Representación Fraccionaria de los Números Racionales en la Educación Primaria

Mabel Betancourt Mina

1453035

Eunice Campo Hilamo

1452385

Universidad del Valle Sede Pacífico

Instituto de Educación y Pedagogía

Área de Educación Matemática

Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

Buenaventura- Valle

2021

Representación Fraccionaria de los Números Racionales en la Educación Primaria

Mabel Betancourt Mina

1453035

Eunice Campo Hilamo

1452385

Trabajo de Grado presentado como requisito parcial para optar al título de

Licenciado en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

Director

Freyder Paredes Cáceres

Universidad del Valle Sede Pacífico

Instituto de Educación y Pedagogía

Área de Educación Matemática

Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

Buenaventura- Valle

2021

DEDICATORIA

Este logro está dedicado a DIOS primeramente, nuestras familias, docentes y a todas aquellas personas que creyeron en nosotras, que nos apoyaron, que nos educaron y que hicieron de nuestro paso por la universidad, una experiencia fructífera y constructiva.

AGRADECIMIENTO

A Dios por habernos dado la vida, por guiar, iluminar y cuidar cada uno de nuestros pasos en este largo caminar de nuestra formación profesional y por la felicidad de haber alcanzado todas las metas propuestas se lo agradecemos al Creador, quien fue nuestra guía y nos llenó de fe. Igualmente a nuestros padres Noelia Hilamo Mesa y Adolfo Campo Ulcue, Stella Mina Bonilla y Cecilio Betancourt Valencia; por ser nuestra motivación, motor y el apoyo fundamental para terminar nuestra carrera profesional, por su lucha constante durante toda nuestra vida, creemos que las palabras sobran para estos seres tan magníficos, solo nos queda decir infinitas gracias por todo su apoyo; a nuestros hermanos por su comprensión y apoyo en este tiempo de formación y todas las personas que estuvieron ahí dándonos su apoyo.

Por otra parte, a los docentes por brindarnos sus conocimientos y sus experiencias en el campo educativo, procurando conseguir buenos profesionales y al mismo tiempo formando personas más humanas, comprensivas para los futuros estudiantes y todas las dependencias de la universidad por formar parte importante de nuestro aprendizaje. A todos y cada una de las personas que directa o indirectamente nos impulsaron a alcanzar esta meta que hoy ya culmina y con grandes éxitos.

Finalmente agradecemos a nuestro asesor Freyder Paredes por sus aportes, paciencia, compromiso y dedicación en este proceso del trabajo de grado, a los evaluadores por sus recomendaciones las cuales fueron pertinentes para la culminación de este trabajo y a nuestros compañeros por su apoyo y comprensión, también los momentos compartidos de aprendizajes y la bonita amistad que formamos durante nuestra formación profesional.

Resumen

En las matemáticas escolares se presentan algunas dificultades al abordar la enseñanza de los Números Racionales. Con gran frecuencia se alternan los registros gráfico y numérico en la fase introductoria, pero paulatinamente se deja de lado la representación gráfica y se enfatiza en las representaciones numéricas fraccionarias. El origen de tales dificultades se relaciona con el uso exclusivo de este tipo de representación, pero se destaca en este caso el hecho de que este registro privilegiado tiene varios significados (relación parte-todo, razón, proporción, medida) de los cuales, con gran frecuencia termina abordándose sólo el primero de los mencionados anteriormente.

El presente trabajo describe una indagación acerca de algunos elementos didácticos y matemáticos a considerar en el diseño de actividades de enseñanza que promuevan el dominio conceptual y procedimental de las fracciones a partir de la correspondencia entre algunos de sus significados y el uso de representaciones numéricas y gráficas. Esta iniciativa se apoyó en la Teoría Semiótica-Cognitiva de Raymond Duval, que vincula de manera indisoluble la noción de registros de representación a la comprensión y aprendizaje de las matemáticas. Se utilizó la metodología basada en la Investigación Acción Participativa (IAP) aplicada en la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes de Buenaventura, en el curso cuarto – cuatro, de 38 estudiantes.

La intervención se abordó de una manera reflexiva y permitió hacer una aproximación a la interpretación de la enseñanza de las representaciones numéricas fraccionarias de los números racionales en la fase final de la educación primaria, haciendo énfasis en las operaciones de tratamiento y conversión.

Palabras claves: conversión, números racionales, registro de representación, aprendizaje, significado, educación primaria.

Abstract

In the educational institutions some difficulties in the math class are appreciated, when addressing the Rational Numbers in the graphic and numerical register in the different levels of training. These difficulties focus on the understanding of the positive rational number through its different meanings, among which the part-whole relationship, me asure, reason, decimal and mixed number stand out.

This paper consists of systematic information about the didactic and mathematical elements that must be identified in the design of teaching activities that promote the understanding of rational numbers based on the correspondence between their different meanings and representations. This initiative was supported by the semiotic-cognitive theory of Raymond Duval, which inextricably links the notion of representation records to the understanding and learning of mathematics. The methodology based on Participatory Action Research (IAP) applied at the Teófilo Roberto Potes of Buenaventura Educational Institution was considered, in the fourth grade with a total of 38 students.

The intervention was approached in a reflexive manner and allowed us to review the interpretation of fractional numerical representations of rational numbers in the final phase of primary education, emphasizing conversion operations.

Keywords: conversion, rational number, representation register, learning, meaning, elementary education

TABLA DE CONTENIDO

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

INTRODUCCIÓN

A nivel escolar, las matemáticas son objeto de rechazo por parte de muchos estudiantes debido a su complejidad intrínseca de razonamiento, como también a su carácter acumulativo, riguroso y estructurado, de ahí la frase “difíciles de aprender”. En este proceso de aprendizaje se identifican varios factores que inciden precisamente en su comprensión tales como: la pertinencia de las actividades de enseñanza, el rol del docente en la actividad propuesta, el rol del estudiante, el contexto, la familia, la cultura; entre otros.

Ante este panorama los docentes tienen un papel fundamental debido a que, son quienes deben desarrollar métodos que faciliten los aprendizajes, por tanto deben centrar su atención en las producciones de los estudiantes, como insumo principal de una reflexión continua acerca de ¿cómo movilizar el saber matemático en el aula? y con esas nociones avanzar hacia una reflexión más formal y detallada acerca de los elementos que deben incorporarse al diseño de actividades, pertinentes para la enseñanza de las matemáticas.

En el presente trabajo se explicitan los análisis de una secuencia de actividades propuesta y aplicada en la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes de Buenaventura sobre las fracciones, fundamentada en la teoría semiótica cognitiva del conocimiento de Duval (2004). A partir de los resultados obtenidos se logró identificar la necesidad de emplear diferentes sistemas de representación en la enseñanza de las nociones básicas de los números racionales en la educación primaria, combinados con el uso de varios significados de las representaciones numéricas fraccionarias.

1. CAPÍTULO I. ASPECTOS GENERALES

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En Colombia, el sistema educativo contempla diferentes niveles de formación que inician con la educación para la primera infancia; esta abarca al menos un año en el que los niños y niñas aprenden nociones como secuenciación y ubicación en el espacio, útiles para el inicio en el desarrollo de los primeros saberes matemáticos. Le sigue la educación básica que se divide en primaria y secundaria (Art 19 y 21 Ley 115/94). En ambos ciclos el concepto del número y sus operaciones, cobra especial relevancia y trasciende a otros campos de la matemática escolar como el álgebra, la geometría y la estadística. En la educación media se afianzan las habilidades con los números y el álgebra, para avanzar progresivamente al cálculo, que es uno de los fundamentos de todas las profesiones relacionadas con las ciencias básicas y la tecnología; y que es estudiado con cierto grado de detalle en la educación superior .

Pese a que las matemáticas son consideradas un área fundamental del conocimiento, y conforme a la legislación colombiana (Ley General de Educación de 1994) el tiempo de dedicación para su enseñanza es considerable; es una de las áreas con mayores índices de reprobación indistintamente del nivel de educación o de la ubicación geográfica donde ésta se lleve a cabo, y aunque en la actualidad hay varios gremios interesados en el tema de la educación matemática en el país (como la Asociación colombiana de Matemática Educativa ASOCOLME), quienes formulan propuestas periódicas y adelantan todo tipo de iniciativas relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; los avances en los desempeños de los estudiantes no son los esperados.

En las clases de matemáticas de instituciones educativas oficiales no suelen incorporarse las tecnologías de la información y la comunicación como herramienta de mediación didáctica. Del mismo modo, se evidencia con gran regularidad que la clase se centra en contenidos, y no en el desarrollo de habilidades, que consiste en la capacidad de progreso que ejerce un estudiante para llegar a un nuevo conocimiento en un determinado tema. Al respecto Herrera (2003) afirma que:

> Las habilidades cognitivas son facilitadoras del conocimiento, aquellas que operan directamente sobre la información: recogiendo, analizando, comprendiendo, procesando y guardando información en la memoria, para, posteriormente, poder recuperarla y utilizarla dónde, cuándo y cómo convenga. (p.39)

En el caso particular del pensamiento numérico, con cierta frecuencia el proceso pedagógico recurrente a la hora de movilizar conocimientos relativos a las fracciones en la escuela, suele reducirse a la enseñanza que emplea a lo sumo dos tipos de registros de representación: el figural (en una y dos dimensiones) y el numérico. Sin embargo se termina enfatizando en el segundo. Esta manera de proceder se relaciona con la concepción actual que comparten muchos maestros, quienes consideran las matemáticas escolares como un conocimiento acabado y repetitivo en el que se da especial atención a los algoritmos; concepción que de manera directa excluye al razonamiento, la argumentación y la comprensión como metas a alcanzar a través de la actividad matemática propuesta en clase. Según Lopez (2009) “un algoritmo consiste en aplicar adecuadamente una serie de pasos detallados que aseguran una solución correcta. Por lo general, cada algoritmo es específico de un dominio del conocimiento” (p.7)

En contraste, Delgado (2007) considera que:

> El pensamiento numérico es un concepto propio de la actividad de la mente en la que representamos la realidad a partir de características de cantidad y orden…...Los números no son verdades absolutas ni constantes históricas, son solo símbolos que representan una manera particular de entender la realidad. El uso de este código simbólico de representación es el que define un lenguaje y un modo de pensar. (p.4)

En términos más particulares, en el campo de la Educación Matemática se cuenta con algunas investigaciones que tratan sobre las complejidades en los aprendizajes de los números racionales, y una diversidad de estrategias para abordar su enseñanza en la educación básica, entre las que se destacan las de Obando (2003) & Pontón (2008). En el caso de Pontón se identifican elementos didácticos, tales como las reglas de funcionamiento propias del sistema de representación numérico fraccionario, las unidades significantes del sistema de representación figural, las operaciones de tratamiento y conversión de registros semióticos de representación, entre otras; los cuales resultan útiles para hacer frente a algunas dificultades relacionadas con la enseñanza de las representaciones fraccionarias, a fin de conseguir una mejor apropiación de las nociones movilizadas en el aula de clase.

Por su parte, Obando ha abordado el tema de los números racionales enfocándose en las dificultades que presentan los estudiantes a la hora de usar representaciones fraccionarias en registros distintos al numérico. Tal es el caso de las representaciones figurales en una y dos dimensiones.

Al abordar las relaciones fraccionarias en el aula, se evidencian algunas dificultades en el aprendizaje; especialmente de tipo algorítmicas en términos de establecer relaciones de orden entre ellas y la suma de fracciones heterogéneas, entre otras; que impiden desarrollar habilidades de razonamiento y comunicación. Como aspecto precedente es común que los estudiantes no reconozcan esta representación como un elemento numérico ($\frac{a}{b}$) que puede representarse a su vez, con una figura de dos dimensiones o por medio de la recta numérica; “al proceder de esta manera, no solo se desaprovecha el sentido numérico de dicha expresión como un solo número que expresa cantidad o relación, sino que lo desliga de cualquier tipo de articulación con otros registros de representación semiótica” (Pontón, 2008, p. 10)

En consecuencia, los estudiantes generalmente representan las fracciones en un solo registro sin lograr aprendizajes que les permita avanzar en la construcción del concepto de número racional. Esta dificultad se hace más notoria en el momento en que deben hacer cambios de registro o emplear algún algoritmo, especialmente el de la suma.

Con la entrada en vigencia de la Ley 115 de 1994, las instituciones educativas adquirieron autonomía en relación con la articulación de los currículos; especialmente en la distribución de las asignaturas, los tiempos en que sean atendidas en las aulas de clase, los enfoques didácticos y la evaluación de los aprendizajes. A pesar de ello, a nivel de Latino América los resultados del Sistema Educativo colombiano están lejos de ser sobresalientes. A la fecha, el cuadro comparativo entre los desempeños de los estudiantes del país, con las demás naciones adscritas a la OCDE muestra un desempeño básico, aproximándose al nivel bajo.

PROMEDIO OCDE		Lectura	Matemáticas	Ciencias
		487	489	489

	País	Lectura	Matemáticas	Ciencias
	EE.UU.	505	478	502
	Chile	452	417	444
	Uruguay	427	418	426
	Costa Rica	426	402	416
	México	420	409	419
	Brasil	413	384	404
	Colombia	412	391	413
	Argentina	402	379	404
	Perú	401	400	404
	Panamá	377	353	365
	Rep. Dominicana	342	325	336

Ilustración 1. Fuente: Resultados pruebas Pisa 2018. Publicado: Noviembre de 2019

Los resultados en las pruebas internacionales PISA 2018 los ubica de mitad de tabla hacia abajo. El asunto resulta aún más preocupante porque una de las áreas donde se evalúan las habilidades son las matemáticas; y en ésta los resultados son más bajos que en Lenguaje y Ciencias. Este panorama permite apreciar que algo debe modificarse, en la planeación y/o ejecución de las iniciativas que buscan mejorar los resultados del sistema educativo colombiano.

Aunque son muchas las iniciativas metodológicas y didácticas que procuran adecuados aprendizajes, no siempre se cumplen a cabalidad los objetivos propuestos. Para citar un caso, en el marco de la práctica profesional de la Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas, de la Universidad del Valle sede Pacífico (2019), realizada en la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes de Buenaventura, con los estudiantes del grado 4°; luego de aplicar una secuencia de actividades diagnósticas, se evidenció que:

1. Los estudiantes interpretan las fracciones solo en el contexto de relación parte-todo.

2. Se les dificulta comunicar y argumentar sus ideas acerca de las representaciones fraccionarias.

3. Se les dificulta realizar actividades con fracciones en relación a su inadecuada interpretación en distintas situaciones.

Así mismo, el desempeño de los estudiantes en las últimas ediciones de las pruebas Saber, confirman estos hallazgos. A continuación se presenta un cuadro comparativo sobre los resultados de las pruebas Saber de los años 2016 y 2017 realizadas por los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes ubicada en el Distrito de Buenaventura, en las que se evidencian bajos niveles de desempeño.

Al indagar en este examen, en el que se evaluaron los contextos de razón, proporción y medida, entre otros; en el informe por colegios, la Institución arrojó que los estudiantes presentan dificultad a la hora de abordar las fracciones en sus distintas representaciones y exactamente "el 48% (2016) y el 55% (2017) de los estudiantes no usa fracciones comunes para describir situaciones continuas y discretas". La dificultad aumentó un 7% en un año

AÑO 2016	**AÑO 2017**
El 53% de los estudiantes no ubica objetos con base en instrucciones referentes a dirección, distancia y posición.	59% de los estudiantes no ubica objetos con base en instrucciones referentes a dirección, distancia y posición.
48% de los estudiantes no usa fracciones comunes para describir situaciones continuas y discretas.	55% de los estudiantes no usa fracciones comunes para describir situaciones continuas y discretas.

Tabla 1. Cuadro comparativo Pruebas Saber 3° IE Teófilo R. Potes. Icfes (2016-2017)

Los estudiantes evaluados presentaron dificultades a la hora de interpretar las fracciones en distintos contextos de significado. Al no saber interpretar estos contextos no pueden argumentar sus respuestas, así como tampoco comunicarlas. Lo anterior se traduce en un bajo rendimiento en las diferentes actividades relacionadas con las fracciones.

En ese nivel de escolaridad se espera que un estudiante interprete las fracciones en sus distintos contextos, puesto que la construcción del número racional se inicia en los grados de primaria y se profundiza en la básica secundaria. Según Gómez & Chitiva (2011, p11) un estudiante de tercer grado debería describir situaciones de medición entre otros, utilizando fracciones comunes. En vista de los bajos niveles de desempeño en matemáticas que ha tenido Buenaventura en las pruebas saber 2017, en el informe por colegios se muestra el bajo nivel obtenido en este año, frente a los colegios del país. En la ilustración 2 se aprecian tales resultados desde el año 2014.

Saber 3° Competencias del área Matemáticas

1. La diferencia con el promedio de todos los colegios del país

Competencia	Porcentaje de respuestas incorrectas 2014	2015	2016	2017	Diferencia con Colombia 2014	2015	2016	2017	Media
Resolución	53.1	49.7	58.0	68.7	-20.0	-15.3	-17.9	-12.1	-16.3
Comunicación	48.9	58.8	43.8	64.1	-18.0	-17.2	-12.8	-11.1	-14.8
Razonamiento	53.0	52.8	57.4	70.3	-18.6	-10.4	-16.3	-11.7	-14.2

Ilustración 2. Fuente: Resultados pruebas saber 2018. Publicado en 2018

Como se muestra en la ilustración, los desempeños de los estudiantes de buenaventura, con respecto a los demás colegios del país, son inferiores, entre ellos, los de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes. Todos los aspectos anteriormente mencionados y la relación de los desempeños descritos en la ilustración 2 con el aprendizaje de los números racionales en su representación fraccionaria, han generado algunos interrogantes que requieren de una respuesta urgente en procura de superar las dificultades que muestran los resultados. Uno de tales interrogantes es:

¿Qué elementos didácticos y matemáticos deben tenerse en cuenta, en el diseño de actividades para potenciar la aprehensión de las representaciones fraccionarias de números racionales positivos en el grado cuarto de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes?

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo General

Caracterizar algunos elementos didácticos y matemáticos que potencien la aprehensión de las representaciones fraccionarias a partir del diseño y aplicación de una secuencia de actividades a los estudiantes del grado 4º de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes de Buenaventura.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Identificar los principales factores que dificultan el uso e interpretación de los registros de representación numéricos fraccionarios.

- Reconocer algunos aspectos didácticos y matemáticos relacionados con las operaciones de tratamiento y conversión de representaciones fraccionarias para incorporarlos en el diseño de situaciones matemáticas.

- Promover el uso e interpretación de los diferentes significados de las representaciones numéricas fraccionarias, a partir del diseño y aplicación de situaciones matemáticas.

1.3 ANTECEDENTES

Esta investigación parte inicialmente por identificar algunos referentes de estudios, análisis y propuestas relacionadas con varias temáticas de las representaciones fraccionarias de los números racionales dentro del contexto pedagógico, que ahondan en algunas dificultades que emergen en los procesos educativos.

La educación matemática configura un campo de investigación que se encarga de fortalecer los procesos de enseñanza y favorecer los aprendizajes. Desde hace mucho tiempo los números racionales han sido considerados muy importantes en el ámbito de las matemáticas escolares, la vida cotidiana y las ciencias, pero la utilización de éstos ha llegado a ser un tanto compleja en las aulas de clase. A continuación, un recorrido por algunas investigaciones que ilustran esta cuestión:

La investigación titulada: "**Una propuesta multirregistro para la conceptualización inicial de las fracciones"** referencia como problema de investigación, la complejidad que reviste el aprendizaje de las expresiones fraccionarias en la articulación de tres registros semióticos de representación: el numérico, el figural y la lengua natural (Pontón, 2008). Esta investigación indaga los factores que contribuyen a la objetivación de las relaciones fraccionarias teniendo en cuenta la dependencia de una coordinación básica (especialmente la operación de conversión) entre diferentes registros semióticos de representación, y se centra en el diseño y aplicación de una propuesta didáctica que introduce las relaciones fraccionarias a partir del registro figural articulado con el registro de la lengua natural. Tal propuesta, procuró hacer explícitos algunos tratamientos básicos permitidos por las representaciones, donde se enmarcan las características de cada una de ellas, llevando al estudiante a identificar diferentes formas de representación de un registro fraccionario, y sustraerse de un modelo pedagógico unitario que limita las posibilidades de observar la variedad de planteamientos y enfoques que enriquecen el uso de los registros fraccionarios. La tesis anterior muestra un enfoque más amplio en la estructuración del conocimiento de los números racionales positivos y las diferentes maneras como se usan estos números en la vida cotidiana y en el entorno educativo.

Por otro lado, se encuentra la investigación titulada **“Enseñanza y aprendizaje de las fracciones en un contexto real basado en la resolución de problemas”** la cual surge por la preocupación de las limitaciones que presentan los estudiantes de educación primaria, al no resolver satisfactoriamente las operaciones con fracciones. Evidencia dificultades relacionadas con la comprensión, traducción de datos y deducción general de las situaciones propuestas (Valencia, 2013). Frente a estas problemáticas, surge una diversidad de cuestionamientos en relación a los conocimientos, los procedimientos y la agrupación de fracciones, es decir; los componentes inherentes a los racionales positivos, como son: la razón, medida, cociente, entre otros, para resolver problemas de la vida cotidiana. Esta investigación se centró en generar a través de la investigación-acción, experiencias de enseñanza y aprendizaje de las fracciones en un contexto real, basado en la resolución de problemas, para el primer año de Educación Media General (Ortega et al. 2014), justificado por dos factores, el primero relacionando las dificultades en el proceder de los estudiantes para resolver problemas con fracciones y el segundo evidenciando, que, aunque hay gran cantidad de investigaciones que abordan dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, la incorporación de los resultados en la enseñanza (si la hay) no muestra mayores avances.

En esta misma línea la investigación “**La de los números fraccionarios**” expresa los factores que intervienen en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes de primaria, para facilitar la comprensión de los números fraccionarios mediante la resolución de problemas que impliquen la lectura, la escritura y su comparación, como objetivo principal, procurando mitigar la problemática generada por la falta de comprensión de los números racionales positivos en su expresión fraccionaria (Figueroa & Lara, 2014).

Otro estudio titulado: **"La enseñanza de los números racionales"** aborda el concepto de fracción como parte-todo y constituye un eje a través del cual se puede acceder a otras nociones relacionadas con los números racionales.

"Las medidas, las fracciones decimales, los números decimales no enteros, los cocientes, algunos tipos de razones, la recta numérica, entre otros, encuentran en la relación parte-todo, una fuente importante para iniciar su proceso de conceptualización […] la conceptualización de la unidad en partes más pequeñas, sin que por esto deje de ser unidad" (Obando, 2003, P. 164).

