

**UNA PROPUESTA DE ENSEÑANZA PARA FORTALECER EL APRENDIZAJE
DE LA FRACCIÓN COMO RELACIÓN PARTE TODO, A PARTIR DE LA
TEORÍA DE SITUACIONES DIDÁCTICAS DE BROUSSEAU, EN ESTUDIANTES
DE GRADO QUINTO**

KAREN JOHANNA CORTES ALOMIA (201452570)

MABEL YULIETH VÉLEZ GAMBOA (201452835)

UNIVERSIDAD DEL VALLE- SEDE PACIFICO
INSTITUCIÓN DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN
MATEMÁTICAS

2020

**UNA PROPUESTA DE ENSEÑANZA PARA FORTALECER EL APRENDIZAJE
DE LA FRACCIÓN COMO RELACIÓN PARTE TODO, A PARTIR DE LA
TEORÍA DE SITUACIONES DIDÁCTICAS DE BROUSSEAU EN ESTUDIANTES
DE GRADO QUINTO**

KAREN JOHANNA CORTES ALOMIA (201452570)

MABEL YULIETH VÉLEZ GAMBOA (201452835)

**Trabajo de grado para optar el título de Licenciada en Educación Básica Con Énfasis
En Matemática**

Director:

JOSÉ FRANCISCO VALLECILLA ESPINOSA

UNIVERSIDAD DEL VALLE – SEDE PACÍFICO

INSTITUCIÓN DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS

2020

AGRADECIMIENTOS

Principalmente a Dios por ser el guía de mi vida e iluminar mi mente en este trabajo a mis padres que siempre han estado apoyándome incondicionalmente dando su amor y comprensión, a mi pareja y mi familia que siempre me apoyaron dando ánimo y llenándome de motivación; a mis evaluadores por guiarme y ayudarme hacer esto realidad; a mi tutor por su accesoria y profesionalismo, compromiso y finalmente a mis compañeros y amigos que estuvieron en mis buenos y malos momentos.

Mabel Yulieth Vélez Gamboa

Primeramente, darle gracias a DIOS por darme la vida y guiarme en cada momento, gracias a mi hijo Justin Ali C.C. quien es el motor de mi vida, a mis padres por el apoyo incondicional porque gracias al esfuerzo y la dedicación que me han brindado, han hecho de mí una persona con valores y principios y con la fuerza necesaria para luchar por lo que quiero, gracias a mi esposo, familiares y amigos por los buenos consejos y motivación que me brindaron en el trascurso de este proceso, agradecerle a mi tutor de tesis por su constante acompañamiento y plena disposición.

Karen Johanna Cortes Alomía

CONTENIDO

| | |
|--|----|
| AGRADECIMIENTO | 4 |
| RESUMEN | 10 |
| INTRODUCCIÓN | 1 |
| CAPÍTULO I. ASPECTO GENERAL DE LA INVESTIGACIÓN | 3 |
| 1.1. DESCRIPCIÓN Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA | 3 |
| 1.2. OBJETIVOS | 6 |
| 1.2.1. Objetivo General | 6 |
| 1.2.2. Objetivos Específicos | 6 |
| 1.3. JUSTIFICACIÓN | 7 |
| 1.4. ANTECEDENTES | 10 |
| CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO | 15 |
| 2.1. REFERENTE DIDÁCTICO | 15 |
| 2.1.1. Didáctica De Las Matemáticas | 15 |
| 2.1.2. Teoría de las Situaciones Didácticas | 17 |
| 2.1.3. Tipos De Situaciones Didácticas | 20 |
| 2.2. REFERENTE CURRICULAR | 23 |
| 2.3. REFERENTE MATEMÁTICO | 28 |
| 2.3.1. Historia De Los Fraccionarios | 29 |
| 2.3.2. Definición Del Número Fraccionario | 32 |
| 2.3.3. Interpretaciones De Las Fracciones | 35 |
| CAPÍTULO III. DISEÑO METODOLÓGICO | 41 |
| 3.1. ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN | 41 |
| 3.1.1. La investigación en este trabajo | 42 |
| 3.1.2. Etapa del Diagnóstico | 44 |
| 3.1.3. Etapa de Acción | 46 |

| | | |
|---|---|----|
| 3.1.4. | Etapa de Observación | 47 |
| 3.1.5. | Etapa de Reflexión | 48 |
| 3.2. | PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS DE LAS IMPLEMENTACIONES (ETAPA DE ACCIÓN Y LA ANTERIOR -DIANÓSTICO) | 53 |
| 3.2.1. | Resultados del diagnóstico | 53 |
| 3.2.2. | Resultados de la prueba inicial | 56 |
| Actividad 1: identificar las fracciones en un contexto (de lo gráfico a lo numérico) | | 56 |
| Actividad 2: Identificar las fracciones en un contexto (de lo numérico a lo gráfico) | | 60 |
| Actividad 3: Ubicación en la recta numérica | | 61 |
| Actividad 4: Problema fraccionario | | 63 |
| 3.3. | LA NUEVA SITUACIÓN | 66 |
| 4. | CONCLUSIONES | 78 |
| 4.1 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS | | 79 |
| 4.2 ANEXOS | | 82 |
| Anexo 1: De la prueba Diagnóstica | | 82 |
| Anexo 2: Actividades didácticas | | 84 |
| Anexo 3: Registro fotográfico de los estudiantes de quinto grado | | 88 |

TABLA DE ILUSTRACIONES

| | |
|--|----|
| <i>Ilustración 1: Resultados Prueba Saber (2017)</i> | 8 |
| <i>Ilustración 2: resultado 2017 de la prueba saber quinto en el área de matemática.</i> | 9 |
| <i>Ilustración 3: Aprendizaje por mejorar competencia de comunicación</i> | 10 |
| Ilustración 4:Matriz de referencia (2015). Matemática grado quinto. | 26 |
| Ilustración 5:Espiral retrospectiva Adaptacion del trabajo de Kemmis (1989). | 43 |

TABLA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1:Respuesta de estudiante P1 | 53 |
| Figura 2:Respuesta estudiantes P2 | 54 |
| Figura 3:Respuesta de estudiantes P3 | 54 |
| Figura 4:Respuesta de estudiantes P4 | 55 |
| Figura 5:Respuesta estudiantes A1-P1-A | 57 |
| Figura 6:Respuesta estudiantes A1-P1-C | 57 |
| Figura 7:Respuesta estudiante A1-P2-A | 58 |
| Figura 8:Respuesta estudiante A1-P2-B | 58 |
| Figura 9:Respuesta estudiante A1-P2-C | 59 |
| Figura 10:Respuesta estudiante A2-P1-A | 60 |
| Figura 11:Respuesta estudiante A2-P2-B | 60 |
| Figura 12:Respuesta estudiante A3-P1-A | 61 |
| Figura 13:Respuesta estudiante A3-P1-B | 62 |
| Figura 14:Respuesta estudiante A3-P1-C | 62 |
| Figura 15:Respuesta estudiante A4-P1-A | 63 |
| Figura 16:Respuesta estudiante A4-P1-B | 63 |
| Figura 17:Respuesta estudiante A4-P1-C | 64 |
| Figura 18:Respuesta estudiante A4-P1-D | 64 |

RESUMEN

Este trabajo de grado se realiza una propuesta didáctica para los estudiantes de grado quinto de Básica Primaria de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes (INETERPO) del distrito de Buenaventura, con el objetivo de fortalecer el concepto de fracción en diferentes contextos, a través del diseño y aplicación de actividades didácticas. Estas actividades fueron en la teoría de Brousseau (2007); están enfocadas en una perspectiva didáctica la cual, permite comprender las interacciones entre alumnos, docentes y saberes matemáticos que se dan en una clase.

A partir de los aportes realizados por algunos autores sobre el tema y un estudio exploratorio realizado, se diseñó y aplicó una prueba diagnóstica que aborda el significado del concepto de fracción. **Utilizando la didáctica como metodología** para la diseñar unas actividades las cuales fueron aplicadas a los niños de dicha institución, se hizo un análisis sobre la propuesta didáctica que se diseñó en este trabajo, gracias a las dificultades que logramos observar en los resultados de la prueba diagnóstica, se propone el rediseño de situaciones didácticas las cuales permiten fortalecer el objeto matemático de la fracción como relación parte todo en contextos continuos y discretos.

Palabras clave: Fracción, contexto, actividades didácticas, situación a didáctica.

INTRODUCCIÓN

La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con el paso del tiempo ha sufrido ciertas modificaciones con el propósito de generar nuevas formas de construir conocimiento matemático; en este sentido, la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) planteada por Brousseau (2007) brinda ciertas herramientas que permiten dar un giro al proceso de enseñanza en cuanto a la forma en cómo se abordan los contenidos matemáticos en el salón de clase. Según esta teoría, el estudiante debe ser un agente activo en la construcción del conocimiento y no un simple receptor del mismo; el docente no es el único quien posee el saber.

En este sentido, este trabajo tiene como propósito fortalecer el aprendizaje de las fracciones como relación parte-todo en contextos continuos y discretos en estudiantes de grado quinto a partir de la Teoría de las Situaciones Didácticas; el trabajo se inscribe en la línea de Didáctica de las Matemáticas del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle, y se elabora para optar al título de Licenciadas en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas.

El trabajo se divide en cuatro capítulos. En el primero, se expone el planteamiento del problema en el cual se abordan algunas dificultades que se presentan en la enseñanza y aprendizaje del concepto de fracción; luego, la pregunta que direcciona la investigación y pone en marcha los objetivos planteados, y finalmente, la justificación de la misma.

En el Capítulo 2 se desarrolla el marco teórico el cual fundamenta el trabajo está dividido en tres referentes: el didáctico, el curricular matemático. En el referente didáctico, se plantea la Teoría de las Situaciones Didácticas, se explica su importancia en el proceso de

enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En el matemático, se hace un recorrido histórico de la fracción en términos generales, luego se define el concepto de fracción como parte todo en contextos continuos y discretos y finalmente, se describen los tipos de fracciones haciendo énfasis en la fracción como relación parte todo en contextos continuos y discretos.

El Capítulo 3 contiene toda la información con relación a la metodología. Se inicia con una presentación general de la metodología de investigación; con base en esta, se desglosan una serie de elementos con relación al proceso específico de este trabajo; se describe el análisis preliminar de la prueba diagnóstica y la prueba inicial al igual que sus respectivos resultados, finalmente, en la etapa de reflexión se presenta el re-diseño de la situación didáctica inicial que incluye los elementos del marco teórico con base en los resultados encontrados de las actividades aplicadas anteriormente.

En la parte final, se presentan las conclusiones; estas recogen los resultados del trabajo y las reflexiones a las que dio lugar la elaboración e implementación de las situaciones, así como el estudio de los elementos teóricos.

CAPÍTULO I.

ASPECTO GENERAL DE LA INVESTIGACIÓN

Este capítulo presenta los aspectos generales de la investigación conformados por: el planteamiento del problema, los objetivos, justificación y antecedentes, para poder abordar problemas que presentan los estudiantes en el aprendizaje de conocimientos matemáticos, específicamente, al momento de reconocer el concepto de fracción en diferentes contextos.

1.1. DESCRIPCIÓN Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Los números fraccionarios en la enseñanza de las matemáticas, no solo genera **dificultades** en educación primaria, sino que trasciende a escenarios de educación secundaria y en muchas ocasiones a la educación superior, situación que desde mucho tiempo ha generado cierto interés de estudio por algunos autores como: Brousseau, Socas, Clemente, Chaffe, stengel, Nodding, etc. No solo nivel nacional sino también a nivel internacional, con el propósito de establecer algunas reflexiones que permitan reconocer los factores que pueden incidir en el aprendizaje de los estudiantes cuando se enfrentan a situaciones problemas o cálculos donde deben hacer uso de los números fraccionarios, y a su vez, plantear algunas estrategias de enseñanza que puedan favorecer el aprendizaje de las fracciones.

En consecuencia a lo anterior, es importante analizar desde la educación primaria, que es el principal nivel de educación escolar donde se construyen las bases fundamentales para la educación secundaria y posteriormente la educación superior, cómo se lleva a cabo la construcción del concepto y características de los números fraccionarios en los estudiantes, pues, hay que tener en cuenta que las dificultades en la comprensión de un objeto matemático puede estar relacionada a muchos factores como el desarrollo cognitivo del educando, el

mismo objeto matemático, o posiblemente el método de enseñanza empleado por parte del docente (Socas, 2007).

En este sentido, un estudio desarrollado por Clemente (2001) con relación a la enseñanza de las fracciones, citando a Freudenthal, menciona que la enseñanza de las fracciones está ligada a la forma como el docente la conciba, por lo que es importante que se tenga una clara definición de este concepto a la hora de presentarlo en el aula de clase, pues en muchas ocasiones por la falta de comprensión del mismo, se cometen muchos errores que generan ciertas dificultades en los estudiantes a medida que van avanzando en su formación matemática, dificultades que según Brousseau (1999) provienen de obstáculos epistemológicos, debido a una mala fundamentación en los contos. Por consiguiente, el mismo Clemente, propone que a la hora de introducir las fracciones en el aula de clase se haga con un lenguaje que el estudiante comprenda y esté relacionado con su entorno, como, por ejemplo, **la mitad** de una parte, de un cuarto, expresiones que están muy ligadas al contexto del estudiante y que pueden facilitar en cierta **medida** su comprensión a medida que se va avanzando en su enseñanza.

Ahora, es importante aclarar que el problema de aprendizaje de las fracciones no se limita solo a las cuestiones expuestas en párrafos anteriores, aunque se deben considerar en el momento de abordar esta problemática en el ámbito de la educación matemática. Para este caso en particular, se quiere centrar la mirada en un elemento muy importante en dirección al objetivo de este trabajo y es precisamente en la forma como el docente presenta el concepto de fracción como relación parte-todo en estudiantes de educación primaria, pues es muy importante que la introducción de este conceptos se haga **de una forma muy cuidadosa, de tal forma, que no vaya a genera más adelante un obstáculo epistemológico y a su vez**

ciertas dificultades en el recorrido del aprendizaje de la fracciones en términos generales y luego en el trabajo con los números racionales.

Frente a esta situación, Chaffe, Stengel & Nodding (1982) citados por ZarZal (2013) consideran que al no realizar una correcta introducción de este tipo de fracciones imposibilita la comprensión de este objeto en términos generales, creando así una dependencia de los objetos particulares, obstaculizando la trascendencia de lo concreto a la generalización independientemente de una representación específica. Por consiguiente, el docente debe asumir una postura muy clara con relación al concepto de fracciones en general, lo que le permitirá, cuidar su discurso cuando presenta el concepto de fracción como relación parte-todo en el aula de clase.

Por lo anterior, Pellicena (2016) a partir de las dificultades que los estudiantes presentan y no solo en las fracciones como relación parte-todo sino en términos generales, sugiere “cambiar la enseñanza de la fracción incorporando nuevos significados como el de medida de cantidades de magnitud y el de reparto igualitario que son coherentes con la génesis histórica de la fracción y que han sido experimentados y validados en diversas investigaciones” (p, 89). Para ello, Arteta & Rodríguez (2013), plantean la necesidad de capacitar a los maestros que orientan matemáticas para mitigar las dificultades que continuamente se presentan en el momento de enseñar las fracciones, debido que, por falta de apropiación del conocimiento de la fracción, sus atributos y contextos, crean vacíos conceptuales y confusión entre los estudiantes. Así mismo, se afirma que el hecho de que muchos de los maestros que asumen la responsabilidad de enseñar, no sean especialistas en la materia, o no hayan sido formados para ello, hace inminente la necesidad de una adecuada capacitación docente, en donde se puedan sugerir el diseño de situaciones didácticas o

estrategias pedagógicas que permitan una correcta enseñanza de las fracciones en el ámbito escolar.

Teniendo en cuenta lo **expuesta** anteriormente frente a las dificultades que presentan los estudiantes y el discurso que maneja el docente en aula de clase al compartir esta temática, y en **harás** de realizar un aporte significativo que puede mejorar la compresión de las fracciones como relación parte-todo, surge el siguiente cuestionamiento:

¿Cómo fortalecer el aprendizaje de la fracción como relación parte todo en contextos continuos y discretos en estudiantes de grado quinto de Educación Básica Primaria a partir de la Teoría de las Situaciones Didácticas propuesta por Brousseau?

1.2. OBJETIVOS

1.2.1. Objetivo General

Fortalecer el aprendizaje de la fracción como relación parte todo en contextos continuos y discretos a partir del diseño de situaciones didácticas en estudiantes de grado quinto del distrito de Buenaventura.

1.2.2. Objetivos Específicos

- Identificar por medio de una prueba diagnóstica las dificultades que presentan los estudiantes al momento de enfrentarse a situaciones que demandan el reconocimiento de la fracción como relación parte todo.
- Diseñar situaciones didácticas que permitan evidenciar en los estudiantes el reconocimiento de la fracción como relación parte todo en contextos continuos y discretos teniendo en cuenta la teoría de Gay Brousseau.

- Determinar algunas reflexiones didácticas que se puedan presentar en el momento de abordar las fracciones como relación parte-todo en contextos continuos y discretos en estudiantes de grado quinto.

1.3. JUSTIFICACIÓN

El proceso de enseñanza y aprendizaje de las fracciones en los estándares básicos y sus diferentes interpretaciones que se lleva a cabo en el nivel de educación Básica Primaria específicamente en grado quinto, presenta muchas dificultades a nivel general.

Según, Fazio, L. & Siegler, R. (2011), en algunos países en los cuales los resultados académicos son excelentes, se muestra que el tema de las fracciones para los estudiantes es difícil en diferentes aspectos; inicialmente cuando se dan cuenta de que algunas propiedades del conjunto de los números enteros no aplican para todos los números, y a nivel de educación secundaria la dificultad que se presenta es mayor, debido a que, deben de comprender que entre una fracción y otra existen infinitos conjuntos números.

