ANÁLISIS DE NOCIONES GEOMÉTRICAS A LOS TEJIDOS DE LOS CHUMBES DE LOS INDÍGENAS NASA DE CORINTO CAUCA

ANLLY ZULEIDY GUERRERO RIVERA

UNIVERSIDAD DEL VALLE

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS

Cali, Colombia

2017

ANÁLISIS DE NOCIONES GEOMÉTRICAS A LOS TEJIDOS DE LOS CHUMBES DE LOS INDÍGENAS NASA DE CORINTO CAUCA

Trabajo de grado para optar por el título de licenciada en educación básica con énfasis en matemáticas

ANLLY ZULEIDY GUERRERO RIVERA

1228830-3469

Asesor

FABIÁN PORRAS

Magister en Educación con énfasis en Educación Matemática

UNIVERSIDAD DEL VALLE

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS

Cali, Colombia

2017

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
Subdirección Académica

Universidad del Valle

ACTA DE EVALUACIÓN DE TRABAJO DE GRADO

Programa Académico: Lic. Edu. bas. enf. mat

Fecha

Día	Mes	Año
03	10	2017

Código del programa: 3469   Resolución del programa: ________

Título del Trabajo o Proyecto de Grado
Análisis de nociones geométricas a los tejidos de los chumbes de los indígenas Nasa de corinto cauca

Se trata de:	
Proyecto ☐	Informe Final ☒

Director
Fabian Porras Torres

Nombre del Primer Evaluador
Jorge Enrique Galeano Cano

Nombre del Segundo Evaluador
Jaime Castaño

Estudiantes

Nombres y Apellidos	Código	Plan	E-mail	Télefonos de contacto
Anlly Zuleidy Cuenca	1228830	3469	anllyzu.@hotmail.com	3104035727

Evaluación

Aprobado	☒	Meritorio	☐	Laureado	☐
Aprobado con recomendaciones	☐	No Aprobado	☐	Incompleto	☐

En el caso de ser ***Aprobado con recomendaciones*** *(diligenciar la página siguiente), éstas deben presentarse en un plazo máximo de ________ (máximo un mes)* ***ante:***

Director del Trabajo o Proyecto de Grado ☐   Primer Evaluador ☐   Segundo Evaluador ☐

En el caso de que el Informe Final se considere ***Incompleto*** *(diligenciar la página siguiente), se da un plazo máximo de ________ semestre (s) para realizar una nueva reunión de Evaluación el:* dd mm aa

En el caso que no se pueda emitir una evaluación por falta de conciliación de argumentos entre Director, Evaluadores y Estudiantes; expresar la ***razón del desacuerdo*** *y las* ***alternativas*** *de solución que proponen (diligenciar la página siguiente).*

Firmas

		Jaime Castaño
Director del Trabajo o Proyecto de Grado	Primer Evaluador	Segundo Evaluador

Recomendaciones ☐	Observaciones ☑	Razón de desacuerdo - Alternativas ☐

Si se considera necesario, usar hojas adicionales.

Hay ajustes a la organización de una parte del trabajo, que tiene como propósito mejorar la lectura y presentación del mismo.

Firmas

Director del Trabajo o Proyecto de Grado	Primer Evaluador	Segundo Evaluador

AGRADECIMIENTOS

Agradezco primeramente a Dios por permitirme culminar una etapa importante en mi vida, una de muchas más con su ayuda.

A mis padres Arbey & Luz Mila, a mi hermanita Gissell y a mi familia por su apoyo incondicional durante los años de mi carrera.

Al profesor Fabián Porras por su tiempo y profesionalismo, por su ayuda en la realización de este trabajo de grado.

A los directivos del cabildo indígena de Corinto Cauca del periodo 2011-2017 por confiar en mí, brindarme su apoyo y permitirme ser una estudiante representante de nuestro resguardo, además por su ayuda en la elaboración de este trabajo, al igual que a los mayores y mayoras que con su granito de arena contribuyeron a la realización de este proyecto y a los espíritus de la naturaleza por abrirme el camino para lograr esta etapa.

Por último a mis amigos, a mis compañeros de la universidad que contribuyeron de alguna forma en mi formación.

A todos mil y mil gracias.

TABLA DE CONTENIDO

Lista de figuras

RESUMEN

En este trabajo se identifican algunas nociones geométricas presentes en los tejidos del chumbe de la comunidad indígena del resguardo indígena Nasa de Corinto ubicados al norte del departamento del Cauca, a fin de aportar elementos para la elaboración de propuestas didácticas que favorezcan el aprendizaje significativo de los estudiantes del colegio Carmencita Cardona de Gutiérrez de Corinto Cauca. El trabajo se desarrolla en 4 fases, la primera es un acercamiento a la comunidad en donde se hará la investigación etnográfica, es decir, al resguardo indígena de Corinto Cauca; en la segunda fase se realizan entrevistas en busca del significado cultural del tejido del chumbe, en la tercera fase se realiza el análisis geométrico de los chumbes de acuerdo con los modelos que presentan Barton (1996) y Aroca (2009). Por último; en la cuarta fase con ayuda de las fases 2 y 3, se sugieren elementos para la elaboración de propuestas didácticas y se especificará las nociones geométricas encontradas en la investigación.