Si bien, distintos autores han hecho aportes en torno a las representaciones fraccionarias de los números racionales; en esta ocasión se toma como referente principal a Raymond Duval (1999) quien habla de la necesidad de los registros de representación semiótica para la comprensión y el aprendizaje de las matemáticas. En este caso, se hace énfasis en el sentido estricto de las distintas representaciones de un número racional y los diferentes contextos en que pueden ser abordadas dichas representaciones.

Debe señalarse que aunque algunos de los documentos anteriores se enmarcan en la conceptualización, a partir de los distintos significados y representaciones de las fracciones en el campo de los números racionales, y otros evidencian los aportes que se han dado en torno a las representaciones de las fracciones a partir de distintos significados; es evidente que se ha hecho más énfasis en enseñar las fracciones a partir de la relación parte-todo y se han dejado de lado otros significados que pueden movilizar las fracciones en los números racionales (Valencia & Amud, 2008).

1.4 JUSTIFICACIÓN

En las matemáticas escolares es frecuente encontrar dificultades que se evidencian en los procesos de aprendizaje de niños y jóvenes en el nivel de la educación básica. En el caso concreto de los números racionales positivos, entre el tercero y quinto grado; la enseñanza se centra en los números fraccionarios sin hacer ningún tipo de distinción entre ninguno de sus significados como razón, operador o medida, entre otros (López, 2017).

Teniendo en cuenta lo propuesto por Duval (1999) en su teoría semiótica, acerca de los aprendizajes en matemáticas, las clases debieran pensarse desde la diversidad de representaciones para abordar una misma noción u objeto matemático, con ello se logra una adecuada objetivación y se abona el terreno para facilitar los aprendizajes y la comprensión de los saberes matemáticos en el aula.

El presente trabajo centra su interés en la enseñanza de las fracciones, que como se ha mencionado se suele enfatizar en el empleo de los registros numéricos. En este sentido se propone la incorporación de los contextos de medida y razón para complementar la exclusividad en el uso de la relación parte – todo durante la enseñanza. Así mismo, sugiere el uso de representaciones figurales en dos dimensiones, para dar lugar a la conversión entre los registros de representación; contemplada en el enfoque teórico propuesto por Duval.

Considerando lo expuesto anteriormente, el valor agregado de la presente indagación es promover la toma de conciencia en el uso de los diferentes significados de la fracción en procura de favorecer la conceptualización inicial de los números racionales en la educación básica primaria, a partir de una secuencia de situaciones matemáticas que incluye actividades relacionadas con sus representaciones numéricas y gráficas, mediante el uso e interpretación de los contextos de medida y razón; así como la mediación de las operaciones cognitivas de tratamiento y conversión entre los dos registros propuestos.

Por ende se presentan las fracciones de manera gráfica y numérica, porque permiten una mejor aproximación a las diferentes representaciones de la fracción y posteriormente a evidenciar la diferencia entre una noción matemática y su representación.

Los bajos niveles de desempeño en Matemáticas de los estudiantes de Buenaventura, y en concreto en habilidades relacionadas con el uso e interpretación de las representaciones fraccionarias de los números racionales; generan la necesidad de realizar indagaciones en las que se propongan reflexiones sobre las causas y las posibles iniciativas para superar las dificultades que se evidencian en los bajos desempeños académicos; como en el caso de la Institución educativa Teófilo Roberto Potes del Distrito de Buenaventura.

2. CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO

En el siguiente apartado se presentan las tesis y monografías que sirvieron de referencia en la realización de la presente investigación, por sus planteamientos o resultados que ayudaron a abordar el problema abordado. A su vez se mencionan postulados y nociones que permitieron desarrollar la indagación abordados en el componente didáctico, que se fundamenta en la teoría Semiótica - Cognitiva de Raymond Duval (2004), y los aspectos adicionales a este enfoque propuestos por Pontón (2008) y Obando (2013). En el componente disciplinar se explicitan los significados de la fracción y en el componente curricular se describen algunas recomendaciones del Ministerio de Educación Nacional frente a la enseñanza de los números racionales en la educación primaria.

2.1 COMPONENTE DIDÁCTICO: TEORÍA SEMIÓTICO-COGNITIVA

La teoría de Raymond Duval presenta elementos fundamentales para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas desde las complejidades cognitivas que están involucradas en esta labor, por tal motivo se toma como base de esta indagación. A continuación se describen algunos de sus elementos y su relación con el presente trabajo.

2.1.1 Registros de Representación, Comprensión y Aprendizaje.

La matemática es considerada una ciencia de objetos estrictamente semióticos, los cuales determinan la manera en que los individuos la comprenden. Por esto es crucial hacer referencia a la idea de representación semiótica, pues ningún conocimiento en esta área se puede considerar sin tener en cuenta esta concepción. Al respecto Duval (1999) afirma:

> La especificidad de las representaciones semióticas consiste en que son relativas a un sistema particular de signos: la lengua natural, la escritura algebraica o los gráficos cartesianos, y en que pueden ser convertidas en representaciones "equivalentes" en otro sistema semiótico, pero pudiendo tomar significaciones diferentes para el sujeto que las utiliza. (p. 27).

Según esta teoría, el conocimiento humano y en particular las matemáticas, necesitan representaciones que median en la comprensión debido a la naturaleza abstracta de sus objetos de conocimiento. Sin embargo, cada noción necesita para su total comprensión, más de un sistema de representación, entre las representaciones mentales y las representaciones semióticas. Las primeras son imágenes o concepciones que un individuo tiene sobre un objeto, idea o noción; y por tanto son enteramente subjetivas.

Por su parte, las representaciones semióticas son el medio que el individuo utiliza para exteriorizar las representaciones mentales (signos, enunciados en lenguaje natural, formulas algebraicas, etc.), lo que confirma que la actividad matemática no puede realizarse sin la mediación semiótica de los sistemas de representación (Duval, 2004).

En esta misma línea, Duval (2004) señala que:

> La semiósis es inseparable de una diversidad inicial de tipos de signos disponibles. Implica no solo una variedad de sistemas semióticos sino igualmente la posibilidad de ponerlos en correspondencia. Sin embargo, su análisis se limita a la comparación de algunos sistemas semióticos con la lengua natural, a través de producciones culturales independientes unas de otras: Lengua y música, lengua y arte pictórico (p.29).

Los estudiantes generalmente representan las fracciones en un solo registro sin lograr aprendizajes que les permitan avanzar en la construcción del concepto del número racional, y sin lograr transformaciones hacia el paso de aptitudes, conocimientos, destrezas y habilidades de la actividad humana. Bajo estos parámetros, una alternativa para los profesores es identificar los aspectos didácticos y matemáticos que les permita abordar la enseñanza de los números racionales de una manera más efectiva, haciendo énfasis en los registros semióticos y sus operaciones cognitivas; procurando con ello el avance de sus estudiantes hacia la apropiación de los diferentes significados de los registros de representación fraccionaria en una variedad de contextos. Al respecto Duval (2004) afirma que:

> Debido a que, no todos los sistemas semióticos permiten construir un conjunto de marcas perceptibles e identificables, transformar las representaciones y mucho menos convertir las representaciones producidas en un sistema de representaciones en otro sistema, se habla entonces, de registros de representación semiótica. Estos registros constituyen la margen de libertad con que cuenta un sujeto para objetivarse él mismo una idea, un sentimiento latente, o simplemente, para comunicarlas a alguien más. Así, el análisis del desarrollo de los conocimientos y de los obstáculos encontrados en los aprendizajes fundamentales relativos al razonamiento, a la comprensión de textos y a la adquisición de procedimientos lógicos y matemáticos, enfrenta tres fenómenos que están estrechamente ligados: La diversificación de los registros de representación semiótica, la diferenciación entre las representaciones y las nociones representadas, y finalmente la coordinación entre los diferentes registros. (p. 30-31).

Por esta razón se caracterizan los registros de representación para que el estudiante pueda utilizar los métodos que desee sin restricciones y no imponer algún tipo de respuesta, porque puede limitar la capacidad de transformación u apropiación de un término matemático. En lo que se refiere a la diversificación de los registros Duval añade:

> Se tiene que el lenguaje natural y las lenguas simbólicas no pueden considerarse como formando un único y mismo registro. Tampoco los esquemas, las figuras geométricas, los gráficos cartesianos o las tablas. Estos son sistemas de representación muy diferentes entre sí; cada uno plantea preguntas específicas sobre el aprendizaje.” (p. 31).

En el caso de los números racionales positivos, éstos pueden expresarse a partir de diferentes sistemas de representación de los cuáles en esta oportunidad, se hace énfasis en los registros numéricos fraccionarios y los registros figurales en dos dimensiones.

El segundo fenómeno, el de la diferenciación entre representaciones empleadas y los objetos representados; generalmente está asociado al reconocimiento de lo que implica una representación y por tanto, los elementos que la conforman. Existe una eventualidad de relacionar otras representaciones, pero sin dejar de conocer lo que las particulariza para integrarlas en los procesos de tratamiento y conversión. Tal diferenciación jamás se adquiere en un momento, esta se logra con la interacción y la apropiación de las nociones que se tratan (p. 31).

Aquí vale la pena indicar que al usar números fraccionarios para representar números racionales, tales representaciones pueden interpretarse como una relación parte – todo, como una medida o como una razón; entre otras. Todas se identificadas a partir de una misma representación. La fracción un tercio $\left(\frac{1}{3}\right)$ puede ser interpretada como la tercera parte de un objeto, el tramo que se ha recorrido de una trayectoria o la relación entre el número de niñas y niños en un aula de clases (una niña por cada tres niños). En un caso como el anteriormente mencionado, es determinante que los estudiantes cuenten con las condiciones para reconocer la diferencia entre un objeto matemático y su representación, pues tres nociones distintas se representan con el mismo registro semiótico. “El tercer fenómeno es el de la coordinación entre los diferentes registros de representación semiótica disponibles: El conocimiento de las reglas de correspondencia entre dos sistemas semióticos diferentes no es suficiente para que puedan ser movilizados y utilizados conjuntamente” (p. 31). En el caso de las representaciones figurales en dos dimensiones y las numéricas fraccionarias, es fundamental la lengua natural para la coordinación de las unidades significantes de ambos registros.

2.1.2 Representaciones Semióticas y Aprendizaje.

Al respecto de las representaciones, Duval (2004) hace una clasificación en diferentes tipos (representaciones mentales, semióticas y computacionales) relacionadas entre sí por jugar un papel importante en la percepción que tiene una persona acerca de un conocimiento propio o de su exterior.

La teoría Semiótica de Duval (2004) también contempla dos oposiciones en relación con las representaciones semióticas: “la oposición interna/externa que se refiere a lo directamente visible y observable, y a lo que no lo es” (p. 33-34); y la oposición consciente/no-consciente que determina la relación entre lo que “el sujeto observa y lo que a él se le escapa y no puede observar” (p.33). En esta medida al pasar de lo que no es consciente a lo que sí lo es, se necesita la función de objetivación, la cual debe ser una función de tratamiento intencional (lo inseparable de la aparición de alguna cosa a la consciencia). En el consciente se sitúan las representaciones mentales (que cumplen con la función de objetivación) que son internas en el sujeto y, las representaciones semióticas (que cumplen la función de objetivación, la función de expresión y la función de tratamiento intencional) que son externas, es decir, son la exteriorización de las representaciones mentales. Un ejemplo de éstas son las figuras en dos dimensiones y los registros numéricos (Duval, 2004).

En los distintos niveles de enseñanza de las matemáticas, regularmente los aprendizajes se movilizan haciendo énfasis en un sólo registro, lo que excluye el desarrollo de alguna forma de comprensión de los estudiantes. Una comprensión mono-registro es aquella que no permite ninguna transferencia, solo una comprensión integrativa lo hace. Es decir, una comprensión fundada en la coordinación de varios registros; entonces, se revela como necesario un aprendizaje específicamente centrado en la conversión de representaciones semióticas.

2.1.3 Representaciones semióticas, tratamientos intencionales y aprendizaje

Otro punto a tener en cuenta, son los tratamientos que se realizan dentro de un mismo sistema de representación, los cuales pueden ser cuasi-instantáneos que "se efectúan incluso antes de ser observados y producen las informaciones y las significaciones de las cuales un sujeto toma conciencia de inmediato" o intencionales que "para ser efectuados toman al menos el tiempo de un control consciente y que se dirigen exclusivamente a los datos previamente observados" (Duval, 2004, p.40)

Las actividades cognitivas se refieren a la complementariedad que surge en los conocimientos matemáticos en tanto la complejidad de problemas de aprendizaje que se suscitan, debido a la variedad de equivalencias respecto a posibles significados diferentes que el estudiante puede utilizar. Estas actividades consisten en la movilización de los conceptos al pasar de un registro a otro (Duval, 2004, p. 41)

Por otra parte, la comprensión en matemáticas comienza con la distinción entre un objeto matemático y su representación. Cada noción puede presentarse con diferentes representaciones y no deja de conservar sus propiedades, por lo cual se debe aclarar que los objetos matemáticos disponen de una variedad de representaciones para evitar el uso privilegiado de una. Es por esto que se debe reconocer la relevancia de conocer los diferentes Sistemas de Representación, en este caso los números racionales en sus representaciones fraccionaria y figural.

En el registro de la lengua natural la objetivación es la tercera función meta discursiva necesaria para el desarrollo del control que puede tener un sujeto, no sólo sobre sus actividades sino también sobre sus vivencias, o sobre las potencialidades de un "mundo" imaginario o personal. “Es la posibilidad para el sujeto de tomar conciencia de lo que hasta el momento no era consciente y de lo que aún no había podido tener una conciencia clara en tanto no se había cumplido un trabajo de exteriorización con fines de organización. Esta toma de conciencia se hace a modo de proyección y no a modo de una simple explicitación”. (Duval, 1999, p. 83).

Por último se señalan tres elementos básicos que son utilizados por Raymond Duval (2004), que resultaron relevantes al momento de desarrollar el presente trabajo; fundamentales para un adecuado análisis de los resultados obtenidos. Sin lugar a dudas estos tres conceptos ayudaron en el desarrollo de las actividades propuestas y permitieron dar respuesta a lo que se planteó como propósito general.

Registros de Representación Semiótica: presentan un grado de libertad, necesario a todo tratamiento de la información […] pueden ser objeto de dos miradas diferentes: pueden ser aprehendidas solo bajo el aspecto de representante o bien únicamente bajo el aspecto de lo que es representado […] permiten tener una variedad de representaciones para un mismo objeto (p. 37).

Esta es quizá la mayor dificultad que enfrentan los estudiantes mientras aprenden el concepto de números racionales; si la enseñanza que recibe no contempla otros registros de representación a parte del numérico fraccionario y los diferentes significados con que puede ser interpretado. También se debe enfatizar que los registros de representación nos permiten ver las cosas en varios contextos y aclara la idea de un solo método de representación de un objeto matemático.

Operación de Tratamiento: cuando la transformación produce otra representación en el mismo registro (p. 42). Tal es el caso de los cálculos que se desarrollan entre representaciones fraccionarias numéricas. Éstas pueden ser operadas de distintas maneras: pueden ser amplificadas o simplificadas; se pueden sumar, multiplicar o dividir

Operación de Conversión: cuando la transformación produce una representación en un registro distinto al de la representación inicial (p. 42). En el presente caso esta operación se sugiere cuando se pide al estudiante que exprese un número fraccionario como una figura de dos dimensiones o viceversa. Es posible apreciar que el valor representado se conserva siempre.

2.2 COMPONENTE DISCIPLINAR

En el presente trabajo se consideran las perspectivas de los significados de la fracción como razón, medida y parte todo para el diseño de las situaciones matemáticas porque permiten, utilizar los contextos más usados en la presentación de las fracciones en la escuela.

Las representaciones fraccionarias de los números racionales son nociones matemáticas aplicables a una variedad de contextos, como las situaciones matemáticas que emergen de la vida cotidiana y social o de la propia matemática (MEN, 2006). Se describen los siguientes términos para identificar los significados de las fracciones, las cuales introducen al estudiante en las características que contiene cada uno de ellos.

2.2.1. La fracción

Una fracción es el cociente de dos números enteros a y b, donde b debe ser diferente de 0 y se define como (b), al denominador que indica la cantidad de partes en que se ha dividido una unidad y (a), es el numerador que indica el número de unidades fraccionarias seleccionadas. Representa la cantidad de un objeto y la manera como se puede repartir en fragmentos iguales. Ejemplo de fracción: Dado el cubo ABFEGCDH, si se pinta una de sus caras ¿Qué fracción representa esta cara respecto a la superficie total?

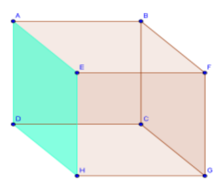


Ilustración 3. Cubo

La fracción que representa es $\frac{1}{6}$ **,** donde el 1 representa la parte coloreada y el número 6 las caras que tiene el sólido, que corresponden a su área total.

Dependiendo del tipo de vínculo que se establezca entre el numerador y el denominador, las fracciones se clasifican como propias e impropias, reducibles y no reducibles.

Las fracciones propias se caracterizan porque el denominador es mayor respecto al numerador. Representan una parte de la unidad en el sentido estricto de la palabra. Así como la siguiente figura rectangular está dividida en 16 partes iguales y se pintaron 4. En la cual se aprecia que el denominador es mayor que el numerador y se pude presentar así: $\frac{4}{16}$

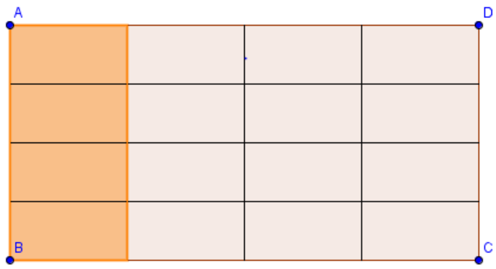


Ilustración 3. Fracción propia

Las fracciones impropias son aquellas en las que el numerador es mayor que el denominador, y por tanto son mayores a la unidad referencial. Si se pidiera representar mediante una figura similar a la del ejemplo anterior, la fracción $\frac{19}{16}$, tendría que dibujarse dos rectángulos y dividirlos en 16 rectángulos más pequeños. En uno de los rectángulos se tomarían las 16 partes completas y 3 partes adicionales del segundo, con ello se completaría la fracción solicitada $\frac{16}{16} + \frac{3}{16} = \frac{19}{16}$

Las fracciones reducibles, se presentan cuando el numerador y el denominador tienen un factor común, una característica que permite que la estructura, pueda simplificarse. En el ejemplo anterior de la fracción propia $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ Ambas fracciones guardan la misma relación, 4 es la cuarta parte de 16 así como 1 es la cuarta parte de 4. Finalmente, las **fracciones irreducibles** son aquellas donde el numerador y el denominador son primos entre sí y por tal razón, no puede hacerse más simple $\frac{19}{16}$ es una fracción irreducible; los términos de la fracción no tienen un factor común diferente de 1 (Flores, 2010).

La fracción como parte-todo. Es el significado que considera la expresión $\left(\frac{a}{b}\right)$ como la relación existente entre dos cantidades específicas, en donde b (denominador) es el número de partes en las que se divide el todo, y a (numerador) el número de partes tomadas, haciéndose el paso de lo concreto a la representación matemática, así, la idea inicial de fracción consiste en dividir un todo en partes iguales o congruentes; ya sea discreto cuando involucra colecciones de objetos, o continuo si el todo es un segmento, un área o un volumen (Kieren, 1980). También Obando (2003) la define como: Un número que expresa la relación cuantitativa entre una cierta cantidad tomada como unidad (todo) y otra cantidad tomada como parte. Es decir, al hablar de unidad se entiende como un elemento que se puede dividir en partes más pequeñas, sin perder su esencia, en otras palabras sin dejar de ser una unidad. (p. 165).

El significado parte-todo establece una relación simbólica entre dos números enteros a partir de una representación gráfica, desde la que se formulan definiciones sobre los componentes de la fracción: el denominador indica las partes que existen y el numerador las partes que se consideran (Escolano y Gairín, 2005).

Un todo (discreto o continuo) se divide en partes iguales o congruentes. El todo recibe el nombre de unidad referencial y éste indica una relación existente entre el número de partes que se consideran (unidades fraccionarias).

La fracción como medida. Tascón (2017) afirma que “la fracción como medida, aparece cuando se desea medir una determinada magnitud, en la cual la unidad no está contenida un número entero de veces en la magnitud que se quiere medir. La comprensión de este significado le permitirá a los estudiantes resolver con mayor habilidad sumas y restas de fracciones, y relacionarlo con otras representaciones como los números decimales” (P. 60).

La fracción como razón. Compara entre sí objetos heterogéneos, esto es, objetos que se miden con unidades diferentes mientras que las fracciones, por el contrario, se usan para comparar el mismo tipo de objetos como partes de un todo. Simboliza la relación de dos magnitudes u objetos diferentes. Por ejemplo: En un aula de clases hay 8 niñas y 12 niños. Tal relación puede expresarse de dos maneras, la primera $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ que indica que en el salón hay 2 niñas por cada 3 niños. La segunda interpretación es recíproca $\frac{12}{8} = \frac{3}{2}$ que significa que hay 3 niños por cada 2 niñas.

Al respecto, Tascón (2017) afirma que esta relación es tomada como la comparación numérica entre dos magnitudes o cantidades; es decir es la comparación numérica entre la medida que se toma conforme a una escala determinada. Cuando se realizan comparaciones entre valores finitos (parte – parte) en un conjunto, se hace referencia a las magnitudes discretas y cuando se realiza comparaciones entre valores infinitos contenidos en un intervalo (parte- todo) se hace referencia a magnitudes continuas. Por lo tanto, al realizar la interpretación de la fracción como razón se comparan cantidades de magnitudes diferentes, mientras que en la interpretación parte – todo en un contexto de medida solo se permite comparar cantidades del mismo tipo.

2.2.2 Número Mixto

Se forma con un número entero y una fracción propia (menores que la unidad referencial). Todo número mixto equivale a una fracción impropia (mayor que la unidad referencial) y a un decimal al mismo tiempo, por lo tanto puede ser representado con tres registros numéricos diferentes. Estas cantidades representan unidades completas, todas del mismo tamaño, y partes iguales de una unidad. En el ejemplo anterior de la fracción $\frac{19}{16}$, también se puede escribir como $\frac{19}{16} = \frac{16}{16} + \frac{3}{16} = 1 + \frac{3}{16} = 1\frac{3}{16}$. Y a su vez, como 1,1875.

2.2.3 Fracción Decimal

Es aquella en la cual el denominador es una potencia de diez. Los números decimales son en sí un tipo de números fraccionarios. Gómez (citado en Ascarza, 1922) afirma que “Estos números se llaman decimales, y para distinguir la parte entera de la propiamente decimal se coloca a la derecha de las unidades simples una coma en esta forma 4,35” que equivale $\frac{435}{100}$, $\frac{87}{20}$ y al mismo tiempo a $4\frac{7}{20}$ (P. 24).

