

**ALTERNATIVA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO Y COMPRENSIÓN
DEL CONCEPTO DE ÁREA EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO DEL
COLEGIO METROPOLITANO DE SINCELEJO**

**GEOVANNI OSORIO MONTT
NADIN PÉREZ OLIVERA**

**Director
FELIX ROZO ARÉVALO**

**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA LICENCIATURA EN MATEMATICAS
SINCELEJO
2002**

**ALTERNATIVA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO Y COMPRENSIÓN
DEL CONCEPTO DE AREA EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO DEL
COLEGIO METROPOLITANO DE SINCELEJO**

**GEOVANNI OSORIO MONTT
NADIN PÉREZ OLIVERA**

**Trabajo presentado como requisito para optar al título de Licenciado en
Matemáticas.**

**Director
FELIX ROZO ARÉVALO**

**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA LICENCIATURA EN MATEMATICAS
SINCELEJO
2002**

NOTA DE ACEPTACION

Presidente del Jurado

Jurado

Jurado

Sincelejo, 20 de Septiembre de 2002

DEDICATORIA

Al Ser supremo, creador de todas las cosas que siempre me acompaña y jamás me ha fallado: DIOS.

A los seres que en la tierra, más amo, me brindan todo, me apoyan y me aman en forma incondicional; mis padres: MARIA ESPERANZA Y REINALDO JOSE.

A las personas que siempre me han brindado su apoyo y comprensión: MIS HERMANOS.

A la memoria de la persona a quien un día prometí este triunfo y por lo cual donde esté se siente feliz; mi hermano: REINALDITO.

A la compañera que siempre me apoya, me ama y me respeta: PAOLA.

A mi tierra querida: MARTÍN ALONSO.

Geovanni de Jesùs.

AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan sus agradecimientos a:

DIOS, por guiarnos y protegernos en la realización de éste trabajo.

La Universidad de Sucre, por su misión de formar para la excelencia.

Colegio Metropolitano de Sincelejo, por la colaboración prestada.

Feliz Rozo Arévalo. Especialista en educación matemática y docente de la Universidad de Sucre, por su colaboración y motivación en éste trabajo.

Los docentes del departamento de matemáticas.

Todas y cada una de las personas que hicieron posible la realización de éste trabajo.

**UNICAMENTE LOS AUTORES SON RESPONSABLES DE LAS
IDEAS EXPUESTAS EN ESTE TRABAJO**

CONTENIDO

Pág.

INTRODUCCIÓN	11
1. PROBLEMA	14
1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.....	14
1.2 FORMULACIÓN	16
1.3 OBJETIVOS.....	16
1.3.1 Objetivo general.....	16
1.3.2 Objetivos específicos.....	17
2. JUSTIFICACIÓN	18
3. MARCO TEÓRICO.....	21
3.1 ANTECEDENTES.....	21
3.2 BASES TEÓRICAS.....	29
3.2.2 El conocimiento del espacio geométrico.	30
3.2.2.1 Representación mental del espacio.	33
3.2.3 Desarrollo cognitivo en geometría.....	35
3.2.4 La figura en el desarrollo del conocimiento geométrico.....	36
3.2.5 Pensamiento métrico.....	39
3.3 MARCO LEGAL.....	47
4. METODOLOGÍA	49
4.1 TIPO DE ESTUDIO.....	49
4.2 POBLACIÓN Y MUESTRA	49
4.3 TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN.....	49
4.4 INSTRUMENTOS.....	50
5. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	52
5.1 ANÁLISIS DE PRETEST.....	53
5.1.1 Resultados y análisis de la situación 1.....	54
5.1.2 Resultados y análisis de la situación 2.....	54
5.1.3 Resultados y análisis de la situación 3.....	55
5.1.4 Resultados y análisis de la situación 4.....	56
5.1.5 Resultados y Análisis de la Situación 5.....	57
5.2 ANÁLISIS DE TALLERES DE DESARROLLO	59
5.2.1 Análisis Taller de Desarrollo 1.....	59
5.2.2 Resultados y análisis taller de desarrollo 2.	71
5.2.3 Resultados y Análisis Taller de Desarrollo 3.....	81
5.2.3 Resultados y análisis taller de desarrollo 4.	92
5.2.5 Resultados y análisis taller de desarrollo 5.	107
5.2.6 Aspectos Observados Durante el Desarrollo de los Talleres..	117
5.3 ANÁLISIS DEL POSTEST	117

5.3.1 Resultados y análisis del postest.....	119
5.3.2 Resultados y análisis de la situación 2.....	121
5.3.3 Resultados y análisis de la situación 3.....	122
5.3.4 Resultados y análisis de la situación 4.....	123
5.3.5 Resultados y análisis de la situación 5.....	124
6. ASPECTOS ADMINISTRATIVOS.....	126
6.1 RECURSOS.....	126
6.1.1 Humanos	126
6.1.2 Tecnológicos.....	126
6.2 PRESUPUESTO	126
6.3 CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES	127
CONCLUSIONES	128
RECOMENDACIONES	132
BIBLIOGRAFÍA.....	134
ANEXOS	141

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Resultados del pretest	55
Tabla 2. Resultados situación uno	56
Tabla 3. Resultados situación dos	57
Tabla 4. Resultados situación tres	58
Tabla 5. Resultados situación cuatro.	59
Tabla 6. Resultados situación cinco.	60
Tabla 7. Resultados taller de desarrollo uno	62
Tabla 8. Resultados situación uno.	64
Tabla 9. Resultados situación dos.	66
Tabla 10. Resultados situación tres.	67
Tabla 11. Resultados situación cuatro	68
Tabla 12. Resultados situación cinco	69
Tabla 13. Resultados situación seis.	70
Tabla 14. Resultados situación siete.	72
Tabla 15. Resultados situación ocho	73
Tabla 16. Resultados taller de desarrollo dos.	74
Tabla 17. Resultados situación uno	76
Tabla 18. Resultados situación dos	78
Tabla 19. Resultados situación tres.	79
Tabla 20. Resultados situación cuatro.	81
Tabla 21. Resultados situación cinco.	82
Tabla 22. Resultados taller de desarrollo tres.	84
Tabla 23. Resultados situación uno	85
Tabla 24. Resultados situación dos	87
Tabla 25. Resultados situación tres.	88

Tabla 26. Resultados situación cuatro	90
Tabla 27. Resultados situación cinco.	92
Tabla 28. Resultados situación seis	93
Tabla 29. Resultados situación de Desarrollo Cuatro.	96
Tabla 30. Resultados situación uno	97
Tabla 31. Resultados situación dos	99
Tabla 32. Resultados situación tres.	100
Tabla 33. Resultados situación cuatro.	101
Tabla 34. Resultados situación cinco.	103
Tabla 35. Resultados situación seis.	104
Tabla 36. Resultados situación siete.	106
Tabla 37. Resultados situación ocho.	108
Tabla 38. Resultados taller de desarrollo cinco	110
Tabla 39. Resultados situación uno. Pregunta uno	111
Tabla 40. Resultados situación uno. Pregunta dos	112
Tabla 41. Resultados situación dos. Pregunta uno	113
Tabla 42. Resultados situación dos. Pregunta dos	113
Tabla 43. Resultados Situación tres.	114
Tabla 44. Resultados situación cuatro. Pregunta Uno	115
Tabla 45. Resultados Situación cuatro. Pregunta Uno	116
Tabla 46. Resultados Situación cinco. Pregunta Uno	117
Tabla 47. Resultados Situación cinco. Pregunta dos.	118
Tabla 48. Resultados Situación uno	122
Tabla 49. Resultados situación dos.	123
Tabla 50. Resultados situación tres.	124
Tabla 51. Resultados situación cuatro	126
Tabla 52. Resultados situación cinco.	127

INTRODUCCIÓN

Desde el trabajo que realizan los maestros en las escuelas y colegios se reconoce que las actividades relacionadas con la medida pueden resultar de interés para los estudiantes, en tanto posibilitan evidenciar la utilidad de las matemáticas en contextos relacionados con la cotidianidad; sin embargo, por una parte, se suele desconocer la complejidad de los procesos de medición (asumiendo que, en tanto la medida es intuitiva, es comprendida por el niño, sin requerir de operaciones específicas) y, por otra, existe una tendencia a considerar que el trabajo con la medida se reduce a encontrar fórmulas y procedimientos de cómputo, particularmente en el caso del área de figuras planas. Gran parte de lo que se aprende sobre medición es de naturaleza puramente incidental. Los conceptos de medidas aparecen en situaciones cuyo propósito es enseñar y aprender sobre el número. Se supone que la medida es intuitiva y está lo suficientemente poseída y comprendida por los alumnos como para servir de marco intuitivo en cuyo seno explicar las operaciones aritméticas. Tal presunción ha de ser puesta en tela de juicio (Osborne, 1976)¹.

Teniendo en cuenta los anteriores aspectos, se elabora una propuesta pedagógica como alternativa didáctica para el desarrollo del concepto de área, en especial el área de superficies planas.

Con la presente propuesta se busca principalmente la comprensión significativa del concepto de área, mediante actividades creativas y

¹ COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Lineamientos curriculares: Matemáticas. Santafé de Bogotá. Editorial Magisterio. Op. Cit. P, 62.

recreativas, por parte de los estudiantes de séptimo grado. Se pretende ofrecer una nueva herramienta que busque desplazar la forma como se ha venido planteando los aprendizajes sobre la medida. Sin alejar las actividades de la realidad próxima al niño, podemos ofrecer la oportunidad de captar las características y matices del área como cualidad de los objetos, destacando su carácter bidimensional y no limitándonos al caso de los polígonos, sino trabajando el área en los diferentes contextos donde aparece².

La propuesta se desarrolla atendiendo el siguiente esquema:

- Pretest
- Diseño
- Ejecución
- Postest.

En el pretest se busca explorar las ideas previas que poseen los estudiantes sobre el concepto de área.

Para el diseño se seleccionaron algunas actividades propuestas en Del Olmo y Otros (1993). Superficie y Volumen ¿Algo más que el Trabajo con Fórmulas?. Otras diseñadas por el grupo de trabajo y otras presentadas por G. Galindo de Rojas y M. Ferro, profesoras de matemáticas del nivel de primaria del Colegio Champagnat de Santafé de Bogotá.

Para el diseño y ejecución de las actividades, se parte de los resultados obtenidos del pretest. Con base en estos, se comienza a trabajar con figuras de forma regular hechas en cartón, luego con figuras con lados oblicuos o inclinados, también hechas en cartón; se continua con el manejo de figuras

² DEL OLMO y Otros. Superficie y Volumen, ¿Algo más que el Trabajo con Fórmulas?. Editorial Síntesis. P. 46.

realizadas a partir del tangram, como material de ayuda didáctica; luego se busca que los estudiantes trabajen cada una de las situaciones en el campo de la representación mental y/o gráfica, obligándolos así a que imaginen las transformaciones o acciones a realizar. Finalmente se proponen situaciones que tienen la intención de ofrecer a los niños un significado ligado a contenidos empíricos.

Los resultados obtenidos de las actividades realizadas, son valorados mediante un posttest, el cual es punto de comparación con los resultados obtenidos del pretest.

En el trabajo primero se presentan los referentes teóricos en que se fundamenta, posteriormente la metodología utilizada, con la que se explica la forma como se obtiene la información; luego presentamos los resultados y análisis de la información obtenida. Este capítulo contiene una descripción y los resultados de cada taller, luego se presenta cada situación, sus resultados y su respectivo análisis; Se continúa con el aspecto administrativo, y finalmente se presentan las conclusiones y recomendaciones, la bibliografía utilizada y en anexos, cada uno de los talleres.

Este estudio es de tipo descriptivo, pues la evaluación es cualitativa, presupone la formulación de juicios valorativos de la actividad protagónica del estudiante.

1. PROBLEMA

1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Tradicionalmente se nota en las escuelas y colegios que los maestros de matemáticas inducen a los alumnos en el estudio de las áreas de una manera formal y abstracta. Normalmente, se sobreentiende que el alumno ha descubierto por sí mismo el concepto de área y se suele pasar a la medida. O bien, se sale del paso dando una definición más o menos abstracta de superficie, pero sin realizar actividades orientadas a que distinga esta cualidad de las restantes, o compare objetos respecto de la misma sin necesidad de medirlos; y otras, que lleven al alumno a la adquisición y comprensión del concepto de área³.

La enseñanza del concepto de área se reduce a desarrollar en los niños habilidades y conocimientos necesarios para aplicar la fórmula que requiere en su cálculo y al estudio de los sistemas de unidades de medida que se utilizan para poderla cuantificar. Sin reconocer que estos conocimientos, son apenas, una parte del proceso de construcción de este concepto, y que no son los únicos ni por los cuales conviene empezar el trabajar con los niños⁴.

De otro lado, "No es extraño, en nuestro medio, introducir a los niños y a las niñas en el mundo de la medida con instrumentos refinados y complejos descuidando la construcción de la magnitud objeto de la medición y la

³ Ibid. P, 46.

⁴ G. G. DE ROJAS, M. FERRO. Cuaderno de Pedagogía. Educación y Cultura (Revista).P. 48.

comprensión y el desarrollo de procesos de medición cuya culminación sería precisamente aquella que hemos denominado como prematura"⁵.

En relación con el uso de fórmulas, DIENES (P.97) expresa: "Los niños repiten la frase <<área igual a base por altura>>, pero no pueden ver de qué forma puede una mera multiplicación convertir súbitamente, como por arte de magia, los centímetros en centímetros cuadrados. Las longitudes se han convertido de repente en áreas cuando hasta ahora eran solamente longitudes".

Además, encontramos que la mayoría de los textos de matemática (matemática progresiva 7, matemática constructiva 7, matemática práctica 7, nova 7, entre otras), y por consiguiente el trabajo en el aula, sigue centrado en aspectos relacionados con el uso teórico del Sistema Métrico Decimal y dedicando poco tiempo a resaltar la utilidad práctica, la captación de la cualidad que se va a medir, y a la estimación⁶. Otros textos, presentan el estudio de las áreas en capítulos finales, dando a entender que este tema es de menor importancia y que se estudiará sólo si el tiempo alcanza, lo que muy pocas veces se logra.

En el ámbito local; se efectuaron algunas observaciones pedagógicas sobre la forma en que los docentes de matemáticas orientan los temas de geometría, en el Colegio Metropolitano de Sincelejo. En relación con la enseñanza del concepto de área, los profesores de matemáticas, en especial del Grado Séptimo, utilizan actividades de sólo lápiz y papel o visualización en el tablero, haciendo énfasis en el uso y aplicación de fórmulas ya preestablecidas, sin dar paso a la exploración, manipulación y al uso de actividades creativas que posibiliten la comprensión significativa del concepto

⁵ COLOMBIA, MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Lineamientos Curriculares: Matemáticas. Santafé de Bogotá. Editorial Magisterio. P.62.

de área. Lo cual fue reafirmado mediante entrevistas personales dirigidas a profesores y estudiantes de Séptimo Grado.

Los profesores consideran que la anterior manera de orientar el concepto de área, además de facilitar el trabajo con los estudiantes, es el tratamiento que le dan la mayoría de los libros de matemáticas de séptimo grado (uso y aplicación de fórmulas), sin especificar cuales. Por otra parte, no ven de que otra forma pueda orientarse éste tema.

Al respecto de los estudiantes, el 85% de los entrevistados relacionan el concepto de área con el uso de unas "fórmulas" que las aplicaban en problemas en primaria y Sexto Grado (área del cuadrado, lado por lado, área del rectángulo, base por altura, área del triángulo, base por altura entre dos).

Los anteriores elementos se convierten en obstáculos que no permiten que el estudiante visualice el concepto de área de una manera significativa; de allí reside la necesidad de implementar la presente propuesta pedagógica que permita contribuir a subsanar tal problemática.

1.2 FORMULACIÓN

¿La realización de actividades creativas y recreativas sobre comparación de superficies planas, contribuye a que los estudiantes de séptimo grado del Colegio Metropolitano comprendan significativamente el concepto de área ?

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo general

⁶ DEL OLMO y Otros. Superficie y Volumen ¿Algo más que el Trabajo con Fórmulas? Editorial Síntesis. P.2.

Diseñar y ejecutar una propuesta pedagógica, como alternativa didáctica, que posibilite la comprensión significativa del concepto de área mediante actividades creativas y recreativas, sobre comparación de superficies planas.

1.3.2 Objetivos específicos

- Explorar las ideas previas que poseen los estudiantes de Séptimo Grado entorno al concepto de área mediante un pretest.
- Seleccionar algunas actividades variadas, creativas y recreativas; de las presentadas por DEL OLMO y Otros (1993), otras diseñadas por el grupo de trabajo y otras presentadas por G. Galindo de Rojas y M. Ferro(profesoras de matemáticas del nivel de primaria del Colegio Champagnat de Santa fé de Bogota), que favorezcan la comprensión en aquellos espacios de dificultad detectados con el pretest, para la articulación de una secuencia didáctica.
- Aplicar la secuencia didáctica (conjunto de actividades creativas y recreativas), de talleres dirigidos tendientes a la comprensión significativa del concepto de área.
- Medir el desempeño del estudiante ante situaciones problemas relacionadas con la cotidianidad, donde intervenga el concepto de área.
- Valorar los resultados obtenidos mediante un postet y la comparación de este con el pretest.

2. JUSTIFICACIÓN

Vivir el estudio de la Geometría en la escuela puede ser una experiencia feliz si basamos su aprendizaje en actividades constructivas, sensibles y lúdicas. Entre las ramas de las matemáticas, la Geometría es la que mayor posibilidades ofrece a la hora de experimentar, mediante materiales adecuados, sus métodos, sus conceptos, sus propiedades y sus problemas. Es por ello que la enseñanza geométrica no debe sucumbir a las limitaciones formales, simbólicas y algebraicas de los conocimientos matemáticos: Será en este primer estadio de sensibilidad donde el tacto, la vista, el dibujo y la manipulación permiten familiarizar al alumno con todo un mundo de formas, figuras y movimientos sobre el cual asentar posteriormente los modelos abstractos⁷.

Teniendo en cuenta lo anterior, la presente propuesta es importante porque permite que los alumnos desarrollen actividades constructivas, sensibles y lúdicas, se privilegia el desarrollo de habilidades y destrezas, permite la recreación a través de los materiales utilizados y facilita la comprensión del concepto de área de una manera significativa, dado que "la enseñanza del concepto de área no puede reducirse a desarrollar en los niños las habilidades y conocimientos necesarios para aplicar las fórmulas que requieren su cálculo, como tampoco al estudio de los sistemas de unidades de medidas que se utilizan para poderlos cuantificar" (Jorge Castaño en: Descubro la Matemática). Además de lo anterior, con esta propuesta se espera que los aprendizajes se transformen en experiencias, pues la manipulación de los materiales permite que los niños descubran y construyan

⁷ CLAUDIA ALSINA y Otros. Materiales para Construir la Geometría I

sus propios aprendizajes a través de su experiencia personal y de la integración social.

Las magnitudes y la medida deben permanecer en la enseñanza por distintas razones: no se concibe una educación que prepare a los niños para enfrentarse a las necesidades cotidianas sin que incluya un trabajo serio sobre la medida porque la medida es un tópico en el que confluyen aspectos geométricos, aritméticos, de resolución de problemas, y por la cantidad de destrezas y habilidades que desarrollan (Del Olmo y otros, 1993.p,11).

Las medidas del área y del volumen son las menos cuidadas en cuanto a las actividades que se realizan, ya que se cercenan sistemáticamente muchos de sus ricos y variados matices y se suele poner de manifiesto su conexión con otras partes de la matemática escolar. Se presta poca atención al desarrollo de los conceptos de área y de volumen en comparación con otros tópicos y como consecuencia de ello la escasez de los resultados útiles para la instrucción (Del Olmo y Otros, 1993).

De otro lado, no se puede ni se debe basar el trabajo sobre el concepto de área en el uso y aplicación de fórmulas, ya que la medición en general, es básicamente una actividad geométrica cuyo enlace con la aritmética, aunque necesaria, es arbitraria. No se puede reducir la medición a la actividad puramente aritmética y a la conversión de unidades; ya que esto produce un alumno minusválido en cuestiones de medición.

Al suprimir el papel de la geometría en la enseñanza de la medición y enfatizar indebidamente la unidad de medición, se causan trastornos incluso anti-intuitivos en el estudiante. (Mirían Acevedo y María Falk, p. 1 sección 3, 1987)

La puesta en marcha de esta propuesta incide en una renovación metodológica, insertada en el nuevo rol del maestro de matemáticas y de los estudiantes, evidenciándose en actividades creativas y recreativas, sobre el desarrollo del concepto de área, permitiendo que el maestro se convierta en un facilitador, orientador y guía, gestor de procesos de pensamientos, en lugar de un transmisor de conocimientos, generando en los estudiantes procesos de motivación orientados al fortalecimiento y dinamismo de la matemática escolar.

Este trabajo permite tanto a la Universidad como a los proponentes hacer aportes importantes a otras instituciones educativas donde se requiera transformar situaciones, satisfacer necesidades o solucionar problemas, sobre la orientación de la geometría, específicamente el concepto de área, convirtiéndose en gestores de calidad.

La viabilidad del proyecto radica en la disponibilidad de tiempo, recursos y talento humano por parte de la Universidad de Sucre, de los proponentes y de la comunidad educativa donde se ejecutó la propuesta pedagógica.

3. MARCO TEÓRICO

3.1 ANTECEDENTES

Al indagar sobre la medida y sobre el concepto de área, recogemos trabajos que facilitan información sobre la adquisición por parte de los estudiantes de conceptos relacionados con estos temas.

La utilidad de la medida está hoy social y suficientemente reconocida, existiendo además numerosos textos escritos que reflexionan sobre ella. Así, el National Council of Teachers of Mathematics (N.C.M.T.) en una de sus publicaciones anuales, concretamente en el Yearbook de 1976, dedica un capítulo a resaltar los avances tecnológicos conseguidos gracias a la precisión en las mediciones.

También el informe Cockcroft(1982) justifica su importancia tanto desde las necesidades de la vida adulta, debido a la cantidad de mediciones que realizamos cotidianamente, como desde las necesidades del mundo del trabajo; las tareas de estimación, mediciones, uso correcto de las unidades métricas, así como desde las necesidades matemáticas de cara a la enseñanza superior.

Desde hace años, la medida ha sido objeto de instrucción obligatoria en los países más desarrollados y también en el nuestro. Los cuestionarios nacionales de 1955, 1965, y 1970, así como los Programas Renovados (1982) y los Objetivos Terminales para la Segunda Etapa (1980), la incluyen en sus orientaciones y programas, con bastante amplitud y extensión.

Con motivo del VI I. C . M. E.(Budapest, 1988) se han celebrado varios debates sobre los problemas de la Educación Matemática en la década de los noventa; en los documentos publicados después del Simposio de Valencia en 1987, aparece como conocimiento necesario <<para todos>> los conceptos, nociones y destrezas básicas relativas a la medida, sin embargo, en los de Kuwait(1987) no se entra en la descripción de contenidos (y se desconoce, por tanto, el sentir de este grupo de profesores).

Entre los investigadores que han realizado experiencias en torno a la adquisición del concepto de área o relacionados con la medida de ésta, encontramos:

Piaget y Otros. El trabajo que han realizado Piaget y sus colaboradores significa una importante contribución a la comprensión del desarrollo en el niño de conceptos relacionados con la medida, a la vez que han proporcionado una base para el debate y necesidad de posteriores investigaciones.

Piaget, identifica dos operaciones fundamentales de las que depende el proceso de la medida: Conservación y transitividad.

La conservación se refiere a la invarianza de ciertas cualidades de los objetos cuando se ejercen transformaciones sobre ellos. La transitividad se refiere al uso de intermediarios en la medida de dos objetos.

Piaget y el grupo de Ginebra, pusieron mucho énfasis en la conservación de las nociones de magnitud y medida en los niños. Pero como indica Freudenthal, hablar en términos generales de conservación resulta ambiguo; es preciso indicar la transformación respecto de la cual se postula la conservación. También es ambiguo decir que un niño o un adulto conserva, por ejemplo, la cantidad de área; esto depende de la tarea asignada.

Piaget, Inhelder y Szeminska (1960) nos han proporcionado información muy aclaratoria sobre las etapas que atraviesa el niño en su desenvolvimiento de los conceptos asociados al de área. En un experimento trataron de determinar a qué edad aparece como axiomática, es decir, como una verdad evidente por sí misma, la siguiente proposición: si de dos todos iguales se quitan partes iguales, los restos serán también iguales. A un niño se le mostró dos pedazos de cartulina de 30 por 20 cm, aproximadamente, y se le decía que representaban prados. En medio de cada prado se colocaba una pequeña vaca de juguete, y además en uno de ellos se ponía también una casita. entonces se preguntaba al niño: “¿ Tienen ahora las dos vacas la misma cantidad de hierba para comer?”. Todos los niños sometidos a la prueba contestaron que la vaca situada en el campo donde no había casa tenía más hierba para comer. Entonces se colocaba una casita idéntica en el campo que no la tenía, y la mayoría de los niños decían que entonces las dos vacas tenían la misma cantidad de hierba. De ello concluyen los autores que el carácter axiomático de la proposición parece ser percibido en todas las edades.

Casas extra, todas ellas idénticas una a otra, fueron situadas entonces en cada campo. En el uno, juntas, en el otro separadas ampliamente. Sin embargo en cada uno de los campos había siempre el mismo número de casas.

Se preguntaba a los niños sobre la cantidad de hierba aprovechable por cada vaca, cada vez que se añadía un par de casitas, y se continuó el experimento hasta añadir unas quince o veinte casitas. Se encontró que sobre los cinco o seis años de edad, los niños no admitían la misma cantidad de hierba para las dos vacas desde el momento en que se colocaba el primer par de casitas. Entre los seis y siete años se mostraban a menudo conformes en que las partes libres de los dos prados eran iguales hasta que se habían colocado unas doce casitas; pero a partir de ahí el aspecto o configuración

perceptibles se hacía tan diferente, que el niño a veces negaba que las áreas libres siguiesen siendo iguales. En cambio, desde los siete años en adelante, siempre reconocían la igualdad de las cantidades de hierba remanentes, porque el concepto lógico de reversibilidad permitía al niño efectuar mentalmente las operaciones necesarias para resolver el problema.