Palabras claves: *Etnomatemáticas, educación, etnografía, tejido, patrón figural, deconstrucción, figura tradicional, chumbe, propuesta didáctica, saber ancestral.*

INTRODUCCIÓN

La presente investigación se refiere al tema de etnomatemáticas, ésta respondiendo al cómo entienden, articulan y usan los conceptos matemáticos occidentales con las prácticas culturales, los diversos grupos culturales, sociales, laborales, entre otros, evidenciando unas nuevas matemáticas no occidentales y que de hecho no son reconocidas ante la comunidad matemática. Este trabajo se hace con el fin de crear un vínculo entre las matemáticas occidentales y las prácticas culturales de la comunidad indígena Nasa de Corinto Cauca, finaliza aportando unos elementos para la elaboración de propuestas didácticas que favorezca el aprendizaje significativo, el interés de esta problemática surge a raíz de intentar comprender de manera veras las matemáticas occidentales que se encuentran inmersas en el tejido del chumbe y que no se ha hecho de manera formal, sistemática y estructurada, buscando solucionar una parte del interés que tienen los dirigentes del cabildo indígena por tener una educación contextualizada para los estudiantes indígenas de Corinto Cauca, además de la recuperación de las prácticas culturales propias que han sido abandonadas por la modernización de la sociedad actual.

Para analizar la problemática generada, se recurre a la etnografía como estrategia de reconstrucción cultural, en busca del significado cultural del objeto de investigación y de las figuras tradicionales que lo componen, esto con la finalidad de no perder la esencia cultural de esta práctica y no tener desfases, además se recurren a entrevistas a los mayores y mayoras del resguardo de Corinto Cauca para llegar a la raíz del significado cultural. Durante la investigación se evidenció un temor en las entrevistas con los mayores y las mayoras de querer revelar los significados culturales, pese a que es a beneficio de la misma comunidad.

Para realizar el trabajo y dar solución a la problemática planteada, se recurren a tres autores que rigen la metodología del proyecto, el primero, Barton (1996), propone un modelo de estudio de la cultura y de las prácticas culturales basado en cuatro actividades que ayudan a adentrarse en la cultura y comprenderla, sin perder el sentido cultural y social de la práctica cultural que se investiga. El segundo autor es Aroca (2009), brinda un modelo de deconstrucción geométrica tomado de la metodología de Paulus Gerdes (2003), éste se implementa para hacer la deconstrucción de cuatro figuras tradicionales del chumbe, generando el análisis geométrico y evidenciando las nociones geométricas que se encuentran en el tejido. Por último se encuentra el modelo de enculturación del currículo que propone Bishop (1990) que se compone de cinco principios que debe tener todo currículo, para brindar a los estudiantes una educación contextualizada a su cultura.

CAPITULO I: ASPECTOS GENERALES

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En Colombia se ha propiciado primero desde la constitución política de Colombia, luego desde la ley general de educación y en los lineamientos curriculares de matemáticas, una educación contextualizada para los grupos étnicos, de modo que no se vea afectada su identidad cultural. La constitución política de Colombia (1991) con respecto a la educación dice en su **Artículo 68**. "*...Las integrantes de los grupos étnicos tendrán derecho a una formación que respete y desarrolle su identidad cultural*". Por otra parte la ley general de educación "*prevé atención educativa para los grupos que integran la nacionalidad, con estrategias pedagógicas acordes con su cultura, su lengua, sus tradiciones y sus fueros propios y autóctonos, y que se hace necesario articular los procesos educativos de los grupos étnicos con el sistema educativo nacional, con el debido respeto de sus creencias y tradiciones*".

Por ello se propone una transformación de la educación en Colombia, a través de los lineamientos curriculares que fueron publicados en 1998, donde el aspecto más importante es el contexto, entendiéndose este como:

> ***El contexto*** *tiene que ver con los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas que aprende. Variables como las condiciones sociales y culturales tanto locales como internacionales, el tipo de interacciones, los intereses que se generan, las creencias, así como las condiciones económicas del grupo social en el que se concreta el acto educativo, deben tenerse en cuenta en el diseño y ejecución de experiencias didácticas*.(1998, p. 19)

Con respecto a la anterior definición, los lineamientos curriculares de matemática proponen:

> *Respecto a las relaciones existentes entre cultura y matemáticas, numerosas investigaciones se han ocupado de ellas, algunas se han centrado en la relación entre cultura y aprendizaje. Revisiones al respecto han sido elaboradas por Bacon y Carter (1991) y han tomado como base el análisis de las diferencias entre colectivos respecto a estilos perceptuales, desarrollo espacial, resolución de problemas, lenguaje, reconocimiento de invariantes y actitudes culturales hacia el aprendizaje. Como resultado de estas investigaciones, por una parte, se reconoce hoy el contexto cultural como elemento importante que puede proveer al individuo de aptitudes, competencias y herramientas para resolver problemas y para representar las ideas matemáticas, lo que explica que una determinada cultura desarrolle más significativamente unas u otras ramas de la matemática, sin querer esto decir desde luego que la aptitud matemática sea privilegio de una cultura o grupo. De otro lado, vale la pena destacar especialmente cómo a partir de estas investigaciones se ha podido establecer el hecho de que diferentes culturas han llegado a desarrollos matemáticos similares trabajando independientemente y que han realizado actividades matemáticas semejantes, como el contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar, actividades éstas que resultan ser universales. Estos elementos analizados en profundidad han permitido a su vez identificar componentes epistemológicas del conocimiento matemático*. (1998, p. 15)

Sin embargo, esto no es lo que se ve en las instituciones educativas inmersas en sectores o comunidades indígenas, ya que no se relacionan las áreas propuestas en los planes de estudio con las necesidades e intereses de la comunidad, tal como lo propone la constitución política y el

MEN, por ello se torna una encrucijada en la educación, según Avendaño et al citando a Berrio (2009) dice:

> *Una encrucijada referida, principalmente, a los conocimientos que de acuerdo con el Ministerio de Educación Nacional se debe enseñar y a los conocimientos que desde la sabiduría de las comunidades indígenas se tornan fundamentales. Situación ésta que pone en crisis a la escuela* (2016, p. 96).