2.3 COMPONENTE CURRICULAR

Las matemáticas al igual que otras áreas del conocimiento, contribuyen al desarrollo integral de las personas en su proceso educativo, y le permiten afrontar los retos del siglo XXI que se presentan en la educación. La Educación Matemática busca favorecer aprendizajes donde no sólo se haga énfasis en conceptos y procedimientos, sino en los procesos de pensamiento, ampliamente aplicables y útiles para aprender a hacer matemáticas.

Uno de los propósitos particulares de la Educación Matemática es el desarrollo del pensamiento numérico que hace referencia a la comprensión del significado de los números y a sus diferentes interpretaciones, pues el paso de un sistema numérico a otro, ha implicado cambios (Naturales, Enteros, Racionales, Irracionales, Reales). En ese sentido Los Estándares Básicos De Competencias En Matemáticas (2006) afirman que:

> Es conveniente recordar, [...] que durante la Edad Antigua y Media ni siquiera las razones entre dos números de contar se consideraban como verdaderos números. Hoy día se aceptan como una nueva clase de números, llamados precisamente racionales. Las primeras situaciones llevan al número racional como medidor o como operador ampliador o reductor [...] representado usualmente por una fracción como “¾”, o por un decimal como “0,75”, o por un porcentaje como “el 75%”. Las otras situaciones llevan al número racional como razón, expresado a veces por frases como “3 de 4”, o “3 por cada 4”, o “la relación de 3 a 4”, o por la abreviatura “3:4”. (P. 59).

Los números racionales tomados desde la postura de los estándares, aunque describen cada uno de los significados de las fracciones, frecuentemente se reducen a la forma $\frac{a}{b}$ por parte de los estudiantes, tal vez porque la notación simbólica a la que se alude es introducida de manera memorística, donde los estudiantes la consideran carente de significado, y sin ninguna representación simbólica complementaria. Realizan una interpretación cuasi-instantánea de la expresión $\frac{a}{b}$ como una cantidad sombreada de un dibujo, que se fija como icono, sin ninguna adaptación de los diferentes aspectos que un registro de representación gráfico le podría dotar.

Según los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), los números racionales deben:

> Utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas; para utilizar y transformar dichas representaciones y, con ellas, formular y sustentar puntos de vista. Es decir, dominar con fluidez distintos recursos y registros del lenguaje cotidiano y de los distintos lenguajes matemáticos (p, 51).

Para la Educación Básica y Media, Los Estándares Básicos de Competencias En Matemáticas muestran los significados e interpretación de las fracciones en sus “diferentes contextos, tales como las situaciones de medición, relaciones parte-todo, cociente, razones y proporciones" (p.82). Pero todos estos significados han estado desligados uno del otro, es decir, cada uno se ha trabajado o enseñado de manera independiente, sin conseguir que los estudiantes logren reconocer los diferentes significados, a partir de una misma representación. Y mucho menos, a partir de diferentes representaciones abordar un mismo significado.

Por otra parte los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (2002) afirman que el conocimiento matemático se clasifica en dos tipos básicos:

> El conocimiento conceptual y 2) el conocimiento procedimental. El primero está más cercano a la reflexión y se caracteriza por ser un conocimiento teórico, producido por la actividad cognitiva, muy rico en relaciones entre sus componentes y con otros conocimientos; tiene un carácter declarativo y se asocia con el saber qué y el saber por qué. Por su parte, el procedimental está más cercano a la acción y se relaciona con las técnicas y las estrategias para representar conceptos y para transformar dichas representaciones (P. 54)

La Matriz de Referencia de Matemáticas señala que en los aprendizajes que evalúan las pruebas saber 5º, los estudiantes deben "reconocer e interpretar números naturales y fracciones en diferentes contextos" esto se evidencia en "reconocer la fracción como parte-todo, como cociente y como razón" (p.6). La actividad de los sujetos, resulta primordial, pues no hay "objeto de enseñanza" sino que se concibe como "objeto de aprendizaje"; es decir, que dichos sujetos puedan llegar a construir nuevos significados del objeto de aprendizaje (reconocer el concepto de número racional a partir de los diferentes significados de la fracción).

De esta forma se aprecia que en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, en los Lineamientos Curriculares y en la Matriz de Referencia, se proponen pautas para que el estudiante desde sus conocimientos previos adquiridos en su entorno social, formalice el conocimiento que es guiado en la escuela en relación con las representaciones fraccionarias y sus diferentes significados, y con ello desarrolle habilidades y destrezas en matemáticas por medio del razonamiento, la comunicación y la socialización, que den cuenta de los aprendizajes conceptuales y procedimentales adquiridos con sus compañeros de clases.

2.3.1 Actividad y Situación

Las situaciones problemas pueden asumirse como un instrumento de enseñanza y aprendizaje que propicia niveles de conceptualización y simbolización de manera progresiva hacia la construcción de conocimientos matemáticos. Por otra parte, sobre la actividad Córdoba, (2002) dice:

> "El concepto de actividad se examina en psicología en dos funciones: "como principio explicativo y como objeto de investigación. En esencia, la actividad [...] presupone no sólo las acciones de un solo individuo tomado aisladamente, sino también sus acciones en las condiciones de la actividad de otras personas, es decir, presupone cierta actividad conjunta". Leóntiev citado en Davidov, (1983) indica que una actividad se compone de una necesidad, un motivo, una finalidad y condiciones para obtener la finalidad entre sus componentes ejerciendo transformaciones mutuas" (p. 253)

Ilustración5. Situación

MARTINEZ, F. Y PREDES, M.P.2006. (p. 8)

En la planeación de una actividad se debe tener en cuenta una estructura que permita la conceptualización y el cumplimiento de los objetivos planteados. En el esquema anterior se muestra una propuesta de diseño de una actividad matemática, se expresa la intencionalidad en la que se busca que el educando se desarrolle en su medio y posteriormente adquiera nuevos conocimientos y facilite el proceso que active sus habilidades y actitudes.

Las situaciones problemas permiten evidenciar dificultades a las cuales se le deben diseñar estrategias que permitan reducirlas en gran medida. Se caracterizan por componentes y transformaciones, sirven para examinar clases concretas de actividades, por lo que pueden utilizarse como categorías de análisis para la actividad de enseñanza y aprendizaje. Son concebidas como un sistema de actividades, un sistema de relaciones entre individuos históricamente condicionados y sus entornos más próximos organizados culturalmente. En las situaciones problemas se proponen actividades que permiten diagnosticar fases en las cuales se encuentren tales actividades, o en su respectivo caso darle solución a la situación.

3. CAPÍTULO III. ASPECTOS METODOLÓGICOS

El diseño metodológico se concibe como el conjunto de procedimientos determinados por el indagador para dar respuesta al problema de investigación de un proyecto determinado, así como también para lograr los objetivos propuestos en el mismo. Esta metodología incluye el tipo, los métodos y las técnicas de investigación. En síntesis, el Diseño metodológico es la Estructura u organización esquematizada que adopta el investigador para relacionar y controlar las variables de estudio (Sánchez, 1990).

En este caso, para la organización esquemática se toma en cuenta principalmente lo propuesto por Kurt Lewin (1992) como orientación fundacional de su metodología Investigación Acción Participante (IAP), sin dejar de lado el diseño de una serie de pasos o fases de investigadores que siguen esta metodología como; Lewin (1936) en su denominado ciclo de acción reflexiva o como Pérez Serrano (1998) que propone 4 etapas para el desarrollo de esta metodología, dichas fases no difieren en su finalidad. Según Caar & Kemmis:

> "La investigación acción es un conjunto de actividades dirigidas hacia el desarrollo curricular, la promoción y perfeccionamiento profesional; mejora de programas …… a través de la identificación de estrategias de acción planificadas, las cuales han de ser puestas en práctica sometidas sistemáticamente a observación reflexión y cambio…" (Carr & Kemmis, 1983.p4).

3.1 TIPO DE ESTUDIO

La investigación implementada bajo el método acción-participante integra una serie de estudios o procesos con el objetivo de conocer y actuar. Entre estos procesos se encuentran:

- La observación participante (diagnostico).
- Programación, diseño y construcción de plan de acción.
- Ejecución del plan trazado.
- Propuestas concretas o reflexión e interpretación de resultados.

Debido al enfoque que sigue este tipo de investigación y con la intención de analizar, comprender mejor, o modificar la realidad de la población (sus problemas, dificultades), se implementa este tipo de investigación gracias a que permite la planificación de acciones y medidas para transformarlas a partir de sus recursos y por medio de una mayor participación de la comunidad involucrada.

3.2 MÉTODO DE INVESTIGACIÓN

El método de investigación a implementar es cualitativo gracias a que implica la utilización y recolección de una gran variedad de materiales como: entrevistas, talleres, trabajo de campo que permiten describir las situaciones problemáticas en la vida de las personas, por lo que es propio de la investigación-acción participante. Al respecto Vera (2008) afirma:

> La investigación cualitativa es aquella donde se estudia la calidad de las actividades, relaciones, asuntos, medios, materiales o instrumentos en una determinada situación o problema. Procura una descripción holística, esto es, que intenta analizar exhaustivamente, con sumo detalle, un asunto o actividad en particular […] la investigación cualitativa se interesa más en saber cómo se da la dinámica o cómo ocurre el proceso en que se da el asunto o problema. (p. 1)

La investigación cualitativa que define Vera (2008) citado en (Fraenkel & Wallen, 1996) es un proceso investigativo que posee algunas particularidades que deben ser consideradas tales como la Formulación del problema a investigar, Identificación de los participantes, la recolección de la información, el análisis de los datos y las conclusiones.

3.3 FASE 1: POBLACIÓN

Se realiza una descripción contextual acerca de la población partícipe a la investigación de este trabajo de grado, considerando que la población es una herramienta importante para el desarrollo y aplicación de cada una de las actividades propuestas para la obtención de resultados satisfactorios.

El presente trabajo se desarrolló en la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes ubicada en el distrito de Buenaventura (Valle del Cauca) que cuenta aproximadamente con 2.500 estudiantes. Para la implementación de este estudio fue seleccionado el grado cuarto conformado así:

4 de primaria	4°1 - 4°2 - 4°3 - 4°4 - 4°5
Jornada	Mañana-Tarde
Nº Estudiantes	Aprox 40 C/U
Muestra	
Salón	4°4
Nº estudiantes	38 estudiantes
Edades	Entre 9-12 años

Tabla 2. Muestra poblacional

Lo anterior con el fin de indagar sobre las transformaciones semióticas que realizan los estudiantes al trabajar con dos registros semióticos de la fracción (numérico y figural).

3.4 FASE 2: FUENTES Y TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE DATOS.

Ésta consta de los conocimientos que presentan cada uno de los partícipes en este trabajo y de las producciones obtenidas de cada una de las actividades propuestas.

Fuentes primarias: Estas fuentes primarias hacen referencia a cada una de las personas de la población objetivo participante de las actividades diseñadas para evaluar e identificar su nivel y el grado de dificultad que presentan en las representaciones fraccionarias.

Técnicas de recolección. En esta ocasión se hace referencia a las producciones escritas obtenidas de las pruebas aplicadas a los estudiantes, debido a que estas son un elemento importante para la construcción del análisis principal en las fases de la investigación.

3.5 FASE 3: DESARROLLO DE LA METODOLOGÍA INVESTIGACION ACCIÓN PARTICIPANTE

A continuación se describe cada elemento integrador de la propuesta metodológica correspondiente a esta fase que concierne al desarrollo, aplicación y participación de cada uno de los entes partícipes de la metodología IAP.

Diagnostico-Observación participante

Como se ha afirmado en apartados anteriores, los estudiantes de primaria de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes presentan dificultad a la hora de resolver actividades con fracciones, pero ¿cuál es su grado de conocimiento y dificultad al respecto?

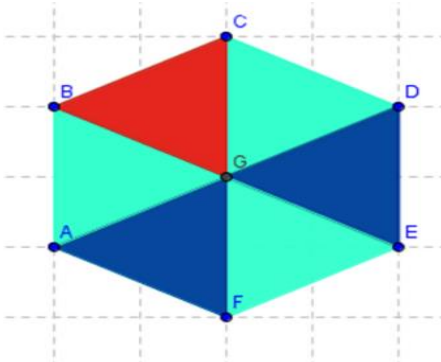
Para dar respuesta al interrogante y con el ánimo de conocer el grado de familiaridad del estudiante con el término fracción y sus representaciones gráfica y numérica, verbal o simbólica, e identificar el estado inicial de los aprendizajes logrados por los estudiantes en el marco de la clase de matemáticas con la docente asignada por la institución, se optó por diseñar y aplicar una situación diagnóstica a 38 estudiantes de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes del grado 4° en la ciudad de Buenaventura. La docente a cargo del grupo se reusó a ser mencionada en el trabajo y los elementos que ella utilizaba para el desarrollo de sus clases fueron complementados en las actividades diagnósticas propuestas.

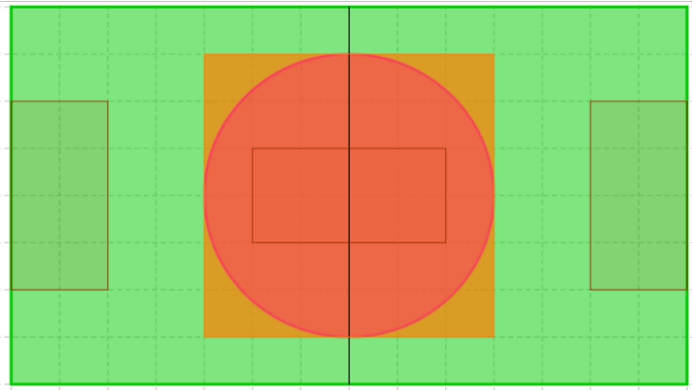
De las tres actividades, cada una incluye tres ejercicios que al aplicarse permitieron analizar la comprensión de los números racionales en diferentes contextos, a artir de operaciones de conversión entre representaciones numéricas, gráficas y verbales. A continuación se describe los ejercicios de cada actividad y los objetivos de cada una:

Actividad 1.

Ej. 1	**Ej.2** En una cancha de fútbol se encuentran dibujados tres rectángulos, un círculo y un cuadrado. Representa la fracción del cuadrado dibujado en la cancha

El hexágono está dividido por colores, cada color representa una fracción, ¿qué fracción corresponde a cada color?





Ej.3
Teniendo en cuenta la imagen anterior representa la simplificación de la fracción que corresponda a las arquerías de la cancha, Selecciona la respuesta correcta.

a) $\frac{16}{98}$ b) $\frac{8}{98}$
b) $\frac{4}{16}$ c) $\frac{6}{112}$
c) Ninguna de las anteriores

Tabla 3. Actividad 1 Prueba Diagnóstica

En el primer ejercicio de esta actividad los estudiantes debían identificar cada sección (en forma triangular) de la figura como una unidad fraccionaria (1 de 6); y asignarle a cada color la cantidad de unidades fraccionarias respectivas. En este caso, $\frac{1}{6}$ al color rojo, $\frac{2}{6}$ del color azul y, $\frac{3}{6}$ del color verde; para luego comprobar que las sumas de las fracciones correspondientes a cada color generan la cantidad $\frac{6}{6}$ que se refiere a la figura completa.

Los 3 ejercicios de la primera actividad hacen referencia a la relación parte – todo; aunque en cada uno se aborda una intencionalidad particular. En el primero, solo identificar las unidades fraccionarias de un objeto. En el segundo, establecer la relación entre una porción de una figura y la figura completa $\left(\frac{36}{112}\right)$. En el tercero, simplificar la relación parte – todo de una sección de la figura del ejercicio anterior $\left(\frac{1}{7}\right)$.

Objetivo: Identificar las unidades fraccionarias en un registro gráfico de dos dimensiones.

Actividad 2.

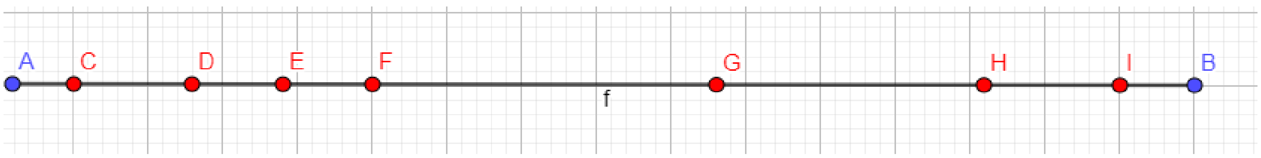
Ej 1

Teniendo en cuenta cada fracción, represéntela gráficamente

- Seis octavos=
- Dos tercios =
- Ocho quintos
- Diez medios =

Ej2

En la recta numérica hay unos puntos y están nombrados cada uno con letras y cada letra equivale a un número fraccionario. Ubica al frente de cada letra, el número.



Ten como punto de referencia que la letra C= 1

C=1 D= E= F=5
G= H= I=

Ej3

Para ir de la casa al colegio, Ana debe pasar por el parque y atravesar el río. Las distancias parciales que debe recorrer se muestran en la figura. En total, ¿Qué distancia debe recorrer Ana para llegar al colegio?

Tabla 4. Actividad 2 Prueba Diagnóstica

En el primer ejercicio de esta actividad los estudiantes debían representar gráficamente las fracciones que se les presenta en lenguaje natural, a partir de su conversión al registro numérico fraccionario, es decir, convertir el enunciado a un número y posteriormente realizar la representación gráfica en dos dimensiones. En el segundo ejercicio los estudiantes debían asignarle un número a cada punto ubicado en la recta numérica. Las referencias con que cuentan son dos valores predeterminados y cuadrículas que les permitan identificar la cantidad exacta de cada punto. Como cada unidad está dividida en cinco cuadrículas, todas las cantidades son quintos $\left(\frac{1}{5}\right)$ basta con realizar el conteo desde el primer valor referencial. Por ejemplo, el punto D corresponde a $\left(\frac{8}{5}\right)$.

En el tercer ejercicio cada estudiante debe sumar los tres valores sugeridos en la consigna, correspondientes con los tres tramos del recorrido desde la casa a la escuela, $\frac{10}{3}+\frac{4}{3}+\frac{4}{3}=\frac{18}{3}=6Km$

Objetivo: Realizar conversiones de números fraccionarios del registro de la lengua natural, al registro gráfico en dos dimensiones.

Actividad 3.

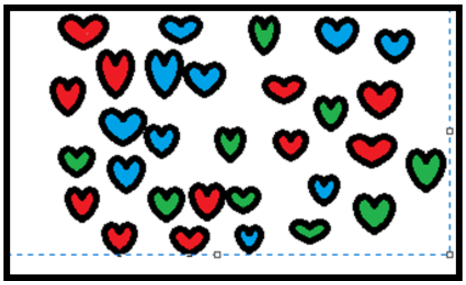
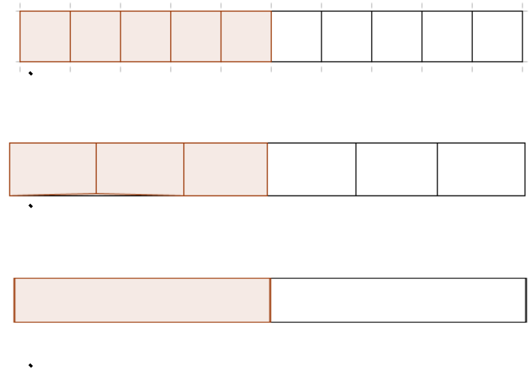
<table>
<tr>
<td>Ej 1
En un salón de clases se forman grupos de dos personas. Se unen Javier y Camilo para realizar una actividad que la profesora les propuso. En el recuadro hay unos corazones pintados de varios colores, a Javier le corresponden 1/4 de los corazones del recuadro. ¿Cuántos corazones le corresponden a Camilo?
</td>
<td>Ej2
Teniendo en cuenta las imágenes, escribe la fracción que representa cada una.

¿Qué tienen en común las fracciones que representan cada gráfica</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Ej3
David y Leonor van a un supermercado a comprar los productos de aseo. David compra $\frac{6}{18}$ de los productos de aseo personal, Leonor compra $\frac{5}{15}$ de los productos de aseo para la casa. ¿Qué puedes concluir de las compras de David y Leonor?</td>
</tr>
</table>

Tabla 5. Actividad 3 Prueba Diagnóstica.

En esta actividad se esperaba evidenciar la aplicación de las nociones de proporcionalidad y razón. En el primer caso los educandos debían inferir la cantidad que le corresponde a cada persona e identificar la razón en cada fracción. También como pasa de lo gráfico a lo numérico por medio del ejercicio número dos en el que se relacionan tres fracciones equivalentes, y en el tercer ejercicio establecer la relación de orden entre las fracciones que representan las compras, para concluir que se trata de la misma proporción.

Al implementar estas actividades como herramientas para la obtención de información se pudo corroborar que los estudiantes no reconocen representaciones de los números racionales en su expresión fraccionaria, ni las características que estas poseen, pero pueden distinguirlas con mayor facilidad si son acompañadas de una representación gráfica y se adjuntan las debidas imágenes para una mejor comprensión.

Descripción de los resultados.

En la **ilustración 6**, se puede observar como **el estudiante A** reconoce qué parte (fracción) corresponde a cada color, y por lo tanto comprende el propósito de la actividad.

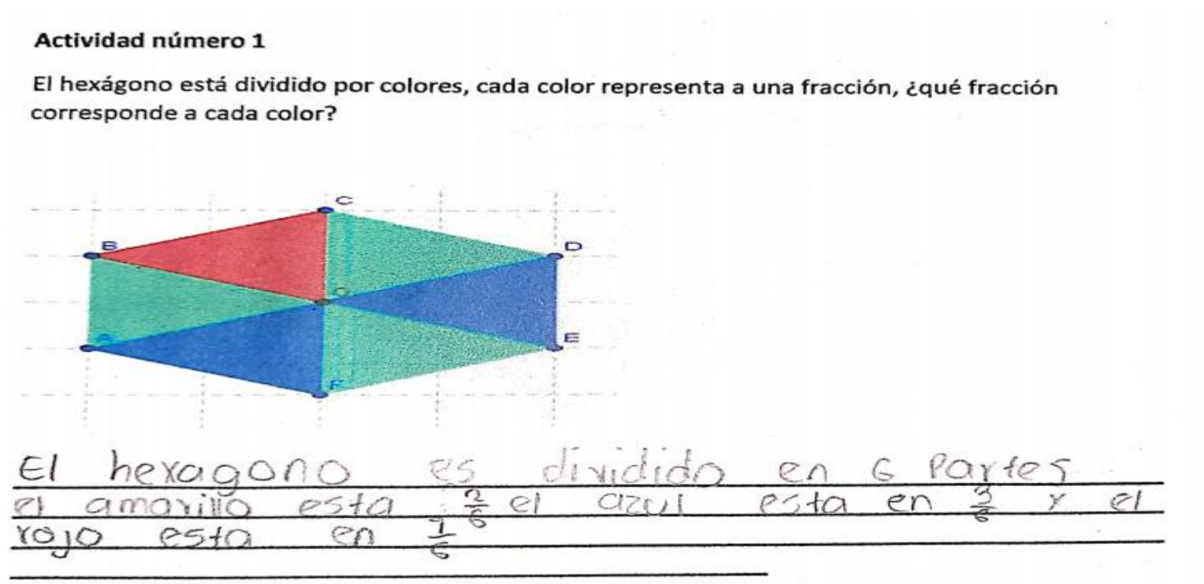


Ilustración 6. Ejercicio 1 prueba diagnóstica 1

En la **ilustración 6** se puede identificar que **el estudiante B** no asocia lo que le indica el enunciado con lo que debe de hacer, por lo tanto su respuesta es incorrecta ya que no pudo hacer corresponder una fracción a cada color.