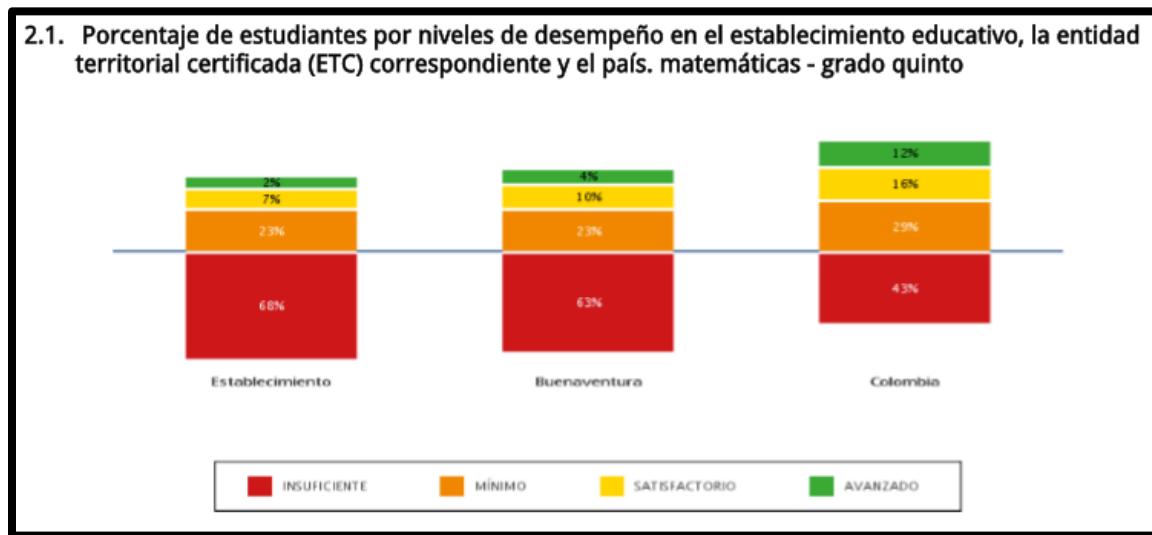
Sin embargo, existen complicaciones en el proceso de enseñanza de las fracciones debido que, en algunas ocasiones se enseñan algoritmos repetitivos que apliquen a todos los casos, sin realizar un análisis de los procesos necesarios para obtener los resultados: proceso que para ser comprendidos y aprendidos por los educandos según Llinares & Sánchez (1997), requieren de diferentes registros de representación tales como: oral, gráfico y simbólico.

Realizando un análisis a los resultados de las pruebas saber del año 2017, evaluación realizada por el ICFES (Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior), para los estudiantes de los grados tercero, quinto y noveno de educación básica, en cuanto al tema de las fracciones se plantea como aprendizaje: “usar fracciones comunes para describir

situaciones continuas y discretas” y “reconocer e interpretar números naturales y fracciones en contextos”, con relación a lo anterior los resultados por parte de los educandos son bajos, lo cual justifica la necesidad de fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Por lo anterior, para efectos de este trabajo es importante **observa** los resultados obtenidos en la última aplicación de la prueba saber específicamente de grado quinto en el área de matemáticas.

Ilustración 1: Resultados Prueba Saber (2017)

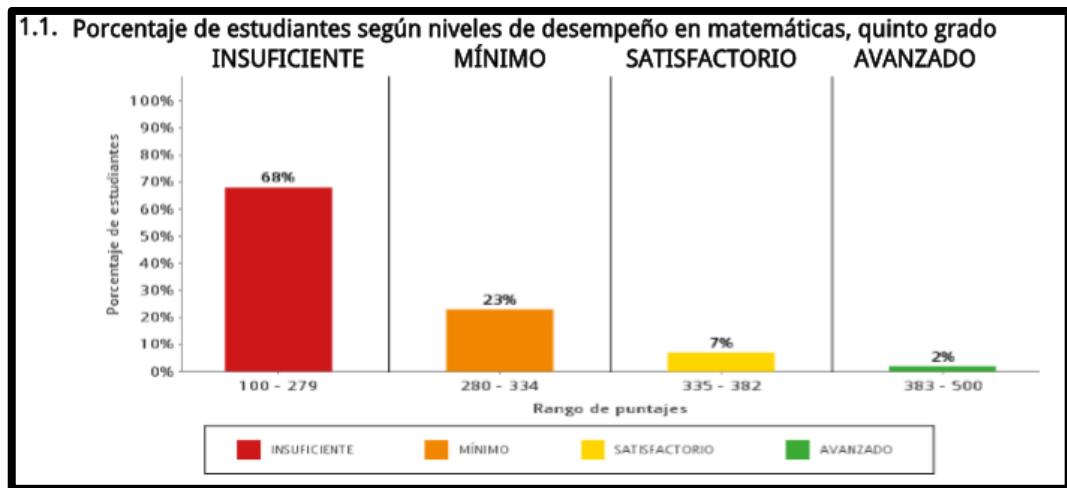


Fuente: tomado de ICFES interactivos (2017)

En esta ilustración se puede observar cómo en las pruebas saber de grado 5° del área de matemáticas de Buenaventura, tiene un desempeño menor al de Colombia, donde se evidencia que los estudiantes en un 63% tienen un bajo rendimiento en las pruebas realizadas en el 2017.

Con relación al plantel educativo en el que se lleva a cabo la ejecución de este trabajo, también se pudo observar los resultados de la prueba saber para grado quinto y se obtuvo la siguiente ilustración:

Ilustración 2: resultado 2017 de la prueba saber quinto en el área de matemática.



En esta gráfica se puede observar que el mayor porcentaje del nivel de desempeño en los estudiantes de la institución es insuficiente.

Con relación a los diferentes saberes evaluados en la prueba también es importante resaltar el porcentaje de estudiantes obtenidos por la institución con respecto al rendimiento frente al tema de las fracciones el cual es un aspecto fundamental para el desarrollo de esta propuesta.

Ilustración 3: Aprendizaje por mejorar competencia de comunicación

El 48% no reconoce diferentes representaciones de un mismo número (natural o fracción) ni hace traducciones entre ellas.

En esta ilustración se observar que el 48% de los estudiantes de la Institución Educativa Teófilo Roberto Potes de grado quinto, no interpretan las fracciones en diferentes representaciones.

Por consiguiente, para el desarrollo de este trabajo es importante la creación de una propuesta de enseñanza para fortalecer el aprendizaje de la fracción como relación parte todo en contextos continuos y discretos en estudiantes de grado quinto de la institución educativa

Teófilo Roberto Potes teniendo en cuenta la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau.

Con esta propuesta se pretende estructurar y diseñar una estrategia que permita una asimilación a través de diferentes situaciones didácticas los contenidos conceptuales; de manera que se enriquezcan constantemente los procesos donde se aborden las fracciones como relación parte todo, con el propósito de fortalecer y mejorar el desempeño de los estudiantes en el área de matemáticas.

1.4. ANTECEDENTES

El concepto de fracción como relación parte todo en contextos continuos y discretos, ha sido objeto de estudio en diferentes investigaciones en el campo de la educación matemática, algunas se han considerado un insumo importante para el desarrollo de este trabajo, en cuanto al proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula de clase. En este sentido, se muestran las siguientes investigaciones: Niño & Raad (2018), Nevakes & Siake. (2018), Silva (2017), Butto C, (2013) e Hincapié P. (2011).

La investigación de Niño y Raad (2018) tiene como propósito describir y analizar la fracción como relación parte todo en estudiantes de grado quinto de Básica Primaria a partir de la implementación de una secuencia didáctica que fortalezca la competencia comunicativa.

Durante el desarrollo de esta investigación, una vez detectada la dificultad en el manejo de la fracción, gracias a las apreciaciones de los profesores de matemáticas y a los **resultados obtenidos en las pruebas internas y externas**, entre otros, se procedió a aplicar una prueba diagnóstica escrita, a partir de la cual se escogieron tres estudios de caso,

clasificados como nivel bajo, medio y alto. Posteriormente, se enunciaron cuatro categorías de análisis para trabajar el reconocimiento de la unidad, las partes e igualdad de las partes; la construcción del concepto de fracción y fraccionario; la noción y reconstrucción de la unidad, relaciones aditivas, de equivalencia y multiplicativa de la fracción y la formación de la unidad en fracciones mayores que la unidad.

Por lo anterior, es importante con el mismo **objeto matemático**, que son las fracciones como relación parte todo en contextos continuos y discretos y a la vez se pretende fortalecer dicho saber para favorecer la competencia comunicativa y resaltar que esta investigación se considera fundamental para esta propuesta.

La propuesta de Nevakes & Siake (2018) es un proyecto de investigación que permite utilizar los conocimientos científicos relacionados a los Números Racionales articulados con el entorno social denominado los hijos del tabaco, la coca y la yuca dulce, gente de centro de los grupos étnicos Uitotos, Boras, Okainas y Muinanes del corregimiento La Chorrera-Departamento del Amazonas. En este trabajo se plantea el uso de estrategias para establecer analogías entre las mitologías indígenas y los números racionales. Como por ejemplo «Mito de Origen», el padre creador (Moo Buinaima) al partir el dedo pulgar (unidad) de la mano, siembra y resultan las variedades de yuca (el todo). La mano se utiliza como instrumento para contar, y de esta manera relacionarlo con otras mitologías propias.

A partir de las narraciones de mitologías los cultivos en la comunidad, los estudiantes realizan narraciones con el fin de afianzar el lenguaje matemático, la transmisión de los conocimientos tradicionales desde un lenguaje oral, a un lenguaje escrito permitiendo hábitos de escritura que es una actividad dificultosa y permite una formación integral.

Se considera esta investigación pertinente con esta propuesta puesto que presenta situaciones del contexto las cuales son fundamentales para la comprensión de los objetos matemáticos en el caso particular del proyecto expuesto los números racionales

El trabajo de maestría de Silva (2017) se realiza con el fin de mejorar la práctica pedagógica y el proceso de producción de conocimientos matemáticos que conlleven a un aprendizaje que sea significativo en los estudiantes. Los referentes teóricos de esta investigación se orientan al fortalecimiento cognitivo-afectivo e instruccional de las prácticas matemáticas de los estudiantes en el proceso enseñanza y aprendizaje que tiene su soporte en las diversas interpretaciones que pueden tener los números racionales en su concepto de fracción.

Dentro de esta propuesta se toma como base la metodología y el diseño de la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau en la que se parte de un conocimiento personal, un saber que se vive en las aulas y en ciertas situaciones en las que se asume de manera natural su formalidad y convencionalidad como medio privilegiado para comprender lo que hacen los docentes y los estudiantes, como también para producir problemas o ejercicios en relación con el contexto.

De lo anterior, **cabe resalta** que esta investigación se relaciona con esta propuesta en **cuento** a su referente teórico ya que para el diseño metodológico tuvieron en cuenta lo propuesto por Brousseau en la teoría de las situaciones didáctica; referente en el cual está basado este trabajo.

Así mismo, el trabajo de Butto (2013) es un estudio que se desarrolla con alumnos de 6º grado de primaria de una escuela pública del Distrito Federal, México, en el cual se

muestra el aprendizaje de las fracciones a partir de dos perspectivas: lápiz y papel y recursos interactivos.

Esta investigación tiene tres propósitos fundamentales que son: describir las dificultades que los alumnos presentan en el aprendizaje de las fracciones, diseñar y aplicar una secuencia didáctica que tome en consideración tanto aspectos matemáticos como cognitivos; y verificar la evolución de las nociones matemáticas. Los resultados revelaron que algunos estudiantes se encuentran en la transición del campo de los números enteros hacia los racionales, por lo tanto, surge la necesidad de diversificar los soportes de representación matemático con el objetivo de propiciar un mejor entendimiento de dicho campo conceptual.

De esta investigación se puede decir que, está relacionada con este trabajo debido que se aborda el tema de las fracciones y se propone una secuencia didáctica para identificar las características que se pueden presentar en el proceso de enseñanza aprendizaje para mejorar dicho campo conceptual.

La investigación de Hincapié (2011) se plantea una experiencia de formación con los docentes de primaria de la Institución Educativa San Andrés, sobre el concepto de fracción y sus diferentes significados (como partidor, como cociente, como operador, como razón y como medida).

En esta propuesta se han utilizado algunos soportes teóricos de La Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud (1994); las cinco interpretaciones del concepto de fracción desde algunos autores de la Educación Matemática: Obando, G. (2006), Llinares, S. (2003), entre otros; las situaciones problema como estrategia para la conceptualización

matemática desde Obando, **G** y Múnera, **J** (2003). A partir de estos referentes, se diseñaron e **implementaron unas guías de trabajo situaciones problema**, con el fin de fortalecer las prácticas de enseñanza de los docentes y provocar reflexiones en ellos. En el desarrollo de la práctica se destacó la importancia que tiene la comprensión del concepto, antes de mostrar los algoritmos; también la significación de usar diferentes representaciones y situaciones que le den sentido al concepto que se quiere construir, dejando a un lado la mecanización de procesos y memorización de reglas.

Teniendo en cuenta que los cinco estudios presentados están relacionados con el objetivo del trabajo, es importante señalar que la investigación de Niño & Raad (2018) y la de Silva (2017), son los que más contribuyen desde el punto de vista teórico a este trabajo; la primera, en cuanto al objeto matemático la fracción como relación parte-todo en contextos continuos y discretos, a partir de la implementación de una secuencia didáctica y la segunda debido que toma como referente principal la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau que es también el referente fundamental que se aborda en esta propuesta.

CAPÍTULO II.

MARCO TEÓRICO

En el siguiente capítulo se presentan algunos elementos que fundamentan el desarrollo de esta propuesta. Esto se hará considerando tres referentes: el didáctico, matemático, y curricular. En el referente didáctico, se presenta un modelo para el abordaje de la Secuencia Didáctica diseñada, tomando como referencia la Teoría de Situaciones Didácticas propuestas por G. Brousseau. En el referente matemático se presentan aspectos que constituyen la fracción. En el referente curricular se abordan algunos elementos curriculares de los Lineamientos Curriculares, los Estándares Básicos de Competencias, Los Derechos Básicos de Aprendizaje y la Matriz de Referencia, MEN (2016) centrando la atención en el pensamiento numérico.

2.1 REFERENTE DIDÁCTICO

En el presente trabajo se plantea una propuesta para fortalecer el aprendizaje de la fracción como relación parte todo en contextos continuos y discreto en estudiantes de grado quinto de educación Básica Primaria teniendo en cuenta la Teoría de las Situaciones Didácticas de Gay Brousseau. Por consiguiente, en este referente se da a conocer una descripción general la cual se inicia mostrando que es la didáctica de las matemáticas y luego se presenta la teoría de la situación didáctica según lo planteado por Brousseau en el libro titulado: Iniciación al estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas', concepciones que se consideran pertinentes para la selección de algunos criterios fundamentales en el diseño de dicha propuesta.

2.1.1 Didáctica De Las Matemáticas

En el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, es fundamental identificar como las actividades didácticas, tratan el comportamiento cognitivo de los educandos y las diferentes situaciones utilizadas para la enseñanza de los diversos objetos matemáticos, generan la comunicación del saber. Por lo anterior, se hace necesario profundizar en los elementos y características en la que se basa la disciplina de la didáctica de las matemáticas.

Según Silva; (2017), la didáctica de las matemáticas es considerada una disciplina científica cuyo objeto de estudio son los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, teniendo en cuenta que, la problemática didáctica conlleva a proponer fundamentalmente los instrumentos conceptuales y estrategias metodológicas, que la investigación le aporta.

Algunos investigadores han desarrollado trabajos para aportar nuevas ideas y modelos epistemológicos sobre la educación matemática y estos muestran una visión particular del avance de la educación matemática en una didáctica antigua en la cual, el proceso de enseñanza de las matemáticas se considera un arte relacionado con la calidad del docente o el estudiante, principalmente en las destrezas mostradas por el profesor en su quehacer pedagógico.

Teniendo en cuenta la didáctica clásica con relación al proceso pedagógico del docente en el aula de clase este se interesa en identificar los conocimientos previos de los estudiantes, la motivación para el aprendizaje, las técnicas para solucionar problemas, el sistema de evaluación, entre otras. Lo más importante de esta didáctica es que utiliza otras disciplinas en la explicación de su quehacer.

Investigadores como Piaget, Vygotsky, Bruner y Gascón (1998), entre otros afirman la existencia de dos enfoques: Uno centrado en el aprendizaje del alumno, con conceptos por ejemplo como el de "aprendizaje significativo" (Ausubel, 1968) en donde el objetivo de la investigación es esencialmente referido a cuál es el conocimiento matemático y otro a la didáctica fundamental que constituiría la misma escuela francesa.

Brousseau (1990) explica la didáctica planteándola en términos de acepciones como el arte de enseñar en general; como un conjunto de técnicas Brousseau (2007) pag.49 para enseñar, en una descripción y estudio de la actividad de enseñanza en el marco de una disciplina científica de **referencia**, las cuales se ven como complementarias con una nueva visión de la ciencia, la comunicación de los conocimientos y sus transformaciones, sus difusiones y las actividades relacionadas con facilitar estas operaciones, dándole un carácter específico con un punto de partida que son las matemáticas; en la cual la didáctica matemática francesa establece nuevos conceptos teniendo como ejemplo el de situación didáctica que formulada por Brousseau, define el conocimiento matemático como situación fundamental en los años 70 y como una teoría más desarrollada en 1994 donde sus aproximaciones detallan los elementos que hacen parte del sistema didáctico, los fenómenos que suceden en dicho sistema, los factores internos y externos que lo nutren y las respuestas del sistema a tales factores externos como situación didáctica.

2.1.2 Teoría de las Situaciones Didácticas

Hablar de la Teoría de las Situaciones Didácticas, es ampliar el panorama que tradicionalmente se ha considerado en el proceso de enseñanza y aprendizaje en términos generales, no es mirar simplemente, cómo el estudiante adquiere ciertos contenidos suministrados por el docente para luego reproducirlos tal cual se le ha administrado, sino,

tener en cuenta otros elementos que implícitamente o explícitamente se dan durante este proceso, tales como el medio didáctico, el contexto, la interacción y participación de los estudiantes en la construcción del conocimiento y no ser simplemente unos receptores del mismo.

En este sentido, según Brousseau (2007), Hemos llamado situación a un modelo de interacción del sujeto con cierto medio que determina tener un conocimiento dado, como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio, un estado favorable. Algunas de estas “situaciones” requieren de la adquisición “anterior” de todo los conocimientos y esquemas necesarios, pero hay otras que no ofrecen una posibilidad al sujeto para construir por si mismo un conocimiento nuevo en un proceso “genético”. Brousseau (1999). **Así mismo, siendo una situación didáctica**, implica tener presente todo el entorno del estudiante, incluyendo al docente, quién le proporciona el medio material y las condiciones necesarias para que el estudiante desarrolle la situación. Cabe resaltar, que la intervención del docente durante este proceso, no necesariamente debe ser **directa**, el sujeto, a partir las instrucciones presentadas en la situación puede emprender solo el camino en la construcción de su conocimiento.

