

SITUACIONES PROBLEMA CON ESTRUCTURAS ADITIVAS DE COMBINACIÓN Y  
TRANSFORMACIÓN: UNA ESTRATEGIA PARA FAVORECER LA COMPRENSIÓN EN  
ESTUDIANTES DEL GRADO 5° A PARTIR DE UNA UNIDAD DIDÁCTICA

DORA FAISURY ALEGRÍA ROA

KAREN YOLIZA GRUESO ANTANELA

UNIVERSIDAD DEL VALLE SEDE PACÍFICO

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

BUENAVENTURA- VALLE

2020

SITUACIONES PROBLEMA CON ESTRUCTURAS ADITIVAS DE COMBINACIÓN Y  
TRANSFORMACIÓN: UNA ESTRATEGIA PARA FAVORECER LA COMPRENSIÓN EN  
ESTUDIANTES DEL GRADO 5° A PARTIR DE UNA UNIDAD DIDÁCTICA

DORA FAISURY ALEGRÍA ROA – 201452822-3469

KAREN YOLIZA GRUESO ANTANELA– 201452724-3469

Requisito para obtener el título de Licenciadas en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

Asesor:

CÉSAR CASTILLO ANGULO

UNIVERSIDAD DEL VALLE SEDE PACÍFICO

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

BUENAVENTURA- VALLE

2020

Santiago de Cali, XXX de 2020

### **Dedicatoria**

Agradezco a Dios por tan anhelado logro, por haber culminado mi primer pre grado. A mis padres Ernestina Antanelas, Antistenes Grueso y a mis hermanos Tokerson, Derli, Luz Carime; los cuales fueron mi principal apoyo para salir adelante, gracias a su compañía y ayudarme lograr esta meta y convertirme en una Licenciada en Matemáticas; a todos ellos gracias por su comprensión y constante amor.

Karen Yoliza

Agradezco principalmente a Dios por que sin él no hubiese llegado a este logro tan anhelado, seguidamente a mis padres Dora Nelly Roa Rivas, Yesenia Roa, Indulfo Alegría Payan, les agradezco por el apoyo para que esto fuera posible, por todo el sacrificio que han hecho por mí, por siempre sacarme adelante y demostrarme que en la vida siempre hay que salir adelante a pesar de los obstáculos, a mis hermanos y tío por sus buenos consejos por no dejarme en ningún momento sola en este proceso que fue tan gratificante en mi vida.

A mi querido compañero de vida José Hernán Ruiz por su apoyo incondicional, por esas palabras de apoyo, por motivarme cada vez más a estudiar a salir adelante y cumplir todas mis metas, gracias por siempre creer en mí y enseñarme que en la vida todo se realiza con grandes sacrificios.

Dora Faisury

## Agradecimientos

Primero queremos darle gracias al Dios Todopoderoso por habernos iluminado en todo este proceso con su maravillosa presencia, a nuestros padres, hermanos y familiares que con su constante lucha y apoyo incondicional nos han ayudado a salir adelante y que sin sus buenos consejos no habría sido fácil.

A los profesores y a todos nuestros compañeros del Área de Educación Matemática que hicieron parte de este camino. Agradecemos al profesor César Castillo Angulo por su acompañamiento, dedicación y sus conocimientos; a pesar de las muchas ocupaciones decidió orientarnos con paciencia y sabiduría.

A los profesores Freyder Paredes y Mónica Correa Ángel, quienes aceptaron ser los evaluadores de nuestro trabajo de grado, pues con sus sugerencias y múltiples conocimientos nos permitieron fortalecer el trabajo y enseñarnos tantas cosas.

Al profesor Jorge Enrique Galeano por su acompañamiento y constante apoyo durante la realización de este proyecto. Por último, a la Universidad del Valle por habernos permitido crecer como profesionales y ser mejores personas.

**Tabla de contenido**

Resumen .....	12
Abstract .....	13
Introducción .....	14
1. Antecedentes .....	16
2. Planteamiento del problema.....	27
2.1 Formulación del problema.....	27
2.2 Objetivos .....	30
2.2.1 Objetivo general.....	30
2.2.2 Objetivos específicos .....	30
2.3 Justificación del problema.....	31
3. Marco de referencia teórico .....	37
3.1 Situación y resolución de problemas en matemáticas .....	37
3.2 Estructuras aditivas.....	41
3.3 Unidad didáctica.....	47
3.4 Referente curricular .....	50
4. Aspectos metodológicos de la investigación .....	54
4.1 Marco metodológico de la investigación.....	54
4.2 Diseño de la investigación.....	56

4.2.1. Contexto de estudio .....	56
4.2.2 Sujetos participantes .....	58
4.2.3. Instrumentos de recolección de datos .....	59
4.3 Fases y momentos de la investigación.....	59
5. El trabajo de campo.....	62
5.1 Prueba inicial .....	62
5.1.1 Presentación de la prueba inicial .....	63
5.1.2 Resultados y análisis de la prueba inicial .....	64
5.2 Diseño de la Unidad Didáctica .....	93
5.2.1 Presentación de la Unidad Didáctica .....	94
5.2.2 La Actividad 1 .....	95
5.2.3 La Actividad 2 .....	99
5.2.4 La Actividad 3 .....	101
5.3     Reflexiones finales .....	102
6.     Conclusiones.....	104
Referencias.....	108
Anexos .....	112

## Lista de ilustraciones

<i>Ilustración 1. Evidencia de respuesta de la actividad 1, pregunta 1, TR1.</i> .....	67
<i>Ilustración 2. Evidencia de respuesta de la actividad 1, pregunta 1, TR2.</i> .....	67
<i>Ilustración 3. Evidencia de respuesta de la actividad 1, pregunta 1, TR3.</i> .....	67
<i>Ilustración 4. Evidencia de respuesta de la actividad 1, pregunta 2, TR1.</i> .....	69
<i>Ilustración 5. Evidencia de respuesta de la actividad 1, pregunta 2, TR2.</i> .....	69
<i>Ilustración 6. Evidencia de respuesta de la actividad 1, pregunta 2, TR3.</i> .....	69
<i>Ilustración 7. Evidencia de respuesta de la actividad 1, pregunta 3, TR1.</i> .....	70
<i>Ilustración 8. Evidencia de respuesta de la actividad 1, pregunta 3, TR2.</i> .....	71
<i>Ilustración 9. Evidencia de respuesta de la actividad 1, pregunta 4, TR1.</i> .....	71
<i>Ilustración 10. Evidencia de respuesta de la actividad 1, pregunta 4, TR2.</i> .....	72
<i>Ilustración 11. Evidencia de respuesta de la actividad 1, pregunta 4, TR3.</i> .....	72
<i>Ilustración 12. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 5, TR1.</i> .....	73
<i>Ilustración 13. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 5, TR2.</i> .....	74
<i>Ilustración 14. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 5, TR3.</i> .....	74
<i>Ilustración 15. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 6, TR1.</i> .....	75
<i>Ilustración 16. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 6, TR2.</i> .....	76
<i>Ilustración 17. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 6, TR3.</i> .....	76
<i>Ilustración 18. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 7, TR1.</i> .....	77
<i>Ilustración 19. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 7, TR2.</i> .....	78
<i>Ilustración 20. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 7, TR3.</i> .....	78
<i>Ilustración 21. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 8, TR1.</i> .....	79
<i>Ilustración 22. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 8, TR2.</i> .....	80

<i>Ilustración 23. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 8, TR3.....</i>	80
<i>Ilustración 24. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 9, TR1.....</i>	81
<i>Ilustración 25. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 9, TR2.....</i>	82
<i>Ilustración 26. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 1, TR1.....</i>	84
<i>Ilustración 27. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 1, TR2.....</i>	84
<i>Ilustración 28. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 2, TR1.....</i>	85
<i>Ilustración 29. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 2, TR2.....</i>	85
<i>Ilustración 30. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 3, TR1.....</i>	86
<i>Ilustración 31. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 3, TR2.....</i>	86
<i>Ilustración 32. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 4, TR1.....</i>	87
<i>Ilustración 33. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 4, TR2.....</i>	87
<i>Ilustración 34. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 5, TR1.....</i>	89
<i>Ilustración 35. Evidencias de respuestas de la actividad 2, pregunta 5, TR2. ....</i>	89
<i>Ilustración 36. Evidencias de respuestas de la actividad 2, pregunta 5, TR3. ....</i>	89
<i>Ilustración 37. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 6, TR1.....</i>	90
<i>Ilustración 38. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 6, TR2.....</i>	91
<i>Ilustración 39. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 6, TR3.....</i>	91
<i>Ilustración 40. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 7, TR1.....</i>	92
<i>Ilustración 41. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 7, TR2.....</i>	93

**Lista de tablas**

	Pág.
Tabla 1. Tipos de problemas de combinación .....	42
Tabla 2. Tipo de problemas de transformación .....	43
Tabla 3. Tipos de problemas de comparación .....	44
Tabla 4. Tipos de problemas de igualación .....	45
Tabla 5. Prueba inicial .....	63
Tabla 6. Estructura de la Unidad Didáctica .....	95

**Lista de figuras**

	Pág.
Figura 1. Resultados Prueba Saber-2015 Establecimientos educativos focalizados PTA.....	35
Figura 2. Aprendizaje de los estudiantes .....	52
Figura 3. Institución Educativa Escuela Normal Juan Ladrilleros. ....	57
Figura 4. Fases de la investigación .....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>

## Resumen

El objetivo general del presente trabajo consiste en identificar a partir del análisis de una prueba inicial el tipo de actividades que se pueden tener en cuenta para favorecer la comprensión de situaciones problemas de tipo aditivo en los estudiantes del grado 5º de la Institución Educativa Escuela Normal Superior Juan Ladrilleros. Para cumplir con este propósito fue necesario: identificar las dificultades que presentan los estudiantes frente situaciones problemas a partir de una prueba inicial, conocer las características que se deben tener en cuenta al momento de diseñar situaciones problemas que aportan al mejoramiento de la comprensión de las estructuras aditivas y determinar algunas reflexiones acerca de la implementación de las situaciones problemas. Teóricamente se abordaron cuatro temas: situación y resolución de problemas en matemáticas (Pólya & Zugazagoitia, 1965; Obando & Múnera, 2003; Martínez, 2008;); estructuras aditivas (Vergnaud, 1990; Castro, Rico, & Castro, 1995, Bruno, 1999) y unidad didáctica (Andalucía, 2010).

Se trata de una investigación acción con enfoque cualitativo, utilizando como recurso pedagógico una Unidad Didáctica estructurada en situaciones problemas. De la aplicación de la Unidad Didáctica se destaca, que se obtuvo como resultado que los estudiantes manifestaban constantemente sus respuestas teniendo en cuenta sus saberes previos y asociando las situaciones con los elementos de su entorno; dejando entrever, por un lado, algunas fortalezas en relación con las operaciones y los procesos solicitados, y, por otro lado, algunas dificultades en la comprensión de los enunciados del problema.

**Palabras claves:** unidad didáctica, estructuras aditivas, problemas aditivos, aprendizaje.

## Abstract

The general objective of this work is to identify from the analysis of an initial test the type of activities that can be taken into account to favor the understanding of additive-type problem situations in 5th grade students of the Higher Normal School Educational Institution. Juan Ladrilleros. To fulfill this purpose, it was necessary: to identify the difficulties that students present in problem situations from an initial test, to know the characteristics that must be taken into account when designing problem situations that contribute to improving the understanding of structures additive and determine some reflections on the implementation of problem situations. Theoretically, four topics were addressed: situation and problem solving in mathematics (Obando & Múnera, 2003; Martínez, 2008; Polya & Zugazagoitia, 1965); additive structures (Vergnaud, 1990; Castro, Rico, & Castro, 1995, Bruno, 1999); didactic unit (Andalusia, 2010) and curricular reference (Ministry of National Education - MEN, 1998, 2006).

It is an action research with a qualitative approach, using as a pedagogical resource a Didactic Unit structured in problem situations. The application of the Didactic Unit stands out, which was obtained as a result that the students constantly expressed their answers taking into account their previous knowledge and associating the situations with the elements of their environment; suggesting, on the one hand, some strengths in relation to the operations and processes requested, and on the other hand, some difficulties in understanding the statements of the problem.

**Keywords:** didactic unit, additive structures, additive problems, learning.

## Introducción

La importancia del tema de estructuras aditivas de combinación y transformación es que esta, favorece la comprensión de la resolución de situaciones problemas contextualizados y además contribuye al proceso de aprendizaje de los estudiantes. Bruno (1999) afirma que al hablar de las estructuras aditivas no se puede olvidar que éstas forman parte del aprendizaje numérico que van a adquirir los alumnos en su escolaridad obligatoria.

El origen de este trabajo surge tanto de un problema común en los estudiantes como es la falta de comprensión que presentan algunos estudiantes al resolver problemas con estructuras aditivas y además desde la experiencia de las autoras como docentes practicantes, evidenciando que en el aula se dejan atrás las situaciones problemas de estructuras aditivas y esto conlleva a que el estudiante no sea capaz de tener habilidades cognitivas necesarias para resolver problemas de carácter superior como el análisis y la creatividad. Esto conllevó a formular como objetivo general de este estudio: favorecer la comprensión de las estructuras aditivas de combinación y transformación en los estudiantes del grado 5º de la Institución Educativa Escuela Normal Superior Juan Ladrilleros, a partir de la aplicación de una Unidad Didáctica.

A través de la realización del presente estudio se logran beneficios direccionados a favorecer la comprensión de las estructuras aditivas de combinación y transformación, llevar al aula de clase situaciones problemas contextualizadas y permitir que los estudiantes pueden comprender y utilizar diferentes estrategias que les permitan llegar a resolver situaciones problemas.

A partir de los bajos resultados obtenidos en la prueba inicial, el aporte y valor agregado de este trabajo fue una Unidad Didáctica diseñada a partir de situaciones problemas contextualizados, donde se asumió el rol de mediadoras que permiten al estudiante ir superando poco a poco ciertas dificultades que presentaban los estudiantes antes de la intervención.

El trabajo se organizó en seis capítulos. El capítulo 1 contiene los antecedentes, donde se relacionan estudios similares que sirven como referentes para la construcción del proyecto con respecto al problema, el marco teórico y la metodología. El capítulo 2 inicia con la descripción del problema; donde se presentan ciertas dificultades con las que los estudiantes se enfrentan en el aula de clase ante situaciones problemas de tipo aditivo, la justificación del trabajo que permite dar cuenta de algunos elementos que contribuyen al mejoramiento del aprendizaje de las estructuras aditivas, seguidamente se precisan los objetivos, general y específicos. En el capítulo 3 es el marco teórico, contiene una revisión bibliográfica que fundamenta la estructura de la investigación, se indagó que teorías eran relevantes para sustentar este trabajo; ahí se describe y se analiza algunos conceptos que hacen parte de las bases teóricas para el desarrollo de esta investigación. En capítulo 4 es la metodología de la investigación, la cual está apoyada en la investigación acción, en esta se describe su planeación, las fases, la propuesta de enseñanza, y la descripción de cada una de las actividades. En el capítulo 5 se presenta el trabajo de campo que hace referencia en la descripción, presentación y resultados tanto de la prueba inicial como de la Unidad Didáctica. Finalmente, en el capítulo 6 se presentan algunas conclusiones generales obtenidas sobre la aplicación del recurso utilizado y la importancia de su uso.

## 1. Antecedentes

Este trabajo se inscribe en la línea de didáctica de las matemáticas de la Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas de la sede Pacífico de la Universidad del Valle. Se presenta un ejercicio investigativo en relación con el aprendizaje de las estructuras aditivas en relación con situaciones problema. Este capítulo se dedica a la revisión de algunos de estos asuntos en publicaciones y trabajos de Educación matemática.

Durante los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se pueden llegar a conocer ciertas dificultades con las que se enfrentan los estudiantes al momento de resolver situaciones problemas. En este apartado, se presentan algunos antecedentes los cuales tienen relación con la presente propuesta. Principalmente, se tiene como referente investigaciones que involucran las situaciones problemas en matemáticas, y como referentes secundarios investigaciones que tienen como objeto las situaciones problemas particularmente problemas aditivos.

El trabajo de Zarzar & Montes (2012), publicado en México, es un estudio que surge de la dificultad que presentan un gran número de niños al abordar el tema de la resolución de problemas aditivos. Tiene como objetivos investigar la resolución de problemas aditivos que hacen los niños y las competencias matemáticas que desarrollan, y verificar la viabilidad de una secuencia didáctica que integre tipos y subtipos de problemas aditivos. Los temas tratados en el marco teórico son: teoría de campos conceptuales (Vergnaud, 1990) y representaciones externas de Goldin (1998).

Se trata también de un estudio de tipo explicativo, se trabajó con diez estudiantes de 2º grado de primaria de una escuela pública de la ciudad de México. En una primera etapa se aplicaron cuestionarios iniciales de escritura numérica y resolución de problemas aditivos, seguidos de entrevistas clínicas individuales; luego se aplicó la secuencia didáctica de problemas aditivos teniendo en cuenta el modelo educativo de Van Hiele. Por último, se aplicó un cuestionario final.

Se observó que los estudiantes elaboran reglas intuitivas sobre el sistema de numeración decimal y utilizan diversas estrategias de resolución de problemas y soportes de representación como una etapa de transición a las reglas formales.

Por último, la siguiente investigación se ha interesado, particularmente, en la comprensión de estas estructuras, bajo el modelo educativo de van Hiele, desde su componente prescriptivo como una metodología que permite abordar de forma secuencial experiencias de aprendizaje que posibilitan la adecuada configuración del concepto objeto de estudio y de esta manera analizar la comprensión de los estudiantes en relación con el mismo.

La siguiente investigación publicada por la Universidad Nacional Pedagógica, titulada: “Solución de problemas aditivos de cambio; combinación y comparación con alumnos de tercer grado de educación primaria” (Eslava & Girón, 2011). Esta investigación surge de la dificultad que representa para los estudiantes de tercer grado resolver problemas aditivos de cambio, combinación y comparación. Los problemas aditivos que se trabajan en la escuela primaria se refieren a los que utilizan la suma y la resta; y el hecho de saber sumar y restar no implica que se puedan resolver problemas con suma y resta, para ello se debe comprender la situación planteada, qué es lo que se pide, analizar la información para saber qué operación utilizar, y poder acomodar los números según los datos. La situación es que “las habilidades no son desarrolladas al mismo

tiempo en todos los niños, lo cual explica por qué algunos alumnos tienen mayor o menor dificultad para comprender mejor los conceptos matemáticos en una edad ya avanzada cuando se supondría que los estudiantes deberían tener los mínimos conocimientos de base bien consolidados” (Eslava & Girón, 2011, p.7). Ante este problema se planteó como objetivo general, identificar el nivel de contenidos que tiene el alumno para resolver los problemas aditivos, así mismo identificar cómo los resuelve; para lo cual fue necesario evaluar a los alumnos antes y después de aplicar el programa, aplicar un programa de intervención con actividades basadas en la estrategia de los cuatro pasos de Polya, y hacer un análisis comparativo de la evaluación de antes y después de la aplicación.

Los temas destacados que abordaron fueron: resolución de problemas (Mayer, 1986; Orton, 1990; Block, 1996; Saldaña, 1997; Miranda, 1998 y Vergnaud, 1998), problemas aditivos (Vargas, 1988; Ávila, 1994; Salgado, 1995; Guerrero, 1997; García, 1998 y Flores, 2001), dificultad de los problemas de tipo aditivo (Vergnaud, 1996), problemas de estructura aditiva (Bergeron y Herscovics, 1990; Miranda, 1998, Díaz Barriga, 1999), estrategias para resolver problemas aditivos (Carpenter, 1984; Woolfolk, 1999; Pólya, 1965).

Este estudio contiene dos evaluaciones: la inicial que trata de problemas de estructura aditiva; luego se hace una intervención de 13 estrategias para la solución de este tipo de problemas y de nuevo se aplica la prueba para comparar cómo resolvieron al inicio y cómo resolvieron después de la intervención y para conocer si la intervención logró sus objetivos. En la primera prueba se identificaron los errores que se cometían al solucionar un problema, pues la mayoría no sabía cómo desarrollarlos, presentaron dificultades al hallar el elemento desconocido, en los problemas de combinación y comparación, tardaron un tiempo considerable en tratar de resolverlos y así se pudo constatar que el trabajo en la materia de matemáticas era escaso.

Esta investigación pretende que a través de los cuatro pasos de Polya los estudiantes del grado tercero puedan solucionar problemas de cambio, combinación y comparación; dichas situaciones se desarrollan para trabajar en un contexto determinado y permiten encontrar una estrategia útil para solucionar problemas. Este estudio es un importante referente para el presente estudio puesto que parte de la misma problemática y busca un objetivo similar direccionado a la comprensión de los problemas con estructuras aditivas. La metodología utilizada, la teoría revisada y las variables de estudio, son también de gran utilidad. Además, la anterior investigación aporta estrategias para poder solucionar las situaciones problemas de acuerdo al contexto, donde los estudiantes a partir de esto; se familiarizan con el tema y construyan sus propios conocimientos.

La siguiente investigación es de Rodríguez & Pineda (2009). En este estudio se reconocen las dificultades de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática, sobre todo cuando se trata de resolver problemas. En este estudio se afirma que las matemáticas en este contexto es una fuente de dificultades de la Educación Básica, lo cual se debe a los métodos tradicionales, la pérdida de interés por parte de los estudiantes, rutinas impuestas, artificiales, carentes de sentido, entre otras. Esta situación conllevó a formular como objetivo general de este estudio, analizar las situaciones problemáticas como herramienta para el desarrollo del pensamiento matemático, usándolas como estrategia de aprendizaje; lo cual llevó a identificar algunos factores que intervienen en el proceso del desarrollo del pensamiento matemático, establecer relaciones entre el pensamiento matemático y las situaciones problemáticas y proponer estrategias que posibiliten el uso de la enseñanza problemática, como herramienta para el desarrollo del pensamiento crítico y creativo de los estudiantes.

Los temas abordados fueron: la enseñanza problemática como herramienta para el desarrollo del pensamiento crítico y creativo en el aula (Lagos y Revelo, 2005), teoría del aprendizaje (Vigotsky, 1983 y Ausubel, 1983), ideas básicas sobre el pensamiento matemático (Villarini, 1991 y Piaget, 2008).

Se trata de un estudio de caso de tipo exploratorio con enfoque cualitativo, utilizando como herramienta una secuencia didáctica. Se resaltó el análisis o proceso de solución en cada numeral de cada taller realizado; respecto a los objetivos propuestos sobre las situaciones problemáticas como herramienta para el desarrollo del pensamiento matemático, se obtuvieron resultados altamente satisfactorios, que se obtuvieron en cuanto a los talleres que se les asignaron a los estudiantes; dado que, los objetivos que fueron propuestos en cuanto a las situaciones problemas ayudaron a los estudiantes en su proceso de construcción de conocimientos.

El aporte de la anterior investigación, permite que a partir de las situaciones problemáticas; los estudiantes desarrollen el pensamiento matemático y su vez un pensamiento crítico, donde resalta el análisis o proceso de solución en cada numeral de cada taller realizado; para concluir, respecto a los objetivos propuestos sobre las situaciones problemáticas como herramienta para el desarrollo del pensamiento matemático, y se identifican los aspectos que permitirán a la investigación obtener resultados altamente satisfactorios.

Otra investigación es de Vélez, D. M & Gómez, L (2013). La cual aborda el concepto de estructuras de tipo aditivo en los estudiantes del grado tercero de la Institución Educativa San José del municipio de Betulia (Antioquia, Colombia), se identificó que cuando el docente presentaba actividades en las que se debía razonar, analizar, interpretar y emplear una determinada operación, era necesario generar procesos que involucraran un adecuado razonamiento y que dieran cuenta

de la manera como se interpretaban los conceptos, por lo cual se hizo importante analizar la forma en que los estudiantes razonan ante dichas situaciones cuando se presentan situaciones en contexto.

En este estudio se trata en el marco teórico el tema de estructuras de tipo aditivo (Vergnaud, 1991, MEN, 1998, 2006), el modelo educativo de van Hiele (1987).

Se trata de un estudio de casos con enfoque cualitativo basado en actividades con situaciones de problemas aditivos. La información recolectada fue analizada mediante la codificación y categorización, con el fin de describir la comprensión en torno al concepto objeto de estudio. Finalmente, el producto obtenido se formalizó en un Módulo de Aprendizaje como aporte a los docentes en sus prácticas de aula.

Otra investigación elaborada en Palmira fue la de Ordoñez, L. I. (2014). El problema identificado en este estudio es el siguiente: al finalizar el grado sexto de básica secundaria los estudiantes han trabajado la aritmética con los números positivos y se ha realizado un acercamiento al conjunto de los números negativos, para el año siguiente, o sea el grado séptimo, continúan con la ampliación al conjunto de los números enteros, encontrándose una variedad significativa de dificultades en la resolución de problemas y el manejo de las operaciones básicas. Al analizar el historial de las pruebas saber, se logra identificar que estas dificultades vienen desde la básica primaria en el componente numérico y en éste, la conceptualización de los números naturales y las estructuras aditivas, indispensable para la comprensibilidad de los números enteros y los demás conjuntos de números hasta llegar a los números reales. Esto convierte la enseñanza y la resolución de problemas en estos conjuntos numéricos en un proceso complejo.

Ante la situación expuesta formularon como objetivo general de este estudio, “aplicar la metodología Redactar en grado séptimo para fortalecer la conceptualización de las estructuras aditivas con números enteros, indispensable para el desarrollo del pensamiento numérico (Ordoñez, 2014, p.8)”. Como objetivos específicos se propuso: conceptualizar y describir las estructuras aditivas, sus errores, obstáculos epistemológicos y didáctica en la enseñanza y en su aprendizaje; identificar cuáles son las estructuras aditivas que más se trabajan y cómo se presentan en los textos escolares, a partir de un análisis desde una perspectiva didáctica como es Redactar y diseñar las pruebas inicial y final de acuerdo con las estructuras aditivas, para implementar y evaluar en el aula desde la Metodología Redactar.

