Universidad
del Valle

UN ESTUDIO FILOSÓFICO SOBRE LA NATURALEZA DE LOS NÚMEROS ENTEROS EN LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICAS DE GRADO SEPTIMO.

Hermes Alfredo Carabalí Flórez

Código: 1358745

Juan Camilo Campo Jiménez

Código: 1226995

Universidad del Valle

Instituto de Educación y Pedagogía

Área de Educación Matemática

Santiago de Cali, 2018

UN ESTUDIO FILOSÓFICO SOBRE LA NATURALEZA DE LOS NÚMEROS ENTEROS EN LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICAS DE GRADO SEPTIMO.

Hermes Alfredo Carabalí Flórez

Código: 1358745

Juan Camilo Campo Jiménez

Código: 1226995

Proyecto de trabajo de grado como requisito parcial para optar por el título de Licenciados en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

Directora

Mg. Mónica Andrea Aponte

Universidad del Valle

Instituto de Educación y Pedagogía

Área de Educación Matemática

Santiago de Cali, 2018

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
Subdirección Académica

Universidad del Valle

ACTA DE EVALUACIÓN DE TRABAJO DE GRADO

Programa Académico 3469

Fecha

Código del programa: ______ Resolución del programa: ______

Día	Mes	Año
13	03	2018

Título del Trabajo o Proyecto de Grado

un estudio filosófico sobre la naturaleza de los numeros enteros a través del análisis de dos textos escolares de matemática de 7o.

Se trata de:

Proyecto ☐ Informe Final ☒

Director

Mónica Aponte M.

Nombre del Primer Evaluador

Ronald Grueso

Nombre del Segundo Evaluador

Henry Escobar

Estudiantes

Nombres y Apellidos	Código	Plan	E-mail	Télefonos de contacto
Hermes Alfredo Carabalí	1358745	3469	HERMES.CARABALI@correounivalle	3104304665
Juan Camilo Campo	1226995	3469	Juan.Campo@correounivalle	3002754850

Evaluación

Aprobado ☒ Meritorio ☐ Laureado ☐
Aprobado con recomendaciones ☐ No Aprobado ☐ Incompleto ☐

En el caso de ser ***Aprobado con recomendaciones*** *(diligenciar la página siguiente), éstas deben presentarse en un plazo máximo de ______ (máximo un mes)* ***ante:***

Director del Trabajo o Proyecto de Grado ☐ Primer Evaluador ☐ Segundo Evaluador ☐

En el caso de que el Informe Final se considere ***Incompleto*** *(diligenciar la página siguiente),se da un plazo máximo de ______ semestre (s) para realizar una nueva reunión de Evaluación el:* dd mm aa

En el caso que no se pueda emitir una evaluación por falta de conciliación de argumentos entre Director, Evaluadores y Estudiantes; expresar la ***razón del desacuerdo*** *y las* ***alternativas*** *de solución que proponen (diligenciar la página siguiente).*

Firmas

Mónica Andrea Aponte	Ronald Andrés Grueso	Henry Escobar
Director del Trabajo o Proyecto de Grado	Primer Evaluador	Segundo Evaluador

Recomendaciones ☐	Observaciones ☒	Razón de desacuerdo - Alternativas ☐

Si se considera necesario, usar hojas adicionales.

El trabajo de grado es interesante por que articula 3 aspectos importantes las prespectivas filosóficas presentes en los libros de textos, las prespectivas didácticas y el centrar la atención en un objeto matemático como lo es los números enteros; en el trabajo se busco indagar en el mejoramiento de procesos didácticos y fomentar una reflexión más profunda en el área del aprendizaje de los objetos matemáticos, competencias que es necesario reforzar significativamente. el trabajo permitio comprender como por medio del libro de texto un docente puede impulsar o hacer mucho más lento un proceso pedagógico.

Se recomienda ajustar el titulo en cuanto a su redacción, revisar las normas APA en algunas formas de citar y ampliar un poco más las conclusiones.

La tesis desarrolla en términos generales el tema y logra una claridad al momento de exponer la importancia que posee el libro de texto en la enseñanza de los números enteros con el caso específico del grado séptimo, en ese sentido se evalua la tesis como Aprobada sin modificaciones de fondo.

Firmas

Director del Trabajo o Proyecto de Grado	Primer Evaluador	Segundo Evaluador

VICERRECTORIA ACADÉMICA
División de Bibliotecas
Área de Servicios al Público
Servicios Especiales

AUTORIZACIÓN PARA PUBLICACIÓN DIGITAL DE OBRAS EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL DE ACUERDO A LA POLITICA DE PROPIEDAD INTELECTUAL DE LA UNIVERSIDAD DEL VALLE

PARTE 1. Términos de la licencia general para publicación de obras en el repositorio institucional

Actuando en nombre propio los AUTORES o TITULARES del derecho de autor confieren a la UNIVERSIDAD DEL VALLE una Licencia no exclusiva, limitada y gratuita sobre la obra que se integra en el Repositorio Institucional, que se ajusta a las siguientes características:

a) Estará vigente a partir de la fecha en que se incluye en el Repositorio, por un plazo de cinco (5) años, que serán prorrogables indefinidamente por el tiempo que dure el derecho patrimonial del AUTOR o AUTORES. El AUTOR o AUTORES podrán dar por terminada la licencia solicitando por escrito a la UNIVERSIDAD DEL VALLE con una antelación de dos (2) meses antes de la correspondiente prórroga.

b) El AUTOR o AUTORES autorizan a la UNIVERSIDAD DEL VALLE para que en los términos establecidos en el Acuerdo 023 de 2003 emanado del Consejo Superior de la Universidad del Valle, la Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993 y demás normas generales sobre la materia, publique la obra en el formato que el Repositorio lo requiera (impreso, digital, electrónico, óptico, usos en red o cualquier otro conocido o por conocer) y conocen que dado que se publica en Internet por este hecho circula con un alcance mundial.

c) El AUTOR o AUTORES aceptan que la autorización se hace a título gratuito, por lo tanto renuncian a recibir emolumento alguno por la publicación, distribución, comunicación pública y cualquier otro uso que se haga en los términos de la presente Licencia y de la ***Licencia Creative Commons*** con que se publica.

d) El AUTOR o AUTORES manifiestan que se trata de una obra original y la realizó o realizaron sin violar o usurpar derechos de autor de terceros, obra sobre la que tiene (n) los derechos que autoriza (n) y que es él o ellos quienes asumen total responsabilidad por el contenido de su obra ante la UNIVERSIDAD DEL VALLE y ante terceros. En todo caso la UNIVERSIDAD DEL VALLE se compromete a indicar siempre la autoría incluyendo el nombre del AUTOR o AUTORES y la fecha de publicación. Para todos los efectos la UNIVERSIDAD DEL VALLE actúa como un tercero de buena fé.

e) El AUTOR o AUTORES autorizan a la UNIVERSIDAD DEL VALLE para incluir la obra en los índices y buscadores que estimen necesarios para promover su difusión. El AUTOR o AUTORES aceptan que la UNIVERSIDAD DEL VALLE pueda convertir el documento a cualquier medio o formato para propósitos de preservación digital.

SI EL DOCUMENTO SE BASA EN UN TRABAJO QUE HA SIDO PATROCINADO O APOYADO POR UNA AGENCIA O UNA ORGANIZACIÓN, CON EXCEPCIÓN DE LA UNIVERSIDAD DEL VALLE,

(Si desea una versión digital del formulario, una vez esté diligenciado utilice los programas "pdfcreator" o "Dopdf", los cuales le permitirán convertir el archivo a pdf y así podrá guardarlo)

VICERRECTORIA ACADÉMICA
División de Bibliotecas
Área de Servicios al Público
Servicios Especiales

Universidad del Valle

AUTORIZACIÓN PARA PUBLICACIÓN DIGITAL DE OBRAS EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL DE ACUERDO A LA POLITICA DE PROPIEDAD INTELECTUAL DE LA UNIVERSIDAD DEL VALLE

LOS AUTORES GARANTIZAN QUE SE HA CUMPLIDO CON LOS DERECHOS Y OBLIGACIONES REQUERIDOS POR EL RESPECTIVO CONTRATO O ACUERDO.

PARTE 2. Autorización para publicar y permitir la consulta y uso de obras en el Repositorio Institucional.

Con base en este documento, Usted autoriza la publicación electrónica, consulta y uso de su obra por la UNIVERSIDAD DEL VALLE y sus usuarios de la siguiente manera;

a. Usted otorga **una (1) licencia especial para publicación de obras en el repositorio institucional de la UNIVERSIDAD DEL VALLE** (Parte 1) que forma parte integral del presente documento y de la que ha recibido una (1) copia.

Si autorizo ☒ No autorizo ☐

b. Usted autoriza para que la obra sea puesta a disposición del público en los términos autorizados por Usted en los literales a), y b), con la ***Licencia Creative Commons Reconocimiento - No comercial - Sin obras derivadas 2.5 Colombia*** cuyo texto completo se puede consultar en http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/co/ y que admite conocer.

Si autorizo ☒ No autorizo ☐

Si Usted no autoriza para que la obra sea licenciada en los términos del literal b) y opta por una opción legal diferente descríbala[1]:

En constancia de lo anterior,

Título de la obra: Un Estudio filosófico sobre la naturaleza de los números enteros en libros de texto escolares de matemáticas de grado séptimo

Autores:

Nombre: Hermes Alfredo Carabalí Firma: C.C. 1.113.534.605

Nombre: Juan Camilo Campo Firma: Juan Campo C.C. 1.151.951.480

Fecha: 09/ABRIL/2018

[1] Los detalles serán expuestos de ser necesario en documento adjunto

(Si desea una versión digital del formulario, una vez esté diligenciado utilice los programas "pdfcreator" o

Agradecimientos

Agradezco a mi madre Rosa Aida Flórez Vergara; por la vida, por los abrazos, por el amor, por las trasnochas, por los regaños, por el apoyo, por darme ejemplo y elementos para ser una buena persona.

A mi familia y a mi novia Diana Zapata, por estar pendiente de mí, por sus buenos deseos, por el cariño incondicional, por sus buenas intenciones, de todo corazón gracias por todo el afecto y la ternura que siempre me han brindado.

A mi tutora; Mónica Andrea Aponte, por sus enseñanzas, por su tiempo, por su dedicación y todo el interés que puso para que el trabajo fuera viable. Gracias por el apoyo y todas sus enseñanzas.

HERMES ALFREDO CARABALÍ FLÓREZ

Resumen: Este trabajo de grado se enmarca en la línea de investigación de Historia de las Matemáticas del área de Educación Matemática, del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle. El objetivo de este trabajo de grado es realizar un análisis que permita identificar cuáles son las posturas filosóficas que se presentan en los textos escolares de matemáticas, preferidos por docentes de matemáticas en algunas instituciones educativas privadas y públicas de la ciudad de Cali, Valle del Cauca.

En el desarrollo del trabajo se exponen algunos referentes históricos, epistemológicos y ontológicos que presentan las cinco corrientes filosóficas consideradas por el Ministerio de Educación Nacional en los Referentes Curriculares de Matemáticas (1996). A partir de esto se exhiben las corrientes filosóficas desde distintos investigadores, filósofos, pensadores, matemáticos y docentes, diluyendo en una matriz los planteamientos básicos que constituyen a cada corriente filosófica para la construcción de los objetos matemáticos.

La elección de los textos escolares, se justifica con una encuesta a una muestra representativa de docentes sobre las editoriales preferidas, sobre cuáles son los textos académicos más empleados por ellos de acuerdo a los que hay en el mercado, además, se muestran algunos datos citados de los informes presentados por la cámara de comercio del libro en Colombia referente a la oferta y demanda de material didáctico en los últimos 6 años en el país.

Para finalizar, una vez realizado el análisis de los textos escolares, se determinaron las corrientes filosóficas a las cuales se inclinan los textos escolares y se exhiben los obstáculos epistemológicos y didácticos propios de cada texto. Este análisis da como resultados que los textos escolares se inclinan por las corrientes filosóficas intuicionistas y formalistas, la estructura, los ejemplos, los ejercicios y las explicaciones que pretenden contextualizar al estudiante son una muestra clara del acercamiento a cada corriente filosófica analizada en el desarrollo de cada texto escolar.

Palabras claves: Filosofía de las matemáticas, análisis de textos, corrientes filosóficas.

Tabla de Contenido.

Índice de figuras

0. Introducción

En el aula de clases existe una gran variedad de problemáticas que demandan docentes que estén preparados para hacerles frente. Muchas de estas problemáticas presentan una relación directa con la naturaleza e historia del conocimiento que se pretende enseñar. Todo docente tiene por deber formarse para enfrentar cualquier tipo de contratiempo que se pueda presentar en el aula de clases, referente al saber a enseñar; formación que se logra a través del entendimiento histórico de dicho conocimiento.

Si bien, es importante conocer la historia tras el surgimiento de un determinado conocimiento pues significa un mayor nivel de comprensión sobre el mismo, es igualmente imperativo tener una postura clara y concreta sobre el modo de comunicar los conocimientos durante el proceso de enseñanza. No solo se debe poseer una actitud clara y específica en el momento de exponer un determinado conocimiento, también debe verse reflejada en el material que el docente destine para su clase.

En el desarrollo del trabajo se presentaron ciertos elementos que podrán justificar la pertinencia e importancia de la filosofía de las matemáticas en la selección de material para los procesos de enseñanza y aprendizaje, en el caso particular de los textos escolares. Por lo anterior, el presente trabajo de grado se enmarco en la línea historia y epistemología de las matemáticas del instituto de educación y pedagogía de la universidad del Valle, cuyo propósito fue la construcción de un instrumento para el análisis de textos escolares que permita rendir cuenta a problemáticas de índole epistemológico, filosófico, histórico y didáctico frente al transcurso de la enseñanza en las aulas de clase, identificándolos y, posteriormente, ofrecer posibles soluciones frente a los mismos.

En este sentido, la presente monografía se propuso como un trabajo estructurado bajo la conexión coherente de tres capítulos: el primero, orientado al estudio sobre los números enteros y su enseñanza, que engloba sus diferentes problemáticas, ofreciendo la respectiva justificación y contextualización, el esbozo de diferentes posturas y corrientes filosóficas que contribuyen en el planteamiento y fortalecimiento de la propuesta de análisis, además de la presentación de la pertinencia que posee el estudio sobre los análisis de textos académicos de matemáticas y los estudios histórico-epistemológicos en la Educación Matemática frente al número entero y su enseñanza, finalizando con el establecimiento de la metodología adoptada para guiar y controlar el proceso de gestación de nuestra propuesta de análisis.

El segundo y tercer capítulo se plantearon los elementos con los cuales se construyó una rejilla de análisis, respaldada en gran parte por los pensamientos y corrientes filosóficas plasmadas en el primer capítulo, orientada al análisis de la presentación del número entero y su desarrollo conceptual, finalmente, se desarrolló el análisis de los textos escolares seleccionados y las conclusiones sobre el presente trabajo de grado, que tratan de dar cuenta del alcance de los objetivos propuestos y resolver la hipótesis del trabajo.

1. CAPÍTULO I: Referentes y antecedentes de la problemática

A lo largo de este capítulo vamos a presentar algunos referentes y antecedentes teóricos que abordan y apoyan los marcos conceptuales del presente trabajo monográfico.

1.1. Contextualización a la Problemática.

La enseñanza de un determinado objeto matemático puede verse obstaculizada, en particular, por aspectos a nivel social, cultural, religioso, económico, cronológico, histórico y didáctico. En esta investigación se quiere hacer frente a algunos problemas de enseñanza y aprendizaje de los objetos matemáticos desde la historia y la filosofía de las matemáticas.

Las contribuciones al estudio de los problemas, dificultades y obstáculos asociados a la enseñanza y aprendizaje de los números enteros cuentan con amplio material bibliográfico en campos de investigación como el didáctico, el histórico y el curricular, en el cual se han realizado trabajos significativos en pro de dar soluciones a las problemáticas que acarrea el número entero. Por otra parte, la filosofía como campo de investigación en educación matemática cuenta con poco material bibliográfico en pro de contribuir con soluciones a las problemáticas asociadas a la enseñanza y aprendizaje de los números enteros, por lo cual surge el siguiente cuestionamiento: *¿Qué aportes se pueden ofrecer desde la filosofía de las matemáticas para mejorar procesos de enseñanza y aprendizaje de los números enteros?*

Para empezar a dar respuesta a este interrogante se debe esclarecer qué se entiende por filosofía de las matemáticas y cuáles son los procesos que están presentes en este campo de investigación, por lo cual en el siguiente punto (Planteamiento de la problemática) se exhibirán las concepciones, los propósitos y la importancia de la filosofía de las matemáticas en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los números enteros.

1.2. Planteamiento del Problema

Las distintas concepciones acerca del origen, la construcción, el aprendizaje y la enseñanza de los objetos matemáticos, son algunas de las preocupaciones que presenta el campo de investigación denominado filosofía de las matemáticas. La filosofía de las matemáticas, en tanto se piense desde su definición etimológica[1] (amor por el conocimiento de las matemáticas), intenta dar cuenta, entre otros aspectos, de las razones epistemológicas y ontológicas[2] que subyacen a los objetos matemáticos, la importancia que implícita o explícitamente contiene el comprender la construcción de estos objetos, y cómo el ser humano puede aprenderlos y enseñarlos.

De acuerdo a estos cuestionamientos, la filosofía de las matemáticas tiene grandes propósitos, y uno de ellos es responder si es posible realizar una conexión directa y precisa entre los procesos de construcción del conocimiento matemático (*ontológicos*) y cómo conocemos los objetos matemáticos para su enseñanza y aprendizaje (*epistemológicos*), y además, si se puede realizar, ¿Cómo se realizaría?

[1] Definición tomada de http://deconceptos.com/lengua/etimologia
[2] Definición tomada de http://deconceptos.com/general/ontologia

¿Qué aspectos se deben tener en cuenta para realizarlos? ¿Cómo saber si la conexión establecida es exitosa?

Estos interrogantes no son nuevos, y el trabajo realizado para intentar ofrecer respuestas a estos interrogantes aún requiere tiempo, investigación, análisis y mucha reflexión filosófica. Por una parte, la epistemología de las matemáticas, en tanto se refiere a los procesos de construcción, enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, es un proceso complejo y en evolución constante. Uno de sus objetivos es desarrollar estrategias y metodologías que faciliten el quehacer pedagógico cuando este se enfoque en facilitar la comprensión de los objetos matemáticos por parte de los estudiantes.

Además, si la ontología de las matemáticas hace referencia a los procesos de construcción de los objetos matemáticos, se caracteriza por presentar distintos modelos acerca del origen, la construcción y la consolidación de estos objetos. Estos modelos son denominados pensamientos y corrientes filosóficas, y es de resaltar que cada uno presenta distintas concepciones para la construcción de los objetos matemáticos.

En ese orden de ideas, es posible inferir que hay una conexión entre los procesos epistemológicos y los procesos ontológicos. ¿Por qué? Porque según como se conciba la construcción de los objetos matemáticos, en nuestro particular caso los docentes, asimismo se realizan los procesos epistemológicos referentes a la enseñanza de los objetos matemáticos, además de las creencias sobre el aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes. Se podría decir que, de acuerdo a como se construya el conocimiento matemático, se podría aprender y, posteriormente, enseñar (para el caso particular de los docentes).

En el campo de la educación matemática muchos docentes no conocen o distinguen cuáles son las posturas filosóficas y, mucho menos, presentan algún tipo de apropiación sobre alguna de ellas para los procesos de construcción, enseñanza y aprendizaje de los objetos matemáticos. Referente a esto, Anacona (2003) sustenta que la reflexión filosófica, por su naturaleza, propiedades y variedad de cuestionamientos e interrogantes, permite recobrar el sentido del saber matemático, el cual parece perderse en medio del tecnicismo y el formalismo. Interrogantes acerca de lo que es un objeto matemático, sobre su naturaleza y su razonamiento, se pueden comprender como vías para conducir a una mejor comprensión de los objetos matemáticos y de la actividad matemática.

En este sentido, el análisis y las reflexiones filosóficas son importantes para los procesos de construcción de conocimiento, enseñanza y aprendizaje, por lo que es importante desarrollar la investigación sobre este tema, y más aún, que los docentes en formación o en práctica tengan conocimiento sobre el manantial conceptual que puede ofrecer este campo investigativo - *Esto aludiendo al referente filosófico*-.

Adentrándonos al objeto matemático que tratará la presente investigación, el número entero, este presenta dificultades a la hora de comprenderlo, que se han reconocido a lo largo de la historia por autores como Frege (1972), quien cuestiona la afirmación que expone al concepto de número entero como un concepto de fácil aprehensión, y resalta la importancia de abordar dicha cuestión a partir de una fuerte reflexión filosófica.

El número entero, es actualmente objeto de discusión por parte de matemáticos, filósofos, físicos, historiadores y docentes. Y es principal objeto de discusión en los procesos de enseñanza y aprendizaje como lo sustenta Giraldo (2014), debido a que distintas investigaciones, como la de Bruno (1997), Gonzales (1999) y Cid (2003), arrojaron conclusiones como:

> Existen problemáticas alrededor de los procesos de enseñanza y aprendizaje de estos conceptos matemáticos. Una de estas problemáticas tiene que ver con la falta de conocimiento del desarrollo histórico y filosófico de los números negativos por parte de los docentes; es decir, el desconocimiento de los fenómenos históricos por los que tuvieron que pasar los números enteros negativos a largo de su desarrollo para poder llegar a su formalización. (Navia & Orozco. 2012. P. 15)

De acuerdo con esto, se puede notar que falta claridad tanto en los procesos de enseñanza como de aprendizaje sobre los números enteros, además, hace falta que los docentes conozcan el recorrido histórico y se apropien de las posturas filosóficas a las cuales se asocia el concepto.

Estas preocupaciones sobre la enseñanza que afectan directamente el aprendizaje de los estudiantes, no solo se ven reflejadas en el discurso del docente, también se presenta durante la selección del material didáctico para sus clases; en particular, el interés del presente trabajo de grado se enfoca en el proceso de selección de libros de texto escolares de matemáticas, dado que investigaciones como la de Arbeláez, Arce, & Sánchez (2009) sostienen que los libros de texto escolares son importantes herramientas para el apoyo de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Por una parte, esto se debe a que el docente se ha apoyado por tradición en los libros escolares, algunas veces para planear, organizar y diseñar las clases que pretende desarrollar. Por otra parte, se responsabiliza a los libros de texto escolares del desarrollo académico exitoso de los estudiantes, pues, para estos significan un apoyo en tanto que la mayoría de estos desarrollan, justifican y demuestran conceptos y ejercicios que le sirven de ayuda en su formación académica.

En este sentido, se puede apreciar que los libros son significativos para los docentes y estudiantes, pero en ciertas ocasiones se puede observar que presentan las matemáticas en el sentido netamente operacional, y no se da cuenta del recorrido histórico de los conceptos, y mucho menos de la filosofía de las matemáticas y corrientes filosóficas que se adoptan para presentar estos objetos en sus textos (en este caso particular, el concepto de número entero).

Así pues, se quiere aportar al campo de la educación matemática aludiendo a la importancia que tiene la historia y la filosofía de las matemáticas para los procesos de enseñanza y aprendizaje, y, en el análisis de tipo filosófico sobre los libros de texto, porque, como se afirmó anteriormente, estos son de uso tradicional por parte del docente y el estudiante. Como muchos docentes no tienen claridad sobre la importancia de las posturas filosóficas, ni saben identificarlas en los libros de textos escolares, resulta de gran importancia identificar en qué corrientes filosóficas se apoyan los libros escolares -partiendo de registros históricos y con ayuda de los análisis de textos escolares-, para dar cuenta de la ontología y epistemología de los objetos matemáticos, en este caso, el concepto de número entero.

Conforme, se podría decir que la filosofía de las matemáticas y la Educación Matemática nos inducen a reflexionar sobre la enseñanza de las matemáticas, y nos invitan a indagar sobre mejores opciones didácticas y pedagógicas. Acorde, se plantea la siguiente pregunta para el presente trabajo de grado:

¿Cuáles son las corrientes filosóficas presentes en los procesos de conceptualización del número entero en algunos textos escolares de la educación matemática colombiana?

1.3. Justificación de la Problemática.

La historia y la filosofía de las matemáticas constituyen líneas de investigación muy importantes para el campo de la Educación Matemática, por lo que es muy valioso que un docente, en formación o en ejercicio, conozca y analice posturas filosóficas, conjunto a los aspectos históricos a las cuales se asocian estas posturas. De acuerdo a esto, Nápoles (2012) sostiene en su artículo que el conocimiento de la historia de las matemáticas debe formar parte del conocimiento matemático de un profesor en cualquier nivel, ya sea primario, secundario o superior, y no solo debe usarse como un instrumento para la enseñanza, también debe ser parte de la formación propia.

Actualmente, la comunidad educativa matemática requiere de docentes con gran interés en temas como la naturaleza y los procesos de construcción del conocimiento matemático, además de contar con habilidades para la creación e implementación de estrategias que permitan facilitar este proceso de construcción. Los docentes deben contar con habilidades para establecer conexiones entre la naturaleza, la historia y los procesos de enseñanza de los objetos matemáticos, de tal forma que el aprendizaje de estos objetos por parte de los estudiantes sea significativo y logren definir un rol al objeto matemático en su cotidianidad. Para establecer estas conexiones se propone realizar análisis didácticos y filosóficos que permitan identificar las posturas de los libros escolares acerca de estos objetos, pues los libros funcionan como un medio didáctico, que integra los procesos de aprendizaje en los estudiantes y funciona como apoyo en los procesos de enseñanza por parte del docente.

Los libros escolares, además de ser una herramienta que presenta un saber específico, también son la conexión entre ideologías y valores que están contemplados en el espacio sociocultural al cual pertenecen. Acerca de esto Arbeláez, et al (2009) señalan que el texto (libro escolar) refleja de manera muy compleja, (y quizás no explícita), valoraciones morales o éticas, concepciones sobre lo lúdico, e incluso llega a reproducir los intereses de determinados grupos políticos, sociales o religiosos. Por lo tanto, si un libro escolar representa la conexión entre ideales, saberes específicos y contextos socioculturales significativos para una comunidad, es posible afirmar que directa o indirectamente también es la representación de una o más corrientes filosóficas.

Es pertinente que el docente conozca, analice y reflexione sobre las posturas filosóficas que se establecen en el desarrollo de la matemática actual, y se hace notoria la importancia que poseen los libros escolares para el estudiante y para el docente como herramienta de apoyo para la planeación de clase, formalización de conceptos y en algunas ocasiones como soporte teórico. Así, uno de los objetivos que se planteó este trabajo de grado fue identificar cuáles son las posturas filosóficas que presentan algunos libros escolares, y de qué forma estos libros presentan la naturaleza de los objetos matemáticos que van a ser trabajados en el aula de clase. Por una parte, se considera pertinente que en los procesos de enseñanza de las matemáticas se establezca una conexión importante con la historia de las matemáticas, y que se exhiba en los libros de textos escolares. En particular, resulta de gran interés identificar, mediante análisis filosófico, cuáles son las posturas y las distintas concepciones acerca de la naturaleza de las matemáticas que presentan algunos de los libros escolares en instituciones privadas y públicas de la ciudad de Cali – Valle del Cauca.

1.3.1. Pertinencia de los estudios filosóficos en la Educación Matemática.

La naturaleza, los procesos de aprendizaje y construcción del conocimiento[3], los métodos y los objetos matemáticos hacen parte de lo que se conoce como filosofía teórica, y de ella se extiende un nuevo campo de estudio denominado *la filosofía de las matemáticas*. En este trabajo de grado se hará énfasis en los pensamientos clásicos de Platón y Aristóteles, de los cuales se desglosarán las corrientes filosóficas que provienen de estos pensamientos, exhibiendo sus aspectos más importantes.

Por una parte, la educación, en especial la Educación Matemática, cuando es observada desde una determinada postura filosófica, conlleva a realizar un análisis y una reflexión sobre la enseñanza de las matemáticas, haciendo énfasis en los aspectos ontológicos, epistemológicos y didácticos más relevantes que están inmersos en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

La reflexión filosófica que es pertinente realizar debe estar enfocada en las necesidades, la enseñanza y aprendizaje actuales. A estas necesidades se les denomina *aprendizaje significativo*, y establecen que los procesos de aprendizaje deben ser significativos, además, deben tener la incursión de los aspectos sociales, culturales,

[3] Los procesos ontológicos y epistemológicos como se había presentado anteriormente, pero que es pertinente recordarlo.

científicos y éticos (Ausubel, 2002), dentro de este aprendizaje significativo también se debe tratar de estimular en los estudiantes el análisis racional haciendo uso de la historia y la filosofía de las matemáticas. Por otra parte, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) en el 2006 afirmó que:

> Las matemáticas son una actividad humana inserta en y condicionada por la cultura y por su historia, en la cual se utilizan distintos recursos lingüísticos y expresivos para plantear y solucionar problemas tanto internos como externos a las matemáticas mismas. (P. 49-50).