Dentro de la situación didáctica, podemos encontrar dos elementos fundamentales que se deben tener presente durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, los cuales son: situación a-didáctica, que aunque suene contradictoria a la situación didáctica juega un papel esencial en la construcción del conocimiento matemático; y por otro lado, el contrato didáctico, sin el cual, es imposible que haya una correcta interacción entre los sujetos participantes en la situación didáctica, y se debe definir, en el primer momento de la enseñanza.

- **Situación a-didáctica**

En esta situación, el docente le plantea al estudiante un problema que se asemeje a situaciones de la vida real que podrá abordar a través de sus conocimientos previos, y que le permitirán generar, además, hipótesis y conjeturas que asemejan el trabajo que se realiza en una comunidad científica. Es decir, no hay una intervención directa del docente, es el estudiante, que poniendo en juego sus conocimientos previos, técnicas y habilidades para enfrentar la situación, genera ciertas estrategias para dar solución a la misma, con el objetivo de institucionalizar el saber adquirido de acuerdo con las interacciones entre sus compañeros y docente.

En contraste de esta situación y la situación didáctica, la (situación a-didáctica) se puede decir que la interacción entre los sujetos de la situación didáctica acontece en el medio didáctico que el docente elabora para que se lleve a cabo la construcción del conocimiento y pueda el estudiante, a su vez, afrontar aquellos problemas inscritos en esta dinámica sin la participación del docente.

Finalmente, se podría decir, El término de situación a-didáctica designa toda situación que, por una parte, no puede ser dominada de manera conveniente sin la puesta en práctica de los conocimientos o del saber que se pretende y que, por la otra, sanciona las decisiones que toma el alumno (buenas o malas) sin intervención del maestro en lo concerniente al saber que se pone en juego.” Brousseau (1986).

- **El contrato didáctico**

En una situación de enseñanza, preparada y realizada por el docente, el estudiante generalmente tiene como tarea la de resolver un problema por él presentado, pero el acceso a esta tarea se hace a través de una interpretación de la pregunta puesta, de las informaciones dadas, de las exigencias impuestas que son constantes de la forma de enseñar del docente. Estos hábitos que el docente espera del estudiante y viceversa, constituyen el contrato didáctico (Brousseau, 1986).

En síntesis, se podría decir que el contrato didáctico se refiere a las condiciones establecidas desde el inicio por el docente para la presentación y desarrollo de una situación las cuales el estudiante debe conocer. En este sentido, las reglas deben estar bien definidas y puestas en conocimiento cuando se propone la situación problema en cuestión.

2.1.3 Tipos De Situaciones Didácticas

La enseñanza de las matemáticas está mediada por una serie de elementos fundamentales; algunos propios de la disciplina como definiciones, fórmulas, operaciones, representaciones y otras relacionadas con los actores y medios en el proceso (docente, alumnos, ejercicios y problemas matemáticos) elementos que influyen directamente y propician las condiciones para trabajar en matemáticas.

Es tradicional que, en el ámbito educativo, el docente presente y proponga los elementos y condiciones para el desarrollo de las clases. Sin embargo, es común ver en la actualidad cómo cambian los agentes que pueden aportar para el aprendizaje del individuo, es decir, ya no ver al docente como único ser que posee la información, sino que hay un

acceso libre a ésta y lo importante es cómo se comunica, se relaciona, se comparte y se sintetizan tales informaciones.

Considerando entonces que la Teoría de las Situaciones Didácticas según Brousseau (2007), es el estudio de las condiciones en las cuales se constituyen los conocimientos matemáticos esta permite optimizar los procesos de adquisición del conocimiento, es importante analizar las situaciones que se producen en este proceso. (acción, formulación, validación e institucionalización).

En general Brousseau (2007), distingue cuatro procesos (situaciones) que son inherentes a una situación didáctica cuando hay una intención y un propósito explícito de que alguien aprenda algo:

Acción: Es la interacción que se genera entre el alumno y el medio, entendiéndose el medio (problema, ejercicio, acertijo, etc.) como ese algo a lo que el alumno se enfrenta y que intenta dar solución.

La situación acción implica la exploración y puesta en práctica de un conjunto de estrategias construidas a medida que aumenta la experiencia con dicho medio. Es decir, el sujeto elige una alternativa entre varias opciones, la pone en juego y analiza los resultados entre los posibles.

Así pues, la acción en el aula de clase se presenta cuando el docente propone la situación problema, con la intención de enseñar un concepto en particular y el estudiante lee el problema, recuerda otros conceptos, busca una estrategia, la aplica, verifica si funciona; y si no, busca otra ruta hasta que pueda resolver el problema.

Formulación: Se refiere a la comunicación de información entre los estudiantes en función del medio, con el objetivo de establecer la estrategia más pertinente para la solución del mismo. Esta situación implica un cambio en el lenguaje habitual de los participantes puesto que cada uno posee una estrategia y deberán precisar lo que realmente se quiere comunicar.

En este caso, el estudiante tiene la posibilidad de comparar procesos, comentar su estrategia con otros compañeros de tal manera que en la interacción por grupos todos tendrán la posibilidad de argumentar el método utilizado para resolver el problema y exponer los recursos utilizados, fórmulas, teoremas o razonamientos.

Validación: Consiste en la intención de convencer al otro sobre una posición (estrategia, solución, heurística) particular de múltiples posibles. Esta situación implica dar las razones, poner a prueba, justificar y demostrar de manera que se establezcan acuerdos sobre la verdad o falsedad de la misma.

En este caso, después que cada uno enuncie su estrategia, no existe un “informante” y un “receptor” como “proponente” y “oponente” pues se supone que todos poseen las mismas informaciones necesarias para tratar la cuestión (Brousseau, 2007). Aquí se pueden generar fuertes discusiones sobre la forma más adecuada con la que se deba abordar el problema, pero, lo más importante es como cada uno cambia su perspectiva para analizar los procesos de sus compañeros y puedan llegar a un único método de solución.

Así, luego de convencer a través del discurso, explicación o procedimiento, se llega a un consenso entre los participantes. Es decir, se obtiene la solución más eficaz y pertinente que les permita concretar la solución del problema.

Institucionalización: Significa establecer los convenios socialmente aceptados producto de las interacciones entre el medio (enfrentarse a la situación), las estrategias vinculadas con el medio (formulación) y las discusiones de validación.

Lo anterior implica que todos los alumnos después de un común acuerdo, tengan similares significaciones sobre cómo se genera la solución del medio. En general, después de que el estudiante trabaje con el medio, determine una forma conveniente de afrontar este, lo comunique ante los demás y muestre si funciona o no, aparece la necesidad por parte del docente de construir la relación entre lo que encontró el niño como posible solución, las herramientas que se usaron (fórmulas, teoremas, definiciones) con lo que muestra los estudios formales sobre el objeto al cual se puede hacer referencia en el medio.

En este sentido, el rol del docente es encontrar la vinculación directa entre lo que dice la teoría con lo expuesto por los estudiantes en cada intervención, de manera que pueda extraer lo que verdaderamente sea importante para consolidar el concepto inmerso en la situación problema.

Cada uno de los elementos nombrados anteriormente constituye el foco en la enseñanza según la Teoría de las Situaciones Didácticas pues la acción, la formulación, la validación cultural y la institucionalización parecen construir un orden razonable para la construcción de los saberes. Este orden suele ser observado en la génesis histórica de las nociones donde vemos sucederse formas *protomatematicas* y *paramatematicas* que precede a las formas matemáticas propiamente dichas. Dicho orden parece oponerse aquél donde los saberes son primero reorganizados en discurso comunicable según el destinatario y luego solamente “aplicados” a situaciones personales convertidos en decisiones. En realidad, no

hay una ley general que califique o descalifique uno u otro de estos procesos si no que hay que examinar las propiedades de cada uno. (Brousseau, 2007, p. 30)

En definitiva, los tipos de situaciones didácticas juegan un papel importante debido que posibilitan ciertos procesos que son esenciales en la actividad matemática además de promover la comunicación y discusión entre los participantes lo cual enriquece y genera diversidad de opciones cuando se intenta lograr la apropiación de saberes. Al mismo tiempo, no se reduce la enseñanza a sucesiones de aprendizaje, sino que ayuda a reestructurar conceptos, saberes, afianzar procesos que los estudiantes han adoptado, pero ahora en un modo formal y aceptado.

2.2 REFERENTE CURRICULAR

Los referentes de calidad, establecido por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), son orientaciones que permiten llevar a cabo los procesos educativos y pedagógicos en todas las instituciones del país; en ellos se presentan pautas claras sobre los aprendizajes y saberes básicos que deben alcanzar los educandos de acuerdo con su nivel de escolaridad.

Pérez & Viloria (2018) y Niño y Raad (2018)

Teniendo en cuenta lo anterior, en el desarrollo de esta propuesta es fundamental realizar una descripción del proceso de enseñanza de las matemáticas de acuerdo con los siguientes referentes de calidad: la Ley General de Educación del año 1994, los Lineamientos curriculares en matemáticas del año 1998, los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas del año 2006, la Matriz de Referencia del año 2015 y los Derechos Básicos de Aprendizaje del año 2016.

- **Ley general de educación**

La Ley general de educación, plantea que todo individuo tiene la oportunidad de recibir un proceso de formación integral, y que dicho proceso debe ser constante, personal, cultural y social; lo cual se fundamenta en los principios de constitucionales sobre los derechos a la educación que tiene todo ser humano, en la libertad de enseñanza, aprendizaje, investigación y cátedra y en su carácter de servicio público (Ley 115, 1994).

Por a lo anterior, se establece la relación entre este trabajo y lo descrito en el artículo 5° de la Ley 115 y el artículo 67 de la Constitución Política Colombiana (1991), sobre los fines de la educación, específicamente el literal 9, que permite el desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico nacional, orientado con prioridad al mejoramiento cultural y de la calidad en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas y al progreso social y económico del país (Nacional M. d, 1998); lo que quiere decir que el individuo se educa no solo para su proyecto de vida sino para la transformación de la comunidad en la cual está inmerso. También, es importante tener en cuenta la tercera sesión artículo 21°, con respecto a los objetivos específicos de la educación para el nivel de Básica Primaria de 1° a 5°, el literal “e” **plante** que lo fundamental para el estudiante de este nivel es el desarrollo de los conocimientos matemáticos básicos en la utilización de cálculos y procedimientos lógicos en la solución de problemas, que permitan fortalecer su proceso de aprendizaje.

- **Lineamientos curriculares**

Este referente curricular tiene como propósito, facilitar, fomentar y orientar los procesos curriculares en los diferentes planteles educativos del país, haciendo énfasis en el objetivo de la enseñanza de las matemáticas cuando plantea lo siguiente: “El aprendizaje de

las matemáticas debe posibilitar al alumno la aplicación de sus conocimientos fuera del ámbito escolar, donde debe tomar decisiones, enfrentarse y adaptarse a situaciones nuevas, exponer sus opiniones y ser receptivo a las de los demás” (p. 18). Lo que permitió crear un currículo bajo tres aspectos fundamentales: el primero conocido como procesos generales, el segundo denominados procesos básicos y el tercero es el contexto. Este documento da orientaciones sobre cómo se debe llevar a cabo el proceso matemático especialmente en el proceso de formulación y solución de problemas, entre los cuales se plantea el siguiente: “Desarrollar habilidad para comunicarse matemáticamente: expresar ideas, interpretar y evaluar, representar, usar consistentemente los diferentes tipos de lenguaje, describir relaciones y modelar situaciones cotidianas” (**Lineamientos curriculares para el área de matemáticas, 1998, p. 53**).

- **Estándares básicos de competencias en matemáticas**

En este documento, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) propone que la formación integral del individuo específicamente en el área de matemáticas, debe ser un proceso de aprendizaje por competencias basado en los cinco procesos generales de la actividad matemática, descritos en los Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas, donde el pensamiento matemático tiene como propósito con la función de los diferentes pensamientos (numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional) el desarrollo del pensamiento lógico; el cual es fundamental para que los seres humanos resuelvan situaciones de globalización en la educación, la cultura y la sociedad.

Por lo anterior, en los Estándares Básicos de Competencias para los grados cuarto y quinto, específicamente En el pensamiento numérico y sistemas numéricos, en los estándares que

apoya a este trabajo, “Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte-todo, cociente, razones y proporciones” (p.82); como uno de los saberes u objeto matemático **fundamentales el cual**, todo educando de tener dominio al finalizar el grado quinto.

- **Matriz de referencia.**

En la matriz de referencia se pueden evidenciar los aprendizajes que el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) evalúa en la prueba Saber en las diferentes áreas. Allí se muestran las competencias y evidencias que los estudiantes logren alcanzar, con el propósito de que el plantel educativo pueda identificar los aprendizajes esperados en los grados tercero, quinto, séptimo y noveno.

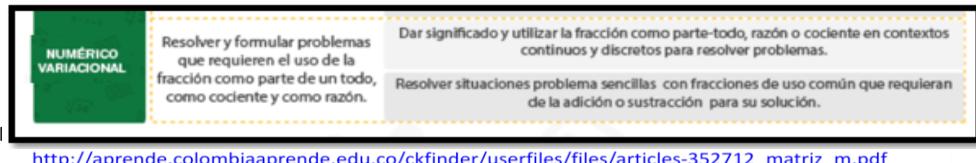
Para efectos de este trabajo que está centrado en estudiantes de quintos grado, en la siguiente ilustración se muestra las competencias y evidencias que deben alcanzar los estudiantes en el componente numérico variacional:

Ilustración 4: Matriz de referencia (2015). Matemática grado quinto.

| COMPETENCIA COMPONENTE | APRENDIZAJE | COMUNICACIÓN | |
|---------------------------|---|---|--|
| | | EVIDENCIA | |
| | Reconocer e interpretar números naturales y fracciones en diferentes contextos. | <ul style="list-style-type: none"> Establecer el número de elementos de un conjunto. Asignar un valor numérico a la medida de una magnitud. Reconocer que el valor numérico cambia cuando cambia la unidad de medida. Establecer relaciones entre dos o más medidas. Reconocer la fracción como parte-todo, como cociente y como razón. Ordenar números utilizando la recta numérica. | |
| | Reconocer diferentes representaciones de un mismo número (natural o fracción) y hacer traducciones entre ellas. | <ul style="list-style-type: none"> Representar gráficamente las fracciones en contextos continuos y discretos. Representar icónicamente números racionales positivos. Utilizar el lenguaje natural y la representación numérica para enunciar una fracción. | |

Matriz de referencia (2015). Matemáticas. Colombiaaprende.edu.co. Recuperado de http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/articles-352712_matriz_m.pdf

De la misma manera, en la siguiente imagen se puede observar la competencia y evidencia el componente de resolución para grado quinto, el cual plantea:



- **Derechos básicos de Aprendizaje**

Este documento muestra los aprendizajes de las áreas básicas para cada uno de los diferentes grados de educación básica y media y está organizado guardando coherencia con Lineamientos curriculares y Estándares Básicos de Competencias. En este se proponen herramientas fundamentales para construir las guías de enseñanza que fortalezcan el aprendizaje escolar año a año, para que al finalizar este proceso los estudiantes alcancen los saberes mínimos establecidos en los estándares básicos de competencia por conjunto de grado. (MEN, 2016).

Para la enseñanza de las fracciones en grado quinto, el documento de los DBA se plantea el siguiente aprendizaje: “Interpreta y utiliza los números naturales y racionales en su representación fraccionaria para formular y resolver problemas aditivos, multiplicativos y que involucren operaciones de potenciación” (p. 45).

Por lo anterior, con esto **referentes legales** aquí citados, se puede decir con relación al tema de las fracciones que, a pesar de ser presentados en diferentes **momentos de la educación en Colombia**, están relacionados entre sí y realizan un aporte a la adquisición de saberes en la escuela. Su progresión demuestra la preocupación existente por generar concordancia y búsqueda de calidad educativa.

Finalmente, es fundamental para el desarrollo de este trabajo tener en cuenta los elementos mencionados en cada uno de los apartados anteriores, para el diseño de cada una de las situaciones que se abordó con el fin de fortalecer el aprendizaje de la fracción como relación parte todo con estudiantes de educación Básica Primaria de quinto grado.

2.3 REFERENTE MATEMÁTICO

Lograr que el estudiante comprenda el concepto y las diferentes representaciones del número fraccionario, debe ser una preocupación esencial durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación primaria, **teniendo en cuenta que las fracciones representan una proporción considerable de la noción que tienen los niños de los números, al tiempo que les permite ampliar su conocimiento de los sistemas numéricos a medida que va avanzando en su proceso de formación académica.**

Por lo anterior, en este referente se presenta el componente matemático que sustenta este trabajo, **haciendo un recorrido histórico del concepto de fracción en términos generales, para luego, proponer una definición del mismo con sus respectivas interpretaciones haciendo énfasis en la fracción como relación parte todo en la educación primaria que es el enfoque de esta propuesta de investigación.**

2.3.1 Historia De Los Fraccionarios

Conocer los procesos históricos de los objetos matemáticos proporcionan herramientas que permiten reconocer la producción, apropiación de los saberes en ámbito social e individual, de tal forma que tanto el profesor como el estudiante tengan conciencia del funcionamiento y técnicas matemáticas como de la investigación matemática, y a su vez, le permita al docente, comprender que en muchas ocasiones las dificultades que presentan los estudiantes a la hora de enfrentarse a una temática en particular, quizás no es por falta de

atención o problemas cognitivos sino más bien, se adjudica a dificultades intrínsecas del concepto, teniendo en cuenta que su consolidación no fue un proceso sencillo e inmediato, sino que se ha requerido de mucho tiempo (Recalde, 2018).

En este sentido, se presenta algunos elementos históricos relacionados al concepto de las fracciones y sus distintas transformaciones, apoyados en un trabajo realizado por Niño y Raad (2018), en donde se hace un rastreo general desde la cultura egipcia, los babilonios-sumerios y asirios, la matemática griega, algunos aportes de los **chinos es hindúes; pasado por los árabes hasta llegar a Europa.**

Los egipcios (3.000 a.C.), utilizaron un sistema de numeración aditivo y elaboraron una forma de escribir la fracción en dicho sistema. Este sistema era un sistema pictográfico-jeroglífico. Además, lo interesante de la matemática egipcia era que ellos no utilizaban todas las fracciones, toda fracción la expresaban como una suma de fracciones unitarias y su escritura no era como se conoce hoy. La siguiente imagen muestra un ejemplo de la forma como los egipcios representaban las fracciones.

$$| = 1, \cap = 10, \circ = 100$$

$$\text{---} = \frac{1}{3} \quad \text{---} = \frac{1}{5}$$

$$\text{---} = \frac{1}{21} \quad \text{---} = \frac{1}{102}$$

Figura 1.