En el marco teórico abordaron los siguientes temas: estructuras aditivas (Vergnaud, 1990; Castro, Rico y Gil, 1992; Puig y Cerdán, 1988; Carpenter & Moser, 1983; Heller & Greeno, 1978; González, 1998, entre otros), errores, dificultades y obstáculos epistemológicos (Puig & Cerdán, 1988; Vergnaud, 1982; Cid, 2000), didáctica en la enseñanza de los números enteros y las estructuras aditivas (Ernest, 1985; Carr & Katterns, 1984; Janvier (1983) y Liebeck, 1990).

Es una investigación con enfoque mixto, es decir, cualitativo y cuantitativo; se basa en la observación y en pruebas. Los resultados de las pruebas fueron:

La presente investigación se centró en buscar estrategias didácticas las cuales permitieran la comprensión de las estructuras aditivas con números enteros.

En la cual se analizaron los resultados y dieron a conocer que ninguna de las tres estrategias tuvo diferencias significativas entre los grupos con sus diferentes metodologías, ni entre hombres y mujeres en la calificación final, pero los porcentajes en las tablas comparativas; muestran aumentos en las calificaciones entre la prueba inicial y la prueba final en la identificación de la

incógnita y en la resolución de los PAEV. También se identificó problemas en la comprensión de lectura y en fundamentos conceptuales en las operaciones básicas de suma y resta.

Este estudio como los anteriores aporta a la definición del problema, brinda elementos para el marco teórico, contribuye a la construcción de la metodología y al análisis de los resultados.

Otra investigación abordada fue la de Bedoya, D. M. (2014). En la cual manifiestan que existe dificultad en la comprensión de conceptos matemáticos, particularmente las estructuras de tipo aditivo, es de gran importancia en la educación básica primaria. Ante este hecho se propuso como objetivo general, analizar el proceso de comprensión de las estructuras de tipo aditivo, en los estudiantes del grado tercero de básica primaria, a partir de experiencias de aprendizaje fundamentadas en las fases del modelo de van Hiele. Como objetivos específicos, se plantearon los siguientes: determinar las características para cada una de las fases del modelo de van Hiele, que el estudiante debe abordar en el proceso de comprensión de las estructuras de tipo aditivo y describir la forma como los estudiantes del grado tercero de básica primaria, abordan experiencias de aprendizaje, apoyadas en la visualización, que permitan el análisis de sus procesos de comprensión, en relación con las estructuras de tipo aditivo.

Los temas tratados en el marco teórico fueron: comprensión de conceptos matemáticos (Van Hiele, 1957; MEN, 1998; Jaramillo y Esteban, 2006), teorías de aprendizaje (Rosas & Sebastián, 2004; Brainerd, 1978; Vuyk, 1984; Vergnaud, 1990; Londoño & Jurado, 2005; Veer y Valsiner, 1991), estructuras de tipo aditivo según Vergnaud (1990) y el concepto de estructura según van Hiele (1986).

Se trata de un estudio de casos con enfoque cualitativo en el cual se utilizó la entrevista de carácter socrático, mapas conceptuales, observación, módulo de aprendizaje, trabajo de campo. Esta investigación indica que se diseñaron experiencias de aprendizaje en relación con cada una de las fases de aprendizaje del modelo educativo de van Hiele, éstas se organizaron en un Módulo de Aprendizaje, que facilita el análisis de la información y se convierte al mismo tiempo en una herramienta que aporta a los docentes en sus prácticas de aula, particularmente en el grado tercero.

También se expone una investigación de Silva, J. E. (2018) titulada “Un estudio sobre el tipo de estructuras aditivas usadas en problemas planteados en los textos de matemáticas de primaria más usados en Colombia”. El objetivo general de este estudio es realizar un análisis didáctico en torno al tipo de estructuras aditivas usadas en los problemas que se plantean en textos de matemáticas de primaria más usados en Colombia, para determinar el grado de coherencia entre lo planteado por las políticas colombianas en Educación Matemática y el tipo de problemas encontrados. Los objetivos específicos son: realizar una indagación sobre los textos de matemáticas más usados en básica primaria y recolectar este tipo de textos para su análisis, realizar un análisis didáctico sobre los problemas aditivos seleccionados de los textos de primaria de las editoriales más usadas en Colombia, con el fin de categorizarlos según su estructura aditiva y realizar un análisis estadístico sencillo sobre la información obtenida, que permita soportar la descripción de los resultados obtenidos y sus conclusiones.

En el marco teórico se abordaron los siguientes temas: estructuras aditivas, obstáculos y dificultades epistemológicas en la resolución de problemas con estructura aditiva (Castro, Rico y Gil, 1992; Kammi, 1985; Cid, 2015; Carpenter y Moser, 1982; De Corte y Verschaffel, 1981;

Kinstch y Greeno, 1985; Nesher, 1982; Vergnaud, 1982; Wolters, 1983), campos conceptuales (Pineda, 2013; Vergnaud, 1990, Bermejo et al., 1998; Sánchez y Guerrero, 1999).

Es un estudio de tipo explicativo con enfoque mixto. Se procedió a seleccionar las editoriales objeto del presente estudio, posteriormente seleccionaron los LTM por grado de primero a quinto de las editoriales escogidas, luego se realizó la elección de las variables objeto estudio y posteriormente se procedió a depurar la información recolectada especialmente los problemas matemáticos con estructura aditiva con respecto a las variables y se clasificaron en cada una de las categorías propuestas por los autores Vergnaud y Nesher. Luego se elaboró una base de datos en Excel para procesar la información y posteriormente realizar los análisis pertinentes.

El análisis didáctico mostró que las estructuras aditivas más usadas por las editoriales son en su orden categorías 2, 1, 3 y 4 de Vergnaud o las categorías comparación y en menor grado combinación e igualación de Nesher. Estas categorías se encuentran incluidas en la gran mayoría de textos con los cuales los docentes orientan las clases de matemáticas, pero carecen totalmente de las categorías 5 y 6 de Vergnaud y teorías de igualación de Nesher. Todo lo anterior refleja cierta articulación existente entre las normas exigidas por el MEN en los estándares básicos de competencias. Pero se debe resaltar que no se están trabajando las estructuras de igualación y poco se trabaja las categorías de combinación (Silva, 2018, p.54).

No obstante, tomando como referente las estructuras aditivas propuestas por los autores Vergnaud y Nesher, y la manera como las editoriales abordan dichas categorías incluyéndolas en sus textos, a fin de promover en el estudiante el desarrollo de pensamiento numérico más estructurado para abordar los problemas de la adición y a futuro otro tipo de situaciones; además, de incluir en los LTM los referentes teóricos y pedagógicos construidos por la comunidad

académica y el MEN, los cuales se asumen son los orientadores para el desarrollo de la calidad educativa. Se aplica la técnica de análisis de texto desde el enfoque de investigación mixto.

En conclusión, estas investigaciones dan un aporte significativo para la propuesta de investigación, dado que, todas hacen referencia al aprendizaje de las situaciones problemas a través de distintas estrategias didácticas teniendo en cuenta la resolución de problemas como un eje de gran importancia, ya que fortalecen el conocimiento de manera contextual logrando explorar, identificar, comprender, analizar, comunicar y ejercitarse, y esto le permite establecer relaciones con diferentes situaciones problemas que les permite planificar, regular y evaluar su aprendizaje llevando a cabo las estructuras aditivas; además ayuda a desarrollar distintas estrategias mentales empleando los conocimientos que obtuvieron durante todo el proceso. Abordan autores comunes para el tema de resolución de problemas, como Kammi (1985); Carpenter y Moser (1982); Vergnaud (1982, 1990), Castro, Rico y Gil (1992); Cid (2015). Además, son estudios de casos por lo general, de tipo descriptivo explicativo con enfoque mixto, de corte longitudinal (evalúan una situación mediante un antes y un después). Aunque no todos se basan en los mismos modelos, todos se enfocan en la comprensión de las estructuras aditivas de combinación y transformación.

## **2. Planteamiento del problema**

En este capítulo se presentan algunas problemáticas en cuanto a la comprensión de las estructuras aditivas de combinación y transformación, dificultades con las que el estudiante se enfrenta durante su proceso escolar en el área de Matemáticas; se tienen en cuenta algunas referencias de otras investigaciones, sobre todo las señaladas en los antecedentes, para darle fundamento al trabajo que se propone, y determinar un horizonte para el trabajo de grado.

En la primera parte, la formulación del problema que hace referencia a la problemática que se ha podido observar en cuanto al objeto matemático abordado en el presente trabajo; en la segunda parte se dan las razones que sustentan las decisiones tomadas en la realización de este trabajo. Finalmente se presentan los objetivos que son los propósitos que se espera desarrollar y alcanzar en esta investigación

### **2.1 Formulación del problema**

Los antecedentes dan una clara visión del problema de este estudio puesto que los autores tratados consideran que hay serias dificultades en los estudiantes de básica primaria para resolver problemas aditivos de cambio, combinación y comparación (Eslava & Girón, 2011; Zarzar & Montes, 2012; Rodríguez & Pineda, 2009; Ordoñez, 2014; Vélez & Gómez, 2013; Bedoya, 2014).

Según Eslava & Girón (2011), las habilidades no se desarrollan al mismo tiempo en todos los niños, lo cual se asocia al mayor o menor grado de dificultad para comprender mejor los conceptos matemáticos. Rodríguez & Pineda, (2009), lo atribuyen a los métodos tradicionales, la pérdida de interés por parte de los estudiantes, rutinas impuestas, artificiales, carentes de sentido, entre otras. Ordoñez (2014) logra identificar a través de las pruebas saber que estas dificultades vienen desde

la básica primaria en el componente numérico, la conceptualización de los números naturales y las estructuras aditivas, lo cual es un requisito para comprender los números enteros y los demás conjuntos de números hasta los números reales. Esto hace de la enseñanza y la resolución de problemas en conjuntos numéricos un proceso complejo.

Es el caso específico de los estudiantes del grado 5º de la Institución Educativa Escuela Normal Superior Juan Ladrilleros, donde se puede observar que presentan dificultades a la hora de resolver problemas que involucran la estructura aditiva; algunas asociadas a la falta de compresión que tienen los educandos cuando se les presenta situaciones problemas con las que ellos no se familiarizan o en ocasiones en el aula de clase no se contempla el desarrollo de este tipo de problemas.

Por ende, a los estudiantes se les dificulta emplear las estructuras aditivas al resolver problemas de combinación y transformación, puesto que no logran identificar, comprender, analizar, comunicar y ejercitarse en situaciones problemas con estructuras aditivas (suma y resta). También, desde la experiencia obtenida como estudiantes y docentes practicantes, se puede decir que en la escuela tradicionalmente se deja atrás las situaciones aditivas que contienen problemas de aplicación, para lo último en ocasiones con poco tiempo, puesto que profundizan de gran manera en los algoritmos y poco se presentan situaciones problemas. Con respecto a las dificultades que tienen algunos estudiantes para realizar operaciones de suma y resta; se puede expresar que es un periodo crítico para el aprendizaje de las matemáticas por los niños; pues se cree que alguna de las dificultades que presentan radican en la deficiente enseñanza de la suma y resta que se les da en los primeros años escolares.

Debido a estas dificultades, varios autores expresan que es importante enseñar las estructuras aditivas desde la educación primaria para que el estudiante pueda afianzar su conocimiento durante su proceso de aprendizaje.

Por un lado, Vergnaud (1990) en la Teoría de los Campos Conceptuales, respecto a las estructuras aditivas señala que:

Se enseñan en los primeros años de escolaridad y son la base para la conceptualización de las operaciones básicas en la resolución de problemas con números naturales, al continuar con la construcción de los siguientes conjuntos numéricos estas estructuras aditivas se amplían generando múltiples combinaciones, provocando una complejidad adicional a la dificultad que tiene el nuevo conjunto numérico, en este caso los números enteros (p.1).

Por otro lado, Bruno (1999), afirma que: “Es necesario comenzar desde la educación infantil utilizando problemas para dar significado a la suma y a la resta” (p.42).

Por ello, es importante enfatizar en la enseñanza de las estructuras aditivas; dado que es necesaria para que el niño constituya sus conocimientos; y puede ser capaz de darle solución a los problemas de tipo aditivo; eso permite a los estudiantes relacionarse con situaciones cotidianas que facilitan su comprensión; los cuales son importantes en el desarrollo del pensamiento matemático, y esto en efecto puede llevar a que el educando tenga una mayor motivación por aprender.

Es por esto, que el docente debe hacerse cargo de implementar materiales educativos en el aula de clase, como son: guías, libros, esquemas, videos, imágenes, materiales impresos y no impresos, actividades digitales, diapositivas y otras. Esto como un apoyo, una herramienta didáctica que permita a acercar al estudiante al conocimiento y a la construcción de los conceptos

para favorecer el aprendizaje. Así pues, el presente trabajo se diseña una Unidad Didáctica mediadas por las estructuras aditivas de combinación y transformación la cual será validada por expertos.

De acuerdo con lo anterior, se plantea la siguiente pregunta:

*¿Qué elementos se pueden tener en cuenta para el diseño de una Unidad Didáctica que favorezca la comprensión de las estructuras aditivas de combinación y transformación en los estudiantes del grado 5º de la Institución Educativa Escuela Normal Superior Juan Ladrilleros?*

## **2.2 Objetivos**

### **2.2.1 Objetivo general**

Identificar a partir del análisis de una prueba inicial el tipo de actividades que se pueden tener en cuenta para favorecer la comprensión de situaciones problemas de tipo aditivo en los estudiantes del grado 5º de la Institución Educativa Escuela Normal Superior Juan Ladrilleros

### **2.2.2 Objetivos específicos**

- Establecer y caracterizar dificultades que presentan los estudiantes del grado 5º en la comprensión de las situaciones problemas de combinación y transformación a partir de una prueba inicial.
- Establecer características teóricas que posibiliten el diseño y la aplicación de una Unidad Didáctica que incluye situaciones problemas aditivas de combinación y transformación.

- Determinar elementos prácticos para el diseño de una Unidad Didáctica a partir de la asesoría de expertos.

### **2.3 Justificación del problema**

La importancia de la educación matemática radica en que contribuye a la formación de ciudadanos competentes; con habilidades fundamentales para su desarrollo intelectual; para razonar de manera ordenada, ser lógicos, argumentativos y a tener una mente preparada para el pensamiento crítico y abstracto. Además, las matemáticas son, dentro del plantel educativo colombiano, un área fundamental y prioritaria donde se debe profundizar en las diferentes asignaturas que la componen. Dado que son necesarias para que toda persona sea capaz de desenvolverse y desarrollar su pensamiento numérico. Ante esto, considerando la enseñanza del pensamiento numérico, el MEN (1998) plantea que:

El pensamiento numérico es la utilización de las operaciones y de los números en la formulación y resolución de problemas y la comprensión de la relación entre el contexto del problema y el cálculo necesario, lo que da pistas para determinar si la solución debe ser exacta o aproximada y también si los resultados a la luz de los datos del problema son o no razonables (p.26).

Lo antes mencionado, apunta a las competencias que se desarrollan particularmente en este pensamiento numérico como los son: comunicación, razonamiento y resolución de problemas; a las cuales se le debe hacer mucho énfasis de tal manera que los estudiantes puedan comprender y utilizar diferentes estrategias que les permitan llegar a resolver situaciones problemas.

Es por esto, que en la educación matemática se puede observar situaciones problemas que son de gran importancia debido a que permiten a los estudiantes desarrollar habilidades, ser críticos, analíticos, y a reconocer conceptos matemáticos en situaciones concretas. En concordancia con lo anterior, los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas (2006), plantea que:

Las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos. Estos problemas pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad. (p.52).

A medida que los estudiantes se relacionan con situaciones contextualizadas, se logra evidenciar que se van desarrollando diferentes competencias tales como la comunicación y el razonamiento las cuales son importante para el desarrollo del pensamiento numérico; dado que, esto permite al estudiante tener habilidades tales como tener la capacidad para resolver un problema cualquiera, en una situación cualquiera, es decir, ser competente y tener capacidades en general. Por ejemplo: tener conocimientos, destrezas, cualidades etc.

Además, la resolución de problemas es pertinente para promover la comprensión de las estructuras aditivas, porque permite a los estudiantes tener la habilidad de resolver situaciones problemas que están inmersas en esas estructuras, de buscar estrategias, de criticar argumentos y reconocer conceptos en situaciones concretas; la importancia no es obtener la solución, sino el camino que lleva hacia ella. El reconocimiento de las estructuras aditivas favorece algunas habilidades relacionadas con el pensamiento numérico en la medida en que las estructuras aditivas

se conoce como la capacidad que se tiene para identificar, comprender y abordar las situaciones en las que tiene la aplicabilidad la adición y la sustracción; y estas son habilidades relacionadas con el pensamiento numérico.

Este trabajo se enfatiza en las categorías de combinación y transformación, porque son de gran importancia durante el proceso de aprendizaje de los estudiantes, además se cree que si se trabaja fuertemente desde los primeros años de escolaridad resultarán más comprensible los conceptos y categorías posteriores, porque el estudiante ya tendrá unas bases fundamentales para resolver situaciones donde se presenten las estructuras aditivas.

Por consiguiente, no se pueden dejar atrás la comprensión de las estructuras aditivas; debido a que se originan algunas dificultades en el proceso de aprendizaje en algunos estudiantes del grado 5° de la Educación Básica, las cuales se han podido observar en la experiencia como docentes practicantes al momento de trabajar con situaciones problemas mediadas por las estructuras aditivas, particularmente con los problemas aditivos, ya que, se puede apreciar que algunos estudiantes presentan dificultades cuando resuelven esas situaciones, y tienden a tener un bajo nivel de conocimiento acerca de estos.

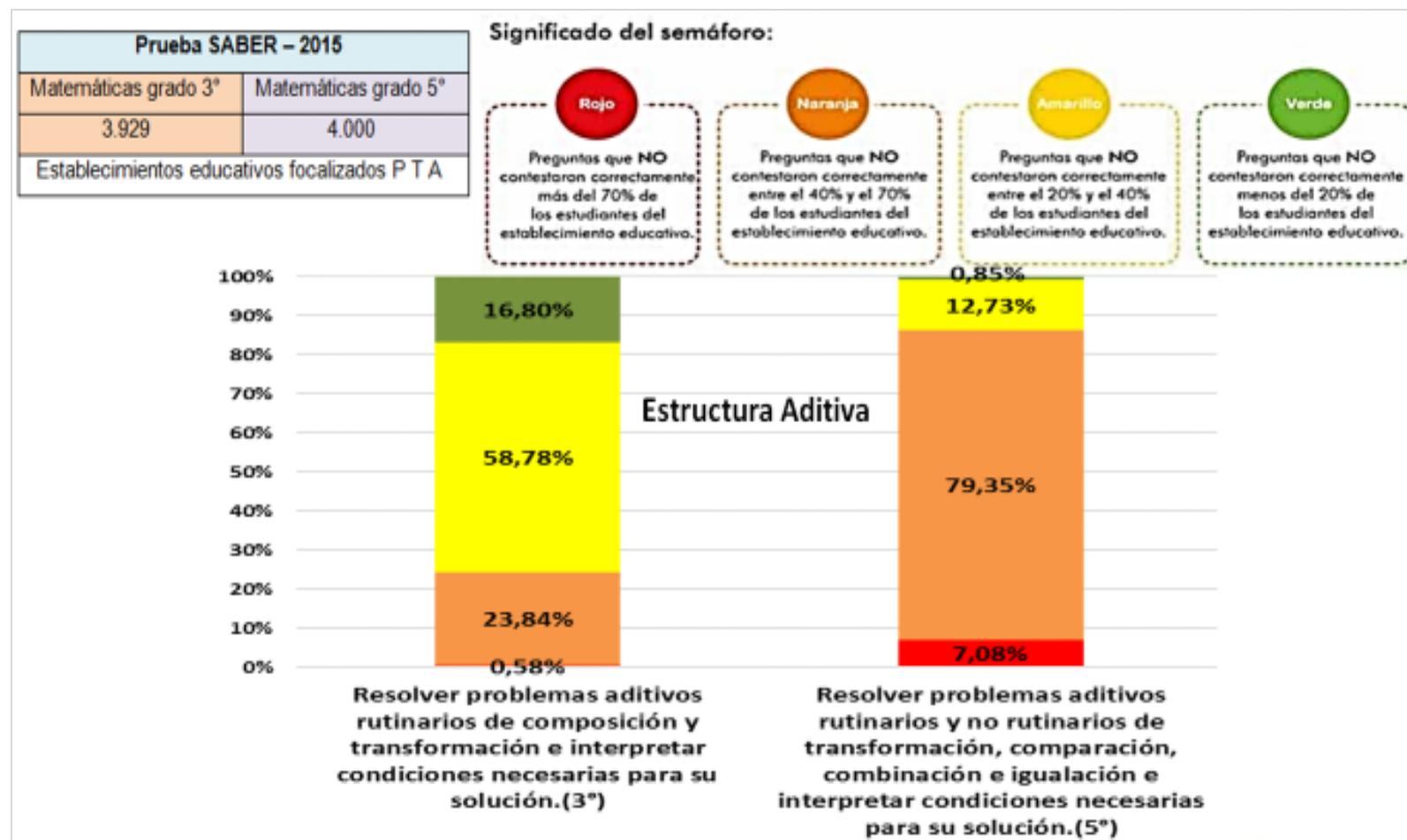
Sin embargo, en este marco de experiencias como investigadoras, que ha sido fortalecida en la práctica con la Institución Educativa Escuela Normal Superior Juan Ladrilleros sobre las observaciones generales como profesionales, y a su vez, con los elementos técnicos de la formación de la Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas, se puede evidenciar que en algunas instituciones no se dan situaciones problemáticas de aplicación por lo que se constituye en una debilidad en tanto no se pone en práctica los elementos aportados de las estructuras aditivas; adicionalmente, en la enseñanza tampoco el maestro utiliza situaciones

contextualizadas, y lo que se necesita es que el estudiante tome sentido de lo que está aprendiendo y lo aprenda con una perspectiva crítica.

De acuerdo con la temática de investigación, lo que se busca es lograr a través de la aplicación y el análisis de una Prueba inicial, que se les presentó a los estudiantes de grado 5° de la Institución Educativa Escuela Normal Superior Juan Ladrilleros, identificar algunas dificultades que presenta los estudiantes a la hora de resolver situaciones problemas de estructuras aditivas de combinación y transformación, para el diseño de una Unidad didáctica la cual tenga mejores aspectos y esta sea validada por expertos, para que a la hora de presentar esta propuesta el estudiante logre una mejor comprensión.

De esa misma manera, con la interacción y el aporte de las autoras como investigadoras durante la puesta en marcha de las actividades propuestas en la prueba inicial; ayudar a que los estudiantes conozcan los diferentes tipos de estructuras aditivas y así superar ciertas dificultades. Así mismo, que, al establecer una correlación entre las estructuras, los alumnos consigan interpretar y comprender mejor las situaciones, puesto que así pueden lograr plantear diferentes caminos de solución y así elaborar las operaciones más adecuadas con el fin de argumentar sólidamente la solución propuesta.

La idea de realizar este estudio surge de los resultados insatisfactorios en las Pruebas Saber en el grado 5 ° del año 2015 con respecto a la resolución rutinario y no rutinario de transformación, comparación, combinación e igualación e interpretar condiciones necesarias para su solución. Ver figura 1.



**Figura 1. Resultados Prueba Saber-2015 Establecimientos educativos focalizados PTA**

Fuente:(ICFES, 2015).

En la figura anterior, se puede observar que un gran porcentaje de los estudiantes se encuentran en un nivel insatisfactorio porque no resuelven problemas aditivos rutinarios y no rutinarios de transformación, comparación, combinación e igualación e interpretar condiciones necesarias para su solución.

En consecuencia, es importante un trabajo que como este busca favorecer la comprensión de estructuras aditivas de combinación y transformación mediante la resolución de problemas en estudiantes de grado 5º. En él se contemplan situaciones contextualizadas a partir del diseño de una Unidad Didáctica como estrategia para contribuir al proceso de aprendizaje de los estudiantes.

### **3. Marco de referencia teórico**

En este apartado se presentan algunos elementos teóricos relacionados con las situaciones problema y su resolución en el área de matemáticas, se hace énfasis en cómo la aplicación de situaciones problemas es importante para el aprendizaje de los estudiantes durante su proceso escolar. Se señalan algunas nociones relacionadas con las estructuras aditivas, se usa como referente principal la teoría de Vergnaud (1990), se da especial atención en las categorías que él presenta y como las presenta Puig & Cerdán. Se presenta los elementos principales de la Unidad Didáctica y como estos son importantes para el diseño de la misma. Y, por último, se presentan particularidades de la estructura curricular que se trabaja en el grado 5º y que se relacionan con la temática de este trabajo.

#### **3.1 Situación y resolución de problemas en matemáticas**

La situación problema es una estrategia para el aprendizaje en la que se plantea al estudiante una incógnita que podrá descifrar, al verificar sus conocimientos e ideas previas sobre el problema con diversas fuentes para construir una respuesta o solución, la implementación de situaciones problemas puede ser una alternativa para poder lograr niveles más desarrollados en cuanto a la educación. Según Obando y Múnera (2003):

Una situación problema la podemos interpretar como un contexto de participación colectiva para el aprendizaje, en el que los estudiantes, al interactuar entre ellos mismos, y con el profesor, a través del objeto de conocimiento, dinamizan su actividad matemática, generando procesos conducentes a la construcción de nuevos conocimientos. Así, ella debe permitir la acción, la exploración, la sistematización, la confrontación, el debate, la evaluación, la autoevaluación, la heteroevaluación (p. 185).