De manera que, si las matemáticas son una actividad humana condicionada por la historia y por la cultura, también están asociadas a distintas posturas y corrientes filosóficas, y esto es de gran importancia porque, dependiendo de la postura filosófica que se adopte, así mismo se concibe la naturaleza de los objetos matemáticos. Históricamente las matemáticas han estado divididas por pensamientos filosóficos muy importantes para el desarrollo de la investigación en matemáticas, y consecuentemente su enseñanza y en la educación matemática, uno de los pensamientos a considerar en este trabajo de grado se conoce como el pensamiento platónico, y al otro como el pensamiento aristotélico[4], de estos pensamientos filosóficos se han derivado corrientes filosóficas como el Intuicionismo, Logicismo, Formalismo, entre otras que han sido de suma importancia para el desarrollo científico, matemático, educativo y filosófico.

La filosofía, al igual que la matemática, proviene de actividades humanas y también presenta un proceso evolutivo donde se evidencian cambios que pueden complementar o reemplazar a los métodos y a las teorías educativas vigentes, como fue

[4] Por términos de estructura del trabajo se desplegara un ítem adicional para desarrollar y detallar algunos aspectos de estos pensamientos.

el caso de la reforma de las matemáticas modernas. No obstante, los pensamientos clásicos como el platónico y el aristotélico no pueden ser considerados como obsoletos.

Por el contrario, muchos filósofos, matemáticos y docentes de matemáticas asumen y presentan de manera consciente o inconsciente, estas mismas posturas frente a las teorías matemáticas (Arbeláez, Arce, Guacaneme & Sánchez, 2009), y debido a esto, se hace pertinente trabajar acerca de la importancia que tienen estos pensamientos en la Educación matemática y su influencia en la enseñanza de las matemáticas.

1.3.2. Pertinencia del análisis de textos escolares en la Educación Matemática.

El libro escolar de matemáticas es una de las herramientas más usadas tradicionalmente por el docente en la enseñanza, planificación de clase y formalización de algunos conceptos en una clase. En la actualidad, pese al surgimiento de muchas otras herramientas como las secuencias didácticas, los juegos didácticos y la incursión de las nuevas tecnologías de la información y de la comunicación, el libro de texto sigue siendo una de las herramientas dominantes en las aulas de clase. Respecto a esto, investigaciones como la de Arbeláez & otros (1996) sostienen que los libros de texto son importantes herramientas para el apoyo de los procesos de enseñanza y aprendizaje, por lo que se puede argumentar que el libro escolar aún juega un papel importante para el sistema educativo.

Investigaciones como la de García (2014) afirman que los libros de texto de matemáticas son un recurso importante para llevar a cabo el currículo y la programación de las clases con eficacia. En otras palabras, los libros escolares no son importantes solo para los procesos de enseñanza y aprendizaje, también tiene gran intervención en otros aspectos del quehacer pedagógico del docente de matemáticas. Por otra parte, García (2014), citando a Rezat (2012), sostiene que el uso de los libros de textos escolares por parte de los alumnos se ve influenciado por la metodología y forma de explicar del docente, debido a que el alumno observa en el libro escolar los pasos que puede seguir para adquirir un saber matemático o realizar una operación, representando una dificultad los casos en los que la explicación del docente no lleve coherencia con la ofrecida por el libro de texto escolar.

Para la elección de libros escolares Arbeláez, et al (2009) afirman que en muchas instituciones educativas el docente o el grupo de docentes encargados de la asignatura son quienes seleccionan los libros escolares. Esto es en principio bueno, pues se le reconoce al docente la autonomía para realizar su selección, pero se hace muchas veces por las influencias que tienen los agentes y vendedores de las distintas editoriales, y esta influencia no es precisamente por la calidad del texto. Por lo que se puede percibir, es necesario establecer algunas pautas y sugerencias para que los docentes realicen la selección de los libros escolares. Los factores influyentes para la selección de los libros escolares deben presentar indicadores de calidad como se concibe en la investigación de Mejía, algunos de estos indicadores son; (A) Lenguaje escrito, (B) Relación con el currículo, (C) Valores éticos y morales que trasmite, (D) Aspectos físicos y materiales, etc.

Durante la selección de un determinado libro de texto, se deben tener en cuenta muchos aspectos y características que están directamente ligadas a contexto en el cual fue escrito el libro de texto escolar, algunos de estos se refieren a la experiencia del escritor, quien, durante el proceso de escritura, plasmara en el libro de texto escolar los diferentes saberes a partir de su experiencia y las condiciones y necesidades de su contexto (Schubring, 2003). Es de suma importancia reconocer que la matemática que se enseña en las aulas, refiriéndonos a su presentación y exposición (enseñanza), es diferente a la matemática que se desarrolla en el campo científico, siendo la primera fuertemente influencia por la experiencia del docente que presentara constantes variaciones en su discurso durante la clase.

De acuerdo con lo anterior, todo docente debe seleccionar cuidadosamente los libros de textos escolares que destinará para sus clases; por un lado, guiará la planeación de la misma, por otro, muchos de los estudiantes buscaran apoyo conceptual en ellos, lo cual representa un riesgo para el aprendizaje del estudiante en el momento en que se presente una incoherencia entre el saber comunicado por el docente y el saber comunicado por el libro de texto escolar. Al respecto de lo anterior afirma Schubring (2003):

> Además, debe ser admitido francamente que es muy poco lo conocido respecto a la constitución y desarrollo de la matemática escolar. No es solamente ausencia de un patrón establecido al cual se podría evaluar la matemática escolar, más la tarea se torna aún más compleja si consideramos la enorme variabilidad de la matemática enseñada, tanto elemental como superior-, una variabilidad causada de hecho por variables culturales y sociales. (P. 16).

Dicha variabilidad en la presentación de saberes por parte de docentes y escritores de libros de textos se puede evidenciar en estudios como los de Kuhn, quien, bajo el conocimiento de que, para países como Francia, existe una enseñanza de las matemáticas para escuelas pequeñas y otra para grandes escuelas, o Alemania, que concibe diferentes maneras para desarrollar matemáticas para las aulas dependiendo del tipo de escuela en el cual se realice el proceso de enseñanza, a causa de que cada una de ellas posee un propósito de enseñanza diferente y por lo tanto, lo deben tener las matemáticas que enseña.

Kuhn (1830) realizó un seguimiento a la cantidad de libros de textos escolares producidos en Alemania, Francia, Austria, Italia, Inglaterra, Prusia, en intervalos de tiempo de cinco años, como se muestra en la siguiente ilustración, tomada de Schubring (2003):

Anos	França	Prússia	Bavária	Áustria	Outros Estados alemães	Soma para a Alemanha	Itália	Inglaterra	Outros países europeus
1775-79	4	*9* (2)	*7* (3)	*4* (2)	*20* (10)	*40* (17)	*1*	*1*	6
1780-84	6	*14* (7)	*4* (1)	*6* (3)	*19* (3)	*43* (14)	*1*	*1*	2
1785-89	2	*18* (11)	*3* (-)	*3* (2)	*38* (10)	*62* (23)	2	2	3
1790-94	3	*19* (9)	*5* (1)	*3* (1)	*35* (10)	*62* (21)	-	*1*	7
1795-99	11	*23* (12)	*10* (2)	*6* (1)	*48* (12)	*87* (27)	*1*	4	4
1800-04	6	*31* (9)	*9* (3)	*4* (-)	*49* (15)	*93* (27)	*1*	*1*	2
1805-09	7	*31* (10)	*7* (2)	*8* (4)	*52* (13)	*98* (29)	-	*1*	4
1810-14	8	*23* (6)	*8* (3)	*5* (2)	*58* (18)	*94* (29)	-	*1*	7
1815-19	1	*55* (22)	*17* (6)	*11* (5)	*73* (15)	*156* (48)	-	*1*	2
1820-24	8	*62* (18)	*24* (1)	*12* (3)	*77* (26)	*175* (48)	*1*	-	*1*
1825-29	12	*49* (20)	*13* (6)	*9* (2)	*54* (15)	*125* (43)	-	-	*6*
s.d.	3	*6* (2)	-	*4* (-)	*12* (-)	*22* (2)	*18* (9)		
Soma	71	*340* (129)	*107* (28)	*75* (27)	*535* (147)	*1057* (331)	*7*	*40* (22)	*44*

Figura 1-. Producción de textos de Aritmética

En ese orden de ideas, si el libro escolar es tan influyente para el docente y los estudiantes, y es importante para el sistema educativo, debe presentar altos niveles de calidad para los procesos educativos. Conforme a esto, es muy importante que el docente pueda analizar y evaluar el libro, pues lo va a utilizar para desarrollar su trabajo, y además, los estudiantes a su cargo también harán uso de esta herramienta. También es importante que, al realizar este análisis y esta evaluación sobre el libro escolar, el docente pueda reconocer si la propuesta pedagógica que presenta el libro es la de su preferencia y la adecuada para que los estudiantes puedan participar de manera activa en el proceso de aprendizaje. Concuerdo a esto, Sánchez (2004) afirma que:

> Es muy importante reflexionar sobre algunos aspectos relacionados al libro didáctico, pues, como ya sabemos, él es un elemento de la clase que contribuye como instrumento principal en el proceso enseñanza/aprendizaje, y por ello es, casi siempre, el principal recurso de que disponen profesores y alumnos. (P. 1)

Así pues, los procesos de selección de los libros de textos escolares por parte de docentes representan un proceso significativo para el desenvolvimiento y culminación exitosa de la clase de matemáticas que, como tal, debe realizarse a través de una formación adecuada que permita orientar al docente hacia una selección adecuada de los libros de textos escolares. De igual forma, se deben establecer parámetros e indicaciones a los estudiantes con el fin de orientarlos en su proceso de aprendizaje mediante el uso de libros de textos escolares.

1.4. Antecedentes a la Problemática.

Los antecedentes a la problemática de investigación que se han tomado para el presente trabajo de grado, son y sirven de referentes teóricos para indagar sobre los algunos aspectos importantes y relevantes en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los números enteros. También se han tenido en cuenta investigaciones donde se expone la importancia de realizar análisis a los textos escolares, y además, se tienen en cuenta investigaciones que centren su atención en la filosofía de las matemáticas, exhibiendo sus valiosos aportes tanto al desarrollo de las matemáticas como al campo de la Educación Matemática.

- Giraldo, L. (2014). Los números enteros negativos en la matemática moderna y la matemática actual. Trabajo de pregrado. Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle, Cali.

Este trabajo de grado hace parte de este marco conceptual debido a que expone con claridad la importancia de los análisis histórico - epistemológicos sobre el Número Entero en la Educación Matemática. Además de este aspecto, también tiene como eje vertebrador el trabajo realizado por Anacona (2003), en el cual se hace hincapié en la pertinencia de la historia de las matemáticas como recurso didáctico para el docente. Este trabajo es un aporte importante para la línea de investigación en historia de las matemáticas debido a que propone que los objetos matemáticos sean construidos desde su parte histórica, pues de esta forma se pueden evidenciar las diferentes dinámicas sociales por las que atravesó la construcción del objeto matemático, y se puede promover una actitud diferente para la formalización del conocimiento matemático.

En el desarrollo del trabajo, Giraldo (2014) realiza una caracterización de los aspectos pertinentes para el desarrollo histórico del objeto matemático (Número Entero), explicándolo desde sus diferentes génesis en algunas culturas y civilizaciones antiguas. A partir de esto se hace un recorrido histórico del Número Entero, mostrando su uso para contar, medir, representar cantidades, etc., y detallando el proceso de formalización desde su paso de número natural a número entero.

- Rodríguez, R. (2016). Acercamiento a la evolución histórica del número cero, en los sistemas de numeración: mediterráneo, oriental y americano. Trabajo de pregrado. Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle, Cali.

En este trabajo de grado se presenta la evolución histórica del número cero en distintos sistemas de numeración como el mediterráneo, el oriental y el americano. También se exponen algunos aportes matemáticos importantes, los cuales son presentados bajo su lente histórico y en el cual se presentan demostraciones con el fin de dar validez al uso del número cero. Para finalizar, muestra los obstáculos por los que atravesó el objeto matemático en el transcurso de su construcción y consolidación como un número real. Se considera como un trabajo significativo, debido a que aporta distintos recorridos históricos para la consolidación del cero como un objeto matemático.

- Salazar, F.; Villegas, C. (2016). Algunos aspectos filosóficos sobre la naturaleza de los objetos matemáticos desde el Platonismo y el Ficcionalismo. Trabajo de grado. Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle, Cali.

En este trabajo de grado se realiza una indagación filosófica sobre la naturaleza de los objetos matemáticos desde dos corrientes filosóficas recurrentes en la construcción de los objetos matemáticos. Las corrientes filosóficas son el Platonismo radical y el Ficcionalismo. Desde estas se exhiben las concepciones acerca de la construcción de los objetos matemáticos y lo realizan con el fin de contrastar el génesis de los conceptos, sus diferencias y similitudes (en caso de haberlas). Esta investigación se considera un trabajo valioso debido a que se muestra la importancia del platonismo en la construcción de los objetos matemáticos, exhibiendo distintas teorías de pensadores y filósofos para la construcción del objeto matemático.

- Cárcamo, D. (2012). Uso de los libros de texto de matemática en el proceso de enseñanza: Un análisis del caos comparado. Universidad Pedagógica Nacional, Tegucigalpa, Honduras.

En este trabajo de investigación de maestría se realiza un análisis del uso que hacen los docentes de matemáticas del libro de texto en sus clases, exponiéndolo como aspecto principal y como una herramienta pedagógica fundamental para la enseñanza de la matemática en la Educación Básica de Honduras (6° a 11°). Este trabajo es considerado de suma importancia debido a que en este se expone la necesidad de manejar libros escolares para los procesos de enseñanza en la educación básica. En esta investigación también se toma al libro escolar como un apoyo en el quehacer docente, en tanto comprende las dimensiones matemáticas, curriculares y didácticas que son de vital importancia para el sistema educativo.

- Carvajal E. Y. J., & Vega O. Y. (2014). El concepto de función: un análisis epistemológico de algunos textos de la reforma de las matemáticas modernas y algunos textos actuales en Colombia. Trabajo de pregrado. Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Cali.

En este trabajo de grado se realiza una comparación entre los textos escolares dentro de la reforma a las matemáticas modernas en los años 1960 – 1985, y los textos que rigen bajo la reforma actual con base en los estándares básicos de competencias

2006, realizando un análisis epistemológico donde se identifica y se estudia la evolución que ha presentado el concepto de función durante ese tiempo. Este trabajo de grado es importante porque muestra distintas formas de concebir el concepto de función, realizando una comparación muy interesante entre dos intervalos de tiempo donde se concibe la matemática de forma distinta, y por eso también se presentan en los textos escolares de forma distinta.

Por otra parte, también se tienen en cuenta referentes didácticos como las investigaciones realizadas por Bruno (1997), Gonzales (1999) y Cid (2003), las cuales tienen como resultado la existencia de problemas para el aprendizaje y enseñanza de los Números Enteros, y que esta es generada por la falta de conocimiento de desarrollo histórico y filosófico por parte del docente. Estas investigaciones son valiosas para el presente estudio, debido a que, en parte, ayudan a justificar porque se debe investigar desde los aspectos históricos y filosóficos acerca de la concepción del Número Entero como objeto matemático.

Las investigaciones expuestas anteriormente sirvieron como parámetros para el desarrollo de la presente investigación, gracias a que exponen los elementos didácticos, históricos y algunos de tipo netamente filosófico que ofrecen las pautas para la estructuración del marco conceptual en tanto se refiere a los análisis de texto, rastreos históricos, ontología y epistemología de los objetos matemáticos. Por otra parte, también es importante resaltar que ninguno de los antecedentes rindió cuentas a la problemática que se trabajó, por lo cual, estos antecedentes permiten delimitar el campo de acción que se quiere trabajar; los problemas asociados a la enseñanza y aprendizaje de los números enteros.

2. CAPÍTULO II: Algunos pensamientos y corrientes filosóficas.

A continuación, se exhibirán los pensamientos y corrientes filosóficas que se consideraron como fundamentales para el desarrollo de este trabajo de grado. Es importante conocer que a lo largo de este capítulo se debe tener en cuenta que los pensamientos filosóficos se entienden como los cuerpos teóricos de pensamiento principales (la escuela Platónica y la escuela Aristotélica), mientras que las corrientes filosóficas se entienden como los campos de investigación subyacentes o secundarios a los pensamientos principales, fundamentándose en uno o más de estos.

Las corrientes filosóficas que se tomaran en consideración para el presente trabajo de investigación son las planteadas por el MEM en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), que son: El Platonismo, Formalismo, Logicismo, Intuicionismo y el Constructivismo.

2.1. El Pensamiento de Platón

La corriente filosófica conocida como pensamiento platónico fue fundada por el matemático, científico griego y discípulo de Sócrates, Aristocles Kodros (Nació en Atenas en el año 427 a.C), mejor conocido como Platón por lo ancho de su espalda. Platón, influenciado por su gusto por la política y los diálogos con su maestro Sócrates, construye su pensamiento político y filosófico, escribiendo obras como La Republica y viendo en las verdades del mundo, una verdad en común que además es la base y juez de las demás verdades en el mundo. A través de obras como "La Republica" y alegorías como "El mito de la Caverna", es posible comprender la manera como Platón concebía los objetos matemáticos y los procesos de abstracción.

Platón exponía que existen dos mundos, uno sensible y otro inteligible, en el primero se encuentran los hombres, los objetos y fenómenos físicos, que son presentados a los hombres a través de visiones superficiales que esconden tras de sí las verdades o nociones primeras que determinan y constituyen su existencia. Además, estos pertenecen a un mundo independiente del mundo del hombre, los objetos y fenómenos físicos, denominado como "el mundo inteligible". El pensamiento platónico defiende las verdades y realidades absolutas como inmutables, eternas, universales e independientes del mundo que Platón denomina como "el mundo sensible" (Grube, 1973), asimismo, estas verdades independientes del hombre no le son inalcanzables.

Para Platón, el mundo en el que habita el hombre está lleno de apariencias, en alusión a la famosa alegoría del "Mito de la Caverna", el hombre vive en un mundo sensible que intenta comprender, para lo cual, es necesario que conozca su verdadera esencia y composición, planteando la necesidad de conectarnos con el "mundo sensible" y los complejos y sistemáticos procesos de abstracción por medio del razonamiento que debemos desarrollar para lograrlo. Platón al final del libro VI de la República realiza una división entre las ideas del hombre:

> “Lo que absolutamente es, es absolutamente cognoscible; lo que no es de ninguna manera, de ninguna manera es cognoscible” (República, 477 a).

Reconociendo así, las ideas que surgen del hombre guiado por aquello que alcanza a percibir en el mundo sensible, nutriéndolas con su imaginación, y las ideas del hombre guiado por el mundo inteligible alimentándolas con la razón, etiquetándolas como opiniones y verdades científicas respectivamente. Plantea, además, que tanto las verdades como el entendimiento poseen una jerarquía propia de un sistema gastador.

Dentro del pensamiento platónico la dialéctica juega un rol importante, dado que es a través de ella que es posible llegar a una determinada verdad, partiendo de las verdades o nociones primeras; influido por la muerte de su maestro Sócrates, Platón refuerza su pensamiento sobre la dependencia de las ideas del mundo inteligible, argumentando que la esencia de una verdad se mantiene inmutable, aunque una comunidad por consenso pretenda cambiarla.

En el sentido anterior, la ontología y epistemología de Platón, mediante las cuales da cuenta a los objetos matemáticos, definiéndolos como las verdades primeras sobre la composición de nuestra realidad, que deben ser perseguidas por el hombre con el fin de salir de la ignorancia provocada por la mera utilización de los sentidos en el momento de gestar nuestras ideas, en nuestra lucha por salir de la caverna (Platón, 477 a.C).

2.2. El Pensamiento de Aristóteles.

La corriente filosófica conocida como pensamiento Aristotélico fue fundada por el matemático y científico griego Aristóteles (Estagira, Macedonia 384 a.C.- Calcis Eubea, Grecia 322 a.C). Aristóteles fue discípulo de Platón, pero no por esto aprueba totalmente la obra de su mentor, en el desarrollo de sus obras asume una postura bastante crítica sobre los pensamientos de Platón, y desarrolla una nueva teoría basada en aspectos claves como la idea de abstracción presentada en la obra de su maestro, además, agregan nuevos aspectos de tipo ontológicos y epistemológicos sobre el conocimiento científico con una postura opuesta a los de la obra Platónica.

Aristóteles es considerado como uno de los filósofos más influyentes de la historia; en el transcurso de su vida académica estudió, estructuró y formalizó la lógica, la física, y desarrolló su postura filosófica donde se detallan los procesos ontológicos y epistemológicos que están detrás de los objetos matemáticos. En sus obras desarrolla una caracterización de las matemáticas y de la filosofía. Obras como la "Metafísica" y el "Órganon" son algunas evidencias de lo que Aristóteles se propuso estudiar, donde se da cuenta de la ontología y epistemología de los objetos matemáticos y el ser, entre otros aspectos. Un apartado de su obra *Metafísica* sustenta que:

> «Platón [influido por los pitagóricos y Sócrates] pensó que las definiciones no podían referirse a los seres sensibles -ya que no es posible dar una definición común de objetos que cambian continuamente-, sino a otro tipo de seres. A estos seres los llamó «Ideas». Y añadió que las cosas sensibles existen separadas de las Ideas, pero que de ellas reciben su nombre, ya que todas las cosas, en virtud de su participación en las Ideas, reciben el mismo nombre que las Ideas» [Metafísica, I].

De acuerdo a este apartado, una de las críticas que presenta Aristóteles sobre el pensamiento Platónico es que en este no encuentra claridad para dar explicación al origen de los conceptos matemáticos, y esto se debe a la influencia pitagórica y socrática sobre el pensamiento de Platón. Otra de las críticas que presenta Aristóteles sobre el pensamiento de su maestro es que las matemáticas no son la “verdad” como lo plantean los pitagóricos y lo apoyan los platónicos, dice que más bien, ayudan a explicar y sustentar lo que se denomina como “verdad”.

En el pensamiento Aristotélico no se conciben los objetos matemáticos como entidades abstractas que son externas a los hombres, Aristóteles entiende estos objetos como producto de la actividad humana, derivados de su interacción con el mundo sensible, y que provienen de su propia experiencia. En esta corriente se asume que es por las necesidades del hombre que se llega al proceso de consolidación y construcción de los objetos matemáticos, y que, aunque no se pueden percibir con los sentidos, sí se pueden hacer representaciones físicas, por lo que se consideran como una construcción propia del hombre. Por lo anterior, se considera que la postura que tiene Aristóteles es opuesta a la que presenta Platón.

2.3. El Platonismo en la educación matemática.

Bajo la corriente filosófica del platonismo se asume y defiende la idea de que los objetos matemáticos poseen una independencia del mundo físico, y que son la base de toda comprensión de la realidad. Por medio del platonismo se consideran las matemáticas como una especie de puente que establece una conexión entre el mundo sensible y el mundo de las ideas (abstracto). Referente a la relación que se asume entre los objetos Matemáticos y los objetos físicos que estos describen, Ferreirós (1999) argumenta que:

“Para la matemática tradicional, los números expresaban magnitudes y proporciones

> entre magnitudes; los referentes últimos de la matemática (esas magnitudes) no eran objetos matemáticos sino objetos físicos." (P. 4)

No obstante, se orienta el ideal platónico en dos caminos, uno que reconoce la realidad conceptual-teórica del objeto matemático, en el cual se expone la existencia independiente del objeto matemático y la posibilidad de construirlo mediante unas nociones primeras o axiomas, y otro que se fundamenta en la analogía de la existencia de los objetos matemáticos como una existencia similar a la de los objetos físicos de la realidad. Acerca de esto, los lineamientos curriculares en matemáticas (1998) sustentan que:

> "El Platonismo considera las matemáticas como un sistema de verdades que ya ha existido desde siempre e independientemente del hombre" (P. 11).

La corriente filosófica del platonismo revela la dificultad inherente en todo proceso de enseñanza y aprendizaje. Desde el pensamiento platónico, no se puede pretender que un individuo pueda comprender un concepto matemático que hasta el momento era desconocido para él, con la exposición teórica del mismo, teniendo en cuenta que los objetos matemáticos conectan las mentes de los seres humanos con las formas verdaderas de los objetos físicos (Ferreirós, 1999). La enseñanza de las matemáticas debe influir en la comprensión de los objetos físicos o fenómenos físicos a través de la presentación de los objetos, contextualizándolos a partir de la necesidad de conocer sus primeras nociones.

2.4. El Formalismo en la educación matemática

Esta corriente filosófica nace como respuesta a una de las problemáticas que surgían sobre el logicismo. Hilbert, como uno de los mayores representantes de esta corriente filosófica, reconoce el "signo" como los objetos matemáticos, sobre los cuales, gracias a su carácter general, es posible reconocer todos los conceptos matemáticos que se desprenden de las generalidades que realiza el hombre sobre las abstracciones que hace del mundo (Ruiz, 1990). Se propone que la matemática no es reducible a un proceso lógico, se debe tener en cuenta que todo conocimiento nace de una impresión sobre un determinado elemento de la realidad, la cual arroja ideas o nociones primeras que, a través de un procedimiento formal-axiomático, dan lugar a teorías o conceptos matemáticos.

En el formalismo se reconocen dos niveles de consistencia para las matemáticas: la teoría y la meta-teoría, que se ocupan de controlar las relaciones existentes entre los diferentes objetos matemáticos y el establecimiento de dichas relaciones respectivamente. Para Hilbert, los sistemas formales ofrecen consistencia a las matemáticas, y eliminan toda posible ambigüedad en las definiciones con las cuales se presentan los objetos matemáticos.

La corriente filosófica del formalismo promueve el análisis de la realidad con el fin de producir fórmulas que rindan cuenta a cada uno de sus componentes, sobre lo cual expone Ruiz (1990): "Las simbolizaciones son representaciones visuales de las abstracciones hechas por la conciencia de los hombres" (P. 130).

Luego, las relaciones establecidas en estas abstracciones están condicionadas por la naturaleza del elemento de la realidad que se está analizando y, a partir de este proceso, surgen los objetos matemáticos con sus respectivos comportamientos, surgiendo, además, modelos que toman forma y se convierten en meta-teoría, para condicionar las movilizaciones y juegos formales que se realicen sobre los objetos matemáticos y sus definiciones establecidas en la teoría.

Sin embargo, en esta corriente surge una problemática, al presentarse a la matemática como una ciencia independiente del hombre, una matemática de sistemas formales que carecen de sentido, dejando de lado la experiencia del hombre, desligándola del contexto y del componente humano.

2.5. El Logicismo en la educación matemática

El logicismo es una corriente filosófica que presenta sus orígenes en la antigüedad clásica, cuyas raíces se conectan directamente con la naturaleza de la matemática moderna en cuanto a sus planteamientos. Muchos autores han contribuido a la formación y al desarrollo del logicismo, entre ellos se encuentran Descartes, Leibniz, Boole, Russell, entre otros. Uno de los mayores exponentes de esta corriente filosófica es Frege que, gracias a la relación que Leibniz establece entre lógica y matemática, y bajo la orientación del pensamiento de Aristóteles sobre el objeto matemático que era definición como independiente del ser pensante, cuya existencia era demostrable por un método inferencial mediante el uso de axiomas, consolidó las bases para la gestación de una corriente filosófica orientada a la rigurosidad con la que los objetos matemáticos pueden ser descubiertos y aceptados por el hombre.

La búsqueda de Leibniz por una teoría universal que permitiera rendir cuentas a cualquier campo científico, mejor conocida como *lógica pura*, está basada en tres leyes: "no contradicción", "identidad" y "tercero excluido", funda las bases para una noción del logicismo, en la cual se concibe la verdad matemática como una verdad que no se refiere al mundo, presentando una relación de divinidad entre el ser pensante y las *"verdades matemáticas"*. Los aportes de Leibniz a la matemática fueron de gran importancia para el desarrollo del logicismo, tal como lo plantea Ruiz (1990):"Leibniz fue el filósofo racionalista que contribuyó con mayor claridad al desarrollo de lo que podemos llamar un paradigma formalizante y axiomático de las matemáticas" (P. 28).