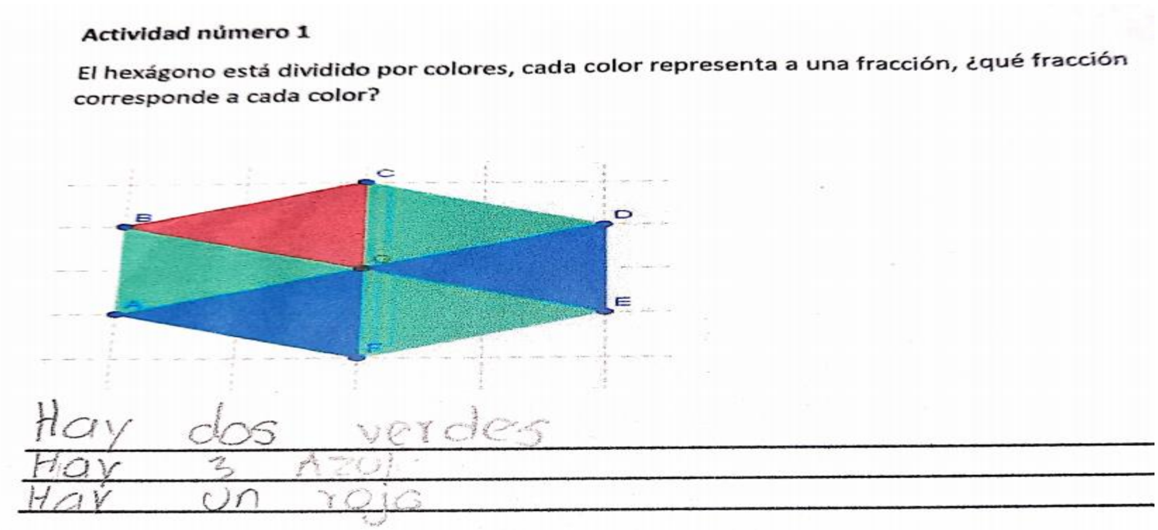


Ilustración 7.Ejercicio 1 prueba diagnóstica1

En la **ilustración 7**, se observa que **el estudiante C** logra comprender lo expuesto en el enunciado y por lo tanto en comparación d**el estudiante B**, identifica la fracción que corresponde a dos de los cuatro colores apoyándose únicamente del registro numérico, a diferencia del **estudiante A** que utilizó la lengua natural y el registro numérico.

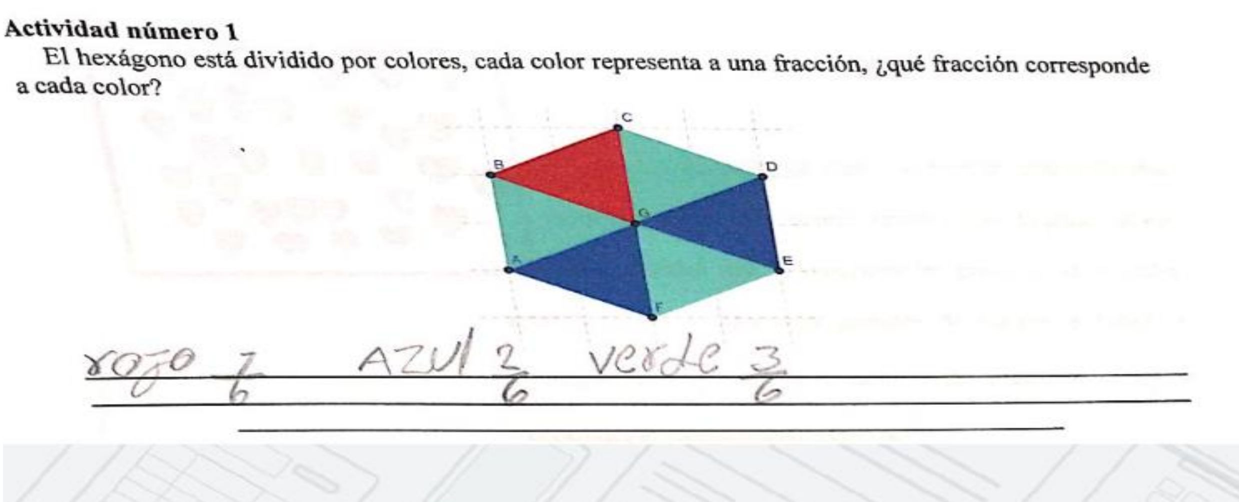


Ilustración 8. Ejercicio 1 prueba diagnóstica 1

En la **ilustración 9** se observa que **el estudiante A** no determina la fracción correspondiente al cuadrado dibujado en la cancha.

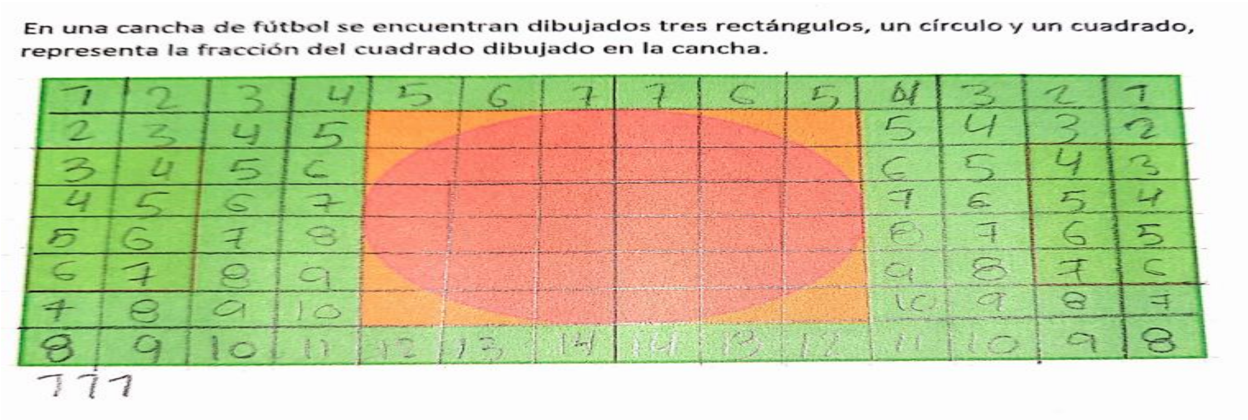


Ilustración 9. Ejercicio 2 prueba diagnóstica 1

Se aprecia que **el estudiante** no comprende el propósito de la actividad ya que la fracción escrita es incorrecta en el denominador. Además, no logra establecer la cantidad que corresponde al cuadrado dibujado en la cancha.

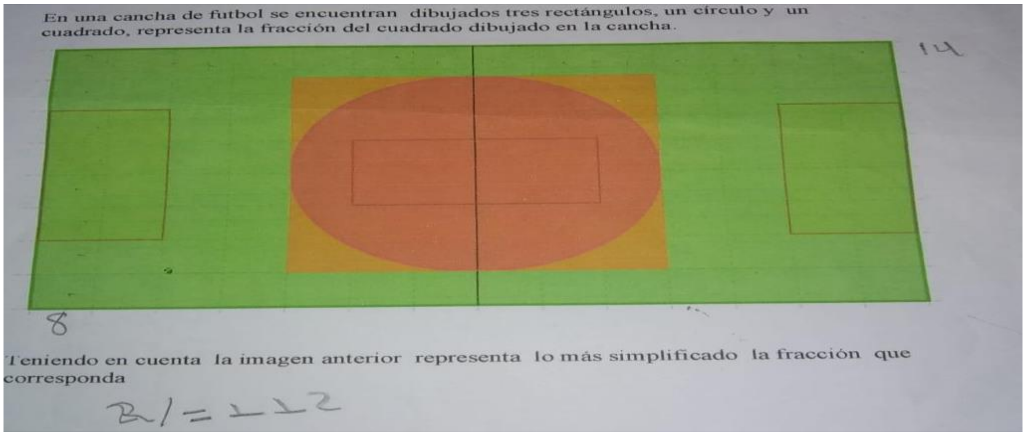


Ilustración 10. Ejercicio 2 prueba diagnóstica 1

La **ilustración 10**, muestra como el **estudiante B** no comprende lo indicado en el enunciado por lo tanto responde de manera incorrecta a lo solicitado en el enunciado.

En el tercer ejercicio se aprecia una mayor proporción de respuestas correctas en relación con las preguntas anteriores, en este se proporcionó una representación numérica y gráfica a los educandos: la representación gráfica correspondió a un rectángulo dividido en pequeños cuadrados y su representación numérica a unas posibles fracciones. Los educandos debían conocer el total de cuadrículas de la cancha para escribir, simplificar la fracción y marcar la respuesta correcta.

En la siguiente **ilustración 11** se identifica como el **estudiante B**, no comprende el propósito de la actividad porque da una respuesta incorrecta a lo que se pide en el enunciado y no determina cual es la fracción de la unión de los rectángulos.

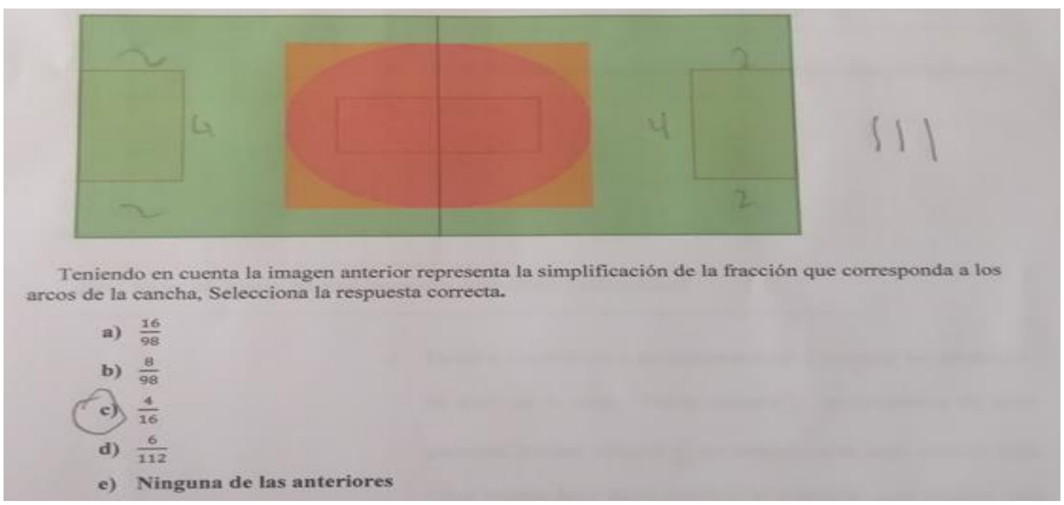


Ilustración 11. Ejercicio 3 prueba diagnóstica 1

La **ilustración 12** muestra como el **estudiante C** da una respuesta correcta a lo enunciado en el ejercicio, se evidencia cómo el estudiante realiza una buena interpretación de la actividad.

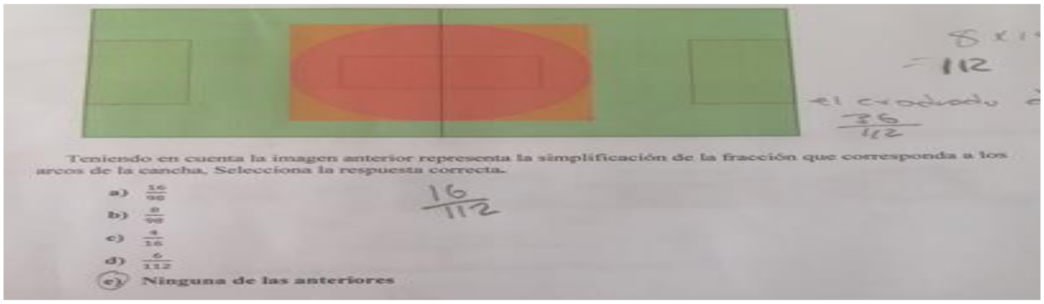


Ilustración 12. Ejercicio 3 prueba diagnóstica 1

En la primera actividad, se observó que el 79% de los estudiantes reconocen las figuras como representaciones gráficas fraccionarias, e identifican las unidades fraccionarias si son acompañadas de sus respectivas simplificaciones y de un enunciado claro y preciso, mientras que el 21% de los estudiantes no reconocen en las figuras tales unidades, aun con las condiciones anteriores, lo que indica que, para estos casos no es suficientes la información suministrada para tal fin.

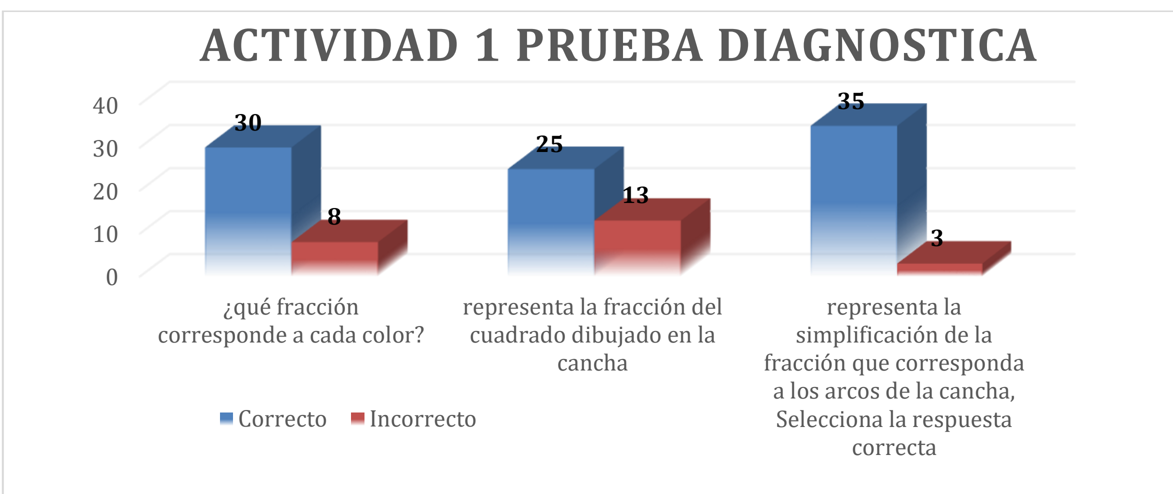


Ilustración 13. Actividad 1 Prueba Diagnóstica 1

Posteriormente se aplicaron las otras dos actividades en el marco de los diagnósticos para seguir identificando las dificultades que presentan los estudiantes a la hora de abordar las fracciones. La actividad N°2 tiene tres ejercicios que fueron descritos previamente.

En la **ilustración 14** se muestra como el **estudiante A** identifica las fracciones en lenguaje natural del primer ejercicio, y la representación gráfica realizada para cada una de las fracciones es correcta.

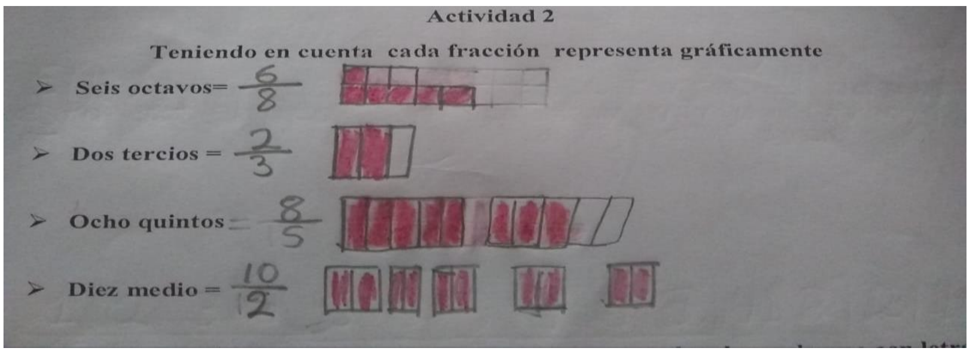


Ilustración 14. Ejercicio 1 prueba diagnóstica 2

En la **ilustración 15** se puede observar como el **estudiante B** traduce del lenguaje natural a números fraccionarios de forma correcta pero la representación grafica la realiza de forma incorrecta.

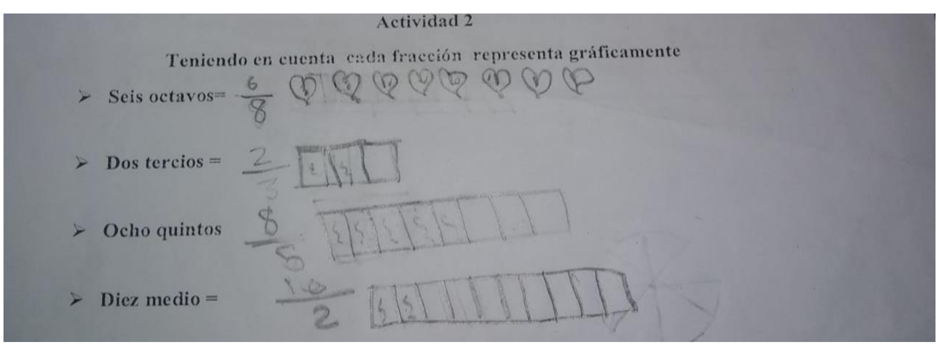


Ilustración 15. Ejercicio 1 prueba diagnóstica 2

En la **ilustración 16** se puede observar como el **estudiante C** evidencia la misma variable que los demás estudiantes, pues desarrolla una buena traducción del lenguaje natural y en este caso, solo hay error en el tercer literal. Al parecer confundió el denominador, con el numerador.

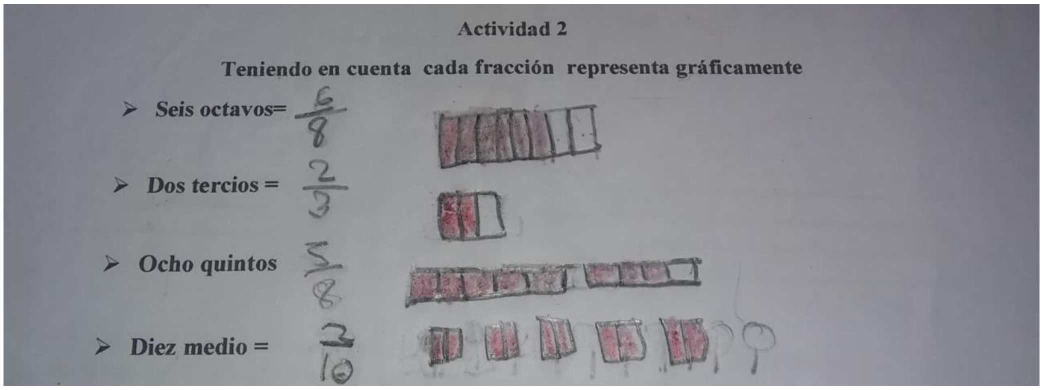


Ilustración 16. Ejercicio 1 prueba diagnóstica 2

Tabla 1. Prueba Diagnóstica

Actividad	Pregunta	Característica de la respuesta	Cantidad	Porcentaje
2	1	Correcta	10	26%
		Incorrecta	28	74%

La tabla 4 muestra que el 74% de los estudiantes no respondió correctamente a lo que se solicitó en el enunciado. En consecuencia se aprecia dificultad para expresar un número fraccionario enunciado en lenguaje natural, de manera gráfica.

En el segundo ejercicio se pedía a los estudiantes ubicar cada fracción en punto que está designado con una letra, en la recta numérica.

En la **ilustración 17** se observa que el **estudiante A** no tiene claridad al momento de ubicar los números frente a cada letra.

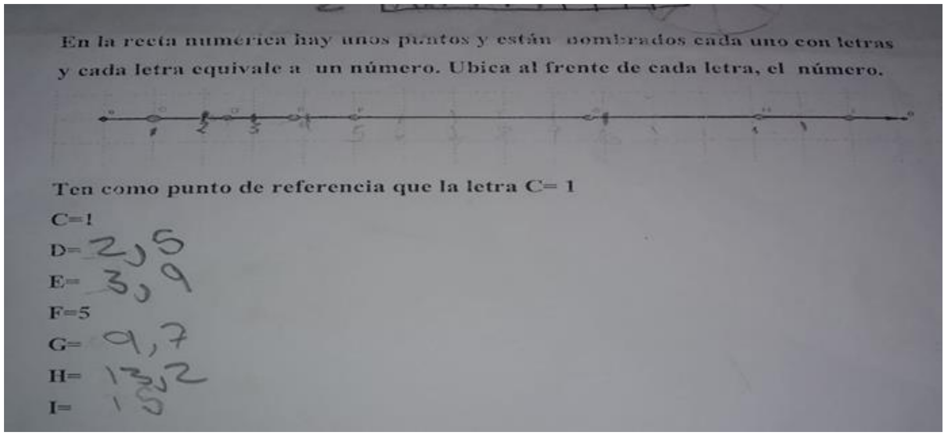


Ilustración 17. Ejercicio 2 prueba diagnóstica 2

En la **ilustración 18**, se puede identificar como el **estudiante B** no realiza una buena ubicación de los números frente a las letras.

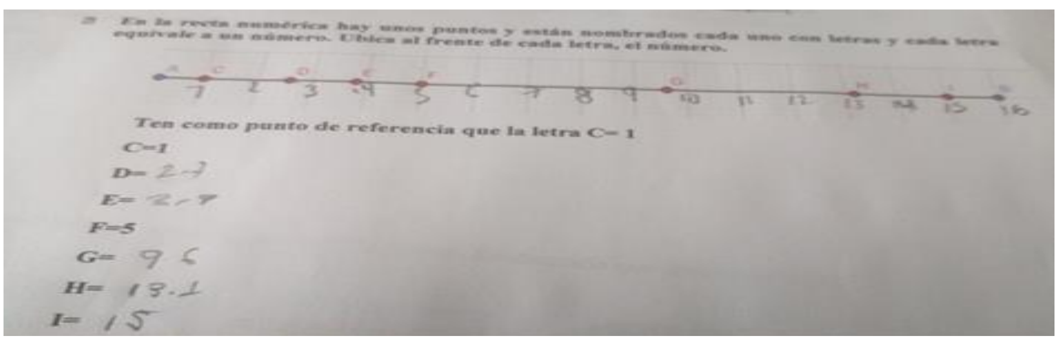


Ilustración18. Ejercicio 2 prueba diagnóstica 2

En la **ilustración 19**, se observa como el **estudiante C** no comprende el enunciado, con respecto a lo que debe hacer para ubicar a cada letra la equivalencia en número de la recta, por lo que no logra realizar la actividad de manera exitosa.