Además, la situación problema debe emprender al estudiante para que extienda su actividad matemática a partir del avance claro de una reflexión entre la investigación y la sistematización. Es decir, que además de los elementos que la forman, tiene ciertos mecanismos que permite que los estudiantes puedan de manera independiente generar procesos adecuados a la construcción de nuevos conocimientos.

De esta manera, la situación problema debe estar vinculada con el estudiante para que pueda utilizar elementos contextuales como una herramienta, que dinamice el aprendizaje y relacione los conceptos particulares con las formas universales que el mismo construye.

Es por esto, que el profesor de matemáticas debe plantearles a los estudiantes problemas que sean adecuados a sus conocimientos y que de tal manera ellos puedan darle soluciones en medio de preguntas que el mismo pueda estimularse; podrá despertarles el interés por el pensamiento independiente, es por esto, que el docente debe motivar y llevar al alumno a resolver problemas, ya que, el estudiante mediante la resolución de problemas, pueden experimentar la potencia y utilidad de las Matemáticas en el mundo que les rodea.

Para Martínez (2008) resolver problemas no es solo una actividad científica, también constituye un tipo de tarea educativa que debe ocupar una posición destacada en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los niños, adolescentes y estudiantes en general. Por ello, la resolución de problemas es un contenido escolar, que contribuye a la formación intelectual y científica de los estudiantes. Así, la resolución de problemas es una actividad primordial en la clase de matemáticas, ya que ayuda a que el estudiante sea crítico en su argumentación y use el lenguaje matemático con cierta fluidez, este no es únicamente un objetivo general a conseguir, sino que además es un instrumento pedagógico importante.

De esta manera, Polya y Zugazagoitia (1965), plantean:

El profesor que deseé desarrollar en sus alumnos la aptitud para resolver problemas, debe hacerles interesarse en ellos y darle el mayor número posible de ocasiones de imitación y práctica. Si el maestro quiere desarrollar el proceso mental que corresponde a las preguntas y sugerencias de nuestra lista, debe emplearles tantas veces como vengan al caso de un modo natural. Además, cuando el maestro resuelve un problema ante la clase, debe “dramatizar” un poco sus ideas y hacerse las mismas preguntas que emplea para ayudar a sus alumnos (p.28).

Es decir, que de esa forma el estudiante puede adquirir nuevos conocimientos, es capaz de hacerse preguntas así mismo, efectuar de manera natural una operación; además su proceso mental será más eficaz y su habilidad práctica irá más allá que resolver un problema matemático.

Polya y Zugazagoitia (1965), definen cuatro etapas las cuales son las necesarias para resolver problemas:

*Comprender el problema:* en esta etapa, el estudiante debe plantearse preguntas tales como: ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Es la condición para determinar la incógnita? Es ahí, donde el estudiante debe colocar la situación problema en un contexto; el cual que sea acorde a la naturalidad donde se enmarca el problema.

*Concebir un plan:* en esta etapa, el estudiante debe buscar estrategias las cuales les permitan encaminar a la solución del problema. A partir de la incógnita tratar de recordar algún problema el cual le sea similar.

*Ejecutar el plan:* en esta etapa, el estudiante debe comprobar cada uno de los pasos y observar claramente que los pasos estén correctos y en caso dado que no, buscar otras estrategias.

*Examinar la solución del problema:* en esta etapa, el estudiante debe verificar el resultado, preguntarse si es capaz de resolver de una forma diferente y si es capaz de emplear el método en otro problema.

A continuación, se hará una descripción más detallada de los elementos básicos de las situaciones problema como son: la red conceptual, el motivo, los medios y los mediadores, las actividades y la evaluación (Obando & Muñera, 2003).

La red conceptual: organización jerárquica y estructurada del conocimiento. La red conceptual es una especie de malla donde los nudos son el centro de las distintas relaciones existentes entre los conceptos asociados a los conocimientos que la situación permite trabajar. La estructura y desarrollo de la misma dinamiza el currículo de la matemática, en el sentido que elimina el carácter absoluto y acabado de las temáticas. (Obando & Muñera, 2003, p.185). Esta red se encarga de que el proceso de exploración y sistematización genere cada vez más significados entre los conceptos y que las relaciones entre éstos no se agoten de inmediato. La red conceptual es el elemento básico de la situación problema, porque permite tomar decisiones y lograr concordancia entre las relaciones estructurales de la lógica matemática en la situación y los aspectos conceptuales de la red que se espera aprendan los alumnos.

Motivo, medios y mediadores: hacia una contextualización del conocimiento matemático en la escuela. “Una situación problema genera un ambiente en tiempo y espacio propio, sobre la base del conocimiento de los alumnos para quien es diseñada, que da vida a los conceptos matemáticos en el aula” (Obando & Muñera, 2003, p. 186). En este proceso los medios y los mediadores tienen un papel fundamental, así como el motivo dentro del cual se desarrolle la situación problema. Deben conformar un contexto significativo de la situación, que recurra a

elementos físicos, del medio, del entorno, de la cultura, de la sociedad, etc., para poder darle sentido a la situación, y para que los alumnos analicen la situación con argumentos matemáticos.

Las actividades en la situación problema. Son las tareas que hacen parte de la situación problema, a través de las cuales el estudiante realiza su actividad mediante “elaboraciones conceptuales relativas a los problemas que enfrenta” (Obando & Muñera, 2003, p. 186). En las actividades se concretan los análisis realizados por el profesor sobre la red conceptual, los medios y los mediadores, y se plasman en un diseño que, al ser vivido por el alumno, le permiten la construcción del conocimiento.

La evaluación: una mirada como proceso. “La evaluación en la matemática escolar está en estrecha relación con la manera de intervenir pedagógicamente y con los referentes teóricos que orientan la posición curricular” (Obando & Muñera, 2003, p. 189). La evaluación puntual, al final de un componente de contenidos, se está restructurando para dispensar una evaluación integral, “caracterizada por procesos en los que se tienen en cuenta aspectos conceptuales, procedimentales y actitudinales” (Obando & Muñera, 2003, p. 186).

### **3.2 Estructuras aditivas**

Según Vergnaud (1990) la estructura aditiva es la capacidad de poder identificar, entender y resolver situaciones en las que se aplican la suma y resta; y el modelo de referencia de la adición y la sustracción es la reunión de dos partes en un todo. De acuerdo con Puig & Cerdán (1998), se establecen cuatro categorías:

**Categoría de Combinación:** Se incluyen en esta categoría los problemas en los que se describe una relación entre conjuntos que responde al esquema parte-parte-todo. La pregunta del

problema puede versar acerca del todo o acerca de una de las partes, con lo que hay dos tipos posibles de problemas de combinar. Combinar1 se resuelve mediante una suma y combinar2, mediante una resta (p.12).

Es decir, son problemas en los que existen dos cantidades y se necesita formar una tercera cantidad; o, en otras palabras, tenemos dos porciones que forman un todo. Sin embargo, las partes pueden ser intercambiadas y el número de estas se reduce a dos. En los problemas de combinación entran en juego tres cantidades; dos conocidas y una desconocida. Ver tabla 1.

**Tabla 1. Tipos de problemas de combinación**

	Parte	Parte	Todo
Combinación 1	D	D	?
Combinación 2	D	?	D

Fuente: Tomado de Puig (1998)

Ejemplo de problemas aditivos de combinación:

**Combinación 1:** Marcela ha hecho una lista con 8 de sus amigos en una cara del papel y 6 en la otra. ¿Cuántos ha escrito en total?

**Combinación 2:** En una manada de 17 jirafas hay varias crías y 11 adultos. ¿Cuántas crías hay?

**Categoría de transformación:** Se incluyen en esta categoría los problemas verbales en los que las relaciones lógicas aditivas están embebidas en una secuencia temporal de sucesos; esto es, en estos problemas se pueden distinguir tres momentos diferentes en los que se describe cómo una cantidad inicial es sometida a una acción, directa o sobreentendida, que la modifica. “Las tres cantidades presentes en el problema reciben los nombres de cantidad inicial, final y de cambio o diferencia entre la inicial y la final” (p.10). Es decir, los problemas de transformación tienden a tener modificaciones o cambio en una cantidad inicial. Se representan una situación en la que una

cantidad inicial sufre un cambio o una transformación que la modifica para llegar a una cantidad inicial; en la que el sentido de la trasformación puede ser creciente o decreciente, es ahí que surgen los problemas de cambio aumentando y problemas de cambio disminuyendo. Ver tabla 2.

**Tabla 2. Tipo de problemas de transformación**

	Cantidad inicial	Transformación	Cantidad final	Crecer	Decrecer
Transformación1	D	D	?	✓	
Transformación2	D	D	?		✓
Transformación3	D	?	D	✓	
Transformación4	D	?	D		✓
Transformación5	?	D	D	✓	
Transformación6	?	D	D		✓

Fuente: Tomado de Puig (1998)

Ejemplos de problemas aditivos de transformación:

**Transformación 1:** Un barco transporta 10 contenedores de mercancías. Atraca en un puerto para cargar 7 más y luego prosigue su travesía. ¿Cuántos contenedores hay en el barco después de zarpar?

**Transformación 2:** Un autobús lleva 10 pasajeros, pero en la primera parada bajan 7. ¿Cuántos viajan ahora en el autobús?

**Transformación 3:** Camila tiene 9 caramelos. Su madre le da algunos más. Si ahora tiene 16, ¿cuántos le dio su mamá?

**Transformación 4:** Dieciséis niños y niñas juegan en un parque al escondite. A las siete, algunos se marchan a casa. Si ahora hay nueve, ¿cuántos se fueron?

**Transformación 5:** En un árbol había una bandada de pájaros. Tras un rato se posaron otros 9. Después de contarlos todos caí en la cuenta de que había un total de 16. ¿Cuántos pájaros estaban posados en el árbol al principio?

**Transformación 6:** Julián ha sacado de su hucha 9 euros para comprarle un regalo a su madre. Así que ahora sus ahorros se reducen a 7 euros. ¿Cuánto tenía antes de gastarse ese dinero?

**Categoría de comparación:** Las cantidades presentes en el problema se denominan cantidad de referencia, cantidad comparada y diferencia; la cantidad comparada aparece a la izquierda de la expresión ‘más que’ o ‘menos que’, y la cantidad de referencia a su derecha. “Dado

que el sentido de la comparación puede establecerse en más o en menos, y dado que se puede preguntar por cualquiera de las tres cantidades, el número de tipos posibles de problemas de comparación es seis” (p.12). Es decir, en los problemas aditivos de comparación se establece una comparación entre las cantidades y se produce una tercera cantidad. De esta forma, en este tipo de problemas se tienen tres cantidades: la cantidad de referencia que es la que se toma como modelo de comparación, la cantidad comparada que es la que depende de la comparación y la cantidad de diferencia que es la que cuantifica. Ver tabla 3.

**Tabla 3. Tipos de problemas de comparación**

	Referencia	Comparación	Referido	Mas	Menos
Comparación1	D	D	?	✓	
Comparación2	D	D	?		✓
Comparación3	D	?	D	✓	
Comparación4	D	?	D		✓
Comparación5	?	D	D	✓	
Comparación6	?	D	D		✓

Fuente: Tomado de Puig (1998)

Ejemplos de problemas aditivos de comparación:

**Comparación 1:** Para hacer todas las pizzas han necesitado 84 kilos de queso y 126 de tomate. ¿Cuántos kilos más de tomate que de queso se han usado?

**Comparación 2:** Rodrigo está viendo fotos. De su hermana Mónica ha encontrado 328 fotos y de él 34. ¿Cuántas fotos menos hay de Rodrigo que de su hermana?

**Comparación 3:** En una competencia se han apuntado 315 chicos. Si se han apuntado 43 chicas más que chicos. ¿Cuántas chicas hay en la competición?

**Comparación 4:** Paula pesa 6 kilos menos que su hermana Marina. Si Marina pesa 34 kilos, ¿cuántos pesa Paula?

**Comparación 5:** El frutero vende 274 kilos de naranjas. Vende 199 kilos más que de peras. ¿Cuántos kilos de peras vende?

**Comparación 6:** Virginia recorre en bicicleta 39 km. Que son 3 km. menos que los que recorre Nuri. ¿Cuántos km. recorre Nuri?

**Categoría de igualación:** Las tres categorías anteriores son las categorías básicas; algunos autores –p.e., Carpenter & Moser (1983)– distinguen una cuarta categoría: problemas de igualación. Estos problemas se caracterizan porque hay en ellos una comparación entre las cantidades que aparecen, establecida por medio del comparativo de igualdad ‘tantos como’ (p.14).

Es decir, los problemas aditivos de igualación se asemejan con los problemas de comparación, dado que se establece una relación comparativa de igualdad entre dos cantidades; estos problemas implican el uso de estructuras de cambio y de comparación.

**Tabla 4. Tipos de problemas de igualación**

	Referencia	Comparada	Referenciado	Mas	Menos
Igualación 1	D	D	?	✓	
Igualación 2	D	D	?		✓
Igualación 3	D	?	D	✓	
Igualación 4	D	?	D		✓
Igualación 5	?	D	D	✓	
Igualación 6	?	D	D		✓

Fuente: Tomado de Puig (1998)

Ejemplos de problemas aditivos de igualación:

**Igualación 1:** La casa de María tiene 15 ventanas; mi casa tiene 9. ¿Cuántas ventanas más debería haber en mi casa para que tuviera las mismas que la de María?

**Igualación 2:** La casa de María tiene 9 ventanas; la mía, 15. ¿Cuántas ventanas menos debería tener mi casa para que hubiera las mismas que en la de María?

**Igualación 3:** Mi casa tiene 15 ventanas. Si en la casa de María hubiera 6 más, habría el mismo número de ventanas que en la mía. ¿Cuántas ventanas tiene la casa de María?

**Igualación 4:** En mi casa hay 9 ventanas. Si la de María tuviera 6 menos, tendría el mismo número de ventanas que la mía. ¿Cuántas ventanas hay en la casa de María?

**Igualación 5:** Mi casa tiene 9 ventanas: si hubiera 6 más, tendría las mismas ventanas que la casa de María. ¿Cuántas ventanas tiene la casa de María?

**Igualación 6:** Mi casa tiene 15 ventanas: si hubiera 6 menos, habría las mismas que en la de María. ¿Cuántas ventanas tiene la casa de María?

Las categorías antes mencionadas, son de gran importancia; dado que cada una presenta unas subcategorías que se deben tener en cuenta al momento de resolver los problemas aditivos. No obstante, algunos estudiantes presentan dificultades a la hora de resolver problemas aditivos, puesto de muchos no tienen en cuenta que se debe hacer en cada una de las subcategorías y de la misma manera asociarla para poder darle soluciones a dichos problemas. Cabe resaltar, que esta investigación solo está centrada en las categorías de combinación y transformación y como lo menciona Bueno, Grueso y Fernández (2019 ), “la categoría de cambio es la que mayor dificultad presenta en los estudiantes y la categoría de combinación es la más común dentro de la resolución de problemas” (p.48).

Asimismo, Vergnaud (1990) propone una clasificación semántica de los problemas aditivos el cual consiste en seis categorías:

**Primera categoría:** dos medidas se componen para dar lugar a una medida.

**Segunda categoría:** una transformación opera sobre una medida para dar lugar a una medida.

**Tercera categoría:** una relación une dos medidas.

**Cuarta categoría:** dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación.

**Quinta categoría:** una transformación opera sobre un estado relativo (una relación) para dar lugar a un estado relativo.

**Sexta categoría:** dos estados relativos (relaciones) se componen para dar lugar a un estado relativo.

Cabe resaltar que Vergnaud (1990) hace referencia a categorías semejantes a las que presentan Puig y Cerdán, pero se decidió abordar la propuesta de estos últimos ya que, aquellas categorías que presenta el autor tratan de cantidades relativas, es por ello que no solo están pensadas para los primeros años de escolaridad, sino también para los primeros años de secundaria, mientras que Puig y Cerdán (1998) lo proponen en los primeros años de escolaridad.

### **3.3 Unidad didáctica**

La Unidad Didáctica es una forma de organizar la enseñanza basada en ciertos criterios, es decir, desde el establecimiento de un propósito de aprendizaje hasta la verificación del logro de dicho aprendizaje.

En concordancia con la Unidad Didáctica, Andalucía (2010), plantea que:

Es una forma de planificar el proceso de enseñanza-aprendizaje alrededor de un elemento de contenido que se convierte en eje integrador del proceso, aportándole consistencia y significatividad. Esta forma de organizar conocimientos y experiencias debe considerar la diversidad de elementos que contextualizan el proceso para regular la práctica de los contenidos, seleccionar los objetivos básicos que pretende conseguir, las pautas metodológicas con las que trabajará, las experiencias de enseñanza-aprendizaje, y los mecanismos de control del proceso de enseñanza-aprendizaje necesarios para perfeccionar dicho proceso (p.1).

De lo anterior, se puede decir que la Unidad Didáctica es una herramienta, instrumento de enseñanza o una estrategia educativa; la cual se presenta de una forma constituida y sistematizada en un determinado saber; donde, además, presentan situaciones contextualizadas para generar en los estudiantes un conocimiento que les permita la comprensión de las situaciones planteadas.

Afirma Andalucía (2010), que la Unidad Didáctica contiene ciertos elementos los cuales son:

- **Objetivos:** un propósito o meta que se propone a cumplir en un lapso definido de tiempo.
- **Contenidos:** hechos, conceptos, saberes indispensables que conducen al saber hacer y están íntimamente relacionados con el desarrollo de las capacidades intelectuales, prácticas, sociales del hombre.
- **Metodología:** métodos, recursos y formas de enseñanza que facilitan el éxito del proceso de enseñanza-aprendizaje.
- **Evaluación:** proceso dinámico, continuo y sistemático, enfocado hacia los cambios de las conductas y rendimientos, mediante el cual verificamos los logros adquiridos en función de los objetivos propuestos.

Además, hay que contar con una justificación (el porqué de esa unidad didáctica) y una temporalización (para cuánto tiempo está destinada).

En la propuesta de investigación la Unidad Didáctica se pondrá en desarrollo las situaciones problemas a través del juego y actividades que conlleven a que se pueda observar la planeación, acción, implementación y evaluación del conocimiento; la importancia de esta estrategia radica en favorecer la comprensión de los estudiantes a partir de las situaciones de su entorno.

Herbart (1822) citado por Andalucía (2010), fue el primero en el planteamiento del concepto de la Unidad Didáctica; quien decía que es una consecuencia de la necesidad de ordenar las materias conforme al desarrollo del pensamiento. Para este autor un aspecto importante son los

intereses, ya que se deben cultivar éstos en lugar de tener solo en cuenta la adquisición de unos conocimientos específicos que se olvidan con cierta facilidad.

Del mismo modo, Monero (1978) citado por Andalucía (2010), estudió las diferentes concepciones de unidad didáctica estableciendo las siguientes características:

- Compromiso con la enseñanza activa.
- Atención a las necesidades e intereses del alumnado.
- Trabajo del profesorado al servicio de la educación integral del alumnado.
- Búsqueda de contenidos significativos para el alumnado.

Articulación del trabajo en torno a ejes de contenido que confieren unidad, redunden la dispersión, facilitan la transferencia en los aprendizajes y la funcionalidad de lo aprendido.

Las anteriores características aportan elementos que son importantes para tener en cuenta en el diseño de la Unidad Didáctica, tener en cuenta las necesidades que presenta el estudiante para poder aprender, tener una coherencia integra para darle significatividad a los contenidos que se les enseña, proponer objetivos pertinentes y criterios metodológicos para el proceso de enseñanza-aprendizaje. Por lo tanto, ciertas características inciden en esta propuesta de trabajo como un conjunto de elementos correlacionados que permiten a la comunidad educativa realizar reflexiones sobre como guiar el proceso académico.

### 3.4 Referente curricular

Los referentes curriculares tienen como objetivo de ofrecer el apoyo pedagógico a todas las instituciones educativas, y poder mejorar las prácticas educativas en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Todo lo anterior, como una herramienta o instrumento el cual posibilite a la comunidad educativa realizar reflexiones sobre como guiar el proceso académico. A continuación, se presentan los elementos de los Lineamientos Curriculares (1998), Estándares Básicos de Competencias (2006), Derechos Básicos de Aprendizaje y Matriz de referencia en matemáticas (2006). En relación con las estructuras aditivas, para el grado 5º plantean lo siguiente:

En el proceso de aprendizaje de cada operación hay que partir de las distintas acciones y transformaciones que se realizan en los diferentes contextos numéricos y diferenciar aquellas que tienen rasgos comunes, que luego permitan ser consideradas bajo un mismo concepto operatorio. Por ejemplo, las acciones más comunes que dan lugar a conceptos de adición y sustracción son agregar y desagregar, reunir y separar, acciones que se trabajan simultáneamente con las ideas que dan lugar al concepto de número MEN (1998) (p.30).

Por consiguiente, los Estándares Básicos de Competencias (2006), son referentes que explicitan las habilidades que debieranemerger en las prácticas sobre el cual se estructura el currículo de matemáticas, visualiza la importancia del desarrollo centrado en los procesos de conceptualización de los alumnos que los lleven a la construcción de un pensamiento fuerte y flexible con sentido y significado para su vida cotidiana integrado en unidades complejas que le brinden autonomía intelectual.

Referente a los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas grados 4° a 5°, para el tema en cuestión el MEN (2006) refiere “resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación” (p.30).

A su vez, y en relación con los Derechos Básicos de Aprendizaje, señala que el estudiante en el grado 5°: Utiliza diferentes estrategias para contar, realizar operaciones (suma y resta) y resolver problemas aditivos.

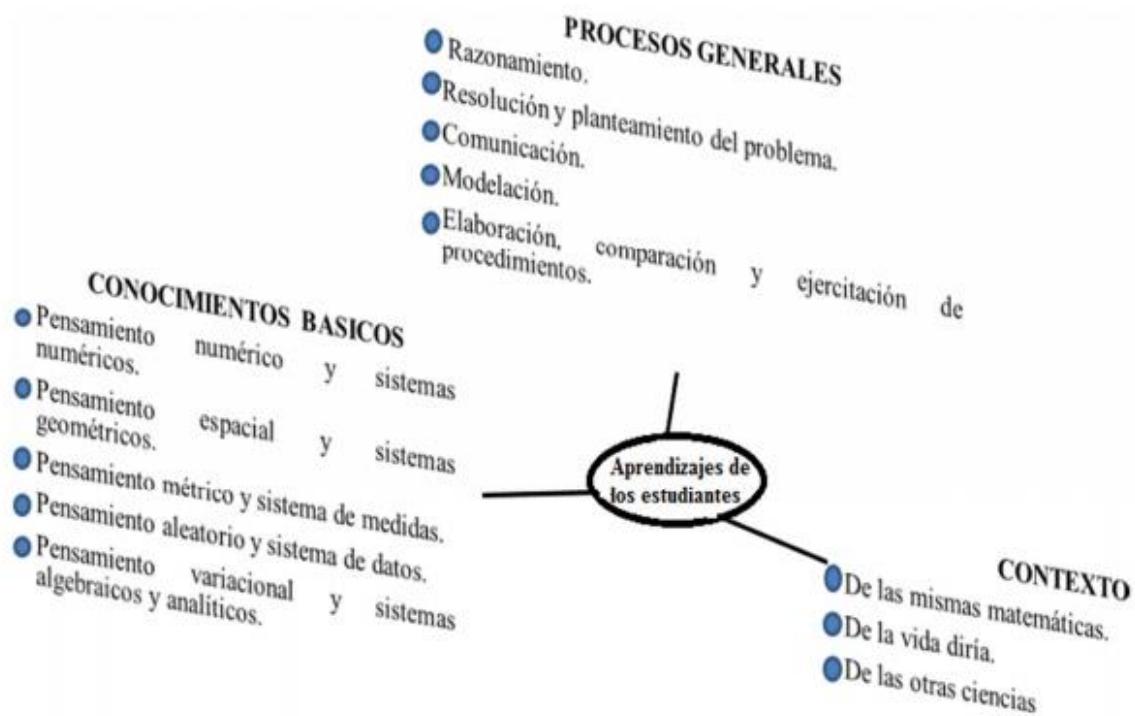
En relación con la Matriz de referencia, que plantea que el estudiante en el grado 5° debe:

- Resolver situaciones aditivas de composición, combinación, transformación e igualación.
- Interpretar y utilizar condiciones necesarias para solucionar un problema aditivo.
- Resolver situaciones aditivas que tienen más de una solución.

En esta dirección, el Ministerio de Educación Nacional MEN (1998) afirma: “Es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los alumnos, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista” (p.35). Pues de esta forma, los estudiantes tendrán la oportunidad de realizar actividades con los números en contextos significativos; donde el pensamiento numérico mejore a través de los procesos de cálculos de aproximación, estimación y construcción conceptual de las diferentes operaciones matemáticas que están enmarcadas en la resolución de problemas. Además, lo que pretende el MEN es que los estudiantes puedan desarrollar procesos descriptivos, explicativos, argumentativos, deductivos, que estén asociados a los sistemas numéricos.

Por lo anterior, se considera entonces que el diseño de un currículo debe estar enmarcado por tres elementos importantes que son: Procesos Generales, Conocimientos Básicos y el Contexto; dado que, estos favorecen el desarrollo de las competencias en matemáticas y de esa forma los estudiantes adquieran aprendizajes significativos.