Lo que se logra identificar es una tendencia a la educación monocultural en cuanto a la enseñanza de las matemáticas desconociendo otras matemáticas diferentes a la occidental, aunque los lineamientos y los estándares se presentan como guías generales que son adaptables por cada institución educativa, en el caso de las comunidades indígenas se podría relacionar de acuerdo con sus usos, costumbres, tradiciones, entre otros aspectos.

En Colombia existen 90 grupos o etnias indígenas dispersas dentro del territorio nacional, aunque el proceso de enseñanza debería ser contextualizado para estos grupos, esto no se ha hecho efectivo por falta de propuestas educativas donde se relacione la cultura y las matemáticas, de modo que, tanto los conocimientos básicos de matemática como de los saberes que son propios de cada grupo cultural sean apropiados de manera articulada propiciando un aprendizaje significativo. Por ello la importancia de la etnomatemática para los profesores y futuros profesores, para Gilmer (1995) "*la etnomatemática es el estudio de las técnicas matemáticas utilizadas por grupos culturales identificados para entender, explicar y manejar problemas y actividades que nacen en su propio medio ambiente*".

Otra definición acerca de etnomatemática la proporciona *Ubiritan* D'*Ambrosio:*

Ethnomathematics the mathematics which is practiced among identifiable cultural groups, such as national-tribal societies, labour groups, children of a certain age bracket, professional classes, and so on. Its identity depends largely on focuses of interest on motivation and on certain codes and jargons which do not belong to the realm of academic mathematics (1997, p. 45).

Existen en Colombia investigaciones en este amplio campo, tales como la investigación de Aroca (2009) "*Geometría en las mochilas Arhuacas por una enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva cultural*", el objetivo general fue construir una propuesta de enseñanza de geometría para los indígenas Ika o Arhuacos de la Sierra Nevada de Santa Marta; esta propuesta relaciona las figuras tradicionales tejidas en las mochilas de los Arhuacos con la geometría, en este estudio primero se analiza las figuras de las mochilas desde la cultura misma, también se expone cómo se puede analizar matemáticamente dichas figuras, además de formular de forma general cómo se puede incluir los resultados del análisis en una propuesta educativa en diferentes culturas. Otro aporte investigativo en Etnomatemática es el de Fuentes (2011) llamado "*Algunos Procedimientos y Estrategias Geométricas Utilizadas por un Grupo de Artesanos del Municipio de Guacamayas en Boyacá"* quien presenta algunos procedimientos y estrategias geométricas utilizadas por un grupo de artesanos del municipio de Guacamayas en Boyacá, Colombia, también expone un análisis geométrico de algunos diseños presentes en la cestería que elabora la comunidad.

La comunidad indígena de Corinto en el departamento del Cauca no es ajena a esta problemática, pues en su formación académica sólo hay espacio para la matemática occidental, dejando por fuera las matemáticas inmersas en su cultura, sin embargo, gracias a las investigaciones Etnomatemáticas, es posible vislumbrar maneras de articular las prácticas culturales en los procesos de enseñanza y aprendizaje propios con la matemática occidental. En esta comunidad indígena se tejen los chumbes, los cuales según Yule & Vitonás:

> *Va recreando desde el sentir, el pensamiento, la historia, los hechos cotidianos de la vida. De esta manera mediante el tejido se van transcribiendo los diversos acontecimientos que transcurren desde tiempos inmemorables hasta nuestros tiempos. Esta forma de tejido es nuestro texto en donde se simboliza y se describen según el conocimiento de las mujeres Nasa* (2014, p. 20).

En ellos se puede apreciar, a simple vista, la existencia de figuras geométricas en las que podrían identificarse algunas nociones geométricas, dentro de la rama de la geometría plana y el espacio "*que es la rama que estudia las figuras y sus propiedades, basado en las mediciones, y caracterizaciones de su partes a través de la construcción. También procede en un orden estricto a base de demostraciones de todas las propiedades y tiene una estructura piramidal*" (Galeon)[1]. Por tal motivo, se pretende identificar nociones geométricas presentes en los tejidos de los chumbes del resguardo indígena de Corinto Cauca, que posibiliten la formulación de propuestas didácticas que favorezcan procesos de enseñanza y aprendizaje contextualizados con su cultura, como consecuencia surge el siguiente interrogante:

¿Cómo se puede articular la práctica cultural del tejido del chumbe de los indígenas Nasa de Corinto Cauca con la matemática occidental para que favorezca el aprendizaje significativo de conceptos geométricos de acuerdo con su contexto social?

[1] Tomado de sitio web: http://www.galeon.com/matematicascuriosas/ramas.html

1.2. JUSTIFICACIÓN

Las matemáticas adquieren sentido para la comunidad cuando éstas se relacionan con su contexto social y prácticas culturales, en el caso de los indígenas Nasa se percibe un desvinculamiento entre lo real, es decir, su contexto social, sus usos y costumbres y lo enseñado, por ello es importante vincular la cultura de estos indígenas Nasa de Corinto Cauca con las matemáticas escolares, de forma que el aprendizaje de los estudiantes sea un aprendizaje significativo y se recurra a vivencias, objetos culturales, prácticas u otros aspectos culturales, adaptables a las matemáticas occidentales; esto sin perder el sentido y contexto social de la cultura de los indígenas Nasa y además sin perder el formalismo de las matemáticas occidentales.

