



**Diseño de un material de enseñanza virtual para el desarrollo de la visualización en la construcción de figuras geométricas 2D y figuras 3D/2D:  
el caso del cuadrado y el cubo**

**Diana Marcela Escobar Muñoz  
Evelyn Melo Tascón**

**Universidad del Valle  
Instituto de Educación y Pedagogía  
Área de Educación Matemática  
Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas  
2020**



**Diseño de un material de enseñanza virtual para el desarrollo de la visualización en la construcción de figuras geométricas 2D y figuras 3D/2D:  
el caso del cuadrado y el cubo.**

Diana Marcela Escobar Muñoz - 201425727  
Evelyn Melo Tascón – 201423350

Requisito parcial para optar el título de Licenciadas en Educación Básica con  
Énfasis en Matemáticas - 3469

Director  
Alexander Bonilla Castro Ph.D

Universidad del Valle  
Instituto de Educación y Pedagogía  
Área de Educación Matemática  
Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas  
2020



Programa Académico: Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas

Fecha:

28.02.2020

Código del programa

3469

Resolución del programa

Título del Trabajo o Proyecto de Grado

Diseño de un material de enseñanza virtual para el desarrollo de la visualización en la construcción de figuras geométricas 2D y figuras 3D/2D: el caso del cuadrado y el cubo

Se trata de:

Proyecto

Informe Final

Director

Alexander Bonilla Castro

Nombre del Primer Evaluador

Jorge E. Galeano

Nombre del Segundo Evaluador

Estudiantes

Nombres y Apellidos	Código	Plan	E-mail	Teléfonos de contacto
Diana Marcela Escobar Muñoz	201425727	3469	escobar.diane@correounivalle.edu.co	3197657788
Evelyn Melo Tascón	201423350	3469	evelyn.melo@correounivalle.edu.co	3145303418

Evaluación

Aprobado

Mención

Laureado

Aprobado con recomendaciones

No Aprobado

Incompleto

En el caso de ser Aprobado con recomendaciones (diligenciar la página siguiente). Estas deben presentarse en un plazo máximo de  
máximo un mes.

Director del Trabajo o Proyecto de Grado

Primer Evaluador

Segundo Evaluador

En el caso de que el informe Final se considere Incompleto (diligenciar la página siguiente), se le dará un plazo de 15 a 20  
semestres (s) para realizar las mejoras necesarias.

En el caso que no se pueda emitir una evaluación por falta de conocimiento de alguno de los tres evaluadores, se considera la opción de  
a razón del desacuerdo y las alternativas de solución que presenten. De igual forma se presentan las siguientes opciones:

Firmas:

Director del Trabajo o Proyecto de Grado

Primer Evaluador



**PARTE**  
**deposit**  
**Univers**

Actuanc  
UNIVER  
Integra

a) Estar  
(5) años  
del AU  
solicitar  
antes de

b) El Al  
estableci  
Valle, lo  
general  
(impres  
conocer

c) El Al  
renunciar  
cualquier  
Creative C

d) El AUTC  
sin violar o  
autoriza (n  
obra ante l  
VALLE se  
AUTORES  
actúa com

e) El AUTC  
índices y  
AUTORES  
cualquier n.

**SI EL D**  
**APOYAD**  
**UNIVERSI**  
**LOS DERI**  
**ACUERDC**



## Tabla de contenidos

Introducción .....	1
Capítulo 1.....	3
Aspectos generales del trabajo de grado .....	3
1.1 Planteamiento del problema.....	3
1.2 Antecedentes .....	7
1.3 Justificación .....	12
1.4 Objetivos .....	15
1.4.1 Objetivo general.....	15
1.4.2 Objetivos específicos .....	15
Capítulo 2.....	16
Marco teórico .....	16
2.1 Referentes de calidad y componentes curriculares. ....	16
2.2 Pensamiento espacial y sistemas geométricos .....	17
2.3 Visualización como habilidad .....	18
2.4 Figuras geométricas 2D y figuras 3D/2D .....	22
2.5 Diseño instruccional.....	24
2.5.1 Modelos del diseño instruccional.....	27
2.5.2 Teoría del aprendizaje significativo .....	33
2.6 Uso de las TIC .....	35
Capítulo 3.....	37
Desarrollo de la investigación.....	37
3.1 Elementos metodológicos .....	37
3.2 Diseño del material de enseñanza virtual.....	40
3.2.1 Reconocimiento .....	41
3.2.2 Actividad 1 .....	42
3.2.3 Actividad 2 .....	44
3.2.4 Actividad 3.....	45
3.3 Fundamentación del diseño.....	46
Capítulo 4.....	62
Análisis del diseño .....	62
4.1 Progresiones de aprendizaje.....	63
4.2 Validación .....	72

Conclusiones .....	81
Referencias.....	83

## **Lista de figuras**

Figura 1. Vista de la página principal del diseño.....	41
Figura 2. Vista del primer momento "Reconocimiento" .....	42
Figura 3. Vista del segundo momento "Actividad 1" .....	43
Figura 4. Vista del tercer momento "Actividad 2" .....	45
Figura 5. Vista del cuarto momento "Actividad 3".....	46
Figura 6. Vista del "nivel 1" de la Actividad 1 .....	48
Figura 7. Vista del "Nivel 2" de la Actividad 1 .....	49
Figura 8. Vista del "Nivel 3" de la Actividad 1 .....	50
Figura 9. Vista del "Nivel 4" de la Actividad 2 .....	52
Figura 10. Vista del "Nivel 5" de la Actividad 2 .....	54
Figura 11. Vista del "Nivel 6" de la Actividad 2 .....	55
Figura 12. Vista del "Nivel 7" de la Actividad 3 .....	57
Figura 13. Vista del "Nivel 8" de la Actividad 3 .....	58
Figura 14. Vista del "Nivel 9" de la Actividad 3 .....	60

## **Lista de tablas**

Tabla 1. Apartes del informe por colegio del cuatrienio de la I.E Eustaquio Palacios.....	14
Tabla 2. Matriz DOFA: Revisión panel de expertos.....	72

## Resumen

Dada la propuesta de integración de las TIC en el proceso educativo, es necesario modificar los esquemas tradicionales de diseño de materiales de enseñanza, considerando que para el diseño es importante realizar un proceso exhaustivo y riguroso en el que es primordial apoyarse en teorías de aprendizaje, el currículo y en conocimiento tecnológico; no obstante, existe una ruptura entre el diseño y la enseñanza, dado que, al parecer el docente no considera estas teorías para el diseño de materiales de enseñanza.

Por lo anterior, el presente trabajo propone el diseño de un material de enseñanza basado en el método de investigación del diseño instruccional enfocado con las progresiones de aprendizaje, en el que sus actividades se desarrollan de manera progresiva para enrutar al estudiante en el aprendizaje de la visualización en la construcción de figuras 2D (cuadrados) y figuras 3D/2D (cubos), teniendo en cuenta lo que plantean los lineamientos curriculares para los estudiantes de grado quinto, y en cuanto al conocimiento tecnológico para seleccionar las herramientas virtuales necesarias que permitan agilizar el proceso educativo, sin embargo, como todo diseño es una hipótesis al no implementarse, se determina la posible contribución de este material por medio de la revisión de un panel de expertos, el cual considera que este diseño posiblemente sí contribuye al desarrollo de la visualización, pues el material de enseñanza virtual les permitió dar cuenta de la coherencia entre el contenido, grado de escolaridad y el currículo de matemáticas.

**Palabras clave:** TIC, diseño instruccional, materiales de enseñanza, progresiones de aprendizaje, visualización, figuras geométricas.

## Introducción

Ante el auge de las TIC en Colombia, las instituciones educativas se han esforzado por modificar sus prácticas de enseñanza tradicionales dándole paso a nuevos materiales virtuales de enseñanza producidos por los mismos docentes o comunidades educativas capacitadas para ello. Estos materiales virtuales han mejorado el proceso educativo al poder desarrollarse nuevas metodologías didácticas que benefician el proceso de formación del estudiante, e incluso mejorando la comunicación entre docentes y estudiantes al incrementar la colaboración entre ellos a través de redes sociales, correos electrónicos, plataformas virtuales, entre otros. Sin embargo, estos materiales han presentado dificultades entre la coherencia de lo inter e intracurricular, puesto que según Candela (2016) estos materiales no están teniendo en cuenta la relación que debe existir entre los diversos elementos que componen la enseñanza: contenidos disciplinares, metas de aprendizaje, dificultades o limitaciones, estrategias instruccionales, actividades de aprendizaje y enfoques de evaluación formativa; lo que ha producido una brecha entre el diseño y la práctica educativa, al no tener en cuenta las teorías generales y específicas tanto del diseño como de la educación. No obstante, los trabajos de investigación sobre el diseño instruccional, brindan soportes teóricos necesarios, como la pedagogía general, las teorías de aprendizaje, las teorías de diseños instruccional, entre otras, para el desarrollo del diseño de materiales rigurosos, eficaces y coherentes con la práctica educativa.

Ahora bien, se considera la geometría como el contenido específico en el que se centrará el material virtual, puesto que la enseñanza de la geometría ha sido un gran tema de investigación durante los últimos años, en el que se han abordado investigaciones en las figuras bidimensionales, cuerpos geométricos, transformaciones, perímetros, áreas, volumen, etc., y las

habilidades que se requieren para desarrollar el pensamiento espacial. Una de esas habilidades, es la visualización y la importancia que tiene como objeto de estudio y también en el currículo de matemáticas. Sin embargo, se han visto las grandes dificultades que presentan los estudiantes en las pruebas nacionales de matemáticas al no tener suficientes habilidades como la visualización en competencias del pensamiento espacial y sistemas geométricos, y que se evidencian en los bajos resultados de dichas pruebas. Por lo que es necesario considerar estrategias que permitan el desarrollo de este pensamiento y, específicamente, el desarrollo de los elementos que potencian la visualización para la construcción de representaciones 2D (cuadrados) y representaciones 3D/2D (cubos).

Debido a esta situación problemática se propone el diseño de un material virtual de enseñanza titulado “Camino a la construcción” con el fin de contribuir al desarrollo de la visualización a través de la construcción de figuras 2D y 3D/2D en estudiantes de grado quinto, por medio de actividades secuenciales y la articulación de dichas actividades con teorías generales y específicas: las progresiones de aprendizaje, la teoría de aprendizaje significativo, los elementos que componen la visualización, el currículo y el componente tecnológico, finalmente contribuir a la reducción de la brecha que hay entre el diseño y la práctica educativa. Sin embargo, el material quedó en una fase de creación, así que para determinar su posible contribución al desarrollo del pensamiento espacial se realizó una validación interna a través de un panel de expertos que determinó la coherencia entre el contenido, grado de escolaridad y currículo de matemáticas.

## Capítulo 1

### Aspectos generales del trabajo de grado

En este capítulo se abordan los aspectos generales tenidos en cuenta para generar la pregunta de investigación del presente trabajo. Se inicia con el planteamiento del problema en el que se profundiza sobre el uso de las TIC en el diseño de materiales de enseñanza y la brecha que hay entre el diseño y las prácticas educativas. Posteriormente se hace un recuento de una recolección de documentos de diversas bases de datos sobre investigaciones que se realizaron sobre el diseño de materiales virtuales y físicos de enseñanza, visualización de figuras 2D y 3D y diseño instruccional, que sirven de fuente teórica importante para el desarrollo del trabajo. En consecuencia, se profundiza sobre la importancia del material virtual de enseñanza para desarrollar el pensamiento espacial. Por último, se plantean una serie de objetivos que permiten catalogar las metas necesarias para llegar a una posible solución de la pregunta de investigación.

#### 1.1 Planteamiento del problema

Desde que el Ministerio de Educación Nacional (MEN) propuso la integración de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), las instituciones educativas se han interesado en el uso de nuevas metodologías en el proceso educativo (Agudelo, 2009). Sin embargo, al parecer el uso de las TIC no ha tenido por parte de los docentes una buena utilidad; Guardia y Sangrá (2005) afirman que “hay una escasa tradición en el uso de las TIC para la evaluación de los procesos de enseñanza y aprendizaje que se desarrollan en entornos educativos virtuales” (p. 3,4).

Asimismo, para Guardia y Sangrá (2005) uno de los elementos importantes a tener en cuenta a la hora de diseñar propuestas con el uso de TIC es la evaluación, en el sentido que estas

propuestas más que contribuir a una formación que solo muestre resultados es importante que se desarrollos desde un enfoque orientado y permita mejoras en el proceso de aprendizaje, sin embargo, plantean que si ya es complejo para el docente el diseño de lo presencial intentar realizarlo en entornos virtuales resulta ser difícil dado los nuevos retos que surgen y que diseñen actividades teniendo en cuenta las metas de aprendizaje propuestas, eso sin contar que para el diseño de una propuesta en entornos virtuales es necesario realizar un proceso exhaustivo en el que todas las actividades relacionadas con el proceso de enseñanza y aprendizaje deben estar mediadas por la tecnología (Belloch, 2012).

Por su parte, Candela (2016) afirma que los investigadores educativos y diseñadores del currículo están de acuerdo en que ha habido una ruptura que hace notar que los problemas y la práctica educativa, refiriéndose al diseño y la enseñanza, se encuentran separadas de la investigación educativa, esto ha generado que los nuevos enfoques de investigación hablen de la práctica del diseño y la enseñanza orientando a un conocimiento específico útil. Así, un método de investigación que se ha desarrollado para reducir esta ruptura es basado en el diseño instruccional, el cual considera que para diseñar es necesario realizar una investigación del contenido específico en cuanto a las dificultades que presentan los estudiantes, tener claro cuáles son las metas de aprendizaje y realizar una planificación de manera progresiva que permita al estudiante construir el conocimiento esperado. Para dar cuenta de este último aspecto se propone desarrollarlo mediante una metodología basada en las progresiones del aprendizaje.

Ahora bien, dada la necesidad de integrar las TIC en el proceso educativo, surge también una propuesta por parte del MEN (1998) en la que se plantea la implementación de las TIC como una herramienta de apoyo para el desarrollo del pensamiento espacial. Esta propuesta surge desde que a mitad del siglo XX, la enseñanza de la geometría euclíadiana se vio afectada por la irrupción de

la matemática moderna, en la que se hacía énfasis en lo lógico, algebraico, estructural y procedimental de la matemática, por lo que la geometría pasó a un segundo plano, principalmente, porque era considerada mera “intuición” (Sorando, 2002). Sin embargo, al haberse reducido la enseñanza de la geometría, se minimizó el valor que tenían las representaciones de las figuras geométricas, lo que conlleva a la falta de desarrollo de pensamiento matemático (Vasco, 1991). No obstante, el Ministerio de Educación Nacional reformuló y actualizó el currículo estatal de tal forma que la geometría volvió a tener un papel protagónico en la educación colombiana, dado que los resultados de la matemática moderna no fueron satisfactorios. De allí, que el MEN (1998) expresa que “Desde un punto de vista didáctico, científico e histórico, actualmente se considera una necesidad ineludible volver a recuperar el sentido espacial intuitivo en toda la matemática, no sólo en lo que se refiere a la geometría” (p. 37).

Así, es condición necesaria desarrollar el pensamiento espacial puesto que este pensamiento involucra procesos cognitivos claves que permiten a la persona construir y manipular representaciones mentales de objetos en el espacio, y a su vez, establecer relaciones entre ellos (MEN, 1998).

Teniendo en cuenta que en el desarrollo del pensamiento espacial se le da mayor valor al reconocimiento de las figuras bi y tridimensionales, y su descripción en términos de sus características y propiedades, se plantea que en el quehacer geométrico se debería tener en cuenta aspectos como: “el desarrollo de la percepción espacial y de las intuiciones sobre las figuras bi y tridimensionales, la comprensión y uso de las propiedades de las figuras” (MEN, 1998, p.17). Y más, cuando la falta de desarrollo de estas habilidades pueden producir resultados no satisfactorios en las pruebas nacionales, situación que se pudo evidenciar en los resultados de la prueba SABER 5° de los últimos años tanto a nivel nacional como a nivel regional, especialmente

en las competencias de razonamiento y resolución en las cuales se reflejan aspectos del pensamiento espacial y sistemas geométricos. Los últimos informes del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) muestran que entre un 40% y un 50% de los estudiantes no cuentan con las capacidades para:

- comparar y clasificar objetos tridimensionales o figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes y propiedades.
- relacionar objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos.
- construir y descomponer figuras planas y sólidos a partir de condiciones dadas.