De acuerdo con la figura 2, los procesos generales se centran en el aprendizaje, los Conocimientos Básicos tienen relación con los tipos de pensamientos matemáticos (numérico y sistemas numéricos, espacial y sistemas geométricos, métrico y sistemas de medidas, variacional y sistemas algebraicos y analíticos), y el contexto hace referencia al entorno de las situaciones problemáticas de los estudiantes.



**Figura 2. Aprendizaje de los estudiantes**

Fuente: Tomado del Ministerio de Educación Nacional - MEN (1998).

De acuerdo con la ilustración anterior, los procesos generales se centran en el aprendizaje, los Conocimientos Básicos tienen relación con los tipos de pensamientos matemáticos (numérico y sistemas numéricos, espacial y sistemas geométricos, métrico y sistemas de medidas, variacional y sistemas algebraicos y analíticos), y el contexto hace referencia al entorno de las situaciones problemáticas de los estudiantes.

#### **4. Aspectos metodológicos de la investigación**

En este capítulo se presentan los elementos metodológicos que componen la propuesta de investigación, el tipo de metodología, su planificación, las fases para la implementación de las actividades, se presenta la descripción del diseño de cada una de las actividades y el proceso de cómo que se llevó a cabo en la propuesta (aplicamos una prueba inicial, la analizamos y los resultados se usaron para un nuevo diseño).

##### **4.1 Marco metodológico de la investigación**

El presente trabajo tiene un enfoque cualitativo, dado que: “la investigación cualitativa estudia la realidad en su contexto natural y cómo sucede, sacando e interpretando fenómenos de acuerdo con las personas implicadas” (Blasco & Pérez, 2007, p.17). Es decir, el enfoque cualitativo permite definir las cualidades de algún fenómeno de interés; esto, gracias a las conductas observadas y está fundamentada en las observaciones, entrevistas, discursos y recolección de datos. Además, la investigación cualitativa implica la utilización de una gran variedad de elementos y comportamientos naturales; experiencia personal, historias de vida, textos históricos y situaciones problemas.

Por su parte, la presente investigación tiene cuyo objetivo analizar el proceso de desarrollo que presentan los estudiantes durante la aplicación de las actividades que componen a la Unidad Didáctica. De esa forma, se decide implementar la investigación acción, a partir de un proceso, el

cual permite analizar paso a paso cada situación de las actividades planteadas y aspectos para responder a la pregunta de investigación.

Según Elliot (1990), la investigación-acción “se relaciona con los problemas prácticos cotidianos experimentados por los profesores en vez de con los “problemas teóricos” definidos por los investigadores puros en el entorno de una disciplina del saber” (p.5). El propósito consiste en profundizar la comprensión del profesor (diagnóstico) de su problema.

El proceso incluye, en general, las siguientes fases: el desarrollo de un plan, que debe ser flexible para adaptarse a efectos imprevistos; la actuación para poner el plan en práctica, guiada por la planificación; la observación de efectos de la acción (debe ser cuidadosa para que proporcione documentación útil para la etapa siguiente), y la reflexión sobre los efectos para tomarla como base para una nueva planificación. Las cuatro fases señaladas constituyen un peldaño de una espiral. Cuando se termina la última fase, se pone en marcha el siguiente peldaño, que incluye nuevamente las cuatro fases (Mántica y Carbó, 2013, p.30).

En relación con lo anterior, la investigación-acción da cuenta de la participación de la población investigada, y la problemática a solucionar a lo largo del proceso de la investigación. Se utiliza el lenguaje común de los estudiantes para describir las situaciones de la vida cotidiana. Adicionalmente, el objetivo que pretende este tipo de investigación es; que las personas que están implicadas puedan producir sus acciones útiles a través de un proceso de construcción y utilización de su propio conocimiento.

Las características de la investigación acción según Kemmis y MacTaggart (1988) citado en Herreras (2004): (i) Se construye desde y para la práctica, (ii) pretende mejorar la práctica a través de su transformación, al mismo tiempo que procura comprenderla, (iii) demanda la participación de los sujetos en la mejora de sus propias prácticas, (iv) exige una actuación grupal

por la que los sujetos implicados colaboran coordinadamente en todas las fases del proceso de investigación, (v) implica la realización de análisis crítico de las situaciones y (vi) se configura como una espiral de ciclos de planificación, acción, observación y reflexión (p.2).

A partir de lo anterior, se parte de las problemáticas reales del contexto a través del diagnóstico para observar los saberes previos de los estudiantes, las pruebas saber de dicha Institución y el índice sintético de calidad educativa. Además, la investigación es colaborativa dado que todos los miembros participan en el diseño e implementación de las actividades de mejora.

## **4.2 Diseño de la investigación**

En todo trabajo es importante describir de qué manera se recolectará información, es decir; cuales son los instrumentos que se utilizarán para la recolección de estas, para así, proceder a relacionar los datos que se obtuvieron con las propuestas indicadas. Seguidamente presentar los resultados encontrados en la investigación por medio de las conclusiones que permiten fortalecer las teorías que se plantearon en el marco de la investigación. También se describen las técnicas de recolección de información, el contexto donde se llevó a cabo la investigación y las actividades propuestas durando este trabajo.

### **4.2.1. Contexto de estudio**

La Institución Educativa Escuela Normal Superior Juan Ladrilleros está aprobada por la Resolución No. 792 junio 18 de 1999, es de carácter oficial. Se encuentra ubicada en la zona continental, calle 1A No. 47D-40 Barrio el Cristal, comuna 8. Esta institución atiende los niveles

de transición, Ciclo de Básica Primaria y Básica Secundaria, Media Académica y Programa de Formación Complementaria y otorga el título Bachiller con profundización en Pedagogía Normalista Superior.

El estrato socioeconómico de los estudiantes de las zonas aledañas a la institución está comprendido entre el 1 y el 4. Algunos habitantes del sector subsisten de la economía informal, otros son empleados públicos y comerciantes independientes.

La planta física de la institución presenta un ambiente agradable, para la cantidad de estudiantes que alberga, la Institución requiere de la construcción de aulas de clase. La mayoría de los estudiantes pertenecen a la etnia afro y el estrato socioeconómico es entre el 1 y 2.



**Figura 3. Institución Educativa Escuela Normal Juan Ladrilleros.**

Fuente: (Institución Educativa Escuela Normal Juan Ladrilleros, 2020).

En la anterior Institución Educativa, se facilitó la puesta en marcha de las actividades de este trabajo de investigación, puesto que fue ahí donde realizamos nuestra práctica profesional en los periodos febrero- junio y agosto- diciembre de 2018 en el grado 5°, la edad promedio de los estudiantes está entre los 9 y 10 años de edad, se escogieron 30 estudiantes donde todos fueron participes, ya que entre más grande sea la muestra habrá una mayor posibilidad de que la población sea más representativa.

#### **4.2.2 Sujetos participantes**

En la implementación de las actividades, participaron los 30 estudiantes del grado quinto dos (5-2) de la Institución Educativa Escuela Normal Superior Juan Ladrilleros; la edad promedio de los estudiantes estaba entre los nueve y los diez años de edad.

Se observó durante las prácticas profesionales, que los estudiantes del grupo obtenían bajos resultados en cuanto a la comprensión de algunos conceptos en matemáticas.

Se les aplicó una prueba inicial con problemas aditivos de combinación y transformación; con el fin de conocer cuáles eran las dificultades y los conocimientos previos que tenían los estudiantes al momento de resolver dichos problemas. Luego de eso, y de la intervención y observación se diseñó una Unidad Didáctica con el fin de favorecer las dificultades que se presentaron en la prueba inicial.

#### **4.2.3. Instrumentos de recolección de datos**

En este apartado se describen los instrumentos que se utilizaron para la recolección de datos de la presente investigación. Entre ellos, se incluyen las producciones escritas de los estudiantes, los audios y registros fotográficos.

##### **Las producciones escritas**

Las producciones escritas son la principal fuente de datos, dado que estas tienden a desarrollar las capacidades de organización, estructuración y distribución de las ideas que fomenta la aplicación de alguna actividad propuesta en un aula de clases, estas permiten realizar un análisis detallado a partir de las actividades resueltas por los estudiantes y a partir de esto ayuda a hacer planes, redactar, revisar y a generar y reformular ideas.

##### **Recursos tecnológicos**

Los instrumentos tecnológicos que se utilizaron para la recolección y análisis de información, fueron dos cámaras que sirvieron como soporte y evidencia para la aplicación de las actividades con los estudiantes de la Institución Educativa Escuela Normal Superior Juan Ladrilleros. Además, la grabadora de voz fue útil para realizar un contraste entre los interrogantes que manifestaban con las producciones escritas que se entregaron.

#### **4.3 Fases y momentos de la investigación**

En este apartado, se describen cada una de las fases que se llevó a cabo en la presente investigación. Teniendo en cuenta que la investigación acción es un proceso cíclico, a continuación se presentan cada una de ella.

**Desarrollo de un plan.** En esta primera fase se recopila información de otras investigaciones, conceptos y teorías; así como también las herramientas metodológicas que utilizan los docentes en los procesos de enseñanza y aprendizaje, y algunos aspectos que intervienen para lograr la comprensión de las estructuras aditivas de combinación y transformación en los estudiantes. Para lo anterior, se diseña una prueba inicial; con el fin de ver como los estudiantes del grado 5° de la Institución Educativa Escuela Normal Superior Juan Ladrilleros; comprenden las situaciones problemas de estructuras aditivas de combinación y transformación y observar cuáles son las dificultades que presentan en cuanto a este tema; y de acuerdo con esto, proceder a diseñar una Unidad Didáctica que contiene situaciones problemas como estrategia para lograr la comprensión de estructuras aditivas de combinación y transformación a partir de la asesoría de expertos.

**Actuación.** En esta fase se lleva al aula de clase la prueba inicial que se diseñó, esto con el fin de ver como los estudiantes abordan las estructuras aditivas y cuáles son las dificultades que presentan, es importante decir que las investigadoras actúan como mediadoras para ayudar a que los estudiantes conozcan los diferentes tipos de estructuras aditiva.

**Observación.** A partir de esta fase de observación se lleva acabo los resultados y análisis de la prueba inicial, se llegó al conceso del diseño de una Unidad Didáctica la que contiene situaciones problemas como estrategia para lograr la comprensión de las estructuras aditivas de combinación y transformación, dado que son situaciones contextualizadas que permiten al estudiante tener un acercamiento y comprender las estructuras aditivas, luego ser validada por expertos, esto para favorecer al mejoramiento de las dificultades presentadas.

**Reflexión.** En esta última fase, se lleva a cabo una serie de conclusiones y recomendaciones, acerca de la enseñanza de las estructuras aditivas de combinación y transformación y de cómo estas son de gran importancia para el aprendizaje matemático.

## 5. El trabajo de campo

En este apartado, se describe y se presentan los resultados de la prueba inicial, teniendo en cuenta estos resultados, se llega al consenso del diseño de una Unidad Didáctica con problemas aditivos de combinación y transformación. Cabe resaltar, que las situaciones problemas son contextualizadas para así lograr favorecer la comprensión de los estudiantes.

### 5.1 Prueba inicial

La prueba inicial se llevó a cabo teniendo en cuenta los referentes teóricos Puig, L (1988) donde para los problemas de tipo aditivo, proponen las categorías de combinación, cambio, comparación e igualación.

Sin embargo, para este trabajo de investigación solo se abordaron las categorías de combinación y transformación. Puesto que la categoría de combinación es la más usual y la categoría de transformación es la que mayor dificultad genera en los estudiantes cuando la incógnita toma la posición de cantidad inicial, transformación o de cantidad final.

Debido a algunos antecedentes que se han reportado en cuanto a las estructuras aditivas, se realiza una prueba inicial con el fin de observar las dificultades que presentan los estudiantes de grado 5° cuando resuelven problemas aditivos de combinación y transformación, y luego con respecto a esos resultados diseñar una Unidad Didáctica, para que así los estudiantes logren una mejor comprensión.

### 5.1.1 Presentación de la prueba inicial

La prueba inicial presenta dos actividades con 16 preguntas abiertas de acuerdo con los tipos de problemas de combinación y transformación que se abordan en el trabajo. Se resume la prueba inicial con el enunciado del problema, el tipo de problema y la categoría del problema. La aplicación de esta prueba se desarrolla en dos sesiones la primera actividad (Bingo matemático) que contiene 9 problemas aditivos de combinación que se llevó a cabo en 1 hora y la segunda actividad (Sopa de números) que contiene 7 problemas aditivos de transformación, que se llevó a cabo en una duración de 45 minutos. Cabe resaltar, que la prueba inicial se realiza con el fin de observar cómo los estudiantes resuelven problemas de tipo aditivo. Ver tabla 5.

**Tabla 5. Prueba inicial**

Número de pregunta	Categoría	Enunciado del problema
1	Combinación $a + b =?$	Un juego de Rompecabezas tiene 163 piezas azules y 75 piezas amarillas. ¿Cuántas piezas hay en total?
2	Combinación $a + b =?$	Unos amigos se fueron de vacaciones 15 días para la playa Bocana y 15 en la Playa Piangüita. ¿Cuántos días en total estuvieron de vacaciones?
3	Combinación $a + b =?$	En una frutería, Luis gastó 500 pesos en una manzana y 450 pesos en una pera. ¿Cuánto se gastó en total?
4	Combinación $a + b =?$	En un comedor hay 5 cucharas y 6 tenedores. ¿Cuántos cubiertos hay en total?
5	Combinación $a +? =c$	Unos amigos se fueron de vacaciones treinta días. En la playa Bocana estuvieron quince días y el resto en la Playa Piangüita. ¿Cuántos días estuvieron de vacaciones en la playa Piangüita
6	Combinación $a +? =c$	Una gallina incubó doce huevos. Han salido siete pollitos amarillos y el resto marrones. ¿Cuántos pollitos marrones han salido?
7	Combinación $a +? =c$	En una caja de colores hay 7 verdes y morados. Si hay 3 colores verde. ¿Cuántos serán los colores morados?
8	Combinación $a +? =c$	En una competencia deportiva hay 324 patinadores entre hombre y mujeres. Si hay 125 mujeres. ¿Cuántos hombres hay?
9	Combinación $a +? =c$	En un rebaño hay 230 ovejas blancas y negras. Si 121 son blancas. ¿Cuántas ovejas negras hay en el rebaño?

Número de pregunta	Categoría	Enunciado del problema
1	Transformación $a + b = ?$	Andrea compra mariscos. Compró 50 camarones y 31 langostinos. ¿Cuántos mariscos compró en total?
2	Transformación $a + b = ?$	Karen pesa 34 kilos, María 32 y Karla pesa lo mismo que María. ¿Cuántos kilos pesan entre los tres?
3	Transformación $a - b = ?$	Un árbol tiene 23 manzanas. Si se caen 13, ¿Cuántas manzanas quedan?
4	Transformación $a + ? = c$	En un almacén de ropa quedan 9 pantalones de jeans. Un camión trae algunos más, así que ahora hay 16. ¿Qué cantidad de pantalones descargó el camión?
5	Transformación $a - ? = c$	En una pastelería han hecho 210 pasteles. Al final del día quedaron 32. ¿Cuántos pasteles se han vendido?
6	Transformación $? + b = c$	Manuel tiene algunos bombones y le dan 9 más. Si ahora tiene 15. ¿Cuántos bombones tenía al principio?
7	Transformación $? - b = c$	En un bus viajan varias personas. Se bajan 16 y se quedan 26 viajeros. ¿Cuántas personas viajaban en el autobús?

Fuente: Elaboración propia.

### 5.1.2 Resultados y análisis de la prueba inicial

En esta parte de la investigación se describen los resultados de la prueba inicial, realizando una revisión de algunos aciertos y desaciertos a la hora del estudiante resolver problemas rutinarios de estructuras aditivas de las categorías de combinación y transformación y seguido algunas conclusiones que se evidenciaron dentro de la aplicación de la prueba inicial.

Cabe mencionar que para el análisis de esta prueba fue utilizada una rejilla (ver anexo 1) enmarcada en la resolución de problemas de estructuras aditivas de combinación y transformación, que se conforma de cinco aspectos que permitieron el análisis de los resultados obtenidos a través de la prueba inicial, los aspectos fueron los siguientes:

*Número del problema:* Se refiere al número del problema que se está analizando .

*Contenido evaluado:* Se menciona si el tipo de problema es de combinación o transformación.

*Identificación del problema:* Se expone la categoría y las partes que el alumno debe identificar para solucionar el problema.

*Desempeño evaluado:* se detalla el desempeño que debe alcanzar el alumno al solucionar el problema.

*Características de respuesta:* Se describe la respuesta que da el alumno y la estrategia que utiliza para resolverlo y si la respuesta es incorrecta se dice alguna causa del porque el estudiante se habrá equivocado.

A partir de los aspectos anteriores, se llega a que el total de las soluciones correctas e incorrectas que obtuvieron los estudiantes en cada una de las actividades de la prueba inicial fue la siguiente:

En la primera actividad la cual consta de 9 problemas de tipo aditivo de combinación, el porcentaje de aciertos fue del 60% y el porcentaje de las soluciones incorrectas fue del 40%, entre los 9 problemas que se le presentaron al estudiante estaban inmersas las dos formas que tienen el tipo de problema de combinación que son ( $a + b = ?$  Y  $a + ? = c$ ), en los problemas propuestos el estudiante no tuvo tanta dificultad a la hora de identificar las partes para hallar el todo, pero cuando se pregunta por una de las partes ( $a + ? = c$ ), el estudiante relaciona el todo con una de las partes y es por esto que la hora de darle solución al problema le da una respuesta errada. A continuación, se presentan los resultados en las tablas que presentan los tipos de respuestas de los estudiantes según la frecuencia de los resultados que se obtuvieron a lo largo de la implementación, en cuanto

a la categoría de combinación de la actividad N°1 de la Unidad Didáctica, y posteriormente un análisis de cada pregunta desarrollada.

### **Actividad N°1: Bingo Matemático**

**A1P1:** *Un juego de Rompecabezas tiene 163 piezas azules y 75 piezas amarillas. ¿Cuántas piezas hay en total?*

El tipo de respuesta que se obtuvo por parte de los estudiantes, referente a esta actividad se evidencia en la tabla 7. Donde se puede observar que el 67% de los estudiantes presentan argumentos válidos, el 23% si presentaron argumentos válidos; pero sin realizar un procedimiento y solo el 10% no respondieron correctamente a la situación planteada.

Categoría	Tipo de respuesta (TR)	Cantidad	Porcentaje
<b>C1</b>	TR1: Estudiantes que expresan con una suma la cantidad total de las piezas.	<b>20</b>	<b>67%</b>
	TR2: Estudiantes que responden correctamente sin realizar ningún tipo de procedimiento.	<b>7</b>	<b>23%</b>
	TR3: Estudiantes que no responden correctamente.	<b>3</b>	<b>10%</b>

**Tabla 7.** Resultados de la actividad 1, pregunta 1, Subcategoría de Combinación 1.

**Fuente:** elaboración propia.

En esta actividad la mayoría de los estudiantes (20 de 30) respondieron correctamente expresando el resultado obtenido a partir de una suma. Por otro lado, (7 de 30) responden correctamente sin realizar ningún tipo de procedimiento. Ante lo anterior, se puede decir que los estudiantes no tenían en cuenta que había que realizar el procedimiento y solo colocaban la

respuesta. A su vez, solo 3 estudiantes responden incorrectamente frente a la situación problema.

**Ver ilustración 1, 2 y 3.**

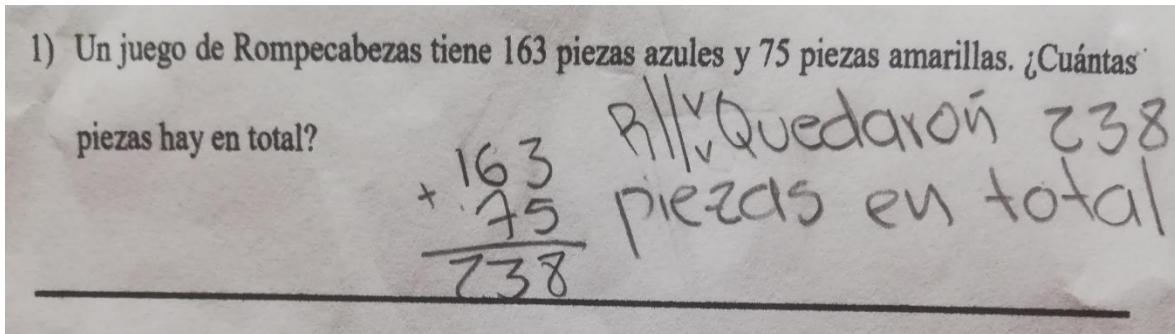


Ilustración 1. Evidencia de respuesta de la actividad 1, pregunta 1, TR1.

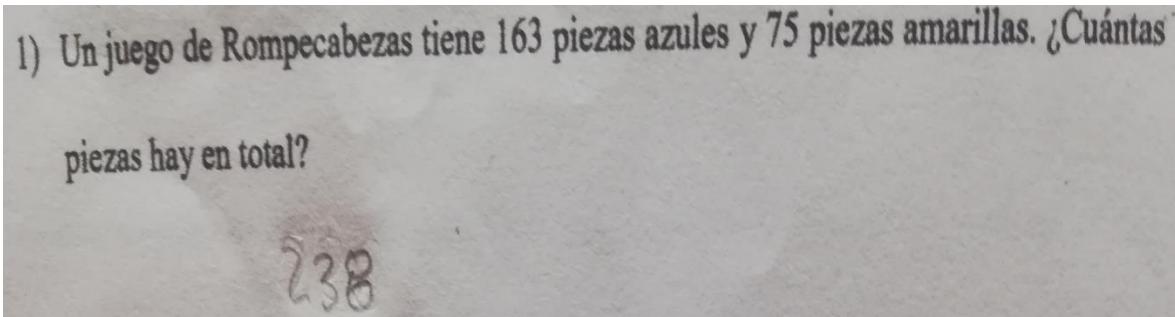


Ilustración 2. Evidencia de respuesta de la actividad 1, pregunta 1, TR2.

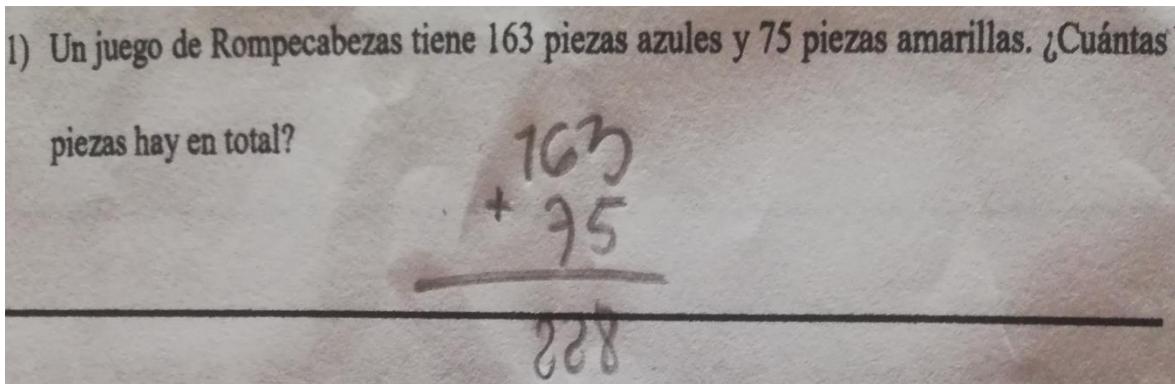


Ilustración 3. Evidencia de respuesta de la actividad 1, pregunta 1, TR3.

Frente a la respuesta (ilustración 1), se puede evidenciar como el estudiante toma los valores dados y los relaciona sabiendo que a la cantidad inicial debe adicionarle la cantidad final; dado que le están preguntando por el total de las piezas del rompecabezas. Frente a la (ilustración 2) el estudiante solo le da una respuesta a la situación problema sin justificar el resultado y

finalmente, en la (ilustración 3) el estudiante reconoce las cantidades con las que debe realizar la operación suma para darse cuenta cuantas piezas tiene en total; pero al intentar resolver se confunde y por lo tanto, su resultado tiende a ser incorrecto.

**P2:** *Unos amigos se fueron de vacaciones 15 días para la playa Bocana y 15 en la Playa Piangüita. ¿Cuántos días en total estuvieron de vacaciones?* El tipo de respuesta que se obtuvo por parte de los estudiantes frente a esta pregunta se reposta en la tabla 8.

En esta actividad, los estudiantes debían resolver este tipo de pregunta mediante la adición de las cantidades dadas. Se puede observar que el 73% de los estudiantes respondieron correctamente realizando un buen procedimiento; mientras que el 20% responden correctamente; pero no justifican la respuesta y solo el 2% de los estudiantes no respondieron correctamente. Se puede decir, que está por encima del 50% el nivel de comprensión de los estudiantes en cuanto a este enunciado. Ver *tabla 8*.

Categoría	Tipo de respuesta (TR)	Cantidad	Porcentaje
C1	TR1: Estudiantes que responden correctamente empleando un buen procedimiento.	22	73%
	TR2: Estudiantes que responden correctamente sin justificar la respuesta.	6	20%
	TR3: Estudiantes que no responden correctamente.	2	7%

**Tabla 8.** Resultados de la actividad 1, pregunta 2, subcategoría de Combinación 1.

**Fuente:** elaboración propia.

- 2) Unos amigos se fueron de vacaciones 15 días para la playa Bocana y 15 en la Playa Piangüita. ¿Cuántos días en total estuvieron de vacaciones?

$$\begin{array}{r}
 15 \\
 + 15 \\
 \hline
 30
 \end{array}$$

Ilustración 4. Evidencia de respuesta de la actividad 1, pregunta 2, TR1.

