

Tecla	Función
	La tecla ENTER sirve para validar cualquier expresión o selección. Observe que hay tres de estas teclas en la calculadora, para mayor comodidad.
	La tecla del cursor sirve para desplazarse por la pantalla o por los menús desplegables. Tiene movimientos en ocho direcciones. Su función es equivalente a la que desempeña el ratón en el computador.
	La tecla de aplicaciones APPS sirve para desplegar el menú de aplicaciones y dar acceso a los diferentes programas de la calculadora.
	a tecla MODE da acceso a la configuración de la calculadora y permite cambiar los formatos de las opciones de gráficas, cálculos, etc.
	La tecla *MANO* representada por una mano se utiliza en el programa CABRI GÉOMÈTRE y es el equivalente al botón izquierdo del ratón del computador. Manteniéndola oprimida se pueden escoger objetos para arrastrarlos.

2. Teclas de modificación

Hay teclas que dan acceso a diferentes funciones, escritas en tres colores diferentes: blanco, amarillo o verde.

<table>
<tr><th>Funciones</th><th>Teclas de modificación</th></tr>
<tr><td>Funciones de color blanco</td><td>Se accede oprimiendo directamente la tecla.</td></tr>
<tr><td>Funciones de color amarillo</td><td>Se accede con la combinación 2nd+TECLA.

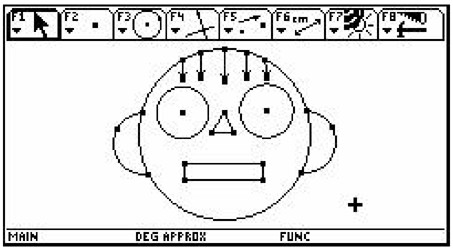
Por ejemplo, para escribir en la pantalla HOME la expresión $\sqrt{x}$ se debe oprimir  y luego la tecla x en el teclado qwerty. (Nota: es importante no confundir la letra x con el signo de multiplicación).</td></tr>
<tr><td>Funciones de color verde</td><td>Se accede con la combinación ♦+TECLA.

Por ejemplo, para mostrar la gráfica de una función, se debe oprimir  y la tecla W del teclado qwerty.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Es importante diferenciar entre la tecla (-), para escribir el signo negativo, (por ejemplo en la expresión y = -3x) y la tecla – para escribir la operación resta (por ejemplo en la expresión y = x - 5).</td></tr>
</table>

3. Combinaciones de teclas importantes:

♦+ Q	Entra a la pantalla HOME (aritmética, álgebra, cálculo)
♦+ W	Edita ecuaciones (para definir funciones)
♦+ E	Define los rangos en la ventana de graficación. Pantalla window
♦+ Y	Presenta la tabla de valores de las funciones seleccionadas
♦+ R	Presenta la gráfica de las funciones seleccionadas
♦+ ENTER	Presenta el resultado aproximado de una operación
♦+ "+"	Aumenta el contraste
♦+ "-"	Disminuye el contraste
2^{nd} + ESC	Sale del programa al que se entró por accidente
2^{nd} + "-"	Presenta el listado de archivos Equivalente al explorador de Windows.
2^{nd} + *MANO* + ON	Resetea el sistema cuando se bloquea
♦+ ON	Apaga la calculadora y guarda la última pantalla
2^{nd} + ON	Apaga la calculadora

Ejercicios

¿Qué vamos a hacer?	SUGERENCIAS
1. Realice las siguientes operaciones: **a.** 529* (-478) **b.** $(-64)^5$ **c.** $\sqrt{137}$ **d.** $\sqrt[3]{58}$ Exprese los resultados de c, d y e en modo exacto, aproximado y automático.	Escriba la operación. Para obtener el resultado oprima ENTER en lugar de = Oprima la tecla MODE, escoja la página 2 (puede oprimir F2), y con el cursor desplácese hasta [illegible]. Luego seleccione el modo.
2. Halle la descomposición prima de los siguientes números: **a.** 1236 **b.** 6468	Seleccione el modo Exacto Oprima F2, elija la opción 2:factor(y escriba el número que desee factorizar.
3. Reproduzca el siguiente dibujo en el programa de geometría: 	Para entrar al programa de geometría oprima la tecla APPS y escoja el programa. Despliegue el menú y escoja la opción 3: Nuevo. Asigne un nombre al archivo en el lugar en que aparece Variable: . Oprima ENTER dos veces. Explore las opciones en los menús.
8. Escriba su opinión sobre el uso de la calculadora en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.	Para entrar al editor de texto oprima la tecla APPS y escoja la opción Editor de Texto. Seleccione 3: Nuevo. Asigne un nombre al archivo ubicando el cursor en Variable: , luego presione dos veces ENTER.