Los bajos resultados en las pruebas demuestran la falta de capacidades de manejo mental y gráfico del espacio por parte de los estudiantes, lo cual hace evidente la urgencia del uso de estrategias que contribuyan en el desarrollo del pensamiento espacial.

Teniendo en cuenta lo anterior, el desarrollo del pensamiento espacial requiere de ciertas habilidades desarrolladas por los estudiantes como lo es la visualización. Vale la pena destacar que visualizar va más allá de la simple observación de los objetos, más bien es la habilidad de reflexionar con y sobre ellos, de entender las relaciones existentes entre sus partes y de reconocer las transformaciones, todo esto dentro de un sistema geométrico (Díaz, Fernández y Gonzato, 2011). Y a pesar de que desde el Ministerio de Educación Nacional se propone el desarrollo del pensamiento espacial, al parecer la enseñanza de la geometría en Colombia ha subvalorado el desarrollo de la visualización como una habilidad para la construcción de figuras geométricas 2D (cuadrados) y 3D/2D<sup>1</sup> (cubos). Siendo este el contenido específico que se considera para contribuir en la línea de investigación del diseño instruccional.

---

<sup>1</sup> Las figuras geométricas 2D hacen referencia a las figuras bidimensionales y las figuras geométricas 3D/2D hacen referencia a las figuras tridimensionales que se presentan de forma bidimensional, dado que aunque a simple vista se vea que es un objeto tridimensional los planos que lo configuran son de la

Finalmente, el presente trabajo se centra en el diseño de un material de enseñanza que posiblemente contribuya en el desarrollo de la visualización en la construcción de figuras geométricas 2D (cuadrados) y figuras 3D/2D (cubos), para grado quinto.

En consecuencia, el presente estudio plantea la siguiente pregunta de investigación:

**¿Cómo diseñar un material de enseñanza que contribuya al desarrollo de la visualización en el contexto de la construcción de figuras geométricas 2D (cuadrados) y figuras 3D/2D (cubos), para estudiantes de grado quinto?**

Es importante aclarar que dada la complejidad y el proceso exhaustivo que requiere el diseño instruccional, en este trabajo solo se tendrá en cuenta el diseño más no su implementación, dado que esto configuraría otro problema de investigación.

## **1.2 Antecedentes**

Durante la búsqueda de trabajos relacionados con la problemática que se ha abordado en este trabajo, se encuentra que dicha ruptura entre el diseño y la enseñanza al parecer si se presenta, pues hay trabajos en los que se propone el diseño de una unidad didáctica con el fin de contribuir a un contenido específico, pero el diseño no es considerado como el método de investigación en el que se vea reflejado todo lo que el diseño instruccional considera importante para la construcción de materiales de enseñanza.

Por otra parte, pero no menos importante, se puede evidenciar que en algunos trabajos en los que se considera la visualización como uno de los problemas que se presenta en los estudiantes,

---

dimensión 2 y no de la dimensión 3, por eso, el denominador en este caso el 2D, indica la dimensión en la que se presenta la figura (Duval y Saénz-Ludlow, 2016).

no integran el uso de tecnologías para contribuir al desarrollo de esta, a pesar que desde el Ministerio de Educación se proponga dicha integración.

En el artículo de Gutiérrez (1998) se utilizan las perspectivas (proyección en perspectiva, paralela, isométrica, ortogonal, ortogonal codificada) de las figuras tridimensionales en representaciones planas, teniendo en cuenta las dificultades que cada una de ellas presenta y en qué momento son apropiadas para utilizarse, y también a qué se quiere llegar con el cuerpo geométrico. Además, se considera una “fase” o “momento” en la que los estudiantes tienen que hacer una descripción verbal de las construcciones de sus otros compañeros; y otra fase en la que la descripción es construida sobre papel. Es así como van desde las totalmente gráficas hasta las totalmente verbales, con un variado grupo de representaciones mixtas en las que los dibujos y el texto tienen más o menos peso en la descripción. También, se tiene en cuenta los niveles por los que los estudiantes van evolucionando sobre la habilidad para dibujar en perspectiva, además de cómo su entorno cultural también puede influenciar sobre esa habilidad para dibujar.

La finalidad es que los estudiantes aprendan a dibujar y leer algunas de las representaciones planas de figuras tridimensionales, teniendo en cuenta las diversas formas de representación para que puedan mejorar su capacidad de comprender la geometría espacial y al aprendizaje de ésta. Además, darles una orientación a los profesores para que sean conscientes de en qué momento los estudiantes están presentando dificultades para dibujar o leer las representaciones planas y cómo reaccionar ante esa situación, evitando que los estudiantes se conviertan en unos acumuladores de dificultades. Por lo que se tienen en cuenta actividades para potenciar la visualización espacial, en las que no tengan que basarse en sus propios dibujos para entender y aprender los conceptos y propiedades geométricas, y que puedan hacer usos de procedimientos alternativos.

Se considera el trabajo de Gutiérrez, por un lado, porque es un trabajo en el que se puede notar la ruptura entre diseño y enseñanza, debido a que el diseño está más ligado a mirar qué impacto tiene en los estudiantes, y no en la contribución a la línea de investigación del diseño instruccional. Y por otro lado, también es pertinente porque el objeto matemático que trabaja son las representaciones planas de las figuras tridimensionales, siendo este uno de los enfoques que trata el presente trabajo y más porque para Gutiérrez también es importante que los estudiantes potencien la visualización espacial mediante diversas actividades para que se apropien de los conceptos y de las propiedades geométricas y a su vez esto permita que más adelante no se presenten tantas dificultades.

Ferreira (2010) encuentra que los estudiantes presentan dificultades en relacionar figuras y cuerpos geométricos con el entorno, en ser capaces de clasificarlos sin considerar sus propiedades y/o características, lo que conlleva a que el estudiante confunda los conceptos entre las figuras y cuerpos geométricos y finalmente a no desarrollar la percepción espacial. En su trabajo lo que se propone es un diseño instruccional basado en el modelo de Van hiele para la enseñanza de figuras y cuerpos geométricos a nivel de séptimo grado de educación básica, estructurándolo en procesos que ayudan secuencialmente en el proceso de aprendizaje.

Se considera pertinente tener en cuenta el trabajo de Ferreira porque en su propuesta también hace notar que el diseño instruccional es un método que contribuye de manera secuencial en el proceso de aprendizaje, y en específico a la enseñanza de figuras y cuerpos geométricos, aunque no haga uso de herramientas tecnológicas, sin embargo, el que no utilice TIC permite notar que aunque desde el Ministerio de Educación se proponga esta integración, al parecer los docentes no hacen uso de estas.

Alcaide (2016) en su investigación realiza una propuesta como unidad didáctica para la enseñanza de la geometría en grado 4° de primaria utilizando las TIC y material manipulativo, considera que es importante que los estudiantes se relacionen con su medio, pues la tecnología invade cualquier ámbito de nuestra vida y es necesario que los estudiantes utilicen las herramientas que estén a su disposición. Considera que para enseñar geometría es necesario tener capacidad de visualización, por tal razón Alcaide propone que los materiales manipulativos podrían servir de ayuda para el desarrollo de esta capacidad la cual se encuentra dentro del pensamiento geométrico.

En este trabajo el diseño de la propuesta de una unidad didáctica se apoya en los niveles de Van-Hiele, a medida que los estudiantes avanzaban en las actividades así mismo incrementaba su dificultad. Los objetivos que el autor pretende con esta unidad didáctica son: identificar figuras geométricas, comprender características de los cuerpos geométricos, reconocer el vocabulario ligado a la geometría. Además, que los estudiantes tengan la capacidad de trasladar la geometría plana a la tridimensional, primero utilizando el material manipulativo y por último el computador.

El trabajo de Alcaide, se considera pertinente dado a toda la problemática que aborda y lo que busca lograr con la unidad didáctica que diseña, permitiendo que el estudiante no solo trabaje con material manipulativo sino también con tecnología, lo que posibilita ver que hay trabajos que también consideran que el uso de tecnología contribuye al desarrollo del pensamiento espacial, específicamente para que los estudiantes tengan la capacidad de pasar de una dimensión a otra.

Por su parte, Moncada (2017) en su trabajo realiza el diseño de una herramienta no computarizada que permita el desarrollo del pensamiento geométrico - espacial. Tal diseño consiste en dos momentos, el primero está relacionado con los saberes previos de los estudiantes

y el segundo es un momento para medir qué impacto tuvo su diseño en el proceso de enseñanza que se llevó a cabo.

En dicha investigación para realizar su diseño tienen en cuenta tres ejes temáticos centrales, uno de ellos son las propiedades de los polígonos pero para estas fue necesario profundizar en lo que consideran como propiedades, características y elementos de los polígonos.

La problemática de este trabajo se encuentra en que para Moncada es pertinente realizar el diseño de una herramienta no computarizada argumentando que la geometría es real y pone en consideración que para el aprendizaje de ella es mejor manipularla.

El trabajo de Moncada resulta pertinente sobre todo porque el diseño de la herramienta que propone no es computarizada lo que permite de alguna manera resaltar con la propuesta de este trabajo que el uso de tecnologías también puede resultar satisfactorio, por un lado porque desde el Ministerio de Educación se propone el uso de las tecnologías para la enseñanza y por otro lado porque es importante que el docente también considere el uso de las tecnologías, diseñando actividades que permitan el desarrollo del pensamiento espacial.

### 1.3 Justificación

Dada la problemática que se ha mostrado frente a la ruptura entre el diseño y la enseñanza, en la que se ha visto también que el docente al parecer no hace uso de las TIC para construir materiales de enseñanza que contribuyan en el proceso educativo, específicamente, en el desarrollo del pensamiento espacial, se considera que es importante tener en cuenta lo que propone el MEN (1998) dado que allí se plantea la integración de las TIC en el aula de clase, como una herramienta virtual que agiliza, en gran medida, el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Moya (2009) por su lado afirma que “las TIC otorgan múltiples oportunidades y beneficios: favorecen las relaciones sociales, el aprendizaje cooperativo, el desarrollo de nuevas habilidades, nuevas formas de construcción del conocimiento y el desarrollo de las capacidades creativas, comunicación y razonamiento.” (p. 8,9). Además, porque el uso de estas nuevas herramientas tecnológicas le permite al docente y al estudiante acceso a nueva información, que se facilite la interacción entre ellos, dado que existen clases completamente virtuales, y en las que no lo son, las tecnologías sirven para que el proceso de recolección de datos sea más rápido y el docente pueda agilizar su clase.

Tras la propuesta del MEN mencionada anteriormente se han realizado capacitaciones a los profesores en la producción de materiales educativos para la creación de ambientes virtuales de aprendizaje, materiales de enseñanza, en los que disponen de herramientas tecnológicas que les permite tener más autonomía sobre sus diseños, y a su vez que los estudiantes en su proceso de aprendizaje tengan todos los elementos necesarios.

Según Agudelo (2009) el proceso de formación y el acompañamiento a los profesores en la creación de materiales educativos y la implementación en plataformas educativas, tiene una gran complejidad didáctica y pedagógica, es por esto que el diseño instruccional adquiere un papel

fundamental en el cual se tiene en cuenta que es un proceso sistémico, planificado y estructurado. Por tanto, se considera esta propuesta como parte fundamental para el desarrollo del presente trabajo.

En relación con lo anterior, el diseño instruccional beneficia tanto a profesores como a estudiantes, por lo que facilita la elaboración del material, la gestión del proceso por parte del docente y la ejecución de este a los estudiantes, sin embargo, dicho modelo debe estar adecuado a las necesidades de los estudiantes para asegurar la calidad del aprendizaje (Agudelo, 2009).

Ahora bien, frente a la problemática que se ha planteado sobre el desarrollo del pensamiento espacial, es importante buscar estrategias que contribuyan a un aprendizaje significativo de la geometría, particularmente teniendo la habilidad de trabajar con figuras geométricas 2D y figuras 3D/2D que permiten al individuo además de desarrollar el pensamiento espacial, contribuir a que se desarrollen otras nociones matemáticas tales como: volumen, área y perímetro, pues son nociones que a partir de las medidas de las figuras geométricas se pueden hallar y al desarrollarlas es posible entender sistemas métricos, nociones de simetría, congruencia y semejanza (MEN, 2006).

Teniendo en cuenta los bajos resultados en cuanto al desarrollo del pensamiento espacial es que se considera como el contenido específico en el que es necesario proponer el diseño de un material de enseñanza que posiblemente contribuya al desarrollo de este. También, porque la visualización ha tomado gran importancia no solo por la parte tecnológica que ayuda a las construcciones de representaciones gráficas sino también por el funcionamiento cognitivo que conlleva, pues esta le permite al sujeto tener la capacidad de extraer datos y de alguna manera relacionarlos con los objetos matemáticos (Marmolejo, González, 2013).

Un claro ejemplo de los bajos resultados que se reflejan en las pruebas SABER 5° respecto al desarrollo del pensamiento espacial, se muestran en la siguiente tabla:

*Tabla 1. Apartes del informe por colegio del cuatrienio de la I.E Eustaquio Palacios*

Estándares básicos de competencias	Respuestas incorrectas en porcentajes				Promedio cuatrienio
	2014	2015	2016	2017	
Relacionar objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos.		53,6%	46,1%	72,9%	<b>57,53%</b>
Comparar y clasificar objetos tridimensionales o figuras bidimensionales de acuerdo a sus componentes y propiedades.	50,6%	57,8%	62,3%	75,3%	<b>61,5%</b>
Construir y descomponer figuras planas y sólidos a partir de condiciones dadas.	43,1%	20,3%	25,1%	65,6%	<b>38,52%</b>

*Fuente: Tomado de: Ministerio de educación nacional (2018). Informe por colegio del cuatrienio (2014-2017) I.E Eustaquio Palacios.*

Considerando importante todo lo expuesto anteriormente, se propone el diseño de un material de enseñanza virtual para contribuir a la línea de investigación del diseño instruccional en el desarrollo de la visualización para la construcción de figuras 2D (cuadrados) y 3D/2D (cubos).

## 1.4 Objetivos

### 1.4.1 Objetivo general

- Contribuir en el desarrollo de la visualización en la construcción de figuras geométricas 2D (cuadrados) y 3D/2D (cubos), en estudiantes de grado quinto, a partir del diseño de un material de enseñanza virtual.

### 1.4.2 Objetivos específicos

- Identificar los principios del diseño instruccional.
- Reconocer las teorías de aprendizaje que permitan el desarrollo del material de enseñanza.
- Establecer los elementos, relaciones y operaciones tanto de cuadrados como de cubos para secuenciar el aprendizaje.

## Capítulo 2

### Marco teórico

En este capítulo se abordan todos los referentes teóricos que fundamentan el diseño del material virtual de enseñanza. En un inicio, los referentes que se presentan hacen alusión al contenido del material virtual de enseñanza vinculando el currículo, los elementos de la visualización y las características de las figuras 2D y 3D/2D. Por último, se presentan referentes que hacen alusión al diseño, en los que se profundiza sobre los principios y modelos del diseño instruccional, la teoría de aprendizaje significativo y el uso de las TIC. Cabe aclarar que para el diseño del material de enseñanza se necesita la articulación de todos los referentes independientes si hacen alusión al diseño o contenido.

#### **2.1 Referentes de calidad y componentes curriculares.**

El Ministerio de Educación Nacional en el 2006 propone los estándares básicos de competencias en matemáticas en los cuales plasman las diferentes competencias que se deben desarrollar para que un estudiante sea matemáticamente competente. Un aprendizaje por competencias según lo que propone el Ministerio de Educación Nacional es un aprendizaje significativo y comprensivo en el cual se les brinde ambientes de aprendizaje que presenten situaciones problemas que les permita avanzar en las competencias que proponen. Además, el Ministerio de Educación Nacional en 2016 también propone los derechos básicos de aprendizaje (DBA) versión 2, en busca de trazar una ruta de enseñanza que promueva que los estudiantes alcancen los estándares básicos de competencias propuestos para cada grado.