En otro importante experimento se enseñaban al niño dos rectángulos A y B, que el reconocía como iguales. Se dividía diagonalmente el rectángulo A en dos partes iguales, que se colocaban juntas formando un triángulo C. Se preguntaba al niño si las dos figuras B y C eran del mismo tamaño. Los niños entre cinco y seis años de edad no creían que el área se conservase igual, mientras que entre los seis y siete años algunos percibieron la igualdad, al parecer intuitivamente. Desde los siete años en adelante se daban cuenta operativamente de la conservación del área cuando se alteraban las figuras; pero hasta los ocho o nueve años de edad no entendían completamente la aplicación de una unidad de medida para medir la superficie total.

K. Lovell y otros(1962), repitieron los dos experimentos descritos por Piaget y sus colaboradores. A continuación informamos brevemente de los hallazgos realizados:

El experimento relativo a las vacas que se comen la hierba de dos prados, fue realizado con gran número de niños entre cinco y seis años de edad. Todos los niños admitían que había la misma cantidad de hierba en los dos prados antes de colocar en ellos las casitas. También, admitían todos que había la misma cantidad de hierba en ambos prados cuando se colocaba una casita en cada uno. Pero se encontró también que muchos niños negaban la conservación del área desde que se colocaban dos casas en cada campo, o bien se mantenían firmes en admitir la conservación hasta el final del experimento, que en este caso alcanzó hasta la colocación de dieciséis casas en cada prado. Se encontró muy pocos niños que admitiesen la

conservación hasta cuatro, cinco o seis pares de casas, negándola entonces a causa de las grandes diferencias en la configuración perceptible. No se sabe a que atribuir el desacuerdo entre estos resultados y los obtenidos por Piaget y sus colaboradores. La edad cronológica no parece ser un buen indicador de la posibilidad de resolver la cuestión, pues algunos niños de cinco y seis años mantuvieron la conservación hasta el final del experimento exponiendo razones adecuadas, mientras que algunos niños de más edad, no.

A varios niños entre los cinco y once años se les dieron: a) figuras formadas de cierto número de cuadrados y, aparte, una unidad cuadrada; b) figuras formadas de cuadrados y triángulos contiguos y separadamente, una unidad cuadrada y otra triangular, obteniendo una última cortando diagonalmente un cuadrado. En uno y otro caso el niño tenía que hallar las áreas de las figuras usando las unidades. En el caso b) se les presentaba también el problema de convertir las unidades en unidades triangulares, pues las áreas de las figuras solo podían expresarse en números enteros haciéndolo en unidades triangulares. Estos resultados indican que con la edad se produce un progreso en la capacidad para medir por aplicación de la unidad de medida, sea cuadrada o triangular(iteración). Pero algunos niños de siete años superaron a este respecto a otros de nueve años. En términos generales, la tarea a) fue mucho más fácil que la b), aunque hubo niños de siete años que la realizaron con éxito total. Es obvio, sin embargo, que sin haber captado el principio de iteración(aplicación repetida de una unidad de medida), el niño no podrá hacerse cargo de la significación del tipo de actividades descritas.

K. Hart (1984). Cuestiona la secuencia, prácticamente aceptada de la conservación de la longitud, área y volumen, propone experiencias en las que al obtener los resultados destaca que el 70% de los niños que no conservan la longitud, pueden conservar el área y el 70% de los que no pueden conservar el área, pueden conservar la longitud, de esta forma,

parece que una capacidad no es requisito para la otra. En un trabajo más amplio sobre la conservación del área propone a niños de 12, 13 y 14 años, la siguiente tarea: **corto un cuadrado A en tres piezas y las recompongo sin superponer en una nueva forma B**. Las respuestas a que A y B tienen la misma área son.

--- Doce años: 80 por 100

--- Trece años: 85 por 100

--- Catorce años: 44.5 por 100.

En esta tarea hay sujetos que afirman la igualdad entre el perímetro de las dos figuras(seguramente porque tienen la misma área), concretamente el 36 por 100 de doce años, el 29 de trece y el 20 de catorce.

Esta tarea indica que, incluso niños mayores, no han logrado la denominada conservación del área.

Wagman (1982). Considera que los estudios relativos al desarrollo del concepto de área realizados por el grupo de Ginebra, omiten algunos aspectos significativos desde el punto de vista matemático de dicho concepto. Intenta ampliar en este sentido los resultados diseñando una investigación que contiene al menos una tarea relacionada con cada uno de los axiomas de área, de aditividad, de congruencia y de unidad, lo hace con niños de 8-10 y 11 años, con los datos obtenidos formula la hipótesis de que la comprensión del axioma de congruencia en aplicaciones concretas, podría preceder a la conservación de área, y termina estableciendo cuatro etapas en el desarrollo de la medida del área: Logro de la medida de área, transicional, principio y premedida.

El nivel más alto, la etapa de logro, se caracteriza por la habilidad de aplicar el conjunto entero de axiomas en casos perceptualmente fáciles y difíciles. Los niños que están en la etapa transicional aplican los axiomas en casos simples, pero necesitan ayuda cuando la situación se complica perceptualmente, o no son capaces de resolverla. En el <<principio>> de la emergencia de la medida del área, los sujetos aplican algunos, pero no todos los axiomas. Los niños de esta etapa conservan el área; sin embargo, los que están en la <<premedida>> han logrado la conservación del área, pero son incapaces de aplicarla a todas las situaciones. A pesar de todo, ellos aplican algunos de los axiomas de la medida de área.

En otro estudio realizado señala que aproximadamente $1/3$ de los sujetos que intervienen en este estudio, confunden el área con el perímetro.

OSBORNE, hace como Wagman, un planteamiento de tipo matemático, considera los axiomas de la medida y propone introducir el concepto de área aprovechando la axiomática común con la magnitud longitud. Lo que se conoce con el nombre de transfer.

Así, después de analizar los sistemas de medida del área y de la longitud, subraya las cinco propiedades comunes que pueden servir como base consistente para aplicar los seis principios de la enseñanza del transfer (Yearbook, 1976): función, aditividad, congruencia, comparación y unidad. Desconocemos como es acogido por los niños esta forma de introducir el área, pues no disponemos de datos. En realidad no se trata de una investigación; es más bien una propuesta.

Rogalski (1982). Estudia la elaboración de la dimensionalidad de las longitudes y superficies por el estudio de las invariantes de ciertas transformaciones. Algunas de las cuestiones que investiga son: ¿Cuál es la disponibilidad de las representaciones que pueden tener los niños de las

operaciones de pavimentado? Es decir, si a un niño le presentamos dos figuras semejantes con una razón de semejanza sencilla, él es capaz de recubrir mentalmente y de manera inmediata la grande con la pequeña (esto es, cuántas veces lo contiene), las conclusiones a las que llego con este trabajo es: La apropiación de los conceptos dimensionales relativos a la superficie se efectúan lentamente de manera incompleta para muchos sujetos, estas operaciones de pavimentado se hacen complejas en los casos de triángulos y se hacen imposibles en caso de círculos.

Vinh_Bang y Lunzer, estudian las reacciones de los niños ante una serie de rectángulos que tienen el mismo perímetro y apariencias muy diferentes. Los niños pequeños se dejan llevar por su percepción y estiman que los perímetros han de ser diferentes; carecen de un <<mecanismo>> de compensación que no se presenta hasta los ocho o diez años.

Es importante resaltar los resultados de la propuesta "Descubro la Matemática", que se viene implementando en el Colegio Champagnat de Bogotá, bajo la dirección pedagógica de Jorge Castaño García, sobre la construcción del concepto de área, donde se menciona que éste concepto no puede reducirse a desarrollar en los niños las habilidades y conocimientos necesarios para aplicar las fórmulas que requieren su cálculo, como tampoco al estudio de los sistemas de unidades de medida que se utilizan para poderla cuantificar.

En la Universidad de Sucre en el Postgrado en Educación Matemática(2001), se llevó a cabo la propuesta "Tratamiento Figural en la Elaboración del Concepto de Area", en estudiantes de Sexto Grado del Colegio Víctor Subiría de Colosó - Sucre, por las profesoras Judith Flórez y Carmen Salas, quienes concluyen que: Si se realiza un tratamiento figural, se puede lograr que el estudiante elabore por sí sólo el concepto de área, estas figuras y su manejo lo encaminan y orientan hacia su elaboración.

Mediante revisión bibliográfica se encontró que a nivel de pregrado, en la Universidad de Sucre, no se ha realizado trabajo alguno relacionado con este tema. De igual forma en el Colegio Metropolitano tampoco se han realizado trabajos al respecto.

3.2 BASES TEORICAS

3.2.1 Caracterización del conocimiento geométrico. El aprendizaje en geometría, aunque su problemática es común a las otras partes de la matemática, posee, por su puesto, características especiales en cuanto a habilidades a desarrollar, como metodología y adecuación de niveles (Claudi Alsina y otros, 1995, p. 83).

Cualquier aprendizaje debe pasar necesariamente por una etapa previa de observación en el caso de la geometría, las experiencias sensibles, visuales y táctiles han de constituir la base sobre la cual fundamentar las actividades y abstracciones posteriores.

En geometría, debe observarse en primer lugar aquello que de geometría tenga el entorno natural, social, técnico y artístico; tanto las formas estáticas como las evoluciones dinámicas. En segundo lugar cabe observar las representaciones gráficas y mentales, y su correspondencia o fidelidad con la realidad que reflejan o proponen. En tercer lugar cabe dirigir la observación hacia el material didáctico, a utilizar para su enseñanzas.

Actuar es simplemente añadir a la observación acciones personales de comparación, comprobación, manipulación, ..., etc. Una observación carente de una acción personal puede ser una curiosidad pero no un aprendizaje. Aquí cabe reivindicar el trabajo personalizado. El individuo realiza sus observaciones, sus acciones y solo basándose en esta actividad personal

realiza su aprendizaje. Ello implica la necesidad de manejar en la enseñanza una enorme cantidad de material.

Así como es importante el trabajo personal, es importante también el trabajo en grupo. Este tiene sus ventajas: Mas rapidez en realizar un montaje, una mutua provocación de actividades entre los integrantes del grupo, una naturalidad en el planteo de cuestiones y debate de posibles soluciones, etc. Por tanto el trabajo en equipo es altamente recomendable (Claudi Alsina y otros 1995, p. 90-92).

3.2.2 El conocimiento del espacio geométrico. El espacio puede ser caracterizado desde diferentes puntos de vista: Físico, psicológico, social, geométrico, etc. Interesa analizar en estos momentos el espacio geométrico.

En el conocimiento del espacio geométrico se distinguen dos modos de comprensión y expresión, el que se realiza de modo directo (intuición geométrica), de naturaleza visual y el que se realiza de forma reflexiva (lógica), de naturaleza verbal. Estos modos de conocimiento aunque muy distintos son complementarios. El primero es creativo y subjetivo, mientras que el segundo es analítico y objetivo. El primero se caracteriza por la intuición y el segundo por la lógica. Ambos modos del conocimiento geométrico pueden considerarse como fases del desarrollo del pensamiento.

La visualización corresponde al saber ver al espacio en el cual la intuición es el motor que hace arrancar y avanzar la comprensión de las distintas relaciones espaciales. Ahora bien, para que se tenga un conocimiento correcto hay que analizarlo con las leyes de la deducción lógica para que así se pueda expresar y comunicar por medio del lenguaje.

El hecho de adquirir conocimiento del espacio real a través de la intuición geométrica es lo que se llama la percepción espacial.

La percepción es el resultado de una serie de fases de procesamiento que ocurre entre la recepción de un estímulo visual y el logro de un percepto. La base de la percepción está en las operaciones cognitivas que se efectúan sobre la información contenida en el estímulo.

La percepción espacial desempeña un papel fundamental en el estudio de la geometría, reconociendo formas, propiedades geométricas, transformaciones y relaciones espaciales.

En la percepción del espacio geométrico interesa concentrarse en la estructura puramente geométrica.

En el estudio del desarrollo de la percepción espacial, R. Pallascio y otros proponen 5 etapas:

- ♦ La Visualización. Después de haber observado un objeto, su visualización consiste en poder memorizar (suficientemente) imágenes parciales a fin de reconocer objetos iguales o semejantes por cambio de posición o de escala, entre una diversidad de objetos teniendo el mismo croquis.
- ♦ La Estructuración. Después de haber visualizado un objeto, su <<estructuración>> consiste en poder reconocer y reconstruir el objeto a partir de sus elementos básicos constituyentes.
- ♦ La Traducción. Consiste en poder reconocer un objeto a partir de una descripción literaria y viceversa.
- ♦ La Determinación. Consiste en poder reconocer sus existencia a partir de una descripción de sus relaciones métricas.

- ♦ La Clasificación. Consiste en poder reconocer clases de objetos equivalentes según diferentes criterios de clasificación.

Estas etapas permiten a su vez desarrollar las habilidades de observar (visualización), abstraer (estructuración), comunicar (traducción) y organizar (determinación y clasificación). (Claudi Alsina y otros, 1995, p. 15 – 17).

En Comparación entre las etapas presentadas en este trabajo (Pág. 31), podemos ver que: En la primera etapa, el estudiante realiza un reconocimiento de la figura, la segunda, realiza ciertas operaciones con ellas y ciertas reconstrucciones, en la tercera, construye la figura en su mente, en la cuarta y quinta, está en capacidad de pasa a la medida y realizar variadas clasificaciones por todas las características que infiere de ella.

Además del desarrollo de la percepción espacial, Duval señala otros procesos cognitivos necesarios para el aprendizaje de la geometría, a saber: visualización, construcción y razonamiento, según él cada una cumple funciones muy claras dentro del pensamiento del sujeto. En los procesos de visualización se identifican las figuras en dos y tres dimensiones, en los procesos de construcción se elaboran configuraciones de manera que se podría decir que ya se puede operar con la figura y realizar con ella operaciones de traslación, reflexión, adición y sustracción, en el proceso de razonamiento se permite la extrapolación de lo analizado a diversas situaciones ya que puede argumentar, razonar e inferir sobre las operaciones que se realizan con la figura; Duval también afirma que “ más allá de un contenido particular de tal o cual conocimiento, la Geometría mas que otras áreas en matemáticas, puede ser usada para descubrir y desarrollar diferentes formas de pensamiento” (Duval, 1999, citado por Flórez, Judith y Salas, Carmen, 2001, p.26-27).

El desarrollo del pensamiento espacial en los estudiantes les da las herramientas que le permiten sacar deducciones de su entorno, manipular el

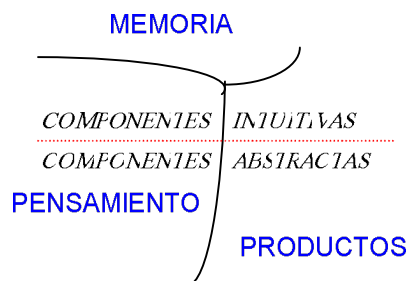
mundo físico, lograr llevar las situaciones que se le presentan a su mente mediante una adecuada visualización, que le permite además realizar modificaciones, jugar con su entorno, reformarlo, por lo cual León y Calderón afirman: “ El desarrollo de las competencias geométricas es una exigencia didáctica y en consecuencia debe ser un propósito fundamental para la enseñanza de la geometría. Esta exigencia didáctica obliga a considerar requerimientos fundamentales para el profesor, como la comprensión de los procesos cognitivos que se deben desarrollar y por consiguiente el diseño de situaciones de aprendizaje que diferencien y coordinen, las diferentes clases de proceso de visualización con los razonamientos requeridos” (León y Calderón, 2001, p. 73).

3.2.2.1 Representación mental del espacio. En la teoría psicogenética de Piaget se supone que todos los niveles de organización espacial propuestos ponen en juego actividades de construcción por parte del sujeto.

Las representaciones mentales de los objetos físicos son el resultado de construcciones que se apoyan sobre las acciones con los objetos y con las coordinaciones de estas acciones.

La construcción del espacio cabe entenderla como un proceso cognitivo de interacciones. Desde un espacio intuitivo o sensorio motor, que se relaciona con la capacidad práctica de actuar en el espacio, manipulando objetos, localizando situaciones en el entorno, y efectuando desplazamientos, medidas, cálculos espaciales, etc; a un espacio conceptual o abstracto relacionado con la capacidad de representar internamente el espacio, reflexionando y razonando sobre propiedades geométricas abstractas, tomando sistemas de referencia, prediciendo y manipulando mentalmente, etc. Este proceso de construcción del espacio está condicionado e influenciado tanto por las características cognitivas individuales, como por la influencia del entorno físico, cultural, social e histórico. Por tanto la

enseñanza y aprendizaje de la geometría se debe tratar de favorecer la interacción de cada uno de los componentes que determinan la construcción del espacio(figura 1)



PRODUCTO	PENSAMIENTO	MEMORIA
- Modelos de reproducción	- Conciencia espacial	- Información espacial almacenada
- Representación gráfica	- Manipulación mental	- Teoremas
- Descripciones verbales	- Resolución de problemas espaciales	
	- Imaginación espacial	

Componentes.

- Intuitivas (cognición del entorno)
- Abstractas (relaciones proyectivas, afines, sistemas de referencias).

3.2.2.2 Representación gráfica del espacio. La representación gráfica es una manera de comunicación, un lenguaje para expresar y construir los conocimientos geométricos. La expresión gráfica se realiza por medio de esquemas, figuras y dibujos mucho mas sencillos y directos que los símbolos de la escritura. Es el lenguaje ideal para la intuición geométrica, la percepción visual y en definitiva la percepción espacial.

La comunicación gráfica es, por tanto, una habilidad que tiene que ser aprendida y practicada; por lo cual en el desarrollo de las actividades con los estudiantes se busca que a medida que estos avanzan en la solución de las situaciones escritas puedan resolver el problema de la comparación de área en el campo de la representación mental y/o gráfica.

3.2.3 Desarrollo cognitivo en geometría. Interesa en primer lugar considerar aspectos del trabajo de Piaget sobre el desarrollo del conocimiento geométrico en los niños. El pensamiento para Piaget es una combinación de corrientes filosóficas como el empirismo que afirma que el conocimiento se extrae de la realidad pero no solo es este una copia de él, por que luego que el sujeto interactúa con la realidad, este hace una deducción lógica deductiva que hace que pueda identificar en su entorno características esenciales de la realidad observada y reconozca esta en cualquier otro contexto que se presente, por lo que es también una combinación de la corriente racionalista. El aprendizaje según Piaget es un modelo constructivista porque el sujeto construye su propia realidad al interactuar con ella, por esto para Piaget el comportamiento de cada sujeto es el resultado de una necesidad que se es satisfecha cuando puede incorporar ciertas estructuras con las que ya posee, es decir que el pensamiento como las acciones se tiene que reajustar a cada momento teniendo en cuenta las variaciones exteriores a las que se ve influenciado el sujeto.

Para Piaget el desarrollo del pensamiento se da en cuatro grandes etapas:

- Espacio sensorio – motor, caracterizado por percepciones sensoriales de las relaciones espaciales. En esta etapa se tiene una visión egocéntrica del espacio.

- Espacio intuitivo, caracterizada por representaciones intuitivas en un nivel preoperatorio.
- Espacio concreto, caracterizado por representaciones operatorias. En este nivel se efectúan operaciones reversibles con diferentes materiales concretos.
- Espacio abstracto, caracterizado por las operaciones formales y abstractas.

La teoría expuesta por Piaget también llamada teoría psicogenética, en todo momento habla que el sujeto es quien construye su espacio, este no lo trae consigo, no es innato, el sujeto lo tiene que construir y para hacerlo necesita de un aprendizaje u operación, es allí donde el profesor juega un papel importante porque cuando se quiere estudiar el aprendizaje de la geometría, se necesitan conocer los factores que intervienen en la elaboración de las relaciones espaciales, determinar además los conocimientos y los requisitos indispensables para diseñar unidades didácticas que propendan por un aprendizaje de la geometría; es en el aula donde las etapas expuestas por Piaget cobran gran importancia en este trabajo.

3.2.4 La figura en el desarrollo del conocimiento geométrico.

La figura juega un papel fundamental en el desarrollo del proceso de visualización en el estudiante, por ser esta una herramienta que inicialmente se usa para darle forma y sentido a todo lo que ve en su entorno.

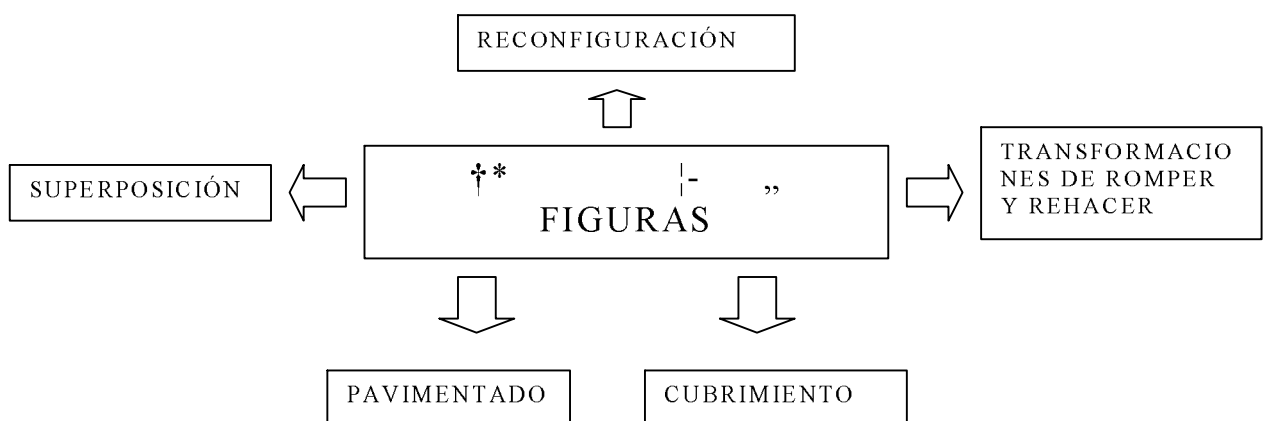
Por cumplir la figura un papel tan significativo en el proceso de visualización es necesario darle a ella un tratamiento especial y lograr que con la manipulación de esta el estudiante pueda acceder de una manera mas

rápida, sin problemas al conocimiento geométrico y en particular en la elaboración del concepto de área (Kelly, 1955, p.199).

3.2.4.1 Tratamientos figúrales. Duval señala las siguientes características de un tratamiento figural:

- Son específicos al registro de las figuras, no son asimiladas a un tratamiento matemático.
- La posibilidad de los tratamientos figúrales están vinculados con las posibilidades de modificación que surgen de las de las partes con el todo.
- Los tratamientos figúrales facilitan o inhiben tanto el reconocimiento de las situaciones representadas, como la búsqueda heurística.

El siguiente cuadro sintetiza los tratamientos con figuras y las acciones a realizar con ellas:



- Pavimentado. Se dice que una figura A con superficie S es pavimentada con otra figura B con superficie S' si se puede cubrir a la figura A con un número de copias de la figura B sin dejar huecos y sin superposición de ellas

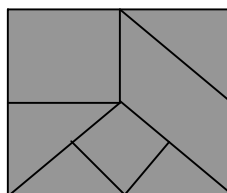
- Reconfiguración. Si una figura A se puede reordenar en otra figura B, se dice que la figura A es igual a la figura B.
- Cubrimiento. Se dice que una figura B es cubierta por una figura A, si tomamos un determinado número de piezas del mismo tamaño de A y cubrimos totalmente la figura B sin superponer ninguna de estas piezas.
- Superposición. Si una figura A se superpone en otra figura B, podemos apreciar u observar si esta figura tiene mayor, menor o igual área.
- Transformaciones de Romper y Rehacer. Una figura A se puede cortar en pedazos y luego armar en dos o más figuras y de esta manera establecer el principio de adición. (León y Calderón, 2001, p. 78)

3.2.4.2 La figura y el material didáctico. El material didáctico es todo aquello que nos sirve para reemplazar la realidad, revelándola de la mejor manera posible, de tal manera que el alumno adquiere el conocimiento de una forma mas objetiva.

El Material didáctico es un excelente auxiliar para la enseñanza de la geometría; específicamente el Tangram es un material didáctico de gran uso y utilidad en el desarrollo del concepto de área de superficies planas. Este material didáctico es un rompecabezas constituido por varias piezas geométricas que juntas forman un cuadrado (un triángulo, un rectángulo, pentágono) u otras muchas figuras. Así, hay diferentes tipos de Tangram; los más usuales son: el cuadrado, el triangular, el rectangular y el pentagonal. De los diferentes tipos de Tangram utilizamos el cuadrado (figura 2), el cual esta formado por siete piezas, con las cuales se pueden construir una gran variedad de figuras (triángulos, rectángulos, trapecios, etc). Este material además de facilitar acercamiento al concepto de área permite trabajar las semejanzas entre figuras geométricas, equivalencias de áreas fracciones,

particularmente como la relación parte todo, así como la equivalencia de las mismas (Del Olmo y otros, 1993, p.48)

Figura 2



3.2.5 Pensamiento métrico.

3.2.5.1 Construcción del concepto de medida. Desde el trabajo que realizan los maestros en las escuelas y colegios se reconoce que las actividades relacionadas con la medida pueden resultar de interés para los estudiantes, en tanto posibilitan evidenciar la utilidad de las matemáticas en contextos relacionados con la cotidianidad; sin embargo, por una parte, se suele desconocer la complejidad de los procesos de medición (asumiendo que, en tanto la medida es intuitiva, es comprendida por el estudiante sin requerir de operaciones específicas) y, por otra, existe una tendencia a considerar que el trabajo con la medida se reduce a encontrar formulas y procedimientos de computo, particularmente en el caso del área de figuras planas, dejando de lado la tematización sobre la magnitud(área, peso, volumen, energía, longitud, ...etc.) objeto de la medición.