- 2) Unos amigos se fueron de vacaciones 15 días para la playa Bocana y 15 en la Playa Piangüita. ¿Cuántos días en total estuvieron de vacaciones?

Pl: 30 días

Ilustración 5. Evidencia de respuesta de la actividad 1, pregunta 2, TR2.

- 2) Unos amigos se fueron de vacaciones 15 días para la playa Bocana y 15 en la Playa Piangüita. ¿Cuántos días en total estuvieron de vacaciones?

$$15 * 15 = 225$$

Ilustración 6. Evidencia de respuesta de la actividad 1, pregunta 2, TR3.

En la (ilustración 4) se observa como el estudiante tiene claridad de lo que debe desarrollar frente a la situación problema, dado que reconoce las cantidades y sabe cuál es el algoritmo que debe desarrollar para llegar a la solución, por otro lado, se evidencia en la ilustración 5 que el estudiante solo responde el enunciado pero sin justificar la respuesta y por último, se evidencia en la ilustración 6 que el estudiante responde incorrectamente al enunciado; lo que quiere decir , es que frente a esta pregunta la mayor parte de los estudiantes se muestran con una mejoría y se puede decir que superando dificultades con las que presentaban en la prueba inicial.

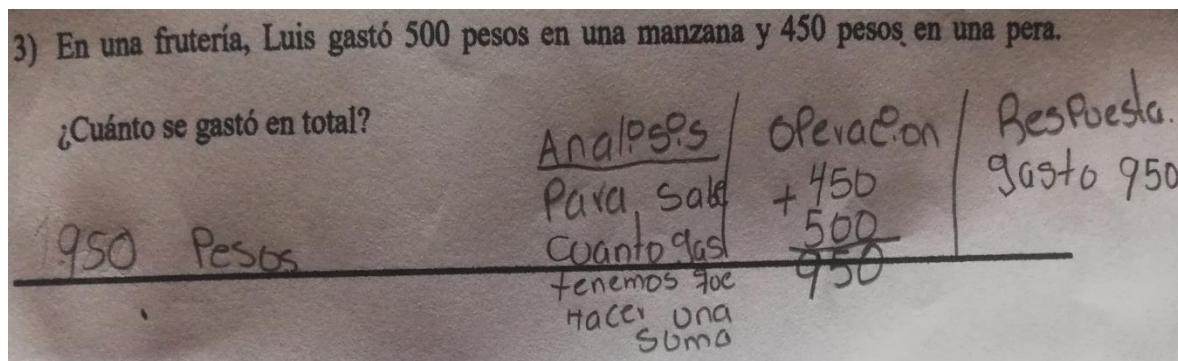
**P3:** En una frutería, Luis gastó 500 pesos en una manzana y 450 pesos en una pera. ¿Cuánto se gastó en total? El tipo de respuesta que se obtuvo por parte de los estudiantes frente a esta pregunta se evidencia en la tabla 9.

Categoría	Tipo de respuesta (TR)	Cantidad	Porcentaje
<b>C1</b>	TR1: Estudiantes que obtienen los valores solicitados correctamente y realizan un procedimiento.	<b>24</b>	<b>80%</b>
	TR2: Estudiantes que plantean un buen procedimiento pero su resultado es incorrecto.	<b>6</b>	<b>20%</b>

**Tabla 9.** Resultados de la actividad 1, pregunta 3, subcategoría de Combinación 1.

**Fuente:** elaboración propia.

En esta actividad la mayoría de los estudiantes (24 de 30) respondieron correctamente planteando los valores solicitados y realizando un procedimiento, teniendo en cuenta las cantidades que gasto Luis y de esa forma procediendo a realizar una adición para encontrar el total del dinero gastado, hecho que se muestra en la tabla 9.



**Ilustración 7.** Evidencia de respuesta de la actividad 1, pregunta 3, TR1.

A su vez, se evidencia que solo (6 de 30) estudiantes comprendieron el enunciado; además, empleaban un buen procedimiento sabiendo que se les preguntaba; donde debían encontrar el total

del dinero que Luis había gastado en su compra; pero al final reportaban una respuesta incorrecta ver ilustración 7.

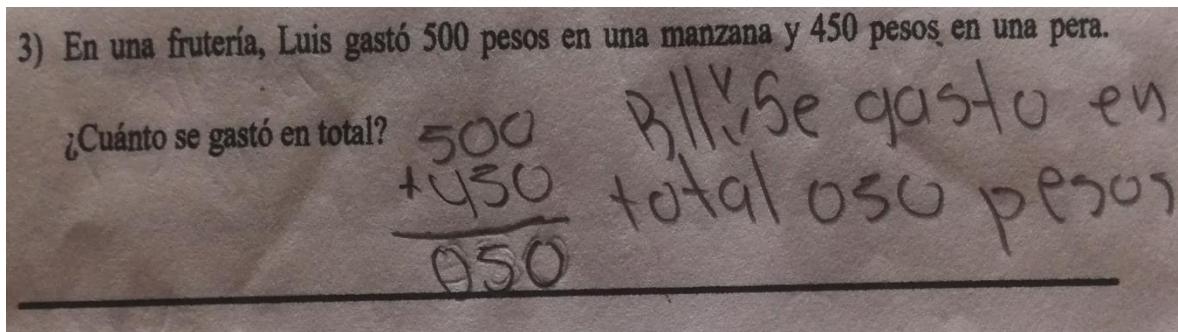


Ilustración 8. Evidencia de respuesta de la actividad 1, pregunta 3, TR2.

**P4:** *En un comedor hay 5 cucharas y 6 tenedores. ¿Cuántos cubiertos hay en total?* El tipo de respuesta que se obtuvo por parte de los estudiantes frente a esta pregunta se evidencia en la tabla 10.

Categoría	Tipo de respuesta (TR)	Cantidad	Porcentaje
C1	TR1: Estudiantes que respondieron correctamente.	20	67%
	TR2: Estudiantes que responden incorrectamente.	7	23%
	TR3: Estudiantes que no respondieron.	3	10%

Tabla 10. Resultados de la actividad 1, pregunta 4, subcategoría de Combinación 1.

**Fuente:** elaboración propia.

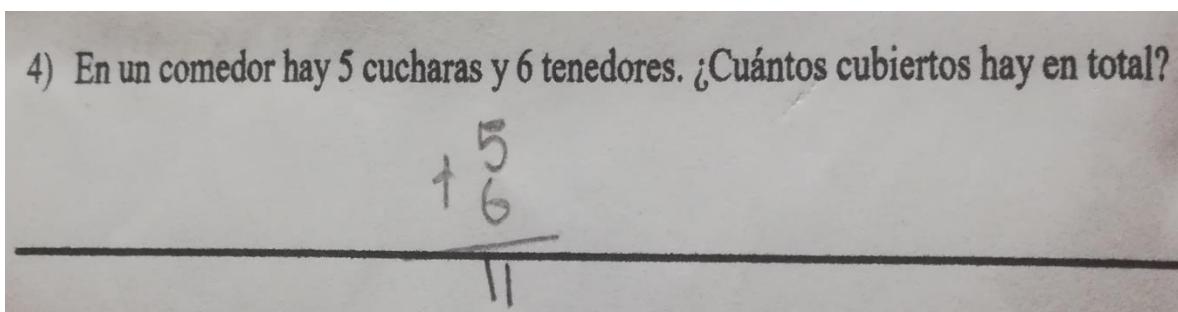
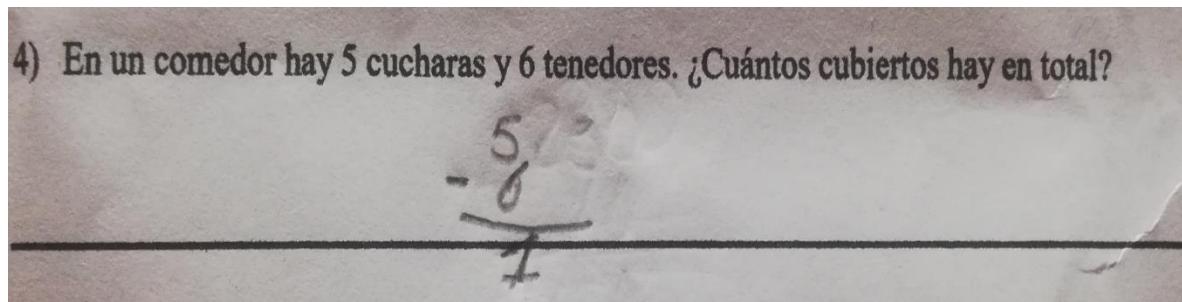
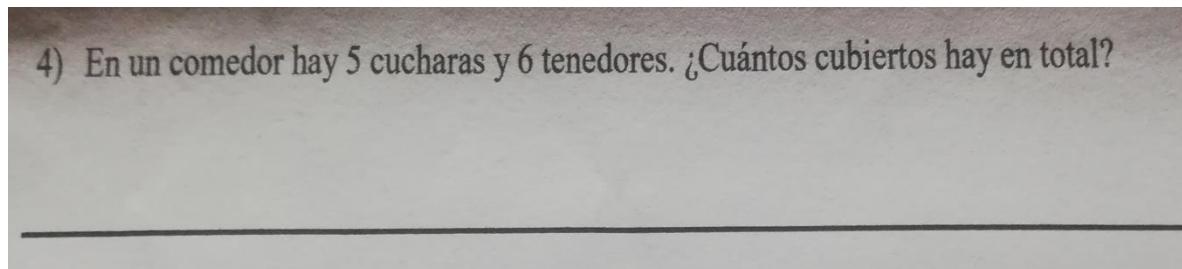


Ilustración 9. Evidencia de respuesta de la actividad 1, pregunta 4, TR1.



*Ilustración 10. Evidencia de respuesta de la actividad 1, pregunta 4, TR2.*

Como se puede evidenciar, la mayoría de los estudiantes (67%) respondieron correctamente teniendo en cuenta el total de las cucharas que se encontraban en el comedor, pues sabiendo las dos cantidades iniciales debían encontrar una cantidad final (categoría de combinación 1:  $(5 + 6 = ?)$ ); así mismo, se puede notar que 7 de 30 estudiantes tuvieron ciertas dificultades puesto que intentaban darle respuesta a este tipo de problema; pero terminaban manifestaban un resultado incorrecto.



*Ilustración 11. Evidencia de respuesta de la actividad 1, pregunta 4, TR3.*

De otro lado, una minoría de 10% no respondieron el enunciado para darle respuesta al enunciado; de lo cual se puede decir que no comprendieron la situación planteada no reconociendo que el procedimiento que debían emplear. Ver ilustración 9,10 y 11.

**P5:** *Unos amigos se fueron de vacaciones treinta días. En la playa Bocana estuvieron quince días y el resto en la Playa Pianguüita. ¿Cuántos días estuvieron de vacaciones en la playa Pianguüita?*

En esta actividad los estudiantes debían realizar una sustracción entre el total de los días que unos amigos se fueron de vacaciones y una de las cantidades que se les daba para hallar el resultado. El tipo de respuesta que se obtuvo por parte de los estudiantes frente a esta pregunta se evidencia en la tabla 16; donde el 60% de los estudiantes responden correctamente a la situación problema, un 17% de los estudiantes reportan una respuesta incorrecta más aun con un procedimiento valido; y un 23% plantean un procedimiento no valido pero con una respuesta correcta.

Categoría	Tipo de respuesta (TR)	Cantidad	Porcentaje
C2	TR1: Estudiantes que comprendieron correctamente el problema.	18	60%
	TR2: Estudiantes que plantean un procedimiento valido, pero con una respuesta incorrecta.	5	17%
	TR3: Estudiantes plantean un procedimiento no valido, pero su respuesta es correcta.	7	23%

**Tabla 11.** Resultados de la actividad 1, pregunta 5, subcategoría de Combinación 2.

**Fuente:** elaboración propia.

5) Unos amigos se fueron de vacaciones treinta días. En la playa Bocana estuvieron quince días y el resto en la Playa Piangüita. ¿Cuántos días estuvieron de vacaciones en la playa Piangüita?

$$\begin{array}{r} 30 \\ - 15 \\ \hline 15 \end{array}$$

15 días

*Ilustración 12. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 5, TR1.*

En la (ilustración 12) se observa como el estudiante encuentra la segunda cantidad a partir del total y la primera cantidad dadas; se puede decir que el estudiante comprendió correctamente este tipo de situación.

- 5) Unos amigos se fueron de vacaciones treinta días. En la playa Bocana estuvieron quince días y el resto en la Playa Piangüita. ¿Cuántos días estuvieron de vacaciones en la playa Piangüita?

$$\begin{array}{r} 30 \\ - 15 \\ \hline 25 \end{array}$$

*Ilustración 13. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 5, TR2.*

- 5) Unos amigos se fueron de vacaciones treinta días. En la playa Bocana estuvieron quince días y el resto en la Playa Piangüita. ¿Cuántos días estuvieron de vacaciones en la playa Piangüita?

$$\begin{array}{r} 30 \\ + 15 \\ \hline 15 \end{array}$$

*Ilustración 14. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 5, TR3.*

En la (ilustración 13) se puede observar como el estudiante tiene en cuenta los valores con los que debe realizar la situación problema; pero al momento de realizar la operación realiza equivocadamente la sustracción. Frente a la (ilustración 14) se observa que el estudiante intenta resolver la operación pero el signo que utiliza no es correcto más un su resultado tiende a ser correcto.

**P6: Una gallina incubó doce huevos. Han salido siete pollitos amarillos y el resto marrones.**

**¿Cuántos pollitos marrones han salido?** El tipo de respuesta que se obtuvo por parte de los estudiantes frente a esta pregunta se evidencia en la tabla 12.

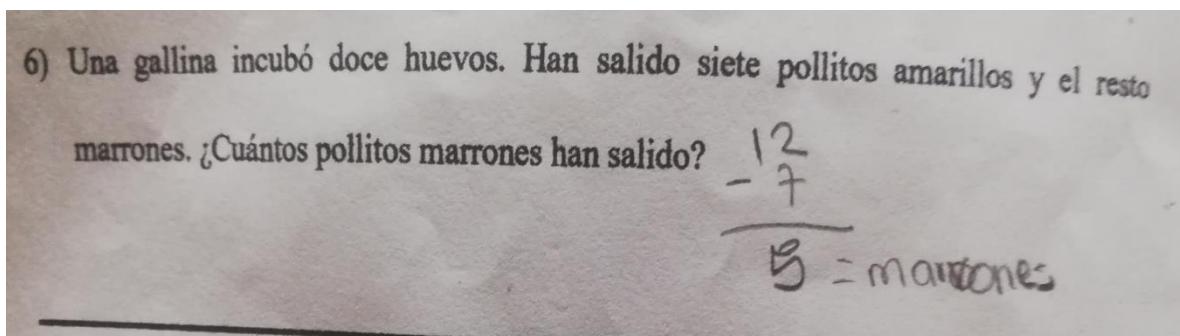
Categoría	Tipo de respuesta (TR)	Cantidad	Porcentaje
C2	TR1: Estudiantes que a partir de una resta entre la cantidad de los huevos dados y la cantidad de los siete pollitos amarillos, encontraron el total de pollitos marrones.	10	33%
	TR2: Estudiantes que respondieron correctamente pero no justificaron la respuesta.	8	26%
	TR3: Estudiantes que no responden correctamente.	12	40%

**Tabla 12.** Resultados de la actividad 1, pregunta 6, subcategoría de Combinación 2.

**Fuente:** elaboración propia.

En esta actividad, 10 estudiantes respondieron correctamente. Entre estos, 10 estudiantes realizaron el procedimiento; dado que tenían en cuenta el total de los pollitos que incubó la gallina y además una cantidad donde se expresaba que de esos dos habían salido siete pollitos amarillos; entonces el estudiante sabía que para conocer la otra cantidad tenía que realizar una sustracción entre las cantidades dadas y así hallar el resultado correcto. Ver ilustración 15. Por otro lado, 8 estudiantes llegaron a la respuesta sin justificarla, ver ilustración 16.

Finalmente (12 de 30) estudiantes intentan resolver la situación problema pero con una respuesta incorrecta. Este tipo de respuesta se evidencia en la ilustración 17.



*Ilustración 15. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 6, TR1.*

- 6) Una gallina incubó doce huevos. Han salido siete pollitos amarillos y el resto marrones. ¿Cuántos pollitos marrones han salido?

5 pollitos

Ilustración 16. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 6, TR2.

- 6) Una gallina incubó doce huevos. Han salido siete pollitos amarillos y el resto marrones. ¿Cuántos pollitos marrones han salido?

2  
Pollotas      - 5 =

Ilustración 17. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 6, TR3.

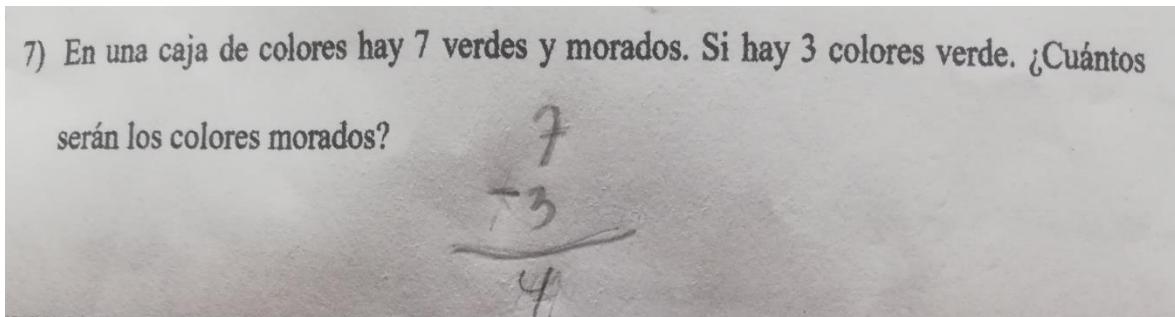
**P7:** En una caja de colores hay 7 colores verdes y morados. Si hay 3 colores verde. ¿Cuántos serán los colores morados? El tipo de respuesta que se obtuvo por parte de los estudiantes frente a esta pregunta se evidencia en la tabla 13.

En esta actividad una minoría (2 de 30) de los estudiantes no respondieron correctamente a la situación problema, de estos, 7 estudiantes intentaron resolver la operación pero no utilizaban la estrategia adecuada para llegar a la solución, y 3 estudiantes simplemente no manifestaban ningún tipo de respuesta. A su vez, una mayoría (15 de 30) estudiantes respondieron satisfactoriamente planteando la operación correcta y llegando a la solución de lo que se esperaba.

Categoría	Tipo de respuesta (TR)	Cantidad	Porcentaje
C2	TR1: Estudiantes que expresan una respuesta correcta.	13	43%
	TR2: Estudiantes que respondieron incorrectamente.	15	50%
	TR3: Estudiantes que no responden a la pregunta.	2	6%

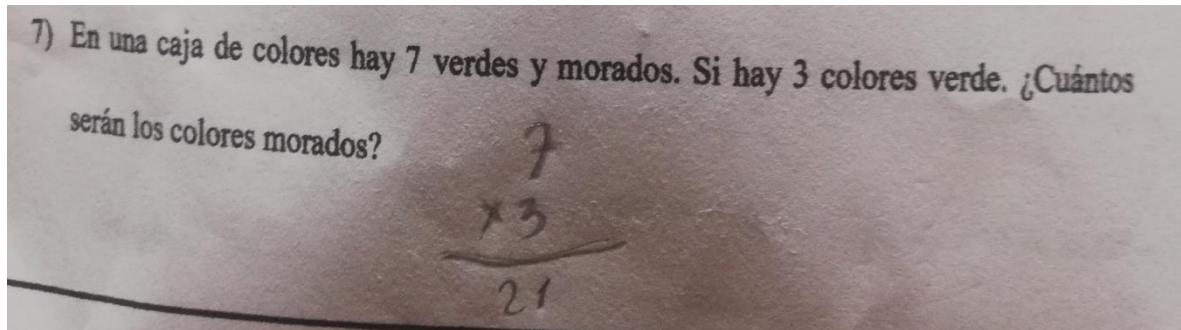
**Tabla 14.** Resultados de la actividad 1, pregunta 7, subcategoría de Combinación 2.

**Fuente:** elaboración propia.



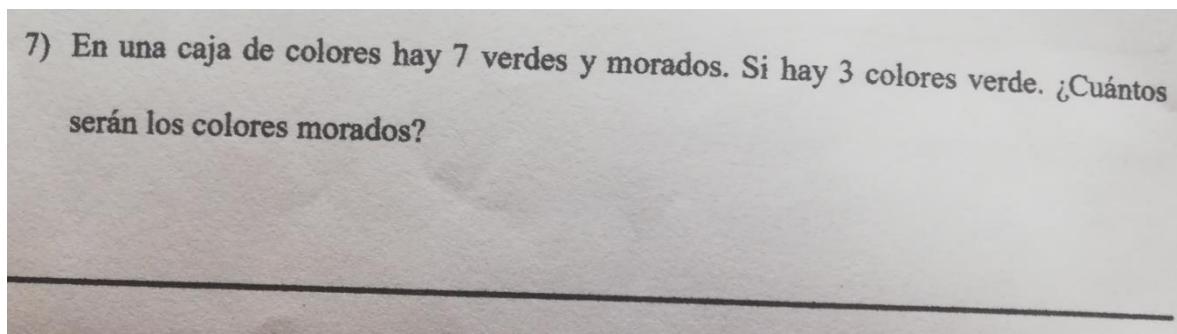
*Ilustración 18. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 7, TR1.*

En la ilustración 18 se observa como el estudiante a partir de la cantidad total que ya conoce y de una de las cantidades dadas ( $3 + \underline{\quad} = 7$ ), sabe que debe realizar una sustracción; extrayéndole a la cantidad total una de las cantidades dadas para así llegar exitosamente a la solución del problema.



*Ilustración 19. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 7, TR2.*

En la ilustración 19, el estudiante conoce los valores dados pero tiende a confundirse y termina utilizando el algoritmo no adecuado; por ende, su resultado tiende a ser incorrecto. El porcentaje que se obtuvo por parte de esta respuesta fue de un 23%; donde se puede decir que muchas veces los estudiantes desconocen qué tipo de estrategia utilizar para llegar a la solución.



*Ilustración 20. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 7, TR3.*

Por último, en la ilustración 20 se puede observar que el estudiante no tenía claridad sobre lo que tenía que realizar o dicho de otra forma; no determinó las condiciones necesarias para llegar a la solución correcta. En este tipo de respuesta se obtuvo un 10%, donde se deduce que la minoría de los estudiantes respecto a esta pregunta no hacen uso de sus saberes previos.

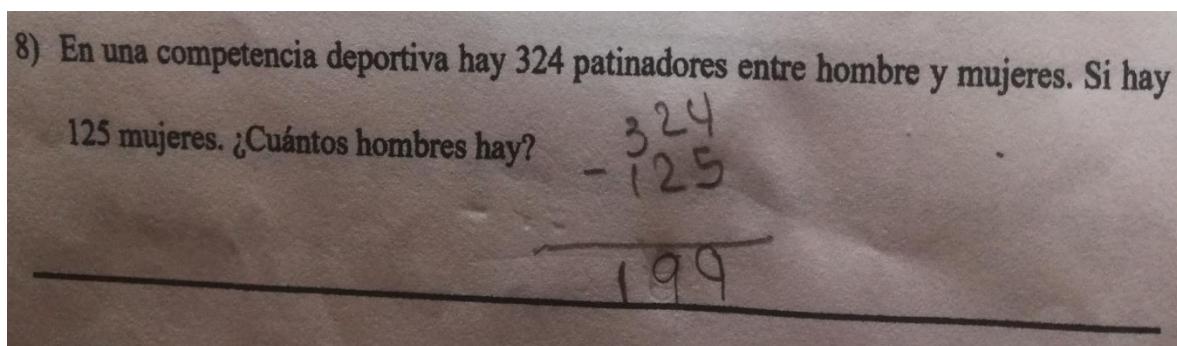
**P8:** En una competencia deportiva hay 324 patinadores entre hombre y mujeres. Si hay 125 mujeres. ¿Cuántos hombres hay? El tipo de respuesta que se obtuvo por parte de los estudiantes frente a esta pregunta se evidencia en la tabla 15.

Categoría	Tipo de respuesta (TR)	Cantidad	Porcentaje
C2	TR1: Estudiantes que reconocen que se debe realizar una sustracción y dieron la respuesta correcta.	9	30%
	TR2: Estudiantes que responden correctamente sin realizar ningún tipo de procedimiento.	5	16%
	TR3: Estudiantes que no responden correctamente.	16	53%

**Tabla 15.** Resultados de la actividad 1, pregunta 8, subcategoría de Combinación 2.

**Fuente:** elaboración propia.

En esta actividad, 14 de los estudiantes respondieron correctamente; de estos, (9 de 30) emplearon una sustracción. Reconociendo que a partir de a partir de la cantidad total y la otra cantidad dada se encontraba cuantos hombres habían en la competencia deportiva, una de estas respuestas se evidencia en la ilustración 21.



*Ilustración 21. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 8, TR1.*

En la ilustración anterior, el estudiante tiene en cuenta que cantidades debe relacionar y cuál es la subcategoría que debe desarrollar para llegar a la solución correcta.

8) En una competencia deportiva hay 324 patinadores entre hombre y mujeres. Si hay 125 mujeres. ¿Cuántos hombres hay?

199

Ilustración 22. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 8, TR2.

En el caso de la ilustración 22, (6 de 30) estudiantes, es decir el 16% solo llegaron a la solución sin realizar ningún tipo de procedimiento; donde no se evidencia cual es el método que el estudiante utiliza para dar la respuesta correcta.

8) En una competencia deportiva hay 324 patinadores entre hombre y mujeres. Si hay 125 mujeres. ¿Cuántos hombres hay?

11 = hay en total  
195 hombres.