El MEN (2006) propone que para el desarrollo de competencias se deben tener en cuenta los procesos generales y los cinco tipos de pensamiento matemático, y que ser matemáticamente competente se reduce al buen desarrollo del pensamiento lógico y el pensamiento matemático.

Estos dos pensamientos a su vez se encuentran divididos en otros que se proponen en los lineamientos curriculares, estos son: el pensamiento numérico y sistemas numéricos, el pensamiento espacial y sistemas geométricos, el pensamiento métrico y sistemas de medidas, el pensamiento aleatorio y sistemas de datos y el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. El pensamiento matemático en particular permite darle lugar a la geometría y a la aritmética debido a que este pensamiento se refiere a todo lo que tiene que ver con el número y con el espacio. El desarrollo de este trabajo se encuentra enmarcado en potenciar el pensamiento espacial y sistemas geométricos.

## **2.2 Pensamiento espacial y sistemas geométricos**

Es importante aclarar que dada la propuesta de este trabajo de investigación el desarrollo de este pensamiento será a partir del sistema geométrico euclíadiano, entendiendo los sistemas geométricos como un conjunto de procesos cognitivos en los cuales se construyen y manipulan representaciones mentales de objetos en el espacio y a su vez las relaciones y transformaciones que hay entre ellos.

Lo anterior quiere decir que un sistema matemático según lo que propone el MEN (1998) es un conjunto el cual consta de elementos, operaciones y relaciones, por ejemplo, los elementos dentro de un sistema matemático como el conjunto de números naturales, tiene como elementos sus números, dentro de las operaciones, las operaciones aritméticas como suma, resta, multiplicación y división, y las relaciones que se puedan establecer entre ellos mismos. Siendo

así, cuando se habla de un sistema geométrico como el euclíadiano se puede decir también que este sistema estaría conformado por los mismos, es decir, elementos que en este caso serían las figuras geométricas 2D y figuras 2D/3D, las operaciones que serían las transformaciones como las rotaciones, traslaciones y reflexiones, y las relaciones o correspondencias (Vasco, 1985).

Teniendo en cuenta lo anterior, una de las propuestas para que se potencie el pensamiento espacial y sistemas geométricos se plantea en los estándares básicos de aprendizaje propuestos por el MEN (2006); en los cuales se dice que los estudiantes deben saber “comparar y clasificar los objetos tridimensionales de acuerdo a sus componentes (caras, lados) y propiedades”, “comparar y clasificar figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características” (p.62), competencias que posibilitan que en el estudiante se desarrolle la visualización en la construcción de figuras geométricas 2D y 3D/2D, además permiten dar cuenta de que en el sistema geométrico en el que se encuentra (euclíadiano), es posible, reconocer sus elementos, las operaciones y las relaciones entre estas figuras.

### **2.3 Visualización como habilidad**

La visualización ha sido importante a lo largo de la historia, no sólo en la geometría sino también en todos los aspectos de la vida de un individuo. Sin embargo, ha sido muy poco el desarrollo que se le ha hecho a los procesos de visualización y al uso de las propiedades geométricas. Marmolejo y González (2013) afirman que “La principal función que desempeña la visualización vinculada a las figuras en el estudio de las matemáticas se relaciona con que estas representaciones coadyuvan en la resolución de un problema o en la búsqueda de una demostración” (p.91). Por otra parte, la visualización vista como una actividad cognitiva permite

el sujeto tenga la capacidad de extraer datos y de alguna manera relacionarlos con los objetos matemáticos (Marmolejo, González, 2013).

Es por eso que la enseñanza y aprendizaje de los elementos de la visualización han sido el foco de varias investigaciones, generando diferentes significados del término “visualización” que depende de la postura del investigador, siendo renombrado por términos como “percepción espacial”, “imaginación espacial”, “visión espacial” o “visualización” (Gutiérrez, 1991). Sin embargo, todos los términos van encaminados a la definición y elementos de la visualización.

En este trabajo, se adoptó la definición de visualización que se enmarca en la propuesta de Gutiérrez (1996) dado a que define la visualización en matemáticas como el tipo de razonamiento basado en el uso de elementos visuales o espaciales, tanto mentales como físicos, desarrollados para resolver problemas o comprobar propiedades. Es así, como Gutiérrez (1996) reconoce cuatro elementos fundamentales que componen a la visualización: las imágenes mentales, las representaciones externas, las habilidades y los procesos.

**Las imágenes mentales** son, como afirma Gutiérrez (1996) “Cualquier tipo de representación cognitiva de un concepto matemático o propiedad por medio de elementos visuales o espaciales”. (p. 9) Con ello, Presmeg (1986) afirma que hay diversos tipos de imágenes mentales (como se cita en Gutiérrez, 1991), en las que se encuentran las siguientes:

1. Imágenes concretas pictóricas, las cuales se trata de imágenes figurativas de objetos físicos.
2. Imágenes de fórmulas, las cuales consisten en la visualización mental de fórmulas o relaciones esquemáticas de la misma manera como se las vería, por ejemplo, en el libro de texto.

3. Imágenes de patrones, las cuales son imágenes de esquemas visuales correspondientes a relaciones abstractas. A diferencias del tipo anterior, no se visualiza la relación propiamente dicha (una fórmula generalmente), sino alguna representación gráfica de su significado.
4. Imágenes cinéticas, las cuales se trata de imágenes en parte físicas y en parte mentales, ya que en ellas tiene un papel importante el movimiento de manos, cabeza, etc.
5. Imágenes dinámicas, las cuales son imágenes mentales en las que los objetos o algunos de sus elementos se desplazan.

**Las representaciones externas** son, según Gutiérrez (1996) “Un tipo de representación verbal o escrita de conceptos o propiedades incluidas en las imágenes, dibujos, diagramas, etc., que ayuda a crear o transformar imágenes mentales y hacer razonamiento visual” (p. 10)

**Los procesos** son, según Gutiérrez (1996) “Una acción mental o física cuando las imágenes mentales están involucradas”. Bishop (1989), citado por (Gutierrez, 1991) hace una distinción de la que se derivan dos tipos de procesos:

1. Procesamiento visual (VP). Este es el proceso de conversión de información abstracta o no figurativa en imágenes visuales y también el proceso de transformación de unas imágenes visuales ya formadas en otras.
2. Interpretación de información figurativa (IFI). Este es el proceso de comprensión e interpretación de representaciones visuales para extraer la información que contienen. Por lo tanto, este proceso puede verse como el inverso del anterior.

Para **las habilidades**, Gutiérrez y Jaime, (2012) nos proporcionan una serie de habilidades con una relación estrecha con el aprendizaje de la geometría., las cuales son:

1. Identificación visual. Es la habilidad para reconocer una figura u objeto aislando de su contexto, es decir, cuando las figuras están formadas por varias partes o están superpuestas.
2. Conservación de la percepción. Es la habilidad para reconocer que un objeto mantiene su forma aunque deje de verse total o parcialmente.
3. Reconocimiento de posiciones en el espacio. Es la habilidad para relacionar la posición de un objeto con uno mismo o con otro objeto, que actúa como punto de referencia.
4. Reconocimiento de las relaciones espaciales. Es la habilidad que permite identificar correctamente las características de relaciones entre diversos objetos situados en el espacio.
5. Discriminación visual. Es la habilidad que permite comparar varios objetos identificando semejanzas y diferencias visuales.

Por lo anterior, y para el desarrollo de este trabajo de investigación, se tiene en cuenta la relación entre estos cuatro elementos para el diseño de contenido de las actividades del material de enseñanza, que permiten que los estudiantes logren resolver problemas en los que intervienen las construcciones de representaciones 2D y representaciones 3D/2D y así contribuir a la mejora de la habilidad de la visualización.

## 2.4 Figuras geométricas 2D y figuras 3D/2D

Según Godino y Ruiz (2002) todas las entidades, matemáticas y geométricas, son creadas mediante definiciones y reglas que se fijan de acuerdo al mundo que nos rodea y que por su naturaleza se establecen sus propiedades, la necesidad que se ha tenido de describir las formas es el motivo por el que se le atribuye a los cuerpos perceptibles, su tamaño y su posición en el espacio. Por tal razón, la geometría es la rama de las matemáticas encargada de estudiar las figuras y cuerpos geométricos.

Por su parte, Marmolejo y Vega (2005) afirman que el reconocimiento de las figuras geométricas es de vital importancia para el desarrollo de actividades geométricas, porque con la ayuda de las ilustraciones y ese reconocimiento se facilita el entendimiento de los enunciados, permitiendo también esclarecer las proposiciones y por tanto contribuye a la resolución de problemas.

Sin embargo, Gutiérrez (1998) afirma que al enseñar geometría espacial, el proceso de comprensión de un concepto que subyace a una representación plana del mismo se complica debido a que hay que realizar dos tareas, por un lado interpretar la figura plana y convertirla en un objeto tridimensional, y por otro lado, interpretar el objeto tridimensional para convertirlo en el objeto geométrico que estamos estudiando.

Frente a lo anterior, Duval (2004) afirma que hasta el momento han sido muy pocos los trabajos que se han dedicado a un análisis detallado de los diferentes tratamientos de los registros de las figuras geométricas, y considera como condición previa para la descripción de estos tratamientos un análisis semiótico correspondiente a las unidades de base que constituyen el registro, la articulación en figuras de esas unidades y la modificación de las figuras obtenidas. En otras palabras, lo que propone Duval se puede entender como lo siguiente: para que una persona

de cuenta de una buena lectura de las figuras geométricas es necesario que tenga claro qué elementos básicos son los que las conforman, considerando como elementos básicos (segmentos, líneas, puntos, entre otros). Además, que pueda articular los elementos para crear figuras y por último que con las figuras puedan hacer cambios.

Ahora bien, Duval (2016) afirma que hay tres maneras de ver que son importantes para la enseñanza, una tiene que ver con la construcción de figuras con la ayuda de instrumentos, otra con el enriquecimiento de lo que a simple la vista no se ve, y la tercera tiene que ver con la manifestación superficial, para la cual es importante la visualización matemática, de esta manera, la construcción de las figuras solo tiene sentido si se inscribe dentro del funcionamiento cognitivo de la visualización, dado que con esa manera de ver el espacio se aborda desde el aspecto de las dimensiones y no desde las propiedades que distinguen una forma de otra.

Según Duval (2004), la figura que resulta de algún gráfico es susceptible de variaciones visuales, una de estas variaciones tiene que ver con el número de dimensiones y la otra con variaciones cualitativas como su forma (línea recta o curva), su tamaño, su orientación, su color, etc. teniendo en cuenta dichas variaciones, se pueden determinar las unidades figurales elementales para el registro de las representaciones geométricas y así clasificar las anteriores. Estas unidades figurales elementales según su forma permiten determinar la dimensión de la figura, es decir, si por ejemplo la unidad figural elemental es una línea (recta o curva) se considera que se puede visualizar en la dimensión 1, si la forma es abierta o cerrada, el caso del cuadrado, entonces se considera de dimensión 2.

Además, Duval (2004) afirma que el análisis de los diferentes tratamientos de los registros de las figuras geométricas no solamente sirve para la geometría plana, se puede aplicar también para situaciones de la geometría en el espacio, dado que, las situaciones que se encuentran en una

dimensión superior de la 0, 1 y 2 están enmarcadas en sub-figuras que son planos del objeto tridimensional y por tanto son unidades de la dimensión 2 y no de la dimensión 3.

Por lo anterior, Duval y Saénz-Ludlow (2016) proponen que “la manera matemática de ver las figuras consiste en descomponer cualquier forma distinguida, es decir, reconocida como una nD/2D, en unidades figurales de un numero de dimensiones inferior al de esta forma” (p.28). En otras palabras, para lograr una visualización adecuada, Duval propone que las figuras se descompongan de manera que podamos pasar de una dimensión superior a una inferior. Considerando entonces esta propuesta de Duval y Saénz-Ludlow (2016), en este trabajo a las figuras y/o representaciones geométricas “bidimensionales” se les denominará como figuras 2D y a las “tridimensionales” figuras 3D/2D.

Por último, también se considera pertinente porque para contribuir al desarrollo de la visualización en la construcción de figuras geométricas 2D (cuadrado) y 3D/2D (cubo), es importante que se tenga claridad de las unidades figurales elementales que las configuran.

## 2.5 Diseño instruccional

La educación ha tenido un notable desarrollo frente a la implementación de las TIC en las instituciones educativas, lo que ha llevado a que los profesores produzcan materiales educativos teniendo un acompañamiento y capacitación de las mismas instituciones, sin embargo, para producir recursos educativos completos, eficaces y efectivos, es necesario que se realice un proceso de diseño instruccional en el que se vincula tanto el diseño de materiales educativos, materiales de enseñanza, ambientes de aprendizaje, objetos de aprendizaje, entre otros., como teorías de enseñanza y aprendizaje.

Ahora bien, el diseño instruccional ha sido el foco de varias investigaciones en la que su definición ha tomado cierto grado de complejidad a través de los años. Para autores como Bruner

(1969) el diseño instruccional se ocupa de la planeación, la preparación y el diseño de los recursos y ambientes necesarios para que se lleve a cabo el aprendizaje.

Reigeluth (1983) define al diseño instruccional como la disciplina interesada en prescribir métodos óptimos de instrucción, al crear cambios deseados en los conocimientos y habilidades del estudiante.

Por otro lado, para Berger y Kam (1996) el diseño instruccional es la ciencia de creación de especificaciones detalladas para el desarrollo, implementación, evaluación, y mantenimiento de situaciones que facilitan el aprendizaje de pequeñas y grandes unidades de contenidos, en diferentes niveles de complejidad.

Sin embargo, la definición con la que este trabajo tiene más afinidad es la de Richey, Fields y Foson (2001) en la que se apunta que el diseño instruccional supone una planificación instruccional sistemática que incluye la valoración de necesidades, el desarrollo, la evaluación, la implementación y el mantenimiento de materiales y programas; al ser una de las definiciones más completas.

Ahora bien, para Candela (2019) la investigación basada en el diseño presenta una serie de características y principios que permiten el desarrollo de la misma.

Entre las **características**, se encuentran las siguientes:

- En primer lugar, la meta central del diseño de ambientes de aprendizaje y el desarrollo de teorías de dominio específico del aprendizaje se encuentran estrechamente vinculados.
- En segundo lugar, el desarrollo e investigación toma lugar a través de ciclos continuos de diseño, implementación, análisis y rediseño (Cobb, P., 2000), (Collins, A., 1992).
- En tercer lugar, la investigación del diseño orienta teorías compatibles que ayudan a comunicar implicaciones relevantes para los profesionales y diseñadores educativos.

- En cuarto lugar, esta clase de investigación debe considerar cómo el diseño funcionaría en auténticos escenarios, es decir, esta no solo documenta el éxito o el fracaso, también se focaliza en las interacciones que refinan la comprensión de los temas de aprendizaje implicados.

En cuanto a los **principios**, se encuentran algunos que pueden servir de heurística para guiar el trabajo de diseño, implementación y evaluación como los siguientes:

- Seleccionar un contenido generativo o una gran idea.
- Descomponer y secuenciar la gran idea.
- Formular las metas de aprendizaje.
- Identificar dificultades de aprendizaje y concepciones alternativas alineadas con el contenido a representar.
- Identificar recursos curriculares de naturaleza analógica o digital, cuyas potencialidades estén en coherencia con las metas y dificultades de aprendizaje del contenido en consideración.
- Diseñar estrategias de enseñanza de acuerdo con las metas de aprendizaje y dificultades/concepciones alternativas.
- Diseñar y secuenciar actividades de aprendizaje que recojan cada una de las sub-ideas que configuran la gran idea.
- Diseñar estrategias de evaluación formativa y acreditativa.

Por lo anterior, se considera necesario tener en cuenta tanto las características como los principios del diseño instruccional para el desarrollo del material de enseñanza, teniendo un enfoque de diseño que permita la configuración de este. Así, a continuación se presentan diferentes modelos que dan cuenta del diseño instruccional.