Para Piaget, el proceso de medida se basa en dos operaciones fundamentales: Conservación y Transitividad y considera que las nociones de longitud y área son las primeras en desarrollarse (6 o 7 años). La noción de conservación se refiere a la invarianza de ciertas cualidades de los

objetos en relación con su medida. La noción de Transitividad se refiere a tener un intermediario al comparar objetos cualquiera.

La tendencia a responder con precisión sobre la medida, por ejemplo, de cierta superficie ha privilegiado el uso de formulas frente a la estimación mediante la comparación a partir de una cierta unidad de medida, (concreta o no).

Para Chamorro y Belmonte(1991), es necesario que desde temprana edad los niños tengan contacto con” situaciones que les lleven al descubrimiento de las magnitudes físicas consideradas y percibidas como atributos o propiedades de colecciones de objetos que han sido comparados directamente a través de los sentidos o indirectamente con la ayuda de medios auxiliares”. Plantean que, para el conocimiento y manejo de una magnitud el niño debe superar los siguientes estadios:

- Consideración y percepción de una magnitud(como propiedad de una colección de objetos). Por ejemplo, reconocimiento del tamaño o el peso de un objeto como una propiedad de este.
- Conservación de una magnitud (reconocimiento que frente a determinados cambios de los objetos la magnitud puede conservarse). Por ejemplo, la superficie de una figura con respecto a traslaciones, giros o” reacomodaciones” de sus partes, como en el caso de las diversas figuras que se puedan formar con fichas específicas de un Tangram.
- Ordenación frente a una magnitud dada. Por ejemplo, ordenación de objetos tomando como criterio su tamaño o su peso (esto es más grande o más pesado que aquello).

- Relación entre la magnitud y el número(que incluye asumir una unidad de medida para asignar un valor, en tanto la acción de medir supone la repetición de una unidad de medida)

3.2.5.2 Construcción del concepto de área. En la elaboración del concepto de área como magnitud geométrica es necesario que el niño perciba las cualidades del objeto del que quiere conocer su área, es decir distinguir las características principales que lo hacen diferente a otro objeto. Para esto algunos autores como Del Olmo y otros, (1993) proponen que, ya que tenemos el cuerpo humano como medio para poder comunicarnos con el mundo exterior, aprovechemos este y se coloque al niño a dibujar sus huellas corporales, colorearlas y luego recortarlas, de esta manera el alumno puede comenzar a construir la cualidad área, la cual también se puede construir por pavimento, es decir cubrir la superficie a percibir y luego llegar a comparar áreas, de manera que pueda establecer cuando se tiene mayor, igual o menor área, que es la siguiente categoría que sigue después de percibir la cualidad área.

Freudenthal, plantea que las figuras planas pueden compararse respecto a sus áreas:

- Directamente si una es parte de la otra.
- Indirectamente, después de:
 - Transformaciones de romper y rehacer.
 - Congruencias y otras transformaciones que conservan el área.
 - Medir.

Transformaciones de romper y rehacer, son por ejemplo, todas las transformaciones que se ejercen cuando se ordenan las piezas del tangram para, a partir de una determinada figura, formar otra (Del Olmo y otros, 1993, p.58).

Gema Galindo de Rojas Myriam Ferro, profesoras de matemáticas del nivel de primaria del colegio Champagnat de Santafé de Bogotá, asumen que el concepto de área de una figura es construido por el niño a través de un proceso que se prolonga por un espacio de tiempo que se extiende alrededor de tres años. El niño pasa de comparaciones directas del tamaño de objetos planos de forma geométrica sencilla. Por ejemplo, de forma rectangular a comparaciones basadas en transformaciones de las figuras. Estas últimas comparaciones demandan del niño la construcción de nociones tales como aditividad del área y la invarianza de esta a pesar de las transformaciones de tipo rígido.

A medida que se avanza en la resolución de las situaciones planteadas, se busca que los niños puedan resolver el problema de la comparación de área en el campo de la representación mental y gráfica.

También, es recomendable en la elaboración del concepto de área, proponer a los estudiantes problemas que tienen la intención de ofrecer a los niños un significado ligado a contenidos empíricos.

A medida que se avanza en estas construcciones el niño debe enfrentar un nuevo problema que supone un gran progreso en su proceso de construcción del concepto de área: encontrar un procedimiento rápido para encontrar la cantidad de cuadros que se necesitan para cubrir totalmente una superficie; ya no se pueden contar uno a uno, aparece, entonces, el método de conteo aditivo, ir sumando los de cada fila (o columna); y finalmente aparece (o si es necesario el profesor lo sugiere) un procedimiento multiplicativo (la cantidad

de cuadros de una fila por los de una columna), de nuevo se tiene el cuidado de hacer que el niño resuelva problemas en el nivel de representaciones mentales y gráficas. Este procedimiento se complica cuando se presentan figuras con lados oblicuos(no se pueden encontrar cuadros completos), en este caso se hace necesario encontrar, un método exacto para encontrar el área de esas figuras. Este método consiste en hacer transformaciones a las figuras con lados oblicuos para obtener rectángulos y así encontrar cuadros completos.

Un procedimiento como el señalado arriba, exige de los niños desarrollar una gran capacidad de hacer transformaciones a una figura para obtener rectángulos, lo que demanda de los niños abundantes acciones físicas(para esto se refuerza con el juego del tangram).

Explorar figuras(hacer traslaciones, rotaciones y reflexiones), allí despliegan su creatividad. Se pueden hacer figuras que correspondan a modelos presentados, luego se piden construir figuras geométricas. También se pide que a partir de una figura geométrica dada, se construya otra determinada, y que los estudiantes indiquen las dimensiones de la nueva figura.

En fin, lo que se busca con éste método es lograr que los niños puedan calcular el área de figuras como: triángulos, paralelogramos, rombos, etc; mediante el calculo del área del rectángulo obtenido al ser transformadas.

El proceso de construcción del concepto de área es complejo y supera por mucho el simple aprendizaje de fórmulas. El niño debe ir construyendo lentamente este concepto y otros que se vinculan de forma más o menos directa, la escuela debe ofrecerle muchas experiencias en contextos variados para que acceda a ellos (G. Galindo, M. Ferro. Revista, p.49-50).

En este trabajo, el procedimiento presentado por G. Galindo y M. Ferro respecto al concepto de área, es tomado como esquema principal en el desarrollo de actividades.

3.2.5.3 Caracterización del área como magnitud geométrica. Douady Regine y Perrin Marie-Jeanne(1983) plantean una aproximación geométrica del área:

- Criterio de igualdad. Dos superficies S y S' que se desplazan en forma simultanea ocupan el mismo espacio en un plano O se dice también que “esconden” la misma parte de este, en este caso se dice que S y S' tienen la misma área.
- Criterio de permanencia de la igualdad. Sea S una superficie, S' la superficie obtenida al recortar S en pedazos y pegarlos sin pérdida ni superposición diremos que S y S' tienen la misma área.
- Criterio de equidescomponibilidad. Si S y S' las dibujamos en papel cuadriculado, estas tienen el mismo número de cuadros, por tanto diremos que tienen la misma área.
- Criterio de inclusión. Sean S y S' dos superficie, el área de S es menor al área de S' , si S tiene igual área que una superficie contenida en S' , si $A(S)$ es menor o igual a $A(S')$.

Además de los criterios expuestos, los mismos autores realizan el siguiente planteamiento:

- Si una superficie S se puede reordenar en otra superficie S' , diremos que : $A(S) = A(S')$.

- Una superficie S se puede cortar en pedazos y luego armar en dos o mas superficie y de esa manera establecer el principio de adición, el cual establece que: “ Sean S_1 y S_2 dos superficies, S la superficie obtenida pegando y sin superposición S_1 y S_2 , entonces $A(S_1) + A(S_2) = A(S)$ ”
- Se dice que una superficie S es pavimentada con otra superficie S' si se puede cubrir a la superficie S con un numero de copias de S' sin dejar huecos y sin superposición, de esa manera se puede determinar si las dos superficie son: $A(S) = A(S')$ o $A(S) < A(S')$.
- Si una superficie S se superpone en otra superficie S' podemos apreciar u observar si la superficie S tiene mayor, menor o igual área a la superficie S' .
- Se dice que una superficie esta incluida en otra, si al recortar una superficie S de una superficie S' y la pegamos en S' observamos que $A(S) < A(S')$ (Douady, Regine y Perrin Marie – Jeanne, 1983, citado por Flórez Judith y Salas Carmen, 2001, p. 39 – 40).

Los criterios expuestos establecen claramente cuando dos superficie son de áreas iguales sin necesidad de usar formulas y realizando solo algunas operaciones geométricas básicas como rotación, traslación, adición y utilizando acciones de recortar y pegar, en otras palabras, se dan las bases para comparar dos superficies y deducir cual tiene menor, mayor o igual área.

De otro lado, del Olmo y otros (1993), expresa:

“ Sin alejar las actividades de la realidad próxima al niño, podemos ofrecer la posibilidad de captar las características y matices del área como cualidad de los objetos, destacando su carácter bidimensional. Y no limitándose al caso

de los polígonos, sino trabajando el área en los diferentes contextos donde aparece.

El Proceso de medida es complejo y hay que distinguir: primero, que una región se compone de subregiones y que pueden realizarse diferentes "arreglos" o "reordenaciones" con ellas, y segundo que las partes componentes(subregiones) deben tener la misma área; esto es, adquirir el concepto de unidad, y hacer uso de la iteración de la misma para asignar un número a una región dada.

La medida del área, es mucho mas complejo que el simple uso y aplicación de formulas. Es más, los niños no parecen entender las formulas como la herramienta para calcular áreas, sino que prefieren, en un principio, utilizar para ello otras estrategias, como puede ser el contar cuadrados.

Es preciso potenciar el << uso comprensivo>> de las fórmulas; esto puede lograrse presentando la formula como un ultimo paso, como un << camino mas corto>> para lograr un resultado que se ha obtenido antes por medios más espontáneos o laboriosos.

El logro de la bidimensionalidad del área se confirma como un proceso largo y complejo. La manipulación, la transformación de figuras o las tareas de pavimentado podían citarse como medios para ir poniendo de manifiesto los variados matices. Concretamente, el pavimentado posibilita el paso de estructuras aditivas a estructuras multiplicativas. Todo ello no podrá conseguirse si recurrimos exclusivamente a gráficos, dibujos o al uso inmediato de la fórmula. Hay que manipular. Además, las actividades deben ser ricas y escalonadas (del Olmo y otros, 1993, p.46).

3.3 MARCO LEGAL

Esta propuesta para la comprensión significativa del concepto de área se fundamenta legalmente en: Ley 115 de 1994.

Artículo 20. Objetivo General de la Educación Básica.

Literal a. Proporcionar una formación general mediante el acceso, de manera crítica y creativa, al conocimiento científico, tecnológico, artístico y humanístico y de sus relaciones con la vida social y con la naturaleza, de manera tal que prepare al educando para los niveles superiores del proceso educativo y para su vinculación con la sociedad y el trabajo.

Literal c. Ampliar y profundizar el razonamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, la tecnología y de la vida cotidiana.

Artículo 22. Objetivos Específicos de la Educación Básica Secundaria.

Literal e. El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, lógicos, analíticos, de conjuntos, de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana.

Literal f. La comprensión de la dimensión práctica de los conocimientos teóricos, así como la dimensión teórica del conocimiento práctico y la capacidad para utilizarla en la solución de problemas.

Literal n. La utilización con sentido crítico de los distintos contenidos y formas de información y la búsqueda de nuevos conocimientos con su propio esfuerzo.

En el Decreto 1860 reglamentario de la Ley 115 de 1994 se tiene.

Artículo 35. Desarrollo de Asignaturas. Expresa: "...en el desarrollo de una asignatura se deben aplicar estrategias y métodos pedagógicos activos y vivenciales... que contribuyan a un mejor desarrollo cognitivo y a una mayor formación de la capacidad crítica, reflexiva y analítica del educando".

Artículo 36. Proyectos Pedagógicos. Lo define como: "Actividad dentro del plan de estudio que de manera planificada ejercita al educando en la solución de problemas cotidianos seleccionados por tener relación directa con el entorno social, cultural, científico y tecnológico del alumno. Cumple la función de correlacionar, integrar y hacer activos los conocimientos, habilidades, destrezas, actitudes y valores, ..."

Los lineamientos curriculares de matemáticas, página 33, expresan: En cuanto a la medida se refiere, los énfasis están en comprender los atributos medibles (longitud, área, capacidad, peso, etc.) y su carácter de invarianza, dar significado al patrón y a la unidad de medida, y a los procesos mismo de medición; desarrollar el sentido de la medida (que involucra la estimación), y las destrezas para medir, involucrar significativamente aspectos geométricos como la semejanza en mediciones indirectas...

4. METODOLOGÍA

4.1 TIPO DE ESTUDIO

La ejecución y evaluación de la presente propuesta requiere un estudio de tipo descriptivo, por la necesidad de identificar, analizar registrar e interpretar los procesos de pensamiento y de aprendizaje por parte de los estudiantes en torno a la adquisición del concepto de área, a través de las actividades a realizar.

4.2 POBLACIÓN Y MUESTRA

La propuesta se desarrollará con la participación de los treinta (30) estudiantes del Grado Séptimo del Colegio Metropolitano de Sincelejo - Sucre.

4.3 TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

Con el propósito de obtener una información más precisa en el pretest, este es aplicado en forma individual, dado que esto permitía saber que conocimientos, de los establecidos como básicos, tenía cada estudiante sobre el tema en mención. Con base en los resultados obtenidos al aplicar el pretest, se procedió a diseñar los talleres, los cuales a excepción del último fueron aplicados en grupos de dos estudiantes, permitiendo esto un mejor control del curso y además que ambos integrantes de cada grupo participaran de las actividades en una manera activa.

Para la aplicación del taller 5, fue necesario delimitar ciertos terrenos en el patio. En este taller el trabajo práctico fue realizado en grupos de seis estudiantes, dado que en la ejecución de estas actividades se necesita de varias personas. Luego el

taller fue resuelto en el salón de clases en subgrupos de tres estudiantes, los cuales necesariamente debían estar en el mismo grupo de trabajo.

Para saber si el proceso utilizado por los estudiantes para dar respuesta a cada situación, era el esperado por los investigadores, se les pedía en cada taller que explicarán la acción realizada. Además, en este proceso se tuvo en cuenta la observación directa hecha a cada grupo en el desarrollo de los talleres.

Finalmente, la prueba de verificación de aprendizajes(postest), fue aplicada en forma individual, permitiendo esto conocer el avance y los logros obtenidos por cada estudiante.

4.4 INSTRUMENTOS

Para la realización de este trabajo se tienen en cuenta los siguientes instrumentos:

- Instrumento para exploración de ideas previas. Consiste en un pretest, que contiene cinco situaciones contextuales, para que en cada situación el estudiante escoja la opción que considere correcta.

Su propósito es explorar las ideas previas que poseen los estudiantes en torno al concepto de área.

- Instrumento de desarrollo. Consta de cinco talleres, elaborados a partir de los resultados arrojados por el pretest

Su propósito es el manejo intuitivo y contextual del concepto de área.

- Instrumento para la verificación de aprendizajes. Consiste en un postest que contiene cinco situaciones referentes a la del concepto de área.

Su propósito es medir hasta que punto fueron alcanzados los objetivos planteados.

5. ANALISIS DE RESULTADOS

el análisis de la información obtenida, ha sido dividida en tres grupos, así:

- Análisis de pretest.
- Análisis de talleres de desarrollo.
- Análisis de posttest.

En el análisis de pretest, se presenta una tabla que contiene: el número de estudiantes, el número de cada situación planteada con sus opciones y marcada con una "X" la opción escogida por los estudiantes. Se presenta también, cada situación, una tabla para esta que contiene: el número de la situación con sus opciones y en porcentajes, el número de estudiantes que escogen cada opción. Y finalmente su respectivo análisis.

En el análisis de los talleres de desarrollo, se encuentra una tabla para cada taller, que contiene: el número de cada grupo, de las situaciones planteadas y de las opciones para cada situación; además, marcada con una "X" aparece la opción escogida por cada grupo. A continuación de cada una de estas tablas, se encuentran cada una de las situaciones planteadas con su respectiva tabla, esta última contiene: el número de la situación(con sus opciones), la acción realizada por cada grupo y en porcentajes, el numero de estudiantes que escogen cada opción y la acción que realizan. Inmediatamente se realiza su respectivo análisis. En el análisis del posttest se sigue el mismo procedimiento planteado en el análisis del pretest.

Nota. En cada una de las tablas presentadas en el análisis de resultados, la opción correcta y la acción esperada en cada situación, son resaltados en color con el fin de facilitar el análisis hecho.

5.1 ANÁLISIS DE PRETEST

Con el desarrollo del pretest, se busca explorar los conocimientos que poseen los estudiantes en torno al concepto de área.

Los resultados obtenidos se encuentran en la siguiente tabla:

Tabla 1. Resultados del pretest

ESTUDIANTES	S I T U A C I O N E S														
	SITUACION 1			SITUACION 2			SITUACION 3			SITUACION 4			SITUACION 5		
	a	b	c	a	b	C	a	b	c	a	b	c	a	b	c
1	x			x			x				x		x		
2		x			x			x			x		x		
3		x		x			x				x		x		
4		x		x				x				x			x
5		x		x			x				x			x	
6		x		x			x					x	x		
7		x		x			x				x		x		
8		x		x			x					x	x		
9	x			x					x		x		x		
10		x			x				x		x		x		
11		x		x			x				x		x		
12		x		x				x				x		x	
13	x			x			x				x		x		
14		x			x		x					x			x
15		x		x			x				x		x		
16		x		x					x		x		x		
17		x		x			x				x				x
18		x				X	x				x		x		
19		x		x			x				x			x	
20		x				X	x				x		x		
21		x		x				x			x		x		
22		x		x			x				x			x	
23		x		x			x					x			x
24		x				X		x			x		x		
25		x				X	x				x			x	
26		x				X			x		x		x		
27		x				X	x				x				x
28		x				X		x			x			x	
29		x				X	x				x			x	
30		x				X			x		x			x	
TOTAL	3	27	0	18	3	9	19	6	5	0	24	6	17	8	5

5.1.1 Resultados y análisis de la situación 1.

Situación 1

Si se te pide hallar el área de la figura 1, debes encontrar:

- a. La medida de cada uno de sus lados.
- b. La medida total de la parte sombreada.
- c. Ninguna de las anteriores.



Figura 1

Tabla 2. Resultados de la situación 1

SITUACIÓN 1					
a		b		c	
N°	F	N°	F	N°	F
3	10%	27	90%	0	0%

De la anterior tabla se puede observar que la mayoría de los estudiantes, emitieron la respuesta correcta; lo cual indica que estos estudiantes diferencian el área de una figura plana, de su perímetro. Son pocos los estudiantes, los que no logran hacer tal diferenciación.

5.1.2 Resultados y análisis de la situación 2

Situación 2

Al mostrarte dos pedazos de cartón como los de las figuras A y B, se pide que digas si alguno de los dos tiene mayor o igual cantidad de cartón; la forma de saberlo es:

- Aplicando la fórmula del área del cuadrado y del rectángulo respectivamente.
- Recortando uno de los pedazos de cartón y superponiéndolo en el otro.
- Usando cualquiera de las dos anteriores.

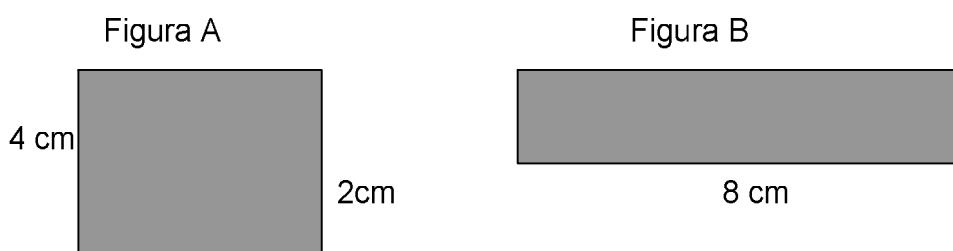


Tabla 3. Resultados de la situación 2

S I T U A C I Ó N 2					
a		B		c	
N°	F	N°	F	N°	F
18	60%	3	10%	9	30%

De esta tabla se puede decir que pocos estudiantes tienen en cuenta, un método diferente a la utilización de fórmulas, al comparar superficies planas con respecto a sus áreas.

5.1.3 Resultados y análisis de la situación 3

Situación 3

Se tiene un pedazo de cartón de forma rectangular(figura C), una parte de este se encuentra sin sombrear. Para saber si la parte sin sombrear es mayor, menor o igual a la parte sombreada, se puede hacer lo siguiente:

- hallar el área total del rectángulo, luego el de la parte sin sombrear y compararlas.
- Recortar las partes sombreadas y superponerlas a la parte sin sombrear.
5cm.
- Cualquiera de las dos anteriores.

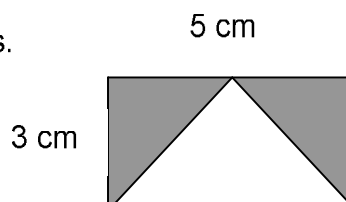


Tabla 4. Resultados de la situación 3

Figura C

S I T U A C I O N 3					
a		b		c	
N°	F	N°	F	N°	F
19	63.3%	6	20%	5	16.7%

Podemos observar en esta tabla que al comparar las subregiones de una superficie plana, la mayoría de los estudiantes utilizan un procedimiento basado solo en el uso de fórmulas; 6 estudiantes tienen en cuenta el recortar y superponer como método de comparación de áreas y solo 5 estudiantes tienen en cuenta los dos procedimientos anteriores.

5.1.4 Resultados y análisis de la situación 4

Situación 4

Para hallar el área de un pedazo de cartón, como el mostrado en la figura 1, es necesario:

- Recortar la parte que sobresale y pegarla en el vacío que tiene la figura.
- Aplicar la fórmula del área del rectángulo ($A = \text{base} * \text{altura}$).

c. Aplicar los dos anteriores en el orden presentado.

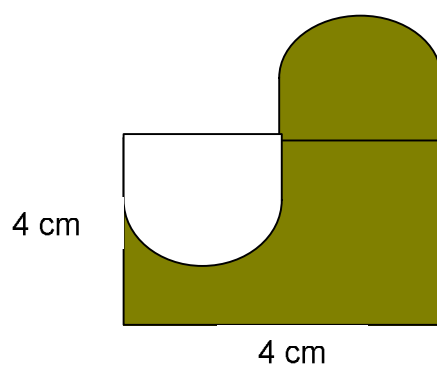


Figura 1

Tabla 5. Resultados de la situación 4

SITUACIÓN 4					
a		b		c	
N°	F	N°	F	N°	F
0	0%	24	80%	6	20%

De acuerdo a esta tabla, la gran mayoría de los estudiantes, no observa que la figura mostrada es de forma irregular y que es necesario recortar y pegar para formar un rectángulo; solo 6 estudiantes, notan la irregularidad de la figura y realizan el procedimiento requerido, para encontrar su área.

5.1.5 Resultados y Análisis de la Situación 5

Situación 5

Para saber cuantas veces cabe un pedazo de cartón cuadrado de 1 cm de lado, en otro pedazo de cartón cuadrado, de mayor tamaño(figuras A y B), es necesario:

- a. Medir los lados del cuadrado mayor y aplicar fórmulas.
- b. Cubrir el cuadrado mayor con el cuadrado pequeño.
- c. Con cualquiera de los dos métodos anteriores se logra.

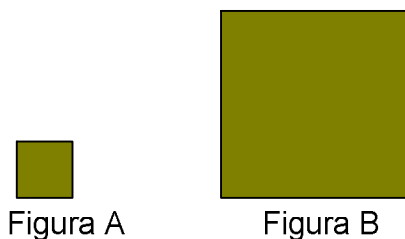


Tabla 6. Resultados de la situación 5

S I T U A C I O N 5					
a		b		c	
N°	F	N°	F	N°	F
17	56.6%	8	26.7%	5	16.7%

Con base en esta tabla podemos decir que para la mayoría de los estudiantes, se hace necesario la utilización de un patrón de medida (regla métrica), el cual utiliza para medir el cuadrado mayor, sin tener en cuenta el cuadrado de 1 cm de lado, y de esta forma aplicar la fórmula del área del cuadrado; 8 estudiantes utilizan el cuadrado pequeño para cubrir el cuadrado mayor y solo 5 estudiantes tienen en cuenta, ambos procedimientos.

De la tabla referida a la situación 1, se puede observar que los estudiantes en su mayoría muestran habilidad al momento de reconocer el área de cualquier superficie plana, solo un pequeño porcentaje tiende a confundir el área con el perímetro, al mostrarles una figura, dado que estos consideran que encontrar el área implica hallar la suma de la medida de los lados de una superficie plana.

De las tablas referentes a las situaciones restantes, podemos decir que la mayoría de los estudiantes toman como único método para encontrar o comparar áreas, el uso de fórmulas, las cuales manejan y aplican correctamente, deducido esto de las observaciones hechas en el transcurso del desarrollo del pretest, lo que deja ver que el profesor de geometría al orientar el concepto de área, hace énfasis en el manejo y uso de fórmulas.

La mayor dificultad se presenta cuando se le muestra a los estudiantes, superficies planas de forma irregulares las que hay necesidad de hacerles transformaciones para obtener una figura de forma regular; los estudiantes no notan la irregularidad y tienden a aplicar directamente la fórmula correspondiente.

5.2 ANÁLISIS DE TALLERES DE DESARROLLO

5.2.1 Análisis Taller de Desarrollo 1. Este taller tiene como objetivo, la comparación de algunas figuras planas con respecto a sus áreas, sin utilizar fórmulas. Contiene 8 situaciones y fue realizado en grupos de dos estudiantes; para lo cual a cada grupo le fueron entregados: el taller y los materiales a utilizar(figuras hechas en cartón y tijeras).