Dentro de la comunidad indígena de Corinto Cauca, se viene intensificando la recuperación de usos y costumbres que han sido olvidadas por los niños y jóvenes, por tal motivo en las instituciones educativas pertenecientes al resguardo indígena se están creando estrategias desde las diferentes áreas del conocimiento con el fin de hacer el proceso de recuperación de estos saberes ancestrales. Estrategias como hacer huertos, en los que siembran los mismos estudiantes, conservando las semillas originarias de estos territorios y teniendo en cuenta las fases de la luna, entre otros aspectos. La crianza y manutención de ganado, cerdos y codornices, a través de proyectos productivos, es otra estrategia utilizada por las instituciones educativas del resguardo y finalmente los tejidos, en especial las manillas y los chumbes, por la facilidad en su tejido y en la consecución de los materiales necesarios para su elaboración. Todas estas estrategias se llevan en el marco de recuperación de los saberes ancestrales con el fin de fortalecer y preservar la cultura Nasa en esta época de modernidad.

En cada una de estas prácticas culturales, de carácter ancestral, es posible que esté impregnada de nociones geométricas y matemáticas, que aún no han sido extraídas de manera formal y sistemática y podrían utilizarse como parte de una estrategia, tanto de recuperación de saberes ancestrales, como de enseñanza y aprendizaje significativo para la comunidad Nasa.

Luego, la educación matemática no puede ser ajena a la necesidad de recuperar tales saberes al interior de las comunidades indígenas, por eso este trabajo de investigación pretende aprovechar el tejido del chumbe con el fin de no sólo recuperar saberes ancestrales, sino también articular esta práctica cultural con las matemáticas occidentales y generar elementos para la realización de propuestas didácticas. Al aprovechar la relación entre las matemáticas occidentales y el tejido del chumbe, se hacen evidentes en el chumbe nociones geométricas, esto a través de una deconstrucción y un análisis geométrico profundo en el que se identifiquen tales nociones, posteriormente al hacer la enculturación del currículo se da aportes a la formulación de propuestas didácticas con la intención de favorecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de acuerdo con su realidad social, es decir, hacer de esta práctica cultural una propuesta educativa que supere la clase magistral de matemática.

Las propuestas didácticas que se generen serán de gran impacto en la comunidad indígena, pues el objeto cultural está articulando dos aspectos totalmente diferentes, la practica cultural del tejido y todo lo que conlleva a su significado cultural, con el área de matemáticas.

1.3. OBJETIVOS

1.3.1. OBJETIVO GENERAL

Identificar nociones geométricas presentes en la técnica de elaboración de los chumbes de los indígenas Nasa de Corinto Cauca, a fin de aportar elementos para la elaboración de propuestas didácticas que favorezcan el aprendizaje significativo de los estudiantes del colegio Carmencita Cardona de Gutiérrez de Corinto Cauca.

1.3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Describir los significados de las figuras tradicionales presentes en el tejido del chumbe de los indígenas Nasa de Corinto Cauca.
- Analizar nociones geométricas en las figuras tradicionales del tejido del chumbe de los indígenas Nasa de Corinto Cauca.
- Sugerir elementos para la elaboración de propuestas didácticas, de acuerdo con las nociones geométricas identificadas.