El logicismo continúa bajo la conjunción que realiza Leibniz entre Lógica y Matemática, y muchas otras creencias de autores que recalcaban la importancia de la reflexión filosófica frente a los diferentes conceptos; entre dichos autores encontramos a Frege, quien sostenía que *"las cuestiones de la filosofía de la matemática eran de mucha importancia"* (Ruiz, 1990). Frege, gracias a la gran cantidad de descubrimientos matemáticos y lógicos, sintió la necesidad de establecer la importancia de la reflexión filosófica sobre los conceptos matemáticos y una nueva categorización teórica de estos, con el fin de evaluar su validez.

Frege, fue uno de los primeros filósofos de la matemática reconocido, y asimismo, uno de los primeros en buscar la naturaleza de los objetos matemáticos. El primer trabajo sobre filosofía de la matemática se orientó a comprender la naturaleza del concepto de *Número*, cuyo trabajo surge como respuesta a la necesidad de abordar la matemática desde una perspectiva filosófica, arrastrando así las diferentes posiciones de las tendencias filosóficas de la época: “empirismo”, “psicologismo” y “formalismo”. El proyecto de Frege, buscaba demostrar que la Lógica era la base de todo conocimiento aritmético, y consistía en una búsqueda teórica que permitiera responder a la pregunta sobre la naturaleza del Número, afirmando que la naturaleza última de los números es lógica (Ruiz, 1990).

Cuando la teoría de Frege entró en crisis, Russell, quien compartía sus creencias sobre la reductibilidad de la aritmética a la Lógica, añadiendo que no solo la aritmética era reducible -también lo era la Matemática-, resolvió las paradojas que ponían en riesgo la teoría de Frege, exponiendo la posibilidad de construir una lógica matemática libre de toda contradicción.

El trabajo de Russell era similar al de Frege, en cuanto a la naturaleza axiomática de las matemáticas, demostrando, además, que las nociones primeras son lógicas. Russell presenta en su visión logicista a las Matemáticas como un resultado de relaciones lógicas (1928):

> “El hecho de que todas las constantes matemáticas son constantes lógicas, y que todas las premisas de la matemática se hallan relacionadas con ellas, da, creo, la formulación precisa de lo que los filósofos querían al asegurar que la matemática es a proiri. El hecho es que, una vez que ha sido aceptado el aparato lógico, se deduce necesariamente toda la matemática” (P. 33).

Russell describe todo proceso matemático como un proceso de derivación logicista, partiendo de nociones básicas de la naturaleza lógica. Partiendo de una postura platonista y nominalista, expone la necesidad de pensar en una Matemática compuesta de relaciones y equivalencias lógicas, resaltando la importancia de prescindir de aquellas nociones o entidades innecesarias.

A pesar de los intentos de Frege y Russell por demostrar que las nociones lógicas dan lugar a las nociones aritméticas y matemáticas, no se logró la reducción logicista que se pretendía, por el contrario, se llegó a la conclusión de que la Lógica tenía un lugar especial en la matemática, con la cual no guardaba una relación tan estrecha como se pensaba y que, además, pese al éxito en cuanto al desarrollo matemático de la época, existía la urgencia de realizar reflexiones desde la filosofía hacia la matemática.

La corriente filosófica el logicismo representa un gran aporte para la enseñanza de las matemáticas, dicha corriente basa su teoría en las relaciones y equivalencias establecidas por la lógica. El MEN reconoce el pensamiento lógico-matemático como uno de los pensamientos necesarios y suficientes para *"ser matemáticamente competente"*, dando pie para la introducción del pensamiento logicista en la Educación Matemática. En el logicismo se reconocen dos tipos de lógicas que se excluyen mutuamente: la lógica inductiva y la lógica deductiva, siendo estas los pilares del desarrollo del pensamiento lógico matemático (MEN, 2006).

A través de procesos lógico-inductivos y/o lógico-deductivos, es posible estimular el pensamiento lógico en los estudiantes. Asimismo, se considera de gran importancia la inclusión de la corriente filosófica de logicismo en procesos de análisis durante la selección del material didáctico destinado para la clase de matemáticas, con el fin de establecer un criterio que permita evaluar el nivel de estímulo hacia el pensamiento lógico-matemático de un determinado libro de texto.

2.6. El Intuicionismo en la educación matemática

El intuicionismo es una corriente filosófica que busca caracterizar los diferentes tipos de razonamientos presentes en los procesos matemáticos, procesos comúnmente conocidos como constructivistas. Está corriente filosófica busca conectar las matemáticas con el quehacer del hombre a partir del estudio de procesos de construcción matemáticos. Partiendo de la idea de número natural como una entidad que concebimos a partir de procesos de abstracción y que posee características de reproducibilidad indefinida.

En la enseñanza de las matemáticas no solo es importante establecer la importancia de la validez con la que los conceptos u objetos matemáticos establecen y desarrollan teoría matemática, también es importante reflexionar sobre los diferentes procesos que permiten definir dicha validez. Para el intuicionismo, la verdadera matemática surge de procesos de construcción que parten de la intuición del hombre.

El mayor exponente del intuicionismo moderno es Brouwer, quien afirma que todo lo existente se puede justificar matemáticamente, y que lo intuitivamente dado permite la construcción matemática teórica. Ruiz (1990) afirma que:

> “Para Brouwer la matemática es sintética sobre todo en el sentido de que no es se deriva tautológicamente, sino que produce un contenido cognoscitivamente nuevo. Las proposiciones de la matemática aparecen como el producto de una construcción en la

> intuición temporal” (P. 134)

Cabe resaltar que para los intuicionistas, los instrumentos lógicos y el lenguaje no se reducen a la matemática, los reconocen como esenciales para su transmisión y reproducibilidad, sin embargo, sostienen que estos no son instrumentos para la construcción matemática, dado que la validez matemática del objeto matemático radica en su *“autoevidencia”* (Ruiz, 1990). Brouwer reconoce que uno de los mayores problemas que presentaban las corrientes filosóficas de logicismo y formalismo, se podían observar en el abuso excesivo del lenguaje lógico y el lenguaje natural, a tal punto que dejaban de corresponder a la verdadera matemática, sosteniendo, además, que la filosofía de la matemática consistía en la observación y análisis de los diferentes objetos matemáticos presentes en nuestra realidad.

Estudios como los de Brouwer, que significaron las bases para el surgimiento y la consolidación del intuicionismo, permiten abordar la enseñanza de las matemáticas desde la filosofía, al mismo tiempo que ofrece una oportunidad a los docentes de matemáticas para que realicen planeaciones y seguimientos a sus clases, a partir de reflexiones profundas sobre los diferentes conceptos matemáticos que pretendan enseñar. Así pues, sobre los planteamientos del MEN (2006) sobre el desarrollo competencias matemáticas a través de procesos de razonamiento que permitan observar y analizar regularidades a los estudiantes, se establecen las bases para la formulación de un criterio que permita una adecuada selección de material didáctico para las clases de matemáticas:

> “El desarrollo del razonamiento lógico empieza en los primeros grados apoyados en los contextos y materiales físicos que permiten percibir regularidades y relaciones; hacer

predicciones y conjeturas; justificar o refutar esas conjeturas; dar explicaciones coherentes; proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones" (P. 54).

A partir del intuicionismo es posible abordar las diferentes características que permiten a los estudiantes el desarrollo de un espíritu investigativo que, además, conceda la reflexión sobre los diferentes objetos matemáticos que se les presentan y que deben estar presentes en todo libro de texto académico de matemáticas.

2.7. El Constructivismo en la educación matemática

El constructivismo es una corriente filosófica que adopta concepciones del pensamiento aristotélico, en la cual se considera que el conocimiento matemático es una creación humana orientada a buscar significado en distintos espacios culturales y multidisciplinares. En esta teoría, una de las hipótesis es que el conocimiento es activamente construido por los sujetos, y se debe empezar por los saberes previos y desde estos se da origen a los nuevos.

El constructivismo como corriente filosófica construye sus bases teóricas en el Intuicionismo y en el Cuasi – Empirismo de Imre Lakatos y de Hilary Putnam, y al igual que estos, puesto que aquí también se sustenta que el origen de las matemáticas no es netamente abstracto como lo defienden las corrientes asociadas al Platonismo, ahí se postula que las matemáticas son construcciones mentales lógicamente asociadas a las actividades humanas. Tanto el constructivismo como el cuasi – empirismo sostienen que:

> "(…) para entender y explicar las matemáticas no basta con analizar su estructura lógica ni su lenguaje sino que hay que estudiar su práctica real, la manera en que efectivamente las aplican los matemáticos, las enseñan los profesores y las aprenden los estudiantes, su historia, las revoluciones que ocurren en ellas, los paradigmas y los programas que dominan, las comunidades de matemáticos, el tipo de retórica que se emplea en ellas y el papel que juega el conocimiento matemático en las distintas sociedades y culturas (...)" (Harada, 2005, P. 18).

El constructivismo y el cuasi – empirismo, coinciden en con el MEN en que las matemáticas tienen dos facetas básicas sobre el conocimiento matemático; el primero se reconoce como el práctico y dice que: "expresa condiciones sociales de relación de la persona con su entorno, y contribuye a mejorar su calidad de vida y su desempeño como ciudadano" (2006, P.50) y por otra parte está el formal, constituido por los sistemas matemáticos y sus justificaciones; "la cual se expresa a través del lenguaje propio de las matemáticas en sus diversos registros de representación". (2006, P.50).

Se puede entender que en los estándares básicos de educación se concibe el conocimiento matemático como un producto que va de la mano del constructivismo. El MEN propone dos facetas de los objetos matemáticos, mientras que en el constructivismo no se hace de forma explícita, pero si se puede inferir que el conocimiento matemático no proviene simplemente de procesos abstractos, también es necesaria la experiencia y la experimentación para su formalización.

Los lineamientos curriculares en matemática (1998) consideran que el constructivismo presenta aspectos relacionados con la pedagogía activa, y se apoya en la psicología genética, debido a que se interesa por las condiciones en las cuales la mente realiza la construcción de los conceptos matemáticos y como la mente los organiza y estructura.

En esta corriente se concibe el aprendizaje como un proceso social donde se considera como esencial la comunicación, el trabajo cooperativo, la explicación, la justificación y la negociación de los significados que serán comprendidos por los estudiantes. Es necesario destacar que aquí se considera al estudiante como un agente principal en el proceso de aprendizaje, y al educador como su mediador, por ello, el educador tiene la función de diseñar y ofrecer distintas estrategias que obedezcan a los distintos estilos de aprendizaje que tienen sus estudiantes, pues es hacia ellos que se dirige la acción educativa.

La investigación de Paul Ernest en (1992) sostiene que el modelo constructivista juega un papel integrador tanto en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, como en la investigación de los diferentes aspectos que conciernen estos procesos debido a que este modelo recurre a teorías de distintos campos como la sociología, la epistemología y la psicología del aprendizaje. De tal modo que el constructivismo se convierte en un eje de transformación fundamental en las propuestas de enseñanza, y, además, ayuda a complementar el campo científico de la Educación Matemática.

De acuerdo a esto se puede comprender que, desde el constructivismo, el profesor actúa como un facilitador u orientador del proceso de aprendizaje, en el cual se van creando espacios didácticos donde se deben poner en juego aportes teóricos de distintos campos investigativos como el psicológico y el sociológico, esto con el fin de que sus estudiantes puedan crear, construir y justificar los objetos matemáticos, mediante el uso de las habilidades al usar los razonamientos lógico deductivos de las matemáticas.

3. CAPÍTULO III: Dimensión Matemática, Curricular y Didáctica del Número Entero.

A lo largo de este capítulo se presentarán la dimensión matemática, curricular y didáctica del número entero, con el fin de delimitar los elementos para la construcción de la rejilla de análisis de los textos escolares.

3.1. Dimensión curricular del número entero.

En concordancia con lo establecido por el Ministerio de Educación Nacional (1998), se presenta al currículo de Matemáticas como un eje articulador de un trio de componentes fundamentales y categorías que se mostraran de forma relevante a continuación:

Primer componente: ***Los cinco procesos generales de la actividad matemática.*** Este componente está comprendido en los estándares básicos de educación al igual que en los lineamientos curriculares y consta de las siguientes categorías:

1. *Formular y resolver problemas.*
2. *Modelar procesos y fenómenos de la realidad.*
3. *Comunicar.*
4. *Razonar.*
5. *Formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos.*

Segundo Componente: ***El contexto.*** El MEN (1998) establece que existen al menos tres tipos de contexto los cuales son distintos, pero están muy relacionados entre sí, ***el contexto inmediato, el contexto escolar y el contexto extraescolar***, explicados a continuación:

- El ***contexto inmediato*** conocido también como ***el contexto en el aula***, este está dado por lo que provee la institución para la cómoda estadía de los estudiantes en el recinto institucional, las paredes, los pupitres, las ventanas, todos los implementos académicos propios de cada estudiante y las situaciones problemas creadas por el docente para su trabajo en clase conforman *el contexto inmediato o contexto en el aula.*
- El ***contexto escolar*** conocido también como ***el contexto institucional,*** está estructurado por todos los elementos que permiten el buen funcionamiento de

una institución educativa, con esto se hace referencia a los docentes, coordinadores, empleados administrativos, las tradiciones y los saberes de cada estudiante, los directivos y el Proyecto Educativo Institucional (PEI).

- El ***contexto extraescolar*** o ***contexto sociocultural*** hace referencia a todo lo que sucede por fuera de la institución educativa, el ambiente de la comunidad local, departamental, regional, nacional e internacionalmente. Este contexto es tenido en cuenta para la creación de situaciones, debido a que permite situar al estudiante en un ambiente que puede estar viviendo y por el cual puede ser afectado cotidianamente, para sacar provecho al construir algún objeto matemático.

Tercer componente: ***Los cinco tipos de pensamiento matemático.*** Este tercer componente es una explicación de lo que el MEN concibe como *El pensamiento Matemático y El pensamiento Lógico.* Para explicarlo, se estructuran cinco subdivisiones o cinco subcategorías de pensamiento. Estas subdivisiones o subcategorías del Pensamiento Matemático y Lógico son:

- El pensamiento numérico y los sistemas de numeración.
- El pensamiento espacial y los sistemas geométricos.
- El pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas.
- El pensamiento aleatorio y los sistemas de datos.
- El pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos.

Estos cinco tipos de pensamiento contienen elementos conceptuales que le permiten al docente establecer relaciones para el diseño de situaciones que propicien el aprendizaje de las matemáticas, y que además de propiciar estas situaciones de aprendizaje, se puedan diseñar situaciones que movilicen al estudiante en los cinco tipos de pensamientos presentados anteriormente.

El currículo visto como un eje articulador de estos tres componentes también presenta ciertos objetivos o finalidades pedagógicas, algunos de estas son; el carácter formativo de las matemáticas, la utilidad práctica del conocimiento matemático y la transversalidad en el uso sistemático de las matemáticas para el resto de las disciplinas. Ahora, para dar solución a preguntas cuyas respuestas giran en torno a la construcción de los objetos matemáticos en las aulas, saber ¿Qué objetos matemáticos deben ser enseñados? ¿Cuáles son las pretensiones al seleccionar estos objetos? y ¿Cómo estos objetos deben ser construidos por los estudiantes y el docente? El MEN se da a la tarea de consolidar un sistema que indique ¿Qué? ¿Cómo? y ¿Cuándo? enseñar un determinado objeto matemático, para lo cual estructura los lineamientos curriculares y los estándares básicos de educación. Son algunas de las razones por las cuales se establecen los tres componentes presentados anteriormente.

Ahora, aclarado un poco la parte curricular que subyace a los objetos matemáticos, se abordara sobre un objeto matemático en particular, el Número Entero. Según en MEN los números enteros se ubican en el *Pensamiento Numérico y los Sistemas de Numeración*, y el proceso de construcción entre los estudiantes y el docente se empieza a realizar en los grados sextos y séptimos de escolaridad básica, encaminando su enseñanza por medio del pensamiento señalado anteriormente, en coherente articulación con la enseñanza de los conjuntos numéricos, en grados anteriores y posteriores, esto es, la enseñanza de los números naturales desde grado cero hasta grados sextos y séptimos.

Por otra parte, sin desarticular el proceso de enseñanza, la unión de los conjuntos numéricos (los números racionales e irracionales) y la consolidación del conjunto de los números reales se realizan en el transcurso de todo el proceso formativo restante. Concuerdo con esto Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) presentan el pensamiento numérico y los sistemas numéricos como:

> El desarrollo de los procesos curriculares y la organización de actividades centradas en la comprensión del uso y de los significados de los números y de la numeración; la comprensión del sentido y significado de las operaciones y de las relaciones entre números, y el desarrollo de diferentes técnicas de cálculo y estimación.

Se añade, además, en alusión al paso del número natural al número entero, y posteriormente al número racional, que dicho proceso requiere de una re conceptualización y extensión tanto de la noción de unidad, como del concepto de número natural, para el caso de un pasaje al concepto de número entero, y de número entero para el pasaje al concepto de número racional. Y, es necesario familiarizarse con procesos, conceptos, proposiciones, modelos, y teorías en diversos contextos, con el fin de comprender la configuración de los diferentes sistemas numéricos para lograr desarrollar el pensamiento numérico.

Actualmente el MEN (2016), presenta los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), los cuales, conforman una serie de conocimientos y habilidades que deben ser adquiridos por los estudiantes, desde grado primero, hasta grado once. En el marco de los DBA, el MEN (2016) para el grado séptimo, en relación con la enseñanza de los números enteros, se establecen los siguientes conocimientos por construir y habilidades por desarrollar:

- Resuelve problemas que involucran números racionales positivos y negativos (fracciones, decimales o números mixtos) en diversos contextos haciendo uso de las operaciones de adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación. Realiza cálculos a mano, con calculadora o dispositivos electrónicos. (Primer DBA, 2016)
- Descompone cualquier número entero en factores primos. Identifica el máximo común divisor (MCD) y el mínimo común múltiplo (MCM) de dos o más números y la usa para simplificar cálculos. (Tercer DBA, 2016)
- En una sería sencilla identifica el patrón y expresa la *n-ésima* posición en términos de *n*. (Quinceavo DBA, 2016).

Estos son, a groso modo, los conocimientos y habilidades que se deben contemplar y que el estudiante debe de tener al trabajar los números enteros en su paso por séptimo grado de educación básica secundaria.

El número entero, es uno de los objetos matemáticos que atravesó por un proceso histórico – epistemológico complejo, y que además, en algún momento de la historia, debido a su diversa naturaleza filosófica fue rechazado por gran parte de la comunidad matemática. Es por estas y muchas otras razones que la construcción de este objeto matemático por parte del docente y los estudiantes comprenden una gran cantidad de dificultades que se hacen notorias al momento de intentar entenderlos.

Por lo cual, como lo menciona Gonzales (1999); conocer la historia del número entero, puede acerca a los estudiantes al reconocimiento de su utilidad en su cotidianidad y, posteriormente, acercarlos a su comprensión.

3.2. Dimensión didáctica del número entero

Muchos historiadores como José Luis Gonzales (1999) concuerdan con que la consolidación y formalización del concepto número entero presentó numerosas dificultades, además de ser tardía, entre las cuales, se encuentran el problema de intentar reflejar dicho conocimiento en la cotidianidad. Dado que en apartados anteriores como la problemática y en la justificación de la misma se ha hecho énfasis en algunas de estas dificultades, no se ahondará mucho en el caso, por lo cual, se prestó especial atención en las relaciones didácticas que se pueden extraer de dichas dificultades.

Desde la teoría de Bachelard sobre la formación de un espíritu investigativo (1985), se entenderá un obstáculo epistemológico como los diferentes hechos y causas que generen una comprensión errada sobre un determinado conocimiento, ya sean confusiones o entorpecimientos, dado que, *"es ahí donde mostraremos causas de estancamiento y hasta retroceso, es ahí donde discerniremos causas de inercia que llamaremos obstáculos epistemológicos" (Bachelard, 1985, P.15).*

Así mismo, se tuvo en cuenta la teoría sobre las situaciones didácticas de

Brousseau (1976), en la cual se expone la importancia de la experiencia de los estudiantes durante su proceso de aprendizaje, resaltando, además, que la base del aprendizaje de una determinada noción se define por la problematización exitosa del mismo durante el planteamiento de una situación problema que exija su utilización para una posible resolución.

La enseñanza del número entero a través de la resolución de problemas como introducción a la noción del mismo, no se presentan en todos los libros de textos, existen diferentes tendencias durante su enseñanza (Gonzales, 1999); por extensión de la aritmética, por construcción conjuntista, a través de la recta numérica y a través de situaciones concretas, siendo la última de ellas en la cual se enmarca la resolución de problemas como método para la enseñanza, mediante la contextualización y distintas concepciones que se pueden presentar en torno a un determinado objeto matemático.

Las tendencias antes mencionadas se presentan en los libros de textos escolares, algunas veces interactuando entre ellas, siendo los casos en los cuales no se presenta dicha interacción, o la falta de alguna de ellas, escenarios del surgimiento de obstáculos epistemológicos, dado que, la enseñanza de todo objeto matemático requiere de la selección y ordenación de un determinado número de nociones, y que la contextualización juega un rol decisivo para que los estudiantes puedan apropiarse de ellas, además del limitado tiempo del que disponen los docentes en el año electivo, la selección, ordenación y contextualización de las nociones a enseñar, será apresurada, dificultando el aprendizaje de los estudiantes (Cid, 2000, P.2).

La consolidación del número entero como un objeto matemático resulto de un proceso largo y complejo, que, desde el momento en el cual fue descubierto, se rechazó por su aparente imposibilidad de relacionarse con la cotidianidad. Un estudiante que se vea obligado a memorizar las diferentes concepciones que conforman al concepto de número entero, caerá inevitablemente en un proceso de memorización que entorpecerá considerablemente su aprendizaje (Bachelard, 1985).

Frente a lo anterior, autores como Glaeser (1981) (citado en Cid, 2000) manifiestan algunos obstáculos epistemológicos que giran en torno a su tardío desarrollo histórico:

- Falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas. Se refiere a casos en los que se presenta una adquisición de la regla de los signos, sin el reconocimiento de los números negativos, como puede observarse en la obra de Diofanto.
- Dificultades para dar sentido a las cantidades negativas aisladas. Se alude a la complejidad que se presenta cuando se quiere encontrar la presencia de los números negativos en la cotidianidad, llevando a darle una existencia ficticia, como es el caso de matemáticos como D'Alembert, Carnot y, posiblemente Descartes.
- Dificultad para unificar la rectar real. Se manifiesta la resistencia para la unificación de los números negativos y positivos, pues estos son presentados como opuestos,
- La ambigüedad de los dos ceros. Se presentan las dificultades que matemáticos como Stevin, McLaurin, D'Alembert, Carnot, Cauchy y,

quizá, Euler y Laplace, para pasar de un cero que represente la nada, a un cero que represente la ausencia de magnitud, a un cero que como punto de origen determinado arbitrariamente. Además, se manifiesta la resistencia de aquellos matemáticos que no admitían los números negativos como meros artificios de cálculo, sino como cantidades reales, a concebir la existencia de una cantidad que representara menos que nada.

- El estancamiento en el estadio de las operaciones concretas. Se indica la dificultad que presenta cuando se intenta comprender su estructura multiplicativa, tras la superación de los obstáculos anteriores y concebir los números enteros como cantidades reales con una estructura aditiva. Este obstáculo fue superado gracias al trabajo de Hankel en 1867, con su propuesta de prolongar la multiplicación de los números reales positivos a los números reales.
- Deseo de un modelo unificador. Se determina como la necesidad de establecer un modelo que pueda explicar la estructura aditiva y multiplicativa de los números enteros, contribuyendo a la problemática que se genera bajo el mecanismo de enseñanza de los números enteros que se basen en deudas o ganancias, si bien explican exitosamente la estructura aditiva, se convierte en un obstáculo para la comprensión de la estructura multiplicativa.

Es este sentido, la epistemología del número entero sugiere una naturaleza de carácter puramente formal, que, a su vez, plantea una necesidad producida a partir del trabajo con procesos netamente aritméticos, que generalmente es evadida por los docentes, negando al estudiante la oportunidad de observarla, analizarla y, posteriormente, aprender de ella. Frente a lo cual, surge la cuestión sobre la posibilidad de enfrentar al estudiante con dicha necesidad y los resultados positivos, a nivel didáctico, que dicha acción pueda generar (Gonzales, 1999, P.149).

Tratar de explicar la aplicación y utilidad de los números enteros por medio de ejemplos que hagan alusión al manejo de dinero, altitud, temperatura, etc., resulta un ejercicio común entre la comunidad docente. Dicho ejercicio se desenvuelve con facilidad durante la enseñanza de la suma y resta de los números enteros, puesto que, para los estudiantes resulta conveniente aludir la palabra "negativo" a hechos no beneficiosos, y la palabra "positivo" a hechos beneficiosos, sin embargo, al mismo tiempo, se está comenzando a dificultar el aprendizaje de las demás operaciones por parte de los estudiantes (Bachelard, 1985).

Relacionar las operaciones de suma y resta en los números enteros con situaciones de manejo de dinero, altitud, temperatura, etc., puede mostrar buenos resultados, pero, en el momento en el que el estudiante tenga que interpretar las demás operaciones, presentara confusiones, en situaciones en las que tenga que multiplicar cantidades con diferente signo, o, justificar procesos de operación que incluyan paréntesis.

La compresión de los números enteros presupone un nivel de abstracción superior, dado que muchas nociones afines a este objeto matemático no se logran visualizar en las prácticas cotidianas, se presenta una dualidad en el momento de comprender la enseñanza y el aprendizaje de los números enteros, la cual consiste en la orientación que tome la relación entre lo formal y lo real, ya sea del paso de lo real a lo formal, o en el sentido contrario. Dicha dualidad da pie a perspectivas que por sí solas sugieren dificultades, al ser una imposibilitadita de procesos de abstracción y la otra esterilizadora de los procesos de abstracción.

En relación con lo anterior, Gonzales (1999), propone obstáculos epistemológicos que surgen a partir de la dualidad existente en el momento de entender la enseñanza y el aprendizaje de los números enteros:

> Por lo habitual en la enseñanza de los números enteros no ha sido el provocar el conflicto sino el evitarlo, con lo que las concepciones ingenuas de la aritmética práctica han seguido vigentes y los números enteros se han visto reducidos a un formalismo vacío, y estos son los obstáculos que impiden el conocimiento de los números enteros. (P. 45)

Bajo la propuesta de Gonzales (1999) se determinan obstáculos epistemológicos que surgen del intento por contrarrestar las diferentes dificultades que se presentaron a lo largo de la historia en torno al concepto de número entero:

- La aritmética práctica. Lo real como obstáculo. Esta serie de obstáculos epistemológicos nacen de la profunda creencia que hasta el siglo XIX predomino en las matemáticas, y era que estas describían y demostraban verdades del mundo. Por lo anterior, se establecen una serie de ideas respecto al número entero que deben ser superadas:
    - El número como expresión de cantidad.
    - La suma como aumento.

- La multiplicación como aumento.
- La sustracción como disminución.
- La división como división natural.
- El orden entre los negativos es el mismo que el orden natural.
- Identificación de los símbolos literales con números positivos.

- La imposición de lo formal como obstáculo. La exclusión de todo contenido real de la teoría convergió en obstáculos epistemológicos, pues, las matemáticas se redujeron a un formalismo vacío, carentes de toda intuición, imposibilitando la génesis de nuevos conocimientos. Estos obstáculos epistemológicos se presentan en lugares como:
    - En el manejo del orden lineal.
    - Las reglas de cálculo como formalismo vacío.
    - Los enteros estudiados y olvidados.

Estos obstáculos epistemológicos manifiestan la importancia de un proceso de enseñanza que comience desde la exhortación de la reflexión sobre la extensión de los números naturales a los números enteros, a través de situaciones problemas que permitan desarrollar nociones en un orden coherente, permitiendo, además, el desarrollo de esquemas formales en torno a los números enteros y sus propiedades por medio de procesos de abstracción.

3.3. Dimensión matemática del número entero

En este apartado del trabajo se toma en consideración la importancia de los aspectos netamente matemáticos que fundamentan la construcción del número entero mediante procesos axiomáticos, de demostración y razonamientos propios de las corrientes filosóficas Formalista y Logicista.

3.3.1. Axiomas fundamentales de los números enteros

Axioma 0. Existen dos funciones s, p: $Z \times Z \rightarrow Z$, las cuales nombraremos respectivamente como adición y producto. Si $(a, b) \in Z \times Z$, entonces $s(a, b) = a + b$ y $p(a, b) = a*b = ab$.