Los resultados obtenidos se encuentran en la siguiente tabla:

5.2.1.1 Resultados y Análisis de la Situación 1

Situación 1

Se tienen dos pedazos de cartón, A y B respectivamente; el cartón A tiene forma rectangular y el cartón B es de forma cuadrangular, de ellos podemos decir:

- A tiene mayor cartón
- B tiene mayor cartón.
- A y B tienen igual cartón.
- No se puede saber.

Cartón A



Cartón B



Tabla 8 Resultados de la situación 1

SITUACIÓN 1								ACCIÓN REALIZADA					
A		b		c		d		Recortar y superponer		Medir con regla		Por visualización	
Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F
2	13.3%	1	6.7%	12	80%	0	0%	10	66.6%	4	26.6%	1	6.7%

De acuerdo a los resultados obtenidos en la situación 1, podemos notar que los estudiantes en su mayoría llegan a la respuesta correcta, solo 3 grupos dan una respuesta errada.

En cuanto a la acción realizada, 10 de los 15 grupos recortan uno de los dos pedazos de cartón y lo superponen en el otro, dejando ver que estos estudiantes, al comparar áreas, tienen en cuenta un método diferente al de la visualización y uso de fórmulas; estos estudiantes utilizaron los materiales entregados de la forma esperada.

Solo 4 grupos siguieron tomando como método de comparación el uso de fórmulas, dado que primero tuvieron necesidad de medir los lados de cada pedazo de cartón y luego aplicar la respectiva fórmula; dos de estos grupos llegaron a la respuesta correcta y los dos restantes llegaron a una respuesta errónea, uno de ellos por uso de una fórmula incorrecta y el otro por tener en cuenta errores cometidos al medir.

5.2.1.2 Resultados y Análisis de la Situación 2

Situación 2

Se tiene un pedazo de cartón de forma rectangular, una parte de este se encuentra sombreada como se muestra en la figura. Del rectángulo podemos decir que:

- a. La parte sombreada es mayor que la parte sin sombrear.
- b. La parte sombreada es menor .
- c. La parte sombreada es igual a la parte sin sombrear
- d. No se puede decir nada al respecto.

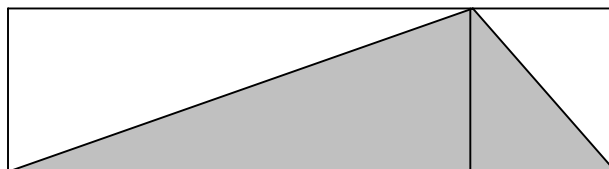


Tabla 9. Resultados de la situación 2

SITUACIÓN 2								ACCIÓN REALIZADA					
a		b		c		d		Recortar y superponer		Medir con regla		Por visualización	
N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F
1	6.7%	3	20%	11	73.3%	0	0%	11	73.3%	1	6.7%	3	20%

De los resultados obtenidos en la situación 2, se puede ver que la mayoría de los estudiantes, escogen la opción correcta y todos ellos utilizan la acción esperada, es decir, recortaron las partes sin sombrear y las superpusieron en la parte sombreada; un aspecto que notaron estos estudiantes, fue la suma de las áreas, dado que justificaban la respuesta afirmando, que si superponían el triángulo mayor(sin sombrear) y el triángulo menor(sin sombrear),sobre el triángulo sombreado, estos tenían igual área.

Tres grupos consideraron que la parte sombreada tenía menor área que las partes sin sombrear, estos estudiantes se basaron en la visualización directa del cartón mostrado, sin realizar con él alguna otra acción. Tan solo un grupo consideró que la parte sombreada era mayor, para lo cual tuvo necesidad de medir el rectángulo y la parte sombreada del mismo, para luego aplicar la fórmula respectiva. Dicho grupo emitió una respuesta errónea debido que al medir la parte sombreada tuvieron en cuenta el margen de error producido al momento de dibujar y recortar la figura; a pesar de que al inducir el taller se les pidió no tener en cuenta dichos márgenes de errores.

5.2.1.3 Resultados y Análisis de la Situación 3

Situación 3

Se tiene una tabla que se desea forrar con tela, corte la tabla como lo indica la línea (figura A). Los dos pedazos que se obtienen colóquelos uno al lado del otro (figura B). Para forrar las dos tablas, se puede decir que:

- Se gasta mayor tela en la primera tabla.
- Se gasta la misma cantidad de tela en ambas tablas
- Se gasta mayor tela en la segunda tabla
- No se puede decidir.

Figura A

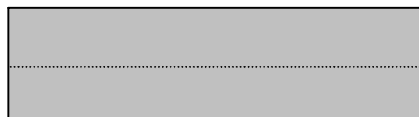


Figura B



Tabla 10. Resultados de la situación 3

SITUACIÓN 3								ACCIÓN REALIZADA					
A		b		c		d		Recortar y superponer		Medir con regla		Por visualización	
Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F
2	13.3%	12	80%	1	6.7%	0	0%	13	86.7%	2	13.3%	0	0%

Como se puede observar en la tabla de la situación 3, 12 grupos consideran en forma correcta que se gasta la misma cantidad de tela para forrar ambas tablas; para lo cual, 11 grupos utilizaron la acción esperada (recortar y superponer), mientras que el otro grupo, optó por medir con regla ambos pedazos de cartón y aplicar la fórmula respectiva.

Los tres grupos restantes emitieron respuestas erróneas, cometiendo los mismos errores planteados en la situación 1.

5.2.1.4 Resultados y Análisis de la Situación 4

Situación 4

A continuación se muestran dos figuras A y B. Corte la figura B por las líneas indicadas y con los pedazos obtenidos trate de cubrir la figura A. Con base a esto podemos decir:

- La figura B cubre totalmente la figura A.
- La figura B no alcanza a cubrir la figura A.
- La figura B cubre la figura A y sobran pedazos.
- La figura B no cubre totalmente la figura A y sobran pedazos

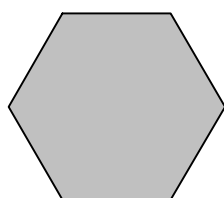


Figura A



Figura B

Tabla 11. Resultados de la situación 4

SITUACIÓN 4								ACCIÓN REALIZADA					
a		b		c		d		Recortar y cubrir		Medir con regla		Por visualización	
Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F
9	60%	2	13.3%	2	13.3%	2	13.3%	13	86.7%	1	6.7%	1	6.7%

De acuerdo a los resultados obtenidos en esta tabla, se nota que esta es una de las situaciones donde los estudiantes presentaron mayores dificultades, se puede ver que solo 9 grupos manifestaron que la figura B, cubre totalmente la figura A (opción correcta). Para dar esta respuesta, estos estudiantes realizaron la acción esperada; es decir, recortar la figura B y cubrir con los pedazos la figura A.

Los 6 grupos restantes, emitieron respuestas equivocadas; de estos, 4 grupos realizaron la acción esperada, sin embargo al tratar de cubrir la figura A con los pedazos recortados de la figura B, no acomodaron los pedazos de forma adecuada. Un grupo optó por medir con regla, sin dejar claro de que forma utilizó esta; mientras que el otro grupo, lo hizo por medio de la visualización.

5.2.1.5 Resultados Y análisis de la situación 5

Situación 5

Se tiene un pedazo de cartón de forma cuadrada representado en la figura A, recorte este cuadrado por las líneas indicadas y forme una nueva figura B con las piezas obtenidas. Señale la respuesta correcta.

- B tiene un área mayor.
- A tiene un área mayor
- A y B tienen la misma área
- No se puede decir cual área es mayor

figura A

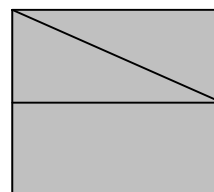


Tabla 12. Resultados de la situación 5

SITUACIÓN 5								ACCIÓN REALIZADA					
a		b		c		d		Romper y rehacer y reconfigurar		Romper y medir con regla		Por visualización	
Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F
0	0%	0	0%	15	100%	0	0%	13	86.7%	0	0%	2	13.3%

En esta tabla podemos ver que todos los grupos forman la nueva figura y concluyen en forma correcta que las dos figuras tienen igual área. Además notan que, al hacer transformaciones a una figura dada, su área no cambia, es decir, tienen presente la noción de conservación del área planteada por Piaget. En

cuanto a la acción realizada, 13 de los grupos, cortaron la figura como se indicaba y a partir de allí reconfiguraron y formaron una nueva figura; realizando el procedimiento esperado. Tan solo 2 grupos, llegaron a la respuesta por visualización, lo que indica que la acción anterior la realizaron mentalmente.

5.2.1.6 Resultados y análisis de la situación 6

Situación 6

El rectángulo presentado en la figura A necesita ser cubierto con dos conjuntos de piezas diferentes (pieza 1 y pieza 2).

Al tratar de cubrir el rectángulo con el conjunto de piezas 1 y luego con el conjunto de piezas 2, concluimos que:

- Se necesita igual número de piezas 1 y de piezas 2
- Se necesita mayor número de piezas 1.
- Se necesita mayor número de piezas 2.
- No se puede cubrir el rectángulo con estas piezas.



Figura A



Pieza 1



Pieza 2

Tabla 13. Resultados de la situación 6

SITUACIÓN 6								ACCIÓN REALIZADA					
A		b		c		d		cubrimiento		Superposición		pavimentado	
Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F
14	93.3%	0	0%	0	0%	1	6.7%	13	86.7%	0	0%	2	13.3%

En esta situación, a cada grupo se le proporcionó un número suficiente de piezas 1 y de piezas 2, para cubrir la figura.

De la tabla podemos decir que la mayoría de los estudiantes escogieron la respuesta correcta. Para dar esta respuesta, 9 grupos cubren la figura A con la pieza 1 y luego con la pieza 2 (utilizando todas las piezas). 3 grupos comparan las piezas directamente superponiéndolas. Los 3 grupos restantes solo utilizan una pieza del conjunto de piezas 1 y una del conjunto de piezas 2, para dar respuesta a esta situación, argumentando que, si todas las piezas de cada conjunto tienen igual área, da lo mismo tomar una, que tomarlas todas; lo cual quiere decir que estos estudiantes utilizaron el pavimentado.

Todos los grupos anteriores, realizaron acciones correctas, sin embargo, la acción a realizar esperada, era el cubrimiento, dado que esta permitía el uso de todas las piezas entregadas para tal fin.

El grupo que contestó erróneamente a la situación, hizo uso del cubrimiento, sin embargo, concluyó que la figura no se podía cubrir totalmente con los dos conjuntos de piezas entregadas.

5.2.1.7 Resultados y análisis de la situación 7

Situación 7

Además, sobre los tipos de piezas utilizados en el punto anterior (pieza 1 y pieza 2), se puede afirmar:

- a. La pieza 1 es mayor que la pieza 2
- b. La pieza 2 es mayor que la pieza 1
- c. Las piezas son de igual área.
- d. No se puede determinar.

Tabla 14 Resultados de la situación 7

SITUACIÓN 7								ACCIÓN REALIZADA					
A		b		c		d		superposición		Medir con regla y aplicar fórmula		Por deducción de la situación anterior	
Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F
0	0%	1	6.7%	14	93.3%	0	0%	6	40%	1	6.7%	8	53.3%

De los resultados obtenidos en esta situación, se puede decir que fue relativamente sencilla para los estudiantes; teniendo en cuenta que la mayoría consideró la opción correcta y para lo cual se basaron en la respuesta dada en la situación anterior. Los grupos que consideraron la superposición como acción a realizar, solo lo hicieron para verificar, ya que aún estos, dedujeron la respuesta de la situación anterior.

De acuerdo a lo anterior, podemos afirmar que la acción realizada por los estudiantes, fue la esperada por los investigadores.

Los estudiantes que consideraron en forma equivocada la pieza 2 mayor a la pieza 1, midieron con regla cada una de las piezas y luego aplicaron la respectiva fórmula, pero al tener en cuenta el margen de error presentado al momento de recortar las piezas, llegaron a tal respuesta.

5.2.1.8 Resultados y análisis de la situación 8

Situación 8

El número de triángulos pequeños que caben en el grande es:

- a. 3
- b. 6
- c. 7
- d. 9

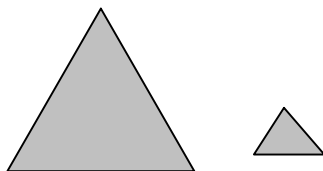


Tabla 15. Resultados de la situación 8

SITUACIÓN 8								ACCIÓN REALIZADA					
A		b		c		d		Pavimentado		Medir con regla			
Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F		
0	0%	2	13.3%	5	33.4%	8	53.3%	12	80%	3	20%		

Al analizar los resultados obtenidos en esta situación, nos damos cuenta que fue en la que mayores dificultades presentaron los estudiantes. Solo 8 grupos, llegaron a la respuesta correcta. Muchos de estos a pesar de realizar la acción esperada, esta no fue hecha de forma adecuada ya que al pavimentar, dejaron algunos vacíos en el triángulo mayor y terminaron aproximando el valor de la medida a la respuesta antes mencionada.

Los 7 grupos que escogieron una opción errada, algunos utilizaron la acción esperada(pavimentado), sin embargo, se les presento el mismo problema de los estudiantes anteriores, con la diferencia, que estos aproximaron a un valor errado. Otros, intentaron pavimentar, al no lograrlo optaron por medir con regla y aplicar la fórmula del triángulo; a pesar de que esto lo hicieron bien, no supieron relacionar la medida de los dos triángulos, terminaron o aproximando a un valor o escogiendo la respuesta al azar.

5.2.2 Resultados v análisis taller de desarrollo 2. Con este taller, se busca que los estudiantes, comprendan que es posible encontrar o comparar áreas de figuras geométricas planas de forma irregular, mediante acciones de romper y rehacer y de reconfiguración . Contiene 5 situaciones y fue realizado en grupos de dos estudiantes; para lo cual a cada grupo le fueron entregados los materiales a utilizar(figuras hechas en cartón y tijeras) y el taller.

Los resultados obtenidos aparecen en la siguiente tabla:

Tabla 16. Resultados taller de desarrollo 2

GRUPOS	S I T U A C I O N E S															
	Situación 1				Situación 2				Situación 3				Situación 4			
	a	b	c	d	A	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d
1	x							x			x				x	
2		x						x			x		x			
3	x							x			x			x		
4		x						x			x				x	
5	x							x			x			x		
6		x				x						x			x	
7		x						x			x				x	
8		x				x					x				x	
9		x					x				x				x	
10				x	X					x					x	
11		x				x					x				x	
12		x						x				x			x	
13		x			X						x				x	
14		x				x					x				x	
15		x			X							x				x
TOTAL	3	11	0	1	3	4	1	7	0	1	11	3	0	1	12	2

5.2.2.1 Resultados y análisis de la situación 1

Situación 1

Al comparar los dos pedazos de cartón mostrados (figura 1 y 2), se puede decir que:

- La figura 1 tiene mas cartón que la figura 2.
- Las dos figuras tienen igual cartón.
- La figura 1 tiene menos cartón que la figura 2.
- No es posible saberlo.

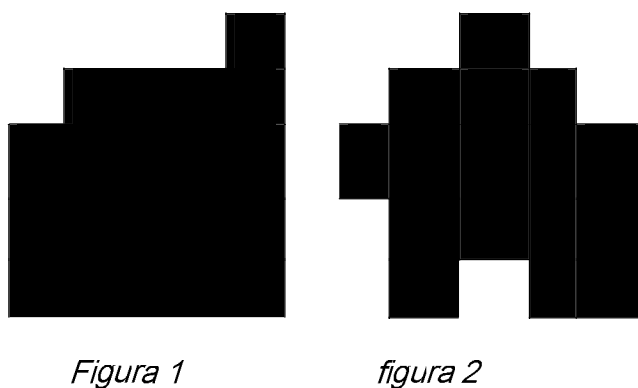


Tabla17. Resultados de la situación 1

SITUACIÓN 1								ACCIÓN REALIZADA					
a		b		c		D		Recortar, reconfigurar y superponer		Medir con regla		Superpo- ner sin recortar	
N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F
3	20%	11	73.3%	0	0%	1	6.7%	10	66.7%	2	13.3%	3	20%

Los resultados obtenidos en esta situación, demuestran que la mayoría de los estudiantes consideran correctamente que los pedazos de cartón tienen igual

área; para lo cual, recortaron el pedazo de cartón de forma irregular, armaron con los pedazos un cuadrado y lo superpusieron en el cartón de la figura 1.

La acción de recortar el pedazo de cartón de forma irregular, y armar con los pedazos un cuadrado, deja ver que los estudiantes aplican los criterios de igualdad y de permanencia de la igualdad para las áreas, ya que al realizar este proceso, están considerando que las figuras tienen la misma área.

Del total de estudiantes que contestaron en forma correcta, a esta situación, solo un grupo realizó una acción distinta a la esperada, el cual optó por superponer el cartón de forma irregular sobre el cuadrado, sin recortarlo; lo que indica que la acción de recortar fue hecha, pero mentalmente.

Los 4 grupos que erraron en la respuesta, algunos midieron con regla los pedazos de cartón, sin dejar muy claro en que les ayudó esto para dar la respuesta; mientras que otros superpusieron el pedazo de cartón cuadrado sobre el pedazo de cartón irregular, lo que les permitió observar la parte saliente de este y por tanto considerar que el cartón de forma irregular era mayor.

5.2.2.2 Resultados y análisis de la situación 2

Situación 2

Se tiene tres pedazos de cartón como los mostrados en las figuras (1,2 y 3), de estos tres pedazos de cartón se puede decir:

- a. El cartón 1 es más grande.
- b. El cartón 2 es más grande
- c. El cartón 3 es más grande
- d. Los tres pedazos de cartón son iguales en área

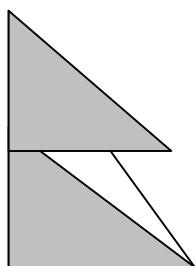


Figura 1

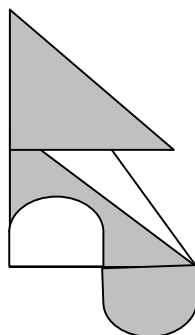


Figura 2

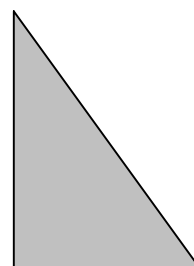


Figura 3

Tabla 18. Resultados de la situación 2

SITUACIÓN 2								ACCIÓN REALIZADA					
a		b		c		d		Recortar, reconfigurar y superponer		Medir con regla		Superpo- ner sin recortar	
Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F
3	20%	4	26.6%	1	6.7%	7	46.7%	7	46.7%	1	6.7%	7	46.7%

En esta tabla se observa que solo 7 grupos consideraron la opción correcta, lo que indica que esta situación es de mayor dificultad para los estudiantes, debido a que la comparación de las áreas en este caso, no se hizo con dos, sino con tres figuras. Todos estos grupos, realizaron la acción esperada, es decir, recortar, reconfigurar y superponer.

La anterior acción fue realizada de dos formas; algunos después de recortar, superpusieron al tiempo los tres pedazos de cartón; mientras otros tomaron como patrón de comparación el cartón de la figura 3, sobre el cual superpusieron el cartón de la figura 1 y luego el de la figura 2. con esta última forma, se evidencia la noción de transitividad planteada por Piaget, lo que indica que de una u otra forma, los estudiantes hicieron uso de ella.

Los 8 grupos que consideraron respuestas erradas, algunos superpusieron sobre el cartón de la figura 2 el cartón de la figura 1 y sobre estos el de la figura 3, sin recortar parte alguna de ellos. Este acomodo, solo les permitía observar que en el cartón de la figura 2, sobresalía una parte y por tanto, consideraron que este era más grande. Otros grupos también optaron por superponer sin recortar, sin embargo, concluyeron que el cartón 1 era el más grande. Solo un grupo de los que erraron en la respuesta, consideró que el cartón 3 era el más grande; este grupo midió con regla el cartón 3, aplicó la fórmula del área del triángulo, pero de forma no correcta.

5.2.2.3 Resultados y análisis de la situación 3

Situación 3

Las veces que cabe el cartón de la figura A en el cartón de la figura B, es:

- a. 8 veces
- b. 9 veces
- c. 16 veces
- d. No es posible saberlo

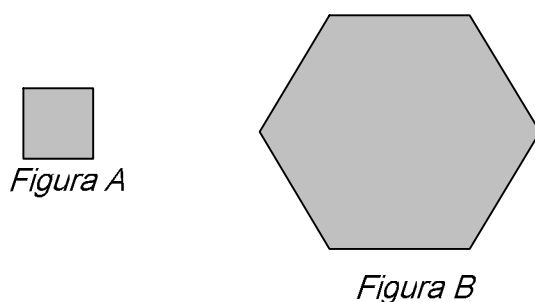


Tabla 19. Resultados de la situación 3

SITUACIÓN 3								ACCIÓN REALIZADA					
a		b		c		d		Recortar, reconfigurar y pavimentar		Recortar, reconfigurar y medir con regla		Pavimentar sin recortar	
Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F
0	0%	1	6.7%	11	73.3%	3	20%	10	66.7%	2	13.3%	3	20%

De acuerdo a los resultados obtenidos en esta situación, se puede ver que la mayoría de los estudiantes, escogen la opción correcta. Solo 4 grupos consideraron una opción diferente a esta.

En cuanto a la acción realizada, la gran mayoría de los grupos que escogieron la opción correcta, realizaron la esperada, es decir, estos estudiantes, recortaron la figura B y con los pedazos obtenidos, formaron un cuadrado(sin superponer ninguno de los pedazos), luego pavimentaron este con el cartón de la figura A. aquí, se evidencia nuevamente la aplicación del criterio de permanencia de la igualdad de las áreas y además, la aplicación del criterio de inclusión, dado que al pavimentar el cartón de la figura B con el cartón de la figura A, identifican subfiguras del primer cartón y ven el cartón de la figura A como parte de esas subfiguras y como parte del cartón de la figura B. Solo un grupo de los que contestaron en forma correcta, no utilizó la acción esperada, este grupo además de recortar y reconfigurar, optó por medir con regla y aplicar fórmula.

Tres de los 4 grupos que erraron en la respuesta, intentaron pavimentar directamente el cartón original sin realizar ninguna otra acción, lo que los llevó a concluir que no era posible conocer la respuesta, ya que al pavimentar el cartón B con el cartón A, no se encontraba un valor entero. El otro grupo decidió recortar el cartón, reconfigurarlo, medir con regla y aplicar fórmula(de forma equivocada).

5.2.2.4 Resultados y análisis de la situación 4

Situación 4

Se tiene un pedazo de cartón como el mostrado en la figura 1, el cual necesita ser cubierto con un numero determinado de piezas como la de la figura 2. Para esto son necesarios:

- | | |
|----------------|---|
| a. 6 unidades | b. 8 unidades |
| c. 12 unidades | d. No se puede cubrir con estas piezas. |

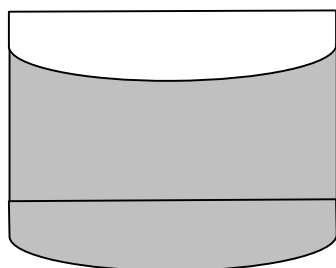


Figura 1

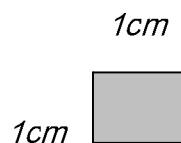


Figura 2

Tabla 20. Resultados de la situación 4

SITUACIÓN 4								ACCIÓN REALIZADA					
a		b		c		d		Recortar, reconfigurar y cubrir		Recortar, reconfigurar y medir con regla		Cubrir sin recortar	
Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F
0	0%	1	6.7%	12	80%	2	13.3%	10	66.7%	3	20%	2	13.3%

En esta situación, a cada grupo le fueron entregados un número determinado de piezas (figura 2), suficientes para cubrir el cartón de la figura 1.

Con base en los resultados obtenidos en esta situación, se puede decir que fue bastante sencilla para los estudiantes, teniendo en cuenta que solo 3 grupos fallaron al escoger la opción correcta. De estos 3 grupos, 2 cubrieron el cartón de la figura 1 directamente sin realizar ninguna otra acción; al no encontrar un número exacto de unidades, concluyeron que este no se podía cubrir con esas piezas. El otro grupo optó por recortar el cartón y formar un rectángulo, medirlo con regla y aplicar fórmula (de forma equivocada).

5.2.2.5 Resultados y análisis de la situación 5

Situación 5

Dados tres pedazos de cartón como los mostrados (figuras 1,2 y 3). Del cartón 1 y el cartón 2, se puede decir:

- El cartón uno es más grande que cartón dos.
- El cartón dos es más grande que el cartón uno.
- Los cartones uno y dos son del mismo tamaño.
- No se puede saber cual de los dos cartones es mayor, menor o igual.

Sugerencia: Puedes utilizar el cartón tres como unidad de medida.