1.4. MARCO REFERENCIAL: Contextualización cultural del resguardo indígena de Corinto Cauca

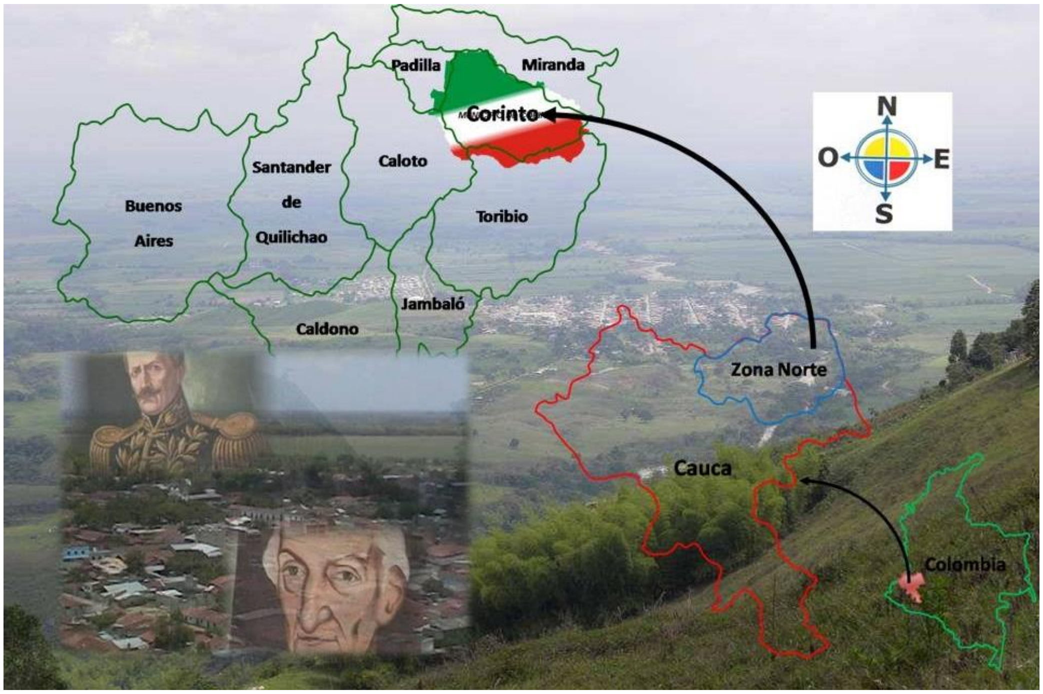


Figura 1. Ubicación del municipio de Corinto Cauca Colombia. Al fondo una imagen del casco urbano de Corinto Cauca y en la parte inferior izquierda se encuentra la representación de dos hombres importantes del municipio, el del lado izquierdo es el señor Jose Maria Obando, militar y presidente en el año 1853 y el del lado derecho el señor Antonio Feijoó Alaez fundador de Corinto Cauca. Alcaldía de Corinto Cauca (2011, mayo 25). Corinto le informa [Página Web]. Recuperado de http://corinto-cauca.gov.co/noticias.shtml?apc=Cnxx-1-&x=3033324

El municipio de Corinto, se encuentra ubicado en la zona norte del departamento del Cauca, limita al norte con el municipio de Miranda, al sur con los municipios de Toribio y Caloto, al oriente con el departamento del Tolima y al occidente con el municipio de Padilla. Corinto cuenta con una población aproximada de 29.267 habitantes según el censo del DANE 2005, aproximadamente 13.018 de ellos son indígenas Nasa, según el censo indígena.

Es conveniente destacar algunos aspectos importantes para entender lo que es una comunidad indígena y cómo funciona, para ello se entrevista a un comunero del resguardo indígena de Corinto Cauca, quien comparte lo siguiente:

> *Los pueblos indígenas de Colombia tienen una forma de organización por medio de cabildos, este es una entidad pública y organizativa, que se encarga de representar a las personas pertenecientes a dicha comunidad en cuanto a los derechos y deberes, es decir, ejercen una autoridad; los directivos del cabildo indígena son elegidos por la comunidad, sin perder de vista que quienes tienen la máxima autoridad son la misma comunidad, pues son ellos quienes mandatan y los directivos o mejor llamados autoridad tradicional deben gestionar recursos, resolver los problemas que se presentan dentro de la comunidad y proceder con respecto a las decisiones ya tomadas* (Ulcué, 2016).

La entrevista se hizo al joven Yeiner Ulcué, coordinador del grupo de danzas A'te Sek Lucxx (hijos del sol y la luna), quien también es miembro de la guardia indígena y miembro del Movimiento juvenil Alvaro Ulcué Chocué. La guardia indígena y el Movimiento juvenil Alvaro Ulcué Chocué son de gran importancia para el resguardo de Corinto Cauca ya que:

> *La guardia indígena es una expresión organizativa de los pueblos indígenas del Norte del departamento del Cauca, Colombia, conformada por hombres y mujeres, niños y niñas pertenecientes a estas comunidades, mediante la cual se lucha y trabaja por la realización efectiva de sus derechos, se defiende su autonomía y se ejerce control social y comunitario sobre su territorio*" (CODACOP).

Y por otra parte:

> *El Movimiento juvenil Alvaro Ulcué Chocué surgió como una estrategia de prevención para evitar que los jóvenes siguieran deambulando por caminos contrarios a los del proceso de las comunidades indígenas y trabajaran en el fortalecimiento de la autonomía*

y el poder sobre sus territorios y su cultura”. (ASOCIACIÓN DE CABILDOS INDÍGENAS DEL NORTE DEL CAUCA).

Cada vez más los líderes indígenas hacen notar su preocupación por la modernidad que está llegando a sus territorios, por ello crean espacios en los que involucran niños, jóvenes y adultos, para el fortalecimiento de su autonomía y de sus usos y costumbres. Con respecto a usos y costumbres, en el caso del resguardo indígena de Corinto Cauca, es de vital importancia revivirlos, ya que son de carácter ancestral y constituyen el legado de sus mayores. Además si se pierde tales usos y costumbres, se teme perder su identidad cultural, algunos usos y costumbres que pueden destacarse son:

- La lengua llamada Nasa Yuwe, según Espinel:

*El Nasa Yuwe es en número de hablantes la segunda lengua del país, después del wayuunaiki (conocido también como guajiro). De una población de 150 mil paeces, lo hablan cerca de 100 mil. Y aunque un paez siempre dirá que su idioma es el más fácil del mundo, ahora hacen parte de su alfabeto 37 consonantes y 32 vocales, mientras que el castellano apenas suma 28 entre consonantes y vocale*s (2004).