Es importante tener en cuenta que una fracción unitaria es una fracción cuyo denominador es cualquier número entero y el numerador es siempre la unidad. Los egipcios

toda fracción la expresaban como suma de fracciones unitarias y nunca repetían una fracción, ya que consideraban que una fracción era única.

Los babilonios (1500 a.C.), con ellos, se encuentran los primeros elementos de un sistema de notación posicional. Los babilonios utilizaron este sistema con base 60, y lo utilizaron para hacer muchos cálculos. Hay muchas especulaciones acerca del porqué los babilonios escogieron el número 60 para sus operaciones, al parecer por ser un número relativamente pequeño que tiene varios divisores. Este sistema de numeración posicional y de base 60, les permitió a los babilonios realizar un gran número de cálculos, lo cual se registra en muchos documentos conservados. En cuanto a las fracciones los babilonios interpretaban la expresión $\frac{a}{b}$ como: **a** multiplicado por el recíproco de **b**. Interpretación que se conserva y maneja hoy en día.

La civilización griega (200 a.C.), en el área de los sistemas de numeración y las operaciones numéricas, no hubo avances como los encontrados en la geometría. Los griegos usaban las letras del alfabeto como numerales. No desarrollaron un sistema posicional y hubo uso excesivo de símbolos -hasta 27-. El historiador alemán de las matemáticas, Georg Cantor, afirma que la falta de un sistema de numeración avanzado obstaculizó el desarrollo del álgebra por parte de los griegos. En este sentido, los griegos todos los cálculos los hacían de manera geométrica y utilizaban las fracciones sexagesimales de los babilonios expresando las fracciones con cierta similitud al manejo de hoy en día. Pero las fracciones decimales nunca fueron utilizadas por ellos; estas aparecieron en el renacimiento europeo y fueron introducidas de manera organizada en la escuela a través de los textos escolares en el siglo XVIII y XIX, es decir que su uso es relativamente reciente dentro de la historia de las matemáticas y de la enseñanza.

En la **antigua China (1200 d. C.)**, se destacó el hecho de que, en la división de fracciones, se exigía la previa reducción de estas a un común denominador. Los chinos conocían bien las operaciones con fracciones ordinarias, hasta el punto de hallar el mínimo común denominador de varias fracciones. Algunas veces adoptaron ciertas tretas de carácter decimal para facilitar la manipulación de las fracciones. Llamaron al numerador “hijo” y al denominador “madre”.

Con los **hindúes (499 d. C.)**, en su libro *Mahariva*, recopilaron el saber matemático de su época y se exponen todos los conocimientos de forma sencilla y educativa. Allí se encuentra la indicación de cómo hallar la incógnita x en la igualdad de relaciones ($x = b \cdot c / a$). Además, establecieron reglas para efectuar operaciones con fracciones. Las reglas que en la actualidad se emplean al operar con fracciones están basadas en las obras de *Mahavira* del siglo IX y de *Bháskar* del siglo XII.

Con los **árabes (830 d. C.)**, se encuentra que el sistema numérico actual -llamado arábigo- no fue inventado por ellos, sino que su papel consistió en copiarlo de los hindúes e introducirlo a Europa. También introdujeron el uso de la línea horizontal y vertical, para simbolizar la fracción como por ejemplo $\frac{1}{5}$ y $1/5$. Finalmente, el **medioevo (1202 d.C.)**, según Fandiño (2009): “las reglas de las operaciones sobre las fracciones, encuentra máximos comunes denominadores entre fracciones, transforma las fracciones en suma de fracciones con numerador 1, resuelve las ecuaciones encontrando raíces enteras, racionales e irracionales, usa las fracciones sexagesimales, etc.” (p. 70)

De esta forma, se podría decir que, al paso del tiempo, cada civilización realizó un aporte significativo con respecto a la construcción de las fracciones hasta poder llegar a la

forma que hoy se presentan y se usan en los centros educativos. Además, es importante señalar que a pesar que desde hace mucho tiempo se ha venido usando las fracciones en diferentes formas dependiendo la cultura, aún se encuentran dificultades en los estudiantes en el proceso de aprendizaje de las mismas. De allí la importancia de reconocer este proceso histórico ligado a la formalización de este concepto.

2.3.2 Definición Del Número Fraccionario

Existen muchas definiciones con relación a las fracciones, siendo esta temática interés de estudio por muchos investigadores, pues es un objeto matemático del cual se requiere una buena y correcta interpretación desde sus primeros encuentros durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, teniendo en cuenta que, este proporciona herramientas fundamentales en el trabajo con otros conjuntos numéricos como es el caso de los números racionales del cual hace parte, y que a su vez, genera dificultad en muchos estudiantes cuando tienen que operar con ellos.

En este sentido, para la definición de los fraccionarios y sus diferentes interpretaciones, se ha tomado como referente el trabajo de Fandiño (2009) de acuerdo con la relación que presenta de este concepto con su enseñanza y aprendizaje

Antes de **definir** el concepto de fracción es pertinente recordar que las fracciones representan un subconjunto de los números racionales, que aunque en la educación primaria específicamente en grado quinto no se trabaja con este conjunto numérico en su totalidad, es importante que el docente lo reconozca, de tal forma que le permita manejar un buen discurso en el aula de clase que le posibilite al estudiante tener un visión amplia de lo que representan las fracciones dependiendo el contexto (numérico) en el que se está trabajando a medida que se avanza en su enseñanza.

De acuerdo con lo anterior, Pujadas y Eguílez (2000) plantean que un número racional representa un conjunto de fracciones equivalentes. Lo que permite afirmar que las fracciones son representaciones de los números racionales, teniendo en cuenta que éstos también pueden representarse de forma decimal, ampliando así el panorama de la relación entre los números fraccionarios y los racionales. En términos generales, los mismos autores, afirman que el conjunto de los números racionales está formado por todos los números enteros y las fracciones, representados por la letra Q . Lo anterior se podría sintetizar en la siguiente expresión:

$$Q = \mathbb{Z} \cup \text{fracionarios}$$

Además de lo anterior, es importante señalar que los racionales al expresarse de la forma $\frac{a}{b}$ con $b \neq 0$, permite visualizar una vez más su relación con los fraccionarios en cuanto a su representación.

En esta misma dirección, se presentan algunas definiciones del término fracción de manera general y luego se hace énfasis del concepto en relación al ámbito escolar.

Fracción: Esta palabra “deriva del término latino *fractio*, que significa, *parte obtenida rompiendo*, es decir *romper*” (Fandiño, 2009, p.37). Hay que recordar que esta palabra se viene usando desde muchos siglos, como se pudo evidenciar en el apartado histórico del mismo. Ahora, definir la fracción solo como un rompimiento o partición, no tiene mucho significado en educación matemática si no se asocia a la acción de romper, pero en partes iguales, llevándolo a un contexto educativo (Fandiño, 2009).

Para Martín & Sosa (2013), la palabra fraccionario es el primer término asociado a los números racionales que aparece en la historia. Los mismos autores mencionan que el

nombre de fracción nace en el libro de aritmética de “Al-Huwarizmi” quien usaba la palabra árabe “al-kasr”, que significa quebrar o romper, y fue Juan de Luna quien lo tradujo al latín como “Fractio”. Así mismo, se puede observar que a través de la historia se encuentran diferentes tipos de fracciones, entendidas hoy en día como representaciones de números racionales, a partir de dos números naturales ubicados de cierta manera, los cuales corresponden a lo que actualmente conocemos como numerador y denominador.

2.3.3 Interpretaciones De Las Fracciones

Como se mencionó en párrafos anteriores, a lo largo de la historia se ha dotado a las fracciones de diferentes interpretaciones entre las cuales se encuentran: la fracción como cociente, la fracción como relación, la fracción como medida y la fracción como parte de una unidad-todo continua o discreta. Para este caso, de acuerdo con el enfoque del trabajo se presentará de forma general algunos aspectos de los tipos de fracciones mencionadas anteriormente, haciendo énfasis en la fracción como relación parte-todo en contextos continuos y discretos. Las definiciones mencionadas a continuación son planteadas por Fandiño (2009).

- **La fracción como cociente:**

La escritura $\frac{b}{a}$ fue propuesta en precedencia en los términos de parte/todo: dada una unidad, dividirla en b partes (iguales, congruentes, que puedan sobreponerse, consideradas en últimas intercambiables) y tomar a; la unidad de partida podía ser continua, y por lo tanto producir pocos problemas; o también podía ser discreta, es decir un conjunto de c elementos, y por lo tanto producir problemas de “compatibilidad” entre b y c. Pero es posible ver la fracción $\frac{b}{a}$ como una división no necesariamente efectuada sino simplemente indicada: $a \div$

b ; en este caso la interpretación más intuitiva no es la parte/todo, sino la siguiente: tenemos a objetos y los dividimos en b partes.

En ocasiones, la operación de división indicada $\frac{b}{a}$ es también efectuada; por ejemplo, $\frac{3}{5}$ puede indicar una fracción parte/todo, una división indicada (3 objetos para distribuir entre 5 personas) pero también el cociente 0,6 si tal división es efectuada. Sólo que la escritura 0,6 no produce ya el efecto operatorio que producía la fracción $\frac{3}{5}$ que la originó, esto es, por lo menos, dos sentidos distintos ($\frac{1}{5}$ tres veces, o 3 objetos de distribuir en 5 personas). Parece entonces evidente que la misma escritura $\frac{3}{5}$ está indicando situaciones que, a los ojos de quien aprende, puede tener interpretaciones muy distintas.

- **La fracción como relación:**

A veces la fracción $\frac{b}{a}$ se usa explícitamente para indicar la relación entre a y b y entonces se escribe $a: b$; el signo “:” sustituye “-” no tanto y no sólo indicando la operación de división (indicada solamente o por efectuar) sino también al hacer explícito un sentido de relación entre dos magnitudes que están entre ellas como a está a b .

Así, si tenemos un segmento AB de 20 cm de largo y uno CD de 25, el primero son los $\frac{4}{5}$ del segundo, lo que puede escribirse: $AB = \frac{4}{5} CD$ o bien $AB: CD = 4:5$. La escritura 4:5 indica la relación entre las longitudes de los dos segmentos.

- **La fracción como medida:**

Sobre las botellas de vino con frecuencia se lee $0,75l$, que indica una cantidad, una medida, en la unidad decimal *litro*. Cualquier persona está en capacidad de entender que se trata de $\frac{3}{4}$ de un litro. Sin embargo, ¿se trata de una fracción en el sentido primitivo (**una unidad-todo dividida en 4 partes iguales de las cuales se tomaron 3**) o simplemente de un número para expresar una cantidad? Una cosa es tener una botella graduada de 1 litro y decidir llenar los $\frac{3}{4}$ y otra bien distinta es tener *una* botella de vino que *ya* tiene como medida $0,75l$.

Decidimos comprar 2 lápices que cuestan $0,75\text{€}$ cada uno. Es difícil pensar en transformar este $0,75$ en $\frac{3}{4}$ de 1€ , y sin embargo es así. El gasto será de $1,5\text{€}$, sin necesidad de recurrir a las fracciones que complicarían inútilmente la cuestión.

La cantidad de vino en la botella y el costo de un lápiz son medidas; a veces tiene sentido pensarlas como números racionales, a veces como fracciones, pero en ningún caso es necesario o conviene hacer referencia a la definición original de fracción. Es mucho más espontáneo un uso directo de la medida, así como viene indicada.

- **La fracción como parte-todo (continuo y discreto):**

Esta interpretación de la fracción corresponde a una parte esencial en la concepción de los fraccionarios, de hecho, esta definición es usada por muchos docentes para introducir esta temática en el aula de clase, es una tendencia que, al partir la unidad en partes iguales, se tome una parte de ella, y se establece una relación implícita entre la representación gráfica y la representación matemática. Por consiguiente, es importante que el docente tenga una definición clara de este concepto y así generar un aprendizaje significativo a los estudiantes

sin que genere un obstáculo epistemológico más adelante. De esta forma, miremos lo que plantea **Fandiño**:

Al considerar la fracción como una relación parte- todo, se debe tener en cuenta que hay una gran diferencia dependiendo de si el “todo” (la unidad) está constituido por algo continuo o si está constituido por un conjunto discreto. *Si el todo es una unidad continua* (la superficie de un rectángulo o una pizza o una torta, la longitud de un segmento, el volumen de un cuerpo, etc.), hallar los $a b$ -ésimos (es decir hallar la fracción $\frac{a}{b}$) puede hacerse siempre (teóricamente: porque hallar realmente los $\frac{423}{874}$ de una pizza sería concretamente imposible).

Pierde sentido el caso en el que $a > b$, las llamadas *Fracciones impropias*, para las cuales la definición (dividir la unidad en b partes *iguales* y tomar a partes) pierde su significado intuitivo: ¿cómo se hace en efecto, para dividir una unidad en cuatro partes y tomar cinco? Hay quien responde que, en tal caso, no hay una sola pizza, sino dos; pero entonces ¿la unidad es *la pizza* o son *las pizzas*? Una situación como ésta puede generar confusión. A veces la unidad es uno, a veces es más de uno; en el caso de las fracciones impropias, las pizzas son dos, pero la unidad es una.

Según Fandiño (2009). Si el todo es una unidad discreta (12 personas o 12 canicas o 12 juguetes), sigue sin tener sentido la fracción impropia, pero hay más: incluso las fracciones propias están en riesgo; encontrar los $a b$ -ésimos depende de la relación entre 12 y b . Por ejemplo, se pueden hallar los $\frac{3}{4}$ de 12 personas (se trata de 9 personas), pero es imposible darle sentido concreto a los $\frac{3}{5}$, sería necesario entonces distinguir: dada una unidad-todo discreta, existen algunas fracciones que tienen un sentido concreto y otras que no lo tienen.

Hay más. Si queremos hallar los $\frac{6}{8}$ de 12 personas, a primera vista no se puede hacer debido a la imposibilidad de dividir 12 personas en 8 *partes*; pero un experto podría decir que la fracción $\frac{6}{8}$ se puede escribir en su forma equivalente $\frac{3}{4}$ haciendo posible hallar los $\frac{6}{8}$ de 12.

Pero esta transición da por hecho un argumento que está en proceso de construcción; con frecuencia las construcciones de los dos conocimientos (fracción propia de un conjunto discreto y fracciones llamadas equivalentes) se sobreponen; el maestro cree poder basar un conocimiento sobre el otro, mientras el estudiante está construyendo los dos conocimientos contemporáneamente. Y esta sobre posición crea muchos problemas.

Es importante hacer notar otras dos incongruencias: La primera se refiere al término *igual*; si queremos tomar los $3/4$ de 12 personas, ¿qué significa dividir las 12 personas en 4 partes *iguales*? ¿A qué se refiere esta *igualdad*? ¿Se está hablando del peso, de la altura, de la inteligencia..., o simplemente del número? Si hace referencia únicamente al número, este caso no tiene comparación en el caso de los ejemplos continuos... y sobre todo no tiene fundamento alguno la supuesta solicitud de que las partes sean *iguales*. La referencia a lo concreto (las personas) sirve sólo de obstáculo: estoy tomando una fracción del número 12, no de 12 personas.

La segunda hace referencia a la relación de “equivalencia” entre $\frac{3}{4}$ y $\frac{6}{8}$ por lo general se deja llevar y se prosigue con la enumeración de fracciones “equivalentes”: $\frac{12}{16}, \frac{9}{12}, \frac{30}{40}, \frac{45}{60}$ y se termina diciendo: “y así sucesivamente hasta el infinito...”. ¿Hasta el infinito? Si tenemos 12 personas o cualquier otra agrupación finita ¡no tiene sentido! Una cosa es hacer

afirmaciones puramente teóricas cuando se ha construido el *concepto*, y otra bien distinta es hacerlas en proceso de construcción conceptual.

En ambos casos, unidad continua o unidad discreta, es mejor resaltarlo en forma explícita, una vez asumida la definición recordada arriba no tienen sentido, desde un punto de vista lógico, las fracciones impropias o iguales a la unidad. Éstas necesitan una justificación específica, posible, por ejemplo, cuando la fracción finalmente se habrá transformado en un número y no será ya asimilada por el estudiante a una actividad concreta de partición de objetos o de conjuntos.

En este sentido, se hace necesario que desde del aula de clase, el docente por medio diferentes situaciones problemas, permita que el estudiante pueda reconocer cuando la unidad representa un objeto o cuando un conjunto de objetos, al tiempo que, pueda entender que no siempre las representaciones tienen un sentido real de acuerdo con el contexto (discreto-continuo) que se esté trabajando, este le permitirá al estudiante a realizar una mejor interpretación de la fracción como parte todo independiente de una representación simbólica. Así mismo, a partir de este tipo de fracciones, el docente pueda ampliar el panorama para representación de otros tipos de fracciones como son las impropias, en donde no siempre la unidad vista como parte de un todo es suficiente para representar una situación en particular como por ejemplo $\frac{5}{2}$.

CAPÍTULO III.

DISEÑO METODOLOGICO

En este capítulo se presentan las fases para la construcción del trabajo de grado; en un primer momento se muestra el enfoque investigativo en cual se destacan cada una de las etapas para su desarrollo, seguido, se presenta una prueba diagnóstica siendo ésta la primera fase según el enfoque de la investigación, con un análisis *a priori* y *posteriori*, insumo para el segundo momento del trabajo. En la segunda parte, se propone una situación didáctica desarrollada de acuerdo con los resultados de la prueba diagnóstica con sus respectivos análisis. Finalmente, después de la fase de observación de los resultados y reflexiones de la situación en acción (aplicación de la situación), se propone una segunda-situación didáctica siendo esta una restructuración de la primera, de acuerdo con los resultados que se obtuvieron de la primera situación, con fin de alcanzar de forma satisfactoria el objetivo general planteado desde del inicio del proyecto.

3.1 ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN

Para desarrollar esta propuesta de enseñanza sobre las fracciones **el método** que se utilizará, será cualitativo; el cual, mediante un análisis preliminar basado en los resultados de una primera prueba de los procedimientos realizados por los estudiantes, sentará las bases para la elaboración del diseño de una Situación Didáctica, en la que influyen aspectos teóricos (la teoría de Situación Didáctica de Brousseau) y prácticos (los resultados el análisis preliminar).