### 2.5.1 Modelos del diseño instruccional

En la actualidad existen diversos modelos que permiten la construcción de un diseño instruccional, siendo guía de los profesionales sistematizando el proceso de desarrollo de las actividades (Belloch, 2012). Dentro de estos modelos se encuentran los siguientes:

#### Modelo de Gagné

Aquí el autor sistematiza considerando aspectos de las teorías de estímulos-respuesta y modelos de procesamiento de la información. Además, considera que para lograr un verdadero aprendizaje, se deben cumplir al menos 10 funciones de enseñanza:

1. Estimular la atención y motivar.
2. Dar información sobre los resultados esperados.
3. Estimular el recuerdo de los conocimientos y habilidades previas, esenciales y relevantes.
4. Presentar el material a aprender.
5. Guiar y estructurar el trabajo del aprendiz.
6. Provocar la respuesta.
7. Proporcionar feedback.
8. Promover la generalización del aprendizaje.
9. Facilitar el recuerdo.
10. Evaluar la realización.

Sin embargo, es un modelo que tiene algunas limitaciones como que la experiencia propia del docente es difícil de incorporar en el proceso de diseño de la instrucción ya que la teoría establece pautas estrictas que no dejan coyunturas explícitas en las cuales integrar nuevos o mejores

mecanismos, además de que el estudiante solo se convierte en un receptor, solo estimulando la atención.

### **Modelo ASSURE**

Este modelo se desarrolla a partir del constructivismo, considerando las características del estudiante, la manera en la que aprenden, y por tanto, fomentar la participación activa del estudiante, así, este modelo presenta seis procedimientos:

1. Analizar las características del estudiante: nivel de estudios, edad, conocimientos previos, habilidades, estilo de aprendizaje, entre otros.
2. Establecimiento de objetivos de aprendizaje.
3. Selección de estrategias, tecnologías, medios y materiales.
4. Organizar el escenario de aprendizaje.
5. Participación de los estudiantes.
6. Evaluación y revisión de la implementación y resultados del aprendizaje.

Este modelo contiene algunas restricciones como que no contempla una evaluación continua sino hasta el final del proceso. La estrategia instruccional podría no mantener a los estudiantes interesados en participar o convertirse en algo difícil de manejar, además que requiere una selección cuidadosa de los materiales y métodos.

### **Modelo de Dick y Carey**

Este modelo surge desde la idea de la relación que hay entre un estímulo –material didáctico– y la respuesta que se produce en el estudiante –aprendizaje del material-. Siendo así, el diseñador

debe identificar las competencias y habilidades que el estudiante debe dominar, luego seleccionar el estímulo y la estrategia instruccional. Este modelo propone las siguientes fases:

1. Identificar la meta instruccional.
2. Análisis de la instrucción.
3. Análisis de los estudiantes y del contexto.
4. Redacción de objetivos.
5. Desarrollo de Instrumentos de evaluación.
6. Elaboración de la estrategia instruccional.
7. Desarrollo y selección de los materiales de instrucción.
8. Diseño y desarrollo de la evaluación formativa.
9. Diseño y desarrollo de la evaluación sumativa.
10. Revisión de la instrucción.

No obstante, este modelo tiene algunos condicionamientos en la secuencialidad de sus elementos, dado que si durante el proceso falla alguno, se detiene todo el proceso. Adicional, no existe retroalimentación en cada paso del proceso.

Ahora bien, existe otra perspectiva que hace parte de los métodos de investigación que se encuentran basados en el diseño, esta es la progresión de aprendizaje. La cual para efectos del presente trabajo es la que más se ajusta.

## Progresión de aprendizaje

Dada la necesidad de sustentar los estudios basados en el diseño, han surgido diferentes enfoques de diseño que buscan que los sujetos puedan internalizar de manera progresiva las grandes ideas, cumpliendo a su vez que el proceso de enseñanza y aprendizaje sea mediado por materiales de enseñanza que tengan entre sí coherencia intra e intercurricular.

Uno de los enfoques que ha resultado de esta necesidad son las progresiones de aprendizaje, y una de las definiciones que se encuentra más acertada es la de Candela (2016) en la que afirma que las progresiones de aprendizaje: “se pueden concebir como ciclos estratégicamente desarrollados y secuencias de actividades de aprendizaje que orientan las rutas de aprendizaje de un concepto específico” (p. 79). Es decir, la idea de este enfoque es que durante la progresión, el material de enseñanza que se diseñe permita involucrar a los estudiantes de manera sucesiva a nuevas ideas, competencias y formas de pensar que cada vez sean más amplias y profundas.

Estas progresiones de aprendizaje, presentan dos enfoques los cuales recogen las tendencias que los docentes e investigadores prefieren en el campo de la educación, estos enfoques son, la de diseño escalonado y la de paisaje.

El enfoque de diseño escalonado, según Candela (2016) posee una naturaleza exploratoria en la que el proceso de aprendizaje de los estudiantes se encuentra comprometido, quiere decir, que la evidencia del aprendizaje permite hacer seguimiento de la progresión. Ahora, para dar cuenta de este enfoque, considera como componente dos tipos de anclaje, uno inferior y otro superior, y en medio de estos, encuentra unos niveles intermedios, que permiten que las grandes ideas se puedan secuenciar de manera lineal.

El enfoque de paisaje, resulta más útil para caracterizar una progresión de aprendizaje de tipo racional, es decir, con este enfoque el diseño inicia desde la lógica para luego ser validada teniendo en cuenta bases de datos que provienen de los estudiantes.

Se puede deducir de estos enfoques que las progresiones de aprendizaje, son una perspectiva de diseño que se fija en la manera en la que los estudiantes aprenden, teniendo en cuenta el proceso que desarrollan los estudiantes a través del tiempo, y por eso se hace necesario que los elementos que configuran estas progresiones de aprendizaje, sean organizados y coherentes, a continuación se detallan:

1. Ideas centrales: se hace necesario tener en cuenta dos aspectos, uno son los conocimientos básicos de los contenidos y el otro las prácticas científicas. Las ideas centrales explican la manera en la que se estructura la disciplina seleccionada, los conceptos que apoyan la construcción de otros conocimientos, teniendo en cuenta lo curricular.
2. El anclaje inferior: el diseño en esta parte debe enfocarse en los saberes previos de los estudiantes, así esto se puede ver desde dos puntos de vista, uno es el conocimiento que tienen los estudiantes en cuanto a los fenómenos naturales que se relacionan con la disciplina, y el otro son los conocimientos previos relacionados con la misma.
3. El anclaje superior: este elemento deja claro cuáles son las expectativas que se tienen al finalizar la progresión, es decir, la capacidad de interpretación que los estudiantes al finalizar adquieren, y el nivel superior en el que se encuentran comparado con los conocimientos que tienen al inicio de la progresión
4. Niveles intermedios: son las actividades que se implementan para que se haga el paso del anclaje inferior al anclaje superior. Estas actividades se encuentran secuenciadas de tal manera que se presente el concepto de una forma cada vez más compleja. Aquí el estudiante

construye conceptos nuevos y reconstruye los anteriores, de ese modo, puede razonar de manera que progresivamente alcance las expectativas que se plantean en el anclaje superior.

5. Estándares de contenido: responden a los intereses que el ministerio de educación nacional espera que los estudiantes dominen frente a una disciplina. Estos estándares tienen tres componentes, las ideas centrales de la disciplina, los conceptos transversales y las prácticas científicas. Además, son el punto de partida de las progresiones de aprendizaje, cuando son considerados como una gran idea.
6. Estándares de indagación: se busca que los estudiantes puedan integrar los conocimientos y los procesos que realizan, para lograr razonar de manera crítica. Además, que adquieran la capacidad de investigar de manera independiente y puedan usar sus habilidades asociadas a los conocimientos adquiridos. Esta perspectiva de indagación, permite que en el momento de seleccionar las actividades, se haga de manera organizada.
7. Desempeños de aprendizaje: estos dicen la forma en la que se organizan las grandes ideas, y de esta manera generar actividades de aprendizaje que permitan dar cuenta de los conocimientos alcanzados por los estudiantes. Así, los estándares de contenido más los estándares de indagación, permiten llegar a los desempeños, los cuales también sirven como guía para que el docente para evidenciar como están conceptualizando los estudiantes los estándares de contenido.
8. Metas de aprendizaje: los objetivos principales en la educación es que las personas posean conocimientos que permiten que puedan interpretar los fenómenos del entorno en el que se encuentran desde una perspectiva lógica. Estas metas, resumen las competencias que cualquier persona necesita frente a un determinado contexto y para que estas se cumplan es importante que su construcción este dada desde los estándares y de la coherencia de estos.

Finalmente, este enfoque de diseño es el que se considera tener en cuenta para la construcción del material de enseñanza, porque permite que se realice el diseño en cuanto a un contenido específico de manera hipotética, situación que permite que el diseño se puede re-estructurar, considerando sugerencias de un panel de expertos.

### **2.5.2 Teoría del aprendizaje significativo**

Una de las labores más arduas y constantes de los profesores es encontrar métodos o estrategias para que los estudiantes logren tener un aprendizaje significativo, en el que no sólo respondan a estímulos o preguntas, sino en el que puedan relacionar lo aprendido con su vida cotidiana, con su experiencia. Es por ello que se han hecho incontables investigaciones sobre teorías de aprendizajes que sean pertinentes para la labor docente, y aunque la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel es una de esas tantas teorías, tiene en cuenta cuatro elementos importantes del proceso educativo: los profesores y su manera de enseñar, los estudiantes y los conceptos previos que tienen, el contenido y cómo llega al estudiante, y el entorno social.

En la teoría del aprendizaje significativo, Ausubel (1983) plantea que el aprendizaje del estudiante depende de la estructura cognitiva<sup>2</sup> previa que se relaciona con la nueva información. Es decir, que los estudiantes no se toman como “recipientes vacíos” que hay que llenar, sino que las experiencias previas y conocimientos previos se tienen en cuenta favorablemente en su proceso de aprendizaje. Y aunque esta teoría, se considera una teoría psicológica por los procesos que cada individuo aborda para aprender, también pone el énfasis en lo que ocurre en el aula cuando los estudiantes aprenden; en la naturaleza de ese aprendizaje; en las condiciones que se

---

<sup>2</sup> La estructura cognitiva es el conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización.

requieren para que éste se produzca; en sus resultados y, consecuentemente, en su evaluación (Ausubel, 1976).

Palmero (2004) afirma que para que se produzca aprendizaje significativo han de darse dos condiciones fundamentales: la primera, tiene que ver con la actitud potencialmente significativa de aprendizaje por parte del aprendiz, o sea, predisposición para aprender de manera significativa; y la segunda, tiene que ver con la presentación de un material potencialmente significativo, el cual requiere por una parte, que el material tenga significado lógico, esto es, que sea relacionable con la estructura cognitiva del que aprende de manera no arbitraria y sustantiva; y, por otra, que existan ideas de anclaje o subsumidores adecuados en el sujeto que permitan la interacción con el material nuevo que se presenta.

Es importante recalcar que el aprendizaje significativo no es la "simple conexión" de la información nueva con la ya existente en la estructura cognoscitiva del que aprende, por el contrario, sólo el aprendizaje mecánico es la "simple conexión", arbitraria y no sustantiva; el aprendizaje significativo involucra la modificación y evolución de la nueva información, así como de la estructura cognoscitiva envuelta en el aprendizaje, por lo que Ausubel distingue tres tipos de aprendizaje significativo: de representaciones, de conceptos y de proposiciones. Sin embargo, este trabajo de investigación sólo tomará el aprendizaje significativo de conceptos como referente para el diseño del material de enseñanza.

Ahora bien, Ausubel (1983) define los conceptos como objetos, eventos, situaciones o propiedades de que posee atributos de criterios comunes y que se designan mediante algún símbolo o signos, partiendo de ello podemos afirmar que en cierta forma también es un aprendizaje de representaciones. Los conceptos son adquiridos a través de dos procesos: formación y asimilación. El aprendizaje de conceptos por formación, las características del

concepto se adquieren a través de la experiencia directa, en sucesivas etapas de formulación y prueba de hipótesis, por ejemplo, un niño adquiere el significado genérico de la palabra "pelota", cuando tiene un contacto directo con ella, estableciendo una equivalencia entre el símbolo y sus atributos comunes. El aprendizaje de conceptos por asimilación se produce a medida que el niño amplía su vocabulario, pues los atributos de criterio de los conceptos se pueden definir usando las combinaciones disponibles en la estructura cognitiva por ello el niño podrá distinguir distintos colores, tamaños y afirmar que se trata de una "pelota", cuando vea otras en cualquier momento.

Por lo anterior, el diseño instruccional considera necesario tener en cuenta la teoría de aprendizaje significativo, tanto sus puntos débiles y fuertes, no solo para la creación del diseño del material de enseñanza sino para garantizar que el estudiante logre un aprendizaje eficaz y que se logre identificar las necesidades de los estudiantes.

## 2.6 Uso de las TIC

Conociendo las dificultades que presentan los estudiantes en la comprensión de conceptos y objetos matemáticos, y que ha sido fundamentada con los resultados de las pruebas nacionales y regionales, se hizo necesario utilizar herramientas de apoyo para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, como lo es el uso de las TIC. Según el MEN (1998):

El uso de los computadores en la educación matemática ha hecho más accesible e importante para los estudiantes temas de la geometría, la probabilidad, la estadística y el álgebra. Las nuevas tecnologías amplían el campo de indagación sobre el cual actúan las estructuras cognitivas que se tienen, enriquecen el currículo con las nuevas pragmáticas asociadas y lo llevan a evolucionar. El uso efectivo de las nuevas tecnologías aplicadas a la educación es un campo que requiere investigación, desarrollo y formación de los docentes. (p. 18)

Es así, como es necesario hacer una integración de las TIC en los sistemas educativos, con el fin de innovar las prácticas de enseñanza. Además, a partir de la evolución que ha tenido la tecnología en la sociedad y su uso frente a diferentes contextos, se ha vuelto una necesidad social conocer, explorar y utilizar las TIC para la resolución de diversos problemas.

Además, la educación debe hacer frente a los retos que abren las tecnologías, que mejoran la manera de producir, organizar, difundir, controlar el saber y acceder al conocimiento. Los materiales de enseñanza tecnológicos son eficaces, cómodos y motivantes, y pueden ser preocupantes para aquellos que no hayan incursionado como usuarios en ellas y/o que no las manejen con propiedad. Kustcher y St.Pierre (2001) afirman que frente a estos materiales de enseñanza el sujeto debe ser activo, responsable, constructivo, intencional, complejo, contextual, participativo, interactivo y reflexivo, para que de esta manera pueda sacarle ventajas al uso de estas.

## Capítulo 3

### Desarrollo de la investigación

En este capítulo se abordan los aspectos tenidos en cuenta para el desarrollo del trabajo. Inicia con elementos metodológicos que permitieron dar un enfoque al diseño del material de enseñanza; luego se presenta el diseño del material de enseñanza virtual en el que se dejan explícitas todas las herramientas que se utilizaron para su creación y el acceso a estas. Por último, se aborda la fundamentación del diseño en la que se aclara cómo este diseño se relaciona con todos los fundamentos teóricos que sustentan este trabajo.

#### 3.1 Elementos metodológicos

Para lograr dar respuesta a la pregunta de investigación la cual indaga la manera de cómo diseñar un material de enseñanza virtual, fue necesario tener en cuenta algunos elementos metodológicos, el primero tiene que ver con la revisión a los principios del diseño instruccional en la literatura especializada y de esta manera contar con información que permitió dar claridad en cuanto a todo lo que se debe considerar en el momento de diseñar un material de enseñanza, también esta revisión dejó ver que un diseño debe estar apoyado de teorías de aprendizaje, en el currículo y en conocimiento tecnológico y así poder organizar de manera coherente las actividades que se proponen para que tengan éxito, ahora bien, para garantizar que el diseño de un material de enseñanza virtual esté debidamente informado y apoyado en las teorías de aprendizaje y de diseño, se identificó la necesidad de darle al diseño un enfoque o modelo que permita cohesionar de manera sistemática dichas teorías.