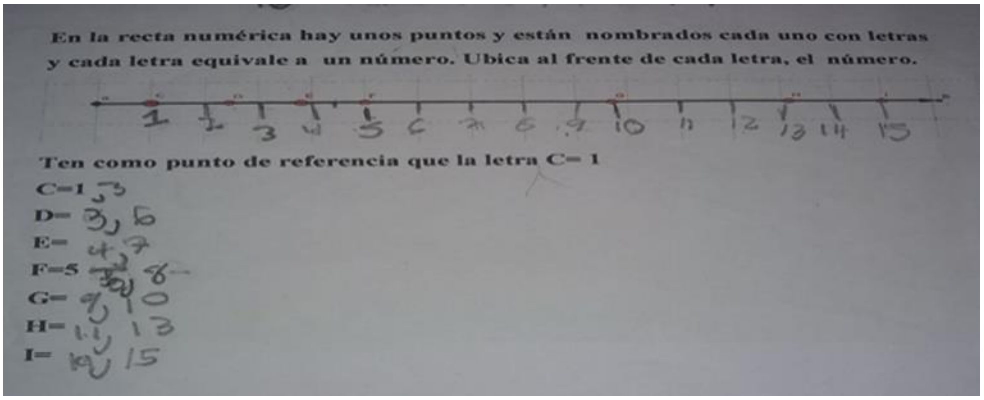


Ilustración 19. Ejercicio 2 prueba diagnóstica 2

Tabla 2. Prueba Diagnóstica

Actividad	Pregunta	Característica de la respuesta	Cantidad	Porcentaje
2	2	Correcta	6	26%
		Incorrecta	32	74%

Se hace evidente por medio de la tabla 5 que los estudiantes no asocian la ubicación de una fracción en la recta numérica por lo tanto las respuestas dadas en esta actividad, en la gran mayoría no fueron correctas.

En el ejercicio 3 el estudiante debe sumar la distancia que ha recorrido, en esta se requiere una suma de fracciones con el mismo denominador.

En la **ilustración 20** se muestra que el **estudiante A** no identifica cual es la distancia desde la casa de Ana hasta el colegio. No logra hacer la suma de las fracciones y parece que su respuesta resulta de cálculos que no están considerados en el ejercicio, porque confundió las fracciones con números enteros.

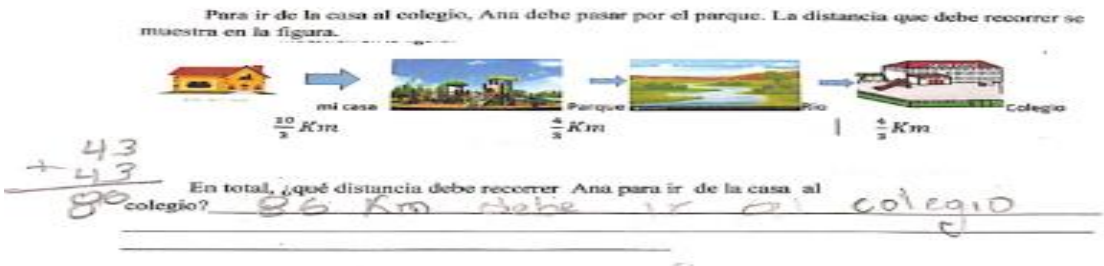


Ilustración 20. Ejercicio 3 prueba diagnóstica 2

En la **ilustración 21** se muestra cómo el **estudiante B** no realiza en forma correcta la suma de fracciones.

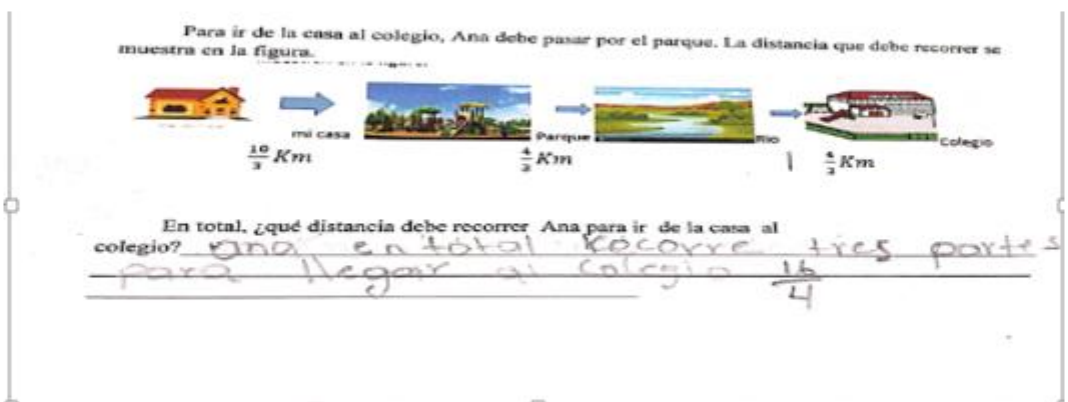


Ilustración 21. Ejercicio 3 prueba diagnóstica 2

En la **ilustración 22** se muestra que el **estudiante C** no logra realizar la actividad pues no reconoce que se deben sumar las distancias que están representadas en lenguaje numérico. Esto deja ver que se deben hacer actividades encaminadas a reforzar los diferentes contextos que pueden abordarse a partir de las fracciones, como el de medida que se asume en este caso.

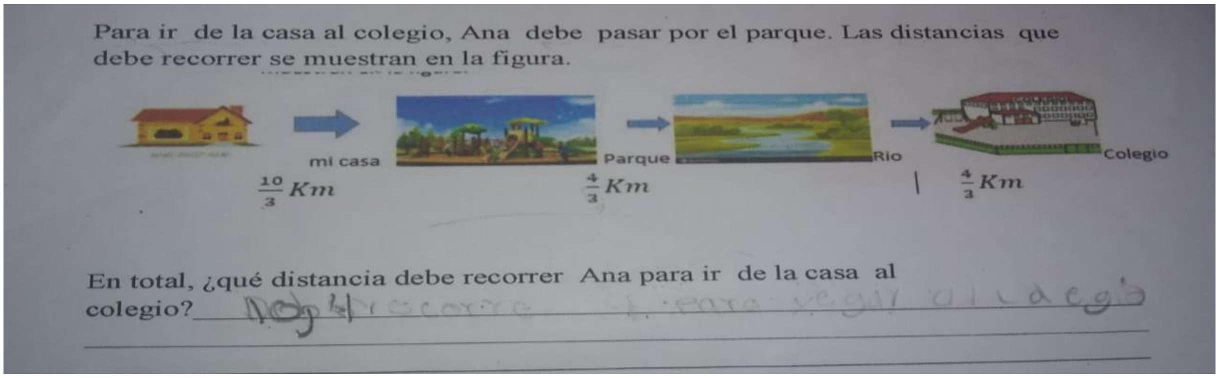


Ilustración 22. Ejercicio 3 prueba diagnóstica 2

Teniendo en cuenta lo anterior los estudiantes desarrollaron una buena comprensión en cuanto a la suma de fracciones correspondientes de esta actividad, pues más de la mitad de los estudiantes dieron una respuesta correcta a lo solicitado.

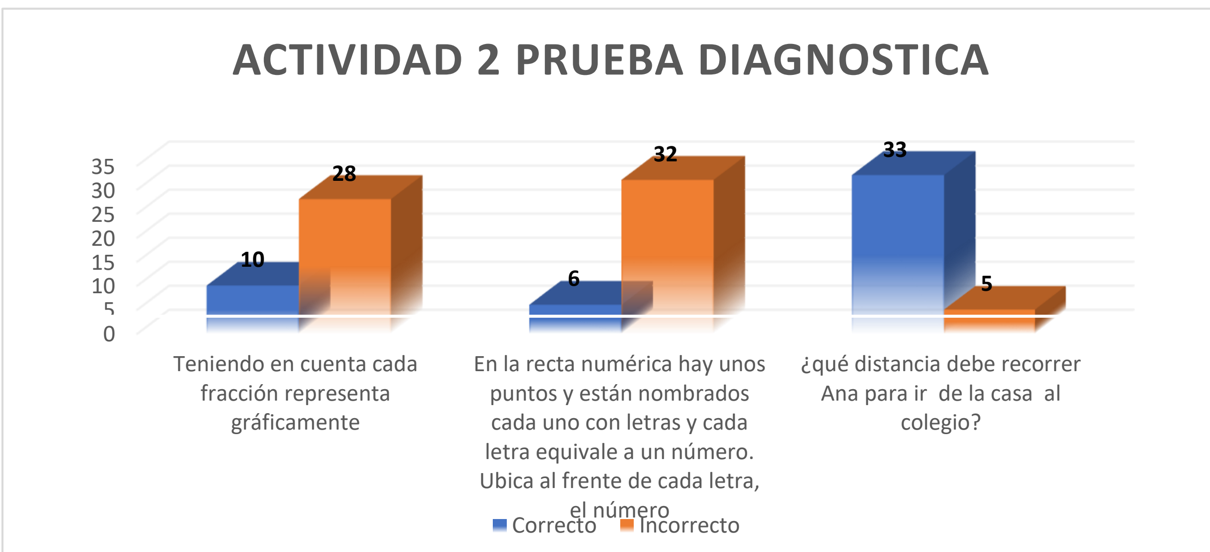
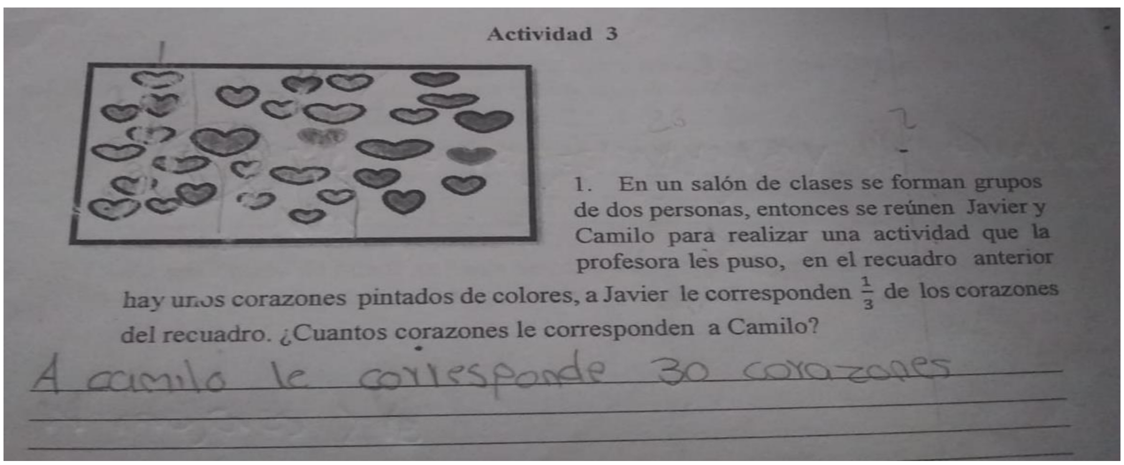


Ilustración 23. Actividad 2. Prueba Diagnóstica

La aplicación de la segunda actividad arrojo un alto porcentaje de respuestas incorrectas; exactamente el 51% de los estudiantes, pero en la última pregunta un 33% de los estudiantes contestaron muy bien.

En la última actividad se plantearon 3 ejercicios, en el primero se presenta la fracción como razón para que los estudiantes puedan inferir el valor o la cantidad que le corresponde a cada persona relacionada en el enunciado.

En la **ilustración 24** el **estudiante A** no realiza la operación necesaria para determinar la cantidad de corazones que le corresponden a Camilo por lo tanto su respuesta es incorrecta.


Actividad 3

1. En un salón de clases se forman grupos de dos personas, entonces se reúnen Javier y Camilo para realizar una actividad que la profesora les puso, en el recuadro anterior hay unos corazones pintados de colores, a Javier le corresponden $\frac{1}{3}$ de los corazones del recuadro. ¿Cuantos corazones le corresponden a Camilo?

A camilo le corresponde 30 corazones

Ilustración 24. Ejercicio 1 prueba diagnóstica 3

En la **ilustración 25** se puede evidenciar que el **estudiante B** responde de manera incorrecta al igual que el **estudiante A**.

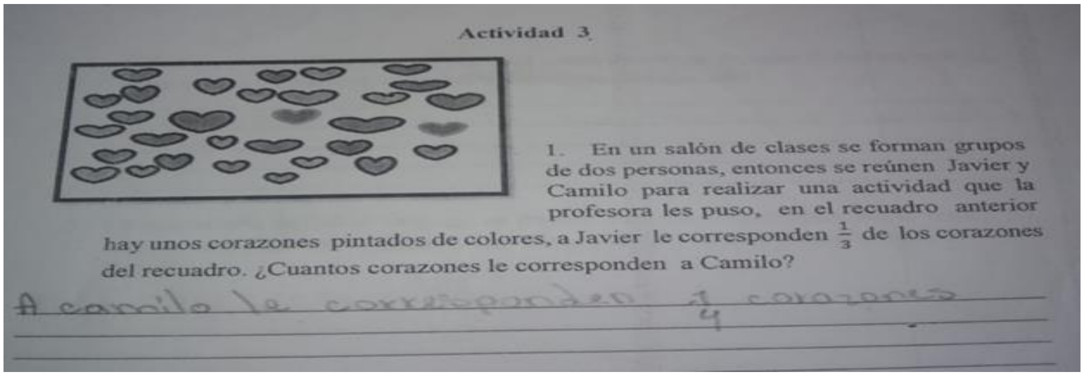


Ilustración 25. Ejercicio 1 prueba diagnóstica 3

La última **ilustración 26** de este ejercicio muestra que el **estudiante C** responde correctamente a lo que se le pide en el enunciado

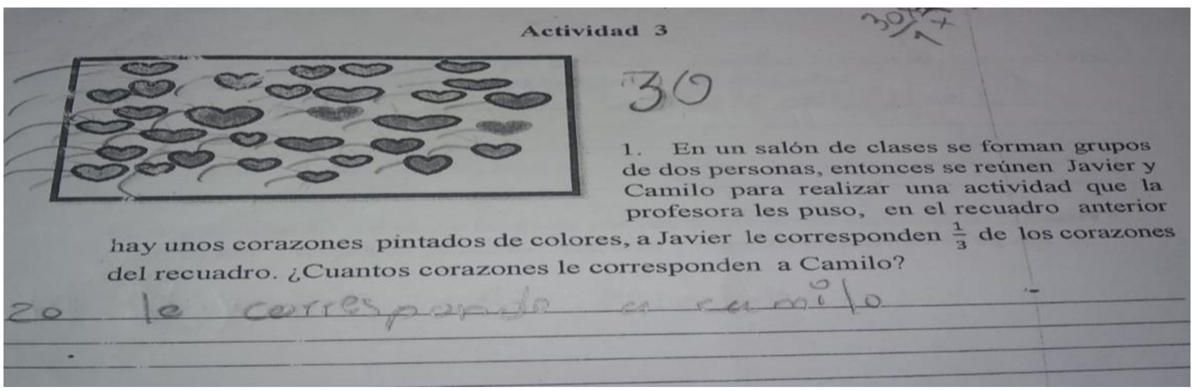


Ilustración 26. Ejercicio 1 prueba diagnóstica 3

Tabla 3. Prueba Diagnóstica

Actividad	Pregunta	Característica de la respuesta	Cantidad	Porcentaje
3	1	Correcta	2	5%
		Incorrecta	36	95%

En la anterior pregunta se puede concluir que los estudiantes no se relacionan con la noción de razón lo cual impide que puedan dar una respuesta correcta a lo que se les planteó en el enunciado.

En el segundo ejercicio planteado se pretende evaluar la relación parte todo, y se pretende que el estudiante pueda inferir que cada fracción equivale a la mitad (½).

En la **ilustración 27** se puede observar que el estudiante reconoce la equivalencia a la mitad de cada fracción.

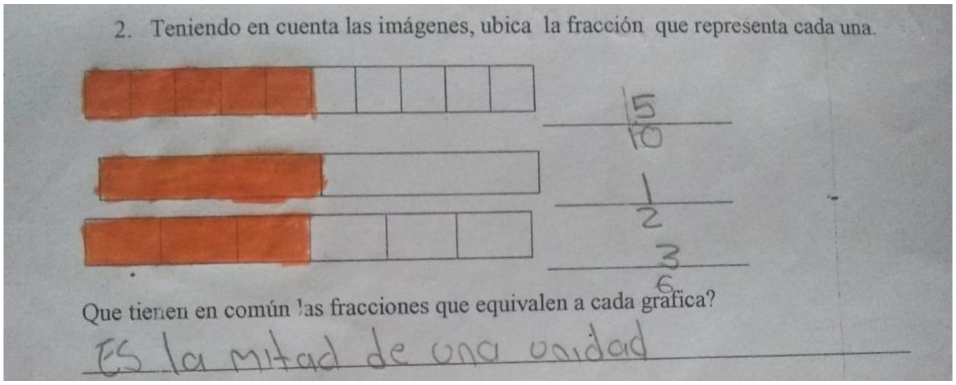


Ilustración27. Ejercicio 2 prueba diagnóstica 3

En la **ilustración 28** se puede ver como el **estudiante B** ubica la fracción que representa cada una de las imágenes en forma incorrecta; invierte el orden de los términos de la fracción (numerados y denominador). Por consiguiente, la argumentación de la respuesta también es incorrecta.

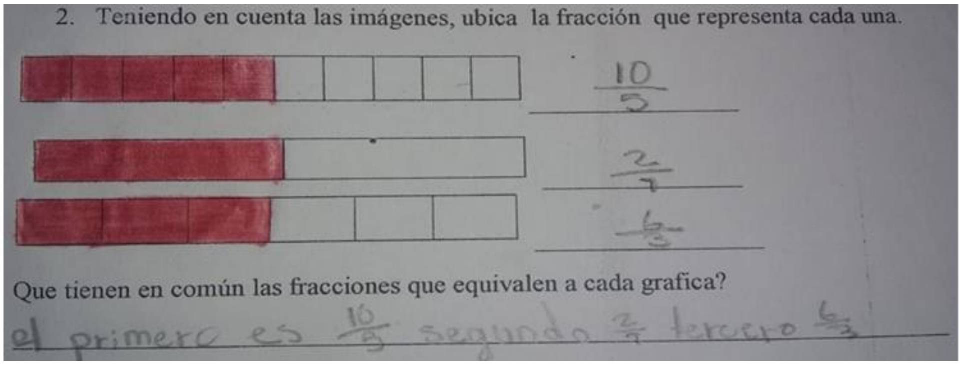


Ilustración 28. Ejercicio2 prueba diagnostica

En la **ilustración 29**, se muestra como el **estudiante C** comprende el propósito de la actividad, y al igual que el **estudiante A,** reconoce la equivalencia a la mitad de cada fracción y justifica adecuadamente su respuesta.

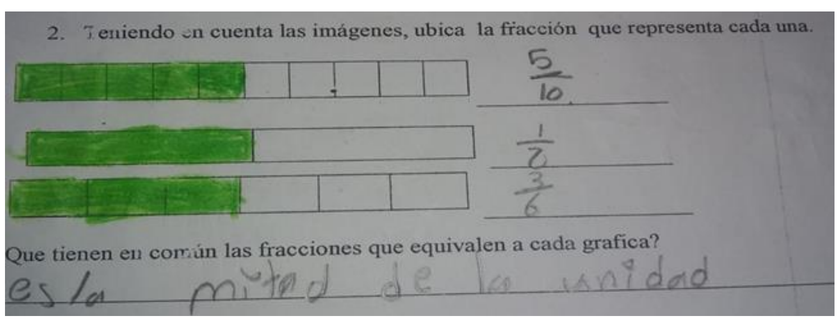


Ilustración 29. Ejercicio 2 prueba diagnostica

El tercer ejercicio de esta actividad no se aplicó en esa oportunidad. Por dificultades internas de la institución, los estudiantes fueron despachados a sus casas antes de que pudieran responder el ejercicio; y aunque se procuró buscar un espacio propicio para completarla en los días siguientes, no fue posible. A favor de la presente iniciativa se tiene que la finalidad de los ejercicios dos y tres, de la última actividad, presentan consignas distintas y se proponen desde diferentes registros de representación, sin embargo, la finalidad era la misma: determinar la equivalencia entre varios números fraccionarios a partir de la relación de orden entre ellos. En el siguiente esquema se muestra una síntesis de los resultados de los ejercicios incluidos en la actividad número tres.

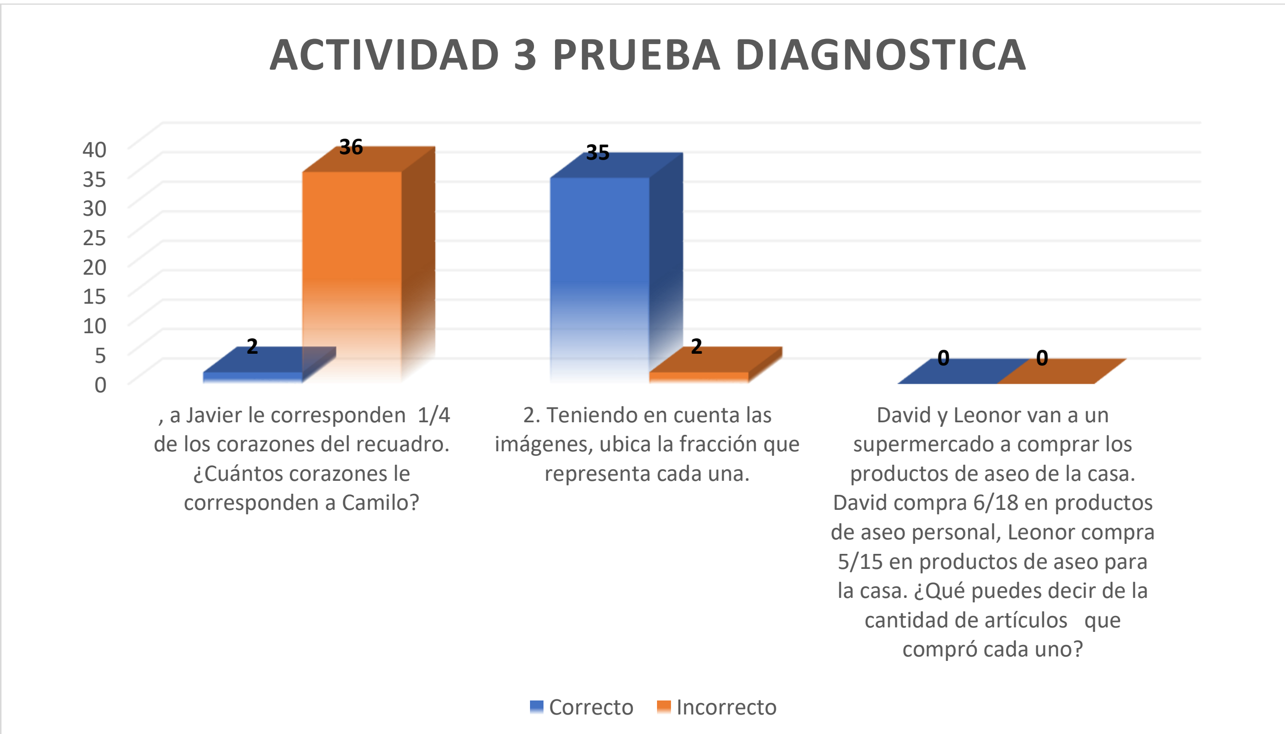


Ilustración 30. Actividad 3. Prueba Diagnóstica 3

Después de revisar detalladamente el trabajo de los estudiantes en esta etapa diagnóstica, se puede concluir que; en la primera actividad un 79% de los estudiantes reconocen las figuras como representaciones gráficas fraccionarias, e identifican las unidades fraccionarias si son acompañadas de sus respectivas simplificaciones y de un enunciado claro y preciso, mientras que el 21% de los estudiantes no reconocen en las figuras tales unidades, aun con las condiciones anteriores, lo que indica que, para estos casos no es suficientes la información suministrada para tal fin.