Para describir otras características de los indígenas Nasa, en entrevista con el comunero del resguardo de Corinto Cauca el señor Jesús Edgar Ramos dice:

- *Antiguamente el vestido de las mujeres indígenas era el anaco de ovejo hecho por los abuelos, también el chumbe, la jigra, mochila o ya’ja y el sombrero de ron, y para los hombres era el sombrero, el capisayo de ovejo y el pantalón negro. Actualmente esta vestimenta no se utiliza, ya que después de la “conquista española” era visto como* *pasado de moda o feo y con el fin de no ser rechazados en la sociedad se implementó la vestimenta de los occidentales.*

- *La música antiguamente era solo con dos instrumentos la chirimía o flauta y el tambor. Actualmente por todo lo que conlleva la modernidad, esto ha cambiado y se utiliza también la guitarra y el charango.*
- *Los platos autóctonos de la región eran el mote a base de maíz, que se cocina luego se lava con ceniza y sale el grano y se cocina con gallina de campo; la chaguangua es a base de maíz capio, es un maíz que su proceso es de un año, cuando se seca, se muele y se cocina; actualmente los platos como la chicha de caña, que sirve para las armonizaciones, la papa, la yuca, el frijol pero sembrado artesanalmente, no han perdido su lugar dentro de la cultura, porque estos también hacen parte del menú de los occidentales.*
- *Los tejidos eran hechos por las mayoras que enseñaban empíricamente a sus descendientes y se dice que surgieron desde antes de cristo. Los tejidos tienen diversas formas de fabricación, por ejemplo el Anaco se teje con lana de ovejo, tiene un proceso especial, primero se tibia agua para lavar la lana y se deja extendida en la noche para que se blanquee, luego lo hilan y posteriormente hacen el telar para hacer el tejido. Otro tejido es el Chumbe también se hace de lana de ovejo y tiene un proceso similar al del Anaco. Para hacer estos tejidos el material esencial es la lana, pero esta sólo se puede cortar en luna llena, de acuerdo con sus usos y costumbres, si lo hacen en otra luna la lana no servirá para tejidos. Antiguamente los tejidos se intercambiaban con alimentos para el sustento económico, es decir su forma de economía era denominada trueque ya que antes no existía el dinero. Dentro de los tejidos encontramos las manillas, el chumbe*

"taw", la ruana y la jigra, en particular todos los tejidos tienen diversas formas y por lo general son figuras geométricas y sus diferentes colores hacen que cada tejido sea una forma única de expresarse, ya que cada figura y cada color utilizado tiene su significado.

- *La medicina tradicional: es la que ejercen los llamados médicos tradicionales, en la que usan plantas autóctonas de la región para las enfermedades de su comunidad, estos saberes de la medicina tradicional son heredados de generación en generación por los hijos y/o hijas de los mayores, además de las plantas medicinales, como también aprenden a conocer el cuerpo, sus partes y componentes, de manera que solo con decir como es el dolor estos médicos ya saben qué plantas deben utilizar y cuál debe ser su proceso para producir una toma, baño o masaje que ayude a la mejoría del comunero o comunera.*
- *La siembra y manutención de animales: ambos son importantes para la supervivencia, para la siembra se tiene en cuenta las fases de la luna, para identificar el tipo de siembra que se puede hacer, son muy cuidadosos con ello porque si no lo hacen correctamente, es probable que no tenga una buena cosecha. Para la manutención de animales tales como ganado, cerdos, codornices, entre otros, se alimentan con productos naturales con el fin de que sea un proceso natural sin importar el tiempo de crecimiento, aquí lo que importa es la calidad de los animales (2016).*

En entrevista con Ulcue dice que la danza para los indígenas Nasa es:

En la danza, existen varias formas tales como la danza de la lluvia, este es para que llegue la lluvia y crezca la siembra; danza de la cosecha, es para agradecer la cosecha; danza del sol, es de acción de gracias; la danza del nacimiento, baile de acción de *gracias por una nueva vida y el baile Páez, es un baile de enamoramiento, aunque existen otras danzas como para la alegría, para el viento, el sol, la luna y más* (2017).

CAPITULO II: MARCO TEÓRICO

Para dar paso al marco teórico, primero se acerca a la definición del campo de investigación en el que se va a indagar, es decir, sobre la Etnomatemática. Se definirá lo que son nociones geométricas, también se tiene en cuenta las cuatro actividades que debe hacer todo investigador Etnomatemático propuestas por Barton (1996) y finalmente se enunciará el análisis hecho a las mochilas Arhuacas por Aroca (2009) en su trabajo *Geometría en las mochilas Arhuacas por una enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva cultural*.

2.1. LA ETNOMATEMÁTICA

La Etnomatemática es un campo de investigación relativamente nuevo y como padre de este campo se considera el profesor brasileño Ubiratán D´Ambrosio, quien proporciona la siguiente definición, (Rosa & Orey (2011) citando a D´Ambrosio (1990)):

> *The prefix ethno is today accepted as a very broad term that refers to the socialcultural context and therefore includes language, jargon, and codes of behavior, myths, and symbols. The derivation of mathema is difficult, but tends to mean to explain, to know, to understand, and to do activities such as ciphering, measuring, classifying, inferring, and modeling. The suffix tics is derived from techné, and has the same root as technique.* (2011, p. 35)

Albanese y Perales (2014) citando a D'Ambrosio (2012)dicen que:

> *Las Etnomatemáticas nacen para reconocer y valorizar las ideas y prácticas de grupos culturales diversos pero como programa de investigación evolucionan para proponer una visión más amplia del conocimiento y para estudiar cómo y por qué los individuos generan, organizan y comparten conocimiento* (2012, p. 262).

En la tesis doctoral llamada "Ethnomathematics: Exploring Cultural Diversity in Mathematics" de William David Barton también se encuentra la siguiente definición "*Ethnomathematics is the field of study which examines mathematical ideas in their cultural context, i.e. within the context of any group within which the ideas arise.*" (Barton, 1996. p. 216).