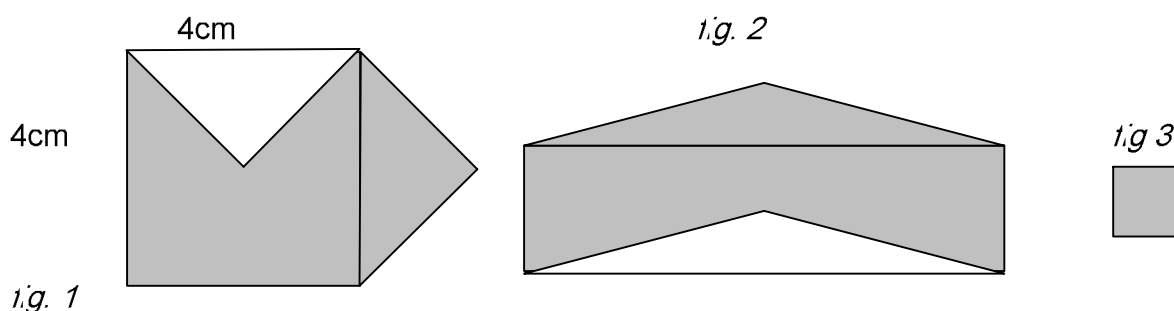


Tabla 21. Resultados de la situación 5

SITUACIÓN 5								ACCIÓN REALIZADA					
a		b		c		d		Recortar, reconfigurar y superponer		Recortar, reconfigurar y pavimentar		Pavimentar sin recortar	
Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F
1	6.7%	2	13.3%	11	73.3%	1	6.7%	9	60%	3	20%	3	20%

En esta tabla observamos que la mayoría de los estudiantes, obtuvieron la respuesta correcta(11 grupos). Para esto se esperaba que ellos, o recortaran, reconfiguraran y superpusiera o que recortaran, reconfiguraran y pavimentaran. 9 grupos no tuvieron en cuenta la sugerencia y optaron por la primera, ya que de esta manera, se les facilitaba mucho más la comparación, que usando la figura 3 para pavimentar. Esto demuestra que para estos estudiantes, es más fácil

comparar áreas por superposición, que por pavimentado. Los 2 grupos restantes de los que obtuvieron la respuesta correcta, acogieron la sugerencia dada y prefirieron la segunda acción, mostrando bastante dominio y seguridad al realizar esta acción.

De los 4 grupos que erraron al dar la respuesta, 3 tuvieron en cuenta la sugerencia dada, sin embargo, al momento de pavimentar los cartones(figuras 1 y 2), lo hicieron directamente sobre ellos sin realizar ninguna otra acción; llevándolos esto a considerar que no se podía saber cual de los dos era de mayor o menor tamaño. El grupo restante, a pesar de haber realizado la segunda acción, erró al dar la respuesta, debido a que al pavimentar, no lo hizo de forma adecuada.

5.2.3 Resultados y Análisis Taller de Desarrollo 3. Con la realización del taller de desarrollo 3, se busca que los estudiantes comprendan que es posible comparar o encontrar áreas de figuras geométricas planas con lados oblicuos o inclinados, mediante algunas transformaciones a dichas figuras para obtener rectángulos. Para esto se refuerza con el juego del tangram, que es el material didáctico empleado en este taller, el cual fue hecho por los mismos estudiantes, después de recibir de parte de los proponentes una breve descripción del mismo e instrucciones sobre su realización. Para esto fue entregado a cada grupo un pedazo da cartón de forma cuadrada y tijeras para recortar.

El taller consta de seis situaciones y fue desarrollado en grupos de dos estudiantes.

Los resultados obtenidos en este taller al ser aplicado, aparecen en la siguiente tabla:

Tabla 22. Resultados taller de desarrollo 3

GRUPOS	S I T U A C I O N E S																								
	Situación 1				Situación 2				Situación 3				Situación 4				Situación 5				Situación 6				
	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	
1	x				x				x										x				x		
2		x			x						x								x				x		
3			x		x														x					x	
4			x		x						x								x			x			
5				x	x														x					x	
6				x																				x	
7				x	x														x					x	
8				x	x														x					x	
9			x		x														x					x	
10				x	x																			x	
11		x			x														x					x	
12				x															x					x	
13				x	x														x					x	
14				x	x														x					x	
15				x																				x	
TOTAL	1	2	3	9	12	0	0	3	8	2	2	0	5	0	1	12	2	0	0	12	3	0	1	6	8

5.2.3.1 Resultados y Análisis de la Situación 1

Situación 1

Toma las piezas 1, 2 y 4 del tangram y construye un triángulo, luego moviendo solo una pieza, transfórmalo en un rectángulo.

Tomando como unidad de medida un cuadrado de 4 cm de lado, podemos afirmar que el área del rectángulo es:

- a. 5 cuadrados
- b. 10 cuadrados
- c. no es posible formar el triángulo con estas piezas
- d. 8 cuadrados

Tabla 23. Resultados de la situación 1

SITUACIÓN 1								ACCIÓN REALIZADA			
a		b		c		D		Reconfigurar, pavimentar y contar cuadrados		Reconfigurar, pavimentar la primera fila y la primera columna y multiplicar fila por columna	
N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F
1	6.7%	2	13.3%	3	20%	9	60%	9	60%	3	20%

Como podemos observar en esta tabla, solo 9 grupos escogieron la opción correcta; estos estudiantes formaron el triángulo, luego moviendo la pieza 2 o la pieza 4, lo reconfiguraron, formando el rectángulo pedido; el cual fue pavimentado en su totalidad y finalmente contaron uno a uno los cuadros formados, es decir

que todos estos grupos hicieron uso de una estructura aditiva para dar la respuesta.

De los 6 grupos que emitieron respuestas erradas, la mitad no pudieron formar el triángulo pedido, debido a que al acomodar las piezas, no lo hicieron de forma adecuada; además, estos estudiantes mostraron poca habilidad para mover y reordenar las piezas. Los grupos restantes hicieron correctamente lo pedido, sin embargo, solo pavimentaron la primera fila y la primera columna del rectángulo y luego multiplicaron el número de filas por el número de columnas. Lo cual indica que estos estudiantes hicieron uso de una estructura multiplicativa. A pesar de que el procedimiento anterior fue correcto y adecuado, no se ve claramente porqué los estudiantes se equivocaron al dar la respuesta.

Es importante anotar que en cuanto a la acción realizada, cualquiera de las dos expresadas son viables; aunque la que mejor permite analizar el avance de los estudiantes, es la segunda; dado que al trabajar con esta, se evidencia el paso de una estructura aditiva a una estructura multiplicativa, lo que a su vez, deja al estudiante en las puertas de la deducción y comprensión de la fórmula el área del rectángulo.

5.2.3 2. Resultados y análisis de la situación 2

Situación 2

Usando las piezas 1 y 3 construya la siguiente figura B:

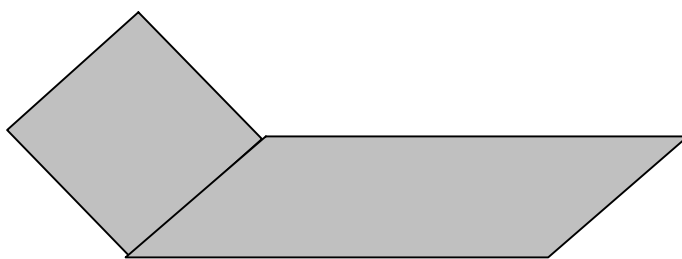


Figura B

Vuelve a construir esta figura pro usando las piezas 2, 3 y 4. De lo anterior se puede concluir:

- a. la pieza 2 más la pieza 4 ocupan igual superficie que la pieza 1.
- b. La pieza 2 más la pieza 4, ocupan mayor superficie que la pieza 1.
- c. La pieza 2 más la pieza 1, ocupan igual superficie que la pieza 4.
- d. No es posible construir la figura usando estas piezas(2,3 y 4).

Tabla 24. Resultados de la situación 2

SITUACIÓN 2								ACCIÓN REALIZADA					
a		b		c		d		Construir, dibujar y superponer		Construir y cubrir		Construir y deducir	
N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F
12	80%	0	0%	0	0%	3	20%	5	33.4%	3	20%	4	26.6%

De los resultados obtenidos en esta situación, se puede decir que la mayoría de los estudiantes notan que el área de la pieza 2 más el área de la pieza 4, es igual al área de la pieza 1; es decir que estos estudiantes manejan el principio de adición de áreas.

En cuanto a la acción realizada, cualquiera de las tres planteadas es válida y adecuada, sin embargo, la que mejor nos permite observar el avance de los estudiantes, es la acción de construir y deducir, dado que con esta se evidencia la capacidad de razonamiento y deducción.

De los grupos que escogieron la opción correcta, solo 4 realizaron la acción de construir y deducir, lo que indica que son pocos los estudiantes que han iniciado un paso de lo concreto a lo abstracto. 5 grupos tuvieron necesidad de construir la figura, dibujarla y sobre este último superponer las piezas 2, 3y 4. Los 3 grupos

restantes, construyeron la figura y con las piezas 2 y 4, cubrieron la pieza 1, sin mover de su sitio la pieza 3.

Los 3 grupos que emitieron una respuesta distinta a la correcta, construyeron la figura usando las piezas 1 y 3; sin embargo, al intentar construir la misma figura con las piezas 2, 3 y 4, no fueron capaces de hacerlo, lo que los llevó a considerar que con las piezas 2, 3 y 4 no se podía construir la figura pedida.

5.2.3.3 Resultados y análisis de la situación 3

Situación 3

Construya nuevamente la figura B del punto anterior, usando la pieza 1 y cambiando la pieza 3 por las piezas 5, 6 y 7.

De lo anterior se puede decir:

- a. La pieza 3 ocupa igual espacio que la pieza 5 mas la pieza 6 mas la pieza 7.
- b. La pieza 3 ocupa menor espacio que la pieza 5 mas la pieza 6 mas la pieza 7
- c. La pieza 3 ocupa mayor espacio que la pieza 5 mas la pieza 6 mas la pieza 7
- d. La figura B, no se puede construir cambiando la pieza 3 por las piezas 5,6 y7

Tabla 25. Resultados de la situación 3

SITUACIÓN 3								ACCIÓN REALIZADA					
a		b		c		D		Construir, dibujar y superponer		Construir y superponer		Construir y deducir	
Nº	f	Nº	f	Nº	f	Nº	F	Nº	F	Nº	f	Nº	F
8	53.3%	2	13.3%	0	0%	5	33.4%	2	13.3%	2	13.3%	6	40%

Al observar los resultados obtenidos en la tabla, se puede afirmar que esta situación fue de gran dificultad para los estudiantes, si tenemos en cuenta que

solo 8 grupos concluyeron correctamente que la pieza 3 ocupa igual espacio a las piezas 5, 6 y 7 juntas y sin superposición.

Igual que en la situación anterior, en esta las tres acciones a realizar nombradas son válidas; pero se esperaba que la mayoría de los estudiantes construyeran la figura y dieran la respuesta por deducción. Esta acción fue ejecutada por la mayoría de los grupos que contestaron correctamente(6 de 8), lo que indica que el número de estudiantes que han iniciado el paso de lo concreto a lo abstracto aumentó con relación a la situación anterior. Los 2 grupos restantes construyeron la figura con las piezas 1 y 3 y sobre esta última superpusieron las piezas 5,6 y 7.

En cuanto a los estudiantes que escogieron una opción distinta a la correcta, la mayoría(5 grupos) formaron la figura pedida usando las piezas 1 y 3; sin embargo, al intentar realizarla usando las piezas 1, 5, 6 y 7, no fueron capaces de hacerlo, lo que los llevó a concluir que la figura no se podía construir si se cambiaba la pieza 3 por las piezas 5, 6 y 7. Los 2 grupos restantes construyeron la figura con las piezas 1 y 3, luego la dibujaron y sobre el dibujo superpusieron las piezas 1, 5, 6 y 7, lo que no fue hecho de forma correcta y por ende los llevó a considerar que la pieza 3 ocupaba menos espacio que las piezas 5, 6 y 7.

5.2.3.4.1 Resultados y Análisis de la Situación 4

Situación 4

Tomando como unidad de medida la pieza 6 o la pieza 7, compara a la pieza 1 con la pieza 3. Se concluye que:

- a.** La pieza 1 ocupa mayor superficie que la pieza 3
- b.** La pieza 3 ocupa mayor superficie que la pieza 1
- c.** La pieza 3 ocupa igual superficie que la pieza 1

- d. La pieza 1 y la pieza 3 no se pueden comparar tomando como unidad de medida la pieza 6 o la pieza 7

Tabla 26. Resultados de la situación 4

SITUACIÓN 4								ACCIÓN REALIZADA			
a		b		c		d		PAVIMENTAR		SUPERPONER	
N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F
0	0%	1	6.7%	12	80%	2	13.3%	13	86.7%	2	13.3%

Con base en los resultados obtenidos en esta tabla, se puede afirmar que esta situación fue bastante sencilla para la mayoría de los estudiantes. Solo 3 grupos emitieron una respuesta diferente a la correcta.

En cuanto a la acción realizada, los 12 grupos que contestaron correctamente, además de realizar lo esperado (comparar las piezas 1 y 3 mediante el pavimento), estos estudiantes, al igual que en otras situaciones de pavimento, esta les ayuda a comprender que una región se compone de subregiones y que estas subregiones tienen la misma área (concepto de unidad), además, para asignar un número a una región dada (piezas 1 y 3), se hace uso de la iteración de la misma (pieza 6 o 7).

Los grupos que consideraron respuestas erradas, dos de ellos compararon las dos piezas mediante la acción de romper y rehacer, para luego superponer los pedazos de una pieza sobre la otra. Esto indica que estos estudiantes prestaron mayor atención a cada una de las opciones presentadas en la situación que a esta en sí. Además, dejan ver que para ellos es más fácil comparar áreas mediante la superposición que por medio del pavimento. A pesar de realizar lo anterior en forma correcta, no tuvieron en cuenta la igualdad en áreas de las dos piezas; sin embargo, se inclinaron por afirmar que las piezas 1 y 3 no se podían comparar usando como unidad de medida la pieza 6 o la pieza 7. El otro grupo que

consideró una opción errada, intentó pavimentar las piezas, al no realizarlo correctamente, concluyó que la pieza 3 era de mayor área.

5.2.3.5 Resultados y análisis de la situación 5

Situación 5

Usando las piezas 2, 3 y 4 construya la siguiente figura A. Transfórmela en un rectángulo moviendo solo una pieza.

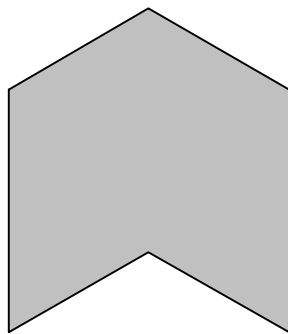


Figura A

Si se toma como unidad de medida un cuadrado de 1 cm de lado, entonces el rectángulo mide:

- a. 10 cuadrados
- b. 16 cuadrados
- c. 24 cuadrados
- d. La figura no se puede construir con estas piezas.

Tabla 27. Resultados de la situación 5

SITUACIÓN 5								ACCIÓN REALIZADA					
a		b		c		d		Reconfigurar, pavimentar y contar cuadrados		Reconfigurar, pavimentar la primera fila y la primera columna y multiplicar filas por columnas		Reconfigurar y medir con regla	
N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F
0	0%	0	0%	12	80%	3	20%	3	20%	8	53.3%	1	6.7%

En esta tabla podemos observar que 12 grupos emitieron la respuesta correcta, lo cual indica que la mayoría de los estudiantes mostraron gran facilidad para transformar la figura A en un rectángulo. Además, sigue siendo notorio en estos estudiantes la claridad de la noción de conservación del área ante ciertas transformaciones de la figura original. Para emitir la respuesta correcta, 8 grupos realizaron la acción esperada; es decir, reconfiguraron la figura formando el rectángulo, luego pavimentaron con la unidad de medida dada la primera fila y la primera columna de este y finalmente multiplicaron la cantidad de cuadros de la fila por los de la columna (estructura multiplicativa). 3 de los 4 grupos restantes que emitieron la respuesta correcta, vieron necesidad de reconfigurar, pavimentar y luego contar los cuadrados uno a uno (estructura aditiva). El otro grupo en cambio optó por reconfigurar y medir con regla.

Los 3 grupos que escogieron una opción errada, al momento de construir la figura, no encontraron la forma de acomodar las piezas para obtenerla; esto los llevó a concluir que con esas piezas (2, 3 y 4) no se podía realizar dicha figura.

5.2.3.6 Resultados y Análisis de la Situación 6

Situación 6

Construya la figura B usando las piezas 2,4,5,6 y 7.

Al comparar la figura A del punto anterior con la figura B de esta situación, se concluye que:

- La figura A tiene mayor área
- La figura B tiene mayor área
- Las figuras A y B tienen igual área
- La figura B no se puede construir con estas piezas, por lo tanto no se puede comparar con la figura A.

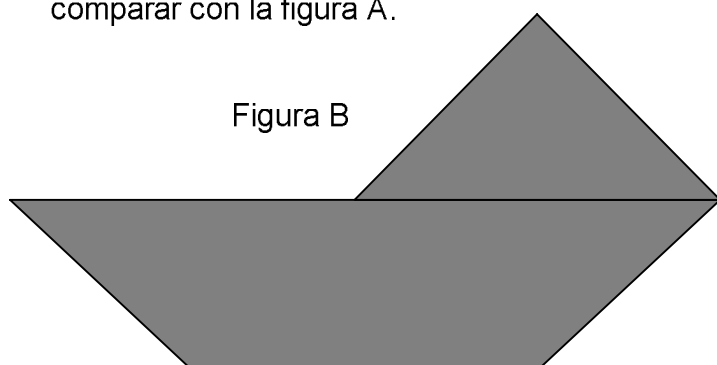


Tabla 28. Resultados de la situación 6

SITUACIÓN 6								ACCIÓN REALIZADA							
a		b		c		d		Construir, representar gráficamente y superponer		Construir y superponer		Construir, dibujar y pavimentar		Construir, reconfigurar y superponer	
N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F
0	0%	1	6.7%	6	40%	8	53.3%	2	13.3%	2	13.3%	3	20%	0	0%

Al observar los resultados expresados en esta tabla, se puede decir que esta situación fue bastante complicada para los estudiantes, si tenemos en cuenta que tan solo 7 grupos fueron capaces de formar la figura pedida, con las piezas dadas; 6 de estos grupos concluyeron correctamente que ambas figuras tenían igual área, para lo cual, algunos grupos construyeron ambas figuras, las dibujaron y sobre el

dibujo de una de las dos superpusieron las piezas usadas en la otra figura. Otros grupos en cambio construyeron la figura B y sobre esta superpusieron directamente las piezas usadas en la figura A. Mientras tanto, otros construyeron las figuras, las dibujaron y las pavimentaron ambas, tomando como unidad de medida la pieza 2; es decir que estos estudiantes tuvieron en cuenta la noción de transitividad planteada por Piaget.

El grupo que realizó la figura B y al compararla con la figura A, erró en la respuesta, sumó el número de piezas utilizadas en cada figura (sin tener en cuenta que estas no tenían igual área) y al usar más piezas en la figura B, concluyó que esta tenía mayor área.

Los 8 grupos restantes acomodaron las piezas (2,4,5,6 y 7), de diferentes formas con el fin de construir la figura, sin embargo no lo lograron; lo que los llevó a considerar que con esas piezas no se podía formar la figura B. por tanto concluyeron que las figuras no se podían comparar.

Es importante anotar que ninguno de los grupos hizo uso de la acción esperada, es decir construir, reconfigurar y superponer.

5.2.3 Resultados y análisis taller de desarrollo 4. Con la realización del taller de desarrollo 4, se busca que los estudiantes representen mental y/o gráficamente la comparación de áreas; es decir que las acciones hechas para comparar las áreas, por medio de la manipulación de objetos concretos, esta vez sean hechas sin contar con estos, o sea mentalmente.

Este taller consta de 8 situaciones y al igual que los talleres anteriores, es realizado en grupos de dos estudiantes, para lo cual los únicos materiales utilizados son: lápiz y papel.

Los resultados obtenidos al ser aplicado este taller, se encuentran en la siguiente tabla:

Tabla 29. Resultados taller de desarrollo 4

S I T U A C I O N E S																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																														
Situación 1										Situación 2				Situación3				Situación 4				Situación 5				Situación 6				Situación 7				Situación 8																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
a		b		c		d		a		b		c		d		a		b		c		d		a		b		c		d		a		b		c		d																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
1		x						x																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						</

5.2.4.1 Resultados y análisis de la situación 1

Situación 1

Al rectángulo presentado en la figura A, debes hacerle cortes por sus diagonales y así obtener cuatro pedazos de forma triangular; con todos los pedazos obtenidos y sin superponer ninguno de ellos, forma una nueva figura, la cual debes dibujar.

Podemos decir que:



Figura A

- a. La nueva figura tiene mayor área que el rectángulo
- b. La nueva figura tiene menor área que el rectángulo
- c. La nueva figura tiene igual área que el rectángulo
- d. No puedo formar una nueva figura

Tabla 30. Resultados de la situación 1

SITUACIÓN 1								ACCIÓN REALIZADA			
a		b		c		d		Medir con regla, cortar y reconfigurar		Realizar mental y gráficamente la reconfiguración	
N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F
1	6.7%	0	0%	14	93.3%	0	0%	9	60%	6	40%

Los resultados obtenidos en esta situación, dejan ver que los estudiantes en su mayoría tienen claro que al transformar la figura dada, el área se conserva. Para llegar a lo anterior, se esperaba que los estudiantes, realizaran la reconfiguración mentalmente y realizaran la representación gráfica de la nueva figura, lo cual fue hecho solo por 6 grupos; mientras que los 9 grupos restantes, no fueron capaces

de imaginarse el reordenamiento a realizar y optaron por medir la figura dada, dibujarla en papel, recortarla y con los pedazos obtenidos formar la nueva figura. Esto demuestra que para los estudiantes es difícil realizar transformaciones mentalmente cuando no cuentan con los objetos.

Solo un grupo emitió una respuesta errada, considerando que la nueva figura tenía mayor área que el rectángulo. Estos estudiantes realizaron las transformaciones mentalmente e hicieron la representación gráfica, sin embargo no lo hicieron en forma correcta.

5.2.4.2 Resultados y análisis de la situación 2

Situación 2

El piso de un kiosco (figura 1) debe ser embaldosado, para lo cual se cuenta con un número determinado de baldosas de forma triangular y que se encuentran ordenadas como en el rectángulo de la figura 2.

Con base en lo anterior se puede decir que:

- a. Las baldosas no alcanzan para cubrir el piso
- b. Las baldosas alcanzan para cubrir totalmente el piso
- c. Las baldosas alcanzan para cubrir totalmente el piso y sobran algunas
- d. Las baldosas no alcanzan para cubrir totalmente el piso y sobran pedazos

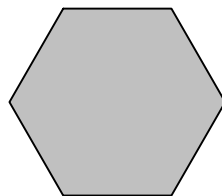


Figura 1



Figura 2

Tabla 31. Resultados de la situación 2

SITUACIÓN 2								ACCIÓN REALIZADA			
a		b		c		d		Medir con regla, cortar y superponer		Realizar mentalmente el cubrimiento	
N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F
2	13.3%	9	60%	3	20%	1	6.7%	8	53.3%	7	46.7%

En esta tabla podemos observar que solo 9 grupos notan correctamente que el número de baldosas presentadas, alcanzan para cubrir totalmente el piso del kiosco. En cuanto a la acción realizada por estos estudiantes, solo 4 grupos realizan la esperada, es decir representarse mentalmente el cubrimiento y luego deducir la respuesta. Mientras que los 5 grupos restantes, optaron por medir con regla ambas figuras, dibujarlas en papel y luego recortarlas, para finalmente superponer los pedazos de la figura 2 en la figura 1.

Los estudiantes que llegaron a una respuesta equivocada, algunos optaron por medir con regla ambas figuras, dibujarlas en papel, recortarlas y superponer los pedazos recortados; sin embargo, tuvieron en cuenta los márgenes de error presentados al medir y/o al recortar, lo que los condujo a considerar tal respuesta. Otros grupos, a pesar de realizar la acción esperada(realizar mentalmente el cubrimiento), no llegaron a la respuesta correcta, lo que se debió principalmente a que tomaron el primer triángulo y el último de la figura 2 como baldosas enteras y al imaginarse la superposición, sobraron baldosas.

5.2.4.3 Resultados y Análisis de la Situación 3

Situación 3

Con base en la respuesta anterior, se puede afirmar que:

- a. El piso del kiosco (figura 1), ocupa mayor espacio que las baldosas ordenadas en forma rectangular (figura 2)
- b. El piso del kiosco (figura 1), ocupa menor espacio que las baldosas ordenadas en forma rectangular(figura 2)
- c. El piso del kiosco(figura 1) y las baldosas ordenadas en forma rectangular(figura 2) ocupan igual espacio
- d. No se puede decidir nada sobre el espacio ocupado por las dos figuras.

Tabla 32. Resultados de la situación 3

SITUACIÓN 3								ACCIÓN REALIZADA			
a		b		c		d		Medir con regla		Deducir de la respuesta dada en la situación anterior	
N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F
2	13.3%	3	20%	10	66.7%	0	0%	3	20%	12	80%

Con base en los resultados presentados en esta tabla, se puede decir que la mayoría de los estudiantes, relacionaron la respuesta dada en la situación anterior con esta situación, sobretodo los estudiantes que consideraron en la respuesta anterior el cubrimiento total del piso con el número de baldosas presentadas, concluyen en esta situación que el piso del kiosco y las baldosas ordenadas en forma rectangular, ocupan igual espacio.

De los estudiantes que erraron al dar la respuesta, en la situación anterior, solo 3 grupos no relacionaron la situación 2 con esta y tuvieron necesidad de medir con regla ambas figuras y aplicar fórmula. 2 de estos grupos volvieron a equivocarse, mientras que el otro grupo llegó a la respuesta correcta.

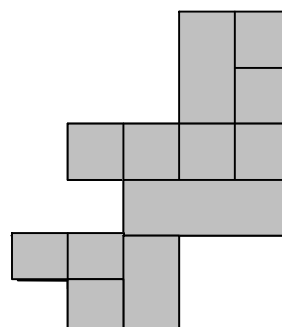
5.2.4.4 Resultados y Análisis de la Situación 4

Situación 4

Un conjunto de fichas se encuentran ordenadas como muestra la figura A. mueve algunas de ellas y forma un cuadrado.

Si todos los cuadritos pequeños tienen igual área y si se toma como unidad de medida uno de ellos, entonces el cuadrado mide:

- a. 9 unidades
- b. 16 unidades
- c. 25 unidades
- d. No se puede formar el cuadrado.