Con respecto a la segunda actividad, se encontró que el 42% de los estudiantes lograron convertir un registro de lengua natural a un registro gráfico mientras que el 58% de los estudiantes, presentaron dificultad para expresar un número fraccionario enunciado en lengua natural, de manera gráfica.

Al aplicar la tercera actividad se exigía mayor comprensión en el razonamiento matemático, el 50% de los estudiantes respondieron correctamente cuando se le pide identificar una fracción solo si se acompañaba de una figura.

En síntesis, es posible plantear que el alto porcentaje de fracaso en las actividades aplicadas, es debido a que los significados de la fracción son poco abordados en el aula haciendo evidente que los estudiantes necesitan elementos adicionales para la solución de problemas, que complementen los registros numéricos. Elementos como las representaciones gráficas y la articulación de los diferentes significados de la fracción y con ellos avanzar a la aprehensión de los conceptos y la aplicación de operaciones.

El resultado de esta primera fase en relación a la prueba diagnóstica, permite validar la necesidad de implementar nuevos diseños de actividades que sean motivadoras, relacionando lo aprendido con el entorno, de manera que se fortalezca su aprendizaje como también potencializar su razonamiento matemático.

3.5.1 PLAN DE ACCIÓN

El plan acción es una herramienta que permite guiar, gestionar y controlar una serie de tareas o actividades necesarias para alcanzar los objetivos y metas trazados, contemplando el cómo, cuándo y dónde, así como también las actividades, los recursos y plazos para tal fin.

En efecto y conforme a la circunstancia, luego de esta primera exploración y teniendo en cuenta sus resultados, se diseñó una segunda prueba que permitiera mitigar el bajo rendimiento de los educandos a la hora de extraer información de un enunciado y realizar las respectivas representaciones de las fracciones. Para potenciar el razonamiento matemático de los estudiantes, se optó por el diseño de una segunda prueba que integrara situaciones que vinculan diferentes significados de las representaciones numéricas fraccionarias como razón, medida y parte-todo, acompañándolos de números mixtos y decimales no enteros, los cuales también hacen parte de representaciones numéricas de números racionales, además de los registros gráficos en una y dos dimensiones; para trabajar las falencias encontradas en el diagnostico anterior. Estas situaciones se pueden observar a continuación:

3.5.2 Rejilla De Organización Para Las Situaciones.

Fecha de aplicación	**19 septiembre (2019)**	**Objetivo General**
Jornada/Hora	**Tarde-2 pm**	Potencializar el razonamiento matemático al momento de extraer información de un enunciado y realizar las respectivas representaciones fraccionarias
Espacio-Lugar	**Aula de Clase**	
Forma de trabajo	**Parejas**	
Tiempo de la prueba	**50 Minutos**	

<table>
<tr><td></td><td></td><td>de números racionales de forma lógica y coherente</td></tr>
<tr><td>Situación 1</td><td>Pregunta</td><td>Objetivo</td></tr>
<tr><td>En la siguiente tabla se registran los tiempos empleados por los atletas que llegaron en las 3 primeras posiciones en una competencia
<table>
<tr><th>Atleta</th><th>Tiempo (H)</th></tr>
<tr><td>A</td><td>$\frac{5}{3}$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>1,6</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$1\frac{2}{5}$</td></tr>
</table>
</td><td>Determine ¿en qué posición llegó cada atleta? (sugerencia: puede apoyarse en la recta numérica para determinar la relación de orden entre los tres valores).</td><td>Realizar conversiones entre registros numéricos fraccionarios, decimales no enteros y mixtos, para determinar relaciones de orden entre números racionales</td></tr>
<tr><td>Situación 2</td><td>Pregunta</td><td>Objetivo</td></tr>
<tr><td>De los asistentes a una fiesta se sabe que por cada 4 mujeres que llegaron, había 3 hombres. Con base en esta información, responda:</td><td>A. Si asistieron 40 mujeres, ¿cuántos hombres asistieron? ¿Cuántos invitados en total?

B. Si asistieron 21 hombres, ¿cuántas mujeres asistieron? ¿Cuántos invitados en total?</td><td>Efectuar cálculos a partir de la información suministrada en una razón numérica.</td></tr>
<tr><td>Situación 3</td><td>Pregunta</td><td>Objetivo</td></tr>
</table>

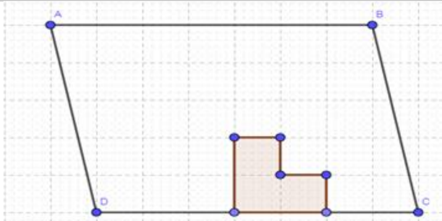
	Teniendo en cuenta la figura anterior, determine ¿A qué parte del cuadrilátero ABCD corresponde la figura que se encuentra en el interior?	**Determinar la relación entre el tamaño de dos figuras y representarla mediante una fracción.**

Tabla 6. Situaciones 1, 2 y 3 de la Prueba Final

3.5.3 EJECUCIÓN DEL PLAN DE ACCIÓN

Para la implementación de la segunda prueba, se trabajó con los estudiantes en las falencias que se detectaron en las actividades diagnósticas. El trabajo realizado antes de la aplicación de la segunda prueba incluyó talleres orientados a superar las dificultades observadas en la fase de observación participante. Estos talleres se llevaron a cabo dos días a la semana bajo el marco de nivelaciones con una duración de clase de 2 horas trabajando con ellos de 1 pm a 3 pm, haciendo énfasis en las fracciones, en diferentes representaciones.

En el proceso de esta retroalimentación se notó que los estudiantes presentaban alta dificultad en reconocer las fracciones en graficas o problemas en los que debían interpretar y extraer una fracción, al identificar este problema se implementaron actividades y dinámicas con fracciones, algunas de estas actividades se desarrollaron en el patio de la institución donde se les mostraba cómo funcionaba una fracción como parte todo, permitiendo de esta manera que los educandos se familiarizaran con el tema de las fracciones, mostrándoles que estas se encuentran inmersas en el contexto donde ellos viven. Con todas estas dinámicas se lograría una mejor apropiación para dejar de apreciar las fracciones en un solo registro, puesto que tienen varias representaciones e interpretaciones como se ha expresado en apartados anteriores.

Una vez realizada esta retroalimentación se procedió con el desarrollo de lo propuesto, organizando a los estudiantes en parejas para trabajar y responder cada pregunta de la nueva situación. En las producciones de cada estudiante se observó que algunos respondieron las situaciones problema, realizando conversiones entre diferentes registros de representación como el lenguaje natural, el numérico, el registro figural en dos dimensiones y la recta numérica, por otro lado algunos interpretaron una fracción como una razón y a partir de cierta información inicial, determinaron información adicional. A continuación se describen estos comportamientos.

3.6 RESULTADOS Y ANÁLISIS

En la primera situación, se encontró que de las 19 parejas de estudiantes conformadas, 10 emplearon diferentes estrategias pero coincidieron en las respuestas obtenidas, lo que muestra que las personas están sujetas a ver las cosas según su capacidad cognitiva y esto evidencia la necesidad de varios sistemas de representación y la coordinación entre ellos, que posibilite pasar de uno a otro sin mayor dificultad (Duval, 2004. p. 65), lo que permite la relación de lo conocido y lo que representa el objeto a tratar, llevando a cabo una relación del objeto matemático y su representación.

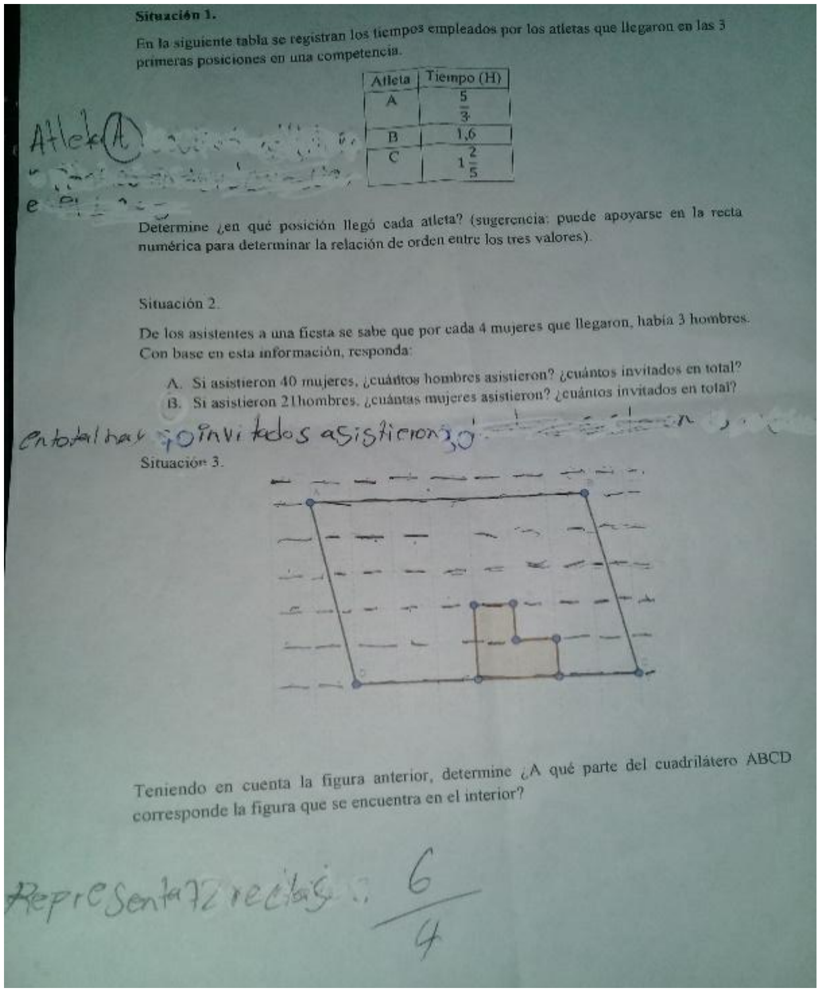
Entre las estrategias empleadas hubo estudiantes que expresaron los tiempos de los atletas A y C, en registros numéricos decimales no enteros; así:

El tiempo del atleta A $\frac{5}{3}h$, generó una expresión decimal infinita periódica pura $(1,\overline{6})$ resultado de hallar el cociente indicado en la fracción impropia. Con el tiempo del atleta C $1\frac{2}{5}h$ por tratarse de un número mixto, se realizó un doble procedimiento. Primero el cambio a la forma fraccionaria $1\frac{2}{5} = \frac{5+2}{5} = \frac{7}{5}$. Posteriormente, se halló el cociente indicado. De esa manera se obtuvo (1,4) tal y como se aprecia en la ilustración 33. Una vez los grupos que procedieron de esta forma, contaron con los tres tiempos expresados en el registro numérico decimal no entero; procedieron a comparar los valores. Por tratarse de tiempos a partir de los cuáles se indagaba por la rapidez de los atletas, concluyeron que el orden de llegada fue: Primero el atleta C, luego el atleta B y en la tercera posición el atleta A. Estableciendo una relación inversa entre el tiempo empleado y rapidez que determinó el orden de llegada.

Otros estudiantes, tal como se sugirió en la situación propuesta hicieron uso de la recta numérica para ubicar las tres cantidades y teniendo en cuenta la relación de orden entre ellas, determinar las posiciones en que llegaron los tres atletas a la meta. De este modo pudieron verificar el orden de los tiempos así, C luego B y por último A. Del mismo modo que quienes procedieron haciendo conversiones entre los tres registros numéricos, en este caso también se comprobó que el orden de llegada fue: C, B y A en relación a los tiempos empleados para finalizar la competencia (quien hizo menor tiempo en el recorrido fue más rápido).

En la segunda situación, 13 de las parejas conformadas lograron construir una fracción e interpretarla como una razón, empleando de manera adecuada la información suministrada en el enunciado. A partir de la relación entre el número de hombres y mujeres asistentes a la fiesta, lograron establecer una cantidad común (10) con la que se pudo establecer el total de asistentes por sexo (4x10= 40 mujeres y 3x10= 30 hombres), y en términos generales; todos los asistentes. En el literal b, se procedió del mismo modo obteniendo como cantidad común (7) y procedieron a calcular los asistentes (4x7=28 mujeres y 3x7=21 hombres). Al mismo tiempo, se observó que algunos estudiantes manifestaron las situaciones empleando representaciones numéricas, sin evidenciar respuestas correctas, lo que podría representar un encapsulamiento tal como lo indica

Duval (2004), ya que no reconoce un mismo objeto en diferentes sistemas semióticos, como se observa en el siguiente ejemplo.


Situación 1.

En la siguiente tabla se registran los tiempos empleados por los atletas que llegaron en las 3 primeras posiciones en una competencia.

Atleta	Tiempo (H)
A	$\frac{5}{3}$
B	1,6
C	$1\frac{2}{5}$

Atleta A

Determine ¿en qué posición llegó cada atleta? (sugerencia: puede apoyarse en la recta numérica para determinar la relación de orden entre los tres valores).

Situación 2.

De los asistentes a una fiesta se sabe que por cada 4 mujeres que llegaron, había 3 hombres.
Con base en esta información, responda:

A. Si asistieron 40 mujeres, ¿cuántos hombres asistieron? ¿cuántos invitados en total?
B. Si asistieron 21hombres, ¿cuántas mujeres asistieron? ¿cuántos invitados en total?

Entotal hay 70 invitados asisticron 30

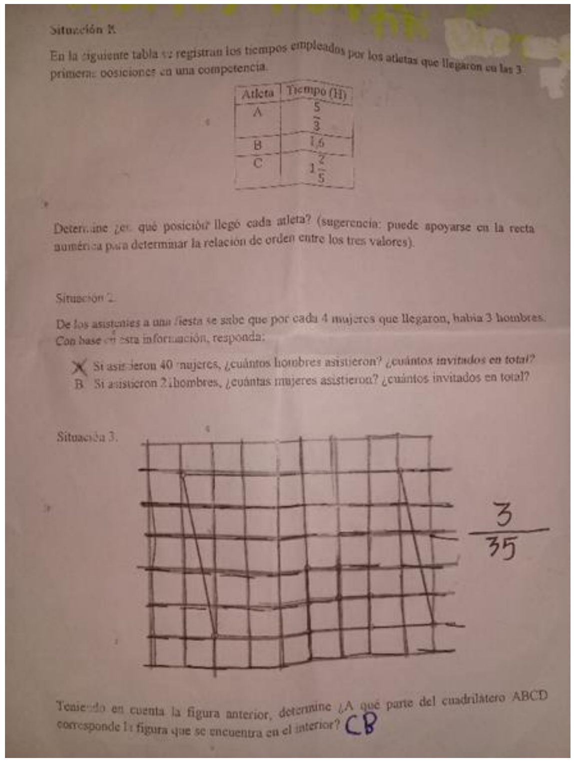
Situación 3.

Teniendo en cuenta la figura anterior, determine ¿A qué parte del cuadrilátero ABCD corresponde la figura que se encuentra en el interior?

Representa 12 rectas : $\frac{6}{4}$

Ilustración 31. Ejemplo de procedimiento

En la tercera situación, 18 de las parejas conformadas lograron interpretar una fracción como una comparación entre la parte de un objeto y el objeto completo. Para ello reconfiguraron el paralelogramo de la plantilla; en un rectángulo. Luego, establecieron una unidad de medida común al cuadrilátero y a la figura que se encontraba en su interior. Finalmente, y después de medir los tamaños de ambas figuras con la unidad identificada, compararon los tamaños y establecieron que en efecto dicha relación corresponde a $\frac{3}{35}$, tal como lo muestra la siguiente imagen, los estudiantes respondieron en forma satisfactoria la situación.



Situación 1.

En la siguiente tabla se registran los tiempos empleados por los atletas que llegaron en las 3 primeras posiciones en una competencia.

Atleta	Tiempo (H)
A	$\frac{5}{3}$
B	1,6
C	$1\frac{2}{5}$

Determine ¿en qué posición llegó cada atleta? (sugerencia: puede apoyarse en la recta numérica para determinar la relación de orden entre los tres valores).

Situación 2.

De los asistentes a una fiesta se sabe que por cada 4 mujeres que llegaron, había 3 hombres. Con base en esta información, responda:

X Si asistieron 40 mujeres, ¿cuántos hombres asistieron? ¿cuántos invitados en total?
B Si asistieron 21 hombres, ¿cuántas mujeres asistieron? ¿cuántos invitados en total?

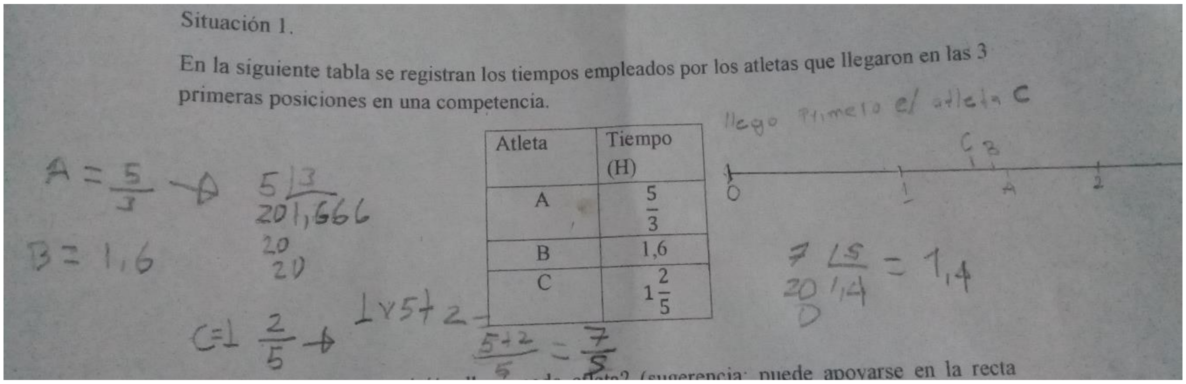
Situación 3.

$\frac{3}{35}$

Teniendo en cuenta la figura anterior, determine ¿A qué parte del cuadrilátero ABCD corresponde la figura que se encuentra en el interior? CB

Ilustración 32. Ejemplo de procedimiento

De manera particular se muestran y se describen algunos procedimientos empleados en cada situación. Según el **estudiante A** en la situación 1, para determinar la posición en la que llega cada atleta decide convertir la fracción $\frac{5}{3}$ en una expresión decimal no entera; dado que el tiempo del atleta está expresado en ese registro, este no realiza ninguna operación en este paso. Por último, como el atleta C, tiene su tiempo representado con una fracción mixta, opta por convertir esta medida en una fracción y posteriormente en forma decimal no entera, lo que facilitó la ubicación de los tres valores en la recta para posteriormente determinar en qué posición llegó cada atleta. El significado de medida para este estudiante es muy claro, lo que le posibilita resolver con mayor habilidad sumas y restas de fracciones.



Situación 1.

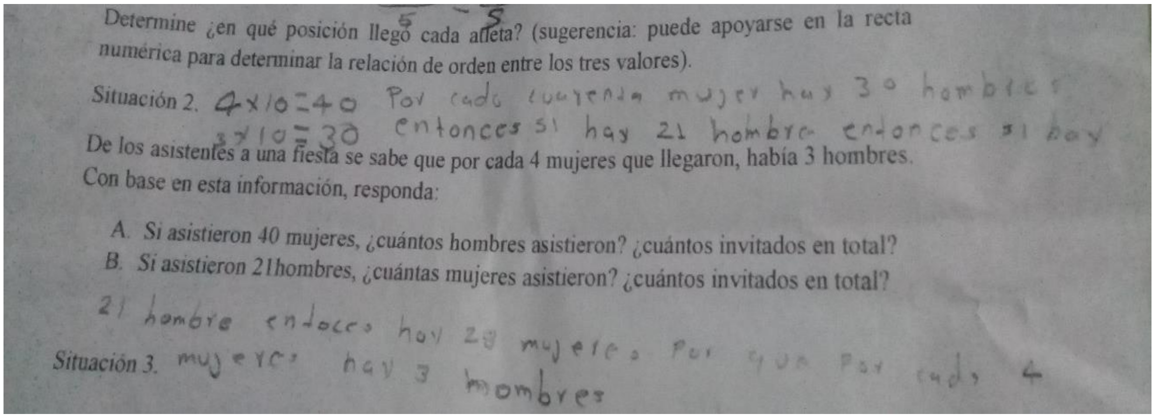
En la siguiente tabla se registran los tiempos empleados por los atletas que llegaron en las 3 primeras posiciones en una competencia.

Atleta	Tiempo (H)
A	$\frac{5}{3}$
B	1,6
C	$1\frac{2}{5}$

Ilustración 33. Situación 1, estudiante A

Al respecto Duval (1999) afirma que "los tratamientos intencionales son aquellos que para ser efectuados toman al menos el tiempo de un control consciente y que se dirigen exclusivamente a los datos previamente observados, en una visión incluso furtiva del objeto. (…) Estos tratamientos solo pueden dirigirse a lo que el sujeto "ve" u observa de manera cuasi-instantánea" (pág. 41).