Enríquez y Millán 2011 citando a Barton (1996) dicen:

> *La etnomatemática es la búsqueda del camino, del como los grupos culturales entienden, articulan y usan los conceptos y prácticas que se describen como matemáticos, así el grupo tenga o no el concepto de matemáticas. La etnomatemática no se origina de las ideas matemáticas de otras culturas, tampoco es la representación de estas ideas dentro de las matemáticas. Estas construcciones pueden ser parte de la etnomatemática, pero no son la esencia. La etnomatemática es un intento por describir y entender las formas en cómo las ideas que los etnomatemáticos llaman matemáticas son entendidas, articuladas y usadas por otras personas quienes no comparten la misma concepción "matemática". Este pretende describir el mundo de los etnomatemáticos como otros lo ven. Como la antropología, una de las dificultades de las Etnomatemáticas es describir el mundo de otra persona con códigos propios, lengua y conceptos (2011, p. 16).*

> Luego, *Las ideas matemáticas son, en esencia, productos de diversos procesos y podríamos plantear la hipótesis de que el carácter de estos productos es muy posible que*

difiera de una cultura a otra (Bishop, 1999, p. 42), además examina 6 actividades que por separado o en interacción desarrollan ideas matemáticas en cualquier cultura, según Bishop son:

Contar: "*el trabajo clásico de Menninger Number Words and Number Symbols apoya nuestro pensamiento en este campo (contar) ofreciéndonos una gran abundancia de datos y análisis que no nos deja ninguna duda acerca de la universalidad de contar y de las ideas de numero… es una actividad firmemente relacionada con las necesidades vinculadas con el entorno y está sujeta a diversas presiones sociales. Esta estimulada por los procesos cognitivos de clasificar y buscar pautas y, al mismo tiempo, influye en estas actividades; además, es evidente que ofrece muchas ideas para nuestra búsqueda de <<universales>> culturales de las matemáticas*" (1999, p. 46-48).

Localizar: "*hay distintas maneras de describir y representar localizaciones, pero mediante las similitudes entre el lenguaje y los mapas podemos ver las raíces de muchas de nuestras ideas geométricas. No es por accidente que, sobre el papel, el norte esté arriba, que <<horizontal>> signifique a lo largo de la página y <<vertical>> signifique de arriba abajo, no es por accidente que utilicemos sistemas axiales de dos y tres dimensiones y tampoco es por accidente que gran parte de las imágenes y el lenguaje informal de la geometría se basen en recorridos y localizaciones en espacios a gran escala como, por ejemplo, <<gira 90 grados>>, <<una línea recta entre dos puntos>>, <<la altura de un triángulo>>, <<la rotación sobre un punto>>, <<reflexión en un plano>>. Muchas ideas geométricas familiares se han desarrollado, y continúan desarrollándose, a partir de la actividad universal de localizar*" (1999, p. 54-55).

Medir: "*medir es la tercera actividad <<universal>> e importante para el desarrollo de ideas matemáticas y se ocupa de comparar, ordenar y cuantificar cualidades que tienen valor e importancia… en general, antes de que se desarrollen unidades de medición existe una necesidad cultural evidente de que el lenguaje sea capaz de expresar cualidades mediante algún método comparativo y ordenado*" (1999, p. 55-56).

Diseñar: "*las actividades de diseño se refieren a la tecnología, los artefactos y los objetos <<manufacturados>> que todas las culturas crean para su vida doméstica, para el comercio, como adorno, para la guerra, para jugar, con fines religiosos… la esencia de diseñar es transformar una parte de la naturaleza, es decir, tomar un fenómeno natural, sea madera, arcilla o terreno y transformarlo en otra cosa: quizás un ornamento tallado, una olla o un huerto. Diseñar implica imponer una estructura particular a la naturaleza"* (1999, p. 60-61).

Jugar: "*jugar es un tipo de actividad social de carácter diferente a cualquier otro tipo de interacción social mencionado hasta ahora: la actividad se produce en el contexto de un juego y los participantes se convierten en jugadores. El límite entre lo real y lo irreal está bien establecido y los jugadores solo pueden jugar con otros jugadores si todos se ponen de acuerdo en no comportarse <<normalmente>>"* (1999, p. 65).

Explicar: "*explicar es universal para el desarrollo cultural y social en general, y para el desarrollo matemático en particular. Todas las culturas estructuran su lenguaje, todas clasifican, todas tienen relatos explicativos, todas tienen maneras de conectar ideas mediante el discurso y todas tienen una referencia fundamental para validar explicaciones"* (1999, p. 78).

De las actividades antes mencionadas, este trabajo utiliza las actividades de contar, localizar, medir, diseñar y explicar, de acuerdo con objeto cultural de estudio, la única actividad que no se involucra es la actividad de jugar.

Asimismo para Fuentes:

La etnomatemática es un programa de investigación que impulsa el respeto a la diferencia, a la solidaridad y la cooperación que aporta a la construcción de un mundo más justo y más digno para todos. Ésta contribuye a la construcción de un dialogo entre diferentes pueblo, además desmitifica el carácter universal de la matemática, y la ve como una construcción cultural contextualizada (2014, p. 156). Además hace una clasificación de investigaciones en etnomatemática de acuerdo con unos elementos[2], estos se clasifican así:

- ***Estudios interpretativos de objetos:*** *En el primer conjunto se presentarán algunas investigaciones en Etnomatemática que se caracterizan por la identificación de conceptos o nociones matemáticas presentes en objetos físicos, como petroglifos, tejidos o cerámicas* (2014, p. 163).
- ***Estudios interpretativos con comunidades:*** *En estos estudios el investigador implementa enfoques metodológicos como el estudio de caso o la etnografía, buscando identificar, caracterizar e interpretar, con base en la explicación y validación de los elementos matemáticos presentes en prácticas culturales de grupos sociales, como indígenas, artesanos, enfermeras, comerciantes, inmigrantes, niños de la calle, obreros, carpinteros, quilombos, campesinos, pescadores, población con necesidades educativas especiales (invidentes, sordos)* (2014, p. 164).