Observemos que $a + b$ y ab siendo imágenes de (a, b) bajo las funciones s y p, siguen siendo elementos únicos de Z, esto permite afirmar que Z es cerrado bajo las operaciones de adición y producto. Esta propiedad de unicidad permite afirmar que estas operaciones son bien definidas

- Si $a = b$ y $c = d$, entonces $(a, c) = (b, d)$, debido a esto $a + c = b + d$; es decir que se puede sumar un mismo entero a ambos lados de una igualdad, por lo cual $s(a, c) = s(b, d)$.
- Si $a = b$ y $c = d$, entonces $(a, c) = (b, d)$, debido a esto $a*c = b*d$; es decir que se puede multiplicar un mismo entero al lado de una igualdad, por lo cual $p(a, c) = p(b, d)$.
- S1: Si $a, b, c \in Z$, entonces $(a + b) + c = a + (b + c)$.
- P1: Si $a, b, c \in Z$, entonces $(ab) c = a (bc)$.
- S2: Si $a, b \in Z$, entonces $a + b = b + a$.
- P2: Si $a, b \in Z$, entonces $ab = ba$.

- S3: Existe un único elemento b $\in$ Z tal que a + b = a, para todo elemento a $\in$ Z. (A este elemento se le llama el *neutro* para la adición, con b = 0)
- P3: Existe un único elemento b $\in$ Z, con b $\neq$0, tal que a*b = a, para todo a $\in$ Z. (A este elemento b se le llama el *neutro* para la multiplicación, con b =1)
- S4: Si a $\in$ Z, entonces existe un único elemento –a $\in$ Z (el opuesto de a) tal que a + (-a) = 0
- P4: Sean a, b, c $\in$ Z, con a $\neq$0 tal que; ab = ac, entonces b = c (propiedad cancelativa de la multiplicación)
- P5: Si a, b, c $\in$ Z entonces a (b + c) = ab + ac (propiedad distributiva)

Teniendo en cuenta los axiomas anteriores, procederemos a demostrar algunas propiedades de Z como teoremas que se pueden deducir a partir de los axiomas presentados anteriormente.

Teorema 1: Si a, b, c $\in$ Z y $a + b = a + c$, entonces $b = c$.

Demostración

Por S4 (propiedad número 4 para la suma, enunciada anteriormente), existe –a tal que a + (-a) = 0, y 0 = (-a) + a por S2, entonces si a + b = a + c, por consiguiente tengo que (-a) + (a + b) = (-a) + (a + c), luego por S1 (-a + a) + b = (-a +a) + c. Como (-a) + a = 0 entonces tenemos que 0 + b = 0 + c, de lo que se puede concluir que b = c.

Teorema 2: Para todo a ∈ Z, se tiene que a0 = 0

Demostración:

Por S3 y P5, tengo que a0 = a (0 + 0) = a0 + a0, también tengo que a0 + 0 =0, debido a esto tengo que a0 + a0 = a0+ 0, y por el *teorema 1* esto implica que a0 = 0.

Teorema 3: Si a, b ∈ Z, entonces se cumplen las siguientes propiedades:

I. – (–a) = a

Demostración:

Por S4 tengo que si (–a) + a = 0, entonces (–a) + [– (– a)] = 0, Luego (–a) + [– (–a)] = (–a) + a, y por el *teorema 1* obtengo que – (–a) = a.

II. (–a) b = a (–b) = – (ab)

III. (–a) (–b) = ab

Demostración:

(–a) b + ab = b (–a) + ba = b (–a + a) = 0. De igual manera para la propiedad III, – (ab) + ab = 0, luego (–a) b = a (-b).

Axiomas de orden

Existe un subconjunto de Z, llamado enteros positivos y su denotación es Z^+, el cual satisface los siguientes axiomas:

- A1: Si a, b ∈ Z^+ a + b ∈ Z^+ y a*b ∈ Z^+
- A2: Dado cualquier número a ∈ Z, se cumple que a ∈ Z^+ o a = 0 o –a ∈ Z^+,

teniendo en cuenta que cuando $-a \in Z^+$ se puede afirmar que a es negativo.

Teorema 4: Si $1 \in Z$ entonces $-1 \in Z^+$ **o** $1 \in Z^+$ **:** $1 \neq 0$ por p3, entonces $-1 \in Z^+$ o $1 \in Z^+$ según A2. Entonces si $-1 \in Z^+$ **se** tiene que $(-1)(-1) = 1 \in Z^+$

Definición

Sea $a, b \in Z$; la expresión $a < b$ se lee "a es menor que b" y es equivalente a decir que $b - a \in Z^+$, además $a \leq b$ significa que $a < b$ o $a = b$;

Si $a < b$ y $b < c$ se tiene que $a < c$, $a < b < c$.

Teorema 5: Sean $a, b, c \in Z$, entonces:

I. $a \in Z+$ si y solo si $a > 0$
II. Si $a > 0$ y $b > 0$ entonces $a + b > 0$ y $ab > 0$.
III. $a > 0$ ó $a = 0$ ó $-a > 0$.
IV. $a^2 \geq 0$
V. Si $a > 0$ y $b < 0$ entonces $ab < 0$.
VI. Si $ab > 0$ y $b > 0$ entonces $a > 0$.
VII. $a > 0$ y $ab < ac$ si y solo si $b < c$.

Definición

Sea $a \in Z$, el valor absoluto de a, $|a|$ se define por:

$$|a| = \begin{Bmatrix} a, si\ a \geq 0 \\ -a, si\ a < 0 \end{Bmatrix}$$

Teorema 6: Si a, b ∈ Z, entonces:

I. $|-a| = |a|$

II. $|ab| = |a| * |b|$

III. $-|a| \leq a \leq |a|$

IV. Si $b > 0$, $|a| \leq b$, si y solo si, $-b \leq a \leq b$

V. $|a + b| \leq |a| + |b|$

Las dimensiones matemáticas, didácticas y curriculares del número entero se consideran de gran importancia debido a que estas están estructuras en los procesos de formación para los docentes de matemáticas, cada dimensión comprende un campo de investigación que aporta las concepciones que se deben tener para el quehacer de un docente de matemáticas, ya sea como investigador o docente de aula.

En el desarrollo de estas dimensiones se dilucidó algunas concepciones que MEN plantea sobre lo que se entiende por número entero y este se ha estructurado desde las dimensiones didácticas, curriculares y propiamente matemáticas del número entero, tres dimensiones que se hacen explicitas en los proyectos institucionales de los centros educativos y que, además, cobran fuerza en los procesos de enseñanza y aprendizaje puestos en acción en un aula de clases.

4. CAPÍTULO IV: Objetivos y metodología del trabajo de grado.

En este capítulo se exponen los planteamientos de los objetivos y la metodología propuesta para el desarrollo de este trabajo.

4.1. Objetivos

4.1.1. Objetivo General

- Identificar cuáles son las corrientes filosóficas presentes en los procesos de conceptualización del número entero en algunos textos escolares de la educación matemática colombiana.

4.1.2. Objetivos Específicos

- Analizar y contrastar las posturas y concepciones filosóficas sobre la naturaleza de los objetos matemáticos (profundizando en el número entero), que presentan algunos textos escolares en ciertas instituciones educativas mediante un análisis filosófico.
- Caracterizar los obstáculos históricos – epistemológicos que se encuentran en los textos escolares de algunas instituciones educativas a través de la aplicación de una rejilla de análisis.

4.2. Metodología

Este trabajo de grado es de tipo monografía, por lo que se basa en una actividad técnico-científica con el propósito de optar por el título de pregrado en Licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas, y se inscribe en la línea de Investigación de Historia de las Matemáticas. La metodología se presenta en tres etapas, planeadas de modo que nos permitan una selección de información, posterior desarrollo y aplicación de una rejilla de análisis, las cuales se describen a continuación:

4.2.1. Primera etapa.

La primera etapa consistió en la presentación de la problemática sobre la poca relevancia que algunos docentes dan a la selección de material didáctico para sus clases (en particular, libros de textos escolares de matemáticas) justificando la necesidad de afrontarla desde una perspectiva filosófica, a la cual se quiso hacer frente con el presente trabajo.

Posteriormente, se realizó la recolección y estructuración de información necesaria y suficiente sobre la historia de las matemáticas, la importancia de la filosofía de las matemáticas y la pertinencia de los análisis de textos escolares de matemáticas, con el fin de elaborar el marco conceptual para la realización del presente trabajo, sobre el cual, se consolidaron las bases necesarias para la puesta en marcha de la segunda fase, permitiéndonos así la elaboración de una rejilla de análisis que nos permitió determinar los componentes filosóficos de los libros de texto seleccionados para la realización del presente trabajo.

4.2.2. Segunda etapa.

Para la segunda etapa, a partir de la información recolectada durante la construcción del marco conceptual del presente trabajo, siguiendo las bases propuestas por Arbeláez & otros (1996), se planteó y construyo una rejilla de análisis que permitió el reconocimiento de las posturas filosóficas presentes en algunos textos escolares de matemáticas, basándonos en los pensamientos y corrientes filosóficas previamente acordadas para la realización del presente trabajo de grado.

Se establecieron dimensiones matemáticas, curriculares y didácticas con un enfoque filosófico sobre el *número entero*, con el fin de conocer las diferentes problemáticas que surgieron alrededor de la consolidación de ese concepto. Además, la rejilla de análisis, a partir de las dimensiones matemáticas y epistemológicas del *número entero* fundamentó su estructura, nutriendo así su posterior análisis.

4.2.3. Tercera etapa.

En la tercera y última etapa se seleccionaron los libros de textos escolares de Matemáticas teniendo en cuenta los resultados de una encuesta que se diseñó con el objetivo de conocer las dos editoriales más usadas por una muestra representativa de docentes de matemáticas en la ciudad de Cali, Valle del Cauca. Esto, para realizar el análisis de los diferentes pensamientos y corrientes filosóficas, además de la movilización dentro de las cuatro vías de acceso al conocimiento de los números enteros (Gonzales, 1999) presentes en dichos libros, a partir de la rejilla de análisis previamente realizada.

5. CAPÍTULO V: Análisis de los textos escolares.

A lo largo de este capítulo se presentarán los argumentos para la selección de los textos escolares a analizar, la elaboración de los criterios para el análisis de los mismos teniendo en cuenta lo presentado en los capítulos posteriores. También ilustraremos el instrumento para el análisis de estos textos que es la rejilla elaborada desde las diversas posturas filosóficas, y finalmente la aplicación de la misma en los textos elegidos.

5.1. Elección de los textos escolares para el análisis.

La elección de los libros escolares está determinada por ciertos criterios que giran en torno al valor comercial del libro y a la calidad que se espera obtener al adquirir un artículo educativo que en este caso es el texto escolar.

Uno de los criterios de selección para escoger los textos escolares son las ventas de las editoriales durante los últimos cuatro años, la cual es registrada por el MEN en asociación con la Cámara Colombiana del Libro en el catálogo de libros de la página web de Colombia Aprende[5].

Las estadísticas del libro en Colombia presentan información sobre las ventas netas de los libros escolares a nivel nacional, en estos registros de ventas también están las editoriales más reconocidas del país y las que acreditan más ventas en a nivel nacional e internacional. Los registros muestran que la venta de los libros como material didáctico viene presentando un decrecimiento desde el 2012 (15.399.154 ejemplares)

[5] Link: http://aprende.colombiaaprende.edu.co

hasta el 2015 (13.694.137 ejemplares)[6].

Por una parte, es de vital importancia aclarar que la selección de los textos escolares para el análisis está determinada por las editoriales con más ventas y los libros más populares en el mercado, como lo muestra la encuesta anual de estadística, cámara y comercio del libro. Por otra parte, también es importante tener en cuenta que los aspectos socio-económicos son factores importantes y propiamente determinantes para muchos docentes al momento de seleccionar los libros escolares.

Como se menciona en el párrafo anterior, las ventas de los libros como material didáctico han venido mostrando un decrecimiento en sus ventas a nivel nacional, por lo cual resulta importante saber cuáles son las editoriales que registran mayor venta de libros escolares a nivel nacional y también es de gran interés para la investigación actual saber qué aspectos filosóficos, históricos y didácticos ofrecen estos textos escolares siendo parte de los más vendidos. Por lo cual se tendrán en cuenta las siguientes editoriales y los siguientes libros para la aplicación de la rejilla:

- **EDITORIAL SANTILLANA S.A.** Es una de las editoriales más reconocidas y con más ventas a nivel nacional. El libro escolar que se elige para analizar tomando en cuenta los criterios anteriores de esta editorial es **SABERES MATEMÁTICAS 7.**

[6] Fuente: Encuesta anual "Estadísticas del Libro en Colombia" - Cámara Colombiana del Libro.

- **EDITORIAL NORMA S.A.** Es otra de las editoriales con grandes ventas y reconocimientos en nuestro país, el libro seleccionado para el análisis es **MATEMÁTICAS 7.**

Por otra parte, también se ha realizo una pequeña encuesta a una muestra representativa de docentes de matemáticas en instituciones educativas de la ciudad de Cali, con el objetivo cuantificar por medio de una tabla estadística cuáles son las editoriales que les proveen los textos escolares que usan, y, si son de su preferencia; ¿por qué las prefieren? El instrumento diseñado para realizar esta encuesta fue el siguiente[7]:

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

Universidad del Valle

instituto de educación y pedagogía

UN ESTUDIO FILOSÓFICO SOBRE LA NATURALEZA DE LOS NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DEL ANÁLISIS DE DOS TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICA DE SEPTIMO GRADO.

ENCUESTA SOBRE EDITORIALES DE PREFERENCIA PARA LA SELECCIÓN DE LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES

LA PRESENTE ENCUESTA TIENE COMO ÚNICO OBJETIVO SERVIR COMO MUESTRA REPRESENTATIVA PARA LA JUSTIFICACIÓN DE LA SELECCIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO (LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES) DESTINADO PARA SU ANÁLISIS EN EL MARCO DEL DESARROLLO DE UN TRABAJO DE GRADO. POR LO ANTERIOR, SE ASEGURA LA DISCRECIÓN DE LOS DATOS OBTENIDOS Y SU NO DIVULGACIÓN.

NOMBRE COMPLETO: ____

CÉDULA DE CIUDADANÍA: ____

NÚMERO DE CELULAR: ____

INSTITUCIÓN EN LA QUE LABORA: ____________________________________

[7] Nota: Los 20 resultados de los encuestados serán presentados en los anexos finales del trabajo de grado, por lo cual en esta parte del trabajo solo se pondrán los resultados mediante una tabla de frecuencia en la cual se resumirán los resultados obtenidos.

CARGO QUE DESEMPEÑA: ____

EDITORIAL DE PREFERENCIA: ____

EN EL SIGUIENTE RECUADRO INDIQUE ALGUNOS DE LOS PUNTOS FUERTES QUE ENCUENTRA EN LA EDITORIAL DE PREFERENCIA:

____
____
____
____
____

FIRMA: ______________________________

5.2. Modelo de rejilla para el análisis de libros escolares de matemáticas.

Los modelos propuestos para el análisis de los textos escolares de matemáticas son diversos, tales como el modelo del catedrático Luis Rico, el modelo de análisis planteado por Schubring, el modelo trazado por Edgar Alberto Guacaneme, para el caso colombiano por ejemplo, entre otros. Muchos de estos modelos de análisis utilizan rejillas, mientras que otros realizan observaciones cuantitativas y cualitativas para determinar los aspectos curriculares, históricos, epistemológicos, semióticos, didácticos y/o afectivos que se proponen analizar en los libros de texto escolares.

El instrumento elegido para realizar el análisis de textos escolares en esta investigación es una rejilla, debido a que esta nos permite estructurar una matriz que contenga los aspectos de mayor importancia para cumplir con los objetivos de investigación. Como se puede observar en los propósitos, esta investigación está enfocada en determinar de qué forma los textos escolares presentan e introducen al concepto de número entero, teniendo en cuenta la vital importancia de los aspectos ontológicos y epistemológicos que subyacen a cualquier objeto matemático desde el componente filosófico de las matemáticas.

De acuerdo a esto, en el diseño de la rejilla para el análisis no solo se tendrán en cuenta algunos aspectos curriculares, semióticos y didácticos, también se tendrá en cuenta el componente filosófico (corrientes y pensamientos filosóficos) que está inmerso en los objetos matemáticos y en el cual los libros de textos escolares se apoyan para la introducir, formalizar, estructurar y ejemplificar al concepto. Para detallar las características y los aspectos de mayor importancia en cada pensamiento y corriente filosófica, se presentará a continuación una matriz, la cual se estructura de la siguiente forma:

- En la columna izquierda los pensamientos filosóficos y posteriormente las corrientes filosóficas.
- En la columna derecha las características y aspectos que se consideran de mayor importancia para entender que propone cada corriente filosófica, y además, una referencia del MEN proveniente de los lineamientos curriculares en matemáticas (1998) que ayude a construir el ítem correspondiente.

Para la estructuración de la rejilla y la matriz se determinaron algunas siglas que permiten una buena síntesis de cada ítem, tanto en la rejilla de análisis como en la matriz se han delimitado las siguientes correspondencias:

- Pensamiento Platónico; **(PP)**
- Pensamiento Aristotélico; **(PA)**

- Corriente filosófica Platónica; **(CP)**
- Corriente filosófica Formalista; **(CF)**
- Corriente filosófica Logicista; **(CL)**
- Corriente filosófica Intuicionista; **(CI)**
- Corriente filosófica Constructivista; **(CC)**

*5.2.1. Matriz de contenido, corrientes filosóficas y sus concepciones***.**

PENSAMIENTOS FILOSÓFICOS Y SU CONCEPCIÓN SOBRE EL ORIGEN DE LOS OBJETOS MATEMÁTICOS.	
PENSAMIENTO PLATÓNICO; (PP)	• Los objetos matemáticos son verdades absolutas y primerizas. • Los objetos matemáticos ya están constituidos y son independientes a la realidad humana. • Para Platón las verdades matemáticas se descubren y no se inventan.
PENSAMIENTO ARISTOTÉLICO; (PA)	• Los objetos matemáticos son producto de la actividad humana y derivan de su actividad con el mundo. • Los objetos matemáticos provienen de la experiencia adquirida del hombre y sus actividades. • Los objetos matemáticos pueden ser representados mediante construcciones físicas, por lo cual también pueden entenderse como construcciones del hombre.
CORRIENTES FILOSÓFICAS Y SU CONCEPCIÓN SOBRE EL ORIGEN DE LOS OBJETOS MATEMÁTICOS.	
EL PLATONISMO; (CP)	• En esta corriente filosófica se consideran los objetos matemáticos como un sistema de verdades innatas, que además, son totalmente independientes al ser humano. • Los objetos matemáticos son inmateriales y absolutamente

	atemporales. • Los objetos matemáticos se descubren, no se inventan ni se construyen por acciones propias del hombre. • Respecto a estas características el MEN (1998) entiende que el platonismo reconoce el génesis de los objetos matemáticos como verdades propias e independientes al hombre.
EL FORMALISMO; (CP)	• Esta corriente filosófica considera que los objetos matemáticos consisten solo en axiomas, teoremas y definiciones que se unen mediante símbolos que son combinados de acuerdo con ciertas reglas preestablecidas. • En esta corriente filosófica se propone la creación de técnicas matemáticas mediante la cual se puedan probar que las matemáticas están libres y absueltas de contradicciones. • El MEN (1998) interpreta que el formalismo matemático pretende construir las matemáticas desde el razonamiento humano y considera que solamente consisten en axiomas, definiciones y teoremas como expresiones formales que se concatenan mediante símbolos y varias reglas que son preestablecidas por una comunidad matemática.
EL LOGICISMO.	• En esta corriente filosófica se consideran las matemáticas como una rama de la lógica. • Se pretende reducir los conceptos matemáticos a conceptos lógicos, mediante la “logificación de las matemáticas.” • Propone que los objetos matemáticos no son más que lógicas bien desarrolladas, y en algunos casos no son más que tratamientos lógicos de hechos observados.
EL INTUICIONISMO.	• Las matemáticas son el fruto de la elaboración que realiza la mente

	humana partiendo de lo que se percibe mediante los sentidos, también como el estudio de construcciones mentales que son generadas a partir de construcciones con los números naturales. • Parte de que las matemáticas se pueden construir y son posibles mediante la intuición. • El MEN (1998) En sus Lineamientos Curriculares afirma que el principio básico de la corriente intuicionista hace referencia a que las matemáticas se pueden construir partiendo de lo intuitivamente obtenido, de lo finito y que simplemente lo que se haya construido en ellas y a partir de ellas se realiza mediante la ayuda de la intuición.
EL CONSTRUCTIVISMO.	• Esta corriente filosófica tiene gran relación y aspectos comunes con el intuicionismo, debido a que presentan a la intuición como medio de construcción para el conocimiento matemático. La diferencia entre estas dos corrientes radica en que el constructivismo propone que el origen de los objetos matemáticos está mediante los pares (parejas) o comunidad que rodea al individuo. • Los objetos matemáticos se construyen en conjunto, y debido a esto su formalización y estructuración se debe hacer en conjunto (conocimiento-estudiantes-maestros). • Esta corriente propone que el conocimiento matemático está conectado con la vida social de los individuos en una comunidad, debido a esto los objetos matemáticos se utilizan para determinar decisiones que afectan de forma directa o indirecta su existencia. • El MEN (1998) afirma que al

	igual que en el intuicionismo los objetos matemáticos son construidos a partir de procesos mentales, y que solamente tienen existencia real los objetos que pueden construirse en un número finito de pasos. Una de las diferencias vitales que resalta el ministerio, y como ya se nombró anteriormente es que estos objetos matemáticos se deben construir en conjunto con la comunidad que rodea al individuo, aspecto que está directamente relacionado con lo propuesto en el aprendizaje significativo y la pedagogía activa.

Como complemento a lo anterior, se tomaron las cuatro vías para acceder al conocimiento matemático descritas por Gonzales (2009): Por extensión de la aritmética (Referente a la definición de los números enteros a partir de lo aprendido en grados anteriores sobre el conjunto de los números naturales), por situaciones concretas (Referente al reconocimiento de los números enteros en situaciones cotidianas), por construcción conjuntista (Referente a la demostración de las propiedades de los números enteros) y a través de la recta numérica (Referente a la definición de los números enteros a partir de participación den la construcción de la recta numérica), determinando su participación en el desenvolvimiento del libro de texto escolar, respecto a cada una de las corrientes.

Se plantea analizar la información a través de tres exposiciones de la información comunes a todos los libros de textos escolares: Definiciones textuales, Definiciones gráficas, ejemplos y ejercicios, sobre las cuales, se pretende observar a qué vía corresponde y a cuáles de las corrientes filosóficas se acerca.

5.2.2. Rejilla de análisis.

Vías de acceso al conocimiento de los números enteros			Por extensión de la aritmética					Por situaciones concretas					Por construcción conjuntista					A través de la recta numérica				
Corrientes filosóficas			CP	CF	CL	CI	CC	CP	CF	CL	CI	CC	CP	CF	CL	CI	CC	CP	CF	CL	CI	CC
Exposición	Def	Textual																				
		Gráfico																				
	Ejemplos																					

5.3. Presentación y análisis de los textos

En este apartado del trabajo se realizaron los análisis correspondientes a los textos escolares mencionados anteriormente.

5.3.1. Presentación el texto: Avanza matemática 7 (2014)

Uno de los textos seleccionados para el presente trabajo de grado teniendo en cuenta los resultados de la encuesta aplicada con el fin de conocer las editoriales de preferencia dentro de la comunidad docente es el texto Avanza Matemáticas 7 de la editorial Norma, impreso en el año 2014 en Bogotá:

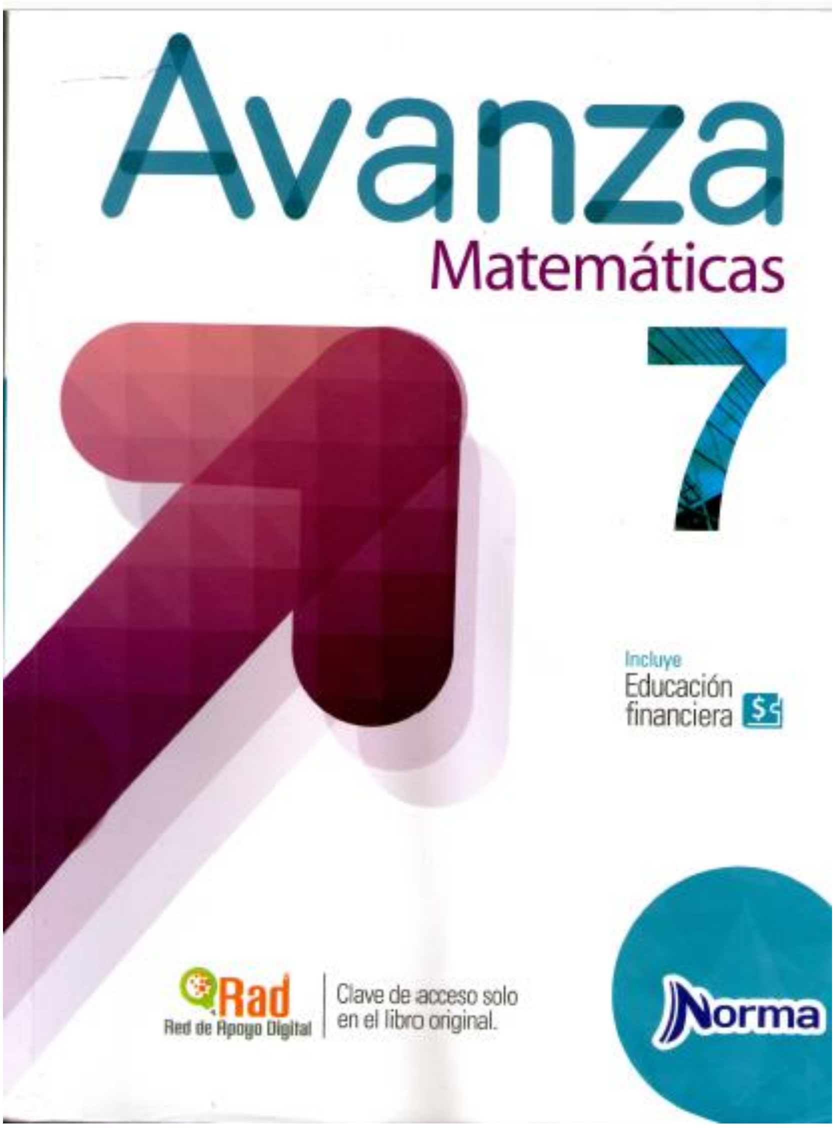


Figura 2.-Portada libro Avanza Matemáticas 7

El texto escolar se desarrolla bajo la colaboración de los siguientes autores:

- Giovanna Castiblanco Álvarez

  Maestría en Docencia de la Matemática. Universidad Pedagógica Nacional, Colombia.

- William Fernando Estrada García.

  Maestría en Educación con especialidad en Matemáticas. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, México.

- Carmen Samper de Caicedo

Master of Arts (Mathematics). University of Maryland, E.U

- Vladimir Moreno Gutiérrez.

  Maestría en Matemáticas. Universidad Nacional de Colombia, Colombia.

- Mabel Liliana Toquica Wilches

  Especialización en Matemáticas Aplicadas. Universidad Sergio Arboleda, Colombia.

- Andrés David Báez Sánchez

  Magíster en ciencias matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia.

- Soraya Padilla Chasing

  Especialidad en estadística de la Universidad Nacional de Colombia.

- Tatiana Carvajal

  Especialización en Educación Matemática. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia.

- Jorge Gilberto Gonzáles Camargo

  Especialización en Educación Matemática. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia.

- Sandra Ortiz Peña

  Maestría en Didáctica de la Matemática. Instituto Latinoamericano y del Caribe IPLAC, Cuba.

- Luz Helena Silva Calderón

  Maestría en Docencia de la Matemática. Universidad Pedagógica Nacional, Colombia.

- Nelson Eduardo Urrego Peña

Doctorado en Ciencias Pedagógicas. Universidad de Ciencias Pedagógicas Enrique José Varona, Cuba.

El texto desarrolla la temática de números enteros en la primera unidad, comenzando con una evaluación diagnostica en la página 10, prosiguiendo con el tema de números relativos y signados en la página 12, definiendo los números enteros en la página 17, presenta las respectivas operaciones de los números enteros desde la página 22 hasta la página 40, y finaliza con el tema de polinomios aritméticos en la página 45, tal como se evidencia en la siguiente figura:

Unidad 1 › Números enteros.

Figura 3.-Índice contenido de la unidad

La unidad en cuestión finaliza cada uno de los temas que desarrolla con un resumen de todo lo estudiado, como lo muestra la siguiente figura:

Resumen

Números enteros	Opuesto	Valor absoluto	Orden
El conjunto de los números enteros está formado por los enteros negativos, el cero y los enteros positivos.	El opuesto de un número entero es otro número entero tal que en la recta numérica ambos están en lados distintos de cero y a la misma distancia de este.	El valor absoluto de un número entero es la distancia que hay entre el número y cero.	El número mayor entre dos números enteros es aquel que esté más a la derecha en la recta numérica.