ANEXO 3.1

INTRODUCCION AL PROGRAMA DE GEOMETRIA CABRI GÉOMÈTRE

Martín Acosta Gempeler

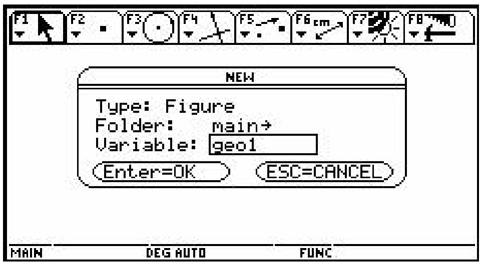
El programa de geometría incluido en la calculadora TI-92, es una adaptación del programa CABRI GÉOMÈTRE de geometría dinámica.

1. Abrir el programa

Para iniciar el programa de geometría debe oprimir la tecla APPS + 8. Se presenta un menú con tres opciones:

- **Current** sirve para abrir el último archivo que se trabajó
- **Open** sirve para seleccionar el archivo que se desea abrir
- **New** sirve para abrir un archivo nuevo.

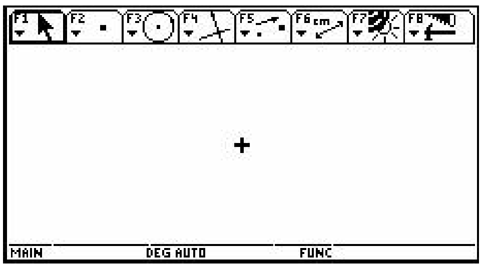
Seleccione **New**. Aparece una ventana como la siguiente, en donde debe escribir el nombre que quiere dar al archivo. Escríbalo y valídelo con ENTER. Oprima nuevamente ENTER para iniciar.



2. Usar los menús

Este es un programa de geometría dinámica que permite hacer construcciones e investigar sobre las propiedades de muchas figuras geométricas.

Al entrar al programa aparece la siguiente pantalla:



Con las teclas F1 a F8 se despliegan los diferentes menús que permiten seleccionar las herramientas para trabajar.
Oprima F2+1 para dibujar un punto. Ahora el cursor toma forma de lápiz. Con la tecla del ratón puede mover el cursor por la pantalla. Al oprimir ENTER se dibujará un punto.

Explore las diferentes herramientas de construcción de los menús F2 y F3 (Line, Segment, Ray, Circle, Triangle).

3. Desplazar objetos

Los objetos construidos en CABRI GÉOMÈTRE no son estáticos, sino que pueden ser desplazados a cualquier parte del plano. Para explorar esta posibilidad efectúe los siguientes pasos:

- borre todo lo que dibujó anteriormente (F8 + 8).
- dibuje un triángulo (F3 + 3)
- seleccione la herramienta Pointer (FI + 1) y acerque el cursor a uno de los vértices del triángulo hasta que aparezca el letrero THIS POINT
- oprima la tecla *MANO* (verá aparecer una mano que *agarra* el punto para moverlo)
- manteniendo oprimida la tecla *MANO*, utilice la tecla del cursor para mover ese punto.

Observe que con una sola construcción usted puede obtener, por desplazamiento, cualquier clase de triángulo.

4. Construir figuras geométricas

Las opciones presentadas en el menú F4, permiten hacer otras construcciones. Siga las instrucciones para construir rectas perpendiculares y paralelas:

- borre sus construcciones
- dibuje cualquier recta y un punto
- seleccione la herramienta Perpendicular Line (F4 + 1)
- acerque el cursor al punto hasta que aparezca THRU THIS POINT
- oprima ENTER
- acerque el cursor a la recta hasta que aparezca PERPENDICULAR TO THIS LINE
- oprima ENTER
- seleccione la herramienta Pointer
- desplace el punto por el plano y observe qué sucede con la recta perpendicular.

Repita el procedimiento anterior, pero seleccionando la herramienta Parallel Line.