3.1.1 La investigación en este trabajo

Partiendo de algunos elementos tomados de la investigación acción se propone una forma de trabajo particular para este proyecto a continuación se presentan dichos elementos y la formulación que se hizo de los mismos para el caso específico de este trabajo de grado.

La investigación acción permite mejorar el sistema educativo por medio de diversas estrategias sociales que requiera de solución y que sea afectado por un grupo **determinado** **Según Kemmis (1984)** la investigación acción no solo se constituye como ciencia práctica y moral, sino también como ciencia crítica. Para este autor la investigación acción es:

[..] una forma de indagación auto reflexiva realizado por quienes participan (profesorado, alumnado, o dirección, por ejemplo) en las situaciones sociales (incluyendo las educativas) para mejorar la racionalidad y la justicia de: a) sus propias prácticas sociales o educativas; b) su comprensión sobre las mismos; y c) las situaciones e instituciones en que estas prácticas se realizan (aulas o escuelas, por ejemplo). (p. 2)

Para Kemmis y McTaggart (1988), los principales beneficios de la investigación acción son la mejora de la práctica, la comprensión de la práctica y la mejora de la situación en la que tiene lugar la práctica. La investigación acción se propone mejorar la educación a través del cambio y aprender a partir de las consecuencias de los cambios.

En particular, en este trabajo se propuso recorrer una versión adaptada de la “Espiral retrospectiva” de Kemmis (1989). En el diagnóstico se implementó situaciones relacionadas con fracciones en representaciones gráficas con el propósito de identificar los acercamientos que habían tenido los estudiantes con el objeto de estudio, con lo que se esperaba una mirada particular de las relaciones que establecían los estudiantes cuando intentaban convertir

fracciones como parte todo de forma gráfica a numéricas. En general, se realizó un primer estudio para indagar sobre los aspectos estructurales y cognitivos del concepto matemático de nuestra investigación.

Ilustración 5: Espiral retrospectiva Adaptación del trabajo de Kemmis (1989).



En la Acción se llevó a cabo el diseño de una situación con alternativas didácticas para desarrollar habilidades en la comprensión, aplicación e interpretación de las fracciones en diferentes contextos.

En la observación, se revisó de manera crítica los elementos fundamentales de la teoría de las situaciones didácticas lo que permitió entender los procesos que deben estar inmersos en una situación para que pueda constituirse en términos de la misma teoría. Al mismo tiempo, se hizo una revisión sobre el concepto de fracción en general y cómo es posible abordarla en situaciones en las cuales “el todo” puede ser uno o varios elementos, y que además tengan sentido en el **contexto**.

Por otro lado, se revisaron los resultados anteriores, se examinó con sumo detalle las preguntas de la actividad inicial que permitieran tener una visión más amplia de los procesos que llevan a cabo los estudiantes cuando abordan problemas con fracciones y sus posibles razonamientos con situaciones discretas y continuas.

En la Reflexión, se propone un diseño de una Situación Didáctica que recoge partes de la anterior y articula de manera adecuada lo teórico con los resultados de la práctica.

3.1.2 Etapa del Diagnóstico

El diagnóstico se considera la primera etapa de la investigación acción, en esta se da el primer acercamiento a la problemática en estudio, con el propósito de verificar el estado en el cual se encuentran los participantes involucrados en la misma. Se aplicó una prueba diagnóstica para determinar cuáles eran los conocimientos previos que los estudiantes de grado quinto tenían con relación a las fracciones.

Con la información recolectada, se realizó un análisis de acuerdo con los errores y dificultades que los estudiantes presentaron al enfrentarse con el contenido de la prueba, específicamente en las representaciones (gráfica y numérica) de la fracción como relación parte todo, lo que luego permitió **realizar unas situaciones didácticas, con el objetivo de fortalecer las dificultades evidencias en los participantes durante la aplicación del diagnóstico.** La prueba contenía cuatro preguntas, todas enfocadas en el manejo de las representaciones gráficas y numéricas de este tipo de fracción.

Análisis a *priori* de la prueba Diagnóstica

El propósito de este análisis es prever los conocimientos que los estudiantes deben tener de la fracción, así como también los términos asociados a ésta, como, por ejemplo, partes iguales, equivalencia, parte de un todo, la unidad, entre otros, para poder desarrollar cada una de las actividades propuestas. Al tiempo que, determinar las posibles dificultades que se podrían presentar en los participantes al resolver la situación,

posiblemente por no recordar los conocimientos previos necesarios para enfrentar cada pregunta. En consecuencia, se presenta un análisis general de las preguntas de la prueba.

Pregunta 1: Con esta pregunta se busca que los estudiantes recuerden el concepto general de la fracción a partir de una representación gráfica, en donde la unidad se divide en partes iguales y tomar una parte de ella. La dificultad que se podría presentar es que el estudiante no tenga un concepto definido de fracción y, por lo tanto, escoja una de las figuras que no estén divididas en partes iguales, o a su vez no reconozca cuando una figura está divida en partes iguales.

La pregunta 2 y 3, tienen como propósito, observar si los estudiantes reconocen alguno de los términos relacionados al concepto de fracción como es el de equivalente y cómo lo aplican en situaciones particulares. También, determinar que tanto los estudiantes relacionan el significado de la fracción con situaciones de la vida cotidiana (pregunta 2). Estas dos preguntas, pueden presentar ciertas dificultades en los estudiantes en la realización siempre y cuando no haya una correcta interpretación de lo que significa dividir o repartir algo de forma equivalente.

En la **pregunta 4** se pretende que los estudiantes puedan reconocer las diferentes representaciones del número fraccionario en especial la representación bidimensional y unidimensional pueda establecer la equivalencia entre ellas. La dificultad que los estudiantes pueden tener es que no reconozcan la unidad y qué representa el numerador y el denominador en la representación gráfica de una fracción.

Finalmente, en la **pregunta 5** se pretende que los estudiantes puedan ubicar en la recta numérica cualquier cantidad fraccionaria teniendo en cuenta que es un contexto continuo.

3.1.3 Etapa de Acción

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica donde los estudiantes ponen a prueba sus conocimientos previos dando a conocer sus dificultades y errores, se realizó las actividades problemas respecto a las fracciones en diferentes contextos, encaminadas a superar dichos errores y dificultades, que se presentaron teniendo en cuenta lo **planteado desde la metodología de investigación acción**, para el desarrollo de sus habilidades.

Planteándose sesiones de diferentes actividades que permitan fortalecer el concepto de fracción mediante recursos a lápiz y papel; las cuales están basados en la teoría de Brousseau (2007). El cual parte de la necesidad de un modelo propio para la actividad matemática, como una situación problema a través de una “Situación fundamental”.

Tabla 9: Objetivos de la propuesta de Actividades didácticas la descripción y el diseño curricular de la actividad.

| Actividad | Objetivo | Descripción | Diseño curricular de la prueba |
|-----------|---|---|--|
| Uno | Identificar las fracciones en un con texto (De lo gráfico a lo numérico) | Cada estudiante recibe la actividad, que se llama construyendo mi casa, donde se habla de un terreno en el cual la parte A de este es la unidad, y se encuentra dividido en la sala, cocina y baño las cuales se encuentran representadas gráficamente y deberán representarla a expresión numérica | Comunicación (Aprendizaje) Reconoce diferentes representaciones de un mismo número (natural o fracción) y hace traducciones entre ellas |

| | | | |
|--------|--|--|--|
| Dos | Identificar las fracciones en un contexto (De lo numérico a lo gráfico) | Teniendo en cuenta la parte del terreno AB el estudiante debe tener en cuenta que cada una de las partes es la unidad en la cual debe trabajar y dividir en las partes dadas correspondientes | |
| Tres | Representación de una fracción en la recta numérica | Con base en las actividades anteriores el estudiante deberá ubicar en la cocina, la sala, patio y baño cada uno de los artículos para poder amueblar la casa. | Reconocer e interpretar números naturales y fraccionarios en diferentes contextos |
| Cuarto | Resolver Problemas que requieran el uso de las fracciones | En este problema el estudiante ya teniendo en cuna lo realizado en las preguntas anteriores, así podrá hacer uso de esos conocimientos para realizar y dar respuesta a las preguntas planteadas | Resolución (Aprendizaje) |
| | | | Resolver y formular problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un todo. |

3.1.4 Etapa de Observación

Para el desarrollo de esta etapa en primer lugar se realizó una revisión de los elementos propios de la teoría de las situaciones didácticas que permitieran identificar qué procesos **son pertinentes para abordar situaciones netamente didácticas que conlleven a los estudiantes a trabajar con las fracciones**. En primer lugar, se realizó una lectura detallada del concepto de situación didáctica, situación a-didáctica y el contrato didáctico. También se tuvo en cuenta los tipos de situaciones didácticas que se pueden presentar en el proceso de enseñanza y aprendizaje; **que formaran parte para el desarrollo de este trabajo**.

De otro lado, se analizó el concepto de fracción como parte de un todo, de tal forma que permitiera establecer maneras de presentar el objeto en diferentes contextos, desde lo continuo y lo discreto, pero que además tuviera sentido en cada una de las actividades a

desarrollar. La revisión consistió en verificar qué tipo de contextos son posibles abordar sin perder una orientación relacionada con el significado de la fracción como relación parte-todo.

Otro aspecto que se pudo observar es la metodología que muestra el análisis de los resultados obtenidos de la implementación de la actividad diagnóstica y la prueba inicial. Estos resultados se tuvieron en cuenta para el rediseño de la situación final. A partir de ello, resultó un proceso en espiral que incluye los procesos llevados a cabo durante la investigación.

Con respecto al rediseño de la situación inicial, se tuvo en cuenta el uso de situaciones del contexto de tal forma que permita evidenciar durante el proceso pedagógico lo planteado por Brousseau en la teoría de las situaciones didácticas. Por lo anterior, para la construcción de las nuevas situaciones se agregaron nuevos problemas, se organizaron las figuras y se construyeron preguntas orientadoras según la T.S.D.

3.1.5 Etapa de Reflexión

En esta etapa se presenta una situación problema final como resultado de las revisiones de la actividad inicial y el marco teórico. El rediseño de la situación inicial contiene dos situaciones: la casa de mis sueños y de celebración en mi nueva casa.

En la primera se presenta la construcción de una casa, en la que se van dividiendo los espacios para ser habitada y los estudiantes deben mostrar en diversas representaciones, las fracciones que se generan al separar los espacios principales de la casa. En la primera se busca el reconocimiento de la fracción como parte de un todo en contexto continuo. En la segunda se parte de lo continuo en la cual se intenta repartir una torta para los invitados a la

fiesta y finalmente se agrega un contexto discreto. La particularidad de la segunda situación se puede ver en la consideración de la unidad como conjunto de objetos. **En ésta se reparten conchas a los asistentes las cuales se dividen en grupos con la misma cantidad de objetos y los estudiantes al resolver la actividad, identificaran qué parte del todo le ha correspondido a cada uno.**

De acuerdo con lo propuesto en el marco teórico en relación con la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) se presenta el diseño de dos situaciones; estas se constituyen a partir de un problema de la vida cotidiana enfocado en la fracción como relación parte-todo, se ubican en contextos continuos y discretos, y hacen uso de distintas representaciones. Con estas situaciones se busca fortalecer en los estudiantes de grado quinto el concepto de fracción.

La situación 1, tiene como propósito que los estudiantes reconozcan la fracción como relación parte-todo en un contexto continuo, la unidad se divide en partes iguales a partir del cambio de la representación gráfica a numérica y viceversa.

En esta situación se presentan cinco actividades. La actividad 1 (se denominó: “Cumpliendo mi sueño”) se centra en la situación a-didáctica. Las preguntas que la constituyen están orientadas a la idea que tiene cada estudiante con respecto al problema planteado, no hay una intención particular del docente por enseñar algún concepto matemático, sino más bien que **el estudiante proponga soluciones a partir de sus conocimientos sobre el contexto.**

Las otras cuatro actividades están relacionadas con la situación didáctica, pues hay una relación entre el estudiante, el medio y el docente para la construcción del conocimiento matemático, en este caso en particular la fracción como relación parte-todo.

La actividad 2 “Construyendo mi casa” está compuesta por un enunciado y tres preguntas las cuales permitirán que los estudiantes durante el desarrollo y ejecución, identifiquen fracciones en una representación gráfica y lo asocien con un número fraccionario.

En relación a la **actividad 3**, “Embelliendo mi casa” se muestra una situación en la cual se pone en evidencia las estrategias utilizadas por uno de los personajes del problema para adornar la casa; luego presentan tres interrogantes, al igual que en la actividad dos se debe corresponder de lo gráfico a lo numérico, pero en este caso el estudiante debe anexar líneas a la figura para responder cada cuestión.

En la **actividad 4** llamada “Con la ayuda del arquitecto”, se muestra una situación en la cual se observa el uso de expresiones matemáticas tales como escrituras de números fraccionarios, igual que en las actividades anteriores presenta un enunciado y varios interrogantes en los cuales **los estudiantes teniendo cuenta sus conocimientos previos** en cuanto al objeto matemáticos propongan diversas soluciones.

Por último, en la **actividad 5** que tiene como nombre: “Adecuando mi casa” se solicita ubicar y reconocer objetos en un espacio particular de la casa en forma de recta numérica. Consta de dos interrogantes y será necesario que los estudiantes realicen divisiones en el espacio de cero a uno en la recta para ubicar la fracción donde quedará cada objeto.

En términos generales, los estudiantes de acuerdo con el problema planteado identificarán la unidad, en cuántas partes ha sido dividida y la cantidad que se ha tomado del total; lo anterior con el objetivo de expresar en forma numérica lo que representa cada una. En este caso, el estudiante se enfrenta a la situación y pone en juego todos los conocimientos y estrategias a su disposición para la solución del problema. La acción en este sentido corresponde a la puesta en marcha que hacen los estudiantes cuando se resuelve la situación e intentan formular las representaciones de las que se ha tomado de la unidad dividida en partes iguales. Luego cada estudiante, comunica las estrategias utilizadas a sus compañeros, con el propósito de establecer la estrategia más apropiada para dar solución al problema, siendo esta la situación de formulación y finalmente la validación e institucionalización, en donde con la intervención directa del docente y de acuerdo con las opiniones de cada estudiante, se hace una construcción de los significados.

La situación 2, además de trabajar la fracción en un contexto continuo se agrega el contexto discreto, se pretende que el estudiante a partir de una situación problema identifique que la unidad puede estar representada por un conjunto de objetos y tener un sentido concreto.

En esta situación se presentan tres actividades. En la actividad uno al igual que en la primera situación, se trabaja la situación a-didáctica, mientras que las actividades 2 y 3 se enfocan en la situación didáctica

La actividad 1 se centra en la situación a-didáctica, el estudiante debe aconsejar comprar cierta cantidad de elementos que serán repartidos en una fiesta. La propuesta permitirá observar los elementos que traen éstos a colación cuando deben hacer corresponder la unidad dividida en partes iguales y repartirla en cierta cantidad de personas.

La actividad 2 se centra en un contexto continuo desde una situación problema en el que se solicita a los estudiantes representar en forma gráfica y numérica las fracciones que se generan a partir de la situación indicada (repartir un pastel) en donde se pone en evidencia las diferentes **entrarías** de cada estudiante para dar solución a una situación particular.

En cuanto **actividad 3**, se busca acercar a los estudiantes al concepto de fracción como parte todo en un contexto discreto, en el cual la unidad no necesariamente es un objeto, sino que consiste en varios elementos que la representan. En particular se hará gran énfasis en que los estudiantes reconozcan **cuantos** grupos se pueden obtener de la unidad, **cuantos** elementos representan una unidad y finalmente las fracciones con sentido real que se pueden generar de la situación.

Lo importante para el desarrollo de la actividad es que el estudiante vaya asimilando las diferentes formas en que representa las fracciones (forma escrita - numérica) y cuando cambia el número de elementos que componen la unidad, las cantidades que le dan sentido a lo planteado, lo que le permitirá ir construyendo una estrategia como modelo para crear otras representaciones cuando se cambia la unidad y podrá cambiar de representación de manera espontánea en ambos sentidos, después de probar una y otra vez la misma estrategia.

De esta forma la situación acción se refleja en la planificación de la estrategia por parte del estudiante cuando identifica el número que se ha tomado de los grupos y lo relaciona con su fracción numérica en una unidad en particular.

Finalmente, el rol del docente a partir de lo propuesto por los estudiantes en la interacción con el medio, consiste en poner en contexto el saber. Es decir, indicar el conocimiento que están adquiriendo de modo que tomen conciencia del saber formal

relacionado con el concepto de fracción a través de diferentes representaciones en contextos continuos y discretos.

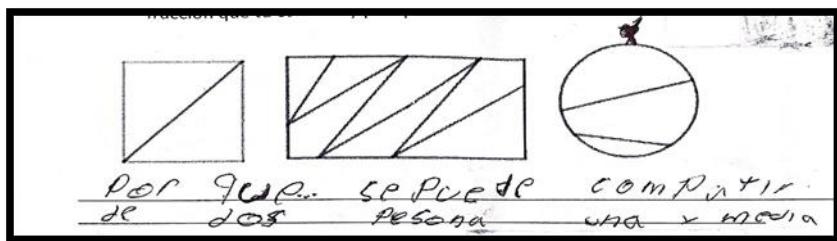
3.2 RESULTADOS DE LAS IMPLEMENTACIONES (ETAPA DE ACCIÓN Y LA ANTERIOR -DIAGNÓSTICO)

3.2.1 Resultados del diagnóstico

La caracterización de los resultados de la prueba diagnóstica se organiza en términos de porcentajes en relación a los conocimientos previos, estrategias, dificultades y errores que presentan los estudiantes en la representación gráfica y numérica de la fracción y los términos relacionados a ella como son: equivalencia, unidad y parte de un todo. Estos resultados, permitieron la elaboración de una situación didáctica con el propósito de fortalecer aquellas dificultades evidenciadas en los estudiantes, como se había predeterminado en el análisis *a priori* de esta prueba.

En relación con la primera pregunta, aproximadamente el 58% de los participantes no respondieron de acuerdo con lo que se esperaba, es decir, que menos de la mitad de los estudiantes relacionan el concepto general de la fracción en donde la unidad se divide en partes iguales y se toma cierta parte de ella.