- 324  
- 125  
195

Ilustración 23. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 8, TR3.

Por último, el 16% de los estudiantes intentaron resolver la situación problema planteada; pero con un resultado incorrecto; cabe decir, que el estudiante sí reconoce las cantidades que debe operar.

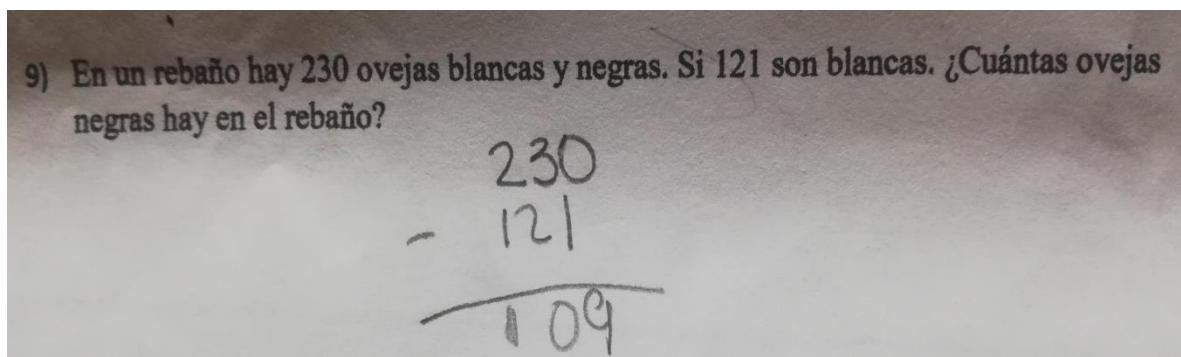
**P9:** *En un rebaño hay 230 ovejas blancas y negras. Si 121 son blancas. ¿Cuántas ovejas negras hay en el rebaño?* El tipo de respuesta que se obtuvo por parte de los estudiantes frente a esta pregunta se evidencia en la tabla 16.

Categoría	Tipo de respuesta (TR)	Cantidad	Porcentaje
<b>C2</b>	TR1: Estudiantes que responden correctamente al valor solicitado y expresan un procedimiento.	<b>13</b>	<b>43%</b>
	TR2: Estudiantes que responden correctamente pero no representan un procedimiento.	<b>17</b>	<b>57%</b>

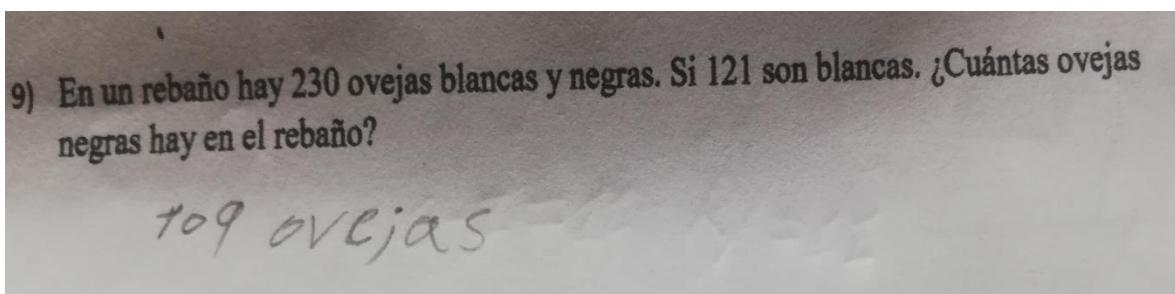
**Tabla 16.** Resultados de la actividad 1, pregunta 9, subcategoría de Combinación 2.

**Fuente:** elaboración propia.

En relación a la Tabla 16, se puede observar que aún continúa la tendencia en la que la mayoría de los estudiantes (57%), realizan de forma correcta la situación problema que se les plantea; siendo estos lo que se ven muy motivados para argumentar sobre lo que hacen y saben, puesto que escribieron que sabiendo cual era la cantidad total de ovejas blancas y negras que había en el rebaño y sabiendo además la cantidad de ovejas blancas; debían quitarle a la cantidad final una de las cantidades dadas para saber cuánto era el total de ovejas negras que habían en el rebaño ver ilustración 24.



*Ilustración 24. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 9, TR1.*



*Ilustración 25. Evidencias de respuesta de la actividad 1, pregunta 9, TR2.*

Sin embargo, 17 de 30 estudiantes solo escribían el resultado final de la situación problemas; mas no escribían el procedimiento que debían realizar para saber de qué forma llegaron a la respuesta correcta ver ilustración 25.

En la segunda actividad la cual consta de 7 problemas de tipo aditivo de transformación , el porcentaje aciertos fue del 30% y el porcentaje de las soluciones incorrectas fue del 70%, entre los problemas que se le presentaron al estudiante estaban inmersas las diferentes subcategorías que tiene la categoría de transformación, esto con el fin de que el estudiante no conociera una sola forma en la que se presentan este tipo de problemas, es importante resaltar que los estudiantes normalmente reconocen la cantidad inicial, la transformación y determina la cantidad final, quiere decir que no presentan una mayor dificultad a la hora de resolver este tipo de problemas, pero cuando se les presenta las formas  $a+?=c$ ;  $?+b=c$ , se presenta más dificultad, ya que la incógnita se ubica en una posición distinta a la habitual, quiere decir que cuando se le plantean situaciones en las que existe una cantidad inicial conocida que sufre una transformación creciente, en este caso desconocida, que origina una cantidad final que sí sabemos. Debemos descubrir la cantidad de la transformación. La solución la obtendremos tras efectuar una resta o una suma, el estudiante tiene una mayor dificultad.

A continuación, se presentan los resultados en las tablas que presentan los tipos de respuestas de los estudiantes según la frecuencia de los resultados que se obtuvieron a lo largo de

la implementación, en cuanto a la categoría de transformación de las actividades N°2 Y de la Unidad Didáctica, y posteriormente un análisis de cada pregunta desarrollada.

### **Actividad 2: Sopa de números.**

**P1:** *Andrea compra mariscos. Tiene 50 camarones y 31 langostinos. ¿Cuántos mariscos tiene en total?*

En esta actividad los estudiantes debían realizar una suma teniendo en cuenta los dos mariscos que le dieron en el problema, el tipo de respuesta que se obtuvo por parte de los estudiantes se puede observar en la tabla 17, donde el 80% de los estudiantes respondieron bien a esta pregunta, sin embargo un 20% dieron una respuesta errónea, de acuerdo a esto se puede decir que hubo una mejoría en cuanto a la prueba inicial en la cual los estudiantes muy poco comprendían los problemas que se les presentaron en esta prueba.

Categoría	Tipo de respuesta (TR)	Cantidad	Porcentaje
<b>T1</b>	TR1: Estudiantes que expresan con una suma la cantidad total de los mariscos.	<b>24</b>	<b>80%</b>
	TR2: Estudiantes que no responden correctamente.	<b>6</b>	<b>20%</b>

**Tabla 67.** Resultados de la actividad 2, pregunta 1, subcategoría de Transformación 1.

**Fuente:** elaboración propia.

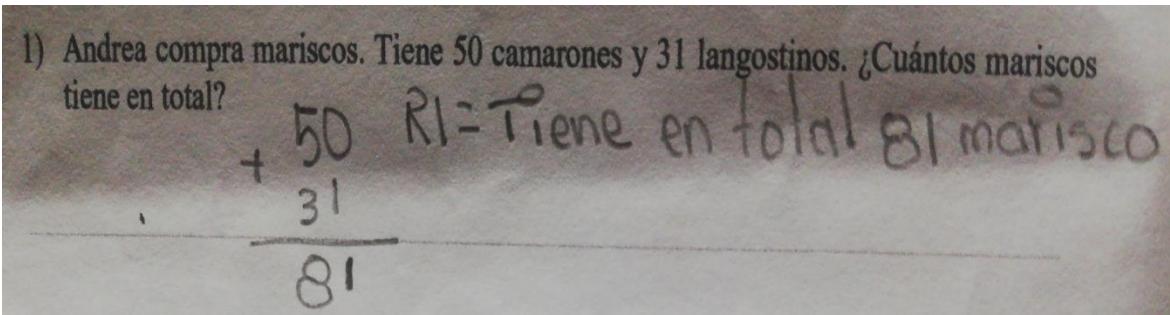


Ilustración 26. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 1, TR1.

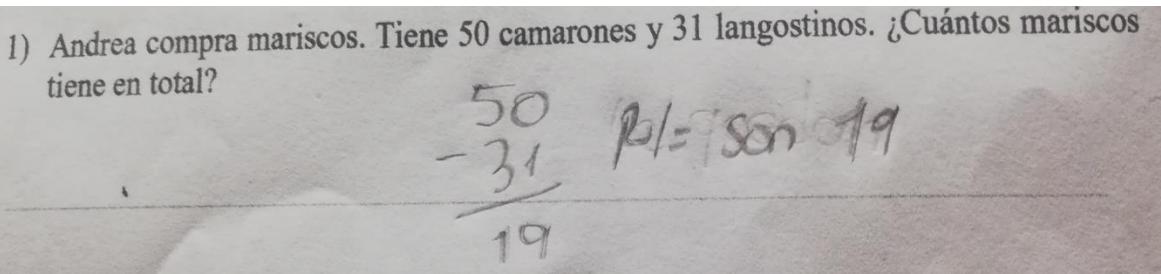


Ilustración 27. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 1, TR2.

En la (ilustración 26) se puede observar como el estudiante toma las dos cantidades y realiza la operación correcta teniendo en cuenta los dos valores dados, frente a la (ilustración 27) se puede evidenciar que el estudiante toma los dos valores dados, pero a la hora de realizar la operación comete un error realizando una sustracción.

**P2:** Karen pesa 34 kilos, María 32 y Karla pesa lo mismo que María. ¿Cuántos kilospesan entre los tres?

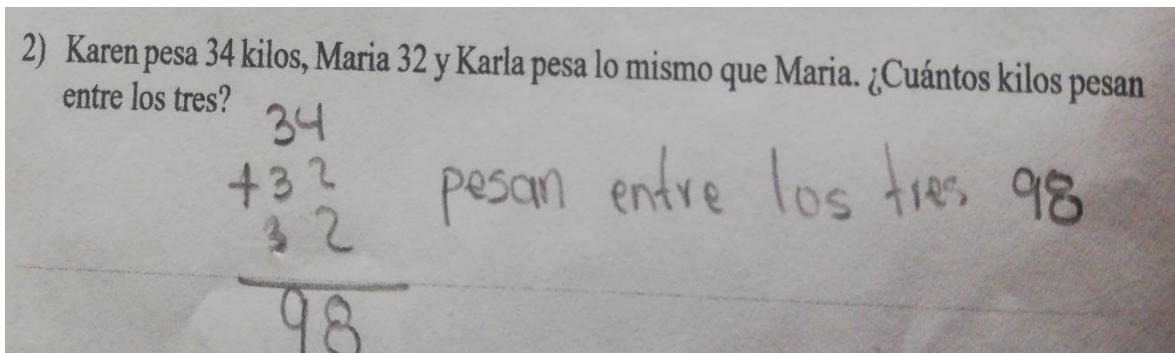
El tipo de respuesta que se obtuvo por los estudiantes se ilustra en la tabla 18, donde un 40% dieron una respuesta correcta, y el 60% presentaron argumentos válidos pero su respuesta fue incorrecta.

Categoría	Tipo de respuesta (TR)	Cantidad	Porcentaje
	TR1: Estudiantes que respondieron	12	40%

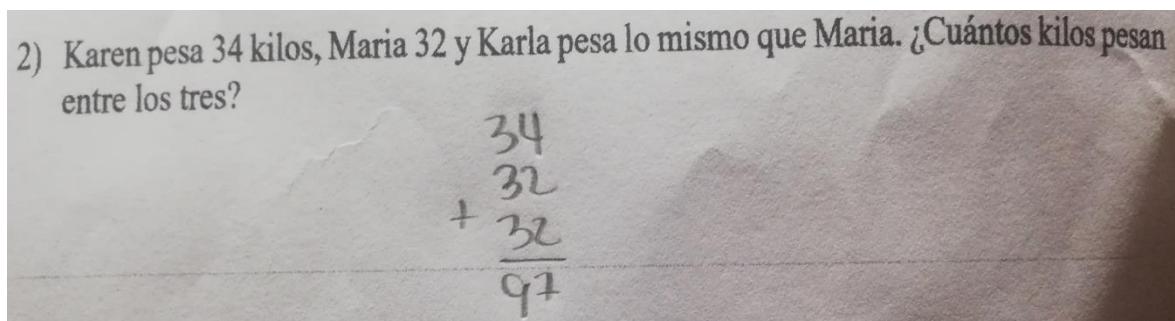
	correctamente teniendo en cuenta el peso de Karla.		
<b>T1</b>	TR2: Estudiantes que presentaron argumentos válidos y su respuesta fue incorrecta.	<b>18</b>	<b>60%</b>

**Tabla 18.** Resultados de la actividad 2, pregunta 2, subcategoría de Transformación 1.

**Fuente:** elaboración propia.



*Ilustración 28. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 2, TR1.*



*Ilustración 29. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 2, TR2.*

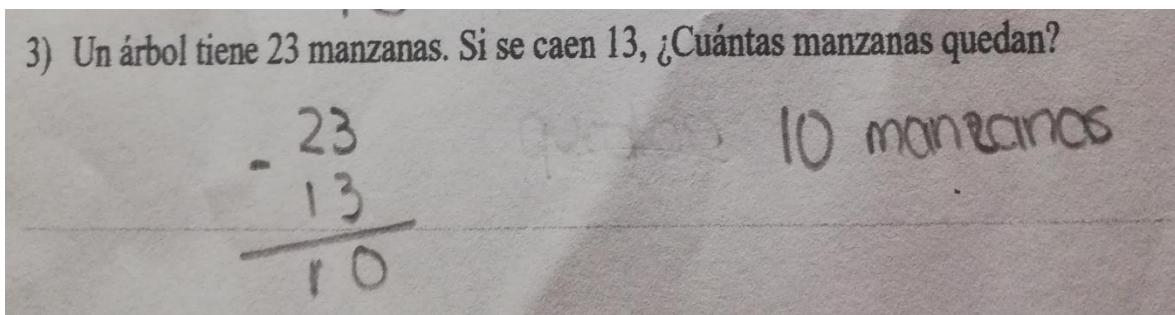
En la (ilustración 28) se evidencia que el estudiante tuvo presente lo que se le pidió en el problema que era tener en cuenta el peso de María para saber el peso de Karla y supo que operación realizar para dar respuesta a lo que se le pidió, en la (ilustración 29) se observa que el estudiante igual supo que se le pedía en el problema, pero, se evidencia que tuvo un error con el resultado de la operación, esto pudo ser por un descuido o porque aún no sabe realizar una suma.

**P3:** En esta actividad se preguntaba lo siguiente. *Un árbol tiene 23 manzanas. Si se caen 13, ¿Cuántas manzanas quedan?* En esta actividad un 63% de los estudiantes respondieron correctamente y un 36% no dieron respuesta a la pregunta.

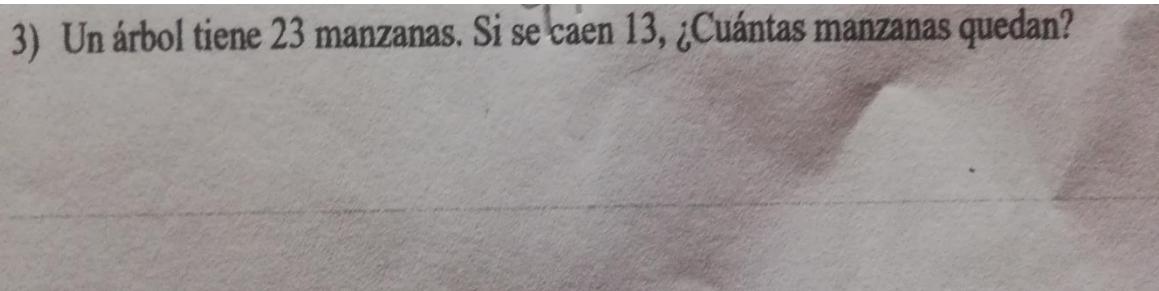
Categoría	Tipo de respuesta (TR)	Cantidad	Porcentaje
<b>T2</b>	TR1: Estudiantes responden correctamente a la pregunta planteada.	<b>19</b>	<b>63%</b>
	TR2: Estudiantes que no responden.	<b>11</b>	<b>36%</b>

**Tabla 19.** Resultados de la actividad 2, pregunta 3, subcategoría de Transformación 2.

**Fuente:** elaboración propia.



*Ilustración 30. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 3, TR1.*



*Ilustración 31. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 3, TR2.*

En esta actividad respondieron correctamente (19 de 30). En la (ilustración 30) se puede evidenciar que el estudiante comprendió lo que se le había pedido en el problema, ya que resolvió correctamente el problema, en la (ilustración 31) se observa que el estudiante no respondió, esto

puede ser por diferentes factores, como los siguientes: no entendió el problema. No lo quiso resolver, o se le olvido resolverlo

**P4:** *En un almacén de ropa quedan 9 pantalones de jeans. Un camión trae algunos más, así que ahora hay 16. ¿Qué cantidad de pantalones descarga el camión?* El tipo de respuesta que se obtuvo por parte de los estudiantes frente a esta pregunta se evidencia en la tabla 20.

Categoría	Tipo de respuesta (TR)	Cantidad	Porcentaje
<b>T3</b>	TR1: Estudiantes que responden correctamente haciendo uso de la sustracción.	<b>14</b>	<b>46%</b>
	TR2: Estudiantes que no reportan respuesta.	<b>16</b>	<b>53%</b>

**Tabla 20.** Resultados de la actividad 2, pregunta 4, subcategoría de Transformación 3.

**Fuente:** elaboración propia

4) En un almacén de ropa quedan 9 pantalones de jeans. Un camión trae algunos más, así que ahora hay 16. ¿Qué cantidad de pantalones descarga el camión?

$$16 - 9 = 7$$

*Ilustración 32. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 4, TR1.*

4) En un almacén de ropa quedan 9 pantalones de jeans. Un camión trae algunos más, así que ahora hay 16. ¿Qué cantidad de pantalones descarga el camión?

*Ilustración 33. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 4, TR2.*

En esta actividad, (14 de 30) dieron respuesta y solución correcta a la situación planteada, se logra evidenciar que un porcentaje bajo de los estudiantes lograron resolver el problema, esto puede ser debido a que no lograron comprender el problema ver ilustración 32. Por otro lado, 16 de los 30 estudiantes no dieron ningún tipo de respuesta ver ilustración 33.

**P5:** En esta actividad se preguntaba lo siguiente. *En una pastelería han hecho 210 pasteles. Al final del día quedaron 32. ¿Cuántos pasteles se han vendido?* El tipo de respuesta que se obtuvo por parte de los estudiantes frente a esta pregunta se evidencia en la tabla 21.

Categoría	Tipo de respuesta (TR)	Cantidad	Porcentaje
<b>T4</b>	TR1: Estudiantes que expresan correctamente el total de pasteles que se ha vendido; a partir de los datos que encuentra en el enunciado.	<b>9</b>	<b>30%</b>
	TR2: Estudiantes que intentan desarrollar la actividad, pero, no logran puntualizar la respuesta.	<b>3</b>	<b>10%</b>
	TR3: Estudiantes que responden correctamente sin justificar el resultado.	<b>18</b>	<b>27%</b>

**Tabla 21.** Resultados de la actividad 2, pregunta 5, subcategoría de Transformación 4.

**Fuente:** elaboración propia.

En esta actividad (9 de 30) estudiantes expresan correctamente el problema y dan una buena respuesta, por otro lado (3 de 30) estudiantes plantean bien el problema, pero su resultado es negativo, esto puede ser, por falta de atención hacia lo que se les pide, o por no saber realizar aun una sustracción. Por último (18 de 30) estudiantes dan una respuesta positiva, pero sin realizar ningún procedimiento, a lo cual se pueden sacar varias conclusiones, una puede ser que el estudiante lo resolvió en su mente y solo puso el resultado, otra puede ser que un compañero le allá pasado la respuesta. Todo esto se puede observar en las (ilustraciones 34, 35, 36).

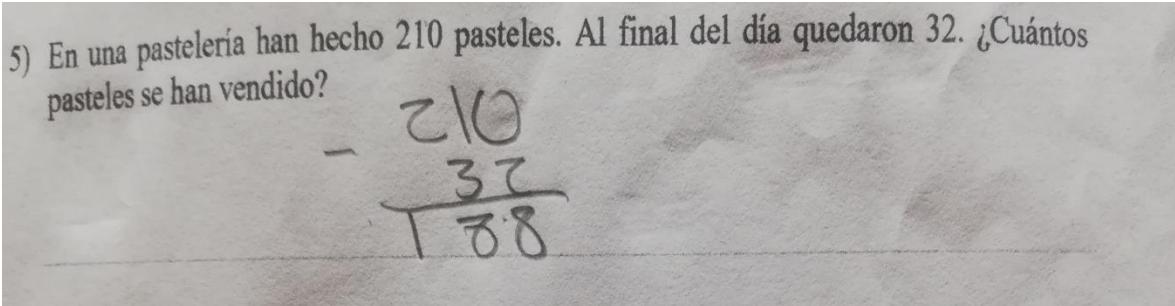


Ilustración 34. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 5, TR1.

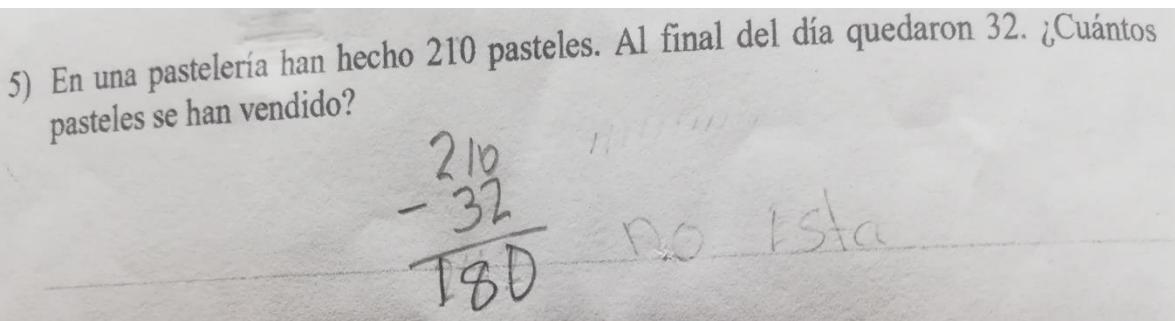


Ilustración 35. Evidencias de respuestas de la actividad 2, pregunta 5, TR2.

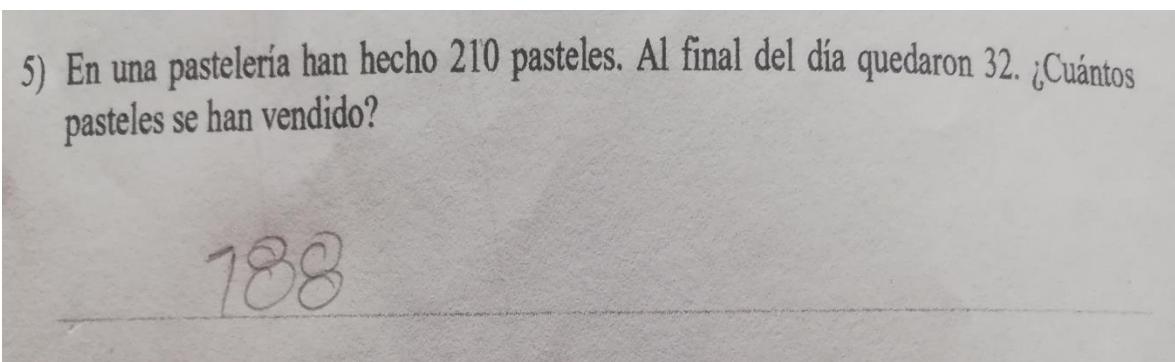


Ilustración 36. Evidencias de respuestas de la actividad 2, pregunta 5, TR3.

**P6:** *Manuel tiene algunos bombones y le dan 9 más. Si ahora tiene 15. ¿Cuántos bombones tenía al principio?*

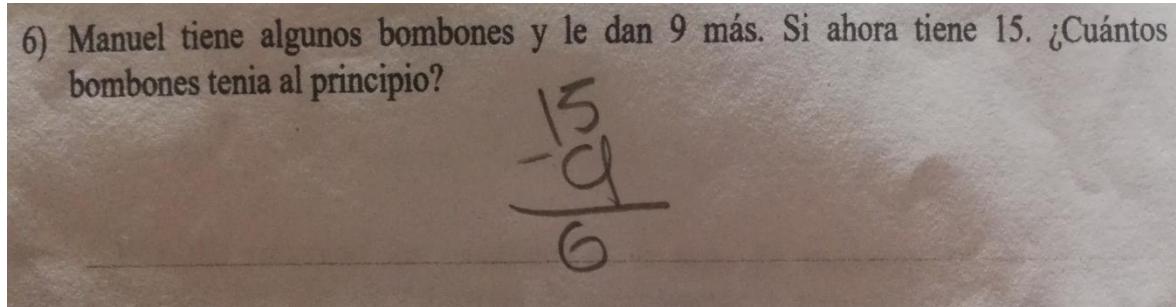
El tipo de respuesta que se obtuvo en esta actividad por parte de los estudiantes se evidencia en la tabla 22, donde se puede observar que el 33% de los estudiantes respondieron correctamente, esto haciendo uso de diferentes estrategias, el 16 % respondieron correctamente, pero, sin resolver ningún procedimiento y el 10% no responden correctamente a la actividad.