El **estudiante** B en la situación 2, toma los datos que se le presentan previamente para llegar a la respuesta correcta de esta situación, realiza un análisis consciente de cada paso que debe seguir para realizar una buena producción a partir de lo que puede observar. Por otro parte, en este punto para el estudiante esta actividad fue cuasi-instantánea, apenas visualizó la actividad supo cómo resolverla. Tenía claro el significado de razón como una comparación numérica de medidas conforme a una escala determinada de dos cantidades diferentes; en este caso las cantidades eran; por cada 4 mujeres que asistieron a una fiesta había 3 hombres, logrando identificar que el número 10 representa la relación de proporcionalidad, para saber cuántas mujeres y hombres habían llegado a la fiesta.



Determine ¿en qué posición llegó cada atleta? (sugerencia: puede apoyarse en la recta numérica para determinar la relación de orden entre los tres valores).

Situación 2. 4x10=40 Por cada cuarenta mujer hay 30 hombres
3x10=30 entonces si hay 21 hombre entonces si hay

De los asistentes a una fiesta se sabe que por cada 4 mujeres que llegaron, había 3 hombres.
Con base en esta información, responda:

A. Si asistieron 40 mujeres, ¿cuántos hombres asistieron? ¿cuántos invitados en total?
B. Si asistieron 21hombres, ¿cuántas mujeres asistieron? ¿cuántos invitados en total?

21 hombre entocces hay 28 mujeres por que por cada 4
Situación 3. mujeres hay 3 hombres

Ilustración 34. Situación 2, estudiante B

En la situación 3, el **estudiante C** comprendió lo que se le preguntaba, es decir, de un todo (cuadrilátero ABCD) qué parte le correspondía a la figura que se encontraba en su interior. Esto deja ver que el estudiante reconoce la unidad como aquella a la que puede hacerle tratamientos intencionales de manera que le permita desarrollar actividades de razonamiento. Para él, el denominador vendría siendo el total o el todo de una figura y el numerador la parte que se tomó o lo que le corresponde a la figura en el interior del cuadrilátero. En esta situación el estudiante unió piezas que le sobraban a los cuadrados de la plantilla, hasta completar un rectángulo, en el que fuera relativamente sencillo identificar una unidad fraccionaria común a la parte y al todo. Al realizar este procedimiento se evidenció que dicha unidad fraccionaria corresponde a un cuadrado, y con esta referencia se estimó el área de la parte (3) y el área del todo (35), para definir de este modo la relación entre los tamaños de las figuras, empleando un registro numérico fraccionario.

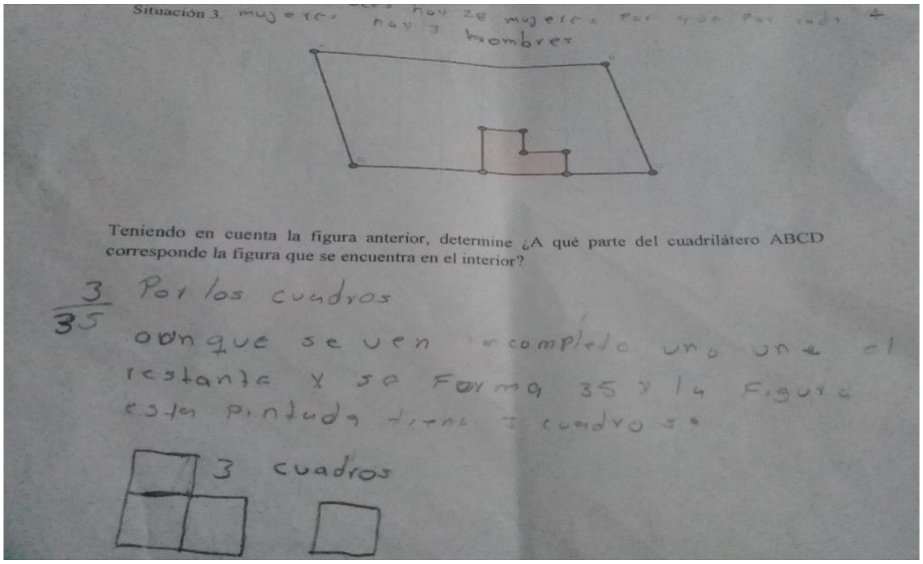


Ilustración 35. Situación 3, estudiante C

Para Duval (2004) “un sujeto que ha desarrollado suficientemente la coordinación de los registros, muy bien puede atenerse a las representaciones de un solo registro. (…) Pero en realidad, él dispone potencialmente de representaciones que provienen de otros registros y que de manera latente permanecen asociadas a las que él utiliza, esta coordinación le da, frente a las representaciones semióticas que utiliza, ese grado de libertad que permite tener estrategias heurísticas, llevar a buen fin tratamientos hechos y controlar la pertinencia” (pág. 70)

Análisis final.

Los resultados obtenidos durante el trabajo y el desarrollo de las actividades con los estudiantes, evidencian que al inicio de las actividades se presentaban dificultades con las fracciones, al transcurrir el tiempo e ir profundizando en las actividades con las fracciones, luego con los significados de éstas, y finalmente con el cambio de registro (ya sea numérico, figural o desde un lenguaje natural), se fue avanzando poco a poco hasta conseguir mejores desempeños de los estudiantes.

Aunque las fracciones están inmersas en la vida diaria, en un sentido general, los estudiantes no logran saberlo, solo hasta que llegan al ámbito educativo, porque en ese medio se les enseña todo lo relacionado con este tema, ya sea de una manera mecánica, es decir, donde los estudiantes creen que solo es un número u objeto que se divide en partes iguales o simplemente se quedan con la noción de un aprendizaje $\frac{a}{b}$ (división o un todo del que se toma una parte) y no trascienden hacia un aprendizaje significativo de las fracciones. Por otro lado, la escuela debe ser un espacio de interacción social donde los estudiantes aprendan, analicen, argumenten, reconozcan e identifiquen los distintos significados de las fracciones desde cualquier registro que se les presente al interior o exterior del aula, es importante entonces promover aprendizajes que fomenten el trabajo con estos significados.

Los anteriores datos son una síntesis de las producciones de los estudiantes y suministran información necesaria para identificar si hubo o no comprensión, dependiendo de los resultados en cada una de las situaciones consideradas. De la teoría de Duval se toman en cuenta los tratamientos que hicieron los estudiantes de cada situación problema, o si llegaron a una conversión; y qué factores intervinieron en estos procesos.

El propósito de cada situación describe los elementos necesarios para el diseño de situaciones de enseñanza que potencien la interpretación y uso de las representaciones numéricas fraccionarias. En primer lugar se encuentra la necesidad de abordar los diferentes significados de las fracciones. En la medida en que los estudiantes asocien el número $\frac{3}{4}$ con la relación (*razón*) entre el número de hombres que asistieron a una fiesta con respecto al número de mujeres que asistieron a la misma fiesta (3 hombres por cada 4 mujeres), o $\frac{5}{3}$ como la *medida* del tiempo empleado por un atleta para completar una competencia, o $\frac{3}{35}$ como la comparación de las superficies de dos figuras; se podrá avanzar de manera más efectiva en la intención de formar la noción de número fraccionario, como una de las representaciones de los números racionales. Al mismo tiempo, los diferentes significados de la fracción deben conjugarse con la que en palabras de Duval (2005) es la operación cognitiva más importante de la actividad matemática: la *conversión* entre diferentes registros de representación semiótica; en este caso, las representaciones numéricas y las figurales en una (recta numérica) y dos (figuras geométricas) dimensiones.

En muchas ocasiones los estudiantes se apoyan más en el registro gráfico, en este caso las representaciones figurales, debido a su carácter perceptual. Pero cuando se presentan actividades en otros registros algunos tienden a confundirse pues incluso después de que en la enseñanza se hayan utilizado diferentes sistemas de representación, los estudiantes optan por el privilegio de un solo registro. De ahí la importancia de emplear de manera permanente varios tipos de representación, en la enseñanza de los números fraccionarios.

Como resultado se logró evidenciar mayores aciertos tanto en los procedimientos empelados como en las respectivas argumentaciones a que hubo lugar en la segunda actividad aplicada: 20 de 38 aciertos en la primera situación en la que se abordó la fracción como medida (53% aproximadamente), 26 de 38 aciertos en la segunda donde se trabajó la fracción como razón (68% aproximadamente) y 36 de 38 aciertos en la tercera en la que se propuso trabajar la fracción desde el significado de relación parte-todo (95% aproximadamente). Estos resultados confirman el predominio en el uso de la relación parte-todo como uno de los significados de las fracciones más trabajados en el aula de clase, por tanto es con el que se identifican mejor los estudiantes. Sin embargo, se notó una leve mejoría en el trabajo con las nociones de medida y razón, indicador que permite confirmar que el abordaje simultáneo de diferentes significados de la fracción en las prácticas de aula, en simultáneo con el uso de al menos dos registros de representación (numérico y figural) contribuyen a mejorar la conceptualización y la aplicación de tales conceptos en el desarrollo de actividades matemáticas relacionadas con las representaciones fraccionarias de los números racionales. Considerando las ideas anteriores es posible afirmar que:

- ❖ Los principales factores que dificultan el uso e interpretación de los registros numéricos fraccionarios en la educación primaria son: la exclusión de las conversiones entre diferentes registros de representación como estrategia didáctica y metodológica, para orientar los procesos de enseñanza y aprendizaje; al igual que el enfoque en el contexto de relación parte – todo de los números fraccionarios. Este último hecho se constituye en una de las causas de la confusión entre los registros de representación y todo el sistema de los números racionales; porque incluso, existen casos en los que las profesoras de primaria reconocen de forma explícita, a la fracción como el número racional.
- ❖ Con respecto a las operaciones cognitivas de tratamiento y conversión, resulta pertinente asociarlas con los distintos significados del objeto de estudio, en este caso, las representaciones fraccionarias. Este hecho permite al estudiante, ampliar las nociones acerca de los números fraccionarios, reconociéndolos como una manera de representar una estructura mucho más grande y compleja. Del mismo modo, contribuye al desarrollo de habilidades procedimentales, pues le permite abordar una misma operación desde diferentes contextos, conservando siempre la idea general.

- Finalmente, en los diseños propuestos pueden apreciarse los diferentes significados de la fracción, abordados desde el inicio. Combinados con diferentes registros de representación en una misma tarea, lo que de manera explícita genera operaciones de conversión. Los tratamientos, al ser necesarios en el uso de un tipo de registro también emergen en el desarrollo de la actividad. De este modo, se combinan los diferentes significados con las operaciones semióticas. Esta combinación puede evidenciarse a lo largo de las diferentes tareas propuestas.

3.7 ALGUNAS CONSIDERACIONES GENERALES

Dada la importancia que tienen las fracciones en el Currículo de Matemáticas (al punto de estudiarse en todos los cursos de la educación en todos sus niveles: preescolar, básica, media y superior) cabe la necesidad de preguntarse por qué los alumnos presentan dificultades tan marcadas en la aprehensión de estas nociones matemáticas. En primera instancia se puede afirmar que a los estudiantes se les dificulta la interpretación y el uso de la fracción porque está vinculada a diferentes significados, y en la mayoría de los casos, su enseñanza se enfatiza en uno de ellos: la relación parte todo. Por consiguiente, muchos estudiantes se limitan a la hora de hacer interpretaciones o realizar cualquier tipo de trabajo con las fracciones, porque para ellos la relación parte todo es el significado más común que se le puede atribuir, por ser el más utilizado en las aulas.

Ante este hecho es preciso vincular a las actividades de enseñanza de los números fraccionarios, además de la tan estudia relación parte-todo, otros significados de las fracciones, entre los que se encuentran: razón, medida y operador. Debe agregarse, además que es pertinente emplear distintos registros numéricos de las fracciones, como los números mixtos y los decimales no enteros; para favorecer la movilización de la conversión entre ellos.

En la medida en que un estudiante desarrolle la habilidad de emplear distintos sistemas de representación para referirse a una misma noción matemática, y pueda hacer el tránsito (conversión) entre ellos sin ninguna dificultad; estará más próximo a su apropiación, dominio y uso; y por consiguiente a la comprensión del objeto matemático asociado a las representaciones empleadas.

En este mismo sentido se debe emitir una segunda afirmación; aunque la intención principal sea trabajar con números en el aula, se deben vincular otro tipo de representaciones como las gráficas en una y dos dimensiones (la recta numérica y las representaciones figurales). En el caso de las fracciones, las figuras bidimensionales facilitan desarrollar la noción de relación parte-todo; mientras que la recta numérica es propicia para modelar situaciones de enseñanza sobre medida, ya que permite establecer la relación de orden entre las cantidades, aspecto que es posible evidenciar en las representaciones gráficas, sólo que en este caso se debe contar con la noción de comparar áreas.

En vista de que, tanto en la prueba diagnóstica como en las situaciones propuestas en forma posterior, la mayoría de las respuestas incorrectas están relacionadas con la ubicación de fracciones en la recta numérica; es pertinente sugerir que gran parte de los elementos que se integren a las actividades de enseñanza de las fracciones, se enfoquen particularmente a establecer relaciones de orden entre los registros numéricos, en el que se sugiera el uso de la recta numérica. Con esta iniciativa se avanza en dos sentidos; por una parte, se hace énfasis en el significado de la fracción como medida, y por otra, se evidencia la necesidad de realizar en forma continua operaciones de conversión entre diferentes tipos de registro.

BIBLIOGRAFÍA

Aleksandrov A, Kolmogorov A, Laurentiev M. 1992. La matemática: Su contenido, métodos y significado, 1. Madrid, Alianza Editorial, Madrid, España, pp. 425.

Alexandra Figueroa Lara, V. A. (2014). La Importancia Del Pensamiento Matemático En La Comprensión De Los Números Fraccionarios. Costa Rica: Ix Festival Internacional De Matemática.

Alfonso Gómez M & Adriana Pérez S. (2016) Tres Enfoques Para La Enseñanza De Los Números Racionales. SABER. Revista Multidisciplinaria del Consejo de Investigación de la Universidad de Oriente, vol. 28. Universidad de Oriente

Blanco, T. F. (S.F.). La Investigación En Visualización Y Razonamiento Espacial. Pasado, Presente Y Futuro. Universidad De Santiago De Compostela.

Brousseau, G. (1986). Fundamentos Y Métodos De La Didáctica. Recherches En Didactique Des Mathématiques, 7 (2), 33-115.

Carlos Delgado Rivera. (2007) La Representación Numérica.

Duval, R. (1999) Semiosis Y Pensamiento Humano: Registros Semióticos Y Aprendizajes Intelectuales. (1ª. Ed. Edición En español, Trad. Myriam Vega Restrepo). Cali: Peter Lang/ Universidad Del Valle. [Original: Semiosis Et Pensée Humaine. Bern: Peter Lang, 1995]

Duval, R. (2004) Semiosis Y Pensamiento Humano: Registros Semióticos Y Aprendizajes Intelectuales. (2ª. Ed. Edición En español, Trad. Myriam Vega Restrepo). Cali: Peter Lang/ Universidad Del Valle. [Original: Semiosis Et Pensé Humaine. Bern: Peter Lang, 1995]

Duval, R. (2017). Semiosis Y Pensamiento Humano. (M. B. Vega Restrepo, Trad.) Cali: Programa Editorial Universidad Del Valle.

Dzul, P. B., & Álvarez, M. E. (2009). Enseñanza Experimental De Las Fracciones En Cuarto Grado. Educación Matemática, 32-36.

Escolano Vizcarra, R., & Gairín Sallán, J. M. (2005). Modelos De Medida Para La Enseñanza Del Número Racional En Educación Primaria. Unión: Revista Iberoamericana De Educación Matemática, 1.

Fandiño, M. (2009). Las Fracciones: Aspectos Conceptuales Y Didácticos. Bogotá: Magisterio

Figueroa, A. (2014). La Importancia Del Pensamiento Matemático En La Comprensión De Los Números Fraccionarios. Costa Rica: Ix Festival Internacional De Matemática.

Francisco Herrera Clavero, (2003). Habilidades Cognitivas. Dpto. de Psicología Evolutiva y de la Educación Universidad de Granada

Freudenthal, H. (1983). Didacticalphenomenology Of Mathematicalstructures. Dordrecht:

Gómez, A Y Pérez, A. (2016) Tres Enfoques Para La Enseñanza De Los Números Racionales. Universidad Del Oriente, Venezuela. Vol. 28 Nº4: 819-827.

Gómez, G. R., Flores, J. G., & Jiménez, E. G. (1996). Metodología De La Investigación Cualitativa.

Herrera, M. (2014). Análisis De La Adecuación Conceptual De La Noción De Número Fraccionario, En Dos Libros De Textos De Grado 4to De Básica Primaria. Santiago De Cali, Valle Del Cauca, Colombia.

Hitt, F. (1998). ,7isualización Matemática, Representaciones, Nuevas Tecnologías Y Curriculum. Articulos De Investigacion, 23-45.

Kieren, T. E. (1980). The Rational Number Construct: Its Elements and Mechanisms. Recent Research On Number Learning, 125-149.

López, G. (2009) Algoritmos Y Programación (Guía Para Docentes) Segunda Edición.

Llinares, S., & Sánchez, M. V. (1997). Aprender A Enseñar, Modos De Representación Y Número Racional.

Matemáticas. Textos Seleccionados. México: Cinvestav, 2001

Men (07 De junio De 1998). Serie Lineamientos Curriculares Matemáticas. Dirección General De Investigación Y Desarrollo Pedagógico Del Men. Santa Fe De Bogotá, D.C., Colombia.

Men (2006) Estándares Básicos De Competencias En Matemáticas. En Men, Estándares Básicos De Competencias En Lenguaje, Matemáticas, Ciencias Y Ciudadanía. (Primera Ed., Págs. 46 - 94). Bogotá, Colombia: Revolución Educativa, Colombia Aprende.

Meza S. A & Barrios G.A, Propuesta Didáctica Para La Enseñanza De Las Fracciones. Memoria 11° Encuentro Colombiano De Matemática Educativa 2010.

Montenegro, A. (2008). La Conversión De Representaciones Semióticas En La Temática De Fracciones Mayores Que La Unidad. Cali.

Morales, C. P. (2011). Construyendo El Concepto De Fracción Y Sus Diferentes Significados, Con Los Docentes De Primaria De La Institución Educativa San Andrés De Girardota. Medellín.

Mulett, A. G., & Schmalbach, A. P. (2016). Tres Enfoques Para La Enseñanza De Los Números Racionales. 4-7.

Mulett, A. Y Schmalbach, A. (2016). Tres Enfoques Para La Enseñanza De Los Números Racionales. Nacional, 1994

Obando, G (2003). Las Situaciones Problema Como Estrategia Para La Conceptualización Matemática. Revista Educación Y Pedagogía. Vol. 15 No. 35, P 183-199

Obando, G. (2003). La Enseñanza De Los Números Racionales. Revista Ema, 8.

Obando, G. (2015). Sistema De Prácticas Matemáticas En Relación Con Las Razones, Las Proporciones Y La Proporcionalidad En Los Grados 3º Y 4º De Una Institución Educativa De La Educación Básica. (Tesis De Doctorado), Universidad Del Valle, Cali.

Páez, T (2010) Las Matemáticas A Lo Largo De La Historia: De La Prehistoria A La Antigua Grecia. Madrid: Visión Libros

Palacio, D. M., & Puerta, K. C. (2018). Las Fracciones Y Sus Usos Desde La Teoría Modos De Pensamiento. Universidad De Medellín, 20-34.

Pontón, T. (2008). Una Propuesta Multirregistro Para La Conceptualización. (Tesis De Maestría), Universidad Del Valle, Cali.

Problemas, L. T. (2013). Héctor José García Mendoza; Ana María Ortiz Colon; Juan Martínez Moreno; Oscar Tintorer Delgado.

Quispe, W. (2011). La Comprensión De Los Significados Del Número Racional Positivo Y Su Relación Con Sus Operaciones Básicas Y Propiedades Elementales. Perú: Universidad Nacional De Educación

Reidel. Traducción De Luis Puig, Publicada En Fenomenología Didáctica De Las Estructuras

Stewart, I (2012) Historia De Las Matemáticas En Los Últimos 10.000 Años. España: Editorial Crítica.

Tascón R. (2017). El Aprendizaje De Los Números Racionales A Partir De Los Significados Como Operador Y Medida (Tesis De Maestría). Universidad Del Valle, Cali, Colombia.

Vasco Carlos E (1994). El Archipiélago De Las Fracciones. Bogotá: Ministerio De Educación

Vasco Carlos E. (1996). Un Nuevo Enfoque Para La Didáctica De Las Matemáticas. Volumen II. Ministerio De Educación Nacional. Serie Pedagogía Y Currículo 2. Santafé De Bogotá.

Valencia Irving A. (2013). Enseñanza y aprendizaje de las fracciones en un contexto real basado en la resolución de problemas

Zapata, G. O. (mayo De 2015). Sistema De Prácticas Matemáticas En Relación Con Las Razones, Las Proporciones Y La Proporcionalidad En Los Grados 3o Y 4o De Una Institución Educativa De La Educación Básica. Cali, Valle Del Cauca.

Zarzar, C. B. (2013). El Aprendizaje De Fracciones En Educación Primaria: Una Propuesta De Enseñanza En Dos Ambientes. Iberoamericana, 33-45

Jimenez, K (04 De marzo De 2014). Electiva - Estadística, Historia De Los Números. Blogger. Recuperado De Http://Katanjimene.Blogspot.Com/?View=Timeslide

Kabusi, L Y Castellar, K. (septiembre De 2013). Institución Educativa Teófilo Roberto Pote. Recuperado De Http://Teofilorpotes.Blogspot.Com/2013/09/

La palabra algoritmo procede de al- Jwarizmi o Al Juarismi, sobrenombre del célebre matemático Mohamed Musa. (aprox. 780-850) considerado el padre del álgebra. Http://www.esi2.us.es/~jaar/Datos/FIA/T6.pdf

Pulpón, A. (S.F.) Historia Del Papiro De Rhind Y Similares. Recuperado De Http://Www.Villaeducacion.Mx/Descargar.Php?Idtema=2861&Data=F9fd61_Fracciones-Y-Numeros-Mixtos.Pdf

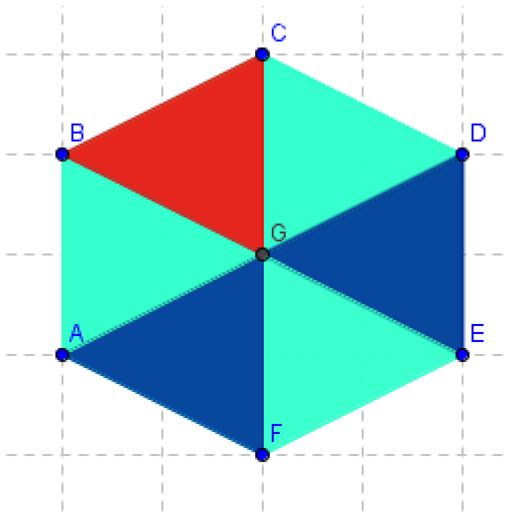
Todos A Aprender 2.0, Alianza Educativa (S.F) Guía Didáctica-Fracciones Grado 4. Recuperado de Http://Aprende.Colombiaaprende.Edu.Co/Sites/Default/Files/Naspublic/Ae3mpi_Guia_Didactica_Fracciones_Grado_4.Pdf

ANEXOS

○ **ANEXO 1**

Actividad número 1

El hexágono está dividido por colores, cada color representa a una fracción, ¿qué fracción corresponde a cada color?