Figura 1: Respuesta de estudiante P1



Lo anterior, representan un insumo para el diseño de las situaciones didácticas en dónde se tendrá que hacer énfasis en el reconocimiento de la fracción como parte de un todo, donde los estudiantes puedan identificar cuándo la unidad está divida en partes iguales y lo que se puede tomar de ella.

En cuanto a la actividad 2 y 3, con las cuales se pretendían que los estudiantes reconocieran algunos de los términos relacionados al concepto de fracción como el de reparto igualitario y su relación con la vida cotidiana, el 50% de los estudiantes respondieron de forma acertada en las preguntas, sin embargo, aún se pudo evidenciar, ciertas dificultades en la interpretación del concepto de repartir de forma equitativa, lo que se verifica con el otro 50% de los estudiantes, pues en las respuestas se observan que no dividieron de forma correcta las imágenes que se les presentó, es decir, no hay reconocimiento de término equivalente. Al mismo tiempo, se nota ciertas dificultades en relacionar el concepto de fracción con la vida cotidiana, **los estudiantes**.

Figura 1:Respuesta estudiantes P2

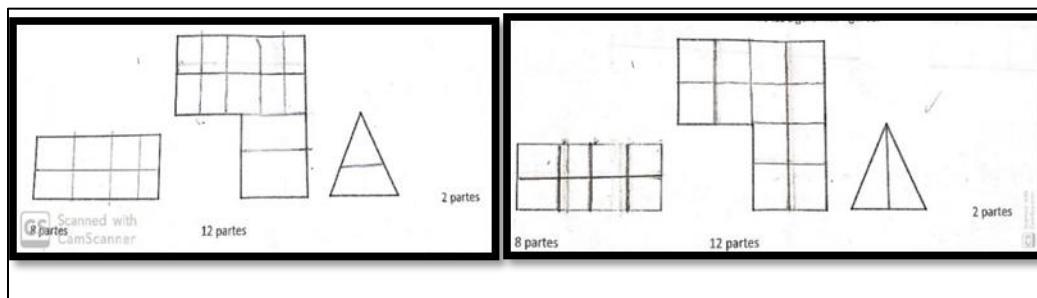
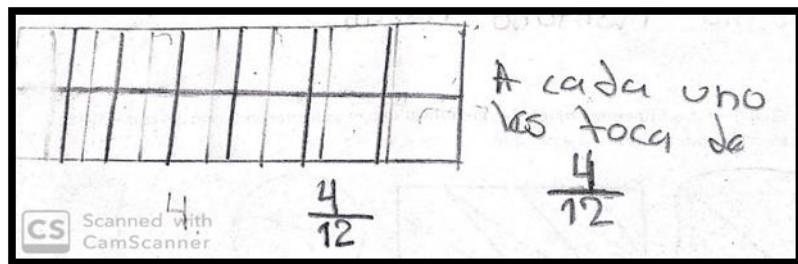
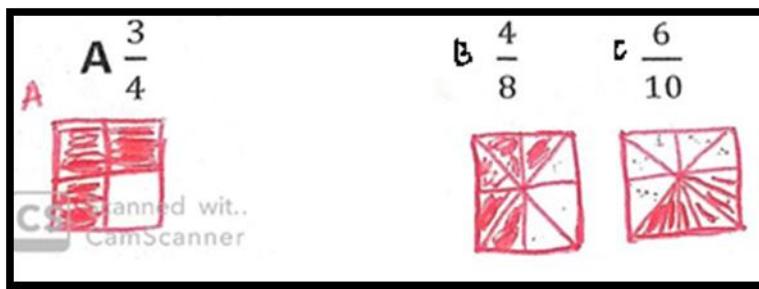


Figura 3: Respuesta de estudiantes P3



Por último, en la actividad 4, se pudo determinar que el 77% de los estudiantes pudieron pasar sin mayor dificultad de una representación numérica de la fracción a una representación gráfica, es decir, que a los participantes se les facilita asociar lo numérico con lo gráfico, siempre y cuando sean ellos quienes construyen sus representaciones. Esto indica que reconocen en cierta medida lo que indica el numerador y el denominador de una fracción propia cuando se está representando gráficamente.

Figura 4: Respuesta de estudiantes P4



De acuerdo con los resultados anteriores, se podría decir lo siguiente:

- Los participantes no identifican con facilidad el concepto de la fracción específicamente en la división de la unidad en partes iguales.
- No reconocen algunos términos relacionados con el concepto de fracción especialmente el de equivalente, lo que en cierta medida les impide resolver

situaciones en donde dada una unidad se hagan divisiones en partes iguales y lo que se puede seleccionar de ella.

- Se les facilita representar de gráfica algunas fracciones, lo que indica cierto grado de conocimiento de forma implícita el concepto de fracción propia, y lo que representa el numerador y el denominador en su representación.

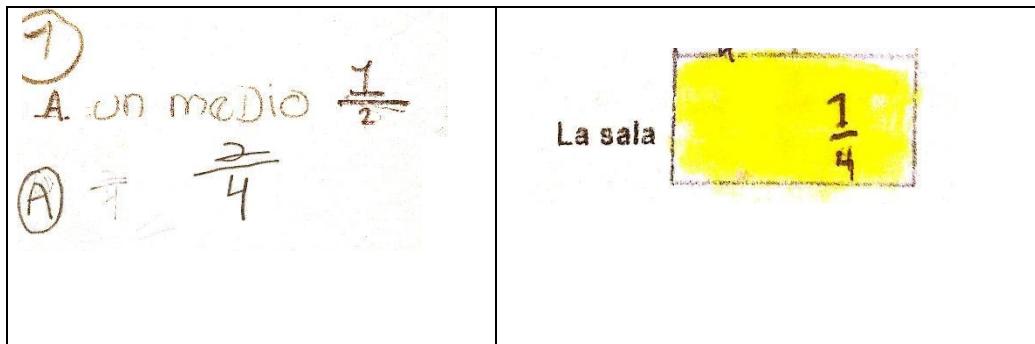
3.2.2Resultados de la prueba inicial

En esta fase de la investigación se describen los resultados obtenidos de la actividad conceptual sobre las producciones de los estudiantes. En ellas se destaca inicialmente las estrategias utilizadas por los estudiantes al abordar las situaciones con fracciones, las acciones que ejecutan para identificar las fracciones en diferentes representaciones y los elementos que traen a colación para abordar los problemas, el uso de otras figuras, entre otros procesos a los que se recurra para intentar dar solución a lo planteado.

Actividad 1: identificar las fracciones en un contexto (de lo gráfico a lo numérico)

En esta pregunta se buscó identificar si los estudiantes reconocían el concepto de fracción en una representación gráfica y lograban asociarlo con una forma numérica. Se observó que la mayoría de los estudiantes pueden identificar el número de partes en las cuales está dividida la unidad en una figura y asocian esta cantidad con el denominador de una fracción numérica. Lo anterior se puede evidenciar en las preguntas que se proponen el paso de figuras a registros numéricos, pues un alto porcentaje de los estudiantes logró corresponder ambas formas de utilizar las fracciones. Como se muestra en las figuras.

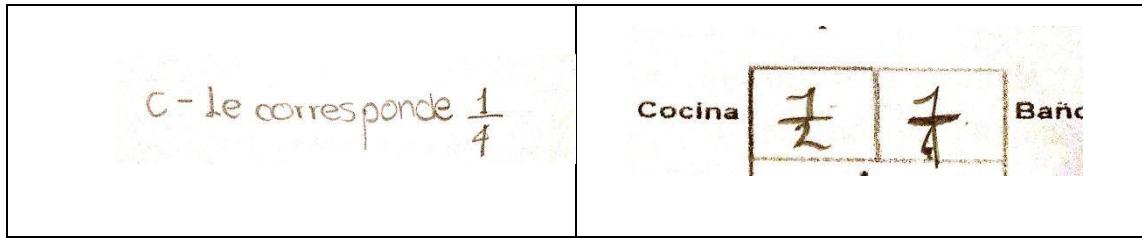
Figura 5: Respuesta estudiantes A1-P1-A



Al mismo tiempo, se logró percibir por parte de algunos estudiantes que recurrieron a dividir el terreno A para obtener otra representación que les permitiera determinar una equivalencia entre lo que se estaba usando en el terreno con el total de espacio que este ocupa. Se pudo notar también que las equivalencias que pudieron hacer los estudiantes al encontrar variedad en lo numérico del tipo: $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$ para representar la mitad de la parte del sector A.

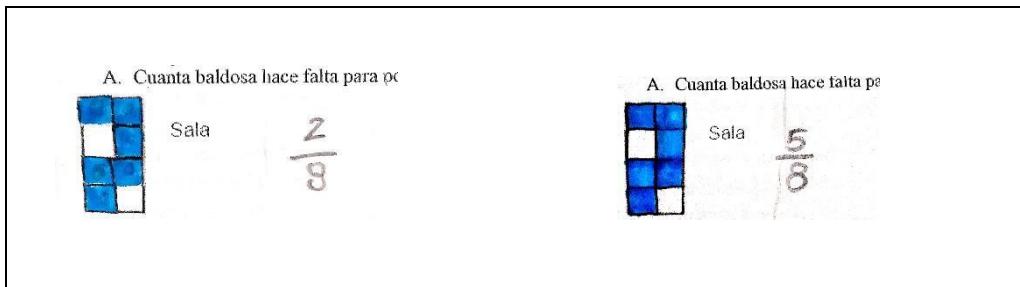
En cuanto a las expresiones **numéricas para se puede** ver que los estudiantes están familiarizados con representaciones en las que la unidad es un único objeto ya que son capaces de identificar sin inconvenientes **cuanta** parte representa algo de un total. Pudo notarse que al direccionar la pregunta hacia uno de los espacios que representaba ya una de las unidades, en el cual no había que agregar ninguna forma para su relación, lo hicieron naturalmente.

Figura 6: Respuesta estudiantes A1-P1-C



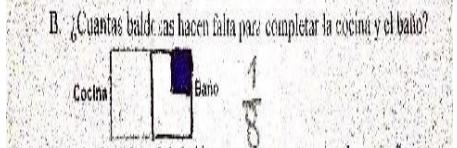
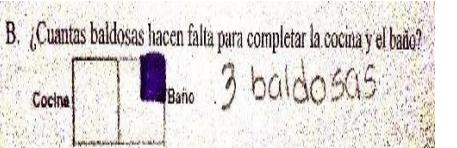
También llama la atención que la mayoría de los estudiantes a pesar de responder de manera correcta, no usaron el trazado para dividir los espacios y que estos fueran congruentes entre sí. Sin embargo, dos de ellos dividieron en cuatro partes la unidad representada por el sector A de la casa. Se pudo evidenciar que los mismos estudiantes que representaron correctamente la pregunta A, coinciden en acertar a la pregunta B, puede ser producto de sus conocimientos previos con las fracciones y la experiencia con la pregunta anterior.

Figura 7: Respuesta estudiante A1-P2-A



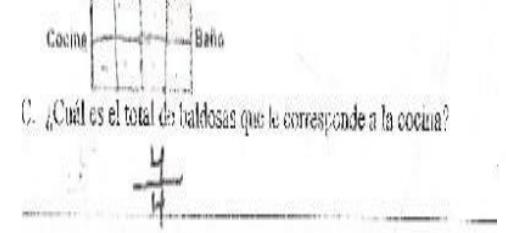
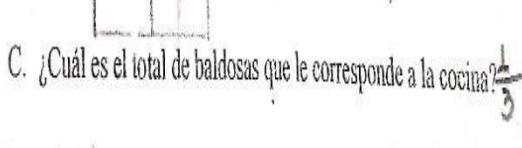
En esta pregunta se logró observar que todos estudiantes, aunque pueden identificar las partes en las que se ha dividido la unidad, en este caso la sala y que además se le ha mostrado el número de unidades de manera explícita, no logran establecer una correspondencia entre la parte tomada lo cual permite ver errores de tipo procedimental en los resultados. Igualmente, **dos de los 12 estudiantes** no fueron capaces de asociar la cantidad de cuadrados (baldosas) que ofrecía la figura con un posible número fraccionario.

Figura 8: Respuesta estudiante A1-P2-B

| | |
|---|--|
| <p>B. ¿Cuántas baldosas hacen falta para completar la cocina y el baño?</p>  <p>$\frac{1}{8}$</p> | <p>B. ¿Cuántas baldosas hacen falta para completar la cocina y el baño?</p>  <p>3 baldosas</p> |
|---|--|

Aquí podemos observar que 6 de los 12 estudiantes hacen uso de las expresiones numéricas, teniendo en cuenta que algunos de los estudiantes **partieron** de forma equitativa la unidad para poder darle respuesta a la pregunta, dividiendo la cocina y la sala en “cuadritos” de baldosas conformando en total 8 unidades, y al tener en cuenta la cantidad de baldosas que faltaban, les permitió establecer una fracción equivalente a la falta de ciertas baldosas en el espacio.

Figura 9: Respuesta estudiante A1-P2-C

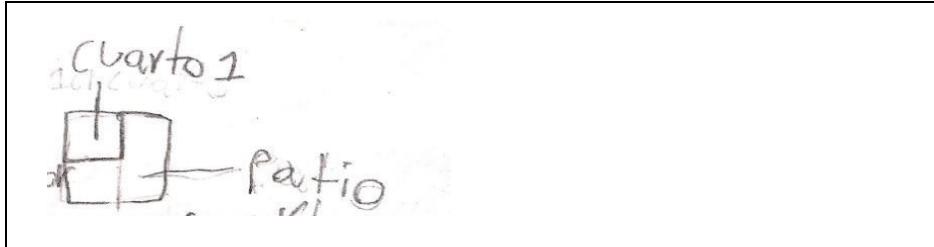
| | |
|--|--|
| <p>C. ¿Cuál es el total de baldosas que le corresponde a la cocina?</p>  <p>$\frac{4}{12}$</p> | <p>C. ¿Cuál es el total de baldosas que le corresponde a la cocina?</p>  <p>$\frac{1}{3}$</p> |
|--|--|

Con respecto a los resultados de la actividad 1, se pudo ver que los acercamientos que han tenido los estudiantes con **el concepto de fracción son evidentes** y que además comprenden la relación entre lo gráfico y la expresión numérica.

Actividad 2: Identificar las fracciones en un contexto (de lo numérico a lo gráfico)

En esta actividad se le solicitaba al estudiante determinar el número de unidades en las cuales se debía dividir el espacio B y que correspondiera a la fracción indicada.

Figura 10: Respuesta estudiante A2-P1-A



En esta pregunta se puede evidenciar que 7 de los estudiantes entiende el hecho de repartir de forma congruente la unidad B del terreno en las partes dadas. la mayoría de los estudiantes pudo dividir la parte del terreno en cuatro partes y ubicar el cuarto y el patio en las zonas correcta. En general hubo muchas dificultades a la hora de establecer las particiones para el sector, es decir, que el paso de lo numérico a lo gráfico no es evidente para muchos estudiantes.

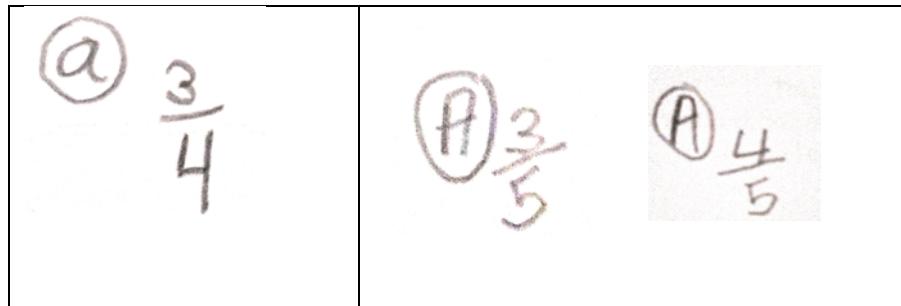
Figura 11: Respuesta estudiante A2-P2-B



Actividad 3: Ubicación en la recta numérica

En esta actividad el estudiante identifica las fracciones en una recta numérica en un contexto continuo; se buscaba observar la relación que establecen los estudiantes entre la representación en la recta numérica de una fracción y su representación numérica.

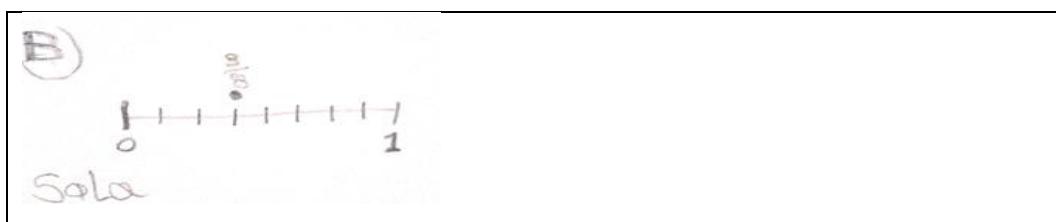
Figura 12: Respuesta estudiante A3-P1-A



Se puede evidenciar en los resultados que a los estudiantes les costó ubicar algunos elementos de la casa a través de la recta numérica. Puede ser que la pregunta no fue muy clara para ser respondida correctamente por la mayoría de los estudiantes.

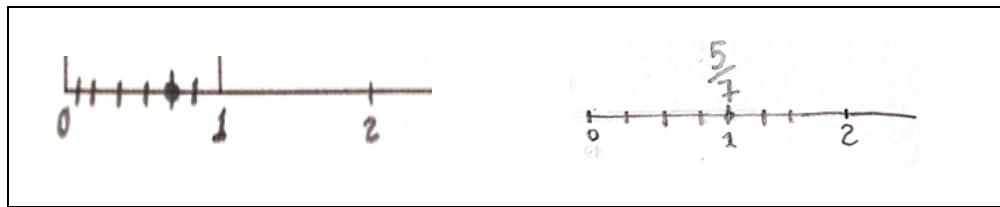
Al observar las respuestas se pudo notar que a los estudiantes les costó establecer una forma de ubicar la cama en la recta numérica presentada; pues pocos lograron escribir el fraccionario que correspondiera a la distancia a la cual estaba ubicado el punto. La mayoría de los estudiantes no pudo identificar la cantidad de espacios en que había sido partida la recta para contar el número de saltos y relacionarlo con una fracción.

Figura 13: Respuesta estudiante A3-P1-B



Se puede evidenciar que un número reducido de estudiantes pudieron pasar de la expresión numérica a la recta. Algunos no utilizaron el procedimiento esperado relacionado con dividir el espacio en partes iguales para identificar y contar la cantidad de espacios para escribir la fracción que representaba la ubicación del televisor.