Tabla 2.2

Figura 4.-Resumen temática Números Enteros

5.3.1.1. Aplicación de la rejilla para el texto: Avanza matemática 7 (2014)

Vías de acceso al conocimiento de los números enteros			**Por extensión de la aritmética**					**Por situaciones concretas**					**Por construcción conjuntista**					**A través de la recta numérica**				
Corrientes filosóficas			**CP**	**CF**	**CL**	**CI**	**CC**	**CP**	**CF**	**CL**	**CI**	**CC**	**CP**	**CF**	**CL**	**CI**	**CC**	**CP**	**CF**	**CL**	**CI**	**CC**
Exposición	**Definición**	**Textual**		x					x		x								X			
		Gráfico									x								X		x	
	Ejemplos										x										x	

El texto escolar comienza la primera parte de la unidad presentando desde un acercamiento a la corriente intuicionista la noción de número entero por medio del uso de la vía de situaciones concretas, para lo cual diseña una situación que hace uso del posicionamiento de una ciudad a través de una aplicación de GPS, añadiendo información textual sobre la latitud de la misma, diciendo: “La ciudad se encuentra a 800m sobre el nivel del mar.”. En la siguiente figura se ilustra lo mencionado anteriormente:

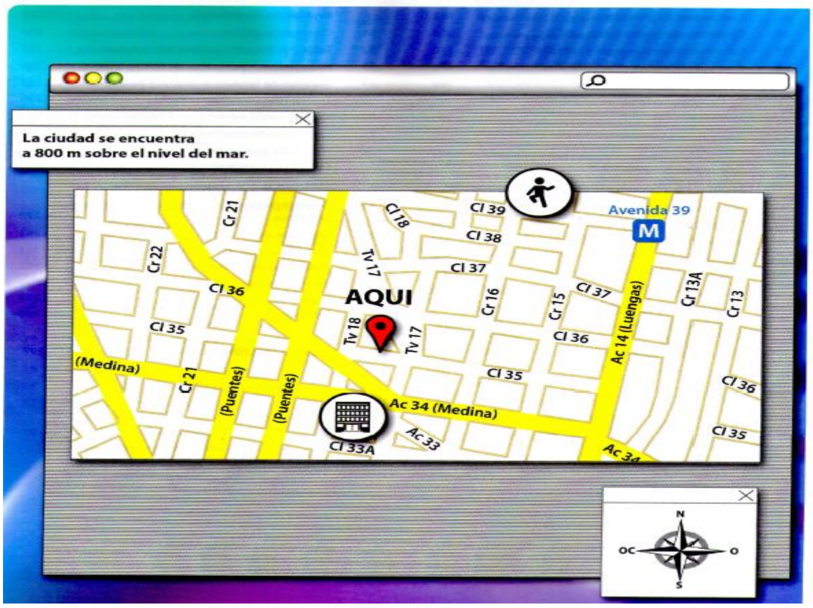
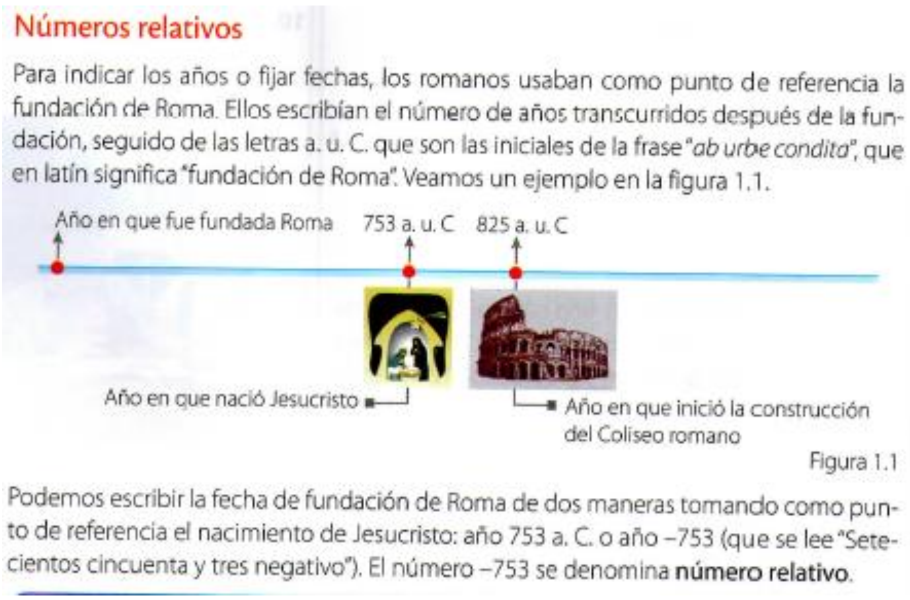


Figura 5.-Ejemplo introductorio de la unidad

Posteriormente se realiza una introducción del concepto de número entero haciendo uso de dos conceptos: *números relativos y números signados*, utilizando un problema contextualizado para soportar la definición del concepto, en los cuales se observa una inclinación hacia las corrientes intuicionista y formalista, movilizándose además por las vías de situaciones concretas y por extensión de la aritmética respectivamente, tal como se muestra en las figuras 6 y 7.



Números relativos

Para indicar los años o fijar fechas, los romanos usaban como punto de referencia la fundación de Roma. Ellos escribían el número de años transcurridos después de la fundación, seguido de las letras a. u. C. que son las iniciales de la frase "*ab urbe condita*", que en latín significa "fundación de Roma". Veamos un ejemplo en la figura 1.1.

Figura 1.1

Podemos escribir la fecha de fundación de Roma de dos maneras tomando como punto de referencia el nacimiento de Jesucristo: año 753 a. C. o año −753 (que se lee "Setecientos cincuenta y tres negativo"). El número −753 se denomina **número relativo**.

Figura 6.-Contextualización del tema de números relativos

En figura 2 se evidencia como el texto escolar introduce la noción de número entero mediante el número relativo a través de un acercamiento histórico del calendario romano, empleando como cero relativo la fundación de Roma. Posteriormente, introduce la definición formal de número relativo como la asignación de un lugar fijo a un determinado punto, tal como se muestra en la figura 3:

> La ubicación de un punto de referencia da lugar a la determinación de los **números relativos**.

Figura 7.-Definición de números relativos

Luego del planteamiento de la contextualización y la introducción de la definición formal, se brinda un soporte de lo expuesto por medio de un ejemplo que promueva la gestación de la noción referente al concepto de *número relativo*, tomando un nuevo punto de referencia y dos fechas diferentes a la anterior ubicadas en sucesos anteriores y posteriores al mismo, como se ve en la figura 8:

Figura 8.-Ejemplo del uso de números relativos

El proceso de introducción de número entero finaliza exponiendo la definición de *número signado* bajo la vía por extensión de la aritmética, orientada por la corriente del formalismo, tal como lo muestra la figura 9:

Números signados

Un **número signado** es un número acompañado por un símbolo (+) o (–). Los números signados sirven para indicar una de dos situaciones contrapuestas: subir o bajar, adelantar o retroceder, ganar o perder, tener o deber, aumentar o disminuir.

Figura 9.-Definición de números signados

La definición de *número signado* se complementa mediante dos ejemplos bajo la vía de situaciones concretas que se orientan por medio de la corriente intuicionista.

El primer ejemplo, describe el uso que se puede hacer a los *números signados* a través de una situación que implica el descenso de tres plantas de un ascensor tomando como punto de referencia el lobby del hotel, y asignando a dicha acción el signo -3, tal como se evidencia en la figura 10:

Ejemplo 2

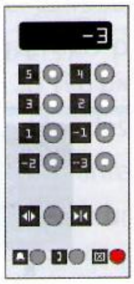


Figura 1.3

Figura 1.4

El número –3 del tablero del ascensor indica el nivel 3 del sótano de un edificio, mientras que el número +3 se usa para informar que la cesta anotada suma tres puntos al puntaje acumulado. El signo + en el número se lee positivo y el signo – en el número se lee negativo. Por ejemplo, –3 se lee "tres negativo" y +3 se lee "tres positivo".

Figura 10.-Ejemplo del uso de números signados

El segundo ejemplo, describe otro posible uso de los *números signados* en la evaluación del promedio de las ventas en un almacén de ropa, haciendo uso de los símbolos + y - para designar las ventas que superen o no respectivamente dicho promedio, tal como se evidencia en la figura 11:

Ejemplo 3

En un almacén, los ingresos por ventas son en promedio $ 8 000 000 semanales. La tabla 1.1 resume los ingresos por ventas durante las 4 semanas del primer mes del año.

Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4
$ 7 500 000	$ 8 258 000	$ 8 127 450	$ 7 274 800

Tabla 1.1

Determinemos cuánto dinero se ganó o se dejó de recibir en ese mes con respecto a las ventas promedio.

Solución

Comparemos las ventas de cada una de las 4 semanas con las ventas promedio.

Ventas de la semana	Ventas promedio	Comparación
Semana 1 $ 7 500 000	$ 8 000 000	El almacén vendió $ 500 000 menos que sus ventas promedio. Este dato podemos representarlo como –500 000.
Semana 2 $ 8 258 000	$ 8 000 000	El almacén vendió $ 258 000 más que sus ventas promedio. Este dato podemos representarlo como +258 000.
Semana 3 $ 8 127 450	$ 8 000 000	El almacén vendió $ 127 450 más que sus ventas promedio. Lo expresamos como +127 450.
Semana 4 $ 7 274 800	$ 8 000 000	El almacén vendió $ 725 200 menos que sus ventas promedio. Lo representamos como –725 200.

Tabla 1.2

Los números –500 000, +258 000, +127 450 y –725 200 indican la cantidad de dinero ganado o perdido con respecto a una cantidad fija.

Figura 11.-Ejemplo del uso de números signados

El texto escolar prosigue con la definición del concepto de número entero mediante la recta numérica, en el cual plantea un contexto donde el estudiante puede desarrollar de manera intuitiva[8] la noción de valor absoluto y numero opuesto, relacionando la recta numérica con el reflejo de una regla en un espejo. Esto con el fin de designar los números positivos como aquellos que se encuentran sobre la regla y los negativos como los que se encuentran en su reflejo, tal como se puede apreciar en la figura 12:

Julio colocó una regla sobre una mesa, de manera que el 0 coincidía con el borde inferior de un espejo ubicado perpendicularmente sobre la mesa. Él observó que cada número de la regla tenía una imagen, de modo que cada número y su imagen estaban en lados opuestos del espejo, pero a la misma distancia de éste (*ver* figura 2.1).

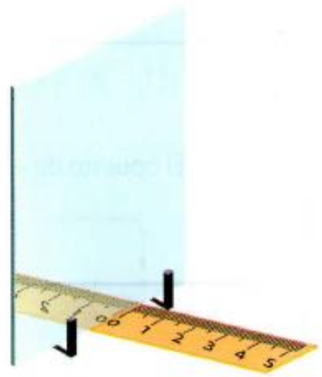


Figura 2.1

Podemos diferenciar cada número de su imagen utilizando el signo menos (−) en esta última. Además, podemos convenir en que las imágenes son las que aparecen al lado izquierdo del espejo.

La situación anterior permite entender una recta numérica como la reflexión de una semirrecta numérica con respecto a su origen. Los números naturales se denominan **enteros positivos** y están a la derecha de cero. Los opuestos de los números naturales se denominan **enteros negativos** y se encuentran a la izquierda de cero.

Figura 12.-Contextualización del tema de números enteros

Luego, se presenta una definición de número entero a través de la vía *por medio de la recta numérica,* inclinándose hacia la corriente del formalismo, estableciendo que

8 Pensamiento intuitivo desde la perspectiva de Bruner (1915), en la cual se expone el aprendizaje inconsciente del concepto por parte del individuo, a partir de la interacción con el mismo durante la resolución de situaciones problema.

los números enteros positivos se encuentran al lado derecho, el cero en medio y los números negativos al lado izquierdo de la recta numérica. La figura 8 ilustra lo anterior:

El conjunto de los **números enteros** está formado por los enteros negativos, el cero y los enteros positivos. Este conjunto se simboliza con la letra **Z**.

$$\mathbf{Z} = \{\ldots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\ldots\}$$

El conjunto de los números enteros puede representarse en una recta como la de la figura 2.2.

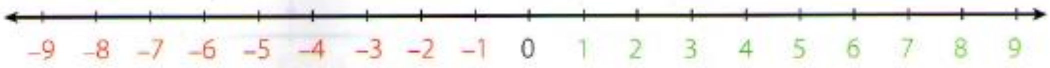


Figura 2.2

Figura 13.-Definición del conjunto de números enteros

El texto Avanza Matemática 7 presenta las operaciones de los números enteros (suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación) utilizando sus diferentes propiedades (clausurativa, conmutativa, asociativa, modulativa e invertiva) a través de la vía *por extensión de la aritmética*, mostrando, además, que estás solo se cumplen para las operaciones de suma, multiplicación y potenciación, únicamente exponiéndolas sin demostrarlas. Lo anterior se ilustra en las figuras 14 y 15:

Propiedades de la adición de números enteros

La adición de números enteros satisface las propiedades que aparecen en la tabla 3.3.

Propiedad	En símbolos	Ejemplo
Clausurativa. La suma de dos números enteros es un número entero.	Si a y $b \in \mathbf{Z}$, entonces, $a + b \in \mathbf{Z}$.	$(-72) + 12 = -60$ y $-60 \in \mathbf{Z}$
Conmutativa. La suma de dos números enteros no cambia así se cambie el orden de los sumandos.	Si a y $b \in \mathbf{Z}$, entonces, $a + b = b + a$.	$(-10) + (-33) = -43$ $(-33) + (-10) = -43$
Asociativa. La suma de tres números enteros no cambia así se agrupen de maneras diferentes.	Si a, b y $c \in \mathbf{Z}$, entonces, $a + b + c = a + (b + c) = (a + b) + c$.	$(-7) + (-2) + 8 = ((-7) + (-2)) + 8 = (-9) + 8 = -1$ $(-7) + (-2) + 8 = (-7) + ((-2) + 8) = (-7) + 6 = 1$
Modul entero mo nú **módul**		
Inverti con su		

Figura 14.-Propiedades de los números enteros a partir de la adición de los mismos.

Propiedades de la sustracción de números enteros

En la tabla 3.4 se analiza cada una de las propiedades para el caso de la sustracción.

Propiedad	Ejemplo	Conclusión
Conmutativa	$5 - 2 \neq 2 - 5$	La sustracción de números enteros **no** es
	$(5 - 7) - 2 \neq 5 - (7 - 2)$	La sustracción de números enteros no es
Modulativa	$9 - 0 = 0$, pero $0 - 9 = -9$	La sustracción de números enteros **no** es modulativa.
Invertiva	$7 - (-7) = 7 + 7 = 14$	La sustracción de números enteros **no** es invertiva.

Tabla 3.4

Figura 15.-Propiedades de los números enteros a partir de la sustracción de los mismos.

En conclusión, se puede establecer que el concepto de número entero es presentado principalmente haciendo uso de la vía *por medio de la recta numérica*, inclinándose hacia la corriente del formalismo,

Además, complementando el desarrollo del concepto mediante el uso de la vía *de situaciones concretas*, orientándose hacia la corriente intuicionista, para la introducción al concepto. En el desarrollo de la unidad no se hace uso de la vía *por construcción conjuntista*, debido a la carencia de demostraciones para las propiedades de los números enteros.

5.3.1.2. Obstáculos epistemológicos del libro Avanza matemáticas 7 (2014)

De acuerdo con los resultados de la aplicación de la rejilla de análisis propuesta para el presente trabajo de grado es posible concluir que el libro pretende conducir al estudiante por un proceso intuitivo de generación de nociones sobre el número entero, a través ejemplos en los cuales puede utilizar el mismo, y posteriormente presentar su definición formal.

El desarrollo de cada uno de los conceptos que presenta el libro de texto es constante, primero presenta una contextualización del mismo por medio de una situación concreta en la que se presenté, luego, es definido. La transición hacia el número entero comienza presentando el concepto de número relativo, posteriormente se exponen los números signados y finalmente se definen los números enteros a partir de la recta numérica.

Dado que el libro de texto escolar presenta tres de las cuatro vías de acceso al conocimiento de los números enteros, como ya se había mencionado en la página 49 del apartado 2.2 perteneciente al capítulo 2 (Dimensión didáctica) del presente trabajo de grado, presenta un escenario propicio para la presencia de obstáculos epistemológicos, tales como:

- Según Gonzales (1999). La aritmética práctica. Lo real como obstáculo. Esta serie de obstáculos epistemológicos nacen de la profunda creencia que hasta el siglo XIX predomino en las matemáticas, y era que estas describían y demostraban verdades del mundo.
- Omisión de la *vía de acceso al conocimiento matemático por construcción conjuntista*, en concordancia a esto se presentan algunas de las propiedades de los números enteros sin sus respectivas demostraciones, como se puede ver en las figuras 14 y 15, generando dificultades en los futuros procesos de formalización de los estudiantes, dado que estos verán carente de sentido las definiciones formales y presentaran dificultades para relacionarlas con otras definiciones formales (Gonzales, 1999).

Además, en cada uno de los conceptos precedentes al concepto de numero entero y él mismo en la unidad objeto de análisis del presente trabajo de grado, el paso de la contextualización a la definición se realiza apresuradamente sin establecer una conexión, lo cual, según Cid (2000), dificultara el aprendizaje de los estudiantes, tales como:

- Dificultades para dar sentido a las cantidades negativas aisladas. Se alude a la complejidad que se presenta cuando se quiere encontrar la presencia de los números negativos en la cotidianidad, llevando a darle una existencia ficticia, como es el caso de matemáticos como D'Alembert, Carnot y, posiblemente Descartes.
- Dificultades para dar sentido a las cantidades negativas aisladas. Se alude a la complejidad que se presenta cuando se quiere encontrar la presencia de los números negativos en la cotidianidad, llevando a darle una existencia ficticia, como es el caso de matemáticos como D'Alembert, Carnot y, posiblemente Descartes.

La presentación de los números enteros como los compuestos por los números naturales y sus opuestos (ver figura 12), dificultará la unificación de la recta real, tal como se puede observar en Cid (2000), los estudiantes se resistirán a unificarlos dentro de una misma recta pues estos son contrarios. Asimismo, la definición de número signado precedente al concepto de número entero expone los números acompañados del sigo + y del signo – como representantes de avances o retrocesos, ascensos o descensos, ganancias o deudas, respectivamente, obstaculizando la comprensión de la estructura multiplicativa, a partir de lo anterior se presenta el siguiente obstáculo:

- Deseo de un modelo unificador. Se determina como la necesidad de establecer un modelo que pueda explicar la estructura aditiva y multiplicativa de los números enteros, contribuyendo a la problemática que se genera bajo el mecanismo de enseñanza de los números enteros que se basen en deudas o ganancias, si bien explican exitosamente la estructura aditiva, se convierte en un obstáculo para la comprensión de la estructura multiplicativa.

En conclusión, el libro posee una inclinación a la corriente intuicionista y la corriente formalista, movilizándose únicamente por tres de las cuatro vías de acceso al conocimiento de los números enteros (por extensión de la aritmética, por situaciones concretas y por medio de la recta numérica), lo cual genera un escenario propicio para la presencia de obstáculos epistemológicos en los estudiantes, privándolos del conocimiento de las propiedades inherentes a los números enteros, obstaculizando futuros procesos de demostración matemática de los números reales (Gonzales, 1999).

Saberes matemáticas 7 fue diseñado por los siguientes licenciados:

- Anneris del Roció Joya Vega

  Licenciada en matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Especialista en matemáticas aplicadas de la Universidad Sergio Arboleda. Magister en docencia de la matemática de la Universidad Pedagógica Nacional.

- Oscar Javier Patiño

  Licenciado en matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Especialista en gerencia comercial de la Universidad Libre de Colombia.

5.3.2. Presentación del texto Saberes matemáticas 7 (2016)

Uno de los textos escolares seleccionado para el presente trabajo de grado, teniendo en cuenta los resultados de la encuesta que se aplicó con el fin de conocer las editoriales preferidas por la comunidad docente, fue el texto Saberes matemáticas 7 de la editorial Santillana S.A.S, impreso en 2016 en Bogotá, Colombia.

- Lida Buitrago García

  Licenciada en matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional. Magister en matemáticas aplicadas de la Universidad EAFIT.

- Yamile Andrea Sabogal Reyes

  Licenciada en matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional. Inegiera eléctrica de la Universidad Nacional de Colombia. Especialista en estadística de la Universidad Nacional de Colombia.

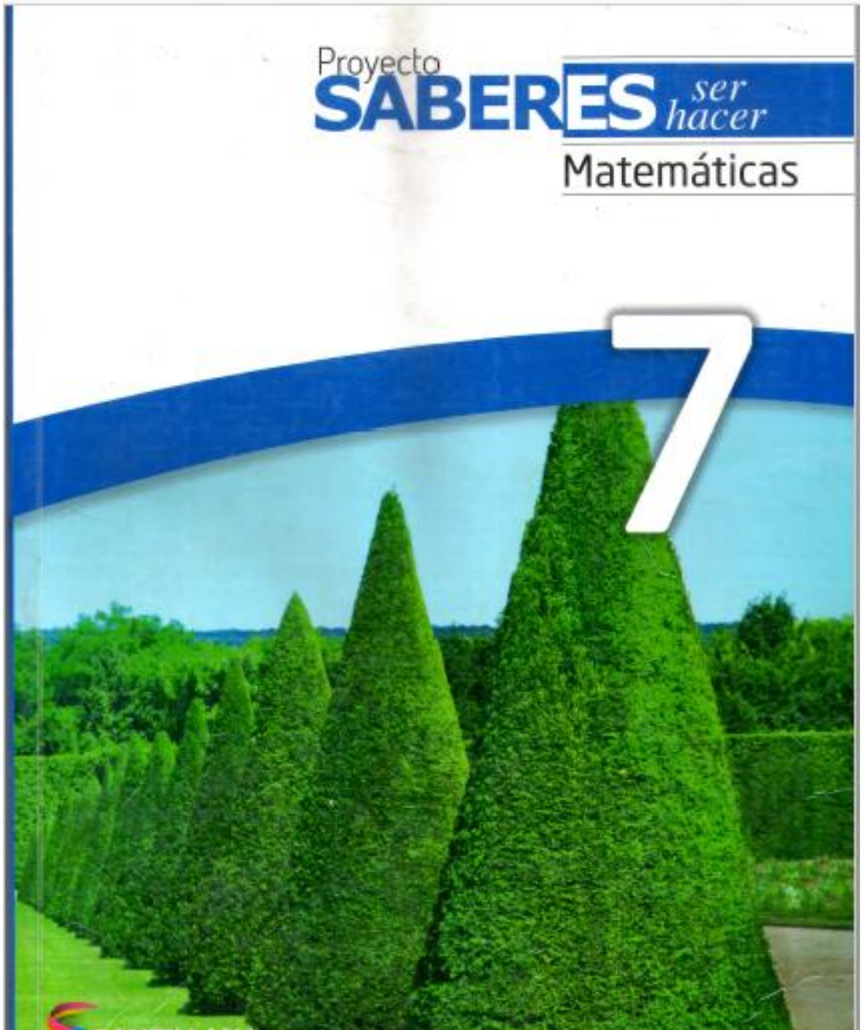


Figura 16.-Portada de Saberes Matemáticas 7

Para el desarrollo del presente trabajo de grado se tomó como foco de estudio y analisis la unidad 1 del libro en cuestión, enfocada en el pensamiento numérico y variacional, debido a que gira en torno al concepto de los números enteros, iniciando con el tema de Conjunto de los números enteros a partir de la página 10, continuando con sus respectivas operaciones en la página 20, y sus ecuaciones en la página 40, finalizando con algunas situaciones problema en la página 44, como se evidencia en la siguiente figura:

Estándares: **pensamientos numérico y variacional**

Unidad 1 Los números enteros 8

Figura 17.-índice de la temática de la unidad

La unidad 1 finaliza con un ejercicio denominado como *sintesis*, presentando un mapa conceptual incompleto, que recoge los temas principales de la unidad y solicita que se complete, tal como se muestra en la siguiente figura:

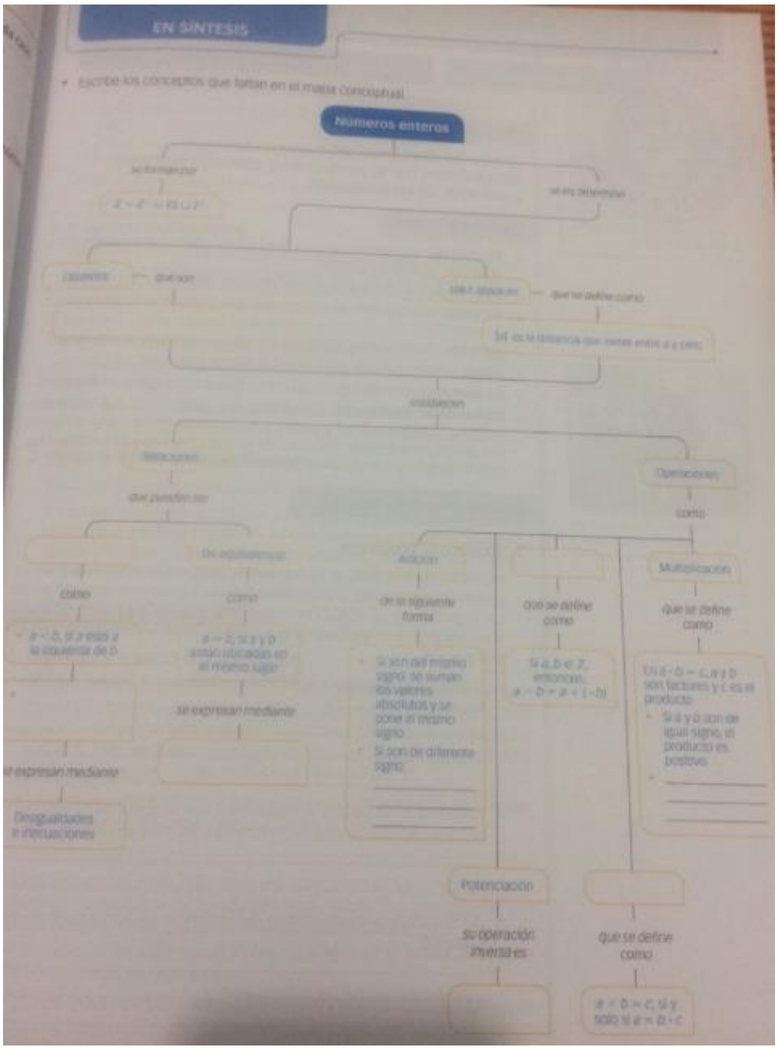


Figura 18.-Síntesis Unidad de Números enteros

5.3.2.1. Aplicación de la rejilla para el texto: Saberes matemáticas 7 (2016)

Vías de acceso al conocimiento de los números enteros			**Por extensión de la aritmética**					**Por situaciones concretas**					**Por construcción conjuntista**					**A través de la recta numérica**				
Corrientes filosóficas			**CP**	**CF**	**CL**	**CI**	**CC**	**CP**	**CF**	**CL**	**CI**	**CC**	**CP**	**CF**	**CL**	**CI**	**CC**	**CP**	**CF**	**CL**	**CI**	**CC**
Exposición	**Definición**	**Textual**		x					x		x								x			
		Gráfico									x								x			
	Ejemplos										x								x			

El texto escolar contiene la temática de los números enteros en la primera unidad, la cual comienza con la exposición que una de las utilidades que se le puede dar a los mismos se presenta en la clasificación de la temperatura, como se puede ver en a la siguiente figura:

Y esto que vas a aprender, ¿para qué te sirve?