Lo anterior permitió que se llegara a otro elemento metodológico el cual fue determinar el contenido específico con el que se iba a diseñar el material de enseñanza, para esto fue necesario

recurrir a evidencias en las que se mostrara una deficiencia en los estudiantes, encontrando que es en las competencias relacionadas con el desarrollo del pensamiento espacial, específicamente en la visualización de figuras 2D y 3D/2D, que no obtienen resultados satisfactorios.

Ahora bien, para lograr el diseño de un material de enseñanza virtual se consideró importante integrar estos dos elementos metodológicos mencionados, y para esto, se determinó que es el enfoque del diseño de las progresiones del aprendizaje (PA) las que lo permiten, pues según Candela (2016) las PA son estudios de diseño que buscan integrar los componentes del currículo para lograr una organización coherente, y de esta manera, dar respuesta a la falta de alineación entre el diseño curricular, los materiales de enseñanza, la práctica pedagógica y la evaluación.

Se debe tener en cuenta que las PA se pueden clasificar en dos tipos, una es el diseño escalonado y el otro el de paisaje, el primero le da prioridad al contexto de la clase y también al uso de conceptos que el estudiante va aprendiendo y el segundo inicia desde la lógica de la progresión, para después validarla teniendo en cuenta los datos que provienen de los estudiantes. Considerando esta clasificación de las PA, para realizar dicha integración entre estos dos elementos metodológicos, el diseño tipo escalonado es el que lo permite, pues este requiere unos elementos que permiten configurar el diseño de una progresión de aprendizaje, siendo estos los siguientes:

1. Ideas centrales: se explica la manera en la que se estructura la disciplina que se selecciona, teniendo en cuenta el currículo, el apoyo de otras investigaciones, y los conceptos que permiten construir otros conocimientos, además del esperado.
2. Anclaje inferior: se refiere a los conocimientos previos que los estudiantes tienen al inicio de la progresión.

3. Anclaje superior: tiene que ver con las expectativas que se tienen frente a los conocimientos que los estudiantes deben alcanzar al culminar la progresión.
4. Niveles intermedios: son las metas de aprendizaje que se encuentran entre el anclaje inferior y el anclaje superior, es decir, son las actividades de aprendizaje que permiten que el estudiante pueda pasar de lo previo a lograr todas las expectativas.
5. Estándares de contenido: son los que direccionan el currículo, y a su vez, son los que dicen lo que el estudiante debe saber, comprender para finalmente ser competentes en la disciplina. Dado esto, es importante que exista coherencia intra e inter-curricular.
6. Estándares de indagación: estos buscan que el estudiante logre desarrollar la habilidad de pensar de manera lógica y formular preguntas.
7. Desempeños de aprendizaje: son los que además de dar cuenta de los estándares de contenido y los de indagación, sirvan como guía para que el docente pueda evidenciar de qué manera los estudiantes están conceptualizando.
8. Metas de aprendizaje: resumen las competencias que necesita el estudiante para lograr aplicarlas en cualquier contexto.

Por último, otro elemento metodológico que se consideró importante para hacer una validación interna fue una revisión del diseño por parte de un panel de expertos, siendo estos tres licenciados en educación básica con énfasis en matemáticas, con experiencia en la enseñanza, de esta manera, recoger sus sugerencias, comentarios, opiniones, etc. y en caso de que se deban hacer modificaciones realizarlas, para lograr un diseño que posiblemente contribuya en el desarrollo de la visualización en la construcción de figuras geométricas 2D (cuadrados) y 3D/2D (cubos), en estudiantes de grado quinto.

### **3.2 Diseño del material de enseñanza virtual**

La configuración del diseño del material de enseñanza virtual se centra en la secuenciación de tareas, en la cual se presenta la formulación del problema de manera constante pero la complejidad de las tareas va aumentando mediante la adición de pasos o variables.

Las actividades que se presentan, tienen en cuenta la comprensión e interpretación que los estudiantes tienen del mundo que les rodea, considerando contextos y situaciones de construcción, arquitectura, entre otros. También, se tienen en cuenta los planteamientos de problemas que tienen como soluciones la aplicación de definiciones y características de los conceptos que se abordan.

El ambiente presenta una serie de actividades divididas en cuatro momentos:

El primero, titulado “Reconocimiento”, está enfocado en los conocimientos previos de los estudiantes, por lo que contiene una prueba inicial que tiene como objetivo examinar los conocimientos del estudiantes frente a las figuras 2D y 3D; y algunos videos de apoyo frente a la clasificación, características y relación de las figuras 2D y 3D.

El segundo, titulado “Actividad 1”, son actividades enfocadas solamente en las figuras 2D, sus características, manipulación y construcción de ellas, particularmente del cuadrado. Para ello, los estudiantes se enfrentan a tres niveles en los que sólo se utilizará la capacidad de la visualización. Cada que aumenten de “nivel” así mismo aumentará su nivel de complejidad.

El tercero, titulado “Actividad 2”, son actividades enfocadas solamente en las figuras 3D/2D, sus características, manipulación y construcción de ellas, particularmente del Cubo. Para ello, los estudiantes se enfrentan a varios niveles en los que deberán manipular cubos en diferentes situaciones.

El cuarto, titulado “Actividad 3”, es la articulación de actividades en los que se involucran la

manipulación y construcción tanto de figuras 2D como de figuras 3D/2D para precisar la relación que hay entre las figuras de una dimensión con otra.

Para la realización de todas las actividades, es necesario ingresar a un sitio web inicial en el que se podrá encontrar pestañas acordes con la información que se dio anteriormente. Adicional a ello, en cada actividad se incluyen herramientas de apoyo (como una pestaña de la página inicial) para el estudiante con el fin de prever algunas dificultades que puedan presentar los estudiantes al momento de realizar las actividades, y para el docente con el fin de complementar con otras actividades que pueden afianzar el conocimiento adquirido por los estudiantes.

*Fuente: elaboración propia.*

Figura 1. Vista de la página principal del diseño.

### 3.2.1 Reconocimiento

En esta etapa titulada “Conocimientos previos”, se pretende que los estudiantes reflexionen sobre los conocimientos previos que tienen sobre las figuras 2D y las figuras 3D/2D. Para ello, se realiza una **PRUEBA INICIAL** con el fin de reconocer qué vacíos pueden tener los estudiantes frente a dichas figuras.

También, se presentan una serie de **VÍDEOS** que permiten afianzar conocimientos previos, o en su defecto, aclarar y expandir estos conocimientos previos.

*Figura 2. Vista del primer momento "Reconocimiento"*

*Fuente: elaboración propia.*

### **3.2.2 Actividad 1**

En esta etapa titulada “EXPLORACIÓN” se hace énfasis en la manipulación de las figuras 2D, la cual cuenta con tres niveles:

Nivel 1: se hace uso de la capacidad de la visualización para identificar cuántos cuadrados hay en una figura previamente establecida.

Nivel 2: se hace uso de la manipulación de triángulos y cuadrados para poder construir o “rellenar” un cuadrado.

Nivel 3: se hace uso de la manipulación de las piezas del tangram (triángulos de diferentes tamaños, cuadrado y paralelogramo) para construir un cuadrado, moviendo y trasladando las figuras.

En caso de que el estudiante presente alguna dificultad con el nivel 2 y 3, hay una **ACTIVIDAD ADICIONAL** de apoyo, que se encuentra en las herramientas de apoyo para el estudiante.

Al finalizar los tres niveles que aquí se presentan, los estudiantes deberán reflexionar y socializar frente a tres preguntas:

- ¿Cuántas figuras como mínimo se pueden utilizar para construir un cuadrado? Justifique su respuesta.
- ¿Cuántas figuras como máximo se pueden utilizar para construir un cuadrado? Justifique su respuesta.
- ¿Cuántos cuadrados hay? Justifique su respuesta.

Las cuales se encuentran en la **FICHA ACTIVIDAD 1** a la que se deberá ingresar antes de comenzar los niveles.

*Figura 3. Vista del segundo momento "Actividad 1"*

*Fuente: elaboración propia.*

### 3.2.3 Actividad 2

En esta etapa titulada “CUBOS Y CUADRADOS” se hace énfasis en la manipulación y visualización de figuras 3D/2D y la cual consta de 3 niveles:

Nivel 4: se hace uso de la manipulación de un cubo a partir de un cuadrado, para saber cuántas veces está ese cubo en diferentes cuerpos geométricos.

Nivel 5: se hace uso de la visualización para identificar y reconocer cuántos cubos hacen falta para completar los cuerpos geométricos previamente establecidos y construir un cubo con ellos.

Nivel 6: se hace uso de la manipulación de figuras planas para mover los cuerpos geométricos previamente establecidos y construir un cubo.

Cada nivel presenta consigo una serie de preguntas concentradas en la **FICHA ACTIVIDAD 2** que deberán responder simultáneamente con la resolución de las actividades de esta etapa, con el fin de que al finalizar los tres niveles que aquí se presentan, los estudiantes puedan reflexionar y socializar frente a las respuestas que dieron.

Si los estudiantes presentan dificultad con la realización de los niveles o de las preguntas de la ficha evaluativa, en las herramientas de apoyo se encuentra una **ANIMACIÓN** que le permite tener más claridad sobre cómo podría resolver la actividad.

*Figura 4. Vista del tercer momento "Actividad 2"*

*Fuente: elaboración propia.*

### **3.2.4 Actividad 3**

En esta etapa titulada “CONSTRUCCIÓN” se hace énfasis en la manipulación y visualización, tanto de figuras 2D como de figuras 3D/2D y la relación que hay entre ellas. Esta etapa consta de 3 niveles:

Nivel 7: se hace uso de la manipulación de figuras planas y cuerpos geométricos para hacer agrupaciones y con ellas reconocer la relación que hay entre ambas dimensiones.

Nivel 8: se hace uso de la construcción de figuras planas para representar las vistas de diferentes cuerpos geométricos.

Nivel 9: se hace uso de la construcción de figuras planas para construir cuerpos geométricos, específicamente un monumento.

Cada nivel presenta consigo una serie de preguntas concentradas en la **FICHA ACTIVIDAD 3** que deberán responder simultáneamente con la resolución de las actividades de esta etapa, con el fin de que al finalizar los tres niveles que aquí se presentan, los estudiantes puedan reflexionar y socializar frente a las respuestas que dieron.

Si los estudiantes presentan dificultad con la realización de los niveles o de las preguntas de la ficha evaluativa, en las herramientas de apoyo se encuentran dos **ACTIVIDADES ADICIONALES** que le permite tener más claridad sobre cómo podría resolver la actividad.

*Figura 5. Vista del cuarto momento "Actividad 3"*

*Fuente: elaboración propia.*

### 3.3 Fundamentación del diseño

Para la fundamentación del diseño se tiene en cuenta la vinculación de los niveles intermedios, en los cuales se presentan actividades secuenciales, con los referentes teóricos como: los elementos que componen la visualización, el conocimiento tecnológico y la teoría de aprendizaje significativo.

Para todas las actividades del material de enseñanza el componente tecnológico juega un papel muy importante al facilitar la manipulación de diversas figuras 2D y 3D/2D en un recurso de Geogebra, que permiten un acercamiento más real a las características de las figuras 3D/2D y a la relación que puedan tener con las figuras 2D. Es importante también resaltar, que haber

utilizado Google Sites permitió implementar otro tipo de herramientas virtuales como videos, animaciones y actividades adicionales que reforzaban los conocimientos de los estudiantes o que al menos disminuía la dificultad que pudiera presentar en los diversos niveles. Adicional se presenta diversas fichas evaluativas realizadas con una de las herramientas que ofrece Gmail, la cual permite una recolección de datos rápida y en menor tiempo, para que al docente se le facilite la revisión de las respuestas que brindan los estudiantes.

También, es necesario aclarar que no se dejaba de lado las construcciones de figuras 2D y 3D/2D con lápiz y papel, sino que por el contrario se generaban actividades en las herramientas de apoyo para el docente en las que utilizar material físico permitía una retroalimentación de los conocimientos adquiridos con las actividades ya realizada, y que podían tomarse como actividades futuras. Cada actividad tiene una ficha evaluativa que contiene preguntas alusivas a las construcciones o manipulaciones que realizan y que se deben responder en simultaneo.

## **ACTIVIDAD**

## **1**

Esta etapa se evidencia uno de los elementos de la visualización como lo es el proceso de compresión e interpretación de representaciones visuales de las cuales se extrae información y en las que se reconocen figuras 2D formadas por varias figuras 2D o que están superpuestas, y que estas mantienen su forma aunque se deje de ver parcial o totalmente.

**Nivel 1:**

*Figura 6. Vista del "nivel 1" de la Actividad 1*

*Fuente: elaboración propia.*

En este nivel se espera que el estudiante pueda identificar figuras dentro de otras figuras, a partir de condiciones dadas. En este caso, que logren identificar cuadrados a partir de una figura plana previamente establecida. Los estudiantes tendrán un tiempo establecido por el docente para responder a la siguiente pregunta:

“¿Cuántos cuadrados hay? Justifica tu respuesta.” Aquí, el docente deberá hacer una socialización sobre esas posibles respuestas y que ellos puedan reflexionar sobre cuál es la respuesta acertada y por qué es esa y no otra, en la que se tiene en cuenta la teoría del aprendizaje significativo al usar los conocimientos previos para reconstruirlos y obtener nueva información.

Adicionalmente, los estudiantes pueden reconocer que el cuadrado mantiene su forma sin importar si es una figura en sí misma o si hace parte de otra figura, lo que evidencia un reconocimiento de las relaciones espaciales y la conservación de la percepción de las figuras, los

cuales son elementos fundamentales para el desarrollo de la visualización. También, los estudiantes pueden realizar un proceso de interpretación y comprensión de las representaciones visuales, en las que pueden abstraer información a partir de las características y definición del cuadrado.

### **Nivel 2:**

*Figura 7. Vista del "Nivel 2" de la Actividad 1*

*Fuente: elaboración propia.*

En este nivel, se espera que el estudiante explore las funcionalidades del recurso, que reconozcan qué figuras se pueden mover y de qué manera pueden hacerlo. Aquí los estudiantes podrán identificar y reconocer que con varias figuras podrán completar un cuadrado, y con ello, lograrán identificar las características de las figuras y la relación que tienen entre ellas. En este nivel, los estudiantes saben que finalizaron la actividad cuando logren completar el cuadrado.

Además, se puede evidenciar los cuatro elementos<sup>3</sup> que componen la visualización: las imágenes mentales que ahí se presentan son de tipo dinámico en las que las figuras o sus

---

<sup>3</sup> Los cuatro elementos que componen la visualización son las imágenes mentales, los procesos, las habilidades y las representaciones externas (Gutierrez, 1996)

elementos se desplazan; el proceso en el que se enmarca esta actividad es el proceso visual, en el que se transforman las imágenes visuales ya formadas en otras como lo es construir un cuadrado a partir de otras figuras ya formadas; y las habilidades que se presentan son las de poder identificar y reconocer que el cuadrado rosado es formado con otras figuras 2D como el triángulo y el cuadrado de diferentes tamaños, y que al mismo tiempo estas figuras se pueden superponer en el cuadrado rosado.

### **Nivel 3:**

*Figura 8. Vista del "Nivel 3" de la Actividad 1*

*Fuente: elaboración propia*

En este nivel se espera que el estudiante pueda construir un cuadrado (sin una plantilla establecida) manipulando varias figuras 2D y haciendo uso de la visualización para identificar cómo mover las figuras y cómo lograr construir el cuadrado. El objetivo de este nivel es que los estudiantes puedan reflexionar sobre la cantidad de figuras que necesita para construir un cuadrado, si sólo se puede construir con esas figuras establecidas o si se pueden con más. En este nivel, los estudiantes saben que finalizaron la actividad cuando logran construir el cuadrado.

Además, se puede evidenciar que las imágenes mentales que ahí se presentan son de tipo dinámico en las que las figuras y sus elementos se desplazan; el proceso en el que se enmarca esta actividad es el proceso visual, en el que se transforman las imágenes visuales ya formadas en otras como lo es construir un cuadrado a partir de otras figuras ya formadas; y las habilidades que se presentan son las de poder identificar y reconocer que el cuadrado rosado es formado con otras figuras 2D como el triángulo y el cuadrado de diferentes tamaños, y que al mismo tiempo estas figuras se pueden superponer en el cuadrado rosado.