Figura 14: Respuesta estudiante A3-P1-C



Se pudo ver en las preguntas c y d en la actividad 3 que las dificultades se agudizan cuando se les solicita a los estudiantes dividir un espacio en la recta numérica para ubicar objetos de acuerdo con una fracción dada. Un alto porcentaje de estudiantes ni siquiera responde a la pregunta y aquellos que lo **hacén reducen divide la recta** en un número distinto al denominador de la fracción, lo cual produce una representación que no se corresponde con la fracción en el registro numérico.

Actividad 4: Problema fraccionario

En esta actividad se buscaba establecer las particiones que pueden establecer los estudiantes cuando hay una unidad continua y se intenta repartir partes del mismo tamaño y forma a cierto número de estudiantes. En la pregunta 1, se nota que los estudiantes están

conectados con la situación de repartir un objeto a n personas, pues la mayoría dividió el pastel para las personas que estaban en la fiesta. Sin embargo, las dificultades llegaron con lo que realmente hicieron al escribir en forma numérica la fracción que correspondía a los invitados que comieron pastel en ese momento. Como se muestra en la figura.

Figura 15: Respuesta estudiante A4-P1-A

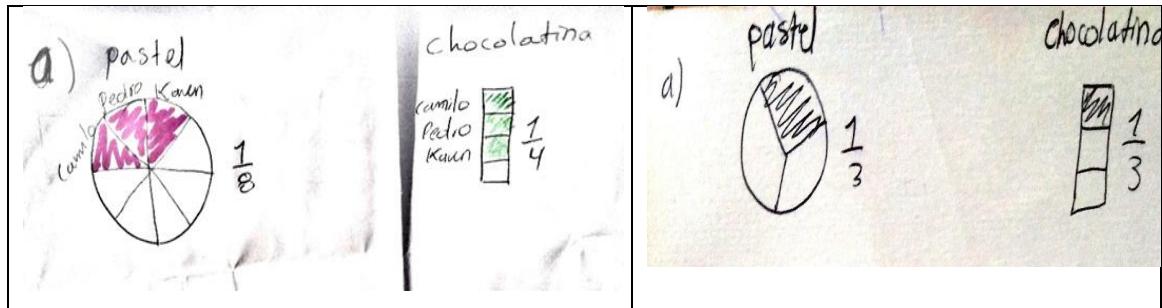


Figura 16: Respuesta estudiante A4-P1-B

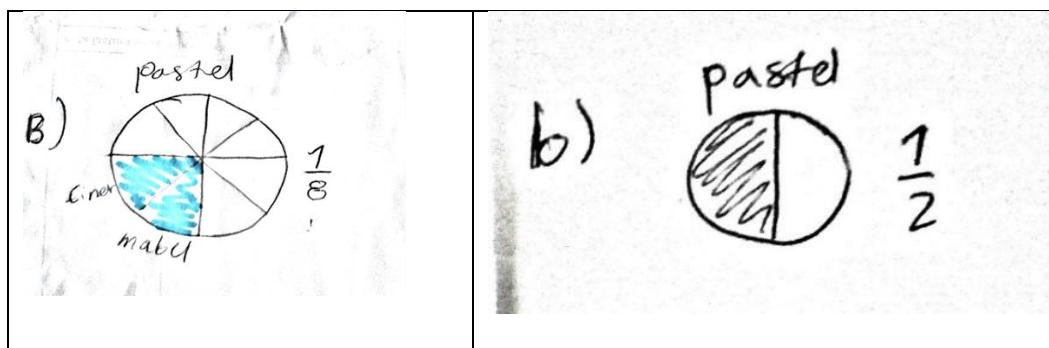


Figura 17: Respuesta estudiante A4-P1-C

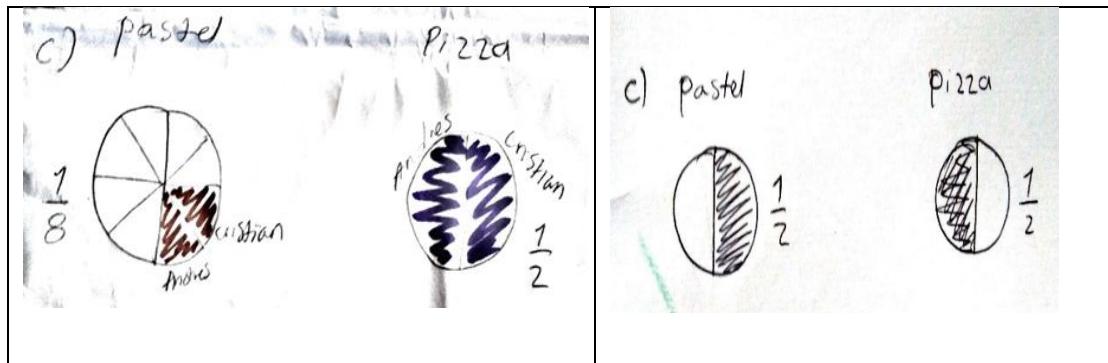
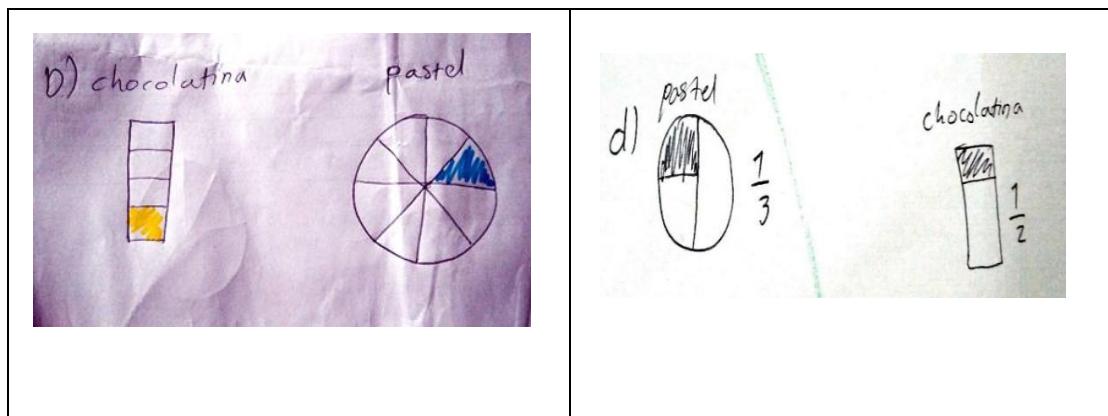


Figura 18: Respuesta estudiante A4-P1-D



En general los estudiantes son conscientes que la división de la unidad “el pastel” se debe hacer en relación al total de personas que hagan parte de la situación siempre y cuando se quiera dar a todos y usar todo el pastel. Se esperaría que habiendo encontrado el todo, en este caso el número de particiones, pudieran establecer una fracción cuando se les preguntara por los que estaban tomando algún trozo para comer, pero no fue el caso.

Resultados de la situación inicial

A continuación, se presenta algunos comentarios generales respecto a los resultados y análisis de los estudiantes que participaron en las actividades didácticas obtenidas anteriormente.

Las actividades se plantearon teniendo en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes haciendo uso de una **prueba diagnóstica que nos permitió conocer las dificultades que presentaban los estudiantes, con** el fin de poder adaptar la actividad didáctica acorde a sus conocimientos previos privilegiando diferentes formas de abordar las fracciones y les permita resolver los problemas involucrados, determinada como una **situación fundamental**.

De acuerdo con los resultados se evidencia que los estudiantes han tenido acercamientos constantes con las fracciones como parte-todo y sus **diferentes representaciones**. Los resultados exhiben que la mayoría de los estudiantes conoce los elementos de las fracciones tanto en su forma numérica como gráfica. También se observó que la mayoría de los estudiantes reconoce momentos en los que se debe agregar elementos a **las representaciones gráficas para saber que parte se ha tomado con respecto al todo de la figura** en contextos netamente continuos.

Pese a este reconocimiento de la fracción en varias representaciones, pareciera que están acostumbrados a trabajar situaciones en las que el cambio se realice solo en el sentido gráfico a numérico, por las dificultades que presentaron la mayoría de los estudiantes cuando se le solicitó construir una fracción en forma gráfica que estaba inicialmente en el registro numérico.

En cuenta a la situación acción, se pudo ver que los estudiantes no temen abordar situaciones con fracciones, a medida que iban trabajando con las fracciones, identificaban los elementos que se debían considerar para establecer otras relaciones.

En general, se pudo establecer que los estudiantes identifican las fracciones en un contexto (de lo gráfico a lo numérico) a través de las diferentes situaciones, se les facilita interpretar lo gráfico y asociarlo con una fracción numérica, pues se observó que cuando las cuestiones hacían referencia a este proceso, fue realizado de manera espontánea por la mayoría. Pareciera que se les facilita observar el número de unidades en las cuales se divide una figura y notar las que se toman de éstas.

Aunque estuvieron familiarizados con la parte todo, no les fue fácil identificar las fracciones en un contexto (de lo numérico a lo gráfico), pues apareció en la aplicación preguntas y aserciones del tipo: ¿cómo lo hago profe?, no entendí, me explica antes de hacerlo. Elementos que muestran la dificultad asociada con el cambio en un sentido al cual no están acostumbrados.

3.3 LA NUEVA SITUACIÓN

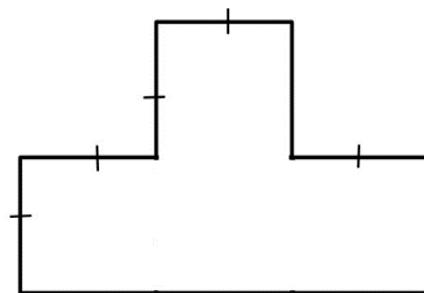
Situación 1: La casa de mis sueños

La familia de Camilo siempre ha vivido en casa de alquiler, su papá ha soñado con tener una casa propia que sea cálida y acogedora en la que puedan vivir en tranquilidad. Felipe, el padre Camilo, ha pensado que su casa tenga 3 cuartos, 2 baños, 1 cocina, 1 sala, y un patio amplio donde junto a su familia puedan sembrar unas hermosas plantas.

Actividad 1: Cumpliendo mi sueño

Lee el siguiente texto y responde las preguntas

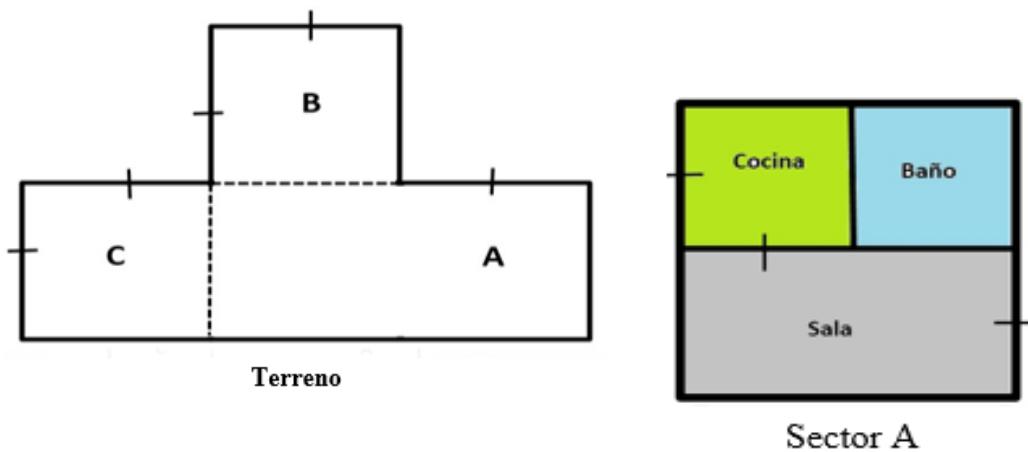
Un día Felipe iba camino al parque y se encontró un boleto de lotería, el cual jugaba a las 7:00 pm del mismo día. Sorpresivamente, se lo ganó. Esto le permitirá empezar a construir una parte de la casa de sus sueños. Con una parte del dinero ganado compró un terreno que tiene la forma que se presenta en la siguiente figura.



- a. Si el terreno que compró Felipe fuera tuyo ¿Cómo distribuirías, **en la zona B**, la sala la cocina y el baño? Representa mediante un dibujo.
- b. ¿Qué otras partes de la casa pondrías en las **zonas A y C**?
- c. ¿Crees que falta espacio para elementos importantes de la casa? ¿Por qué?
- d. Comparte tus respuestas con algún compañero.

Actividad 2: Construyendo mi casa

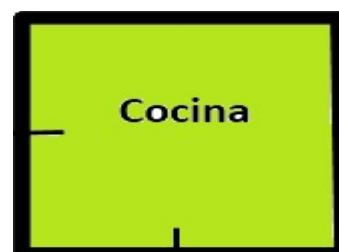
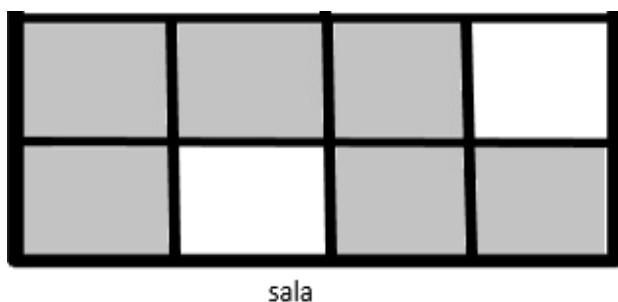
Recuerda que Felipe ha comprado el terreno y lo dividió en tres sectores A, B y C. Con parte del resto del dinero empezará a construir la sala, cocina y baño, los cuales estarán ubicados en el sector A del terreno como se muestra en la imagen. Tenga en cuenta que ancho de la sala es el doble que el ancho de la cocina.



- Según la distribución que hizo Felipe, ¿Qué parte del sector A le corresponde a la sala?
- ¿Qué parte del sector utilizó Felipe para el baño?
- De acuerdo con las dimensiones, ¿Cuántas veces está contenida la cocina en la sala?

Actividad 3: Embelleciendo mi casa

Felipe empezará a colocarle baldosas al piso de la sala, la cocina y el baño, para ello, fue a la Ferretería y compró baldosas de color azul las cuales las va a utilizar para la sala y la cocina. Un maestro de construcción le empezó a poner las baldosas a la sala como se muestra en la figura.



- Teniendo en cuenta la cantidad de baldosa que alcanzó para la sala, ¿Qué parte de la sala le hace falta al maestro por embaldosar?
- De acuerdo con las imágenes, ¿Cuántas baldosas hacen falta para terminar la sala y la cocina? ¿Qué parte del total de las baldosas que utilizarán para la sala y la cocina hace falta?

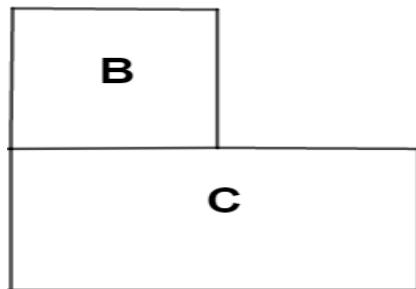
Para las baldosas del baño, Felipe trae una baldosa como muestra para poder comprar las demás, el maestro la mide y le pide compre las que hace falta.



- Según la imagen, ¿Qué parte del total hace falta para embaldosar el baño?

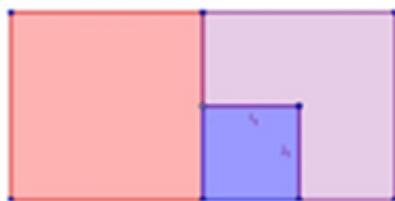
Actividad 4: Con la ayuda del arquitecto

Felipe decide buscar un arquitecto para que le ayude a distribuir el espacio B y C que le hace falta por construir del terreno, en los tres cuartos, el otro baño y el patio.



Si el arquitecto decide asignarle $\frac{1}{4}$ del sector B del terreno para la habitación que hace falta y $\frac{3}{4}$ al patio, ¿Cómo tendría que dividir el arquitecto esta parte del terreno?

- a. El arquitecto decidió dividir el sector C de la siguiente forma: la parte azul para la sala de estudio, la parte roja para la segunda habitación y la parte de color morado para la tercera habitación.



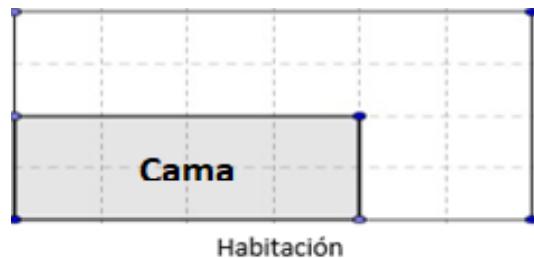
Sector C

- ¿Qué parte de la zona se usó para construir la sala de estudio?
- Felipe compró una cama, un armario y un tocador, los cuales ocupan $\frac{4}{8}$ de toda la zona C ¿En cuál de los dos cuartos puede ubicar las cosas que compró? ¿Por qué?

Actividad 5: Adecuando mi casa

Felipe compró algunos artículos más para amoblar la casa (Televisor, comedor, cuadros, entre otros) y ubica cada uno en su lugar correspondiente.

- a. Felipe ubica su cama en la habitación de la siguiente forma.



¿Qué parte de la habitación ocupa la cama de Felipe?

- b. Ahora, Felipe quiere ubicar el televisor a $\frac{3}{8}$ de la pared de la sala. Si la imagen representa la del ancho de la pared, con un punto determina donde quedaría ubicado el televisor.



- c. Si Felipe ubica en el patio de la casa las primeras plantas a $\frac{5}{7}$ de la pila, Según la imagen, ¿dónde quedarían sembradas?



De celebración en mi nueva casa

Después de que don Felipe logró construir la casa de sus sueños, al cabo de dos meses, Sofía la hermana de Camilo está de cumpleaños y su mamá doña Teresa decide realizar la celebración en la nueva casa.

Lee la siguiente situación y responde:

Actividad 1. En la fiesta de Sofía

Sofía invitó a sus amigos del colegio a su fiesta de cumpleaños, en total fueron 25 niños de 37 que son de su grupo de clase.

- Teniendo en cuenta la cantidad de invitados, ¿Cuántos pasteles le aconsejarías a doña Teresa para la fiesta?
- De acuerdo con el número de asistentes ¿Qué harías para que todos en la fiesta puedan comer pastel incluyendo la familia de Sofía?
- Comparte tus respuestas con tus compañeros.

Actividad 2. Repartiendo el pastel

De acuerdo con el número de invitados que asistieron a la fiesta de Sofía, su mamá decide dividir el pastel en 30 partes iguales para repartirlos entre los invitados y su familia.