Categoría	Tipo de respuesta (TR)	Cantidad	Porcentaje
T5	TR1: Estudiantes que respondieron correctamente haciendo uso de diferentes estrategias.	10	33%
	TR2: Estudiantes que responden correctamente sin realizar ningún tipo de procedimiento.	5	16%
	TR3: Estudiantes que no responden correctamente.	15	50%

**Tabla 22.** Resultados de la actividad 2, pregunta 6, subcategoría de Transformación 5.

**Fuente:** elaboración propia.

En esta la actividad (10 de 30) estudiante respondieron correctamente esto utilizando diferentes estrategias, esto quiero decir que han tenido una gran mejoría después de la prueba inicial, por otra parte (5 de 30) estudiantes responden correctamente sin realizar un procedimiento, y (15 de 30) no responden correctamente, de acuerdo con estos resultados se puede decir que hay, superación en algunas dificultades que tenían los estudiantes antes de realizar esta actividad.



*Ilustración 37. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 6, TR1.*

- 6) Manuel tiene algunos bombones y le dan 9 más. Si ahora tiene 15. ¿Cuántos bombones tenía al principio?

$$\begin{array}{r}
 + 9 \\
 6 \\
 \hline
 15
 \end{array}
 \quad R = 6$$

*Ilustración 38. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 6, TR2.*

En las (ilustraciones 37 y 38) se puede observar diferentes maneras de como los estudiantes abordan el problema que se les ha expuesto, uno lo realizo con una sustracción y el otro con una suma, pero los dos llegaron al mismo resultado y que fue correcto.

- 6) Manuel tiene algunos bombones y le dan 9 más. Si ahora tiene 15. ¿Cuántos bombones tenía al principio?

$$\begin{array}{r}
 15 \\
 \times 9 \\
 \hline
 135
 \end{array}$$

*Ilustración 39. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 6, TR3.*

En la (ilustración 39) se puede observar como el estudiante no tiene claridad de cómo abordar el problema que se le ha dado, y es por esto por lo que asume que debe realizar una multiplicación y no realiza realmente la operación indicada para resolver este problema.

**P7:** *En un bus viajan varias personas. Se bajan 16 y se quedan 26 viajeros. ¿Cuántas personas viajaban en el autobús?*

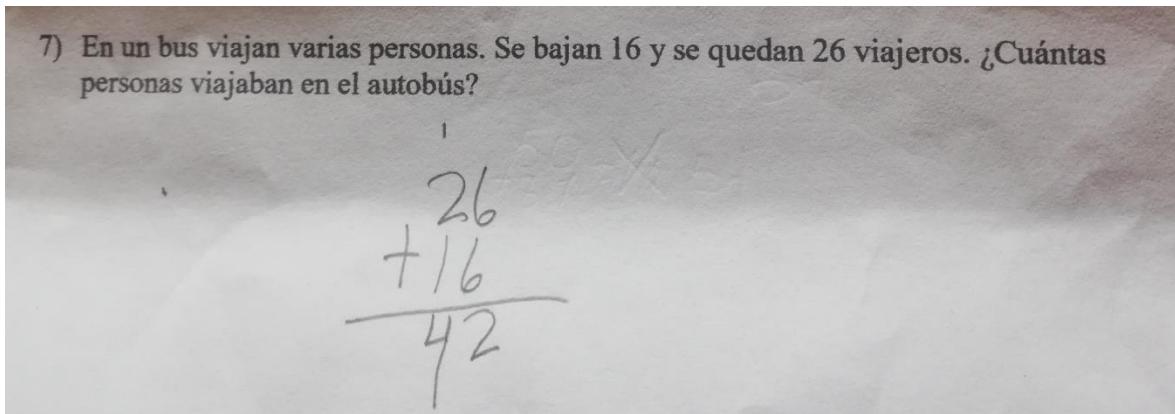
En la tabla 23 se puede observar que un 33% de los estudiantes responden correctamente a la pregunta. Y un 66% responde igualmente correcto, pero sin realizar un procedimiento, sin una argumentación.

Categoría	Tipo de respuesta (TR)	Cantidad	Porcentaje
<b>T6</b>	TR1: Estudiantes que responden correctamente las personas que viajaban en el bus, mostrando un procedimiento.	<b>10</b>	<b>33%</b>
	TR2: Estudiantes que responden incorrectamente	<b>20</b>	<b>66%</b>

**Tabla 23.** Resultados de la actividad 2, pregunta 7, subcategoría de Transformación 6.

**Fuente:** elaboración propia.

En esta actividad solo 10 de 30 estudiantes resolvieron el problema, y 20 de 30 incorrectamente, se vio una gran falencia a la hora del estudiante resolver la sustracción.



*Ilustración 40. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 7, TR1.*

En la (ilustración 40) se evidencia que el estudiante pudo comprender el problema ya que pudo llegar a realizarlo correctamente.

- 7) En un bus viajan varias personas. Se bajan 16 y se quedan 26 viajeros. ¿Cuántas personas viajaban en el autobús?

42 Personas

*Ilustración 41. Evidencias de respuesta de la actividad 2, pregunta 7, TR2.*

En la (ilustración 41) se puede observar que el estudiante dio la respuesta correcta, pero esto sin dar un procedimiento, no se puede decir si realmente esta respuesta fue dada por el, o este resultado se lo brindo otro estudiante.

A partir de los resultados obtenidos de la prueba inicial, se puede concluir que algunos estudiantes muchas veces tienden a tener dificultades al momento de resolver situaciones problemas, no obstantes las asociadas a las estructuras aditivas, no tienen en cuenta el orden o el valor posicional de los números, en ocasiones cuando se les presentan situaciones con números grandes. Es por esto, que fue necesario el diseño de una Unidad Didáctica con situaciones problemas de estructuras aditivas de combinación y transformación, problemas contextualizados con el fin de favorecer ciertas dificultades.

## 5.2 Diseño de la Unidad Didáctica

El diseño de la Unidad Didáctica se basa en el marco teórico y los resultados de la prueba inicial, proponiendo diversas situaciones las cuales puedan propiciar en los estudiantes la resolución de las estructuras aditivas de combinación y transformación.

Otro factor importante que se observó al aplicar la prueba inicial fue que muchos de los estudiantes presentaban dificultad en la ubicación del valor posicional de los números, en la comprensión de los enunciados y el estudiante se distrae cuando se les presenta actividades con situaciones problemas en las cuales solo debe escribir, es por esto, que en la Unidad Didáctica la redacción de los problemas fue más clara para que el estudiante no tuviera una gran dificultad, también se tuvo en cuenta no solo presentar actividades escritas, sino también actividades digitales en la cual los alumnos pueden interactuar e intercambiar experiencias con los otros compañeros y esto poderlos motivar, Además incluye diversas representaciones distinta a la lengua natural escrita.

Al formular cada pregunta, se espera que los estudiantes realicen procedimientos que sean idóneos de poderlos clasificar en estrategias como lo son los pasos de Polya planteados en el marco teórico, ya que estos pasos ayudan a desarrollar las habilidades mentales para que los alumnos puedan desenvolverse mejor a la hora de resolver los problemas.

De acuerdo con los factores anteriores la Unidad Didáctica se caracteriza por hacer énfasis en el juego digital como es la primera actividad, que permite al estudiante a estar más motivado a la hora de realizar las situaciones planteadas y aprender de una manera más agradable, también las otras actividades al no ser relacionadas con el juego se potencian con diferentes representaciones e ilustraciones que permite al estudiante facilitar la comprensión del problema.

### **5.2.1 Presentación de la Unidad Didáctica**

El objetivo del desarrollo de esta propuesta de enseñanza se realizó con el fin de evidenciar una mejor comprensión en los estudiantes al momento de resolver situaciones problemas de

estructura, y apoyar el desarrollo de su propio conocimiento. Este diseño de la propuesta de esta investigación ver tabla 6, e estructuró de la siguiente manera: Tabla 7. Estructura de la Unidad Didáctica

Actividad	Nombre	Tipo de problema	Objetivo
1	¿Quién robo el número 1?	Problemas aditivos de Transformación.	Que el estudiante a partir de sus diferentes estrategias, sea capaz de resolver problemas aditivos de transformación en el contexto del juego.
2	Comparto con mis compañeros	Problemas aditivos de combinación.	Que el estudiante sea capaz de resolver problemas aditivos de combinación.
3	¡Nos vamos de paseo!	Problemas aditivos de combinación y transformación.	Que el estudiante sea capaz de resolver problemas aditivos de combinación y transformación en una situación planteada.

**Fuente:** elaboración propia.

Teniendo en cuenta los elementos teóricos y los resultados obtenidos a partir de una prueba inicial mediada por estructuras aditivas de combinación y transformación para identificar algunas dificultades que presentan los estudiantes, se llevó a cabo el diseño de una Unidad Didáctica referente a las estructuras aditivas, apoyadas en Puig & Cerdán (1998), con el objetivo de favorecer la comprensión de los estudiantes con respecto a la categoría de combinación y transformación de situaciones problemáticas. Es importante señalar que cada una de las actividades propuestas están enmarcadas en el contexto real de los estudiantes.

Se diseñaron tres actividades que están ordenadas de la siguiente manera:

### 5.2.2 La Actividad 1

#### ¿Quién robó el número 1?

Consistió en una actividad digital la cual contenía situaciones problemas aditivas de transformación teniendo en cuenta cada una de las subcategorías que esta presenta, esta actividad facilita, por tanto, la construcción de un conocimiento significativo dado que se aprovecha el potencial comunicativo de las imágenes, además cada pregunta está relacionada con el contexto de los estudiantes.

Esta actividad consiste en que alguien se ha robado el número 1 y deseamos saber quién es. Para ello, en cada nivel hay una pregunta y unas puertas, en alguna de estas puertas estará la respuesta correcta. Si se resuelve bien el problema pasa al siguiente nivel, si las respuestas fueron regular tendrán una nueva oportunidad, pero si en la segunda respuesta se responde de manera incorrecta; entonces el juego terminará. Ver anexo 4.

Daniel transporta en un auto 120 tambores para un colegio. Y cuando va en camino Carlos le hace entrega de 80 tambores más ¿Cuántos tambores transporta ahora Daniel?

- 200 tambores
- 120 tambores
- 40 tambores

Cuando Daniel iba camino al colegio con los 120 tambores, apareció su amiga Ashley en un auto, y le dijo a Daniel que de esos 120 tambores le diera 70 para ella llevarlos. Si Daniel le da los 70 tambores a Ashley ¿Cuántos tambores le quedan a él para llevar?

- 190 tambores
- 50 tambores
- 120 tambores

Pedro tiene 40 chontaduros que le regaló su mamá, Fernanda le regala algunos más. Si ahora tiene 78, ¿Cuántos chontaduros le regaló Fernanda?

- 78 chontaduros
- 38 chontaduros
- 118 chontaduros

Pedro tiene los 40 chontaduros, si se comió 15 con Camila, y 7 con Pamela. ¿Cuántos chontaduros le quedan ahora?

- 22 chontaduros
- 62 chontaduros
- 18 chontaduros

Miguel tras salir del supermercado llevaba varias bolsas de frutas, luego paró en otra tienda para comprar 25 bolsas más de frutas. Al llegar a casa las ordenó todas en la despensa y vio que en total eran 83 bolsas. ¿Cuántas compró en el supermercado?

- 25 bolsas de fruta
- 108 bolsas de frutas
- 58 bolsas de frutas

María ha sacado de su alcancía 5000 pesos para comprarle un regalo a su madre. Así que ahora sus ahorros son solo 2700 pesos. ¿Cuánto tenía antes de gastarse ese dinero?

- 7700 pesos
- 2700 pesos
- 5000 pesos

Camila y Dora se van a ir de viaje. Estarán 4 días en Cartagena y 6 días en Santa Marta. Al contratar el viaje pagan 600.000 pesos y aún les quedan por pagar 200.000 pesos. ¿Cuánto les cuesta el viaje?

- 200.000

- 800.000
- 600.000

Si Juan ahora tiene 9 años y Pedro 13. ¿Cuántos años tendrán Juan y Pedro dentro de 14 años?

- Juan tendrá 23 y Pedro tendrá 22
- Juan tendrá 22 y Pedro tendrá 27
- Juan tendrá 23 y Pedro tendrá 27

En una fábrica de refrescos se llenan 46.000 botellas al día. 25.000 son de naranjada, 10.000 son de limonada y el resto son de otros sabores. ¿Cuántos refrescos son de los otros sabores?

- 81.000
- 11.000
- 35.000

A un concierto acuden 1.300 hombres y 1.800 mujeres. ¿Cuántos hombres más deberán acudir para que haya 1.500 hombres? ¿Cuántas mujeres más deberán acudir para que haya 2.000 mujeres?

- 3.100 hombres y 500 mujeres
- 700 hombres y 300 mujeres
- 200 hombres y 200 mujeres

El siguiente link permite ver la actividad en versión electrónica:

[https://drive.google.com/drive/folders/1izJynBkk1iMRp5TYezDXeI3y0\\_oc5mGA?usp=sharing](https://drive.google.com/drive/folders/1izJynBkk1iMRp5TYezDXeI3y0_oc5mGA?usp=sharing)

### 5.2.3 La Actividad 2

#### **Comparto con mis compañeros**

Consta de situaciones problemas aditivas de combinación teniendo en cuenta las dos subcategorías que esta presenta; donde los estudiantes a partir de situaciones reales del contexto y de imágenes que apoyan y complementan el contenido expuesto en cada problema, entienda mucho mejor la idea empleando contenido visual de calidad y logren dar solución a cada una de las preguntas planteadas.

#### **Actividad #2: Comparto con mis compañeros**

**Contexto:** Al salir al descanso, a los estudiantes les gusta comprar en la tienda escolar y luego sentarse a disfrutar de sus comidas con algunos compañeros.

Esta vez, Juan, Andrés, Miguel y Karla quisieron compartir juntos en su descanso.

En la tienda escolar hay un cartel con los siguientes productos y precios:

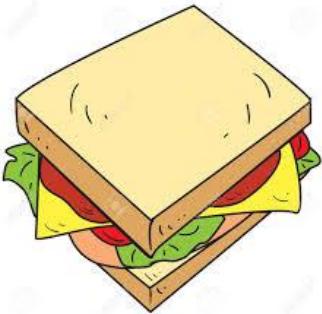
Productos	Precios
Papas margarita	\$1.200
Perros calientes	\$2.000
Sandwich	\$1.500
Empanadas	\$700
Jugos naturales	\$1.600
Gaseosas	\$1.000
Agua	\$500

De acuerdo con el contexto, responde las siguientes preguntas:

1. Karla compró unas Papas margarita y una gaseosa. ¿Cuánto dinero pagó Karla por su compra?



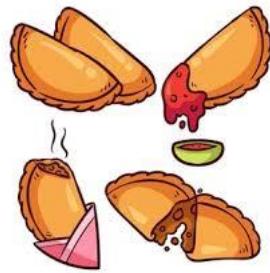
2. Juan compró un sándwich y otro producto. En total pagó \$3.100.  
¿Cuánto costó el otro producto que compró?



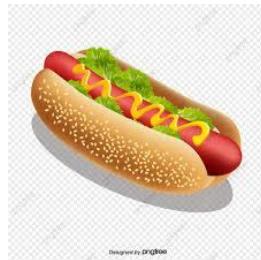
3. Andrés compró unos jugos naturales y 3 aguas para compartir con los demás compañeros del salón. En total compró 10 bebidas. ¿Cuántos jugos compró Andrés?



4. Miguel compró para regalarle el día de la mujer a sus compañeras 85 empanadas, luego se dio cuenta que faltaban 13 empanadas más. ¿Cuántas empanadas compró en total?



5. La señora de la tienda escolar armó 65 perros calientes. Si le quedaron 15. ¿Cuántos perros calientes vendió?



#### 5.2.4 La Actividad 3

##### **¡Nos vamos de vacaciones!**

Consta de problemas aditivos de combinación y transformación en las cuales el estudiante debe tener en cuenta la exploración de las actividades anteriores Para así dar cuenta de que las dos actividades 1 y 2 si tuvieron relevancia para poder dar solución a esta.

##### **Actividad #3 ¡Nos vamos de vacaciones!**

**Contexto:** Seis familias deciden ir de vacaciones a diferentes playas de Buenaventura. Hay una agencia que les ofrece los siguientes paquetes.

Playas	Paquetes de 2 a 4 personas	Paquetes de 4 a 8 personas
Pianguita	\$400.000	\$750.000
Bocana	\$370.000	\$730.00
Magüipi	\$550.000	\$950.000

Familias	Integrantes
Díaz	7
Rodríguez	4
Hernández	6
Quintana	3
Riascos	5
Stanford	2

De acuerdo con el contexto, responder las siguientes preguntas.

- 1) La familia Díaz está pensando viajar para Piangüita en Julio y para la Bocana en diciembre. ¿Cuánto dinero le tocaría pagar para viajar a las dos playas?
- 2) Si la familia Rodríguez tiene \$250.000 y quieren viajar a Magüipi. ¿Cuánto dinero les hace falta?
- 3) La familia Hernández ahorró para su viaje \$920.000 y escogieron un paquete del cual les sobró \$190.000. ¿Cuál playa escogieron para viajar?
- 4) Si la familia Quintana y la familia Riascos escogen el paquete para viajar a la Bocana. ¿Cuánto tocaría pagar entre las dos familias?
- 5) La familia Stanford y la familia Rodríguez tienen reunido \$900.000. ¿Qué paquetes pueden escoger con ese dinero?

### **5.3 Reflexiones finales**

A continuación, se presentan algunas reflexiones con respecto al trabajo de investigación.

De acuerdo con los resultados del análisis de las actividades propuestas en el grado 5° de la Institución Educativa Escuela Normal Superior Juan Ladrilleros, se puede decir que los resultados permite decir que la metodología de una Unidad Didáctica, con diferentes actividades, causo un impacto en los estudiantes, ya que estos dieron muestra de la comprensión de aspectos como la búsqueda de solución a los problemas y la identificación de la incógnita.

La metodología que se utilizó antes de realizar la Unidad Didáctica, la cual fue una prueba inicial fue de gran ayuda para llevar al mejoramiento de los estudiantes a la hora de resolver situaciones problemas, ya que se vieron las falencias de los estudiantes., y esto ayudó a que se llevara a cabo una buena Unidad Didáctica y un acompañamiento a los estudiantes para el fortalecimiento en situaciones problemas aditivos.

Fue relevante primero llevarles a los estudiantes actividades de Combinación ya que como estas son el principio de las estructuras aditivas, y se les hacía menos complejas, esto facilitó un poco la comprensión de lo que fueron las actividades de Transformación, esto se evidenció en los buenos resultados que obtuvieron un porcentaje alto de los estudiantes.

Finalmente, una vez terminada la Unidad Didáctica, se hicieron algunas intervenciones por parte de quienes dirigían el desarrollo de las actividades y de los alumnos.

## 6. Conclusiones

Se exponen a continuación las conclusiones generales relacionadas con los objetivos propuestos para este trabajo, dando cuenta de esta forma de los logros alcanzados a través del desarrollo del trabajo.

En relación con el primer objetivo específico, referido a establecer y caracterizar dificultades que presentan los estudiantes del grado 5º en la comprensión de las situaciones problemas de combinación y transformación a partir de una prueba inicial, se puede concluir que:

- Mediante el proceso del desarrollo de la investigación y de acuerdo con el análisis de una actividad diagnostica, que logro la identificación de las dificultades en situaciones problemas de estructuras aditivas de combinación y transformación que presentan los estudiantes de grado 5º de la institución educativa Escuela Normal Superior Juan Ladrilleros, esto permitió servir como el punto de partida para el diseño de una Unidad Didáctica, estas dificultades que se pudieron observar al principio llevaron a una buena elaboración de algunas actividades para que el estudiante tuviese una mejor comprensión a la hora de resolver problemas de estructuras aditivas.
  
- Es importante decir que, durante la implementación de la prueba inicial, algunos de los estudiantes presentaron dificultades para dar respuesta a cada pregunta. Sin embargo, en las actividades que estaban más contextualizadas los estudiantes mostraron confianza e interactuaban con las investigadoras, logrando así, evidenciar elementos para el diseño de una Unidad didáctica.

Respecto al segundo objetivo, establecer características teóricas que posibiliten el diseño y la aplicación de una Unidad Didáctica que incluye situaciones problemas aditivas de combinación y transformación, se puede concluir que:

- Para realizar el diseño de la Unidad Didáctica se tuvo en cuenta el marco teórico de referencia y los resultados de la prueba inicial, haciendo énfasis en las observaciones del análisis obtenido para contemplar el aprendizaje significativo en los estudiantes, y así, llevar situaciones contextualizadas, material digital que ayuda a desarrollar el pensamiento estratégico y poder fomentar el interés en los estudiantes.
- Desde la perspectiva del estudio curricular, se puede decir que la propuesta de (Puig & Cerdán) planteado en el marco referencial va en concordancia con los Lineamientos Curriculares de Matemáticas sobre la resolución de problemas, pues reconocen las diferentes categorías presentes en los problemas aritméticos como lo son: transformación, combinación, igualación y comparación.
- La resolución de problemas de estructura aditiva desde la perspectiva didáctica, es una problemática que se debe manejar para poder llevar al aula las diferentes categorías y subcategorías de los problemas aritméticos, alejando al estudiante de la idea de solo resolver algoritmos y así logre explorar diferentes situaciones que se puedan presentar en el contexto.

Finalmente, de acuerdo al tercer objetivo, determinar elementos prácticos para el diseño de una Unidad Didáctica a partir de la asesoría de expertos, se concluye que:

- La asesoría que brindaron los expertos para el diseño de la Unidad Didáctica, permitió diseñar actividades estructuradas considerando así; elementos prácticos que son importantes al momento de construir cada problema, tanto en la parte digital como en lo físico. Además, permitió tener una visión más clara de cómo el estudiante es capaz de relacionarse con situaciones de interacción donde ellos se sientan familiarizados.
- A pesar de que el juego (actividad digital) solo se consideró en la primera situación, las dos actividades siguientes por medio de ilustraciones logran captar el interés en los estudiantes acentuando así la parte visual y comunicativa que intentaban representar de alguna manera las situaciones que presentaba cada enunciado de los problemas planteados.

Cabe resaltar que la intención de esta trabajo era lograr que los estudiantes tuvieran una comprensión significativa de las estructuras aditivas a partir de situaciones problemas y que el estudiante superará las dificultades que se tenían a la hora de abordar problemáticas en el aula de clases, como lo eran, las falencias en cuanto al manejo del algoritmo de la suma y resta en algunos procedimiento de los problemas planteados, las dificultades para comprender el significado de las operaciones en el momento en que los estudiantes se afrontan a un problema verbal.

Finalmente, para lograr la comprensión de las estructuras aditivas de los estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Escuela Normal Superior Juan Ladrilleros, mediante la

implementación de una Unidad Didáctica, es importante reconocer que este proceso se da mediante la constante interacción con los alumnos a partir de la escucha y la retroalimentación de sus saberes previos y sus apreciaciones, por tanto, se requiere de material que haga surgir los conocimiento de los estudiantes, considerando la unidad didáctica un elemento importante en lo que fue este proceso.

## Referencias

- Andalucía, F. (2010). La unidad didáctica, un elemento de trabajo en el aula. *Revista digital para profesionales de la enseñanza*, 1-7.
- Bedoya, D. M. (2014). *La comprensión de las estructuras de tipo aditivo, enmarcada en las fases del modelo de Van Hiele*. Maestría en Educación, con énfasis en la Educación Matemática. Tesis, Universidad de Antioquia. Facultad de Educación, Departamento de Educación. Maestría en Educación con énfasis en Educación Matemática, Medellín.
- Blasco, J. E., & Pérez , J. (2007). *Metodologías de investigación en educación física y deportes: ampliando horizontes*. Alicante. España: Editorial Club Universitario.
- Bruno, A. (1999). *Estructuras aditivas*. Recuperado de <http://www.matedu.cinvestav.mx/~maestriaedu/docs/asig2/confere1.pdf>
- Bueno, L., Grueso, R., & Fernández, D. (6 de Abril de 2019 ). *Resolución de problemas con estructura aditiva en estudiantes con necesidades educativas especiales: un estudio de caso en torno a la discapacidad cognitiva*. Recuperado de <http://hdl.handle.net/10893/13201>
- Castro, E., Rico, L., & Castro, E. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. Bogotá. México: Una empresa docente. Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V.
- Elliot, J. (1990). *La investigación-acción en educación*. España: Ediciones Morata.

Eslava, A. J., & Girón, L. (2011). *Solución de problemas aditivos de cambio; combinación y comparación con alumnos de tercer grado de educación primaria* (). Doctoral dissertation, UPN-Ajusco, Universidad Nacional Pedagógica, México.

Herreras, E. B. (2004). La docencia a través de la investigación-acción. *Revista iberoamericana de educación*, 35(1), 1-9.

ICFES. (2015). *Resultados Prueba Saber-2015. Establecimientos educativos focalizados PTA*. ICFES interactivo.

Institución Educativa Escuela Normal Juan Ladrilleros. (2020). *Foto de la IE Juan Ladrilleros*. Recuperado de [https://www.google.com.co/url?sa=i&source=images&cd=&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwiG0uvx\\_dDjAhVxqlkKHbo\\_AYQjRx6BAGBEAU&url=%2Furl%3Fsa%3Di%26source%3Dimages%26cd%3D%26ved%3D%26url%3Dhttp%253A%252F%252Fwww.consulhonorariostuttgart.de%252F%253Fq%253Des%252Fvis](https://www.google.com.co/url?sa=i&source=images&cd=&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwiG0uvx_dDjAhVxqlkKHbo_AYQjRx6BAGBEAU&url=%2Furl%3Fsa%3Di%26source%3Dimages%26cd%3D%26ved%3D%26url%3Dhttp%253A%252F%252Fwww.consulhonorariostuttgart.de%252F%253Fq%253Des%252Fvis)

Mántica, A. M., & Carbó, A. (2013). Interacciones en el aula de secundaria acerca de la dualidad infinito actual infinito potencial en un contexto geométrico. *Educación matemática*, 25(3), 27-59.