5. Colocar Etiquetas

Para dar nombre a un objeto se procede como en el siguiente ejemplo:

- borre sus construcciones
- dibuje un segmento
- seleccione la herramienta Label (F7 + 4)
- acerque el cursor a uno de los extremos del segmento y oprima ENTER

- escriba *A*
- acerque el cursor al otro extremo *y* llámelo *B*
- seleccione la herramienta Midpoint (F4 + 3)
- acerque el cursor al segmento hasta que aparezca MIDPOINT OF THIS SEGMENT
- oprima ENTER
- seleccione la herramienta Pointer
- desplace el punto A y observe qué sucede con el punto medio del segmento
- seleccione la herramienta Perpendicular Bisector (mediatriz F4 + 4)
- acerque el cursor al segmento *AB* y oprima ENTER
- desplace los puntos *A* y *B* observando qué sucede con la mediatriz.

6. Borrar un objeto

El siguiente procedimiento le muestra cómo borrar un objeto y lo que sucede cuando se borra un objeto del cual dependen otros.

- Seleccione la herramienta Pointer (F1 + 1)
- acerque el cursor a la mediatriz de $\overline{AB}$ hasta que aparezca THIS LINE
- oprima ENTER para seleccionar la mediatriz (observe que la mediatriz cambia de apariencia)
- oprima la tecla DEL (flecha que está a la derecha del "=" en el teclado *qwerty*)
- construya un segmento *BC* concatenado con el segmento *AB* pero no colineal con él
- seleccione la herramienta Angle Bisector (bisectriz F4 + 5) y señale el ángulo *ABC*. Para señalar el ángulo *ABC* deben señalarse los puntos en ese orden. (recuerde, debe aparecer THIS POINT y oprimir ENTER)
- desplace los puntos *A*, *B* y *C* observando qué sucede con la bisectriz
- construya la mediatriz de $\overline{BC}$
- seleccione la herramienta Intersection Point (F2 + 3)
- acerque el cursor a la bisectriz de *ABC* hasta que aparezca THIS LINE
- oprima ENTER
- acerque el cursor a la mediatriz de *BC* hasta que aparezca THIS LINE
- oprima ENTER
- llame *P* al punto de intersección creado
- señale el segmento *BC* y oprima DEL
- observe qué pasa con el punto *P* y los demás objetos de la construcción.

7. Solucionar ambigüedades

Algunas veces hay varios objetos en el mismo sitio y para seleccionar alguno de ellos el programa debe saber cuál de todos se intenta señalar. Por eso al acercar el cursor aparece la pregunta ¿Cuál objeto? (WHICH OBJECT?). Al oprimir ENTER se despliega una lista con todos los objetos que están allí, en su orden de construcción. Así puede seleccionarse uno de ellos, como en el siguiente ejemplo:

- dibuje una recta
- dibuje un segmento sobre la recta
- seleccione Pointer
- acerque el cursor al segmento hasta ver el mensaje WHICH OBJECT?
- oprima ENTER y verá aparecer la lista: THIS LINE, THIS SEGMENT
- seleccione el segmento con la opción THIS SEGMENT y bórrelo.

RESUMEN DE COMANDOS	
Entrar al programa Cabri Géomètre	APPS 8
Señalar y seleccionar un objeto	F1 + l (Pointer)
Desplazar un objeto	Fl + 1, mantener oprimida la *MANO* y mover el cursor
Borrar un objeto	F1+1, seleccionar el objeto y oprimir la tecla
Borrar toda la pantalla	← F8 + 8
Dar nombre a un objeto	F7 + 4 (Label)
Configurar (ejes, cuadrícula, ...)	FS + 9 (Format)

ANEXO 4

LISTADO DE LOS ESTUDIANTES

GRADO SEPTIMO GRUPO 5 VESPERTINO I.E.E.N.S.C.

No	APELLIDOS Y NOMBRES
1.	ESTRADA ACOSTA CINDITH
2.	GONZALEZ MONTESINO MAURICIO ANDRES
3.	HERRERA MARTINEZ ROSA EMILIA
4.	JIMENEZ MENDOZA JOHANA MARCELA
5.	JULIO ANGULO LEIDY PAOLA
6.	MANJARREZ ROJAS MAYRA ALEJANDRA
7.	MARTINEZ PADILLA KEIYLA
8.	MEZA HERNANDEZ SANDRA
9.	PEREZ DOMINGUEZ KAREN MARGARITA
10.	RAMIREZ ZULUAGA YULIANA MARISOL
11.	RIOS LAZARO STEPHANNY BRISETT
12.	ROHENES BORJA DALGIS PAOLA
13.	SALCEDO SALNDOVAL ERICK DAVID
14.	SIERRA SALGADO LIBETH SOFIA
15.	SOTO LOAZA FRANCY MILENA