Los números enteros son utilizados para representar la temperatura en la escala centígrada. Por ejemplo, en la clasificación que se da a un refrigerador, se tiene en cuenta la temperatura ambiente que puede afectar su rendimiento. La clase climática puede ser:

Nombre	Símbolo	Temperatura ambiente
Subnormal	SN	10 °C y 30 °C
Normal	N	16 °C y 32 °C
Subtropical	ST	18 °C y 38 °C
Tropical	T	18 °C y 43 °C

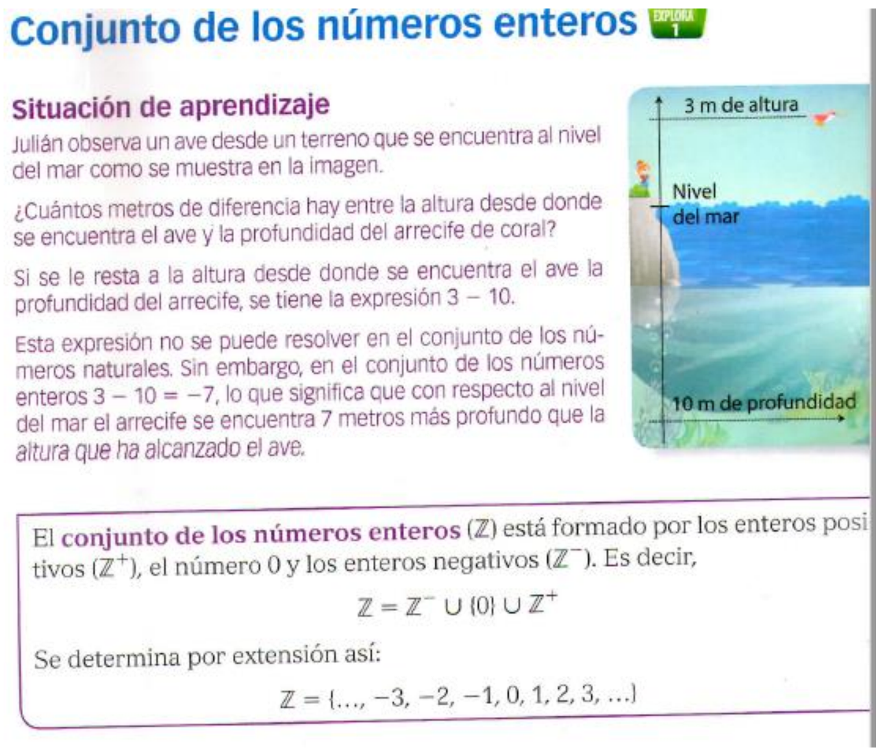
Otro parámetro importante es el número de estrellas del compartimento frío, que indica su temperatura y el tiempo que puede conservar los alimentos.

No. de estrellas	Temperatura	Conservación de alimentos
*	−6 °C	1-2 días
**	−12 °C	Hasta 3 días
***	−18 °C	Hasta 1 mes
****	−24 °C	3 o más meses

De acuerdo con la tabla anterior, ¿qué clasificación tiene el refrigerador de tu casa?

Figura 19.-Introducción de la unidad de los números enteros

El texto escolar continua el desarrollo de la unidad presentando el conjunto de los números enteros mediante una situación concreta que de manera intuitiva presenta la noción de punto de referencia en un eje coordenado, simulando una situación de observación ascendente y descendente que implica una operación de resta, aclarando que dicha situación no tiene resolución dentro del conjunto de los números naturales pero si en el conjunto de los números enteros, tal como lo muestra la siguiente figura:



Conjunto de los números enteros

Situación de aprendizaje

Julián observa un ave desde un terreno que se encuentra al nivel del mar como se muestra en la imagen.

¿Cuántos metros de diferencia hay entre la altura desde donde se encuentra el ave y la profundidad del arrecife de coral?

Si se le resta a la altura desde donde se encuentra el ave la profundidad del arrecife, se tiene la expresión $3 - 10$.

Esta expresión no se puede resolver en el conjunto de los números naturales. Sin embargo, en el conjunto de los números enteros $3 - 10 = -7$, lo que significa que con respecto al nivel del mar el arrecife se encuentra 7 metros más profundo que la altura que ha alcanzado el ave.

El **conjunto de los números enteros** ($\mathbb{Z}$) está formado por los enteros positivos ($\mathbb{Z}^+$), el número 0 y los enteros negativos ($\mathbb{Z}^-$). Es decir,

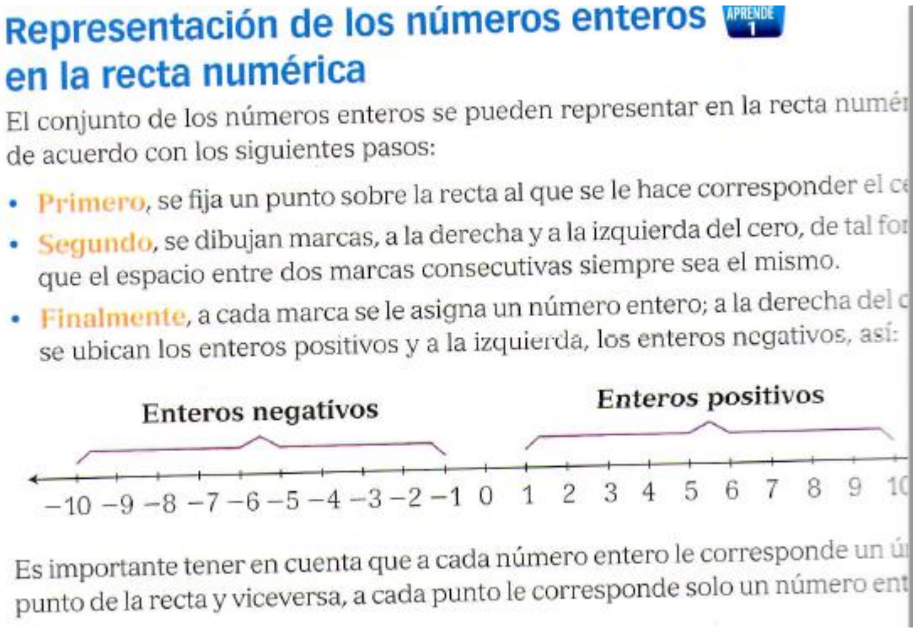
$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$

Se determina por extensión así:

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

Figura 20.-Contextualización y definición del conjunto de los números enteros

Finalmente, la unidad finaliza el tema de los números enteros con una explicación formal sobre su representación en la recta numérica, indicando que el cero siempre será el punto de referencia y a su lado izquierdo estarán los números enteros negativos y a su derecha los enteros positivos, además, complementa la explicación con la noción de correspondencia uno a uno entre los números enteros y los puntos de la recta numérica, como se puede observar en la siguiente figura:



Representación de los números enteros en la recta numérica

APRENDE 1

El conjunto de los números enteros se pueden representar en la recta numé
de acuerdo con los siguientes pasos:

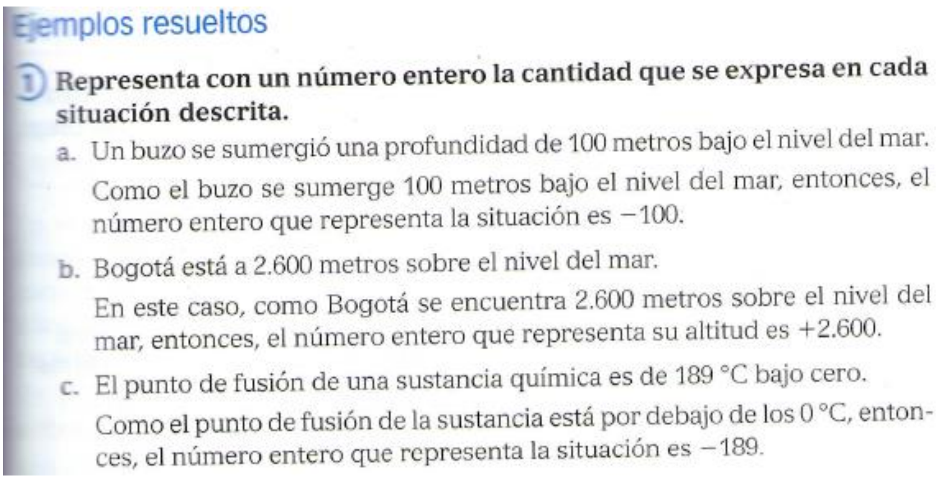
- **Primero**, se fija un punto sobre la recta al que se le hace corresponder el ce
- **Segundo**, se dibujan marcas, a la derecha y a la izquierda del cero, de tal for que el espacio entre dos marcas consecutivas siempre sea el mismo.
- **Finalmente**, a cada marca se le asigna un número entero; a la derecha del c se ubican los enteros positivos y a la izquierda, los enteros negativos, así:

Es importante tener en cuenta que a cada número entero le corresponde un ú punto de la recta y viceversa, a cada punto le corresponde solo un número ent

Figura 21.-Representación de los enteros en la recta numérica

La presentación de los números enteros se soporta a partir de ejemplos que por medio de situaciones concretas y de manera intuitiva realizan una correspondencia vi univoca de la siguiente forma y como se puede apreciar en las siguientes imágenes:

- Entre acciones que implican el ascenso o descenso, la ubicación y temperatura, y los números enteros:



Ejemplos resueltos

1. **Representa con un número entero la cantidad que se expresa en cada situación descrita.**

   a. Un buzo se sumergió una profundidad de 100 metros bajo el nivel del mar.
   Como el buzo se sumerge 100 metros bajo el nivel del mar, entonces, el número entero que representa la situación es −100.

   b. Bogotá está a 2.600 metros sobre el nivel del mar.
   En este caso, como Bogotá se encuentra 2.600 metros sobre el nivel del mar, entonces, el número entero que representa su altitud es +2.600.

   c. El punto de fusión de una sustancia química es de 189 °C bajo cero.
   Como el punto de fusión de la sustancia está por debajo de los 0 °C, entonces, el número entero que representa la situación es −189.

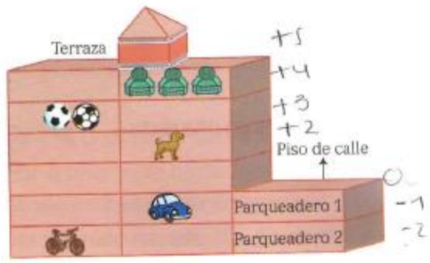
Figura 22.-Ejemplo sobre representación de los enteros en la recta numérica

- Entre las plantas de un edificio y los números enteros:

2 Determinar el número entero que representa el piso donde se encuentra cada uno de los objetos, teniendo como punto de referencia el suelo de la calle.

a. El carro y la bicicleta.

Como el punto de referencia es el suelo de la calle, este se representa con el cero. Así, el carro y la bicicleta se encuentran por debajo de cero, en los parqueaderos 1 y 2 respectivamente. Por tanto, la posición del carro se representa con el número −1 y la de la bicicleta con el número −2.



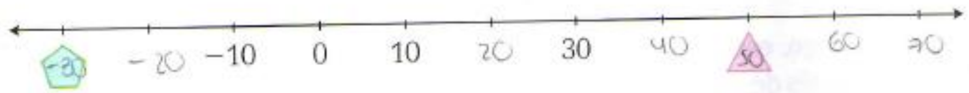
b. El perro y los asientos.

El perro y los asientos están por encima del nivel del suelo de la calle, por lo cual sus posiciones se representan con números positivos. El perro está en el siguiente nivel al suelo, y los asientos están tres niveles sobre el suelo, por tanto, los números que representan sus posiciones son +2 y +4, respectivamente.

Figura 23.-Ejemplo sobre representación de los enteros en la recta numérica

- Además, se presenta un ejemplo en el cual, a través de la recta numérica y de manera formal, se pide la correspondencia entre la recta numérica representada con intervalos de diez unidades y los números enteros, como se muestra en la siguiente figura:

3 Escribir el número entero que representan las figuras en la siguiente recta numérica.

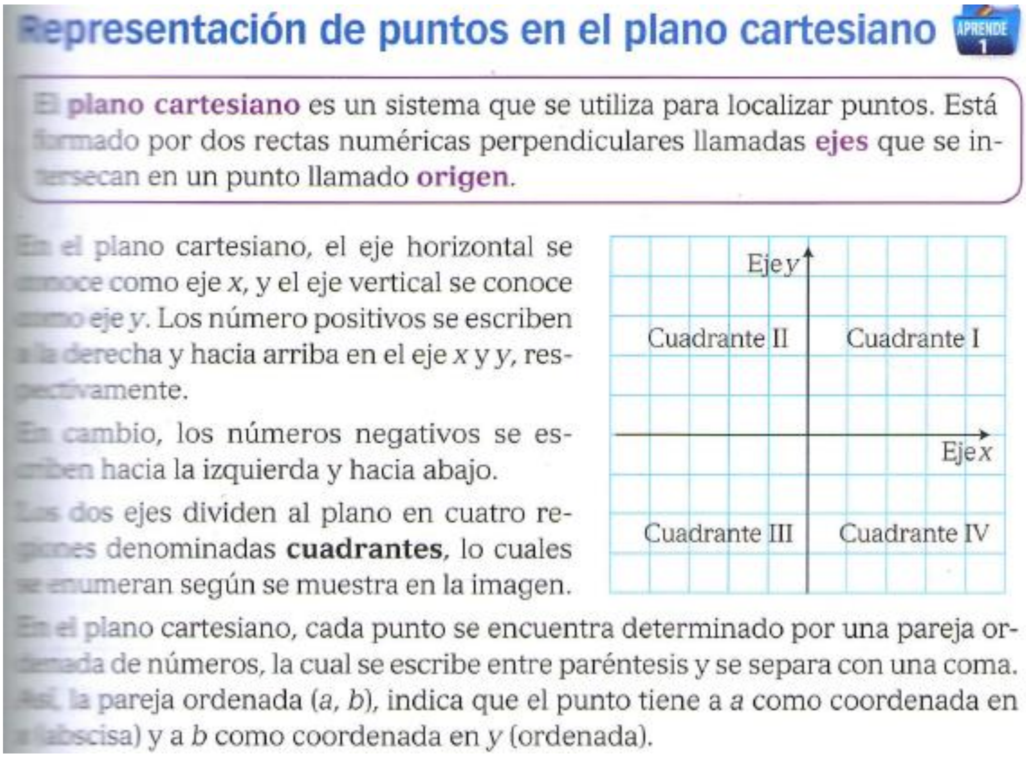


Primero, se determina la escala en la que fue trazada la recta numérica. Al observar los puntos consecutivos al cero, se puede determinar que la recta se trazó en una escala de 10 unidades entre marca y marca.

Finalmente, como el triángulo está ubicado a la derecha del cero, entonces, representa un número positivo que en este caso es +50. Además, como el pentágono está a la izquierda del cero, representa un número negativo que en este caso es −30.

Figura 24.-Ejemplo sobre representación de los enteros en la recta numérica

En continuación con el desarrollo de la unidad, el texto escolar continua con la temática de plano cartesiano, definiéndolo como un par de ejes perpendiculares que dividen el espacio en cuatro cuadrantes, estableciendo posiciones únicas a los valores negativos y positivos, en sentidos izquierda-abajo y arriba-derecha respectivamente, como se evidencia en la siguiente figura:



Representación de puntos en el plano cartesiano APRENDE 1

El **plano cartesiano** es un sistema que se utiliza para localizar puntos. Está formado por dos rectas numéricas perpendiculares llamadas **ejes** que se intersecan en un punto llamado **origen**.

En el plano cartesiano, el eje horizontal se conoce como eje *x*, y el eje vertical se conoce como eje *y*. Los número positivos se escriben a la derecha y hacia arriba en el eje *x* y *y*, respectivamente.

En cambio, los números negativos se escriben hacia la izquierda y hacia abajo.

Los dos ejes dividen al plano en cuatro regiones denominadas **cuadrantes**, lo cuales se enumeran según se muestra en la imagen.

En el plano cartesiano, cada punto se encuentra determinado por una pareja ordenada de números, la cual se escribe entre paréntesis y se separa con una coma. Así, la pareja ordenada (*a*, *b*), indica que el punto tiene a *a* como coordenada en *x* (abscisa) y a *b* como coordenada en *y* (ordenada).

Figura 25.-Definición de plano cartesiano

Además, en continuación de la temática de plano cartesiano, se presenta formalmente uno de los procesos para encontrar o ubicar un punto en el mismo, el cual es definido como “pareja ordenada de números”, cuya composición se conforma por un valor en la ordenada y otro en la abscisa. Asimismo, se expone el proceso para encontrar un punto a partir de sus valores, que en términos generales se resume en un par de “rectas horizontales” cuyo punto de intersección determina su posición en el plano. Lo anterior se puede observar en la siguiente figura:

Para representar una pareja ordenada (a, b) en el plano cartesiano se realizan los siguientes pasos:

- **Primero**, se localizan la abscisa sobre el eje x y la ordenada sobre el eje y.
- **Segundo**, se traza por a una recta vertical y por b una recta horizontal. La intersección de estas rectas representa el punto donde está ubicada la pareja (a, b).
- **Por último**, se nombra el punto con una letra mayúscula, así: $P(a, b)$, es decir, el punto P de coordenadas (a, b), como se muestra en la figura.

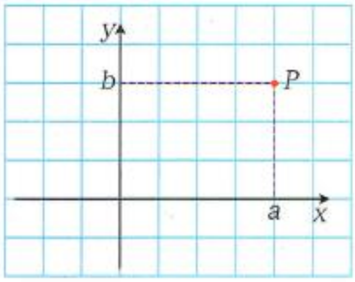


Figura 26.-Parejas ordenadas en el plano cartesiano.

Los ejemplos a partir de los cuales se apoya la temática de plano cartesiano exigen desde un acercamiento a la corriente formalista que los estudiantes identifiquen y movilicen puntos en el plano cartesiano de la siguiente manera:

- Se pide identificar la identidad de uno punto sobre el plano de cartesiano:

Ejemplos

1 **Identificar las coordenadas del punto C y el cuadrante en el que está ubicado.**

Al observar la gráfica se tiene que la coordenada en x o abscisa es -5 y la coordenada en y u ordenada es 5. Por tanto, las coordenadas del punto C son $C(-5, 5)$.

Además, se tiene que el punto C está ubicado en el segundo cuadrante del plano cartesiano. En este cuadrante las abscisas de los puntos son negativas y las ordenadas son positivas.

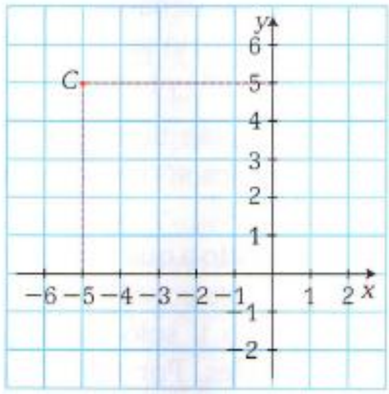


Figura 27.-Ejemplo de puntos en el plano cartesiano

- Se pide que se ubiquen los puntos que representan los vértices de un polígono en el plano cartesiano:

2 Escribir las coordenadas de los vértices del polígono *ABCDEF*.

Al observar la ubicación de los vértices del polígono en el plano cartesiano, se puede determinar que sus coordenadas son:

$$A(-2, 1),\ B(0, 2),\ C(1, 2),$$
$$D(2, -1),\ E(-1, 0),\ F(-2, -2)$$

Figura 28.-Ejemplo de puntos en el plano cartesiano

- Se pide que se movilicen los puntos ubicados en el plano cartesiano en sentido norte, sur, este y oeste:

3 Se sitúa una partícula en un punto $A(3, -1)$ en el plano cartesiano y se desplaza 4 unidades hacia el oeste, 3 hacia el norte, 2 hacia el este y 5 hacia el sur. Hacer la representación de los desplazamientos de la partícula.

Primero, se desplaza la partícula 4 unidades hacia el oeste, con lo cual la partícula quedará en el punto $B(-1, -1)$.

Segundo, se desplaza la partícula 3 unidades hacia el norte, con lo cual quedará en el punto $C(-1, 2)$.

Tercero, se desplaza la partícula 2 unidades hacia el este, con lo cual quedará en el punto $D(1, 2)$.

Finalmente, se desplaza la partícula 5 unidades hacia el sur, con lo cual quedará en el punto $E(1, -3)$, que corresponde a su posición final.

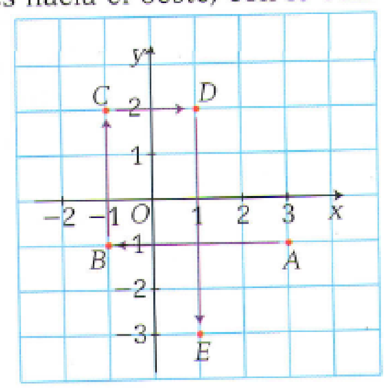
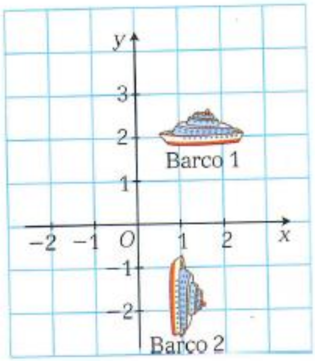


Figura 29.-Ejemplo de puntos en el plano cartesiano

- Se pide solución a una serie de preguntas en las cuales es necesario encontrar la pareja ordenada que representa cada uno de los puntos mencionados en un juego de "batalla naval":

4 Julián y Diego juegan Batalla naval guiándose con las coordenadas del plano cartesiano. En la imagen se muestra la ubicación de los barcos de Julián.



a. Si cada barco se derrumba con dos impactos, ¿qué puntos podría decir Diego para derribar el barco 1?

Según la imagen, para derribar el barco 1 es necesario que Diego mencione los puntos (1, 2) y (2, 2).

b. ¿Qué coordenadas permiten derribar el barco 2?

En la gráfica se puede observar que el barco 2 coincide con los puntos de abscisa −1 y ordenadas −1 y −2, es decir, que para derribarlo se deben mencionar los puntos (−1, −1) y (−1, −2).

c. Si Julián tiene un barco 3, ubicado 6 unidades más abajo del barco 1, ¿cuáles serían los puntos que debe mencionar Diego para derribar ese barco?

Debido a que el barco 3 está 6 unidades más abajo del barco 1, quiere decir que las coordenadas de los puntos para derribarlo son similares a las del barco 1, solo varían en sus ordenadas, ya que las abscisas permanecen iguales. Por tanto, para derribar el barco 3 Diego debe mencionar los puntos (1, −4) y (2, −4).

Figura 30.-Ejemplo de puntos en el plano cartesiano

La unidad prosigue con una presentación de números opuestos, a partir de una situación concreta que involucra el posicionamiento de dos automóviles que van en sentido opuesto y a la misma distancia del semáforo (punto de referencia). Dicha situación se ejemplifica gráficamente a través de la recta numérica, además, se define formalmente como dos números que se encuentren a la misma distancia del punto cero y posean signos diferentes. Lo anterior se evidencia en la siguiente figura:

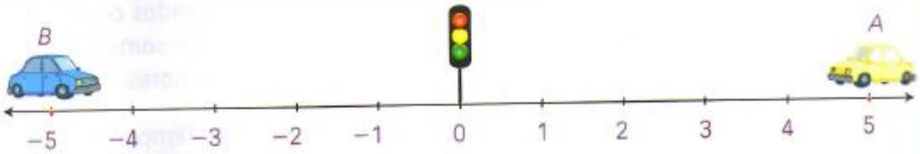
Números opuestos

Situación de aprendizaje

Dos automóviles *A* y *B* se hallan en línea recta a 5 kilómetros de un semáforo, de tal forma que *A* se encuentra hacia el este y *B* hacia el oeste. Si se representa la posición de los automóviles en una recta numérica, de modo que el semáforo esté ubicado en el punto cero, ¿qué números enteros representan la posición de los dos automóviles?

Para esta situación se tiene que el automóvil *A* está 5 km hacia el este, por esta razón se ubica a la derecha en la recta numérica y el número que representa su posición es 5.

Luego, como el automóvil *B* se encuentra 5 km hacia el oeste, se ubica a la izquierda en la recta numérica, con lo cual su posición corresponde al número −5, como se muestra a continuación.



Dos números enteros se llaman **opuestos** si están a la misma distancia de cero y tienen diferente signo. Es decir, el opuesto de a es $-a$.

Así, por ejemplo, los números −5 y 5, −100 y 100 son números opuestos porque están ubicados a la misma distancia del cero en la recta numérica, pero tienen signos diferentes.

Figura 31.-Contextualización y definición de números opuestos

Como complemento del desarrollo de la definición de números opuestos, la unidad continúa con la definición formal de Valor absoluto mediante una situación concreta basada en la distancia, específicamente, de la distancia de cualquier número a cero, como lo muestra la siguiente figura:

Valor absoluto de un número entero

El **valor absoluto** de un número entero es el número de unidades que separan a dicho número de cero, es decir, a la distancia del número respecto a cero.

Si $a \in \mathbb{Z}$, el valor absoluto de a se simboliza $|a|$ y es la distancia que existe entre a y cero. El valor absoluto de cero es cero. Es decir, $|0| = 0$.

Por ejemplo, el valor absoluto de 5 es igual al valor absoluto de −5 y es igual a 5, es decir, $|5| = |-5| = 5$, ya que 5 y −5 están a la misma distancia de 0.

Figura 32.-Definición de valor absoluto

El desarrollo del tema de números opuestos finaliza con la exposición formal de la relación entre dos números enteros cualesquiera, mediante la extensión de la aritmética, estableciendo que esta cumple una de tres condiciones: que el primero sea mayor que el segundo, que el primero sea menor que el segundo o que el primero sea igual al segundo, además, se representan dichas relaciones en una recta bajo el supuesto que el menor siempre está a la izquierda y la igualdad de dos números los sitúa en el mismo punto sobre la recta, como se puede observar en al siguiente figura:

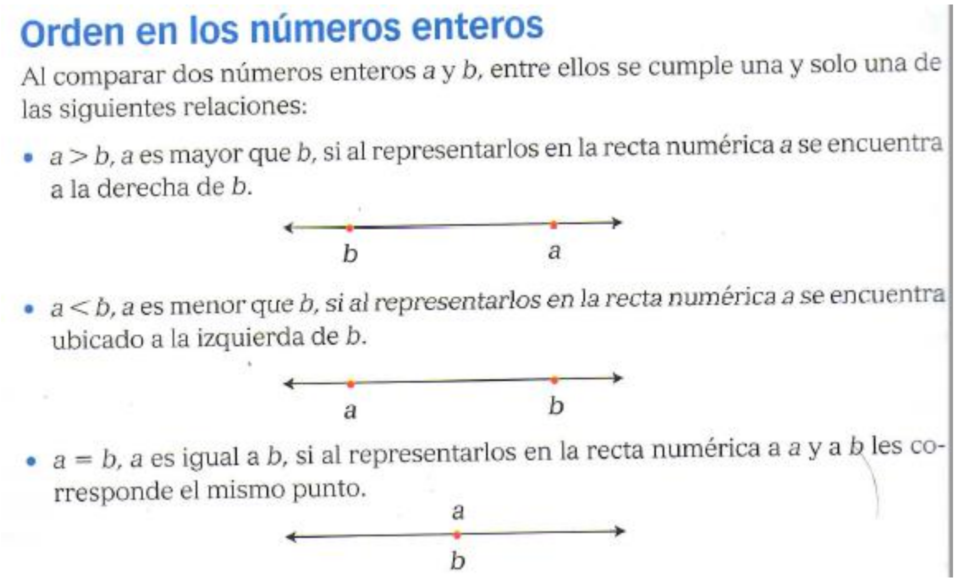
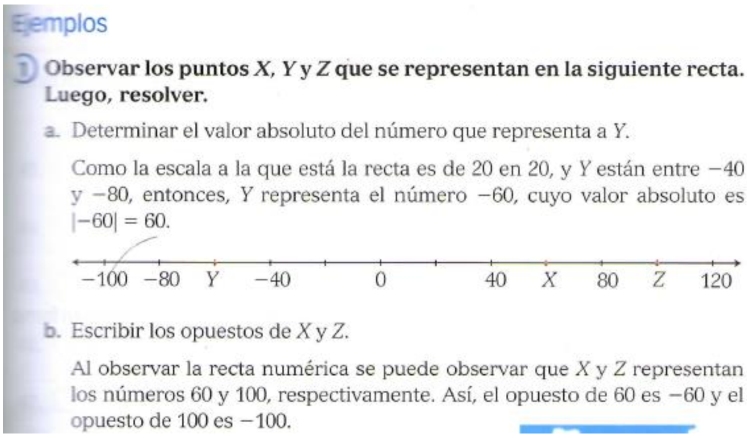


Figura 33.-Orden en los números enteros

El ejemplo para soportar el desarrollo del tema de los números opuestos consiste en una serie de preguntas fundamentadas sobre las rectas numéricas que componen el plano cartesiano, solicitando formalmente que se identifiquen puntos sobre las mismas y se establezca un orden ascendente y descendente, de la siguiente forma:

- Se pide la identificación de tres puntos sobre la recta numérica, cuyos intervalos están separados por veinte unidades y sus respectivos valores opuestos:



Ejemplos

1 Observar los puntos X, Y y Z que se representan en la siguiente recta. Luego, resolver.

a. Determinar el valor absoluto del número que representa a Y.