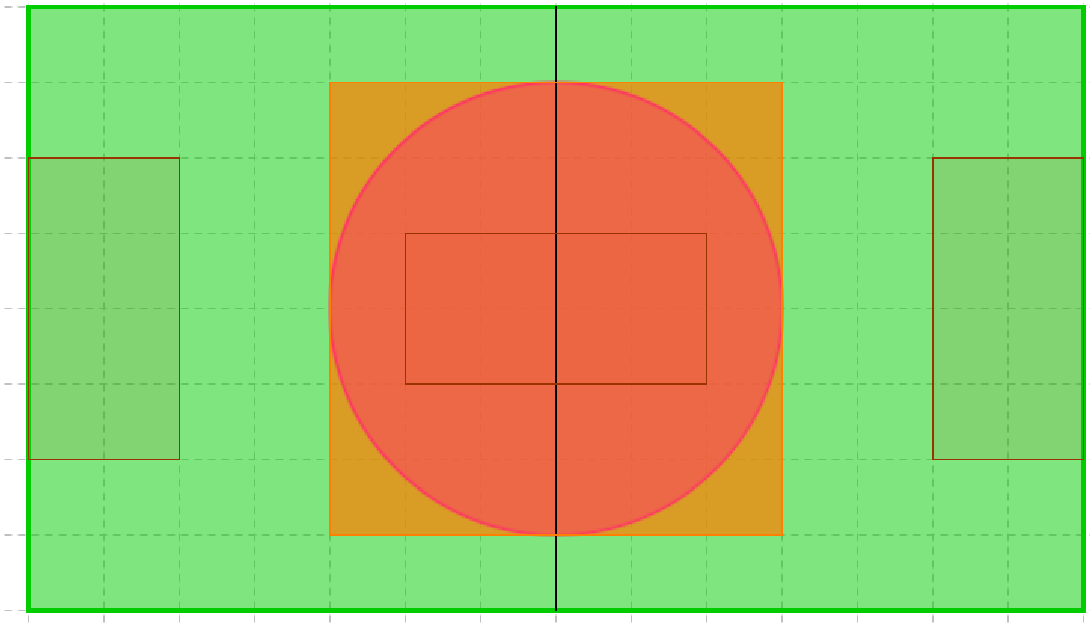
____

____

____

____

En una cancha de fútbol se encuentran dibujados tres rectángulos, un círculo y un cuadrado, representa la fracción del cuadrado dibujado en la cancha.



Teniendo en cuenta la imagen anterior representa la simplificación de la fracción que corresponda a los arcos de la cancha, Selecciona la respuesta correcta**.**

- **a)** $\frac{16}{98}$
- **b)** $\frac{8}{98}$
- **c)** $\frac{4}{16}$
- **d)** $\frac{6}{112}$
- **e)** **Ninguna de las anteriores**

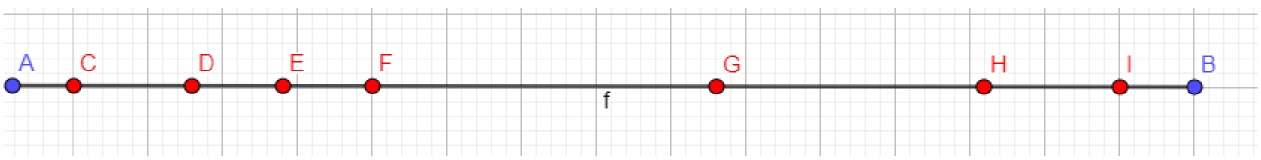
○ **ANEXO 2**

Actividad 2

Teniendo en cuenta cada fracción representa gráficamente

- **Seis octavos=**
- **Dos tercios =**
- **Ocho quintos**
- **Diez medio =**

En la recta numérica hay unos puntos y están nombrados cada uno con letras y cada letra equivale a un número. Ubica al frente de cada letra, el número.



Ten como punto de referencia que la letra C= 1

C=1

D=

E=

F=5

G=

H=

I=

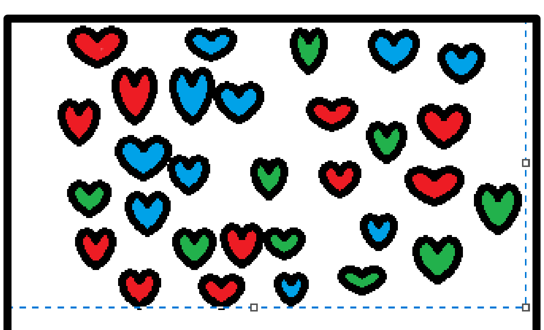
Para ir de la casa al colegio, Ana debe pasar por el parque. La distancia que debe recorrer se muestra en la figura.

En total, ¿qué distancia debe recorrer Ana para ir de la casa al colegio?____

____

____

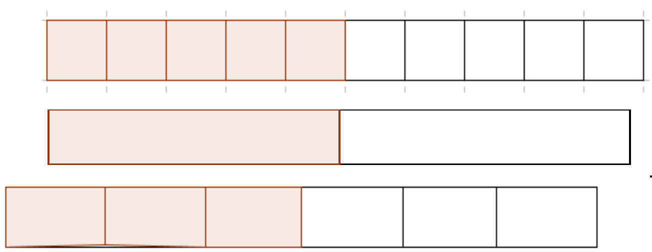
- **ANEXO 3**



Actividad 3

1. En un salón de clases se forman grupos de dos personas, entonces se reúnen Javier y Camilo para realizar una actividad que la profesora les puso, en el recuadro anterior hay unos corazones pintados de colores, a Javier le corresponden $\frac{1}{4}$ de los corazones del recuadro. ¿Cuántos corazones le corresponden a Camilo?

2. Teniendo en cuenta las imágenes, ubica la fracción que representa cada una.



¿Qué tienen en común las fracciones que equivalen a cada gráfica?

3. David y Leonor van a un supermercado a comprar los productos de aseo de la casa. David compra $\frac{6}{18}$ en productos de aseo personal, Leonor compra $\frac{5}{15}$ en productos de aseo para la casa. ¿Qué puedes concluir de las compras de cada uno?

4. Isabel tiene seis bolitas verdes por cada cuatro amarillas. Si tiene 30 bolitas en total, entre verdes y amarillas, ¿cuántas bolitas tiene de cada color?

5. En una cancha de fútbol se juega un partido mixto de 30 personas. Si por cada 8 mujeres hay 7 hombres, ¿Cuántos hombres y mujeres conforman el equipo de fútbol?

- **ANEXO 4**

Situación 1.

En la siguiente tabla se registran los tiempos empleados por los atletas que llegaron en las 3 primeras posiciones en una competencia.

Atleta	Tiempo (H)
A	$\frac{5}{3}$
B	1,6
C	$1\frac{2}{5}$

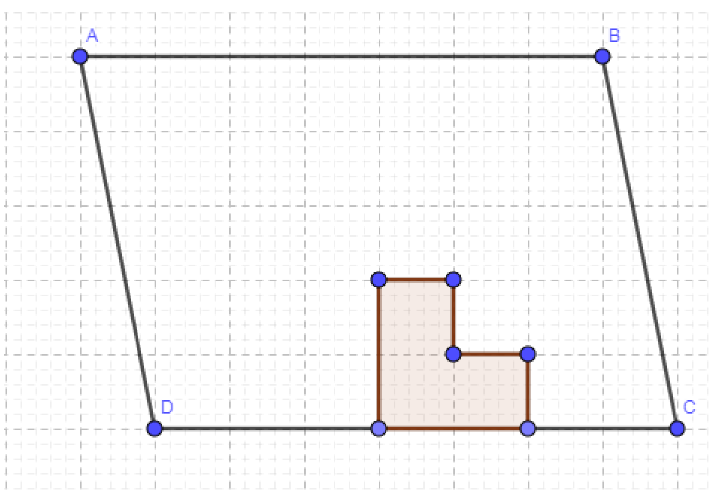
Determine ¿en qué posición llegó cada atleta? (sugerencia: puede apoyarse en la recta numérica para determinar la relación de orden entre los tres valores).

Situación 2.

De los asistentes a una fiesta se sabe que por cada 4 mujeres que llegaron, había 3 hombres. Con base en esta información, responda:

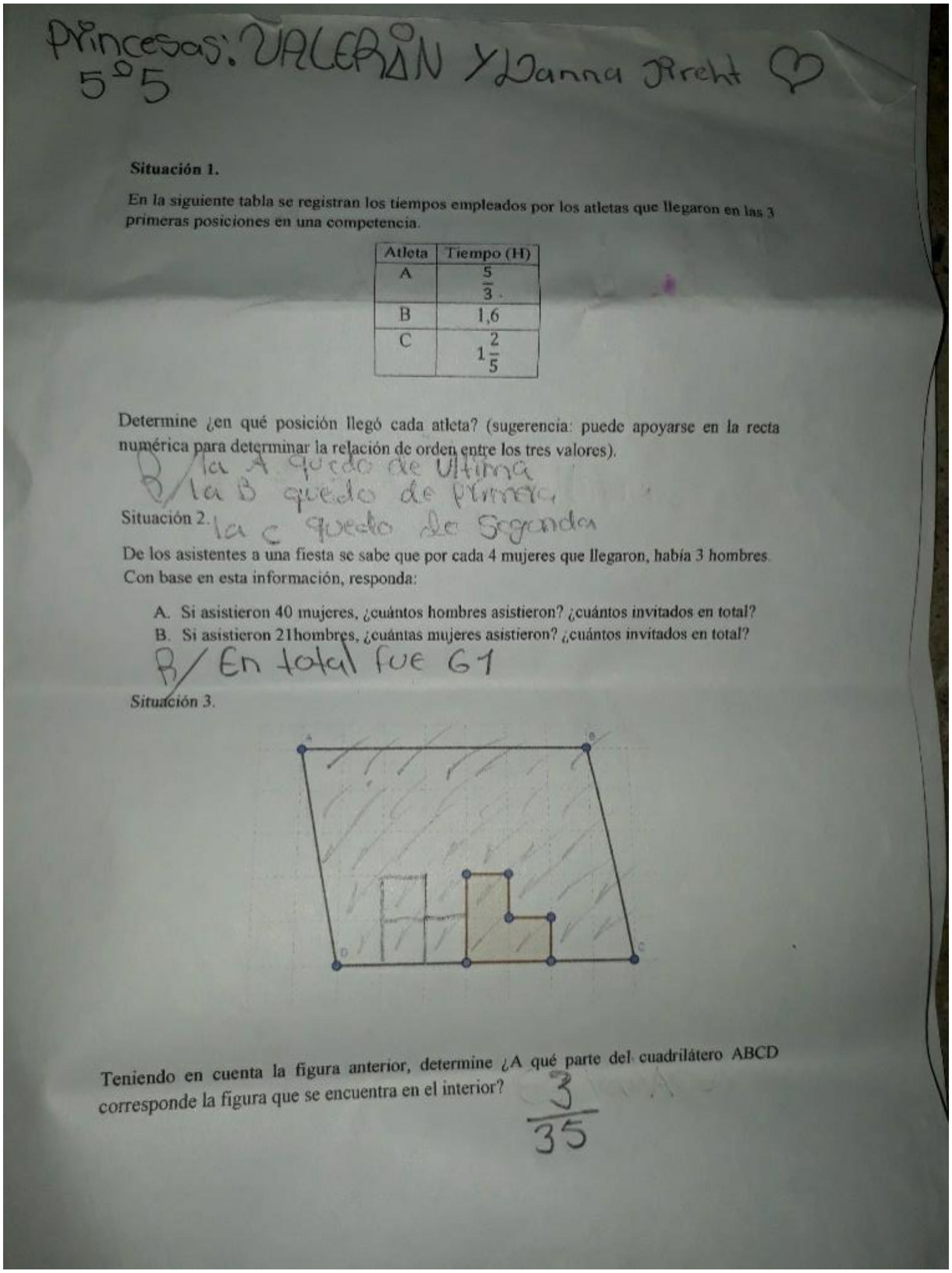
A. Si asistieron 40 mujeres, ¿cuántos hombres asistieron? ¿cuántos invitados en total?
B. Si asistieron 21hombres, ¿cuántas mujeres asistieron? ¿cuántos invitados en total?

Situación 3.



Teniendo en cuenta la figura anterior, determine ¿A qué parte del cuadrilátero ABCD corresponde la figura que se encuentra en el interior?

○ **ANEXO 5**



Princesas: VALERÍN Y Danna Jireht ♡
5°5

Situación 1.

En la siguiente tabla se registran los tiempos empleados por los atletas que llegaron en las 3 primeras posiciones en una competencia.

Atleta	Tiempo (H)
A	$\frac{5}{3}$
B	1,6
C	$1\frac{2}{5}$

Determine ¿en qué posición llegó cada atleta? (sugerencia: puede apoyarse en la recta numérica para determinar la relación de orden entre los tres valores).

R/ la A quedo de Ultima
R/ la B quedo de Primera
la C quedo de Segunda

Situación 2.

De los asistentes a una fiesta se sabe que por cada 4 mujeres que llegaron, había 3 hombres. Con base en esta información, responda:

A. Si asistieron 40 mujeres, ¿cuántos hombres asistieron? ¿cuántos invitados en total?
B. Si asistieron 21hombres, ¿cuántas mujeres asistieron? ¿cuántos invitados en total?

R/ En total fue 61

Situación 3.

Teniendo en cuenta la figura anterior, determine ¿A qué parte del cuadrilátero ABCD corresponde la figura que se encuentra en el interior?

$\frac{3}{35}$

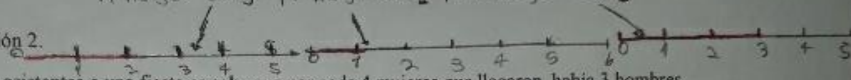
Situación 1.

En la siguiente tabla se registran los tiempos empleados por los atletas que llegaron en las 3 primeras posiciones en una competencia.

Atleta	Tiempo (H)
A	$\frac{5}{3}$
B	1,6
C	$1\frac{2}{5}$

Determine ¿en qué posición llegó cada atleta? (sugerencia: puede apoyarse en la recta numérica para determinar la relación de orden entre los tres valores).

A llegó de 3º | B llegó de 1º | y C llegó de 3º



Situación 2.

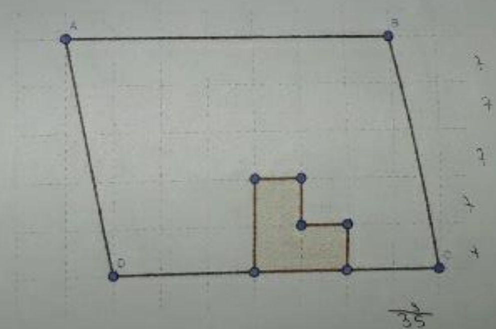
De los asistentes a una fiesta se sabe que por cada 4 mujeres que llegaron, habia 3 hombres. Con base en esta información, responda:

Asistieron 30 hombres invitados 30

A. Si asistieron 40 mujeres, ¿cuántos hombres asistieron? ¿cuántos invitados en total?
B. Si asistieron 21hombres, ¿cuántas mujeres asistieron? ¿cuántos invitados en total?

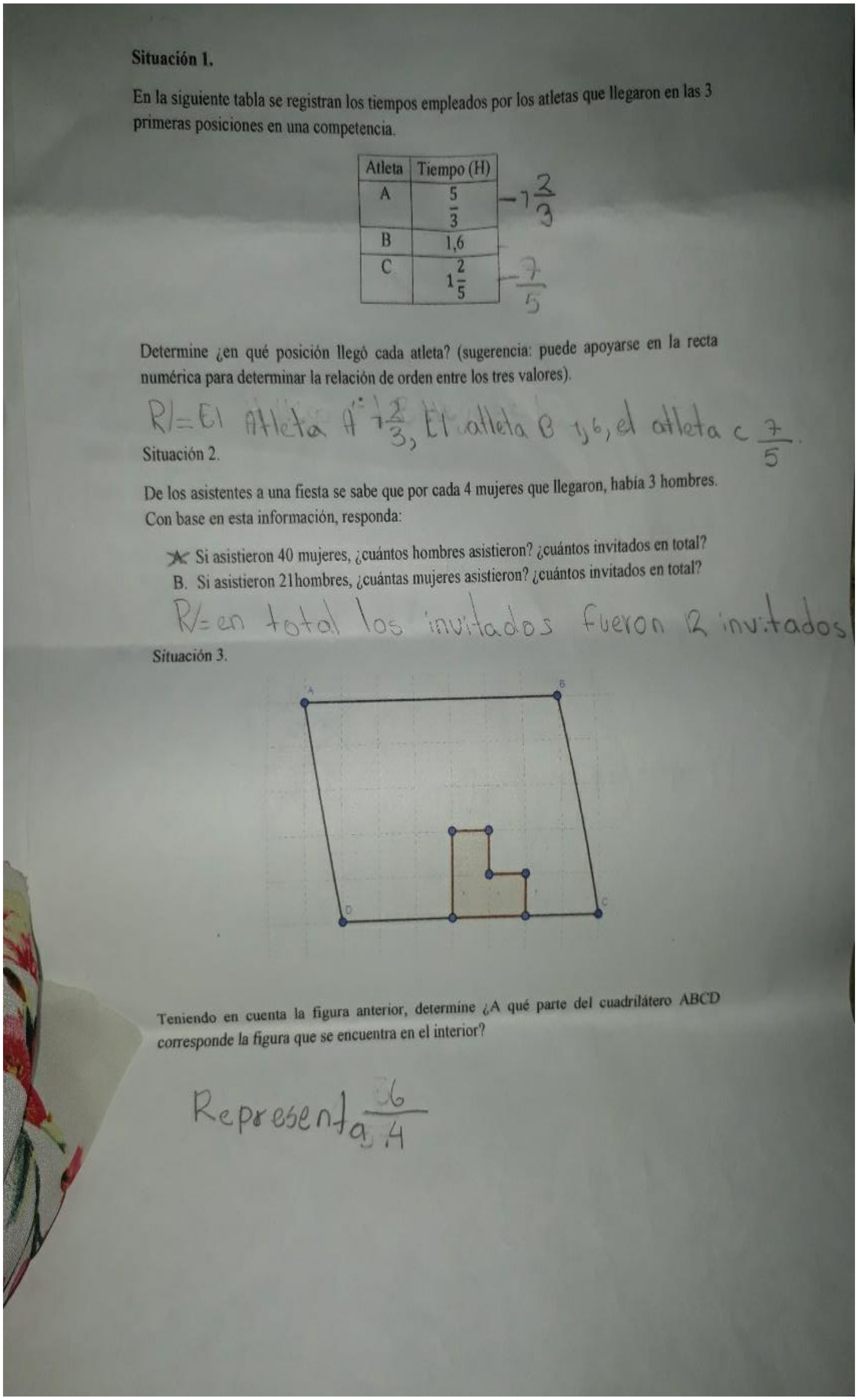
Asistieron 28 mujeres invitados en total 28

Situación 3.



Teniendo en cuenta la figura anterior, determine ¿A qué parte del cuadrilátero ABCD corresponde la figura que se encuentra en el interior?

corresponde a $\frac{8}{35}$ del cuadrilátero



Situación 1.

En la siguiente tabla se registran los tiempos empleados por los atletas que llegaron en las 3 primeras posiciones en una competencia.

Atleta	Tiempo (H)
A	$\frac{5}{3}$
B	1,6
C	$1\frac{2}{5}$

$\rightarrow 1\frac{2}{3}$

$\rightarrow \frac{7}{5}$

Determine ¿en qué posición llegó cada atleta? (sugerencia: puede apoyarse en la recta numérica para determinar la relación de orden entre los tres valores).

R/= El Atleta A $1\frac{2}{3}$, El atleta B 1,6, el atleta c $\frac{7}{5}$.

Situación 2.

De los asistentes a una fiesta se sabe que por cada 4 mujeres que llegaron, había 3 hombres. Con base en esta información, responda:

A. Si asistieron 40 mujeres, ¿cuántos hombres asistieron? ¿cuántos invitados en total?
B. Si asistieron 21hombres, ¿cuántas mujeres asistieron? ¿cuántos invitados en total?

R/= en total los invitados fueron 12 invitados

Situación 3.

Teniendo en cuenta la figura anterior, determine ¿A qué parte del cuadrilátero ABCD corresponde la figura que se encuentra en el interior?

Representa $\frac{36}{a\ 4}$

Situación 1.

En la siguiente tabla se registran los tiempos empleados por los atletas que llegaron en las 3 primeras posiciones en una competencia.

Atleta	Tiempo (H)
A	$\frac{5}{3}$
B	1,6
C	$1\frac{2}{5}$

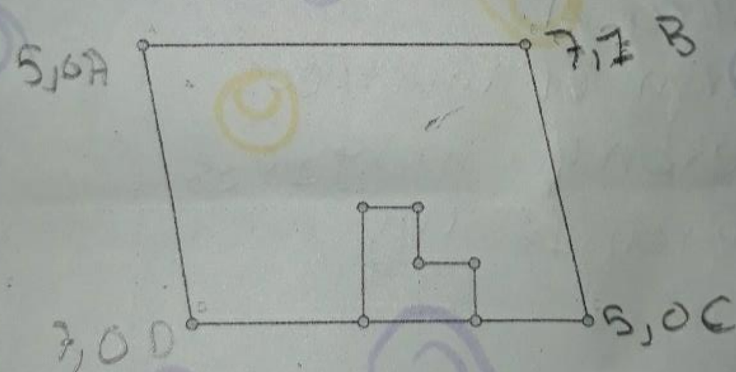
Determine ¿en qué posición llegó cada atleta? (sugerencia: puede apoyarse en la recta numérica para determinar la relación de orden entre los tres valores).

Situación 2.

De los asistentes a una fiesta se sabe que por cada 4 mujeres que llegaron, había 3 hombres. Con base en esta información, responda:

A. *Si asistieron 40 mujeres, ¿cuántos hombres asistieron? ¿cuántos invitados en total?*
B. *Si asistieron 21hombres, ¿cuántas mujeres asistieron? ¿cuántos invitados en total?*

Situación 3.



Teniendo en cuenta la figura anterior, determine ¿A qué parte del cuadrilátero ABCD corresponde la figura que se encuentra en el interior?