En este nivel, los estudiantes reconocen que una figura 2D mantiene su forma aunque se deje de ver parcial o totalmente, dado que aunque no esté la plantilla del cuadrado, el cuadrado se puede seguir construyendo con otras figuras 2D.

A continuación se presentan las preguntas durante esta actividad y sus propósitos.

Nivel 1, 2 y 3:

- ¿Cuántas figuras como mínimo se pueden utilizar para construir un cuadrado? Justifique su respuesta.

- ¿Cuántas figuras como máximo se pueden utilizar para construir un cuadrado? Justifique su respuesta.

- ¿Cuántos cuadrados hay? Justifique su respuesta.

El propósito de estas preguntas es que el estudiante pueda llegar a reconocer que a partir de una figura 2D se pueden construir otras, o que una figura 2D puede estar compuesta por más figuras 2D, esto con el fin de afianzar las definiciones y características que tienen las figuras 2D.

## ACTIVIDAD 2

En esta etapa se evidencia el proceso de transformación de unas imágenes visuales ya formadas en otras, en la que se reconocen figuras 3D/2D formadas por varias partes o están superpuestas, en la que se reconocen figuras 3D/2D mantienen su forma aunque se deje de ver parcial o totalmente, y en la que se comparan varios objetos identificando semejanzas y diferencias visuales.

Antes de iniciar con las actividades, el docente deberá dar la instrucción de abrir la ficha de evaluación. Aunque en el material de enseñanza se especifica, es importante la guía del docente para leer cada apartado y sección del recurso. Las secciones de la ficha se deberán diligenciar simultánea a la realización de los niveles y de hacer su respectiva socialización.

### **Nivel 4:**

*Figura 9. Vista del "Nivel 4" de la Actividad 2*

*Fuente: elaboración propia.*

En este nivel, se espera que el estudiante explore las funcionalidades del recurso, que reconozcan qué figuras se pueden mover y de qué manera pueden hacerlo. Aquí los estudiantes podrán identificar y reconocer cuántas veces cabe una figura en otra, particularmente un cubo en

diversos cuerpos geométricos. En este nivel, el acompañamiento del docente es fundamental porque los estudiantes pueden tener dificultades con cuerpos geométricos que tienen prismas triangulares, puesto que para ellos no es tan evidente que con dos prismas triangulares se puede formar un cubo. Sin embargo, para esta actividad hay una herramienta de apoyo que puede facilitar el entendimiento de esta.

También, se puede evidenciar que las imágenes mentales que ahí se presentan son de tipo dinámico en las que las figuras tanto 2D como 3D/2D se desplazan en diferentes sentidos, y que el proceso de conversión de información abstracta, permite relacionar las características de diversas figuras 3D/2D para llegar a que así como en las figuras 2D dos triángulos pueden formar un cuadrado, así mismo varios cubos pueden formar una nueva figura 3D/2D.

Las preguntas que se realizan en este nivel son:

- Mueve en la vista gráfica 2D el cuadrado negro, ¿Qué sucede en la vista gráfica 3d?
- ¿Con cuántos cubos se conforma el cuerpo geométrico A? ¿Con cuántos el B? y ¿con cuántos cubos el C?
- ¿Cómo determinas que efectivamente la cantidad de cubos que indicas es la correcta?

El propósito de estas preguntas es que el estudiantes pueda llegar a reconocer que a partir de una figura 3D/2D se pueden construir otras, o que una figura 2D/3D puede estar compuestas por más figuras 3D/2D, esto con el fin de afianzar las definiciones y características que tienen de las figuras 3D.

**Nivel 5:**

*Figura 10. Vista del "Nivel 5" de la Actividad 2*

*Fuente: elaboración propia.*

En este nivel se espera que el estudiante pueda hacer uso de la capacidad de la visualización para completar diversos cuerpos geométricos y construir un cubo con cada uno de ellos. Aquí los estudiantes podrán reconocer los cubos de diferentes proporciones y llegar a una fórmula general. Con esta actividad es posible que el estudiante reconozca que aunque el cubo no está en su totalidad, al rotar la vista 3D puede abstraer la información que hace falta para completarlo, realizando un proceso de la interpretación de información figurativa en la que evidencia la habilidad que tiene el estudiante para la conservación de la percepción.

Es importante que durante este nivel el acompañamiento del docente sea activo dado que los chicos pueden presentar problemas en el conteo de cubos.

Es importante resaltar que aunque no haya una manipulación más allá de girar las figuras 3D/2D, el recurso permite que sea más sencillo la construcción de diversas figuras 3D/2D en las que se puede identificar claramente sus características y más cuando son figuras irregulares.

**Nivel 6:**

*Figura 11. Vista del "Nivel 6" de la Actividad 2*

*Fuente: elaboración propia.*

En este nivel se espera que el estudiante logre construir un cubo a partir de la manipulación de otros cuerpos geométricos irregulares, permitiendo de esta manera que el estudiante desarrolle la habilidad de relacionar la posición de un objeto con uno mismo o con otro que actúa como punto de referencia, además, como en las actividades anteriores ya ha logrado el conocimiento de formar figuras 3D/2D a partir de otras figuras, la complejidad de esta actividad sólo potencia las habilidades de la visualización y el refuerzo y reconstrucción de los conocimientos previos. Aquí, el docente tendrá una participación pasiva puesto que el estudiante sabrá que terminó la actividad cuando logre construir el cubo.

Las preguntas que se formularon para el nivel 5 y 6 son las siguientes:

- ¿Cuántos cubos faltan para completar cada uno de los cuerpos geométricos y que su forma final sea un cubo que cumpla con lo especificado en la nota?

- ¿Cuántos cubos conforman a un cuerpo geométrico 1x1x1?
- ¿Cómo puedes determinar cuántos cubos conformaría un cuerpo geométrico 10x10x10 sin necesidad de realizar su construcción?

- ¿Qué estrategia utilizaste para construir el cubo?, ¿Hay otra manera?

El propósito de estas preguntas es que el estudiantes pueda llegar a reconocer figuras 3D/2D aunque no estén completas pero que puedan realizar un proceso mental en el que logren completarlas a partir de las características que ya comprenden de las figuras. Además, que una figura 3D/2D se puede convertir en infinidad de figuras nuevas a partir de la adición de figuras 3D/2D del mismo tipo o el proceso inverso de a partir de la adición de figuras 3D/2D se puede formar una nueva figura 3D/2D.

### **ACTIVIDAD 3**

En esta etapa se evidencia tanto el proceso de conversión de información abstracta en imágenes visuales como el proceso de comprensión e interpretación de representaciones visuales para extraer la información que contienen; en las que se reconocen que las figuras están formadas por varias partes o están superpuestas, en las que se relaciona la posición de un objeto con uno mismo o con otro objeto, que actúa como punto de referencia, y la identificación de las características de relaciones entre diversos objetos situados en el espacio.

Antes de iniciar con las actividades, el docente deberá dar la instrucción de abrir la ficha de evaluación. Aunque en el material de enseñanza se especifica, es importante la guía del docente para leer cada apartado y sección del recurso. Las secciones de la ficha se deberán diligenciar simultánea a la realización de los niveles y de hacer su respectiva socialización

**Nivel 7:**

*Figura 12. Vista del "Nivel 7" de la Actividad 3*

*Fuente: elaboración propia.*

En este nivel se espera que el estudiante explore las funcionalidades del recurso, que reconozcan qué figuras se pueden mover y de qué manera pueden hacerlo. Aquí los estudiantes podrán identificar y reconocer las relaciones que tienen las figuras 2D con las figuras 3D/2D a partir de las características de ambas. Adicional, se puede evidenciar el proceso de la interpretación de información figurativa en la que se utiliza los conocimientos previos que se tienen de las características de las figuras 2D y 3D/2D para reconocer la relación entre ellas, en este caso, que las figuras 2D son la base de todas las figuras 3D/2D, potenciando así la habilidad que tiene el estudiante para la identificación visual la cual permite reconocer las partes que conforman una figura.

Las preguntas que se formularon para este nivel son:

- ¿Qué tienen en común las agrupaciones de las figuras 3D cuando las figuras 2D se agrupan?

- ¿Qué tienen en común las agrupaciones de las figuras 2D cuando las figuras 3D se agrupan?

- ¿Qué relación tienen las figuras 2D con las figuras 3D?

El propósito de estas preguntas es que el estudiante logre reconocer las relaciones de las figuras 2D y 3D/2D, y para ello que puedan identificar que las figuras 3D/2D están compuestas por figuras 2D. Esto permitirá que los estudiantes logren abstraer figuras 2D de figuras 3D.

#### **Nivel 8:**

*Figura 13. Vista del "Nivel 8" de la Actividad 3*

*Fuente: elaboración propia.*

En este nivel se espera que el estudiante pueda construir las diferentes vistas de un figura 3D/2D previamente establecido con el fin de reconocer las diferentes perspectivas que puede tener este tipo de figuras y cómo se ve a partir de figuras 2D. Además, las representaciones visuales en ambas vistas, permite que el estudiante reconozca las relaciones entre las figuras tanto de la vista 2D como de la vista 3D, y la posición en el espacio que mantiene una figura sobre sí misma o con otra figura.

Ahora bien, el conocimiento previo sobre las relaciones entre las figuras 2D y las figuras 3D/2D permite que para el estudiante sea más fácil visualizar las posibles vistas de las figuras 3D/2D y llegar a reconocer las relaciones de cualquier vista 2D de figuras 3D.

Aquí la participación del docente debe ser activa, debe ser una guía en la construcción estando atento a las herramientas que utilizan los estudiantes y de cómo están tomando ellos las vistas y perspectivas.

Para este nivel las preguntas son estas:

- ¿Qué diferencia hay entre las diversas vistas?
- ¿Qué similitudes hay entre las diversas vistas?

El propósito de estas preguntas es que el estudiante logre reconocer las relaciones de las figuras 2D y 3D/2D, y para ello que puedan identificar que las figuras 3D/2D tienen un desarrollo 2D en el que se pueden reconocer las semejanzas y diferencias en ambas dimensiones. Esto permitirá que los estudiantes logren formar figuras 3D a partir de figuras 2D.

**Nivel 9:**

*Figura 14. Vista del "Nivel 9" de la Actividad 3*

*Fuente: elaboración propia.*

En este nivel se espera que el estudiante pueda construir figuras 3D/2D a partir de figuras 2D. En esta ocasión, la figura 3D/2D será a gusto del estudiante haciendo énfasis en algún monumento de su ciudad o país, y tendrá que utilizar todas las habilidades y conocimientos previos adquiridos en los niveles anteriores.

En esta sección se pone a prueba todos los elementos que componen a la visualización, dado que no solo deben manipular sino que deben utilizar los conocimientos previos de definiciones, características y relaciones de figuras 2D y figuras 3D/2D. También, el estudiante tendrá que enfrentarse a procesos cognitivos en los que debe analizar y reflexionar sobre las construcciones que realice, y si de verdad esas construcciones están cumpliendo no sólo con las condiciones dadas por el docente sino también con las condiciones implícitas mostradas en los niveles anteriores.

Aquí la participación del docente debe ser activa guiando a los estudiantes en las posibles complicaciones que puedan tener respecto a la construcción. A continuación se presentan las preguntas que se formularon para este nivel:

- ¿La construcción que hiciste es un monumento? Justifica tu respuesta.
- ¿Cómo realizaste la construcción del monumento?

- ¿Cómo es la vista del monumento por arriba y por el frente? Dibújalos.

El propósito de las preguntas es que los estudiantes puedan recolectar todos los conocimientos aprendidos en los niveles anteriores y los puedan poner en práctica, no sólo manipulando o construyendo, sino también reflexionando sobre eso que aprendieron.

Finalmente, en las referencias se presenta el hipervínculo con el cual es posible acceder al material de enseñanza virtual propuesto en este trabajo, es importante tener en cuenta que ya ha sido ajustado según las sugerencias por el panel de expertos (Escobar y Melo, 2019).

## Capítulo 4

### Análisis del diseño

Como bien se mencionó en el desarrollo de la investigación para dar cuenta del objetivo propuesto y dar una posible respuesta a la pregunta de investigación.

El método de investigación basado en el diseño, debe estar apoyado en las teorías de aprendizaje, el currículo y el conocimiento tecnológico, en cuanto a las teorías del aprendizaje se tuvo en cuenta la del aprendizaje significativo, dando cuenta de las dos condiciones que para Palmero (2004) son importantes, dada la primera condición, se consideró importante tener en cuenta la manera en la que el estudiante se muestra frente a la visualización, para esto, fue necesario hacer una revisión de los resultados obtenidos en las pruebas SABER 5º, en la que evidentemente los resultados no fueron satisfactorios, asimismo se determinaron las competencias que los estudiantes no están alcanzando y de ese modo, es que surge la propuesta de un diseño que contribuya al desarrollo de la visualización en la construcción de figuras geométricas 2D (cuadrados) y figuras 3D/2D (cubos), así en cumplimiento de la segunda condición se consideró construir un material de enseñanza virtual que sea potencialmente significativo para el estudiante, que además de aprender nuevos conocimientos, el estudiante posiblemente logre relacionarlos con otros.

Por el lado del currículo y el tecnológico, para lograr diseñar un material de enseñanza virtual que contribuya a la visualización en la construcción de figuras geométricas 2D (cuadrados) y figuras 3D/2D (cubos), este trabajo se apoya en las competencias que según el MEN (1998) los estudiantes de grado quinto deben estar en la capacidad de dominar, estas son:

- comparar y clasificar objetos tridimensionales o figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes y propiedades.

- relacionar objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos.

- construir y descomponer figuras planas y sólidos a partir de condiciones dadas.

Por lo que, si se logra que el estudiante logre dominar estas competencias, entonces es posible el desarrollo del pensamiento espacial y como se ha dicho antes, la visualización como habilidad permite que este pensamiento se pueda desarrollar mejor, dado que, la visualización vista como una actividad cognitiva permite el sujeto tenga la capacidad de extraer datos y de alguna manera relacionarlos con los objetos matemáticos (Marmolejo, González, 2013)

Además, el Ministerio de Educación Nacional en los lineamientos curriculares, también propone que la integración de la visualización para el desarrollo del pensamiento espacial, se puede lograr haciendo uso de herramientas tecnológicas, dado que, estas herramientas agilizan en gran medida el proceso de aprendizaje de los estudiantes, sin embargo, no es una tarea fácil, porque esto requiere que el docente se enfrente a nuevos retos, de manera, que sea capaz de hacer uso de TIC, pero que al mismo tiempo esto que diseña en entornos virtuales no se quede en lo teórico, sino que en la práctica se vea reflejado.

#### **4.1 Progresiones de aprendizaje**

En concordancia con lo anterior, la progresión de aprendizaje como enfoque de diseño, es la que permite que se organice de manera coherente y progresiva, todo lo que se considera en la teoría de aprendizaje significativo, el currículo y el conocimiento tecnológico, y así diseñar un material de enseñanza que posiblemente contribuya a la línea de investigación del diseño instruccional en el desarrollo de la visualización en la construcción de figuras geométricas 2D (cuadrados) y figuras 3D/2D (cubos)

Por tanto, se explicita la manera en la que los elementos que configuran las progresiones de aprendizaje son abordados en el diseño instruccional:

### **Ideas centrales**

La escogencia del contenido específico, parte del hecho de que en las pruebas nacionales los estudiantes de grado quinto obtienen resultados poco satisfactorios, lo que implica que no dominen competencias que tienen que ver con el desarrollo del pensamiento espacial, específicamente, en la visualización de figuras geométricas 2D como los cuadrados y figuras 3D/2D como son los cubos.

Además, porque desde el MEN (1998) se considera que el desarrollo del pensamiento espacial y sistemas geométricos, ayuda a que los estudiantes logren ser competentes matemáticamente, por esto, se propone diseñar un material de enseñanza que contribuya a un aprendizaje significativo, particularmente, teniendo la habilidad de trabajar con figuras geométricas 2D y figuras 3D/2D, lo que permitiría también que se desarrollen otras nociones matemáticas tales como: volumen, área y perímetro, pues son nociones que a partir de las medidas de las figuras geométricas se pueden hallar y al desarrollarlas es posible entender sistemas métricos, nociones de simetría, congruencia y semejanza (MEN, 2006).