Figura

Tabla 33. Resultados de la situación 4

SITUACIÓN 4								ACCIÓN REALIZADA			
a		b		c		d		Romper y rehacer(mental y gráficamente), completar los cuadritos y contar filas por columnas		Dibujar, romper y rehacer, completar los cuadritos y contar filas por columnas	
N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F
0	0%	9	60%	0	0%	6	40%	5	33.4%	4	26.6%

En esta situación, notamos que 9 grupos concluyeron en forma correcta que el cuadrado formado al mover algunas fichas, mide 16 unidades. De estos estudiantes, 5 grupos realizaron la acción esperada; es decir, imaginarse y graficar las transformaciones hechas para formar el cuadrado, luego completaron los cuadritos y finalmente contaron el número de filas por el número de columnas.

Los 4 grupos restantes que contestaron correctamente, tuvieron necesidad de realizar la acción en forma concreta, ya que estos dibujaron la figura en cartón o papel, hicieron las transformaciones cortando con tijeras y completaron los cuadritos, para luego contar filas por columnas.

Los 6 grupos que no fueron capaces de formar el cuadrado moviendo algunas fichas, intentaron realizar las transformaciones mental y gráficamente, al no lograrlo, optaron por medir con regla, dibujar y recortar, sin embargo tampoco fue posible, ya que al recortar no supieron ordenar los pedazos. Todo esto los llevó a concluir que el cuadrado no se podía formar.

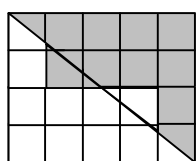
5.2.4.5 Resultados y Análisis de la Situación 5

Situación 5

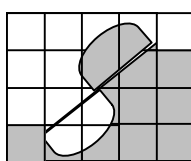
Tres de las paredes de la sala de mi casa, se encuentran pintadas como se muestra a continuación. En cada pared la parte sombreada necesita ser pintada nuevamente.

Para pintar la parte sombreada de cada pared se necesita:

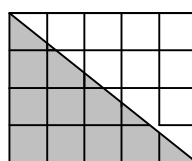
- Mayor pintura en la parte sombreada de la pared A
- Mayor pintura en la parte sombreada de la pared B
- Mayor pintura en la parte sombreada de la pared C
- La parte sombreada de las tres paredes, necesitan la misma cantidad de pintura.



Pared A



Pared B



Pared C

Tabla 34. Resultados de la situación 5

SITUACIÓN 5								ACCIÓN REALIZADA					
a		b		c		d		Romper y rehacer(mental y gráficamente) y deducir		Dibujar, romper y rehacer y superponer		Respuesta dada al azar	
N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F
0	0%	1	6.7%	3	20%	11	73.3%	5	33.4%	8	53.3%	2	13.3%

Los resultados obtenidos en esta situación, muestran que la mayoría de los estudiantes (11 grupos), concluyen que la parte sombreada de las tres paredes, necesitan la misma cantidad de pintura. Para escoger esta opción, solo 4 grupos de estos, realizan la acción esperada, es decir romper y rehacer mental y gráficamente y luego deducir. Los 7 grupos restantes, tuvieron dificultad para imaginar las transformaciones y optaron por dibujar las figuras calcándolas de la original, luego realizaron las transformaciones recortando con tijeras y superpusieron las tres figuras.

De los 4 grupos que emitieron respuestas equivocadas, solo uno realizó la acción esperada, sin embargo esta no fue hecha de forma adecuada y concluyó que se necesita mayor pintura en la parte sombreada de la pared C. otro grupo realizó la segunda acción planteada y por tener en cuenta algunos márgenes de errores presentados al recortar o al superponer las tres figuras, concluyó que se necesita mayor pintura en la parte sombreada de la pared B.

Los dos grupos restantes, intentaron realizar la segunda acción, al no lograrlo, concluyeron al azar que la parte sombreada de la pared C es la que mayor pintura necesita.

5.2.4.6 Resultados y análisis de la situación 6

Situación 6

En la situación anterior, si cada cuadrado tiene un metro de lado y cada pared mide 20 cuadrados, entonces la parte sombreada de cada pared mide:

	Pared A	Pared B	Pared C
a.	10 cuadrados	7 cuadrados	5 cuadrados
b.	8 cuadrados	10 cuadrados	7 cuadrados
c.	10 cuadrados	8 cuadrados	10 cuadrados
d.	10 cuadrados	10 cuadrados	10 cuadrados

Tabla 35. Resultados de la situación 6

SITUACIÓN 6								ACCIÓN REALIZADA			
a		b		c		d		Por deducción de la situación anterior		Romper y rehacer(mentalmente) y contar cuadrados	
N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F
0	0%	1	6.7%	2	13.3%	10	66.7%	7	46.7%	8	53.3%

Al observar los resultados expresados en esta tabla, notamos que 10 grupos escogieron la opción correcta(los cuales contestaron correctamente, también en la situación anterior). 3 grupos escogieron una opción errada y los 2 grupos restantes, emitieron una respuesta diferente a las cuatro opciones planteadas en esta situación.

En cuanto a la acción realizada, de los grupos que contestaron correctamente, 4 notaron de la situación anterior que la parte sombreada en cada pared, era la

mitad de la misma y que por lo tanto cada parte sombreada medía 10 cuadrados. Los 6 grupos restantes a pesar de evidenciar que la parte sombreada en cada pared, correspondía a la mitad de la misma, no estaban convencido de ello aritméticamente, dado que notaban que algunos cuadros sombreados quedaban incompletos; por lo tanto decidieron realizar algunas transformaciones al triángulo sombreado en la pared C, formando un rectángulo, logrando así cuadros completos, los cuales fue fácil contar. Esta acción fue hecha en dos niveles por los estudiantes, algunos se imaginaron las transformaciones y luego las graficaron; mientras que otros, tuvieron necesidad de hacerlo en forma concreta dibujando y recortando con tijeras. Tanto el primero como el segundo caso, permitían que los estudiantes notaran que sin importar que resultaran cuadros sombreados incompletos, la parte pintada correspondía a 10 cuadrados en cada pared, es decir, la mitad de esta.

Los 3 grupos que consideraron respuestas erradas, dieron sus respuestas basados en lo expresado en la situación anterior. Estos estudiantes no notaron que las tres partes pintadas de las paredes, tenían igual área.

Los 2 grupos que emitieron respuestas diferentes a las opciones planteadas, realizaron la acción de romper y rehacer las partes pintadas en la primera y segunda pared, formando un triángulo con cada una de estas igual al de la parte pintada de la pared C; sin embargo, no notaron que cada parte pintada, correspondía a la mitad de cada pared y como al intentar contar, hallaron cuadros sombreados incompletos, concluyeron que no era posible saber cuanto medía cada parte sombreada.

5.2.4.7 Resultados y análisis de la situación 7

Situación 7

En una pared de forma rectangular, se han colocado dos espejos 1 y 2 como se muestra en la figura A. del espacio ocupado por cada uno de los dos espejos, se deduce que:

- a. El espejo 1 ocupa mayor espacio que el espejo 2
- b. El espejo 1 ocupa menor espacio que el espejo 2
- c. El espejo 1 ocupa igual espacio que el espejo 2
- d. No es posible saber cual de los espejos ocupa mayor, menor o igual espacio.

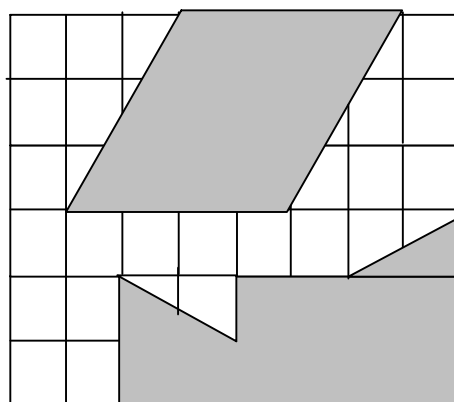


Figura A

Tabla 36. Resultados de la situación 7

SITUACIÓN 7								ACCIÓN REALIZADA					
a		b		c		d		Dibujar, romper y rehacer y superponer		Romper y rehacer(mental y/o gráficamente) y pavimentar		Pavimentar sin realizar ninguna transformación	
N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F
2	13.3 %	1	6.7%	9	60%	3	20%	6	40%	5	33.4%	4	26.6%

De los resultados obtenidos en esta situación, podemos observar que 9 grupos emitieron la respuesta correcta sin embargo, fueron pocos los estudiantes(4 grupo), que lograron llegar a esta respuesta a través de la acción esperada, es decir, se imaginaron las transformaciones a realizar y luego pavimentaron. Del resto de grupos que contestaron correctamente, 4 tuvieron necesidad de dibujar cada uno de los espejos, recortarlos y luego superponerlos; el grupo restante

prefirió pavimentar y contar cuadrados sin realizar ninguna transformación, lo cual indica que estos estudiantes, posiblemente escogieron la respuesta al azar ya que dicha acción no permitía saber con exactitud si un espejo ocupaba mayor, menor o igual espacio que el otro.

De los grupos que consideraron respuestas diferentes a la correcta, tan solo uno realizó la acción esperada, sin embargo, que un espejo ocupaba mayor espacio que el otro; tal vez por que al imaginar las transformaciones no lo hizo de forma adecuada. Dos grupos tuvieron necesidad de dibujar, romper y rehacer y superponer, el error estuvo en que no recortaron de forma adecuada y al superponer sobraron pedazos en uno de los dos espejos. Los tres grupos restantes pavimentaron y contaron los cuadrados sin realizar ninguna transformación; al encontrar cuadros incompletos concluyeron que no se podía saber si un espejo ocupaba mayor, menor o igual espacio que el otro.

5.2.4.8 Resultados y análisis de la situación 8

situación 8

Al comparar los espacios ocupados por los espejos 1 y 2 (figura A de la situación anterior), con la parte libre de la pared, podemos decir:

- a.** El espacio libre de la pared es igual al espacio ocupado por los dos espejos
- b.** El espacio libre de la pared es mayor al espacio ocupado por los dos espejos
- c.** El espacio ocupado por los espejos 1 y 2 es mayor que el espacio libre de la pared
- d.** No hay forma de saber cual de los dos espacios comparados es mayor, menor o igual

Tabla 37. Resultados de la situación 8

SITUACIÓN 8								ACCIÓN REALIZADA					
a		b		c		d		Dibujar, romper y rehacer y superponer		Romper y rehacer(mental y/o gráficamente) y pavimentar		Pavimentar sin realizar ninguna transformación	
N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F
8	53.3%	1	6.7%	3	20%	3	20%	6	40%	4	26.6%	5	33.4%

Al comparar los resultados obtenidos en las situaciones anteriores de este taller, con los resultados obtenidos en la situación 8, se puede ver que fue en esta última, donde mayores dificultades presentaron los estudiantes, dado que solo 8 grupos concluyeron en forma correcta que el espacio libre de la pared era igual al espacio ocupado por los dos espejos. Para dar esta respuesta la mitad de estos grupos, realizaron la acción esperada de romper y rehacer(mental y gráficamente) y luego pavimentar. Los estudiantes que realizaron esta acción, hicieron uso del principio de adición de las áreas por la necesidad de sumar el espacio ocupado por el espejo 1 mas el espacio ocupado por el espejo 2, para así compararlo con el espacio libre de la pared. De los otros grupos que contestaron en forma correcta, dos dibujaron la figura A, rompieron y rehicieron y luego superpusieron; es decir, que estos estudiantes tuvieron necesidad de realizar la acción en forma concreta. Mientas que los otros dos grupos, pavimentaron los espejos sin realizar ninguna transformación, lo que indica que posiblemente escogieron la opción al azar, dado que de la manera empleada era complicada la comparación.

De los grupos que emitieron respuestas erradas, ninguno utilizó la acción esperada, en cambio optaron o por dibujar, romper y rehacer y superponer o por pavimentar sin realizar ninguna transformación; los que hicieron uso de esta última acción, concluyeron que no había forma de saber cual de los dos espacios comparados era mayor, menor o igual; esto por encontrar cuadros incompletos al pavimentar los espejos.

5.2.5 Resultados y análisis taller de desarrollo 5. El taller de desarrollo 5 tiene como propósito ofrecer a los niños un significado ligado a contenidos empíricos; es decir buscar que ellos comprendan que el área de superficies planas es un concepto que se encuentra a su alrededor y que es manejable por ellos en forma concreta y práctica.

Para ejecutar este taller, hubo necesidad (por parte de los proponentes), de limitar dos terrenos en el patio, uno de forma cuadrada de 4 metros de lado y el otro de forma rectangular de 8 metros de largo por 2 de ancho. Además, se midió la cancha de microfútbol y se encontró que esta tenía 30 metros de largo y 10 de ancho. Para la última situación se contaron las baldosas del salón de clases (de forma rectangular) y se encontró que este tenía 96 baldosas.

Los estudiantes debían ir al patio y a la cancha y tomar las medidas de los terrenos delimitados; en cuanto al salón de clases, debían contar las baldosas. Para tomar estas medidas el curso fue dividido en 5 grupos de 6 estudiantes y el taller fue resuelto en subgrupos de 3 estudiantes, los cuales necesariamente debían estar en el grupo de 6. Entre los materiales utilizados en este taller están la cinta métrica, con la cual tomaron las medidas y estacas de madera para marcar.

Para resolver las situaciones referentes a los terrenos delimitados y a la cancha, se sugirió y se indicó la realización de una representación a escala de las medidas tomadas.

Los resultados obtenidos al aplicar este taller, aparecen en la siguiente tabla:

Tabla 38. Resultados taller de desarrollo 5

S I T U A C I O N E S																											
Situación 1											Situación 2					Situación 3				Situación 4				Situación 5			
Pregunta 1			Pregunta 2			Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 1	Pregunta 2						
Mas en A	Igual en A y B	Más en B	15 en A y 16 en B	16 en ambos	15 en B y 16 en A	Más en A	Igual en A y B	Más en B	A: 16 mts B: 20 mts	A: 16 mts B: 20 mts	300 mil pesos	320 mil pesos	40 mil pesos	42 mil pesos	80 mts	82 mts	96 baldos as	No es posible saberlo	24 cuadrados y las rectangulares no se sabe	24 m de lado	24 las cuadradas y las rectangulares no se sabe						
1		x		x			x		x		x		x		x		x		x								
2	x		x					x	x		x		x		x		x		x								
3	x			x			x			x	x			x	x		x				x						
4	x			x				x	x		x		x		x			x									
5	x			x				x	x		x		x			x	x										
6	x			x			x			x	x			x	x		x										
7	x			x			x		x			x	x		x		x				x						
8	x			x				x	x		x		x			x		x									
9	x			x			x		x		x		x		x		x										
10	x			x				x	x			x	x		x		x										
T O T A L	9	1	1	9	0	0	0	5	5	8	2	8	2	8	2	8	2	8	2	8	2						

5.2.5.1 Resultados y Análisis de la Situación 1

Situación 1

Se desean pavimentar los dos terrenos A y B, delimitados en el patio, deduzca en cual de ellos se gasta más cemento, sabiendo que con media bolsa, se logra pavimentar un cuadrado de un metro de lado.

¿cuántos cuadrados de un metro de lado caben en cada terreno delimitado?

Tabla 39. Resultados de la situación 1. Pregunta 1

SITUACION 1 / Pregunta 1						ACCION REALIZADA			
Se gasta más cemento en A		En A se gasta la misma cantidad de cemento que en B		Se gasta mas cemento en B		Dibujar y pavimentar		Aplicar formulas	
Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F
0	0%	9	90%	1	10%	6	60%	4	40%

En esta situación, todos los estudiantes, después de medir los terrenos, encontraron que el terreno A de forma cuadrada medía 4 metros por cada lado, y el terreno B, de forma rectangular, medía 8 metros de largo por 2 de ancho. La mayoría de los estudiantes concluyeron correctamente que se gastaba la misma cantidad de cemento para pavimentar ambos terrenos; para dar esta respuesta, algunos estudiantes acogieron la sugerencia dada por los proponentes de realizar dibujos a escala con el fin de facilitar las comparaciones, luego pavimentaron cada uno de los dibujos. Otros optaron por aplicar las fórmulas respectivas para así obtener la respuesta.

Solo un grupo concluyo en forma errónea que se gastaba más cemento en el terreno B; estos estudiantes, para estas respuestas, aplicaron las fórmulas respectiva, sin embargo, su respuesta se debió a errores de calculo.

Tabla 40. Resultados de la situación 1. Pregunta 2

SITUACIÓN 1 / Pregunta 2						ACCIÓN REALIZADA			
15 cuadrados en A y 16 en B		16 cuadrados en ambos		15 cuadrados en B y 16 en A		Dibujar y pavimentar		Aplicar fórmula	
N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F
1	10%	9	90%	0	0%	6	60%	4	40%

Podemos observar en esta tabla que la mayoría de los estudiantes, contestaron correctamente que en cada terreno delimitado, cabían 16 cuadrados de un metro de lado. Para dar esta respuesta, los estudiantes se basaron en las acciones realizadas al responder la pregunta anterior; es decir que los estudiantes que dibujaron y pavimentaron en la anterior, en esta solo tuvieron necesidad de contar los cuadrados. Es preciso señalar que esto último (contar cuadrados), fue hecho con base en una estructura multiplicativa. Los estudiantes que aplicaron fórmulas para responder a la pregunta anterior, en esta solo tomaron el resultado obtenido. En uno y otro caso, los estudiantes mostraron tener en cuenta la igualdad de las áreas de los dos terrenos delimitados, ya que emitieron la respuesta con base en la acción realizada solo en uno de los terrenos.

El grupo que emitió una respuesta errada, lo hizo basado en la respuesta a la pregunta anterior, la cual también fue errada.

5.2.5.2 Resultados y análisis de la situación 2

Situación 2

Si desea pintar el borde de los terrenos delimitados.

¿En cuál se gasta mayor pintura, si con dos litros se pinta un metro?.

¿Cuál es el perímetro de cada terreno?.

Tabla 41 Resultado de la situación 2. Pregunta 1

SITUACIÓN 2 / Pregunta 1						ACCIÓN REALIZADA			
Se gasta más pintura en el borde del terreno A		Se gastara la misma cantidad de pintura en Ay B		Se gasta más pintura en el borde del terreno B		Multiplica el total de metros por cantidad de pintura usada para cada metro		Por deducción de la igualdad de las áreas.	
N°	F	N°	F	N°	F	N°	F	N°	F
0	0%	5	50%	5	50%	5	50%	5	50%

El hecho que los dos terrenos delimitados tengan igual área llevó a los estudiantes a considerar que para pintar el borde de esos dos terrenos se gasta la misma cantidad de pintura. Esto indica que muchos estudiantes consideran que si dos superficies tienen igual área, también tienen igual perímetro.

Los estudiantes que en forma correcta consideraron que se gasta más pintura en el borde del terreno B, no tuvieron en cuenta la igualdad de las áreas de los dos terrenos delimitados y optaron por hallar el perímetro de cada uno de ellos y multiplicarlo por la cantidad de pintura usada en cada metro a pintar. Estos estudiantes mostraron tener claro que la igualdad en áreas de dos superficies, no implica necesariamente la igualdad en perímetro.

Tabla 42. Resultados de la situación 2. Pregunta 2

SITUACIÓN 2 / Pregunta 2				ACCIÓN REALIZADA			
Terreno A: 16mts perímetro.		Terreno B: 20mts perímetro.		Aplicación de la formula para hallar el perímetro		Por deducción de las igualdad de las áreas, aplicación de la fórmula del perímetro solo al terreno A:	
N°	F	N°	F	N°	F	N°	F
8	80%	2	20%	8	80%	2	20%

En esta pregunta la mayoría de los estudiantes contestaron correctamente que el perímetro del terreno A es de 16mts y del terreno B es de 20mts. Para lo cual aplicaron la fórmula del perímetro a cada terreno delimitado. Esto le permitió a 3 de los 5 grupos que en la pregunta anterior habían considerado que la igualdad de las áreas de superficies de planos implicaba igualdad de los perímetros, darse cuenta que tal afirmación no es cierta.

Solo dos grupos consideraron erradamente que ambos terrenos delimitados tenían 16 metros de perímetro, estos estudiantes siguieron considerando que la igualdad de las áreas de los dos terrenos implicaba igualdad de los perímetros, por lo que solo aplicaron la fórmula del perímetro al terreno A, y el resultado fue tenido en cuenta para ambos terrenos.

5.2.5.3. Resultados y análisis de la situación 3

situación 3

Deduzca cuanto se debe pagar por pavimentar la cancha de microfútbol, si por un cuadrado de un metro de lado se pagan \$1.000.00.

Tabla 43. Resultados de la situación 3.

SITUACIÓN 3				ACCIÓN REALIZADA			
Se deben pagar \$300.000 pesos		Se deben pagar \$310.000 pesos		Dibujar y pavimentar		Aplicar formulas	
N°	F	N°	F	N°	F	N°	F
8	80%	2	20%	7	70%	3	30%

Para saber cuanto se debe pagar por pavimentar la cancha de microfútbol , recordemos que los estudiantes debían medir la cancha, para lo cual el curso fue

dividido en 5 grupos de 6 estudiantes cada uno y para resolver el cuestionamiento cada grupo se dividía en dos de 3 estudiantes. De los cinco grupos en que se dividió el curso, 4 encontraron la medida correcta de la cancha, es decir 30 metros de largo y 10 de ancho, mientras que el grupo restante encontró que la cancha tenía 31 metros de largo y 10 de ancho, lo cual se debió a que al medir el largo no lo hicieron en línea recta. De allí que al resolver la situación, 2 grupos consideraron que se deben pagar 31.00 pesos por pavimentar la cancha; para dar esta respuesta, estos estudiantes hicieron uso de la aplicación de fórmula, a pesar de sugerirles no hacerlo.

Los 8 grupos restantes que encontraron en forma correcta que se deben pagar \$300.000 pesos por pavimentar la cancha, la mayoría realizó un dibujo a escala de la cancha y luego pavimentaron, encontrando así, el total de cuadrados de un metro de lado; para lo cual estos grupos contaron número de filas por columna. Sólo un grupo no realizó la acción antes mencionada (dibujar y pavimentar) y optaron por aplicar la respectiva fórmula.

5.2.5.4 Resultados y Análisis de la situación 4.

Situación 4

Si para pintar el borde de la cancha de microfútbol el obrero cobra \$500.00 por cada metro pintado ¿cuánto se debe pagar?. ¿cuál es el perímetro de la cancha?.

Tabla 44. Resultados de la situación 4. Pregunta1.

SITUACIÓN 4/PREGUNTA 1				ACCIÓN REALIZADA			
Se deben pagar 40.000 pesos		Se deben pagar 41.000 pesos		Multiplicar los metros de cada lado por 500 y luego sumar el resultado de los 4 lados.		Hallar el total de metros y multiplicarlo por 500	
Nº	F	Nº	F	Nº	F	Nº	F
8	80%	2	20%	5	50%	5	50%

Los grupos que, al medir la cancha de microfútbol encontraron que tiene 30 metros de largo y 10 metros de ancho. Al resolver esta pregunta (tabla de anterior), encontraron en forma correcta que para pintar el borde de la cancha, se deben pagar \$40.000 pesos; para lo cual cinco de estos grupos optaron por hallar el total de metros que tiene el borde de la cancha y multiplicarlo por los \$500 pesos que cobra el obrero por cada metro pintado. Es decir que los estudiantes tomaron como referente principal el uso de la formula del perímetro para encontrar la respuesta. Mientras tanto, los tres grupos restantes tuvieron en cuenta el uso de la formula del perímetro, pero en forma indirecta ya que estos no optaron por encontrar la medida del borde de la cancha, sino que prefirieron hallar el gasto para pintar cada lado, y suman los cuatro resultados. Esto último fue realizado además, por los dos grupos que concluyeron que la cancha tiene 31 metros de largo y 10 metros de ancho, contemplando también en forma correcta de acuerdo a las dimensiones encontradas al medir la cancha.

Tabla 45. Resultados de la situación 4. Pregunta 2.

SITUACIÓN 4/PREGUNTA 2				ACCIÓN REALIZADA	
80 metros		82 metros		Aplicar formula	
N°	F	N°	F	N°	F
8	80%	2	20%	10	100%

En esta tabla podemos ver que 8 grupos contestaron que la cancha tiene 82 metros de perímetro. Ambas respuestas fueron dadas con base en las dimensiones encontradas al medir la cancha (30mts de largo y 10 de ancho, los primeros y 31 metros de largo y 10 de ancho los segundos). Teniendo en cuenta lo anterior podemos decir que todos los estudiantes hallaron el perímetro

5.2.5.5 Resultados y análisis de la situación 5

Situación 5

Por encontrarse deterioradas las baldosas de nuestro salón de clases, necesitan ser cambiadas por otras del mismo tamaño, pero de forma rectangular. ¿Cuántas baldosas se necesitan?

Si se sabe que cuatro baldosas de cualquiera de los dos tipos presentados cubren un cuadrado de un metro de lado, entonces ¿Cuántos cuadrados de un metro de lado tiene el salón de clases?

Tabla 46. Resultados de la situación 5. Pregunta 1.

SITUACIÓN 5/ PREGUNTA 1				ACCIÓN REALIZADA			
96 Baldosas		No es posible saberlo		Contar filas por columnas		Contar baldosa por baldosa	
N°	F	N°	F	N°	F	N°	F
8	80%	2	20	9	90%	1	10%

En esta situación al contar las baldosas, todos los grupos encontraron que el salón de clases tiene 96 baldosas, las cuales son de forma cuadrada y del mismo tamaño. Para lo cual la mayoría de los grupos hicieron uso de una estructura multiplicativa, es decir, contaron número de filas por número de columnas, solo un grupo utilizó una estructura aditiva, (contar baldosas por baldosa). En el momento de resolver la pregunta, la mayoría de los estudiantes comprendieron que al cambiar las baldosas por otras del mismo tamaño a la original, pero de forma diferente, el área de esta era igual y que por lo tanto se necesitaba el mismo número de baldosas (96 baldosas rectangulares). Es decir, que estos estudiantes tuvieron en cuenta la conservación del área planteado por Piaget.