- a. Si 21 de los invitados deciden irse de la fiesta y cada uno lleva una porción de pastel, ¿Qué parte del total de las porciones quedaron?

- b. ¿Qué parte del total de las porciones que quedaron, les corresponde a los niños que hacen falta?

- c. Si todos los invitados comieron pastel ¿Qué parte le queda a la familia de Sofía?

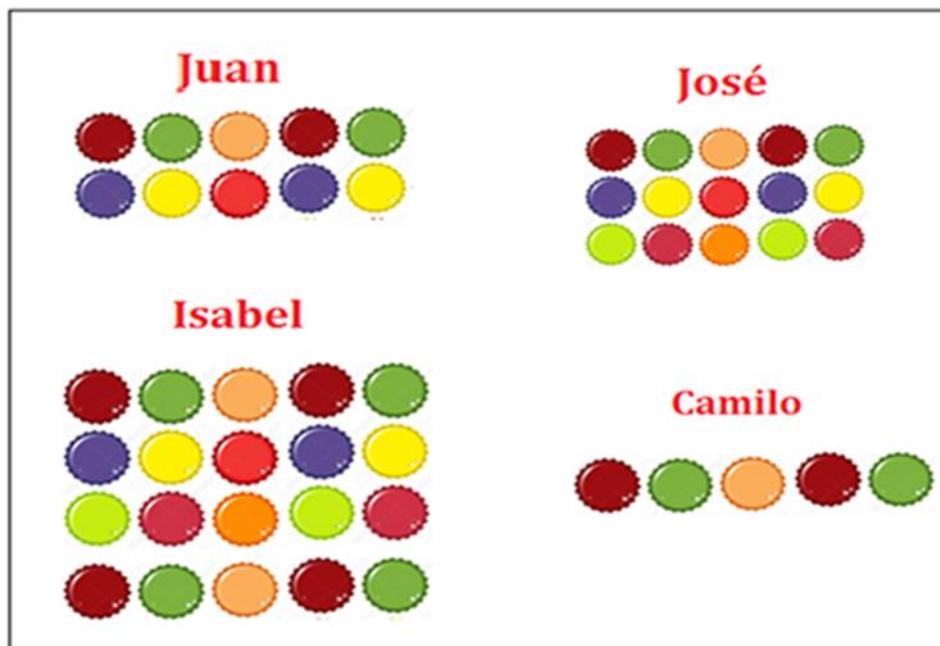
Cuando se fueron los 21 amigos de Sofía, llegaron 12 que hacían falta. La mamá de Sofía no tiene más dinero para comprar otro pastel.

- d. ¿Crees que alguno se quedaría sin torta? ¿Por qué?

- e. ¿Qué le aconsejarías a la mamá de Sofía para que ninguno se quede sin torta?

Actividad 3: Juego de concha en la fiesta

En el transcurso de la fiesta Camilo el hermano de Sofía decide traer su bolsa de conchas de gaseosa que ha colecciónado durante un año y se las reparte a los amigos de Sofía de la siguiente forma. A Juan le entrega 10 conchas, Camilo recibe 5, a Isabel le entrega 20 y José recibe 15 conchas de gaseosa como se muestra en las imágenes



Juan tiene el siguiente conjunto de conchas plásticas como unidad.



Responde:

- ¿Se pueden formar cinco grupos con igual cantidad de conchas? ¿Qué fracción es cada parte respecto a la unidad?

- b. ¿Se pueden formar dos grupos de igual cantidad de conchas? ¿Qué fracción es cada parte respecto a la unidad?

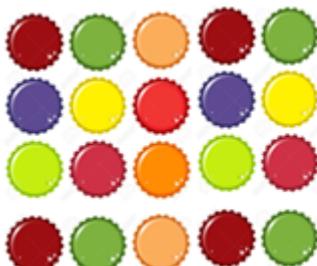
Si la unidad es ahora el número de conchas plásticas que tiene Camilo, como se muestra.



Responde en la tabla ¿Qué fracción está representando cada conjunto de conchas según la tabla?

| Modelo | Forma escrita | Forma numérica |
|--------|---------------|----------------|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

Ahora consideremos la unidad como el número de conchas que tiene Isabel, como se muestra a continuación.

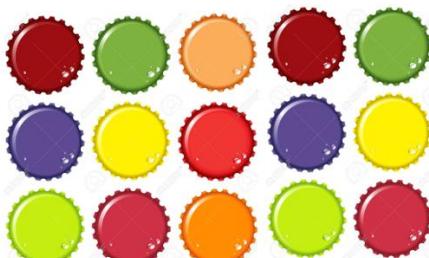


Completa la tabla, escribe el nombre de cada parte, en forma escrita y numérica, con respecto a la nueva unidad.

| Modelo | Forma escrita | Forma numérica |
|--------|---------------|----------------|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

Si la unidad está formada por el número de conchas que recibió José, que corresponde a 15 como se muestra en la imagen.

Complete la siguiente tabla con cada uno de las fracciones indicadas.



| Modelo | Forma escrita | Forma numérica |
|---|-------------------|----------------|
| | Un quinceavo | |
| | | $\frac{1}{3}$ |
|  | | |
| | Cuatro quinceavos | |
| | | $\frac{4}{5}$ |
|  | | |
| | | $\frac{1}{5}$ |

4 CONCLUSIONES

Teniendo en cuenta el objetivo general de la investigación relacionado con fortalecer el aprendizaje de las fracciones como relación parte todo en contextos continuos y discretos y de acuerdo con los análisis realizados a la prueba diagnóstica y la situación didáctica inicial, se obtuvieron las siguientes conclusiones.

En un primer momento se hizo necesario identificar algunos elementos teóricos y metodológicos que permitieran dar razones de las dificultades y errores que presentaron los estudiantes en el reconocimiento del concepto de fracción como relación parte todo, mediante una prueba diagnóstica la cual permitió evidenciar algunos elementos esenciales como: la conceptualización de la fracción y sus representaciones (gráfica y numérica), los cuales generaron el desarrollo de situaciones didácticas centradas en lo propuesto por Brousseau con el propósito de fortalecer las dificultades encontradas en la prueba diagnóstica.

Con respecto a la prueba diagnóstica se identificó ciertas dificultades en los estudiantes, específicamente en la división de la unidad en partes iguales, la representación de la fracción desde un registro gráfico al numérico y en el reconocimiento de algunos términos asociados con la fracción, especialmente el de equivalencia. Sin embargo, en la situación didáctica inicial se logró observar un pequeño avance; pues los estudiantes fueron capaces de extraer de representaciones gráficas los elementos básicos (numerador y denominador) y hacerlo corresponder en su forma numérica. Pese a ello, el problema con el proceso inverso, pasar de numérico a gráfico persiste. Lo anterior conlleva a la necesidad de implementar estrategias didácticas que aumenten el trabajo con el cambio de representación en sentido numérico a gráfico, pues fueron evidentes las dificultades en ambas aplicaciones.

Finalmente, de acuerdo con las dificultades encontradas en la aplicación de la actividad diagnóstica y la situación inicial se propone un rediseño de la situación final, fundamentada en aspectos teóricos relacionados con la Teoría de las Situaciones Didácticas, en lo matemático aspectos asociados con contextos discretos y continuos en los que las fracciones tienen sentido, y que además contienen problemas propios del contexto de los estudiantes. En cuanto a la nueva situación, es pertinente para la Educación Matemática de la región en la medida en que aporta elementos importantes para acercar a los estudiantes al concepto de fracción como relación parte-todo, al mismo tiempo que contribuye a que los docentes tengas más herramientas para **abordar este objeto matemático**.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Brousseau G. (1986): *Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática*, Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Matemática Astronomía y Física, Serie B, Trabajos de Matemática, No. 19 (versión castellana 1993).

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas/Introduction to study the theory of didactic situations: Didactico/Didactic to Algebra Study* (Vol. 7). Libros del Zorzal.

Brousseau, Guy. Educación y didáctica de las matemáticas. *Educación matemática*, 2000, vol. 12, no 01, p. 5-38.

Marín, C. I., & Sosa, P. A. (2013). *Diferencias entre número racional, número fraccionario, número decimal, expresión decimal y fracción desde la perspectiva de futuros licenciados en matemáticas* de la Universidad Pedagógica Nacional.

Educación, L. G. (1994). Ley 115 de 1994. Constitución Política de Colombia.

Gómez, P., Castro, P., Bulla, A., Mora, M. F., & Pinzón, A. (2016). *Derechos básicos de aprendizaje en matemáticas: revisión crítica y propuesta de ajuste*. Educación y Educadores, 19(3), 315-338.

Hincapié Morales, C. P. (2011). Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes significados, con los docentes de primaria de la institución educativa San Andrés de Girardota. *Facultad de Ciencias*.

Kuetgaje Nevakes, J. E., & Siake Neicase, S. (2018). *Propuesta de enseñanza de números racionales con inclusión etnográfica en la chorrera* (Master's thesis, Escuela de Educación y Pedagogía).

Nacional, M. d. (1998). *Lineamientos Curriculares*. Bogotá, Colombia: Men. Recuperado el 13 de febrero de 2018, de <https://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-article-339975.html>

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá, Colombia: MEN. Recuperado el 9 de febrero de 2018, de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Niño Pérez, A. L., & Raad Viloria, Y. Interpretación de “*La fracción como relación parte-todo*” en contextos continuos y discretos, a partir de la implementación de una secuencia didáctica que privilegia la competencia comunicativa.

Panizza, M. (2003). II *Conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas*. Recuperado el, 7.

Pellicena, Lourdes parra. *Dificultades de aprendizaje de la fracción en un grupo de 5º curso de Educación de Primaria*. 2016. Tesis Doctoral. Universidad de Zaragoza.

Pinilla, M. I. F. (2009). Las fracciones: aspectos conceptuales y didácticos. *Volumen*, 25.

Recalde, Luis. *Lectura de Historia de las Matemáticas*. Cali: programa de Editorial Universidad del Valle, 2018.

Silva, A. (2017). *Propuesta didáctica para el fortalecimiento del aprendizaje de los números racionales en el grado 601 del colegio Miguel Antonio Caro IED JM A través de la Teoría*

de las Situaciones Didácticas (Doctoral dissertation, Tesis de maestría, Universidad Libre, Bogotá, Colombia).

Socas, M. (2007) *Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico*. En Camacho, Matías, Flores, Pablo, Bolea, María pilar(Eds), *Investigación en educación matemática* (pp. 19-52). San Cristóbal de la laguna, Tenerife: sociedad española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

ZARZAR, El aprendizaje de fracciones en educación primaria: una propuesta de enseñanza en dos ambientes. *Horizontes Pedagógicos*, 2013, vol. 15, no 1.

Fandiño Pinilla M.I. (2009). *Las fracciones. Aspectos conceptuales y didácticos*. Bogotá: Magisterio. Prefacio a la edición en idioma español de Carlos Eduardo Vasco Uribe. ISBN 978-958-20-0970-0];

ANEXOS

Anexo 1: De la prueba Diagnóstica

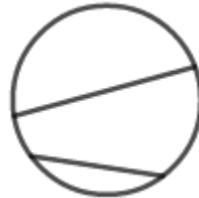
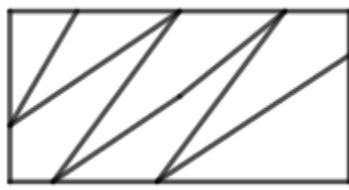
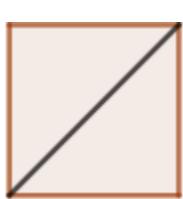


RECONOCIMIENTO DEL CONCEPTO DE FRACCIÓN EN DIFERENTES CONTEXTOS EN GRADO QUINTO DE PRIMARIA

Reconocimiento del concepto de fracción en diferentes contextos, con los estudiantes de grado quinto.

Instrumento: Fase Diagnóstica

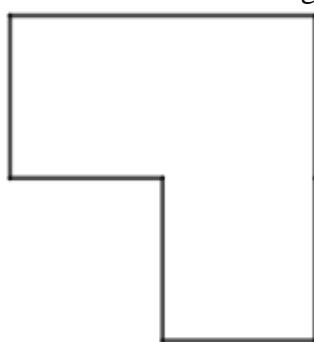
1. Cuál de estas imágenes tú puedes identificar que es una interpretación del concepto de fracción que tú conoces y por qué.



2. Si en la tienda de la esquina de tu barrio, compras una barra de chocolatina grande para repartirla de forma equitativa con tres amigos de tu cuadra. ¿de cuánto le tocara a cada uno?
3. Parte en forma equitativa cada una de las siguientes figuras.



8 partes



12 partes

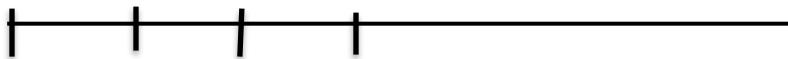


2 partes

4. Dadas las siguientes fracciones numéricamente pásalas gráficamente como deseas.

A $\frac{3}{4}$ **B** $\frac{6}{2}$ **C** $\frac{4}{8}$ **D** $\frac{6}{10}$

5. Dada la recta numérica ubica las fracciones anteriores como corresponda.



Anexo 2: Actividades didácticas

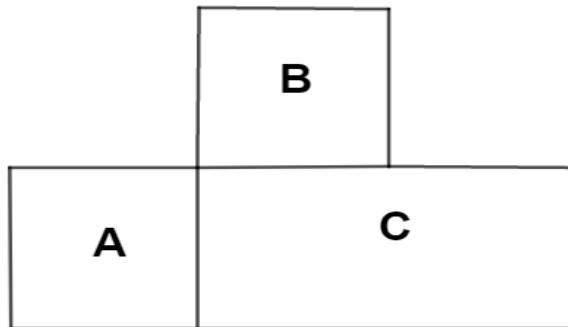
Construyendo mi casa

Camilo siempre ha soñado con tener la casa de sus sueños que, sea calidad y acogedora, donde él pueda conformar una grande y hermosa familia. Camilo siempre deseó que en su casa hubiera 3 cuartos, 2 baños, 1 cocina, 1 sala, 1 comedor y un patio amplio donde junto a su familia puedan sembrar unas hermosas plantas.

Actividad 1: Identificar las fracciones gráficamente

Un día camilo iba caminando por el parque y se encontró un boleto de lotería, el cual jugaba a las 7:00pm del mismo día. Sorpresivamente, se lo ganó. Esto le permitirá empezar a construir una parte de la casa de sus sueños.

Con una parte del dinero ganado compro un terreno cuya forma es como se presenta en la siguiente figura.



Con el resto del dinero empezara a construir la sala, cocina y baño las cuales están ubicadas en el sector A del terreno.

A. Si el plano de construcción está de la siguiente manera.



A. ¿Qué fracción del sector le corresponde a la sala?

- B. ¿Qué fracción del sector le corresponde al baño?
- C. ¿Qué fracción del sector le corresponde a la cocina?
- D. ¿Cuántas veces está contenida la cocina en la sala?
- B. Camilo empezará a colocarle baldosas a el piso de la sala, cocina y el baño teniendo en cuenta que cada cuadro es una baldosa.
- A. ¿Qué parte de la sala correspondería las dos baldosas faltantes?
- 
- Sala
- B. ¿la cantidad de baldosas faltantes que parte de la cocina y el baño le corresponde?
- 
- Cocina
- Baño
- C. ¿De los dos espacios que porción le corresponde al baño?

Actividad 2: Identificar las fracciones numéricamente

Camilo decide buscar un arquitecto para que le ayude a distribuir el espacio que le hace falta por construir del terreno, en los tres cuartos, un baño, el comedor y el patio.



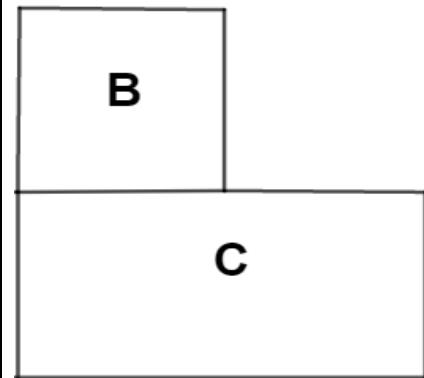
A. Como se puede dividir la parte del terreno B.

- Si a al primer cuarto le corresponde $\frac{1}{4}$ del terreno.
- Si al patio le corresponde $\frac{3}{4}$ del terreno.

B. Como se puede dividir la parte del terreno C.

- Si al comedor le corresponde $\frac{1}{4}$ del terreno
- Si al baño le corresponde $\frac{1}{8}$ del terreno
- Si al segundo cuarto le corresponde $\frac{1}{4}$ del terreno
- Si al tercer cuarto le corresponde $\frac{3}{8}$ del terreno

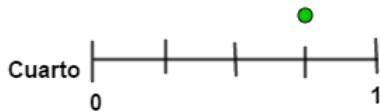
C. ¿Crees tú que se utilizó toda la parte del terreno?



Actividad 3: La recta numérica

Camilo empezara a amueblar su casa comprando algunos artículos como el televisor, comedor, cuadro, ubica cada uno de ellos donde corresponda.

- A. Donde está ubicada la cama en el cuarto

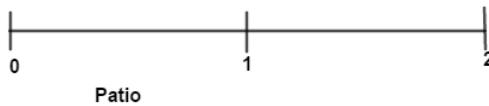


- B. Ubica el televisor a $\frac{3}{8}$ de la parte de la sala



- C. Ubica la ducha a $\frac{4}{6}$ del espacio del baño

- D. Ubica en el patio de la casa la primera planta que está a $\frac{5}{7}$ de la pila



Actividad 4: Problema Fraccionarios

Camilo decide hacer una reunión, para ello compra una torta, una chocolatina y una pizza, las cuales desea repartir de forma equitativa entre sus invitados.

Para festejar lo que hasta el momento ha logrado con su terreno, que poco a poco se está convirtiendo en la casa que tanto soñó. Invitando a Camila, Karen, Einer, Andrés, Cristian, Mabel y Pedro.



- A. ¿Si Camila, Pedro y Karen deciden comer cada un solo pastel y chocolatina que parte le correspondería a cada?
- B. ¿Si Einer y Mabel deciden comer cada uno solo pastel que parte le tocaría?
- C. ¿Si Andrés y Cristian decide comer solo pastel y pizza que parte le tocarían?
- D. ¿Camilo decide comer chocolatina, y pastel qué parte le tocaría?

Anexo 3: Registro fotográfico de los estudiantes de quinto grado