### **Anclaje inferior**

Para los conocimientos previos de los estudiantes se tuvo en cuenta el currículo matemático nacional en el que se determina que para el grado quinto los estudiantes deberían conocer algunos contenidos matemáticos previos, específicamente en geometría, como por ejemplo reconocer, diferenciar y describir las características y propiedades de las figuras 2D y figuras 3D/2D, en las que se tiene en cuenta los lados, vértices, caras y aristas; reconocer congruencia y semejanza entre figuras, en las que se tiene en cuenta la ampliación y reducción de figuras; realizar construcciones

utilizando figuras 3D/2D y figuras 2D, en las que se tiene en cuenta la configuración de las figuras en diferentes dimensiones. Este elemento se puede evidenciar en el primer momento del material virtual titulado “Reconocimiento”, el cual se profundiza en el capítulo 3.

### **Anclaje superior**

Teniendo en cuenta los conocimientos previos y las actividades realizadas con éxito en el diseño, se considera coherente determinar que los estudiantes podrán potenciar la habilidad de la visualización para no sólo reconocer las características y propiedades de cualquier figura, sino de poder manipularlas hasta el punto de lograr analizar qué relaciones hay entre ellas y cómo lograr construir una figura a partir de otras.

A partir de la socialización se puede llegar a esto teniendo en cuenta las preguntas que se generan en las fichas de las actividades, construidas considerando las teorías del aprendizaje significativo en el que se hace una relación entre los conocimientos previos del estudiante y la nueva información que adquirió de esa socialización, en este caso se puede decir que el aprendizaje se da por medio de la asimilación al tener una retroalimentación de las soluciones de las actividades. Estas fichas se presentan en cada uno de los momentos que tiene el diseño y se puede acceder a ellos por medio de los hipervínculos que se dejaron explícitos anteriormente.

### **Niveles intermedios**

Las tres actividades de aprendizaje que se presentan a continuación se vinculan con los procesos, representaciones externas e imágenes que componen a la visualización (Gutiérrez, 1996).

**Actividad 1:** Consta de tres niveles en los que se evidencia el proceso de compresión e interpretación de representaciones visuales en las que se extrae información que contienen, en la que se reconocen figuras 2D (cuadrados) formadas por varias partes o están

superpuestas, además de reconocer que una figura 2D (cuadrados) mantiene su forma aunque se deje de ver parcial o totalmente.

**Actividad 2:** Consta de tres niveles en los que se evidencia el proceso de transformación de unas imágenes visuales ya formadas en otras, en la que se reconocen figuras 3D/2D (cubos) formadas por varias partes o están superpuestas, en la que se reconocen figuras 3D/2D (cubos) mantienen su forma aunque se deje de ver parcial o totalmente, y en la que se comparan varios objetos identificando semejanzas y diferencias visuales.

**Actividad 3:** Consta de tres niveles en los que se evidencia tanto el proceso de conversión de información abstracta en imágenes visuales y en el proceso de comprensión e interpretación de representaciones visuales para extraer la información que contienen; en las que se reconocen que las figuras están formadas por varias partes o están superpuestas, en las que se relaciona la posición de un objeto con uno mismo o con otro objeto, que actúa como punto de referencia, y la identificación de las características de relaciones entre diversos objetos situados en el espacio.

La profundización de las actividades con sus respectivos hipervínculos de acceso, se mencionan en los apartados anteriores.

### **Estándares de contenido**

Para los estándares de contenido se tuvieron en cuenta los lineamientos curriculares, los estándares básicos de competencias de matemáticas y los derechos básicos de aprendizaje.

#### 1. Lineamientos curriculares:

##### a. Procesos:

- Resolución y planteamiento de problemas:

A partir de las actividades de aprendizaje, el estudiante debe contemplar la idea de generar estrategias que le permitan desarrollarlas, haciendo uso de un proceso cognitivo que lo lleva a utilizar los conocimientos previos, el reconocimiento de las relaciones que tienen cada actividad con la anterior, el uso de las herramientas de apoyo adicionales que el diseño ofrece, y lograr posibles soluciones para cada actividad.

- Razonamiento:

A partir de las actividades de aprendizaje, el estudiante debe justificar cada decisión que toma, cada acción que realiza, debe saber por qué las soluciones son estas y no aquellas, debe hacer conjeturas, predicciones, utilizar propiedades, relacionar con hechos reales, encontrar patrones y utilizar argumentos para exponer sus ideas. En este proceso, la guía del docente es esencial para que el estudiante logre un aprendizaje significativo.

- Comunicación:

Aunque las actividades de aprendizaje son de manera individual, cada actividad permite que los estudiantes puedan debatir sobre las posibles soluciones, negociar con otros estudiantes sobre cuál argumento es más acertado, pasar del lenguaje de la vida diaria al lenguaje matemático y viceversa, etc. Además, permite que el estudiante pueda representar sus respuestas de diferentes maneras, ya sea por medio de dibujos, material manipulable, etc.

b. Contexto:

- De la vida diaria y de las matemáticas: La realización del diseño, permite a los estudiantes afianzar las diferentes perspectivas de los objetos geométricos que se encuentren en su entorno, es decir, identificar las figuras 2D y 3D que se presentan en todos los objetos de su entorno. Un ejemplo de ellos son los cuerpos geométricos que se pueden ver en las

construcciones de las casas, edificios, monumentos etc. y las figuras bidimensionales que identifican en esas mismas construcciones.

c. Conocimientos básicos:

- Pensamiento espacial y sistemas geométricos:

Se da el desarrollo del pensamiento espacial cuando el estudiante construye y manipula las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, etc., que es en este caso sería las representaciones bidimensionales y tridimensionales. Los sistemas geométricos se construyen a través de la exploración activa y modelación del espacio tanto para la situación de los objetos en reposo como para el movimiento. Además, se utiliza la geometría activa para moverse, dibujar, construir, producir y tomar de estos esquemas operatorios el material para la conceptualización o representación interna. Otro aspecto importante del pensamiento espacial es la exploración activa del espacio tridimensional en la realidad externa y en la imaginación, y la representación de objetos sólidos ubicados en el espacio. Para comunicar y expresar la información espacial que se percibe al observar los objetos tridimensionales es de gran utilidad el uso de representaciones planas de las formas y relaciones tridimensionales.

## 2. Estándares básicos de competencia de matemática

A continuación se presentan los estándares básicos de competencia desde el grado escolaridad 1 hasta el 5, según nos corresponde.

**x Grado 1 a 3:**

- Diferencio atributos y propiedades de objetos tridimensionales.
- Dibujo y describo cuerpos o figuras tridimensionales en distintas posiciones y tamaños

- Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros).
  - Grado 4 a 5:
- Comparo y clasifico objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.
- Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características
- Construyo y descompongo figuras y sólidos a partir de condiciones dadas
- Construyo objetos tridimensionales a partir de representaciones bidimensionales y puedo realizar el proceso contrario en contextos de arte, diseño y arquitectura

### 3. Derechos básicos de aprendizaje

A continuación se presentan los derechos básicos de aprendizaje desde el grado escolaridad 1 hasta el 5, según nos corresponde.

#### Grado 1:

- Reconoce en su entorno formas geométricas sólidas y formas planas sólidas.
- Reconoce características en objetos.
- Comunica la posición de un objeto con relación a otro o con relación a sí mismo utilizando las palabras arriba/abajo-detrás/delante, dentro/fuera-izquierda/derecha, entre otros.

#### Grado 2:

- Reconoce figuras planas y sólidas simples, las describe de acuerdo a sus características y utiliza estas figuras para formar figuras más complejas.

#### Grado 4:

- Construye objetos sencillos a partir de moldes; identifica si un cierto molde puede resultar en un cierto objeto.
- Describe cómo se vería un objeto desde distintos puntos de vista.

Para evidenciar lo estándares de contenido que se tuvieron en cuenta, es necesario pasar por todas las actividades que se mencionaron en el capítulo 3 en las que el estudiante debe construir y manipular las figuras 2D y 3D/2D y hacer una reflexión y socialización a partir de las preguntas que se dan en las fichas evaluativas.

### **Estándares de indagación**

Se determinan los siguientes estándares de indagación, con los cuales se busca que el estudiante logre desarrollar la habilidad de pensar de manera lógica y formular preguntas.

- Reconocer una figura 2D o 3D/2D cuando ésta está formada por varias partes o están superpuestas.
- Reconocer que un objeto mantiene su forma aunque deje de verse total o parcialmente.
- Relacionar la posición de un objeto con uno mismo o con otro objeto, que actúa como punto de referencia.
- Identificar correctamente las características de relaciones entre diversos objetos situados en el espacio.
- Comparar varios objetos identificando semejanzas y diferencias visuales.

Para evidenciar los estándares de indagación se puede acceder a las actividades del material de enseñanza explícitos en el capítulo 3: el primer estándar se puede evidenciar en los niveles 2, 3, 4, 5 y 6; el segundo estándar se puede evidenciar en los niveles 1, 3, 5 y 6;

el tercer estándar se puede evidenciar en los niveles 3, 5 y 6; el cuarto y quinto estándar se evidencia en todos los niveles.

### **Desempeños de aprendizaje**

A continuación se presentan los desempeños de aprendizaje:

- El estudiante compara y clasifica objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.
- El estudiante compara y clasifica figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.
- El estudiante construye y descompone figuras y sólidos a partir de condiciones dadas.
- El estudiante construye objetos tridimensionales a partir de representaciones bidimensionales y puede realizar el proceso contrario en contextos de arte, diseño y arquitectura.

Considerando los estándares de contenido y de indagación se puede decir que los desempeños de aprendizaje solo se pueden dar si los estudiantes responden, socializan y reflexionan sobre las preguntas que se presentan en las fichas evaluativas explicadas en el capítulo 3. Con estos desempeños el docente se guía para saber de qué manera el estudiante está conceptualizando los estándares de contenido.

### **Metas de aprendizaje**

Se espera entonces que cuando el estudiante finalmente logre dar cuenta de los estándares de contenido e indagación que se tienen en cuenta para el diseño de las actividades de manera progresiva, logre desarrollar la visualización en la construcción de figuras geométricas 2D como el cuadrado y figuras 3D/2D como el cubo.

## 4.2 Validación

Se realizó a modo de validación interna una revisión por parte de un panel de expertos para recoger sus opiniones en cuanto al contenido específico del material de enseñanza que se construyó, de esta manera hacer modificaciones en el diseño. Estas consideraciones se recogieron en una matriz DOFA. Y posterior a esta se presenta un apartado con una síntesis del aporte de cada experto.

*Tabla 2. Matriz DOFA: Revisión panel de expertos*

<b>Matriz DOFA:</b> <b>Revisión panel de expertos</b>	<b>Fortalezas (F)</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✗ Los niveles de la actividad 1 cumplen con el propósito de ser introductorios para el resto de actividades.</li> <li>✗ Los niveles de la actividad 2 permiten el acercamiento a la transición de una dimensión 2 a una dimensión 3 y viceversa.</li> </ul>	<b>Debilidades (D)</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✗ Organización poco coherente del contenido en los niveles de la actividad 1.</li> <li>✗ No hay enunciado que explique que la vista 3D puede rotar o girar (Nivel 5 y 6)</li> </ul>
<b>Oportunidades (O)</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✗ Las actividades tienen buen potencial que el docente puede usar a favor.</li> </ul>	<b>Estrategia FO</b> Potenciar las preguntas de las actividades para que los estudiantes reflexionen sobre la transición de una dimensión a otra y la relación que hay entre los elementos de cada dimensión.	<b>Estrategia DO</b> Según estas debilidades y la oportunidad, se re-estructuran los niveles de la actividad 1 de manera coherente, y además se dejan enunciados que permitan un buen entendimiento a los estudiantes.
<b>Amenazas (A)</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>✗ Desconocimiento del software Geogebra.</li> <li>✗ Algunas figuras geométricas no se encuentran fijas, el estudiante las podría modificar y se perdería el propósito de la actividad.</li> </ul>	<b>Estrategia FA</b> Enunciar de manera clara el propósito de los niveles, permitiendo que el uso del software sea de fácil acceso.	<b>Estrategia DA</b> Se brindan herramientas de apoyo tanto para el docente como para el estudiante, para facilitar el uso y la comprensión del material de enseñanza.

*Fuente: elaboración propia*

Los ajustes a los que dieron lugar los aspectos anteriores fueron aplicados sobre la primera versión del diseño a partir de lo cual surge la versión final, presentada en 3.2.

### **Experto N°1**

Considera que los niveles que se encuentran en la actividad 1 son pertinentes como introductorios, dado que se puede apreciar que los estudiantes además de tener claros conocimientos con respecto a las figuras geométricas, pueden también movilizarse por otros conceptos como traslación y rotación, siendo esta, una herramienta que le permite al docente fortalecer el concepto del movimiento en el plano.

Sin embargo, considera que el nivel 3 debería estar en un primer nivel, para que los estudiantes puedan explorar y construir figuras, en especial, el cuadrado. Además, sugiere que con esta actividad se pueden reconocer otras figuras planas y ser una oportunidad para que el docente muestre a los estudiantes que el cuadrado y el rectángulo no son iguales, considerando esto último como una de las actuales dificultades que los estudiantes presentan.

En cuanto a los niveles de la actividad 2, considera que son actividades enriquecedoras en las que es posible apreciar la transición entre las figuras bidimensionales y tridimensionales, siendo las que más se acercan al paso de una dimensión a otra, sin embargo, sugiere que se deje explícito en este nivel la manera en que se puede hacer rotar la vista 3D, pues no hay un enunciado y esto puede generar que los estudiantes tengan dificultades en el momento de realizar las actividades.

Para la actividad 3 hace una distinción entre lo que considera en el nivel 7 y luego en los niveles 8 y 9.

Nivel 7

Estima que es una actividad relevante dado que al proponer una figura en 2D que no es la misma en la vista 3D, le permite a los estudiantes dar argumentos y reflexionar en esta cuestión, además, porque dice que las preguntas que se realizan a los estudiantes los orientan a pensar que aunque en una vista se presente una figura no necesariamente en la otra se va a ver la misma.

Nivel 8 y 9

En primer lugar, aprecia que las preguntas del cuestionario en el nivel 8 permiten que el estudiante al describir las diferencias y similitudes, pueda ver la relación que hay entre figura 3D y 2D, y agrega que la opción de que el estudiante construya les permite la “manipulación” y la visualización.

En segundo lugar, sugiere que en el nivel 9 se añada una pregunta que le permita al estudiante dar sus argumentos frente a la relación que hay entre los construido en la vista 2D y lo visualizado en la vista 3D, y de esa manera dar cierre para recoger o relacionar las tres actividades (exploración, cubos y cuadrados, construcción)

Por último, desde su punto de vista considera que las actividades se relacionan entre sí, dando cuenta primero de una exploración, luego el acercamiento a los cuadrados y cubos y finalmente realizar construcciones con estas figuras, permitiendo así que los estudiantes realicen la transición o el paso de una dimensión a otra, a través de la visualización.

### **Experto N°2**

Considera que los niveles 1 y 2 de la actividad 1 tienen mayor dificultad que el nivel 3, explicando que existe la posibilidad de que el estudiante tenga la habilidad de visualizar las figuras planas para configurar un cuadrado sin tener problema, sin embargo, se espera que en el

nivel 1 sea más elemental que, por ejemplo, el nivel 3, pues la actividad de “contar cuadrados” es probablemente más fácil que la actividad de “configurar un cuadrado mediante otras figuras planas”

En cuanto a la actividad 2, hace comentarios y sugerencias de cada uno de los niveles (4, 5 y 6) que allí se presentan.

Nivel 4

Afirma que la Figura A ocupa un espacio equivalente al de 9 cubos, sin embargo, considera que el estudiante para concluir eso, debe saber que un cubo puede ser cortado por una diagonal y ser dividido en dos figuras 3D iguales, y que este hecho se explora de manera débil en entornos bidimensionales en la actividad 1 y 2, pero en entornos tridimensionales no es explorado, por lo que puede representar una dificultad.