Solo dos grupos no comprendieron que los dos tipos de baldosas tienen igual área y que por lo tanto se necesita el mismo número de ellas, es decir, 96 baldosas. Estos estudiantes por no tener en cuenta la conservación del área, concluyeron que no es posible saber cuantas baldosas de forma rectangular se necesitan.

Tabla 47. Resultados de la situación 5. Pregunta 2.

SITUACIÓN 5/PREGUNTA 2				ACCIÓN REALIZADA	
24 cuadrados de un metro de lado		24 cuadrados, las baldosas cuadradas y las rectangulares no se sabe		Dividir el total de baldosas entre cuatro	
Nº	F	Nº	F	Nº	F
8	80%	2	20%	10	100%

Los 8 grupos que en la pregunta 1 de esta situación notaron que se necesita igual número de baldosas de ambos tipos (96 baldosas de cada una), en esta pregunta concluyeron que el salón de clases tiene 24 cuadrados de un metro de lado; para lo cual dividieron el número total de baldosas, entre cuatro baldosas, que cubren un cuadrado de un metro de lado, teniendo en cuenta los dos tipos de baldosas.

Los dos grupos que en la pregunta anterior concluyeron que no es posible saber cuantas baldosas de forma rectangular se necesitan para embaldosas nuevamente el salón de clases, en esta pregunta después de dividir el total de baldosas entre cuatro, contestaron que el salón de clases tiene 24 cuadrados de un metro de lado; sin embargo solo tuvieron en cuenta las baldosas de forma cuadrada ya que para las baldosas rectangulares concluyeron que no se sabe cuantos cuadrados tiene el salón, por no conocerse el número de baldosas de este tipo, es decir, que estos estudiantes seguirán sin notar que los dos tipos de baldosas tienen igual área.

5.2.6 Aspectos Observados Durante el Desarrollo de los Talleres

5.2.6.1 Observación a nivel individual. Se pudo observar en cada estudiante el interés durante la aplicación de los talleres, se pudo evidenciar en la participación activa, mostrando una gran curiosidad, entusiasmo y esmero para resolver cada situación y expresando sus preguntas e inquietudes.

Durante el desarrollo de cada taller, los estudiantes conversaban y compartían experiencias, intercambiaban ideas y opiniones al respecto.

5.2.6.2 Observación a nivel grupal. Durante el desarrollo de los talleres los estudiantes mostraron interés por resolver cada situación, pedían explicaciones a lo que no entendían, colaboraban, aportaban ideas, al tiempo conversaban sobre el resultado obtenido.

En general, podemos decir que los estudiantes manifestaron actitudes positivas durante cada taller, aunque muchas veces algunos estudiantes por momentos trataban de distraer a los compañeros con temas diferentes al tratado (concepto de área)

5.3 ANÁLISIS DEL POSTEST

Con la realización del posttest se busca conocer los avances obtenidos por los estudiantes durante la ejecución de los talleres de desarrollo. Consta de cinco situaciones y fue realizado en forma individual.

Los resultados obtenidos aparecen en la siguiente tabla:

5.3.1 Resultados y análisis del posttest

Estudiantes	SITUACIONES																			
	SITUACION 1				SITUACION 2			SITUACION 3				SITUACION 4				SITUACION 5				
	a	b	c		a	B	C	a	b	c	a	b	c	a	b	c				
1			X	X				X			X			X						
2		X				X			X			X		X						
3			X				X			X	X			X						
4			X				X			X		X		X						
5			X				X			X	X					X				
6			X				X			X		X			X					
7			X				X		X		X					X				
8			X				X		X			X			X					
9			X				X			X	X					X				
10			X				X			X		X			X					
11			X				X			X	X				X					
12			X				X			X	X					X				
13			X				X			X	X					X				
14			X				X			X	X					X				
15			X				X			X	X					X				
16			X				X			X	X					X				
17			X				X			X	X					X				
18			X	X						X	X					X				
19			X							X	X					X				
20			X				X			X	X					X				
21			X				X			X	X					X				
22			X				X			X	X					X				
23			X		X					X	X					X				
24			X				X			X	X					X				
25			X							X	X					X				
26			X				X			X	X			X						
27			X				X			X	X					X				
28			X							X	X					X				
29			X				X			X	X				X					
30	X						X			X	X					X				
TOTAL	1	1	28	2	4	24	1	3	26	25	5	0	4	6	20					

5.3.1.1 Resultados y análisis de la situación 1

Situación 1

Al presentarte dos pedazos de cartón como los de las figuras A y B, se pide que diga cual de los dos tiene mayor, menor o igual área. Para saberlo es necesario:

- Medir los lados de cada pedazo de cartón y aplicar fórmulas.
- Recortar uno de los dos pedazos de cartón y superponerlo en el otro.
- Con cualquiera de las dos anteriores se logra.



Figura A



Figura B

Tabla 48. Resultados de la Situación 1

SITUACIÓN 1					
a		b		c	
Nº	F	Nº	F	Nº	F
1	3,3%	1	3,3%	28	93,4%

En esta tabla se puede observar que la mayoría de los estudiantes, notaron que para decir cual de los dos pedazos de cartón mostrados tenía mayor, menor o igual área, además del uso de formulas, se puede por medio del recortado y la superposición.

Solo un estudiante considera el uso de formula como único método para comparar los dos pedazos de cartón; mientras que otro estudiante no tuvo en cuenta el uso de formula y en cambio tomó como método el recortar y superponer.

5.3.2 Resultados y análisis de la situación 2

Situación 2

Se tiene un terreno de forma rectangular (figura A), la parte sombreada de este necesita ser arada para cultivo. Para saber si la parte que se va a arar, es mayor, menor o igual a la parte sin arar, podemos:

- Hallar el área total del terreno y el área de la parte arada y compararlas.
- Hallar la medida de los lados del terreno, realizar un dibujo a escala del mismo, recortar la parte sombreada y superponerla en la parte sin sombreada.
- Realizar cualquiera de las dos anteriores.

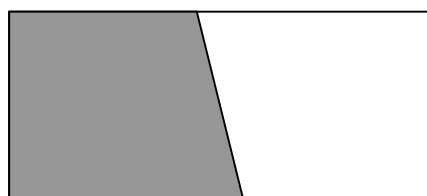


Figura A

Tabla 49. Resultados de la situación 2

SITUACIÓN 2					
a		b		c	
Nº	F	Nº	F	Nº	F
2	6,7%	4	13,3%	24	80%

En esta situación al igual que en la anterior, la mayoría de los estudiantes para solucionarla, tienen en cuenta además del uso de fórmula, el recortar y superponer; aunque en esta última fueron más los estudiantes que tuvieron en cuenta como único método, el recortar y superponer (4 estudiantes), lo que indica que para ellos es mucho más fácil de esta manera y por tanto descartan el uso de cualquier otra.

Tan solo dos estudiantes consideraron solo el uso y aplicación de formular.

5.3.3 Resultados y análisis de la situación 3

Situación 3

Para saber cuantas veces cabe el cartón de la figura B en el cartón de la figura A, debemos:

- Medir los lados de cada pedazo de cartón y aplicar la respectiva fórmula.
- Cubrir el cartón de la figura A con el cartón de la figura B.
- Con cualquiera de las dos anteriores se logra.

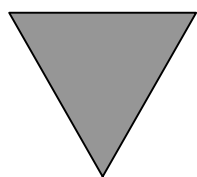


Figura A



Figura B

Tabla 50. Resultados de la situación 3

SITUACIÓN 3					
a		b		c	
Nº	F	Nº	F	Nº	F
1	3,3%	3	10%	26	86,7%

Se observa en esta tabla que la mayoría de los estudiantes no solo tienen en cuenta el uso y aplicación de formular, para decir las veces que el cartón de la figura A contiene al cartón de la figura B, sino que además tienen en cuenta el cubrimiento que se puede hacer con el cartón B sobre el cartón A.

Solo cuatro estudiantes no notan que mediante cualquiera de las dos acciones antes mencionadas se puede solucionar la situación y se inclinan solo por una de las dos, con preferencia hacia el cubrimiento.

5.3.4 Resultados y análisis de la situación 4

Situación 4

Para hallar el área de un pedazo de cartón como el mostrado en la figura 1, es necesario:

- Transformar la figuras en un rectángulo y contar los cuadritos
- Aplicar la formula del área del rectángulo.
- Ninguna de las dos anteriores.

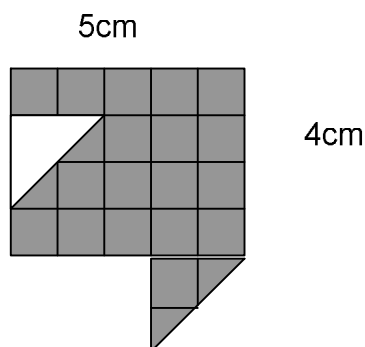


Figura 1

Tabla 51. Resultados de la situación 4

SITUACIÓN 4					
a		b		c	
Nº	F	Nº	F	Nº	F
25	83.3%	5	16.7%	0	0%

Podemos observar en esta tabla que la mayoría de los estudiantes notan la irregularidad de la figura mostrada y por tanto evidencian la necesidad de romper y rehacer, transformándola en un rectángulo, para así poder contar cuadros completos.

Solo 5 estudiantes al no notar la irregularidad de la figura mostrada y por conocer la medida de dos lados de esta, concluyen que para encontrar su área basta con aplicar la formula del área del rectángulo.

5.3.5 Resultados y análisis de la situación 5

Situación 5

Al presentarte tres pedazos de cartón(figuras 1,2 y 3), se pide que digas cual de los tres tiene, mayor, menor o igual cartón o área; para lograrlo es necesario:

- Aplicar la fórmula respectiva del área de cada figura.
- Recortar, transformar y superponer.
- Cualquiera de las dos anteriores.

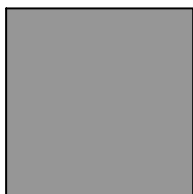


Figura 1

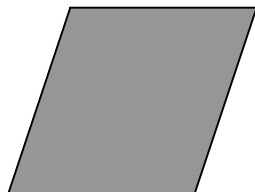


Figura 2

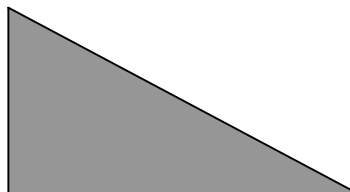


Figura 3

Tabla 52. Resultados de la situación 5

SITUACIÓN 5					
a		b		c	
Nº	F	Nº	F	Nº	F
4	13,3%	6	20%	20	66,7%

De los resultados expresados en esta tabla, podemos decir que en esta situación, aunque la mayoría escogió la opción correcta, fue donde menos lo hicieron los estudiantes (en comparación con las demás situaciones de este taller), ya que de los 30 estudiantes, 10 se inclinaron por utilizar formulas o por recortar, transformar y superponer, pero no por ambas opciones. Estos estudiantes expresaron sus respuestas de acuerdo a la facilidad que les representaba el realizar la acción escogida.

6. ASPECTOS ADMINISTRATIVOS

6.1 RECURSOS

6.1.1 Humanos . Se dispuso de dos investigadores para realizar el proyecto.

6.1.2 Tecnológicos. Se dispuso de un computador.

6.2 PRESUPUESTO

RUBRO Y RANGO	VALOR EN PESOS
Dos investigadores de tiempo completo con sueldo mensual de \$300.000 cada uno durante 6 meses	\$3.600.000
Un asesor con sueldo \$250.000 mensual durante 6 meses	1.500.000
Papelería y útiles varios	150.000
Fotocopias	50.000
Transporte	100.000
Procesamiento e impresión de la información	100.000
Imprevistos	150.000
TOTAL	\$5.650.000

6.3 CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES

[illegible]

CONCLUSIONES

Al finalizar este trabajo sobre el desarrollo del concepto de área con estudiantes de séptimo grado, del Colegio Metropolitano de Sincelejo, tenemos las siguientes conclusiones.

- El uso adecuado de algunos materiales entregados, permitió que los estudiantes notaran que es posible comparar superficies planas respecto a sus áreas, sin necesidad del uso de formulas y realizando solo algunas acciones de romper y rehacer, superposición, cubrimiento, pavimentado, reconfiguración y adición.
- La realización en cartón de figuras con lados oblicuos o inclinados, permitió que la mayoría de los estudiantes notara que mediante algunas transformaciones de romper y rehacer y de reconfiguración, era mucho más fácil y laborioso encontrar el área de estas figuras.
- En los talleres donde los estudiantes contaban con las figuras hechas en cartón, fue mucho más fácil la realización de la acción esperada para responder correctamente a cada situación; mientras que en el taller donde no se les entregó figuras hechas en cartón, los estudiantes presentaron un alto grado de dificultad para imaginarse las transformaciones o acciones a realizar y responder correctamente a cada situación.
- La utilización del tangram como material de ayuda didáctica, se constituyó en una herramienta lúdica que motivó a los estudiantes a jugar y

recrearse formando diferentes figuras con sus piezas y comparándolas con respecto a sus áreas.

- El uso del tangram como material de ayuda didáctica, de las figuras hechas en cartón, de la cinta métrica y el trabajar situaciones contextuales, facilita la labor metodológica del docente como orientador y brinda al estudiante la oportunidad de participar en forma dinámica y activa en la asimilación del concepto de área.
- Las transformaciones de romper y rehacer y el reordenamiento, permitieron a la mayoría de los estudiantes la construcción de nociones tales como la aditividad del área y la invarianza o conservación de ésta a pesar de las transformaciones.
- Las situaciones relacionadas con pavimentado, permitieron que los estudiantes pasaran de una estructura aditiva a una estructura multiplicativa, lo que se hace difícil en el salón de clases, cuando nos limitamos al uso de gráfica o a la utilización de formulas ya preestablecidas.
- La mayoría de los estudiantes reconocieron que el pavimentado no funciona muy bien cuando se trata de figuras que tienen lados oblicuos o inclinados. Los primeros intentos de los estudiantes, consistieron en arreglárselas contando los cuadros y completando uno con dos o más incompletos; finalmente notaron que mediante algunas transformaciones podían encontrar cuadros completos.
- Algunos estudiantes hicieron uso de la noción de transitividad planteada por Piaget, ya que al realizar la comparación de tres figuras, tomaron una de ellas como patrón de medida.

- El taller donde se plantearon situaciones con la intención de ofrecer a los niños un significado ligado a contenidos empíricos, permitió que estos comprendieran que el área de superficies planas, se encuentra y se puede trabajar en situaciones contextuales y prácticas.
- La mayoría de los estudiantes distinguen el área de una superficie plana de su perímetro.
- Con este trabajo, se brinda la oportunidad a los estudiantes de captar las características y matices del área como cualidad de los objetos, trabajándolo en los diferentes contextos donde aparece y sin alejar las actividades de la realidad próxima al niño.
- La medida del área es mucho más complejo que el simple uso y aplicación de formulas. Se puede potenciar el uso comprensivo de las formulas, presentándolas como un último paso, para hallar un resultado que se ha encontrado antes por medio más espontáneos o laboriosos.
- Se debe favorecer el paso de la capacidad practica de actuar en el espacio manipulando objetos, a la capacidad de representar internamente el espacio, prediciendo y manipulando mentalmente; especialmente cuando se trabaja sobre el concepto de área y más específicamente el área de figuras o superficies planas, donde los estudiantes no siempre cuentan con los objetos en forma concreta
- El proceso abordado en este trabajo para el desarrollo del concepto del área, permite mostrar, cómo este concepto está ligado a adquisiciones de nuevos niveles de representación del espacio. Además, fue de gran acogida y motivante para los estudiantes.

- Se considera que los alcances de la propuesta han sido buenos, se incentivó en los estudiantes el trabajo creativo y recreativo para la adquisición de aprendizajes significativos.
- Los alumnos del grado séptimo mostraron el deseo de aprender el concepto de área en forma diferente a la que le brinda la enseñanza actual, verificado en el interés y la destreza manifestados al realizar las actividades, desarrollando su creatividad.

De acuerdo a las conclusiones a que se llegaron con la realización de este trabajo, podemos afirmar con certeza que la realización de las distintas actividades creativas y recreativas, contribuyeron a que los estudiantes de séptimo grado del Colegio Metropolitano de Sincelejo comprendieran significativamente el concepto de área.

RECOMENDACIONES

Al finalizar este trabajo, realizamos las siguientes recomendaciones:

- Para que exista un proceso adecuado de enseñanza y aprendizaje del concepto de área, este debe incluir diferentes actividades que provean de oportunidades para desarrollar y comprender el área como cualidad de los objetos.
- Las actividades de comparación de áreas se deben iniciar con los estudiantes desde los grados tercero o cuarto de Educación Básica Primaria, iniciando con la comparación directa de objetos.
- Diseñar y ejecutar actividades que le permitan a los estudiantes abordar el concepto de área sin necesidad del uso y aplicación de fórmulas , dejando estas como último paso.
- Trabajar el concepto de área en los diferentes contextos donde aparece y no limitarnos al caso de los polígonos; las actividades relacionadas con contenidos empíricos son esenciales para esto.
- Al abordar el concepto de área, el profesor debe realizar un tratamiento con las figuras, ya que el alumno al trabajar con ellas se le facilita el proceso de visualización, la percepción y podrían acceder de una manera más rápida a este conocimiento.

- Diseñar y ejecutar actividades con figuras de lados oblicuos o inclinados, donde haya necesidad de realizar transformaciones para obtener rectángulos y así encontrar cuadros completos .
- Utilizar el tangram como material de ayuda didáctica por la diversidad de alternativas que ofrece para el desarrollo del concepto de área.
- Utilización de material didáctico diseñado por docentes y alumnos, que faciliten en el proceso de enseñanza aprendizaje la manipulación en el desarrollo de los temas tratados.

BIBLIOGRAFÍA

ALCINA, Claudi y Otros(1995). Invitación a la Didáctica de la Geometría. Editorial Síntesis.

----- Materiales para Construir la Geometría. Editorial Síntesis.

COLOMBIA, MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Santa fé de Bogotá. Editorial Magisterio.

CHAMORRO. C y BELMONTE. J(1991). El Problema de la Medida: Didáctica de las Magnitudes Lineales.

M. ACEVEDO Y M. FAK(1992). III Coloquio de Matemáticas y Estadísticas Costa Norte. El Pensamiento Matemático y La Solución de Problemas.

DEL OLMO ROMERO y Otros(1993). Superficie y Volumen. ¿Algo más que el

Trabajo con Fórmulas? Editorial Síntesis.

FLOREZ, Juidid y SALAS Carmen(2001). Tratamiento Figural en la Elaboración del Concepto de Área. Proyecto Pedagógico.

G.G. DE ROJAS, M. FERRO. Cuaderno de Pedagogía. Educación y Cultura. Revista.

K. LOVELL. Desarrollo de los Conceptos Básicos Matemáticos y Científicos en los Niños. Ediciones Morata.

Ma. ACEVEDO Y M. FAK. III Coloquio de Matemáticas y Estadísticas Costa Norte(1992). El Pensamiento Matemático y La Solución de Problemas.

MARTÍNEZ RECIO, Ángel y JUAN RIVALLA, Francisco(1993). Una Metodología Activa y Lúdica para la enseñanza de la Geometría. Editorial Síntesis.

MEMORIAS 3º ENCUENTRO COLOMBIANO DE MATEMÁTICAS EDUCATIVAS(2001). Lineamientos Curriculares: Diseño, Desarrollo Y Evaluación en Matemáticas.

ANEXOS

ANEXO 1
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
COLEGIO METROPOLITANO DE SINCELEJO
TEST PARA EXPLORACIÓN DE IDEAS PREVIAS

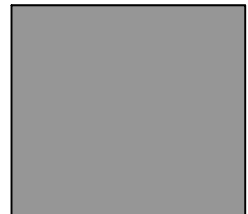
Nombre: _____Curso: _____Fecha: _____

A continuación se te presentan una serie de situaciones, en cada una de ellas debes escoger la respuesta que consideres correcta:

1. Si se te pide hallar el área de la figura 1, debes encontrar:

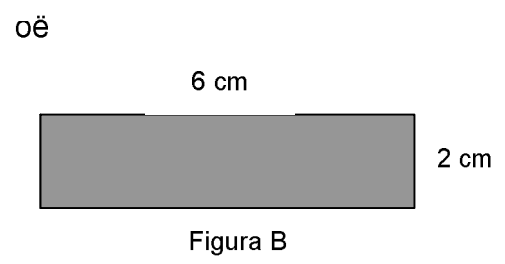
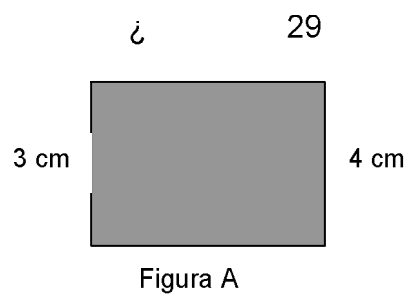
Figura 1

- a. La medida de cada uno de sus lados.
- b. La medida total de la parte sombreada.
- c. Ninguna de las anteriores.



2. Al mostrarte dos pedazos de cartón como los de la figura A y figura B, se pide que digas si alguno de los dos tiene mayor o igual cantidad de cartón que el otro. La forma de saberlo es:

- a. Aplicar la fórmula del cuadrado y la fórmula del rectángulo respectivamente.
- b. Recortando uno de los pedazos de cartón y superponiéndolo al otro.



bjbj²³²³

°
0

3.

ÿÿ ÿÿ]
 Ò Ò . \$ Œ Œ
 Œ †* †* †* †*
 †- „ ï≠Á †

ı

oë

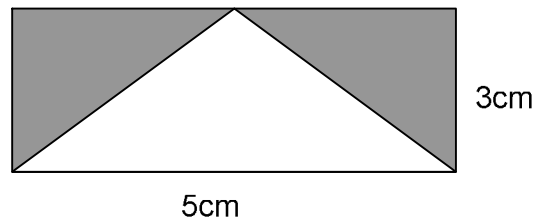
bjb²³²³

° Ø

a. $\left. \begin{array}{c} \text{ } \end{array} \right\} \ddot{y} \ddot{y} \quad \ddot{y} \ddot{y} \quad \ddot{y} \ddot{y}$
 $\quad \quad \quad] \quad \ddot{o} \quad \ddot{o} \quad \ddot{o} \quad .$

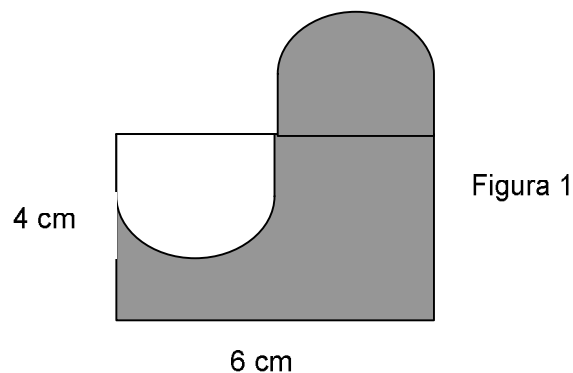
b. \$ ₤ ₤ ₤ †

- c. „ Iquiera de las dos anteriores.



4. Para hallar el área de un pedazo de cartón como el de la figura 1, es necesario:

- Rellenar el vacío que tiene la figura con la parte que sobre sale.
- Aplicar la fórmula del área del rectángulo (Area = base por altura).
- Aplicar los dos métodos anteriores en ese orden.



5. para saber cuantas veces cabe un pedazo de cartón cuadrado de un centímetro de lado, en otro pedazo de cartón cuadrado pero de mayor tamaño (figura A y B), es necesario:

- Medir los lados del cuadrado y aplicar fórmulas.
- Cubrir el cuadrado mayor con el cuadrado pequeño.
- Con cualquiera de los dos métodos anteriores se logra.

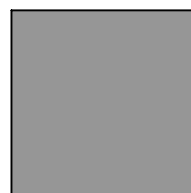
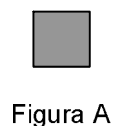


Figura B

ANEXO 2
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
COLEGIO METROPOLITANO DE SINCELEJO
TALLER DE DESARROLLO 1

Nombre: _____ Grado: _____ Fecha: _____

A continuación se presentan una serie de situaciones, en cada una de ellas debes elegir la respuesta que creas correcta y explicar el proceso que hiciste para llegar a la respuesta elegida.

Situación 1

Se tienen dos pedazos de cartón, A y B respectivamente; el cartón A tiene forma rectangular y el cartón B es de forma cuadrangular, de ellos podemos decir:

- a. A tiene mayor cartón
- b. B tiene mayor cartón.
- c. A y B tienen igual cartón.
- d. No se puede saber.

Cartón A



Cartón B

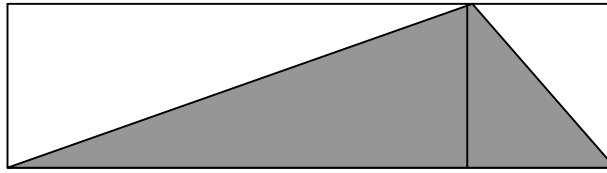


Situación 2

Se tiene un pedazo de cartón de forma rectangular, una parte de este se encuentra sombreada como se muestra en la figura. Del rectángulo podemos decir que:

- a. La parte sombreada es mayor que la parte sin sombrear.
- b. La parte sombreada es menor .
- c. La parte sombreada es igual a la parte sin sombrear

- d. No se puede decir nada



Situación 3

Se tiene una tabla que se desea forrar con tela, corte la tabla como lo indica la línea (figura A). Los dos pedazos que se obtienen colóquelos uno al lado del otro (figura B). Para forrar las dos tablas, se puede decir que:

- a. Se gasta mayor tela en la primera tabla.
- b. Se gasta la misma cantidad de tela en ambas tablas
- c. Se gasta mayor tela en la segunda tabla
- d. No se puede decidir.

Figura A



Figura B



Situación 4

A continuación se muestran dos figuras A y B. Corte la figura B por las líneas indicadas y con los pedazos obtenidos trate de cubrir la figura A. Con base a esto podemos decir:

- a. La figura B cubre totalmente la figura A.
- b. La figura B no alcanza a cubrir la figura A.
- c. La figura B cubre la figura A y sobran pedazos.