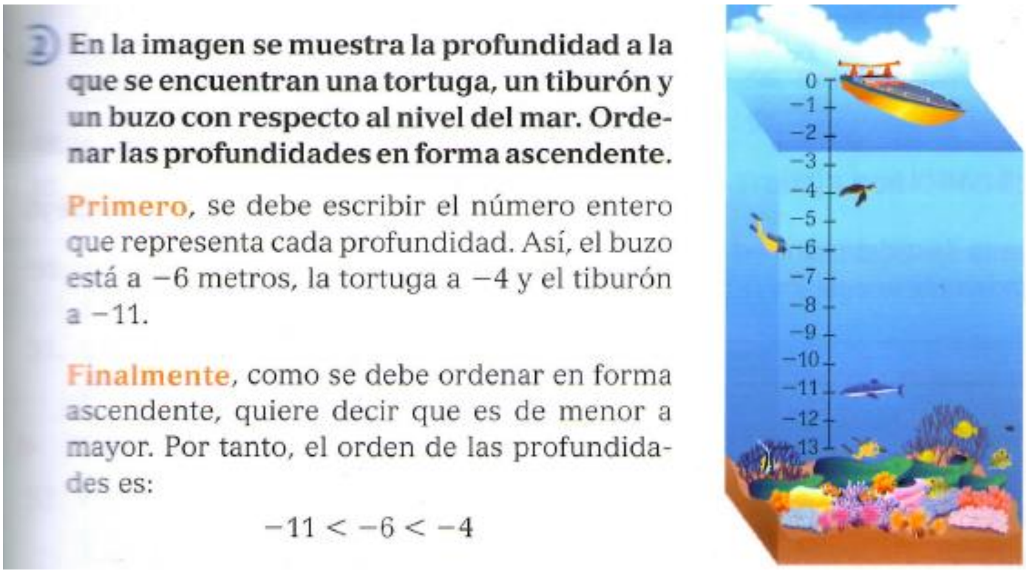
Como la escala a la que está la recta es de 20 en 20, y Y están entre -40 y -80, entonces, Y representa el número -60, cuyo valor absoluto es $|-60| = 60$.

b. Escribir los opuestos de X y Z.

Al observar la recta numérica se puede observar que X y Z representan los números 60 y 100, respectivamente. Así, el opuesto de 60 es -60 y el opuesto de 100 es -100.

Figura 34.-Ejemplo sobre orden en los números enteros

- Se pide que se determine el orden ascendente de tres valores que representan profundidades sobre la recta numérica:



2 En la imagen se muestra la profundidad a la que se encuentran una tortuga, un tiburón y un buzo con respecto al nivel del mar. Ordenar las profundidades en forma ascendente.

Primero, se debe escribir el número entero que representa cada profundidad. Así, el buzo está a -6 metros, la tortuga a -4 y el tiburón a -11.

Finalmente, como se debe ordenar en forma ascendente, quiere decir que es de menor a mayor. Por tanto, el orden de las profundidades es:

$$-11 < -6 < -4$$

Figura 35.- Ejemplo sobre orden en los números enteros

- Se ofrece un conjunto de números enteros solicitando ordenar sus elementos de mayor a menor:

3 Ordenar el siguiente conjunto de números enteros de mayor a menor

$$3, -5, 4, -4, 1, 2, -6, 20, -7$$

Primero, se debe tener en cuenta que cualquier número positivo es mayor que cualquier número negativo.

Por esta razón, los números mayores son 3, 4, 1, 2, 20, que ordenados de mayor a menor quedan como

$$20 > 4 > 3 > 2 > 1$$

Segundo, se ordenan los números negativos: $-5, -6, -7, -4$. En este caso se debe tener en cuenta que los números que son mayores son los que se encuentran más cercanos al cero. Por esta razón, los números negativos ordenados de mayor a menor quedan como $-4 > -5 > -6 > -7$.

Finalmente, se escribe todo el conjunto de números organizados de mayor a menor, es decir, en forma descendente así:

$$20 > 4 > 3 > 2 > 1 > -4 > -5 > -6 > -7$$

Figura 36.- Ejemplo sobre orden en los números enteros

- En el texto escolar, las propiedades de los números enteros se presentan como parte de las operaciones de suma y multiplicación, estableciendo su cumplimiento a través de las mismas, omitiendo aclaraciones sobre las restricciones que estas poseen sobre las operaciones de sustracción y división, omitiendo, además, sus demostraciones. Lo anterior se puede evidenciar en las siguientes imágenes:

Propiedades de la adición de números enteros

En el siguiente cuadro se plantean las propiedades que cumple la adición de números enteros.

Propiedades de la adición de números enteros	
Clausurativa	Si $a, b \in \mathbb{Z}$ se cumple que $a + b \in \mathbb{Z}$.
Conmutativa	Si $a, b \in \mathbb{Z}$ se cumple que $a + b = b + a$.
Asociativa	Si $a, b, c \in \mathbb{Z}$ se cumple que $(a + b) + c = a + (b + c)$.
Elemento neutro	Si $a \in \mathbb{Z}$ se cumple que $a + 0 = 0 + a = a$. En donde 0 es el módulo o elemento neutro de la adición.
Inverso aditivo u opuesto	Si $a \in \mathbb{Z}$ se cumple que $a + (-a) = (-a) + a = 0$. Todo número entero sumado con su opuesto da como resultado cero.

Figura 37.-Propiedades de los números enteros desde la adición

Propiedades de la multiplicación de números enteros

Las propiedades de la multiplicación de enteros se presentan en la siguiente tabla.

	Propiedades de la multiplicación de enteros
Clausurativa	Si $a, b \in \mathbb{Z}$ se cumple que $a \times b \in \mathbb{Z}$
Conmutativa	Si $a, b \in \mathbb{Z}$ se cumple que $a \cdot b = b \cdot a$
Asociativa	Si $a, b, c \in \mathbb{Z}$ se cumple que $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
Elemento neutro	Si $a \in \mathbb{Z}$ se cumple que $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$. En donde 1 es el módulo o elemento neutro de la multiplicación.
Elemento nulo	Si $a \in \mathbb{Z}$ se cumple que $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$. Todo número entero multiplicado por cero da como resultado cero.
Distributiva respecto a la suma o resta	Si $a, b, c \in \mathbb{Z}$ se cumple que: $a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c$

Figura 38.-Propiedades de los números enteros desde la multiplicación

5.3.2.2. Obstáculos epistemológicos del libro Saberes matemáticos 7 (2016)

El texto escolar tiende a acercarse a la corrientes intuicionista y formalista, movilizándose por tres de las cuatro vías de acceso al conocimiento matemático de los números enteros (por extensión de la aritmética, mediante situaciones concretas y a través de la recta numérica), a partir de lo cual, se establece dicho escenario como uno propicio para el surgimiento de obstáculos epistemológicos, como se indicó en la dimensión didáctica del presente trabajo de grado, es necesario que la temática se aborde desde las cinco corrientes filosóficas: formalismo, intuicionismo, logicista, platonista y constructivista (Cid, 2000) y se desarrolle a partir de las cuatro vías (Gonzales, 1999), en razón del cumplimiento exitoso del propósito de inclusión en el proceso de enseñanza de procesos que incluyan la teoría y puesta en práctica del conocimiento (Brousseau, 1976).

Entonces en concordancia con lo expuesto anteriormente, se expondrán a continuación los obstáculos epistemológicos identificados en el texto escolar.

La relación entre la situación concreta y la definición formal de la presentación de los diferentes conceptos expuestos en el texto escolar no es directa, no se establece una unión clara entre ambos (ver figura 19), primando los procesos de memorización, dado que los estudiantes no podrán relacionar el contexto con la definición. Además, se alude a una situación posible de la cotidianidad de los estudiantes para introducir la noción de número entero. Frente a lo cual, se identifica el posible entorpecimiento del proceso de aprendizaje expuesto por Balechelard (1985), dando paso a diferentes obstáculos epistemológicos, tales como los propuestos por Cid (2000):

- Dificultades para dar sentido a las cantidades negativas aisladas. Se alude a la complejidad que se presenta cuando se quiere encontrar la presencia de los números negativos en la cotidianidad, llevando a darle una existencia ficticia.
- Falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas. Se refiere a casos en los que se presenta una adquisición de la regla de los signos, sin el reconocimiento de los números negativos.

A continuación con el proceso de definición de número entero, el texto escolar prosigue con la definición de números opuestos, comenzando con un ejemplo en la recta numérica que presenta los números negativos como los opuestos de los números positivos para los casos en los cuales se encuentren a la misma distancia del cero (Ver figura 30), se piensa que en este sentido se puede ver entorpecido el proceso de aprendizaje de los estudiantes, cuando, analizando lo aprendido, lleguen a la conclusión de que todos los números negativos son opuestos de al menos un número positivo, ergo, todos los números negativos son opuestos de los positivos, y generando obstáculos epistemológicos como los propuestos por Cid (2000):

- Dificultad para unificar la rectar real. Se manifiesta la resistencia para la unificación de los números negativos y positivos, pues estos son presentados como opuestos.

Avanza Matemáticas 7 presenta una definición formal de las propiedades de los números enteros, sin embargo, omite las respectivas demostraciones inherentes a cada una de ellas, evadiendo la movilización del conocimiento a través de la vía por construcción conjuntista, en este sentido es posible que se entorpezca el proceso de aprendizaje de los estudiantes en tanto que estos posiblemente no comprenderán la importancia de procesos de razonamiento en matemáticas, y esto puede generar obstáculos epistemológicos como el siguiente:

- La imposición de lo formal como obstáculo. La exclusión de todo contenido real de la teoría convergió en obstáculos epistemológicos, pues, las matemáticas se redujeron a un formalismo vacío, carentes de toda intuición, imposibilitando la génesis de nuevos conocimientos.

En conclusión, el libro posee una inclinación a la corriente intuicionista y la corriente formalista, movilizándose únicamente por tres de las cuatro vías de acceso al conocimiento de los números enteros (por extensión de la aritmética, por situaciones concretas y por medio de la recta numérica), lo cual genera un escenario propicio para la presencia de obstáculos epistemológicos en los estudiantes, pensamos entonces que a ellos se les está privando del conocimiento de todas las propiedades inherentes a los números enteros, obstaculizando futuros procesos de demostración matemática de los números reales (Gonzales, 1999).

6. Conclusiones finales

Para finalizar el presente trabajo de grado, se efectuaron las siguientes consideraciones a manera de conclusión, dejando abierta la posibilidad a otras investigaciones en el mismo tema, tanto de pregrado como de postgrado, para realizar futuros aportes sobre la naturaleza de los objetos matemáticos, según las concepciones filosóficas presentes en los lineamientos curriculares de matemáticas y la importancia que puedan tener en el quehacer de un docente de matemáticas, permitiéndole, profundizar sobre la filosofía de las mismas.

6.1. Alcance de los objetivos.

- *Identificar Cuáles son las Corrientes Filosóficas presentes en los procesos de conceptualización del Número Entero en algunos textos escolares de la Educación Matemática Colombiana.*

El presente trabajo de grado permitió evidenciar la importancia que tiene para los docentes dentro de su labor educativa, el conocer y familiarizarse con las cinco corrientes filosóficas determinadas por el MEN (Formalismo, Constructivismo, Logicismo, Platonismo e Intuicionismo), en relación con la selección adecuada de los textos escolares destinados al desarrollo de sus clases, entre otros, con el propósito de anticiparse a la aparición de obstáculos epistemológicos.

Al identificar la filosofía de las matemáticas presente en dos de los textos escolares más vendidos y preferidos por docentes de matemáticas en instituciones educativas públicas y privadas de la ciudad de Cali / Valle del Cauca, se puede argumentar que estos textos escolares presentan acercamientos fuertes a dos de las cinco corrientes filosóficas propuestas en la presente investigación. Por una parte, la corriente filosófica intuicionista es predominante en los dos textos escolares, se hace presente en las introducciones a los conceptos, ejercicios, y propiedades que subyacen al concepto de número entero. Por otra parte, la corriente filosófica formalista se hace presente en la exposición de definiciones, propiedades y ejercicios, por lo cual se podría argumentar que dos de los textos escolares, más vendidos, usados y preferidos por dichos docentes, tienden a acercarse a las corrientes filosóficas intuicionistas y formalistas.

Teniendo en cuenta el análisis realizado sobre el contenido de dos textos escolares de matemáticas pertenecientes a dos de las editoriales más populares dentro de la comunidad docente, se propone que las instituciones creen guías de trabajo para docentes y alumnos, bien sea apoyándose sobre dichas editoriales, o, de otros contenidos, procurando que las guías en cuestión aborden los conceptos desde las cinco corrientes filosóficas.

Conforme con esto, se considera que es de gran importancia que el material utilizado por las instituciones puedan movilizar la conceptualización de los números enteros mediante las 5 corrientes filosóficas presentadas anteriormente, de forma que se construya el objeto matemático en conjunto o en colaboración por parte de los docentes y estudiantes, seguidamente que las introducciones a los conceptos, los ejemplos y ejercicios hagan uso de la intuición para contextualizar al estudiante en el trabajo conceptual que debe realizar. Una vez finalizado este proceso, el texto escolar debe proponer demostraciones que le exijan al estudiante hacer uso de los procesos axiomáticos, formales y demostrativos propios de las corrientes filosóficas formalistas y logicista, con el fin de que el estudiante pueda realizar una abstracción del objeto matemático y las propiedades que subyacen al mismo.

- *Analizar y contrastar las posturas y concepciones filosóficas sobre la naturaleza de los objetos matemáticos (profundizando en el número entero), que presentan algunos textos escolares en ciertas instituciones educativas mediante un análisis filosófico.*

Se alcanzó el primer objetivo específico del presente trabajo de grado, mediante la aplicación del instrumento de análisis construido previamente, se observó que las corrientes filosóficas presentes en los textos escolares Avanza Matemática 7 de la Editorial Norma S.A. y Saberes Matemáticas 7 de Editorial Santillana S.A. tienden a acercarse al intuicionismo y el formalismo de las matemáticas, además, se encontró que ambos textos escolares tienen ciertas similitudes en la estructuración de la unidad en la cual se expone el concepto de número entero.

Basándonos en la presencia de dos de las cinco corrientes filosóficas de las matemáticas y tres de las vías de acceso al conocimiento matemático de los números enteros en los textos escolares escogidos para el desarrollo del presente trabajo de grado, y, en el hecho mismo de ser lo anterior un punto de partida para la aparición de obstáculos epistemológicos en los procesos de enseñanza, se considera que la selección de los libros de textos escolares no recibe la importancia inherente a la misma.

Frente a lo anterior, se puede afirmar que la filosofía de las matemáticas ofrece parámetros para la selección adecuada de los textos escolares dentro del cuerpo docente, comenzando por la confirmación de la presencia de las cinco corrientes filosóficas antes mencionadas, además, que estas se movilicen por las cuatro vías de acceso al conocimiento matemático como una primera medida para definir al texto escolar como aceptable.

- *Caracterizar los obstáculos históricos-epistemológicos que se encuentran en los textos escolares de algunas instituciones educativas a través de la aplicación de una rejilla de análisis.*

Se dio cumplimiento al segundo objetivo específico, debido a que, mediante el análisis de las posturas filosóficas presentes en los textos escolares elegidos, se encontraron algunos obstáculos de tipo históricos, epistemológicos y didácticos, los cuales son similares en los dos textos debido a la tendencias y evasión en las mismas corrientes filosóficas y la falta de demostraciones presentes en dichos textos escolares evidencia la exclusión de la vía de acceso al conocimiento matemático de los números enteros mediante la vía de acceso al conocimiento de los números enteros por construcción conjuntista.

A través del análisis del contenido de los textos escolares seleccionados para el presente trabajo de grado desde una perspectiva filosófica de las matemáticas, fue posible determinar diferentes obstáculos epistemológicos dentro del desarrollo temático de los mismos. Por lo tanto, se evidencio la importancia de conocer las diferentes corrientes filosóficas que giran en torno a la enseñanza de las matemáticas, buscando, asimismo, que dichas corrientes se vean reflejadas en los textos escolares.

Es importante que los textos escolares de matemáticas seleccionados para las clases incluyan las cinco corrientes filosóficas de las matemáticas, igualmente, es importante que se movilice por las cuatro vías de acceso al conocimiento de los números enteros, de otro modo, se presentaran diferentes obstáculos epistemológicos, como es el caso del presente trabajo de grado.

Después de aplicar la rejilla de análisis, se determinó que los textos escolares seleccionados se movilizan por tres de las cuatro vías antes mencionadas, omitiendo la vía de acceso al conocimiento matemático de los números enteros encargada de exponer y desarrollar las propiedades de los mismos, dejando de lado procesos de razonamiento inherentes a trabajos de demostración matemática, significando además de un escenario propicio para el surgimiento de obstáculos epistemológicos, un modelo que excluye métodos de demostración en matemáticas, restándole importancia a los mismos y negándole la oportunidad a los estudiantes de familiarizarse con ellos.

Es importante que los estudiantes se familiaricen con procesos de razonamiento matemático, por lo cual, se propone que los textos escolares seleccionados para las clases se movilicen por las cuatro vías de acceso al conocimiento de los números enteros. Frente a lo anterior, y en concordancia con la propuesta antes mencionada, se propone que las instituciones creen guías de estudios para docentes y estudiantes que, además de aborden el desarrollo de los conceptos desde las cinco corrientes filosóficas de las matemáticas, se movilicen por las cuatro vías de acceso al conocimiento de los números enteros.

A modo general, los procesos de selección de textos escolares de matemáticas entre los docentes de matemáticas de la ciudad de Cali, con base en los análisis realizados sobre la aplicación de la rejilla propuesta, evidencia un déficit en la atención prestada sobre los componentes referentes a las corrientes filosóficas y las vías de acceso al conocimiento matemático de los números enteros, frente a lo cual se sugiere que todos los docentes se pregunten a si sismos, ¿Qué grado de pertinencia le estoy otorgando a la selección de los libros de texto escolares para mi clase?

El desarrollo de esta producción académica se considera como un aporte importante tanto para los docentes como para los docentes en formación, debido a que el desarrollo de las corrientes filosóficas influye directamente en la concepción que se tiene sobre los objetos matemáticos y por consiguiente en la enseñanza de las matemáticas misma. Se considera que la formación filosófica es tan importante como la formación didáctica, curricular y propiamente matemática para un docente, por lo cual, se debería ahondar más en los procesos de construcción, enseñanza y aprendizaje de los objetos matemáticos desde el campo filosófico.

A nivel de pregrado y postgrado la investigación en el campo de la filosofía de las matemáticas se presenta como un campo poco trabajado, y por lo tanto, es un campo a la espera de nuevos aportes académicos que puedan conformar un cuerpo teórico fuerte como lo es el campo de la didáctica de las matemáticas y la historia de las matemáticas. Se espera que el presente trabajo de investigación sirva de insumo y motivación a otros investigadores, estudiantes y docentes preocupados por la Educación Matemática y la Filosofía de las Matemáticas.

7. Anexos

En este capítulo se anexan los resultados de las encuestas, la tabla estadística con el respectivo análisis y las encuestas escaneadas como soporte de los datos presentados en la elección de los textos escolares para el presente trabajo de investigación.

7.1.Tabla estadística.

EDITORIAL PREFERIDA	DOCENTES ENCUESTADOS	PORCENTAJE
NORMA S.A.	10	50%
SANTILLANA S.A.	9	45%
M Y S EDITORIAL.	1	5%
TOTAL	20	100%

De acuerdo a la información expuesta en esta tabla, se observa que el 50% de los docentes encuestados mostraron inclinación por el uso de la editorial Norma S.A. por lo cual se decidió elegir el texto escolar más reciente en su producción académica para séptimo grado, el texto escolar es; Matemáticas 7 del año 2014.

Por otra parte el 45% de los encuestados tienen una inclinación hacia la editorial Santillana S.A. De esta editorial se ha elegido el último texto escolar de su producción académica para séptimo grado, el cual es Saberes Matemática 7 del año 2016. Y tan solo el 5% muestra inclinación por la editorial M y S por lo cual solo se utilizaron dos libros para el desarrollo del trabajo.

Además, se tiene en consideración que, como lo afirma la rectora Maritza Medina del colegio Comfandi el Prado, *para los más de 200 docentes de matemáticas con los cuales cuenta la institución a lo largo de todas sus sedes,* se selecciona la editorial norma.

7.2.Encuestas.

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

Universidad del Valle

instituto de educación y pedagogía

UN ESTUDIO FILOSÓFICO SOBRE LA NATURALEZA DE LOS NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DEL ANÁLISIS DE DOS TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICA DE SEPTIMO GRADO.

ENCUESTA SOBRE EDITORIALES DE PREFERENCIA PARA LA SELECCIÓN DE LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES

LA PRESENTE ENCUESTA TIENE COMO ÚNICO OBJETIVO SERVIR COMO MUESTRA REPRESENTATIVA PARA LA JUSTIFICACIÓN DE LA SELECCIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO (LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES) DESTINADO PARA SU ANÁLISIS EN EL MARCO DEL DESARROLLO DE UN TRABAJO DE GRADO. POR LO ANTERIOR, SE ASEGURA LA DISCRECIÓN DE LOS DATOS OBTENIDOS Y SU NO DIVULGACIÓN.

NOMBRE COMPLETO: Juan Esteban Calderón Talaga

CÉDULA DE CIUDADANÍA: 1007477354

NÚMERO DE CELULAR: 3194639082

INSTITUCIÓN EN LA QUE LABORA: Liceo Evangélico empresarial la Heroic

CARGO QUE DESEMPEÑA: Profesor de Matemáticas

EDITORIAL DE PREFERENCIA: Santillana

EN EL SIGUIENTE RECUADRO INDIQUE ALGUNOS DE LOS PUNTOS FUERTES QUE ENCUENTRA EN LA EDITORIAL DE PREFERENCIA:

Estructuras
conceptos
Ejemplos
Objetos matemáticos

FIRMA:

Figura 39.-Entrevista

Universidad del Valle

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

instituto de educación y pedagogía

UN ESTUDIO FILOSÓFICO SOBRE LA NATURALEZA DE LOS NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DEL ANÁLISIS DE DOS TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICA DE SEPTIMO GRADO.

ENCUESTA SOBRE EDITORIALES DE PREFERENCIA PARA LA SELECCIÓN DE LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES

LA PRESENTE ENCUESTA TIENE COMO ÚNICO OBJETIVO SERVIR COMO MUESTRA REPRESENTATIVA PARA LA JUSTIFICACIÓN DE LA SELECCIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO (LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES) DESTINADO PARA SU ANÁLISIS EN EL MARCO DEL DESARROLLO DE UN TRABAJO DE GRADO. POR LO ANTERIOR, SE ASEGURA LA DISCRECIÓN DE LOS DATOS OBTENIDOS Y SU NO DIVULGACIÓN.

NOMBRE COMPLETO: Juan Camilo Campo Jimenez

CÉDULA DE CIUDADANÍA: 1151951480

NÚMERO DE CELULAR: 300275 4350

INSTITUCIÓN EN LA QUE LABORA: Instituto Central de Comercio y Bachillerato

CARGO QUE DESEMPEÑA: Docente

EDITORIAL DE PREFERENCIA: Santillana

EN EL SIGUIENTE RECUADRO INDIQUE ALGUNOS DE LOS PUNTOS FUERTES QUE ENCUENTRA EN LA EDITORIAL DE PREFERENCIA:

Credibilidad entre la comunidad docente, buen manejo de las competencias, variedad de ejemplos y ejercicios.

FIRMA: Juan Camilo Campo

Figura 40.-Entrevista

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

Universidad del Valle

instituto de educación y pedagogía

ENCUESTA SOBRE EDITORIALES DE PREFERENCIA PARA LA SELECCIÓN DE LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES

ENCARGADOS DE LA ENCUESTA: JUAN CAMILO CAMPO JIMENEZ
HERMES ALFREDO CARABALÍ FLÓREZ

LA PRESENTE ENCUESTA TIENE COMO ÚNICO OBJETIVO SERVIR COMO MUESTRA REPRESENTATIVA PARA LA JUSTIFICACIÓN DE LA SELECCIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO (LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES) DESTINADO PARA SU ANÁLISIS EN EL MARCO DEL DESARROLLO DE UN TRABAJO DE GRADO. POR LO ANTERIOR, SE ASEGURA LA DISCRECIÓN DE LOS DATOS OBTENIDOS Y SU NO DIVULGACIÓN.

NOMBRE COMPLETO: Carlos E Jimenez Jimenez

CEDULA DE CIUDADANÍA: 1143932523

NUMERO DE CELULAR: 3114041799

INSTITUCIÓN EN LA QUE LABORA: C.E "Alfa y Omega"

CARGO QUE DESEMPEÑA: Docente de Matematicas

EDITORIAL DE PREFERENCIA: Santillana

EN EL SIGUIENTE RECUADRO INDIQUE ALGUNOS DE LOS PUNTOS FUERTES QUE ENCUENTRA EN LA EDITORIAL DE PREFERENCIA:

* Muy Practico
* Desarrolla diversos indicadores y competencias.
* Nivel de Ejercicios.

FIRMA: Carlos E Jimenez Jimenez

Figura 41.-Entrevista

Universidad del Valle

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

instituto de educación y pedagogía

ENCUESTA SOBRE EDITORIALES DE PREFERENCIA PARA LA SELECCIÓN DE LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES

ENCARGADOS DE LA ENCUESTA: JUAN CAMILO CAMPO JIMENEZ
HERMES ALFREDO CARABALÍ FLÓREZ

LA PRESENTE ENCUESTA TIENE COMO ÚNICO OBJETIVO SERVIR COMO MUESTRA REPRESENTATIVA PARA LA JUSTIFICACIÓN DE LA SELECCIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO (LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES) DESTINADO PARA SU ANÁLISIS EN EL MARCO DEL DESARROLLO DE UN TRABAJO DE GRADO. POR LO ANTERIOR, SE ASEGURA LA DISCRECIÓN DE LOS DATOS OBTENIDOS Y SU NO DIVULGACIÓN.

NOMBRE COMPLETO: Diego Esteban Gutierrez Valencia

CEDULA DE CIUDADANÍA: 1 107 093 513

NUMERO DE CELULAR: 321 892 7714

INSTITUCIÓN EN LA QUE LABORA: Academia Ágora

CARGO QUE DESEMPEÑA: Docente de Matemáticas

EDITORIAL DE PREFERENCIA: SANTILLANA

EN EL SIGUIENTE RECUADRO INDIQUE ALGUNOS DE LOS PUNTOS FUERTES QUE ENCUENTRA EN LA EDITORIAL DE PREFERENCIA:

Gran cantidad de ejemplos con un paso a paso en su solución.

FIRMA: DG

Figura 42.-Entrevista

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

Universidad del Valle

instituto de educación y pedagogía

UN ESTUDIO FILOSÓFICO SOBRE LA NATURALEZA DE LOS NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DEL ANÁLISIS DE DOS TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICA DE SEPTIMO GRADO.

ENCUESTA SOBRE EDITORIALES DE PREFERENCIA PARA LA SELECCIÓN DE LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES

LA PRESENTE ENCUESTA TIENE COMO ÚNICO OBJETIVO SERVIR COMO MUESTRA REPRESENTATIVA PARA LA JUSTIFICACIÓN DE LA SELECCIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO (LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES) DESTINADO PARA SU ANÁLISIS EN EL MARCO DEL DESARROLLO DE UN TRABAJO DE GRADO. POR LO ANTERIOR, SE ASEGURA LA DISCRECIÓN DE LOS DATOS OBTENIDOS Y SU NO DIVULGACIÓN.

NOMBRE COMPLETO: María del Socorro Andrade

CÉDULA DE CIUDADANÍA: 1130.665.376

NÚMERO DE CELULAR: 315 594 46 89

INSTITUCIÓN EN LA QUE LABORA: Instituto Camilo Torres

CARGO QUE DESEMPEÑA: Docente

EDITORIAL DE PREFERENCIA: Santillana

EN EL SIGUIENTE RECUADRO INDIQUE ALGUNOS DE LOS PUNTOS FUERTES QUE ENCUENTRA EN LA EDITORIAL DE PREFERENCIA:

La editorial Santillana en algunos de sus libros Presenta las competencias que se deben tener en cuenta a la hora de desarrollar una tematica

FIRMA: María Andrade.

Figura 43.-Entrevista

Universidad del Valle

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

instituto de educación y pedagogía

UN ESTUDIO FILOSÓFICO SOBRE LA NATURALEZA DE LOS NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DEL ANÁLISIS DE DOS TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICA DE SEPTIMO GRADO.