Por otro lado, sugiere que la visualización y correspondencia entre la vista 3D y la vista 2D puede permitir un rápido puente que ayude a mejorar estos problemas, tal vez visualizando no solo la cara del cubo negro en la vista 2D, sino las caras de abajo de las figuras A, B y C. sin embargo, resalta, que en general añadir las secciones de A, B y C a la vista 2D NO soluciona la dificultad, pero puede dar una herramienta más para que los estudiantes realicen la deducción adecuada para completar los cubos.

Nivel 5

Respecto a este nivel considera que la actividad tiene un potencial increíble, dado que permite explorar desde distintos métodos, la visualización del entorno 3D, además de ser primordial para la resolución de dicha actividad y su vez permite notar que en general la visualización 3D en este tipo de software no deja de ser proyectado en una pantalla 2D.

Hace notar que la actividad carece de una instrucción explícita que indique al estudiante como girar el entorno 3D para visualizar mejor las figuras geométricas, y aunque no genere inconvenientes en la figura verde, si los puede generar en la figura roja, pues un cubo 3x3x3 puede intuirse de una manera más sencilla que un 4x4x4. El estudiante puede caer en el error de tratar de contar los cubos sin rotar la figura (por la falta de dicha instrucción) lo que, si no es detectado por el profesor, puede generar un obstáculo para la consolidación de la visualización de entornos 3D como este.

**x Nivel 6**

Nuevamente en este nivel, deja claro que no hay ninguna instrucción que haga referencia a la rotación de la vista 3D, sin embargo, suponiendo que superaron esta dificultad en el nivel anterior, considera que esta actividad resulta especialmente interesante porque las figuras de la vista 2D no corresponden a las caras reales de las figuras 3D sino a sus proyecciones en el plano, (por esto, algunas figuras 2D pueden superponerse, sin que en la vista 3D lo hagan) este hecho puede explotarse si el docente es consciente de ello o puede ser un problema, si el estudiante se basa únicamente en la vista 3D queriendo configurar el cubo configurando su base cuadrada en el entorno 2D.

Finalmente, frente a la socialización que se propone en el diseño aprecia que resulta muy importante, porque permite que los estudiantes intercambien estrategias y soluciones y es parte fundamental del desarrollo del pensamiento matemático.

Nuevamente en la actividad 3, hace aportes para cada uno de los niveles presentados.

**x Nivel 7**

En este nivel aprecia que las actividades permiten al estudiantes explorar de manera más profunda las proyecciones de figuras en 3D sobre un espacio 2D, además porque hay preguntas

que motivan al estudiante a pensar sobre las propiedades que se “ pierden” al proyectar una figura de una dimensión mayor en un espacio de una dimensión menor, lo que considera una cuestión fundamental para este trabajo, pues no se debe olvidar que incluso la vista 3D del entorno no es más que una ilusión generada en una pantalla que realmente es plana.

Nivel 8

Estima que los 3 niveles anteriores resultan pasos fundamentales para comprender el nivel 8 y para explotar la potencialidad de la visualización de figuras 3D, dado que nuevamente la proyección está presente y se pide al estudiante que proyecte 3 figuras desde diferentes perspectivas. Siendo el entorno 3D el que brinda todas las facilidades para que el estudiante pueda visualizar las proyecciones y luego construirlas en el entorno 2D.

Nivel 9

Considera que para realizar esta actividad el estudiante además de lograr comprender todos los aspectos abordados anteriormente, debe tener conocimiento en el software de Geogebra, para saber cómo construir las figuras 2D y 3D.

### **Experto N°3**

Realiza observaciones y/o sugerencias de manera más general sobre el diseño y la posible contribución que este hace al desarrollo de la visualización en construcción de figuras geométricas 2D y 3D/2D.

En cuanto a la actividad 1 y sus niveles, estima que brinda las herramientas necesarias para el desarrollo de la visualización y el manejo del software Geogebra, permitiendo de esta manera que el estudiante puede realizar una adaptación con el medio.

Respecto a la actividad 2, considera que en el nivel 4 la figura A se debería modificar, dado que las puntas de esta figura permiten conformar cubos que a simple vista no se ven, y resultaría ser una dificultad para los estudiantes.

Por otra parte, en el nivel 5 y 6, considera importante que enuncie que las vistas 3D se pueden rotar o girar con el click derecho, para que no se pierda tiempo, por un lado, en el nivel 5 si esto es explícito el estudiante fácilmente puede contar e identificar los cubos que hacen falta para completar el final, y por otro lado, en el nivel 6 para que el estudiante pueda visualizar las figuras 3D y hacer los movimientos necesarios en la vista 2D, para que finalmente construyan el cubo.

En cuanto a la actividad 3, sugiere que se explique mejor lo que se debe realizar en los niveles, dado que el estudiante se puede confundir, y algo que menciona como importante es que las figuras geométricas 3D, se dejen fijas, porque en caso de que el estudiante consciente o inconscientemente las modifique se perdería el propósito de la actividad.

Para terminar, recomienda que en caso de que el diseño sea aplicado a los estudiantes, el docente debe ser un apoyo incondicional, para permitir que el estudiante realice el paso por todos los niveles sin mayores dificultades, y en cuanto al contenido específico del diseño, estima que en un primer momento la herramienta brinda un acercamiento al de visualización y que a medida que se avanza en los niveles la dificultad aumenta, permitiendo aún más el desarrollo de la visualización en la construcción de figuras 2D y 3D.

Ahora bien, teniendo en cuenta los aportes, consideraciones, sugerencias y estimaciones del panel de expertos, se puede notar que concuerdan en el hecho de que los niveles de la actividad 1 se pueden modificar, en cuanto a que se re-organicen de manera que el nivel 3 sea el inicio de esta actividad, por lo que es más sencillo para un estudiante de grado quinto contar cuadrados y

de esa manera construir otras figuras que, desde un primer momento, tener que con otras figuras dar cuenta de un cuadrado (tangram). Aun realizando esta modificación no se pierde el propósito de estos niveles en los que se quiere lograr que el estudiante reconozca figuras 2D formadas por varias partes o están superpuestas y que además reconozca que una figura 2D mantiene su forma aunque se deje de ver parcial o totalmente. Siendo así, la modificación mencionada se considera pertinente realizarla.

Otra consideración que se tiene en cuenta para que el diseño dé cuenta del desarrollo de la visualización en la construcción de figuras 2D y 3D/2D, y en la que el panel de expertos coincide, es que es necesario dejar claro que la vista 3D es posible rotarla o girarla para ver las figuras en diferentes perspectivas, y así no se genere en los estudiantes dificultades en el momento de responder la actividad. Situación que se presenta en los niveles 5 y 6.

Otro aspecto, no menos importante, es que consideran que en caso de una implementación el docente debe estar apoyando las actividades, por un lado porque se presenta el software de Geogebra y es importante conocer cómo se utiliza, y por otro lado, porque las actividades que se presentan, tienen buen potencial que puede usar a su favor para lograr que los estudiantes lleguen al conocimiento esperado y se apropien de estos.

Por último, en concordancia con todo lo mencionado en el desarrollo de la investigación para dar cuenta del objetivo propuesto en este trabajo, durante este análisis se deja explícito la manera en la que cada uno de los elementos que configuran una progresión de aprendizaje, fueron organizados de manera coherente, teniendo en cuenta las teorías de aprendizaje, el currículo y el conocimiento tecnológico, con las que fue apoyado este trabajo. Además, de la revisión que se realizó por parte de un panel de expertos, para obtener una validación interna en la que se puede ver si el diseño de este material de enseñanza posiblemente contribuye o no en el desarrollo de la

visualización en la construcción de figuras geométricas 2D (cuadrados) y 3D/2D (cubos). Y según sus aportes, consideraciones, sugerencias y estimaciones se realizaron las modificaciones pertinentes al diseño.

## Conclusiones

Según los resultados para dar respuesta a la pregunta de investigación de ¿Cómo diseñar un material de enseñanza que contribuya en el desarrollo de la visualización en el contexto de la construcción de figuras geométricas 2D (cuadrados) y figuras 3D/2D (cubos), para estudiantes de grado quinto?, se concluye que a pesar del proceso riguroso que conlleva el diseño instruccional, no se garantiza que se dé el aprendizaje de un conocimiento específico, dado que hay diversos factores que influyen, como por ejemplo, la metodología del docente, el contexto de los estudiantes, los recursos que brindan las instituciones educativas, entre otros. Además que el diseño de cualquier material de enseñanza es una hipótesis si no se somete a una fase de implementación, situación que se presenta en este trabajo, siendo así, el aprendizaje no solamente lo debe garantizar el material de enseñanza si no también el papel que el docente debe tomar para que este proceso educativo cumpla sus propósitos.

Otro aspecto importante que se destaca es que el uso de las TIC, favorece el diseño de un material de enseñanza, dado que, es posible hacer uso de diferentes herramientas que facilitan el desarrollo del pensamiento espacial y de esta manera no hacer caso omiso a la propuesta del MEN en cuanto a la importancia de la integración de las TIC en el proceso educativo, y en especial en el desarrollo del pensamiento espacial.

Ahora bien, considerando que el diseño es una hipótesis al no ser implementado, el enfoque de las PA, se puede ver también como progresiones de aprendizaje hipotéticas, lo que permitió que el diseño del material de enseñanza tuviera una evaluación interna por parte de un panel de expertos. Según la revisión que realizaron los tres licenciados en educación básica con énfasis en matemáticas y todas las consideraciones que dieron al respecto, se puede decir finalmente que el diseño del material de enseñanza virtual posiblemente sí contribuye al desarrollo de la

visualización en la construcción de figuras 2D como cuadrados y 3D/2D como los cubos, dado que coinciden en que a medida que van pasando por las actividades, el estudiante logra dar cuenta de procesos relacionados con la visualización de manera progresiva. También consideran que este material de enseñanza permitió dar cuenta de que el uso de TIC favorece en gran medida en el proceso de enseñanza y aprendizaje, pues a pesar de que la presentación de las figuras “tridimensionales” se presentan en una pantalla como es la del computador, se pueden apreciar características de una figura geométrica 3D/2D (tridimensional), como por ejemplo, sus caras, aristas y vértices.

## Referencias

- Agudelo, M. (2009). Importancia del diseño instruccional en ambientes virtuales de aprendizaje. *En J. Sanchez. (Ed). Nuevas ideas en Informatica Educativa, 5*, 118-127. Santiago de Chile.
- Alcaide, J. (2016). *Enseñanza de la geometría utilizando las TIC y materiales manipulativos como recurso didáctico en 4º de primaria*. España: Universidad internacional de la rioja.
- Ausubel, D. (1976). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. Ed. Trillas. México
- Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. *Fascículos de CEIF, 1*, 1-10.
- Belloch, C. (2012). Diseño instruccional. Recuperado de: <http://www.uv.es/bellochc/pedagogía/EVA4.pdf>
- Berger, C., Kam, R. (1996). 'HILQLWLRLQV RI , QVWUXFWLRQDO 'HVLJQ \$ , QVWUXFWLRAQDOResearch Laboratory, Penn State. University.
- Bishop, A. (1989). Review of research on visualization in mathematics education. *Focus on Learning Problems in mathematics, 11*(1), 7-16.
- Bruner, J. (1969). *Hacia una teoría de la instrucción*. México: UTEHA.
- Candela, B. (2016). *La ciencia del diseño educativo*. Cali: Universidad del Valle.
- Candela, B. (2019). Los estudios de diseño una metodología de investigación novedosa para la educación. *Rev. Fac. Cienc., 8*(2).
- Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiments in collaboration with teachers. In Kelly, A. E. & Lesh, R.A. Ed. *Handbook of research design in mathematics and science education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 307-333.

- Collins, A. (1992). Toward a design science of education. In E. Scanlon & T. O'Shea. Ed. *New directions in educational technology*. Berlin: Springer Verlag, 15- 22.
- Díaz, J., Fernández, T., Gonzato, M. (2011). Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial. *Números, Revista de Didáctica de las matemáticas*, 77, 99-117.
- Duschl, R., Maenga, S. & Sezen, A. (2011). Learning progressions and teaching sequences: a review and Analysis, *Studies in Science Education*, 47(2), 123–182
- Duval, R. (2004) *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes Intelectuales*. Peter Lang S.A. Editions scientifiques européennes, 1995. Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática. Edición en Castellano. Traducción de Myriam Vega Restrepo.
- Duval, R., Saénz-Ludlow, A. (2016). *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas*. Bogotá: Editorial Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Escobar, D., Melo, E. (2019). *Camino a la construcción*. Recuperado de: <https://sites.google.com/correounivalle.edu.co/caminoalaconstruccion/p%C3%A1gina-principal>
- Ferreira, M. (2010). *Diseño instruccional basado en el Modelo de Van Hiele para la enseñanza de figuras y cuerpos geométricos a nivel de 7mo grado de educación básica*. Universidad de Carabobo, Bárbara.
- Godino, J., Ruiz, F. (2002). Geometría y su didáctica para maestros. *Matemática y su didáctica para maestros. Manuela para el estudiante*. 444-606.

- Guardia, L., Sangrá, A. (2005). Diseño instruccional y objetos de aprendizaje; hacia un modelo para el diseño de actividades de evaluación del aprendizaje on-line. *RED. Revista de Educación a Distancia*.
- Gutiérrez, A. (1991). Procesos y habilidades en visualización espacial. *Memorias de 3er Congreso Internacional sobre Investigación en Educación Matemática*.
- Gutiérrez, A. (1996). Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework, *Proceedings of the 20th PME Conference*.
- Gutiérrez, A. (1998). Las representaciones planas de cuerpos 3-dimensionales en la enseñanza de la geometría espacial. *EMA*, 3(3) 193-220.
- Gutiérrez, A., Jaime, A. (2012). Reflexiones sobre la enseñanza de la geometría en primaria y secundaria. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (32), 55-70.
- Kustcher N., St.Pierre A., (2001) *Pedagogía e Internet Aprovechamiento de las Nuevas Tecnologías*. Editorial Trillas, México DF.
- Marmolejo, G., González, M. (2013). Función de la visualización en la construcción del área de figuras bidimensionales. Una metodología de análisis y su aplicación a un libro de texto. *Revista Integración*, 31(1), 87-106.
- Marmolejo, G., Vega, M. (2005). Geometría desde una perspectiva semiótica: visualización, figuras y áreas. *Memorias XV encuentro de geometría y III de aritmética*, 661-693.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares*. Bogotá: Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias*. Bogotá: Editorial Magisterio.

Ministerio de educación nacional (2018). Informe por colegio del cuatrienio (2014-2017) I.E

Eustaquio Palacios. Recuperado de:

[https://diae.mineducacion.gov.co/dia\\_e/documentos/2018/\\_2%20Colegios%20oficiales%20para%20web1%20a%2015718/176001001770.pdf](https://diae.mineducacion.gov.co/dia_e/documentos/2018/_2%20Colegios%20oficiales%20para%20web1%20a%2015718/176001001770.pdf)

Moncada, L. (2017). *Diseño de una herramienta tridimensional no computarizada para contribuir al desarrollo del pensamiento*. Manizales, Colombia.

Moya, A. (2009). Las nuevas tecnologías en la educación. *Central Sindical Independiente y de Funcionarios*, 8-9.

Palmero, M. L. R. (2004). La teoría del aprendizaje significativo. In *Proceedings of the First International Conference on Concept Mapping*, (1), 535-544.

Presmeg, N.C. (1986). Visualization in high school mathematics, *For the Learning of Mathematics*, 6(3), 42-46.

Reigeluth, C. M. (1983). *Instructional design theories and models: An overview of their current status*. Routledge.

Richey, R., Fields, D., y Foxon, M. (2001). *Instructional design competencies: The standards* (3.<sup>a</sup> ed.). Syracuse, NY: ERIC Clearinghouse

Sorando, J. (2002). ¿Os acordáis de los conjuntos?. *Revista Suma*, 39, 121-126.

Vasco, C. (1985). El enfoque de sistemas en el nuevo programa de matemáticas. *Revista de la Universidad Nacional*, 1(2), 45-51.

Vasco, C. (1991). Geometría activa y geometría de las transformaciones. *Revista Integración*, 9(1), 7-12