- d. La figura B no cubre totalmente la figura A y sobran pedazos

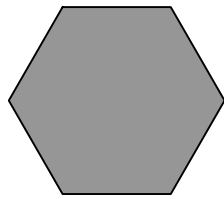


Figura A

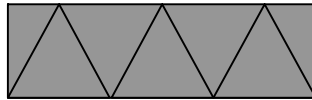


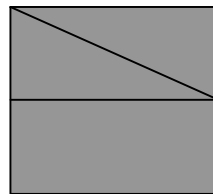
Figura B

Situación 5

Se tiene un pedazo de cartón de forma cuadrada representado en la figura A, recorte este cuadrado por las líneas indicadas y forme una nueva figura B con las piezas obtenidas. Señale la respuesta correcta.

Figura A

- a. B tiene un área mayor.
- b. A tiene un área mayor
- c. A y B tienen la misma área
- d. No se puede decir cual área es mayor



Situación 6

El rectángulo presentado en la figura A necesita ser cubierto con dos conjuntos de piezas diferentes (pieza 1 y pieza 2).

Al tratar de cubrir el rectángulo con el conjunto de piezas 1 y luego con el conjunto de piezas 2, concluimos que:

- a. Se necesita igual número de piezas 1 y de piezas 2
- b. Se necesita mayor número de piezas 1.
- c. Se necesita mayor número de piezas 2.

d. No se puede cubrir el rectángulo con estas piezas.



Figura A



Pieza 1



Pieza 2

Situación 7

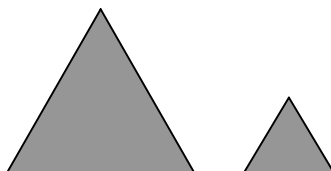
Además, de los tipos de piezas utilizados en el punto anterior (pieza 1 y pieza 2), se puede afirmar:

- a. La pieza 1 es mayor que la pieza 2
- b. La pieza 2 es mayor que la pieza 1
- c. Las piezas son de igual área.
- d. No se puede determinar.

Situación 8

El número de triángulos pequeños que caben en el grande es:

- a. 3
- b. 6
- c. 7
- d. 9



ANEXO 3
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
COLEGIO METROPOLITANO DE SINCELEJO
TALLER DE DESARROLLO 2.

Nombre: _____ Grado: _____ Fecha: _____

A continuación se presentan una serie de situaciones, en cada una de ellas debes escoger la respuesta que consideres correcta.

En cada situación explica el proceso realizado para llegar a la respuesta.

Situación 1

Al comparar los dos pedazos de cartón mostrados (figura 1 y 2), se puede decir que:

- a. La figura 1 tiene mas cartón que la figura 2.
- b. Las dos figuras tienen igual cartón.
- c. La figura 1 tiene menos cartón que la figura 2.
- d. No es posible saberlo.

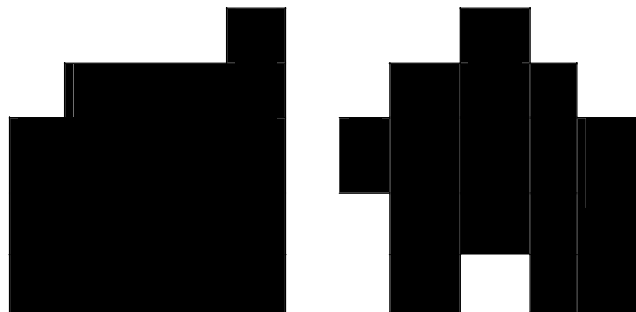


Figura 1

figura 2

Situación 2

Se tiene tres pedazos de cartón como los mostrados en las figuras (1,2 y 3), de estos tres pedazos de cartón se puede decir:

- a. El cartón 1 es más grande.
- b. El cartón 2 es más grande
- c. El cartón 3 es más grande
- d. Los tres pedazos de cartón son iguales en área

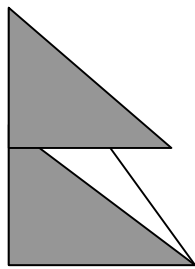


Figura 1

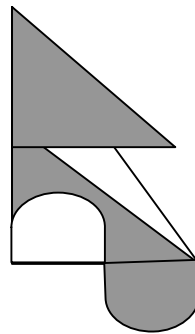


Figura 2

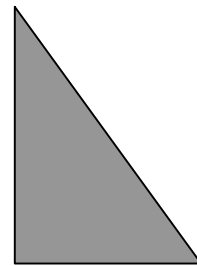


Figura 3

Situación 3

Las veces que cabe el cartón de la figura A en el cartón de la figura B, es:

- a. 8 veces
- b. 9 veces
- c. 16 veces
- d. No es posible saberlo



Figura A

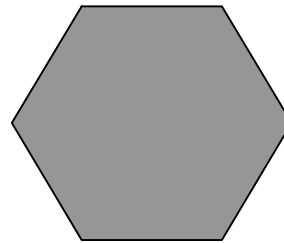


Figura B

Situación 4

Se tiene un pedazo de cartón como el mostrado en la figura 1, el cual necesita ser cubierto con un numero determinado de piezas como la de la figura 2. Para esto son necesarios:

- a. 6 unidades
- b. 8 unidades
- c. 12 unidades
- d. No se puede cubrir con estas piezas.

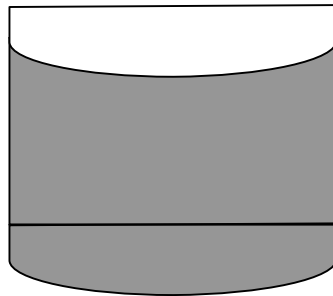


Figura 1

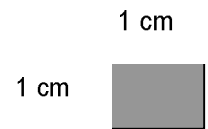


Figura 2

Dados tres pedazos de cartón como los mostrados (figuras 1,2 y 3). Del cartón 1 y el cartón 2, se puede decir:

- a. El cartón uno es más grande que cartón dos.
- b. El cartón dos es más grande que el cartón uno.
- c. Los cartones uno y dos son del mismo tamaño.
- d. No se puede saber cual de los dos cartones es mayor, menor o igual.

Sugerencia: Puedes utilizar el cartón tres como unidad de medida.

Fig. 1

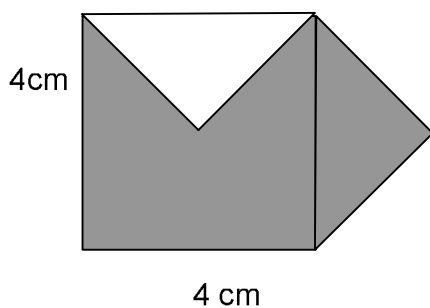
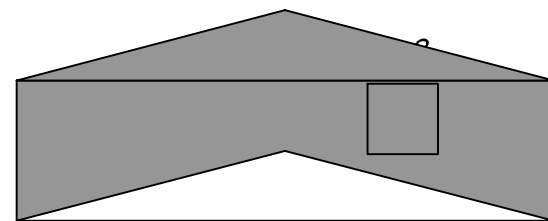


Fig. 2



ANEXO 4
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
COLEGIO METROPOLITANO DE SINCELEJO
TALLER DE DESARROLLO 3.

Nombre: _____ Grado: _____ Fecha: _____

A continuación se presentan una serie de situaciones, en cada una de ellas debes escoger la respuesta que consideres correcta, mediante el uso del tangram como material de ayuda didáctica.

En cada situación explicar el proceso realizado para llegar a la respuesta.

Situación 1

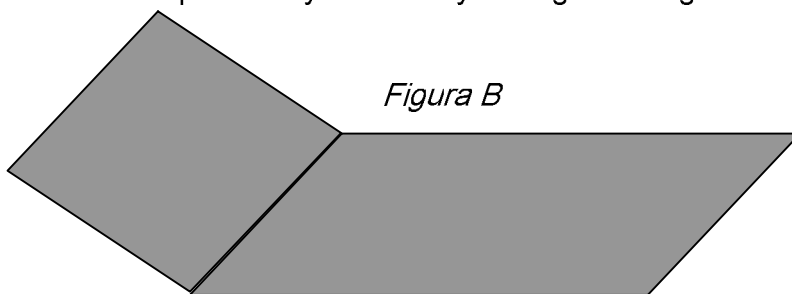
Toma las piezas 1, 2 y 4 del tangram y construye un triángulo, luego moviendo solo una pieza, transfórmalo en un rectángulo.

Tomando como unidad de medida un cuadrado de 4 cm de lado, podemos afirmar que el área del rectángulo es:

- a. 5 cuadrados
- b. 10 cuadrados
- c. no es posible formar el triángulo con estas piezas
- d. 8 cuadrados

Situación 2

Usando las piezas 1 y 3 construya la siguiente figura B:



Vuelve a construir esta figura pero usando las piezas 2 3 y 4. De lo anterior se puede concluir:

- a.** la pieza 2 más la pieza 4 ocupan igual superficie que la pieza 1.
- b.** La pieza 2 más la pieza 4, ocupan mayor superficie que la pieza 1.
- c.** La pieza 2 más la pieza 1, ocupan igual superficie que la pieza 4.
- d.** No es posible construir la figura usando estas piezas(2,3 y 4).

Situación 3

Construya nuevamente la figura B del punto anterior, usando la pieza 1 y cambiando la pieza 3 por las piezas 5, 6 y 7.

De lo anterior se puede decir:

- a.** La pieza 3 ocupa igual espacio que la pieza 5 mas la pieza 6 mas la pieza 7.
- b.** La pieza 3 ocupa menor espacio que la pieza 5 mas la pieza 6 mas la pieza 7
- c.** La pieza 3 ocupa mayor espacio que la pieza 5 mas la pieza 6 mas la pieza 7
- d.** La figura B, no se puede construir cambiando la pieza 3 por las piezas 5,6 y7

Situación 4

Tomando como unidad de medida la pieza 6 o la pieza 7, compara a la pieza 1 con la pieza 3. Se concluye que:

- a.** La pieza 1 ocupa mayor superficie que la pieza 3
- b.** La pieza 3 ocupa mayor superficie que la pieza 1

- c. La pieza 3 ocupa igual superficie que la pieza 1
- d. La pieza 1 y la pieza 3 no se pueden comparar tomando como unidad de medida la pieza 6 o la pieza 7

Situación 5

Usando las piezas 2, 3 y 4 construya la siguiente figura A. Transfórmela en un rectángulo moviendo solo una pieza.

Si se toma como unidad de medida un cuadrado de 1 cm de lado, entonces el rectángulo mide:

- a. 10 cuadrados
- b. 16 cuadrados
- c. 24 cuadrados
- d. La figura no se puede construir con estas piezas.

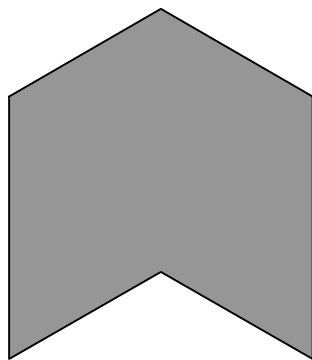


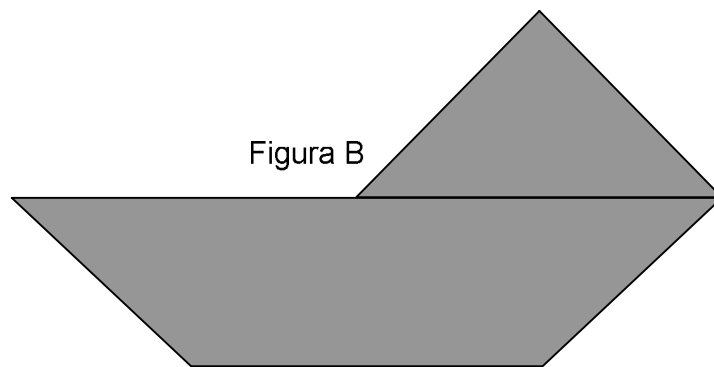
Figura A

Situación 6

Construya la figura B usando las piezas 2,4,5,6 y 7.

Al comparar la figura A del punto anterior con la figura B de esta situación, se concluye que:

- a.** La figura A tiene mayor área
- b.** La figura B tiene mayor área
- c.** Las figuras A y B tienen igual área
- d.** La figura B no se puede construir con estas piezas, por lo tanto no se puede comparar con la figura A.



ANEXO 5
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
COLEGIO METROPOLITANO DE SINCELEJO
TALLER DE DESARROLLO 4

Nombre:_____ **Grado:**_____ **Fecha:**_____

A continuación se presentan una serie de situaciones, en cada una de ellas debes escoger la respuesta que consideres correcta y además debes explicar el proceso realizado para elegir tal respuesta.

Situación 1

Al rectángulo presentado en la figura A, debes hacerle cortes por sus diagonales y así obtener cuatro pedazos de forma triangular; con todos los pedazos obtenidos y sin superponer ninguno de ellos, forma una nueva figura, la cual debes dibujar.



Figura A

Podemos decir que:

- a.** La nueva figura tiene mayor área que el rectángulo
- b.** La nueva figura tiene menor área que el rectángulo
- c.** La nueva figura tiene igual área que el rectángulo
- d.** No puedo formar una nueva figura

Situación 2

El piso de un kiosco(figura 1) debe ser embaldosado, para lo cual se cuenta con un número determinado de baldosas de forma triangular y que se encuentran ordenadas como en el rectángulo de la figura 2.

Con base en lo anterior se puede decir que:

- a.** Las baldosas no alcanzan para cubrir el piso
- b.** Las baldosas alcanzan para cubrir totalmente el piso
- c.** Las baldosas alcanzan para cubrir totalmente el piso y sobran algunas
- d.** Las baldosas no alcanzan para cubrir totalmente el piso y sobran pedazos

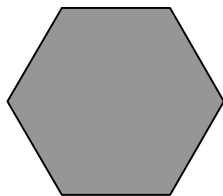


Figura 1

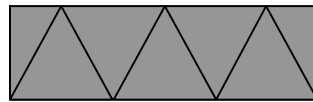


Figura 2

Situación 3

Con base en la respuesta anterior, se puede afirmar que:

- a.** El piso del kiosco(figura 1), ocupa mayor espacio que las baldosas ordenadas en forma rectangular(figura 2)
- b.** El piso del kiosco(figura 1), ocupa menor espacio que las baldosas ordenadas en forma rectangular(figura 2)
- c.** El piso del kiosco(figura 1) y las baldosas ordenadas en forma rectangular(figura 2) ocupan igual espacio
- d.** No se puede decidir nada sobre el espacio ocupado por las dos figuras.

Situación 4

Un conjunto de fichas se encuentran ordenadas como muestra la figura A. mueve algunas de ellas y forma un cuadrado.

Si todos los cuadritos pequeños tienen igual área y si se toma como unidad de medida uno de ellos, entonces el cuadrado mide:

- a. 9 unidades
- b. 16 unidades
- c. 25 unidades
- d. No se puede formar el cuadrado.

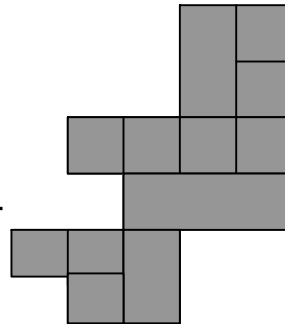


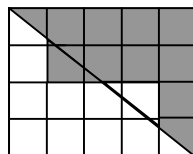
Figura A

Situación 5

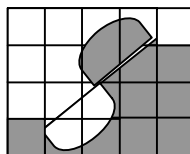
Tres de las paredes de la sala de mi casa, se encuentran pintadas como se muestra a continuación. En cada pared la parte sombreada necesita ser pintada nuevamente.

Para pintar la parte sombreada de cada pared se necesita:

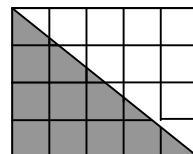
- a. Mayor pintura en la parte sombreada de la pared A
- b. Mayor pintura en la parte sombreada de la pared B
- c. Mayor pintura en la parte sombreada de la pared C
- d. La parte sombreada de las tres paredes, necesitan la misma cantidad de pintura.



Pared A



Pared B



Pared C

Situación 6

En la situación anterior, si cada cuadrado tiene un metro de lado y cada pared mide 20 cuadrados, entonces la parte sombreada de cada pared mide:

	Pared A	Pared B	Pared C
a.	10 cuadrados	7 cuadrados	5 cuadrados
b.	8 cuadrados	10 cuadrados	7 cuadrados
c.	10 cuadrados	8 cuadrados	10 cuadrados
d.	10 cuadrados	10 cuadrados	10 cuadrados

Situación 7

En una pared de forma rectangular, se han colocado dos espejos 1 y 2 como se muestra en la figura A. del espacio ocupado por cada uno de los dos espejos, se deduce que:

- a.** El espejo 1 ocupa mayor espacio que el espejo 2
- b.** El espejo 1 ocupa menor espacio que el espejo 2
- c.** El espejo 1 ocupa igual espacio que el espejo 2
- d.** No es posible saber cual de los espejos ocupa mayor, menor o igual espacio.

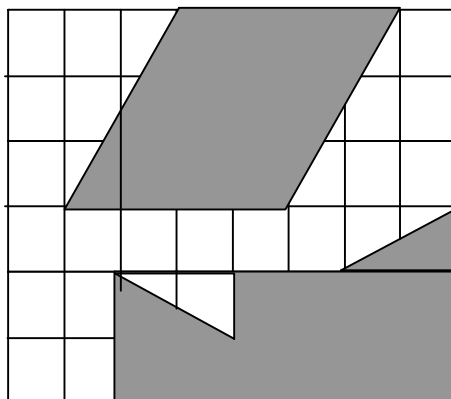


Figura A

situación 8

Al comparar los espacios ocupados por los espejos 1 y 2(figura A de la situación anterior), con la parte libre de la pared, podemos decir:

- a.** El espacio libre de la pared es igual al espacio ocupado por los dos espejos
- b.** El espacio libre de la pared es mayor al espacio ocupado por los dos espejos
- c.** El espacio ocupado por los espejos 1 y 2 es mayor que el espacio libre de la pared
- d.** No hay forma de saber cual de los dos espacios comparados es mayor, menor o igual

ANEXO 6
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
COLEGIO METROPOLITANO DE SINCELEJO
TALLER DE DESARROLLO 5

Nombre:_____ **Grado:**_____ **Fecha:**_____

A continuación se presentan una serie de situaciones, las cuales debes resolver con base en el trabajo práctico realizado.

Situación 1

Se desean pavimentar los dos terrenos A y B, delimitados en el patio, deduzca en cual de ellos se gasta más cemento, sabiendo que con media bolsa, se logra pavimentar un cuadrado de un metro de lado.

¿cuántos cuadrados de un metro de lado caben en cada terreno delimitado?

Situación 2

Si desea pintar el borde de los terrenos delimitados.

¿En cuál se gasta mayor pintura, si con dos litros se pinta un metro?.

¿Cuál es el perímetro de cada terreno?.

situación 3

Deduzca cuanto se debe pagar por pavimentar la cancha de microfútbol, si por un cuadrado de un metro de lado se pagan \$1.000.00.

Situación 4

Si para pintar el borde de la cancha de microfútbol el obrero cobra \$500.00 por cada metro pintado ¿cuánto se debe pagar?. ¿cuál es el perímetro de la cancha?.

Situación 5

Por encontrarse deterioradas las baldosas de nuestro salón de clases, necesitan ser cambiadas por otras del mismo tamaño, pero de forma rectangular. ¿Cuántas baldosas se necesitan?.

Si se sabe que cuatro baldosas de cualquiera de los dos tipos presentados cubren un cuadrado de un metro de lado, entonces ¿Cuántos cuadrados de un metro de lado tiene el salón de clases?.

ANEXO 7
UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
COLEGIO METROPOLITANO DE SINCELEJO
POSTEST

Nombre: _____ **Curso:** _____ **Fecha:** _____

A continuación se te presenta una serie de situaciones, en cada una de ellas debes escoger la opción que consideres correcta.

Situación 1

Al presentarte dos pedazos de cartón como los de las figuras A y B, se pide que diga cual de los dos tiene mayor, menor o igual área. Para saberlo es necesario:

- d. Medir los lados de cada pedazo de cartón y aplicar fórmulas.
- e. Recortar uno de los dos pedazos de cartón y superponerlo en el otro.
- f. Con cualquiera de las dos anteriores se logra.



Figura A



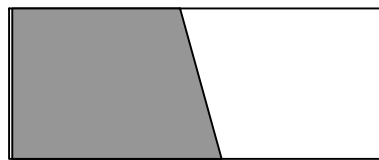
Figura B

Situación 2

Se tiene un terreno de forma rectangular (figura A), la parte sombreada de este necesita ser arada para cultiva. Para saber si la parte que se va a arar, es mayor, menor o igual a la parte sin arar, podemos:

- d. Hallar el área total del terreno y el área de la parte arada y compararlas.
- e. Hallar la medida de los lados del terreno, realizar un dibujo a escala del mismo, recortar la parte sombreada y superponerla en la parte sin sombrear.
- f. Realizar cualquiera de las dos anteriores.

Figura A



Situación 3

Para saber cuantas veces cabe el cartón de la figura B en el cartón de la figura A, debemos:

- d. Medir los lados de cada pedazo de cartón y aplicar la respectiva fórmula.
- e. Cubrir el cartón de la figura A con el cartón de la figura B.
- f. Con cualquiera de las dos anteriores se logra.

Figura A

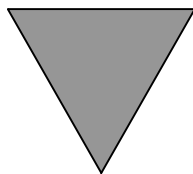


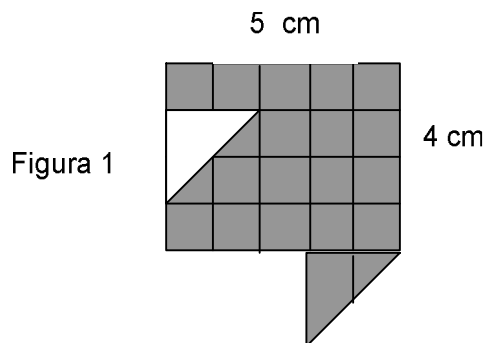
Figura B



Situación 4

Para hallar el área de un pedazo de cartón como el mostrado en la figura 1, es necesario:

- d. Transformar la figuras en un rectángulo y contar los cuadritos
- e. Aplicar la formula del área del rectángulo.
- f. Ninguna de las dos anteriores.



Situación 5

Al presentarte tres pedazos de cartón(figuras 1,2 y 3), se pide que digas cual de los tres tiene, mayor, menor o igual cartón o área; para lograrlo es necesario:

- d. Aplicar la fórmula respectiva del área de cada figura.
- e. Recortar, transformar y superponer.
- f. Cualquiera de las dos anteriores.

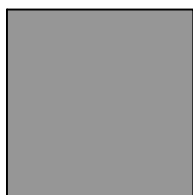


Figura 1

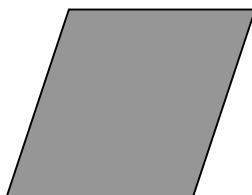


Figura 2

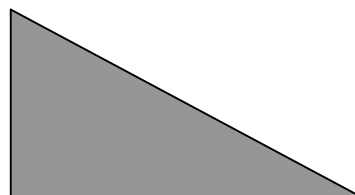


Figura 3

*ALTERNATIVA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO Y COMPRENSIÓN
DEL CONCEPTO DE ÁREA EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO
DEL COLEGIO METROPOLITANO DE SINCELEJO*

*OSORIO M. GECVANNI
PÉREZ O. NADÍN*

RESUMEN: En este trabajo se plantea una propuesta pedagógica como alternativa didáctica para facilitar la construcción y comprensión del concepto de área en estudiantes de séptimo grado del Colegio Metropolitano de Sincelejo.

ABSTRACT: In this work he/she thinks about to pedagogic proposal as a didactic alternative to facilitate you the construction and understanding of the area concept in students of seventh degree of the Metropolitan School of Sincelejo.

Dado que los estudiantes del grado séptimo del colegio metropolitano de Sincelejo, basan el aprendizaje del concepto de área en el uso y aplicación de formulas, se implementa una propuesta pedagógica como alternativa didáctica, que posibilite la comprensión del concepto de área, mediante actividades creativas y recreativas sobre la comparación de superficies planas. Teniendo en cuenta que el proceso de construcción del concepto de área es complejo y supera por mucho el simple uso, aplicación y aprendizaje de formulas.

La presente propuesta se desarrolla con la participación de los 30 estudiantes del grado séptimo del Colegio Metropolitano de Sincelejo. En la realización de las diferentes actividades se tiene en cuenta el esquema planteado por Gema Galindo y Miriam Ferro, iniciando el trabajo sobre el concepto de área con la manipulación concreta de figuras planas, pasando a la manipulación mental de estas figuras y por último, plantear actividades ligadas a contenidos empíricos.

La información obtenida es recolectada a través de un pretest, a partir de este se realizan 5 talleres de desarrollo y por último un posttest.

El análisis de esta información se divide en tres grupos: Análisis de pretest, análisis de talleres de desarrollo y análisis de posttest; además se tienen en cuenta los diferentes aspectos observados durante el desarrollo de los talleres.

Entre las distintas actividades planteadas, se destaca la presentación de una figura cuadrada (hecha en cartón), a la que los estudiantes debían realizar algunos cortes y con los pedazos obtenidos formar una nueva figura. Con esta actividad se busca medir la noción de conservación de área. De esta se concluye que la mayoría de los estudiantes tienen en cuenta esta noción.

Después de haber realizado y analizado las diferentes actividades, se puede afirmar con certeza que este trabajo contribuyó a que los estudiantes del grado séptimo del Colegio Metropolitano de Sincelejo, comprendieran el concepto de área. Además, las actividades de comparación de áreas, se deben iniciar con los estudiantes desde los grados tercero o cuarto de Educación Básica Primaria, iniciando con la comparación directa de objetos.