ENCUESTA SOBRE EDITORIALES DE PREFERENCIA PARA LA SELECCIÓN DE LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES

LA PRESENTE ENCUESTA TIENE COMO ÚNICO OBJETIVO SERVIR COMO MUESTRA REPRESENTATIVA PARA LA JUSTIFICACIÓN DE LA SELECCIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO (LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES) DESTINADO PARA SU ANÁLISIS EN EL MARCO DEL DESARROLLO DE UN TRABAJO DE GRADO. POR LO ANTERIOR, SE ASEGURA LA DISCRECIÓN DE LOS DATOS OBTENIDOS Y SU NO DIVULGACIÓN.

NOMBRE COMPLETO: Martha Henao

CÉDULA DE CIUDADANÍA: 31 574 508

NÚMERO DE CELULAR: 317 461 28 54

INSTITUCIÓN EN LA QUE LABORA: Camilo torres

CARGO QUE DESEMPEÑA: Docente

EDITORIAL DE PREFERENCIA: Santillana.

EN EL SIGUIENTE RECUADRO INDIQUE ALGUNOS DE LOS PUNTOS FUERTES QUE ENCUENTRA EN LA EDITORIAL DE PREFERENCIA:

Son textos muy completos con orientación suficiente para realizar un trabajo pedagogico pertinente y con los estudiantes

FIRMA: [firma]

Figura 44.-Entrevista

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

Universidad del Valle

instituto de educación y pedagogía

UN ESTUDIO FILOSÓFICO SOBRE LA NATURALEZA DE LOS NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DEL ANÁLISIS DE DOS TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICA DE SEPTIMO GRADO.

ENCUESTA SOBRE EDITORIALES DE PREFERENCIA PARA LA SELECCIÓN DE LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES

LA PRESENTE ENCUESTA TIENE COMO ÚNICO OBJETIVO SERVIR COMO MUESTRA REPRESENTATIVA PARA LA JUSTIFICACIÓN DE LA SELECCIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO (LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES) DESTINADO PARA SU ANÁLISIS EN EL MARCO DEL DESARROLLO DE UN TRABAJO DE GRADO. POR LO ANTERIOR, SE ASEGURA LA DISCRECIÓN DE LOS DATOS OBTENIDOS Y SU NO DIVULGACIÓN.

NOMBRE COMPLETO: Stefany Galvis Arias

CÉDULA DE CIUDADANÍA: 1107080117

NÚMERO DE CELULAR: 316 561 7136

INSTITUCIÓN EN LA QUE LABORA: Colegio Leonístico La Merced

CARGO QUE DESEMPEÑA: Docente de Matemáticas (aula)

EDITORIAL DE PREFERENCIA: Santillana.

EN EL SIGUIENTE RECUADRO INDIQUE ALGUNOS DE LOS PUNTOS FUERTES QUE ENCUENTRA EN LA EDITORIAL DE PREFERENCIA:

* la editorial tiene varias preguntas tipo pruebas Saber
* la estructura que utiliza para las actividades y las situaciones de tipo cotidiano hace que esta editorial sea de mi preferencia

FIRMA:

Figura 45.-Entrevista

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

Universidad del Valle

instituto de educación y pedagogía

UN ESTUDIO FILOSÓFICO SOBRE LA NATURALEZA DE LOS NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DEL ANÁLISIS DE DOS TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICA DE SEPTIMO GRADO.

ENCUESTA SOBRE EDITORIALES DE PREFERENCIA PARA LA SELECCIÓN DE LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES

LA PRESENTE ENCUESTA TIENE COMO ÚNICO OBJETIVO SERVIR COMO MUESTRA REPRESENTATIVA PARA LA JUSTIFICACIÓN DE LA SELECCIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO (LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES) DESTINADO PARA SU ANÁLISIS EN EL MARCO DEL DESARROLLO DE UN TRABAJO DE GRADO. POR LO ANTERIOR, SE ASEGURA LA DISCRECIÓN DE LOS DATOS OBTENIDOS Y SU NO DIVULGACIÓN.

NOMBRE COMPLETO: Camila Nieto Castro

CÉDULA DE CIUDADANÍA: 1'112.487.795

NÚMERO DE CELULAR: 3178549465

INSTITUCIÓN EN LA QUE LABORA: Colegio Parroquial Santiago Apostol

CARGO QUE DESEMPEÑA: Docente de matematicas

EDITORIAL DE PREFERENCIA: Santillana S.A.

EN EL SIGUIENTE RECUADRO INDIQUE ALGUNOS DE LOS PUNTOS FUERTES QUE ENCUENTRA EN LA EDITORIAL DE PREFERENCIA:

Los temas estan bien estructurados, de manera precisa, ejemplificando aspectos de la vida real. Adicionalmente es provechoso la existencia de una situación motivacional referente al tema a presentar

FIRMA: [signature]

Figura 46.-Entrevista

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

Universidad del Valle

instituto de educación y pedagogía

UN ESTUDIO FILOSÓFICO SOBRE LA NATURALEZA DE LOS NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DEL ANÁLISIS DE DOS TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICA DE SEPTIMO GRADO.

ENCUESTA SOBRE EDITORIALES DE PREFERENCIA PARA LA SELECCIÓN DE LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES

LA PRESENTE ENCUESTA TIENE COMO ÚNICO OBJETIVO SERVIR COMO MUESTRA REPRESENTATIVA PARA LA JUSTIFICACIÓN DE LA SELECCIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO (LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES) DESTINADO PARA SU ANÁLISIS EN EL MARCO DEL DESARROLLO DE UN TRABAJO DE GRADO. POR LO ANTERIOR, SE ASEGURA LA DISCRECIÓN DE LOS DATOS OBTENIDOS Y SU NO DIVULGACIÓN.

NOMBRE COMPLETO: Hermes Alfredo Carabali Flores

CÉDULA DE CIUDADANÍA: 1113534605

NÚMERO DE CELULAR: 3194304665

INSTITUCIÓN EN LA QUE LABORA: Instituto central de bachillerato y comercio

CARGO QUE DESEMPEÑA: Docente de matemáticas

EDITORIAL DE PREFERENCIA: Santillana

EN EL SIGUIENTE RECUADRO INDIQUE ALGUNOS DE LOS PUNTOS FUERTES QUE ENCUENTRA EN LA EDITORIAL DE PREFERENCIA:

Los libros de esta editorial construyen el concepto mediante ejemplos de tipo cotidiano contextualizando a los estudiantes y luego formalizando el concepto mediante los procesos de prueba y procedimiento demostración

FIRMA:

Figura 47.-Entrevista

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

Universidad del Valle

instituto de educación y pedagogía

UN ESTUDIO FILOSÓFICO SOBRE LA NATURALEZA DE LOS NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DEL ANÁLISIS DE DOS TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICA DE SEPTIMO GRADO.

ENCUESTA SOBRE EDITORIALES DE PREFERENCIA PARA LA SELECCIÓN DE LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES

LA PRESENTE ENCUESTA TIENE COMO ÚNICO OBJETIVO SERVIR COMO MUESTRA REPRESENTATIVA PARA LA JUSTIFICACIÓN DE LA SELECCIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO (LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES) DESTINADO PARA SU ANÁLISIS EN EL MARCO DEL DESARROLLO DE UN TRABAJO DE GRADO. POR LO ANTERIOR, SE ASEGURA LA DISCRECIÓN DE LOS DATOS OBTENIDOS Y SU NO DIVULGACIÓN.

NOMBRE COMPLETO: Luis Alfonso Calero

CÉDULA DE CIUDADANÍA: 14'988.442 Cali

NÚMERO DE CELULAR: 3206480911

INSTITUCIÓN EN LA QUE LABORA: Instituto Camilo Torres

CARGO QUE DESEMPEÑA: Docente

EDITORIAL DE PREFERENCIA: Santillana . Norma

EN EL SIGUIENTE RECUADRO INDIQUE ALGUNOS DE LOS PUNTOS FUERTES QUE ENCUENTRA EN LA EDITORIAL DE PREFERENCIA:

Editorial Norma es mas completa en lo referente a la definicion de competencias y estandares de cada unidad.

FIRMA: LACalero G.

Figura 48.-Entrevista

Universidad del Valle

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

instituto de educación y pedagogía

ENCUESTA SOBRE EDITORIALES DE PREFERENCIA PARA LA SELECCIÓN DE LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES

ENCARGADOS DE LA ENCUESTA: JUAN CAMILO CAMPO JIMENEZ
HERMES ALFREDO CARABALÍ FLÓREZ

LA PRESENTE ENCUESTA TIENE COMO ÚNICO OBJETIVO SERVIR COMO MUESTRA REPRESENTATIVA PARA LA JUSTIFICACIÓN DE LA SELECCIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO (LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES) DESTINADO PARA SU ANÁLISIS EN EL MARCO DEL DESARROLLO DE UN TRABAJO DE GRADO. POR LO ANTERIOR, SE ASEGURA LA DISCRECIÓN DE LOS DATOS OBTENIDOS Y SU NO DIVULGACIÓN.

NOMBRE COMPLETO: Pamela Volandia Arias.

CEDULA DE CIUDADANÍA: 1019103385

NUMERO DE CELULAR: 310 6587345

INSTITUCIÓN EN LA QUE LABORA: C.E. Exploradores del futuro.

CARGO QUE DESEMPEÑA: Docente matemáticas.

EDITORIAL DE PREFERENCIA: Norma, S & m.

EN EL SIGUIENTE RECUADRO INDIQUE ALGUNOS DE LOS PUNTOS FUERTES QUE ENCUENTRA EN LA EDITORIAL DE PREFERENCIA:

* La manera como desarrolla los conceptos.
* información acertada.

FIRMA: P.V.A

Figura 49.-Entrevista

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

UN ESTUDIO FILOSÓFICO SOBRE LA NATURALEZA DE LOS NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DEL ANÁLISIS DE DOS TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICA DE SEPTIMO GRADO.

ENCUESTA SOBRE EDITORIALES DE PREFERENCIA PARA LA SELECCIÓN DE LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES

LA PRESENTE ENCUESTA TIENE COMO ÚNICO OBJETIVO SERVIR COMO MUESTRA REPRESENTATIVA PARA LA JUSTIFICACIÓN DE LA SELECCIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO (LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES) DESTINADO PARA SU ANÁLISIS EN EL MARCO DEL DESARROLLO DE UN TRABAJO DE GRADO. POR LO ANTERIOR, SE ASEGURA LA DISCRECIÓN DE LOS DATOS OBTENIDOS Y SU NO DIVULGACIÓN.

NOMBRE COMPLETO: Henry Steven Gonzalez.

CÉDULA DE CIUDADANÍA: 1022379028

NÚMERO DE CELULAR: 3103361030

INSTITUCIÓN EN LA QUE LABORA: Colegio Mixto San Vicente

CARGO QUE DESEMPEÑA: Docente.

EDITORIAL DE PREFERENCIA: Norma.

EN EL SIGUIENTE RECUADRO INDIQUE ALGUNOS DE LOS PUNTOS FUERTES QUE ENCUENTRA EN LA EDITORIAL DE PREFERENCIA:

Tiene una estuctura que Favorece la comprension de los temas para los estudiantes.

FIRMA:

Figura 50.-Entrevista

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

Universidad del Valle

instituto de educación y pedagogía

UN ESTUDIO FILOSÓFICO SOBRE LA NATURALEZA DE LOS NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DEL ANÁLISIS DE DOS TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICA DE SEPTIMO GRADO.

ENCUESTA SOBRE EDITORIALES DE PREFERENCIA PARA LA SELECCIÓN DE LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES

LA PRESENTE ENCUESTA TIENE COMO ÚNICO OBJETIVO SERVIR COMO MUESTRA REPRESENTATIVA PARA LA JUSTIFICACIÓN DE LA SELECCIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO (LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES) DESTINADO PARA SU ANÁLISIS EN EL MARCO DEL DESARROLLO DE UN TRABAJO DE GRADO. POR LO ANTERIOR, SE ASEGURA LA DISCRECIÓN DE LOS DATOS OBTENIDOS Y SU NO DIVULGACIÓN.

NOMBRE COMPLETO: Blanca Estrella Londoño Murillo

CÉDULA DE CIUDADANÍA: 29.329.518 Caicedonia V.

NÚMERO DE CELULAR: 321 836 8937

INSTITUCIÓN EN LA QUE LABORA: Colegio Mixto San Vicente

CARGO QUE DESEMPEÑA: Docente Básica Primaria

EDITORIAL DE PREFERENCIA: Norma

EN EL SIGUIENTE RECUADRO INDIQUE ALGUNOS DE LOS PUNTOS FUERTES QUE ENCUENTRA EN LA EDITORIAL DE PREFERENCIA:

Desarrolla los Temas en forma sencilla pero a la vez con un buen rigor científico.
Y relaciona estos contenidos con la realidad.
Trae muchos ejercicios para resolver

FIRMA: BEd

Figura 51.-Entrevista

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

Universidad del Valle

instituto de educación y pedagogía

UN ESTUDIO FILOSÓFICO SOBRE LA NATURALEZA DE LOS NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DEL ANÁLISIS DE DOS TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICA DE SEPTIMO GRADO.

ENCUESTA SOBRE EDITORIALES DE PREFERENCIA PARA LA SELECCIÓN DE LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES

LA PRESENTE ENCUESTA TIENE COMO ÚNICO OBJETIVO SERVIR COMO MUESTRA REPRESENTATIVA PARA LA JUSTIFICACIÓN DE LA SELECCIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO (LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES) DESTINADO PARA SU ANÁLISIS EN EL MARCO DEL DESARROLLO DE UN TRABAJO DE GRADO. POR LO ANTERIOR, SE ASEGURA LA DISCRECIÓN DE LOS DATOS OBTENIDOS Y SU NO DIVULGACIÓN.

NOMBRE COMPLETO: Caterin Johana Angulo Parra

CÉDULA DE CIUDADANÍA: 1151954733

NÚMERO DE CELULAR: 3225408393

INSTITUCIÓN EN LA QUE LABORA: Instituto central de Bachillerato y Comercio

CARGO QUE DESEMPEÑA: Docente

EDITORIAL DE PREFERENCIA: Santillana

EN EL SIGUIENTE RECUADRO INDIQUE ALGUNOS DE LOS PUNTOS FUERTES QUE ENCUENTRA EN LA EDITORIAL DE PREFERENCIA:

FIRMA: Katerin Angulo P

Figura 52.-Entrevista

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

Universidad del Valle

instituto de educación y pedagogía

ENCUESTA SOBRE EDITORIALES DE PREFERENCIA PARA LA SELECCIÓN DE LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES

ENCARGADOS DE LA ENCUESTA: JUAN CAMILO CAMPO JIMENEZ
HERMES ALFREDO CARABALÍ FLÓREZ

LA PRESENTE ENCUESTA TIENE COMO ÚNICO OBJETIVO SERVIR COMO MUESTRA REPRESENTATIVA PARA LA JUSTIFICACIÓN DE LA SELECCIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO (LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES) DESTINADO PARA SU ANÁLISIS EN EL MARCO DEL DESARROLLO DE UN TRABAJO DE GRADO. POR LO ANTERIOR, SE ASEGURA LA DISCRECIÓN DE LOS DATOS OBTENIDOS Y SU NO DIVULGACIÓN.

NOMBRE COMPLETO: Jose miguel león

CEDULA DE CIUDADANÍA: 1144084115

NUMERO DE CELULAR: 3128383833

INSTITUCIÓN EN LA QUE LABORA: Colegio el Roble.

CARGO QUE DESEMPEÑA: Docente Hora Catedra.

EDITORIAL DE PREFERENCIA: Norma.

EN EL SIGUIENTE RECUADRO INDIQUE ALGUNOS DE LOS PUNTOS FUERTES QUE ENCUENTRA EN LA EDITORIAL DE PREFERENCIA:

- Amplia gama de temas.
- Buena ejemplificación y actividades en contexto
- Componente histórico.

FIRMA: José miguel león

Figura 53.-Entrevista

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

Universidad del Valle

Instituto de educación y pedagogía

UN ESTUDIO FILOSÓFICO SOBRE LA NATURALEZA DE LOS NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DEL ANÁLISIS DE DOS TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICA DE SEPTIMO GRADO.

ENCUESTA SOBRE EDITORIALES DE PREFERENCIA PARA LA SELECCIÓN DE LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES

LA PRESENTE ENCUESTA TIENE COMO ÚNICO OBJETIVO SERVIR COMO MUESTRA REPRESENTATIVA PARA LA JUSTIFICACIÓN DE LA SELECCIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO (LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES) DESTINADO PARA SU ANÁLISIS EN EL MARCO DEL DESARROLLO DE UN TRABAJO DE GRADO. POR LO ANTERIOR, SE ASEGURA LA DISCRECIÓN DE LOS DATOS OBTENIDOS Y SU NO DIVULGACIÓN.

NOMBRE COMPLETO: Alba LiLiANA Rodriguez

CÉDULA DE CIUDADANÍA: 38'868.761

NÚMERO DE CELULAR: 3178571652

INSTITUCIÓN EN LA QUE LABORA: Central de Comercio y Bachillerato

CARGO QUE DESEMPEÑA: Docente de Ciencias Naturales y Ed Ambl.

EDITORIAL DE PREFERENCIA: Ed. Norma

EN EL SIGUIENTE RECUADRO INDIQUE ALGUNOS DE LOS PUNTOS FUERTES QUE ENCUENTRA EN LA EDITORIAL DE PREFERENCIA:

Por que traen talleres a desarrollar con base en las competencias, preguntas tipo ICFes, los D.B.A y temas de aplicación practicas "Laboratorio"

FIRMA:

Figura 54.-Entrevista

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

Universidad del Valle

instituto de educación y pedagogía

UN ESTUDIO FILOSÓFICO SOBRE LA NATURALEZA DE LOS NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DEL ANÁLISIS DE DOS TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICA DE SEPTIMO GRADO.

ENCUESTA SOBRE EDITORIALES DE PREFERENCIA PARA LA SELECCIÓN DE LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES

LA PRESENTE ENCUESTA TIENE COMO ÚNICO OBJETIVO SERVIR COMO MUESTRA REPRESENTATIVA PARA LA JUSTIFICACIÓN DE LA SELECCIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO (LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES) DESTINADO PARA SU ANÁLISIS EN EL MARCO DEL DESARROLLO DE UN TRABAJO DE GRADO. POR LO ANTERIOR, SE ASEGURA LA DISCRECIÓN DE LOS DATOS OBTENIDOS Y SU NO DIVULGACIÓN.

NOMBRE COMPLETO: Nataly de los Rios Hoyos

CÉDULA DE CIUDADANÍA: 1112 485 665

NÚMERO DE CELULAR: 322 610 7102

INSTITUCIÓN EN LA QUE LABORA: Liceo ágora

CARGO QUE DESEMPEÑA: Docente del area de matematicas

EDITORIAL DE PREFERENCIA: NOrma

EN EL SIGUIENTE RECUADRO INDIQUE ALGUNOS DE LOS PUNTOS FUERTES QUE ENCUENTRA EN LA EDITORIAL DE PREFERENCIA:

La construccion de los objetos matematicos se realizan mediante situaciones cotidianas que contextualizan al estudiante en su dia a dia. La formalización de los contextos se realizan mediante algunas demostraciones de las propiedades

FIRMA: Nataly

Figura 55.-Entrevista

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

Universidad del Valle

instituto de educación y pedagogía

UN ESTUDIO FILOSÓFICO SOBRE LA NATURALEZA DE LOS NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DEL ANÁLISIS DE DOS TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICA DE SEPTIMO GRADO.

ENCUESTA SOBRE EDITORIALES DE PREFERENCIA PARA LA SELECCIÓN DE LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES

LA PRESENTE ENCUESTA TIENE COMO ÚNICO OBJETIVO SERVIR COMO MUESTRA REPRESENTATIVA PARA LA JUSTIFICACIÓN DE LA SELECCIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO (LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES) DESTINADO PARA SU ANÁLISIS EN EL MARCO DEL DESARROLLO DE UN TRABAJO DE GRADO. POR LO ANTERIOR, SE ASEGURA LA DISCRECIÓN DE LOS DATOS OBTENIDOS Y SU NO DIVULGACIÓN.

NOMBRE COMPLETO: Astrid Carolina Álvarez Cuenca

CÉDULA DE CIUDADANÍA: 1002.862.950

NÚMERO DE CELULAR: 3188491094

INSTITUCIÓN EN LA QUE LABORA: Colegio Comfacauca-Comfandi

CARGO QUE DESEMPEÑA: Docente de aula (área matemáticas)

EDITORIAL DE PREFERENCIA: Norma

EN EL SIGUIENTE RECUADRO INDIQUE ALGUNOS DE LOS PUNTOS FUERTES QUE ENCUENTRA EN LA EDITORIAL DE PREFERENCIA:

*Esta editorial facilita la estructuración del concepto mediante situaciones cotidianas que contextualizan al estudiante

*Su bajo costo comercial

*lo utilizan las instituciones educativas de comfandi

FIRMA: Carolina Alvarez

Figura 56.-Entrevista

Universidad del Valle

UNIVERSIDAD DEL VALLE
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

instituto de educación y pedagogía

UN ESTUDIO FILOSÓFICO SOBRE LA NATURALEZA DE LOS NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DEL ANÁLISIS DE DOS TEXTOS ESCOLARES DE MATEMÁTICA DE SEPTIMO GRADO.

ENCUESTA SOBRE EDITORIALES DE PREFERENCIA PARA LA SELECCIÓN DE LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES

LA PRESENTE ENCUESTA TIENE COMO ÚNICO OBJETIVO SERVIR COMO MUESTRA REPRESENTATIVA PARA LA JUSTIFICACIÓN DE LA SELECCIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO (LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES) DESTINADO PARA SU ANÁLISIS EN EL MARCO DEL DESARROLLO DE UN TRABAJO DE GRADO. POR LO ANTERIOR, SE ASEGURA LA DISCRECIÓN DE LOS DATOS OBTENIDOS Y SU NO DIVULGACIÓN.

NOMBRE COMPLETO: Vladimir Alexander Pechené Montenegro

CÉDULA DE CIUDADANÍA: 1130603618

NÚMERO DE CELULAR: 3173826064

INSTITUCIÓN EN LA QUE LABORA: Colegio San Alberto Magno

CARGO QUE DESEMPEÑA: Docente de aula de matemáticas

EDITORIAL DE PREFERENCIA: Norma

EN EL SIGUIENTE RECUADRO INDIQUE ALGUNOS DE LOS PUNTOS FUERTES QUE ENCUENTRA EN LA EDITORIAL DE PREFERENCIA:

Porque es el libro que maneja la institución educativa

FIRMA: Vladimir Pechené M.

Figura 57.-Entrevista

8. Referencias bibliográficas

Anacona, M. (2003). La historia de las matemáticas en la educación matemática. *Revista Ema*, *8*(1), 30-46.

Arbeláez, G., Arce, J., Guacaneme, E., & Sánchez, G. (2009). *El texto escolar: conceptualización y características*. Análisis de textos escolares de matemáticas.

Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. *Fascículos de CEIF*, *1*.

Bachelard, G. (1985). *La formación del espíritu científico. Contribución a un Psicoanálisis del Conocimiento Objetivo.* Recuperado el 22 de Marzo del 2017. Disponible en: (http://www.posgrado.unam.mx/musica/lecturas/LecturaIntroduccionInvestigacionMusical/epistemologia/Bachelard%20Gaston-La-formacion-del-espiritu-cientifico.pdf)

Bruno, A. (1997). *La enseñanza de los números negativos: formalismo y significado.* Recuperado el 18 de Marzo de 2017. Disponible en: (http://dmle.cindoc.csic.es/pdf/GACETARSME_2001_04_2_05.pdf).

Cárcamo, D. (2012). *Uso de los libros de texto de matemática en el proceso de enseñanza: Un análisis del caos comparado*. Universidad Pedagógica Nacional, Tegucigalpa, Honduras.

Carvajal Elejalde, Y. J., & Vega Ortiz, Y. (2014). *El concepto de función: un análisis epistemológico de algunos textos de la reforma de las matemáticas modernas y algunos textos actuales en Colombia*. Trabajo de pregrado. Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Cali Colombia.

Cid, E. (2000). *Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos.* Recuperado el 15 de Marzo de 2017, del sitio web: (http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/cangas/Negativos.pdf)

Ciro Restrepo, O. (2005). *Historia y epistemología del número.* Bogota: J.J. MULFOR.

Ferreirós, J. (1999). Matemáticas y platonismo (s). *La Gaceta de la Real Sociedad Española de Matemáticas*, *2*, 446-473.

Frege, G. (1972). *Conceptografía. Los fundamentos de la aritmética. Otros estudios filosóficos.* Trad. Hugo, Padilla, H. México: UNAM.

García, A. (2014). *El Uso del libro de texto de matemáticas en el Aula. Revisión del estado actual en cuestión*. Universidad de Granada. Facultad de Ciencias de la Educación. Grado en Educación Primaria. Recuperado el 22 de Marzo del 2017. Disponible en: (http://digibug.ugr.es/bitstream/10481/36188/1/GARCIAMARTINANTONIO.pdf).

Giraldo, L, F. (2014). *Los números enteros negativos en la matemática moderna y la matemática actual*. Trabajo de grado de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas. Universidad del Valle, Cali, Colombia.

González, J. L., Iriarte, M., Jimeno, M., Ortíz, A., Ortíz, A., Sanz, E. & Vargas-Machuca, I. (1999). *Números enteros. Matemáticas: cultura y aprendizaje.* pp. 27-157. Madrid: Editorial Síntesis, S.A.

Grube, G. M. A. (1973). *El pensamiento de Platón*. Gredos.

Harada, O.E. (2005). El cuasi-empirismo en la filosofía de las matemáticas. *Elementos: Ciencia y Cultura*, *12*(59), 15-21. Recuperado el 1 de Marzo del 2017, Disponible en: (http://www.redalyc.org/pdf/294/29405903.pdf)

Metafísica de Aristóteles, P. (1974). Traducción realizada por Valentín García Yebra. *Madrid, Gredos*. Disponible en http://www.mercaba.org/Filosofia/HT/metafisica.PDF.

Mejía, W. (1989). *Evaluación de la calidad de textos escolares*. Santa Fé de Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.* Bogotá, Colombia.

Ministerio de Educación Nacional (1998). *Serie Lineamientos Curriculares.*

Matemáticas. Bogotá, Colombia.

Navia Ortega, N., & Orozco Castillo, V. (2013). *Una introducción al concepto de entero enfatizando en el número negativo en el grado séptimo de la educación básica [recurso electrónico]*. Trabajo de grado de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas. Universidad del Valle, Cali Colombia.

Nápoles, J.N. (2012*). Historia Social de la Educación Matemática en Iberoamérica*.

Olivares, E. H. (2005). El cuasi-empirismo en la filosofía de las matemáticas. *Elementos: Ciencia y Cultura*, *12*(59), 15-21.

Prendes, M. P. & Solano, I. M. (2004). *Herramienta de evaluación de material didáctico impreso*. Grupo de Investigación de Tecnología Educativa (G.I.T.E.). Universidad de Murcia, España.

Pochulu, Marcel & Rodríguez, A. Mabel (Compiladores) (2012). Educación matemática: *Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos.*

Paul, E. (1992). *EL Modelo Constructivista en la enseñanza de las matemáticas*. Recuperado el 13 de 03 del 2017 Disponible en*: (http://es.scribd.com/doc/22331757/el-modelo-constructivista-en-la-ensenanza-de-la-matematica).*

Rodríguez, R. (2016). *Acercamiento a la evolución histórica del número cero, en los sistemas de numeración: mediterráneo, oriental y americano.* Trabajo de pregrado. Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle, Cali, Colombia.

Ruiz Zuñiga, A. (1990). *MATEMÁTICAS Y FILOSOFÍA*. Costa rica: Universidad de Costa Rica.

Russell, B. (1928). *Los principios de la matemática*. Trad. Joaquín Xirau. Barcelona: Editorial Labor.

Salazar, F. & Villegas, C. (2016). *Algunos aspectos filosóficos sobre la naturaleza de los objetos matemáticos desde el Platonismo y el Ficcionalismo.* Trabajo de grado. Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle, Cali, Colombia.

Sánchez, M. L. N. (2004). Por qué y cómo analizar el libro didáctico. In *Actas del I Simposio de Didáctica del Español para Extranjeros [Archivo de ordenador]: teoría y práctica: Río de Janeiro, 25 y 26 de junio de 2004* (pp. 288-296). Instituto Cervantes.

Schubring, G. (2003). Análisis Histórico de Textos de Matemáticas. Brasil: Editorial Autores Asociados.

Urbaneja, P. M. G. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *Suma: Revista sobre* *enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*, (45), 17-28.