Martínez, E. C. (2008). Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España. *Investigación en educación matemática*, XII.

Ministerio de Educación Nacional - MEN. (1998). *Matemáticas. Lineamientos Curriculares*. Santa Fe de Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional - MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Sanfa Fe de Bogotá.

Moreira, M. A. (2004). *La teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, la enseñanza de las ciencias y la investigación en el área*. Brasil: Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Obando, G. D., & Muñera, J. (2003). Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática. *Revista Educación y Pedagogía*(35).

Obando, G., & Muñera, J. (Enero- abril de 2003). Las situaciones problemas como estrategia para la conceptualización matemática. *Revista Educación y Pedagogía*, XV(35), 185-199.

Ordoñez, L. I. (2014). *Estructuras aditivas en la resolución de problemas aditivos de enunciado verbal (PAEV)*. Tesis, Universidad Nacional de Colombia Sede Palmira, Facultad de Ingeniería y Administración. Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Palmira.

Pólya, G., & Zugazagoitia, J. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Puig, L. (1998). Problemas de una etapa: adición y sustracción. En L. Puig, & F. Cerdán, *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Síntesis.

Puig, L., & Cerdán, F. (1998). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Sintesis.

Rodríguez, M., & Pineda, L. (2009). *Situaciones problemáticas en matemáticas como herramienta en el desarrollo del pensamiento matemáticoçT*. Tesis, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Facultad Ciencias de la Educación. Licenciatura en Matemáticas, Tunja.

- Silva, J. E. (2018). *Un estudio sobre el tipo de estructuras aditivas usadas en problemas planteados en los textos de matemáticas de primaria más usados en Colombia*. Tesis, Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales , Departamento de Matemáticas y Estadística. Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Manizales, Colombia.
- Vargas, A. P., & Gómez, I. (2018). *Desarrollo del pensamiento numérico en los primeros años de la educación primaria: la suma y resta de números naturales*. XV Conferencia Interamericana de Educación Matemática.
- Vélez, D. M., & Gómez, L. (2013). Situaciones en contexto para la comprensión de las estructuras de tipo aditivo, en estudiantes del grado tercero. *Revista científica*, 278-282.
- Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales. *Recherches en didactique des mathématiques*, 10(2), 3.
- Zarzar, C. B., & Montes, C. (2012). Abordaje basado en competencias: la resolución de problemas. *Horizontes Pedagógicos*, 14(1).

## Anexos

### Anexo 1. Análisis rejilla Prueba inicial

<b>Problema No</b>	<b>Contenido evaluado</b>	<b>Identificación del problema</b>	<b>Desempeño Evaluado</b>	<b>Características de respuestas</b>
1	Resolución de problemas aditivos de combinación	<p>En el enunciado se identifica un problema aditivo de combinación.</p> <p>Para dar solución a este problema es necesario identificar las dos partes, con el fin de hallar el todo; para esto se necesita realizar una adición entre las dos cantidades dadas.</p>	Interpreta condiciones necesarias para resolver problemas aditivos de combinación	<p>El estudiante responde correctamente porque toma los valores dados y los relaciona sabiendo que a la cantidad inicial debe adicionarle la cantidad final; dado que le están preguntando por el total de las piezas del rompecabezas.</p> <p>El estudiante reconoce las cantidades con las que debe realizar la operación suma para darse cuenta cuántas piezas tiene en total; pero al intentar resolver opera de manera incorrecta las cantidades de las decenas y, por ende, su resultado es incorrecto.</p>
2	Resolución de problemas aditivos de combinación	<p>En el enunciado se identifica un problema aditivo de combinación.</p> <p>Para dar solución a este problema es necesario identificar las dos partes, con el fin de hallar el todo; para esto se necesita realizar una adición entre las dos cantidades dadas.</p>	Interpreta condiciones necesarias para resolver problemas aditivos de combinación	El estudiante tiene claridad de lo que debe desarrollar frente a la situación problema, dado que reconoce las cantidades y sabe cuál es el algoritmo que debe desarrollar para llegar a la solución; porque tiene en cuenta que a la cantidad inicial se le debe añadir la cantidad final.
3	Resolución de problemas aditivos de combinación	<p>En el enunciado se identifica un problema aditivo de combinación.</p> <p>Para dar solución a este problema es necesario identificar las dos partes, con el fin de hallar el todo; para esto se necesita realizar una sustracción entre las dos cantidades dadas.</p>	Interpreta condiciones necesarias para resolver problemas aditivos de combinación.	<p>El estudiante planteó los valores solicitados y realizó un procedimiento, teniendo en cuenta las cantidades que gasto Luis y de esa forma procediendo a realizar una adición para encontrar el total del dinero gastado.</p> <p>A pesar que el estudiante; tiene en cuenta que para este tipo de problema se debe aplicar el algoritmo de la suma; y que se debe encontrar el total del dinero que Luis había gastado en su compra; pero al final da una respuesta incorrecta</p>
4	Resolución de problemas aditivos de combinación	<p>En el enunciado se identifica un problema aditivo de combinación.</p> <p>Para dar solución a este problema es necesario identificar las dos partes, con el fin de hallar el todo; para esto se necesita</p>	Interpreta condiciones necesarias para resolver problemas aditivos de combinación.	<p>El estudiante respondió correctamente teniendo en cuenta el total de las cucharas que se encontraban en el comedor, pues sabiendo las dos cantidades iniciales debían encontrar una cantidad final.</p> <p>A pesar de que el estudiante tuvo ciertas dificultades puesto que intentaban darle respuesta a este tipo de problema; pero terminaban dando un resultado incorrecto.</p>

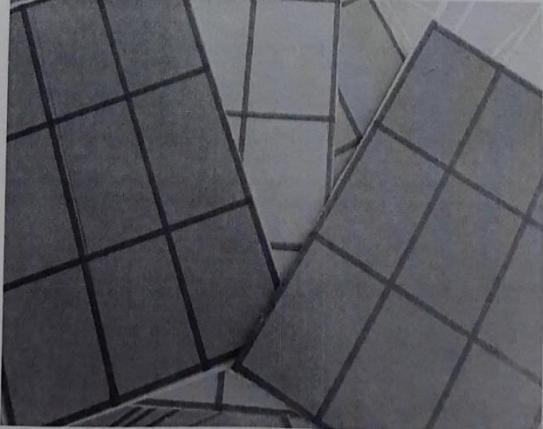
<b>Problema No</b>	<b>Contenido evaluado</b>	<b>Identificación del problema</b>	<b>Desempeño Evaluado</b>	<b>Características de respuestas</b>
		realizar una adicción entre las dos cantidades dadas.		
5	Resolución de problemas aditivos de combinación	En el enunciado se identifica un problema aditivo de combinación.  Para dar solución a este problema se tiene en cuenta una parte y el todo, para hallar la otra parte que hace falta, para esto se debe realizar una diferencia entre las cantidades dadas.	Interpreta condiciones necesarias para resolver problemas aditivos de combinación.	El estudiante encuentra la segunda cantidad a partir del total y la primera cantidad dadas; se puede decir que el estudiante comprendió correctamente este tipo de situación.  A pesar de que el estudiante tiene en cuenta los valores con los que debe realizar la situación problema; pero al momento de realizar la operación no logra identificar el algoritmo que debe realizar y equivocadamente emplea una sustracción; lo que conlleva a obtener un resultado incorrecto.
6	Resolución de problemas aditivos de combinación.	En el enunciado se identifica un problema aditivo de combinación.  Para dar solución a este problema se tiene en cuenta una parte y el todo, para hallar la otra parte que hace falta, para esto se debe realizar una diferencia entre las cantidades dadas.	Interpreta condiciones necesarias para resolver problemas aditivos de combinación.	El estudiante realizó el procedimiento; dado que tenían en cuenta el total de los pollitos que incubó la gallina y además una cantidad donde se expresaba que de esos dos habían salido siete pollitos amarillos; entonces el estudiante se dio cuenta que para conocer la otra cantidad debía emplear el algoritmo de la sustracción entre las cantidades dadas y así hallar el resultado correcto.
7	Resolución de problemas aditivos de combinación.	En el enunciado se identifica un problema aditivo de combinación.  Para dar solución a este problema se tiene en cuenta una parte y el todo, para hallar la otra parte que hace falta, para esto se debe realizar una diferencia entre las cantidades dadas.	Interpreta condiciones necesarias para resolver problemas aditivos de combinación.	El estudiante intentó resolver la operación, pero no utilizó la estrategia adecuada para llegar a la solución y por eso obtuvo un resultado erróneo.
8	Resolución de problemas aditivos de combinación.	En el enunciado se identifica un problema aditivo de combinación.  Para dar solución a este problema se tiene en cuenta una parte y el todo, para hallar la otra parte que hace falta, para esto se debe realizar una diferencia entre las cantidades dadas.	Interpreta condiciones necesarias para resolver problemas aditivos de combinación.	El estudiante reconoció que a partir de una sustracción entre la cantidad total y la otra cantidad dada se encontraba cuantos hombres había en la competencia deportiva.  El estudiante llegó a un resultado incorrecto debido a que no utilizó la operación adecuada para encontrar la solución del problema.

<b>Problema No</b>	<b>Contenido evaluado</b>	<b>Identificación del problema</b>	<b>Desempeño Evaluado</b>	<b>Características de respuestas</b>
9	Resolución de problemas aditivos de combinación.	<p>En el enunciado se identifica un problema aditivo de combinación.</p> <p>Para dar solución a este problema se tiene en cuenta una parte y el todo, para hallar la otra parte que hace falta, para esto se debe realizar una diferencia entre las cantidades dadas.</p>	Interpreta condiciones necesarias para resolver problemas aditivos de combinación.	<p>El estudiante reconoce que debía quitarle a la cantidad final una de las cantidades dadas para saber cuánto era el total de ovejas negras que había en el rebaño.</p> <p>Algunos estudiantes solo escribían el resultado final de la situación problemas; mas no escribían el procedimiento que debían realizar para saber de qué forma llegaron a la respuesta correcta</p>

<b>Problema No.</b>	<b>Contenido evaluado</b>	<b>Identificación del problema</b>	<b>Desempeño evaluado</b>	<b>Características de respuesta</b>
1	Resolución de problemas aditivos de transformación.	<p>En el enunciado se identifica un problema aditivo de transformación.</p> <p>Para dar solución a este problema, se necesita identificar las partes dadas y por medio de una adicción encontrar el todo.</p>	Interpreta y resuelve problemas aditivos de transformación.	<p>El estudiante identifica las partes que son necesarias para hallar el todo por medio de una suma.</p> <p>El estudiante no reconoce las cantidades dadas, por ende, no logra resolver la situación del problema.</p>
2	Resolución de problemas aditivos de transformación.	<p>En el enunciado se identifica un problema aditivo de transformación.</p> <p>Para dar solución a este problema, es necesario es necesario identificar las cantidades dadas para hallar el todo.</p>	Interpreta y resuelve problemas aditivos de transformación.	<p>El estudiante el estudiante tuvo presente lo que se le pidió en el problema que era tener en cuenta el peso de María para saber el peso de Karla y así poder llegar a encontrar el total de peso entre las tres.</p> <p>El estudiante no llega a resolver el problema porque no logra identificar las condiciones necesarias para darle solución.</p>
3	Resolución de problemas aditivos de transformación.	<p>En el enunciado se identifica un problema aditivo de transformación.</p> <p>Para dar solución a este problema es necesario identificar la cantidad inicial y la transformación que sufre dicha cantidad sobre su estado inicial que finalmente se transforma con una disminución.</p>	Interpreta y resuelve problemas aditivos de transformación.	El estudiante comprende el enunciado, ya que lo resuelve correctamente, reconociendo la relación que se da en el problema y observa que el tipo de incógnita era la del final.
4	Resolución de problemas aditivos de transformación.	<p>En el enunciado se identifica un problema aditivo de transformación.</p> <p>Para dar solución a este problema es necesario identificar la cantidad inicial y otra final, con estas cantidades se halla la transformación por medio de una adicción.</p>	Interpreta y resuelve problemas aditivos de transformación.	El estudiante dio una respuesta y solución correcta a la situación planteada, esto quiere decir; que comprendió muy bien lo que se les pedía, porque tuvo en cuenta que a los 16 pantalones jeans tendría que adicionarle la cantidad de jeans que había al comienzo.

<b>Problema No.</b>	<b>Contenido evaluado</b>	<b>Identificación del problema</b>	<b>Desempeño evaluado</b>	<b>Características de respuesta</b>
				El estudiante no comprende el enunciado del problema y por lo tanto da una respuesta errada.
5	Resolución de problemas aditivos de transformación.	En el enunciado se identifica un problema aditivo de transformación.  Para dar solución a este problema, es necesario identificar las dos cantidades, una inicial y la otra final, para así poder hallar la transformación por medio de una sustracción entre ambas cantidades.	Interpreta y resuelve problemas aditivos de transformación.	El estudiante identifica que a los 210 pasteles debe restarle una cantidad final para conocer cuántos pasteles se vendieron.  El estudiante no comprende el enunciado del problema y por ende tiende a responder de manera incorrecta.
6	Resolución de problemas aditivos de transformación.	En el enunciado se identifica un problema aditivo de transformación.  Para dar solución a este problema se identifica una cantidad inicial desconocida que es sometida a una transformación creciente dando como resultado una cantidad final conocida. El objetivo es averiguar el valor de la cantidad inicial. La solución se obtiene al efectuar una resta.	Interpreta y resuelve problemas aditivos de transformación.	El estudiante comprende el enunciado y reconoce que a los 15 bombones bebe restarle los 9 que tenía al comienzo, para así poder encontrar la cantidad inicial que estaba desconocida.  El estudiante no respondió correctamente debido a que realizó una suma entre las dos cantidades que se le dieron en el problema.
7	Resolución de problemas aditivos de transformación.	En el enunciado se identifica un problema aditivo de transformación.  Para dar solución a este problema, existe una cantidad inicial desconocida que es sometida a una transformación decreciente, y se obtiene una cantidad final conocida. El objetivo es averiguar el valor de la cantidad inicial. La solución se obtiene tras efectuar una suma.	Interpreta y resuelve problemas aditivos de transformación.	El estudiante reconoce que para hallar la cantidad inicial debe efectuar una suma entre los 16 pasajeros que se bajan del bus y los 26 que se quedan.  El estudiante no determina las condiciones necesarias, por lo tanto, no responde correctamente.

## Anexo 2. Prueba Inicial

<b>TEMPORALIZACIÓN:</b> <p>➢ <b>ACTIVIDAD 1:</b> 1 sesión de 45 minutos. ➢ <b>ACTIVIDAD 2:</b> 1 sesión de 1 hora.</p>
<b>EVALUACIÓN:</b> <p>El transcurso de la evaluación será continuo, apoyándonos en el trabajo diario, presentación del trabajo y pruebas escritas. Las pruebas escritas van a permitir verificar si los estudiantes adquieren las capacidades de:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Realizar sumas y restas de números naturales.</li><li>• Resolver problemas mediante la suma y resta de los números naturales.</li><li>• Comprender las situaciones de la vida cotidiana con las estructuras aditivas con números naturales.</li></ul>
<b>ACTIVIDADES</b> <p><b>ACTIVIDAD 1</b></p> <p>✓ <b>Bingo Matemático</b></p> 
<p><b>Fuente:</b> elaboración propia.</p>

<b>Procedimiento</b>	<b>Reglas</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Cada estudiante tendrá una tabla del bingo sin números.</li> <li>➤ A cada estudiante se les dará unos problemas aditivos y unas operaciones aditivas de combinación.</li> <li>➤ Los resultados de cada problema aditivo, deberá ir en la tabla.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El primer estudiante que tenga tabla llena será el ganador.</li> </ul>

<p>1) Un juego de Rompecabezas tiene 163 piezas azules y 75 piezas amarillas. ¿Cuántas piezas hay en total?</p> <hr/>
<p>2) Unos amigos se fueron de vacaciones 15 días para la playa Bocana y 15 en la Playa Piangüita. ¿Cuántos días en total estuvieron de vacaciones?</p> <hr/>
<p>3) En una frutería, Luis gastó 500 pesos en una manzana y 450 pesos en una pera. ¿Cuánto se gastó en total?</p> <hr/>
<p>4) En un comedor hay 5 cucharas y 6 tenedores. ¿Cuántos cubiertos hay en total?</p> <hr/>
<p>5) Unos amigos se fueron de vacaciones treinta días. En la playa Bocana estuvieron quince días y el resto en la Playa Piangüita. ¿Cuántos días estuvieron de vacaciones en la playa Piangüita?</p> <hr/>
<p>6) Una gallina incubó doce huevos. Han salido siete pollitos amarillos y el resto marrones. ¿Cuántos pollitos marrones han salido?</p>

7) En una caja de colores hay 7 verdes y morados. Si hay 3 colores verde. ¿Cuántos serán los colores morados?

8) En una competencia deportiva hay 324 patinadores entre hombre y mujeres. Si hay 125 mujeres. ¿Cuántos hombres hay?

9) En un rebaño hay 230 ovejas blancas y negras. Si 121 son blancas. ¿Cuántas ovejas negras hay en el rebaño?

**ACTIVIDAD 2**

✓ **Sopa de números**

Resuelve las siguientes operaciones y problemas aditivos. Los resultados en la sopa de números solo están ubicados de arriba hacia abajo y de izquierda a derecha.

8	1	2	0	0	8	8	3	4	8	6	3	9
1	3	2	8	7	1	3	5	1	0	3	6	8
5	1	8	9	2	8	4	6	0	8	1	7	5
0	7	8	7	4	2	8	8	0	6	4	8	3
0	2	3	8	1	3	0	0	0	4	0	9	1
0	8	4	1	3	2	7	9	4	1	0	7	9
1	8	2	4	1	3	3	4	6	5	3	0	7
4	1	6	0	0	8	0	0	8	3	1	8	9
9	1	3	8	4	0	0	5	0	2	4	3	6
4	2	4	0	1	0	2	6	7	6	6	9	9
8	8	2	1	4	1	1	7	5	4	2	2	4
2	1	3	9	1	3	7	7	2	3	4	1	5
1	4	0	0	7	6	3	2	4	6	5	8	0

Fuente: elaboración propia.

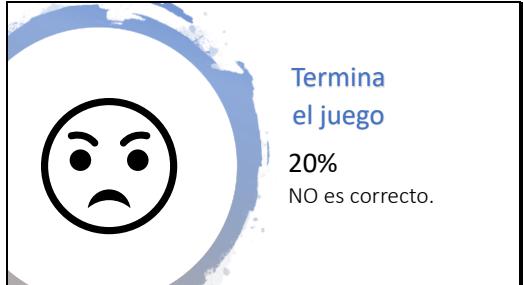
Nota: Para poder encontrar los resultados en la sopa de números, debes resolver los siguientes problemas aditivos rutinarios de combinación y transformación y colorear el resultado:

- 1) Andrea compra mariscos. Tiene 50 camarones y 31 langostinos. ¿Cuántos mariscos tiene en total?  
\_\_\_\_\_
- 2) Karen pesa 34 kilos, María 32 y Karla pesa lo mismo que María. ¿Cuántos kilospesan entre los tres?  
\_\_\_\_\_
- 3) Un árbol tiene 23 manzanas. Si se caen 13, ¿Cuántas manzanas quedan?  
\_\_\_\_\_
- 4) Un cartero tenía 45 cartas. Repartió 31 cartas por la mañana. ¿Cuántas cartas le quedan por repartir en la tarde?  
\_\_\_\_\_

**Anexo 3. Registro fotográfico**

**ANEXO 4**

Diapositiva 1	<p style="text-align: center;"><b>SITUACIONES PROBLEMA CON ESTRUCTURAS ADITIVAS</b></p> <p style="text-align: center;">DORA FAISURY ALEGRÍA ROA KAREN YOLIZA GRUESO ANTANELA</p> <p style="text-align: center; color: red;">UNIVERSIDAD DEL VALLE SEDE PACÍFICO ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA</p>				
Diapositiva 2	<p style="text-align: center;"><b>¿Quién robó el número 1?</b></p> <p>Alguien se ha robado el numero 1 y deseamos saber quién es. Tu podrías ayudarnos.</p> <p>En cada nivel hay una pregunta y unas puertas, en alguna de estas puertas estará la respuesta correcta.</p> <p>Para saber la respuesta correcta debes resolver el problema, si lo resuelves pasas al siguiente nivel, si tienes una respuesta regular te regalamos una nueva oportunidad, pero si das una segunda respuesta incorrecta se termina el juego.</p>				
Diapositiva 3	<p>Nivel 1</p> <p>Daniel transporta en un auto 120 tambores para un colegio. Y cuando va en camino Carlos le hace entrega de 80 tambores más ¿Cuántos tambores transporta ahora Daniel?</p>  <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 2px;">200 tambores</td> <td style="padding: 2px;">120 tambores</td> <td style="padding: 2px;">40 tambores</td> </tr> </table>	200 tambores	120 tambores	40 tambores	
200 tambores	120 tambores	40 tambores			
Diapositiva 4	<p style="color: red;"><b>NO es correcto, pero puedes volver a intentar</b></p> <p>Cuando Daniel iba camino al colegio con los 120 tambores, apareció su amiga Ashley en un auto, y le dijo a Daniel que de esos 120 tambores le diera 70 para ella llevarlos.</p> <p>Si Daniel le da los 70 tambores a Ashley ¿Cuántos tambores le quedan a él para llevar?</p>  <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 2px;">190 tambores</td> <td style="padding: 2px;">50 tambores</td> <td style="padding: 2px;">120 tambores</td> </tr> </table>	190 tambores	50 tambores	120 tambores	
190 tambores	50 tambores	120 tambores			
Diapositiva 5	<p>NO es correcto.</p> <p style="color: orange;"><b>Termina el juego •0%</b></p> 				

Diapositiva 6	<p>Pregunta nivel 2</p> <p>Pedro tiene 40 chontaduros que le regaló su mamá, Fernanda le regala algunos más. Si ahora tiene 78, ¿Cuántos chontaduros le regaló Fernanda?</p>  <p>78 chontaduros    38 chontaduros    118 chontaduros</p>
Diapositiva 7	<p><i>NO es correcto, pero puedes volver a intentar</i></p> <p>Pedro tiene los 40 chontaduros, si se comió 15 con Camila, y 7 con Pamela. ¿Cuántos chontaduros le quedan ahora?</p>  <p>22 chontaduros    18 chontaduros    62 chontaduros</p>
Diapositiva 8	 <p>Termina el juego 20% NO es correcto.</p>
Diapositiva 9	<p>Pregunta nivel 3</p> <p>Miguel tras salir del supermercado llevaba varias bolsas de frutas, luego paró en otra tienda para comprar 25 bolsas más de frutas. Al llegar a casa las ordenó todas en la despensa y vio que en total eran 83 bolsas. ¿Cuántas compró en el supermercado?</p>  <p>25 bolsas de frutas    108 bolsas de frutas    58 bolsas de frutas</p>
Diapositiva 10	<p><i>NO es correcto, pero puedes volver a intentar</i></p> <p>María ha sacado de su alcancía 5000 pesos para comprarle un regalo a su madre. Así que ahora sus ahorros son solo 2700 pesos. ¿Cuánto tenía antes de gastarse ese dinero?</p>  <p>7700 chontaduros    2700 chontaduros    5000 chontaduros</p>

Diapositiva 11		<p>NO es correcto.</p>  <p>40%</p> <p><a href="#">Termina el juego</a></p>	
Diapositiva 12		<p>Pregunta nivel 4</p> <p>Camila y Dora se van a ir de viaje. Estarán 4 días en Cartagena y 6 días en Santa Marta.</p> <p>Al contratar el viaje pagan 600.000 pesos y aún les quedan por pagar 200.000 pesos.</p> <p>¿Cuánto les cuesta el viaje?</p>  <p>200.000      800.000      600.000</p>	
Diapositiva 13		<p><i>NO es correcto, pero puedes volver a intentar</i></p> <p>Si Juan ahora tiene 9 años y Pedro 13. ¿Cuántos años tendrán Juan y Pedro dentro de 14 años?</p>  <p>Juan tendrá 23 y Pedro tendrá 27      Juan tendrá 23 años y Pedro 22      Juan tendrá 22 años y Pedro 27</p>	
Diapositiva 14		<p>NO es correcto.</p>  <p>60%</p> <p><a href="#">Termina el juego</a></p>	
Diapositiva 15		<p>Pregunta nivel 5</p> <p>En una fábrica de refrescos se llenan 46.000 botellas al día. 25.000 son de naranjada, 10.000 son de limonada y el resto son de otros sabores.</p> <p>¿Cuántos refrescos son de los otros sabores?</p>  <p>81.000      11.000      35.000</p>	

Diapositiva 16	Aquí llegas si respondes regular la pregunta 5  A un concierto acuden 1.300 hombres y 1.800 mujeres. ¿Cuántos hombres más deberán acudir para que haya 1.500 hombres? ¿Cuántas mujeres más deberán acudir para que haya 2.000 mujeres?  3.100 hombres y 500 mujeres      700 hombres y 300 mujeres      200 hombres y 200 mujeres	
Diapositiva 17	•Termina el juego  80% Bien  	
Diapositiva 18	FIN DE JUEGO  <b>GANADOR</b>    No pudimos encontrar el responsable, pero sí pudimos encontrar el número 1 Las matemáticas se salvaron gracias a ti  	