[2] Para ampliar de acuerdo con los elementos referidos por Fuentes (2014), leer “Algunos enfoques de investigación en Etnomatemática”

- ***Estudios emancipadores y transformadores con comunidades:*** *En este grupo se incluyen los trabajos relacionados con la inclusión de prácticas sociales de diferentes comunidades en el aula, la transformación de realidades sociales y la reivindicación de saberes ancestrales a través de los conocimientos autóctonos de las comunidades* (2014, p. 165).

Según la clasificación antes mencionada, esta investigación está dentro de los *estudios interpretativos de objetos,* ya que se pretende identificar las nociones geométricas presentes en el tejido del chumbe, pues se interpretará las figuras tradicionales de acuerdo con las matemáticas occidentales.

Desde Granada España, Albanese, Oliveras y Perales (2014), conciben "*las Etnomatemáticas como un campo de investigación que intenta describir y comprender los modos en los cuales las ideas que el investigador llama matemáticas, son entendidas, articuladas y utilizadas por personas que no comparten esa misma concepción de matemáticas*" (2014, p. 2). En esta investigación se muestra como se implementó un modelo o instrumento metodológico llamado MOMET en las artesanías de trenzado en la ciudad de Cafayate en la región de Salta, que está situada en el noreste de Argentina.

Por otra parte, Peña (2014) ve necesaria la articulación entre el currículo y la etnomatemática, evidenciando la educación desconectada de los entornos y de las prácticas sociales, limitando el desarrollo potencial del pensamiento matemático de estudiantes indígenas y no indígenas y acrecentando la perdida de la identidad cultural de los pueblos originarios.

De acuerdo con las definiciones antes presentadas de etnomatemáticas, ésta se considera cómo los grupos culturales, sociales, laborales, entre otros, entienden, articulan y usan los conceptos matemáticos occidentales con las prácticas culturales, evidenciando unas nuevas matemáticas no occidentales.

2.1.1. Etnomatemática en Colombia

En Colombia la investigación en este campo se encuentra un tanto dispersa ya que es un campo realmente nuevo, de una forma general la etnomatemática en Colombia se toma como "*la relación simbiótica de las matemáticas y la antropología, construyendo así su propia metodología de investigación y desarrollando su propia teoría*" (Blanco, 2006. p. 2). Son considerados como pioneros de la etnomatemática en Colombia los profesores Víctor Samuel Albis (1984, 1986, 1987a, 1987b, 1990), Guillermo Páramo (1987, 1989, 1993) y el profesor Germán Mariño (1983, 1985, 1990). Posteriormente en abril de 1988, Evidalia Molina y Luis Ángel Díaz (1988), estudiantes de Matemática de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional de Colombia realizan el primer trabajo de grado en Etnomatemática en el país, titulado "*Algunos aspectos de los numerales en la familia lingüística macro chibcha*" dirigido por el profesor Albis y evaluado por los profesores Carlos Eduardo Vasco y Alberto Campos en 1988. Aunque han sido pocas las investigaciones etnomatemáticas en el país, Blanco (2006) ha clasificado las investigaciones etnomatemáticas realizadas en Colombia, en cuatro categorías:

> ***I. Estudios específicos sobre saberes y técnicas matemáticas de estratos sociales y comunidades "iletradas"***
>
> *Se refiere a investigaciones sobre jóvenes o adultos que no saben leer y escribir pero que han desarrollado técnicas matemáticas en el desempeño de un oficio o en la vida cotidiana. Por ejemplo: campesinos, albañiles, carpinteros, modistas, tenderos, corteros de caña, etc* (2006, p.8).

II. Análisis del pensamiento matemático de comunidades indígenas y afrodescendientes ancestrales

Hacen parte de esta categoría aquellos trabajos que intentan explicar el pensamiento matemático expresado en sus telares, cestería, orfebrería, alfarería, juegos, diseños geométricos, forma de organización social, entre otras (2006, p.8).

III. Utilización de instrumentos autóctonos de las comunidades indígenas o negras como herramientas pedagógicas para la enseñanza de la matemática occidental

Hacen parte aquellos trabajos que buscan sacar algún provecho pedagógico utilizando herramientas o utensilios que las comunidades indígenas o negras utilizaban o utilizan aún en el momento de abordar la resolución de un problema matemático o de registro de información (2006, p.8).

IV. Estudios sociales, históricos, antropológicos, etc., de formas de pensamiento matemático y científico en civilizaciones y comunidades.

Corresponden a esta categoría los trabajos que buscan sistematizar el conocimiento matemático indígena, que es transmitido generalmente de forma oral de generación en generación. En algunos casos este tipo de investigaciones tienen el objetivo de diseñar material pedagógico que contribuya a la recuperación y conservación de dicho conocimiento matemático local (2006, p.8).

V. Estudios históricos, epistemológicos, filosóficos, educativos, sobre formación de culturas matemáticas y científicas en Colombia.

Hacen parte de esta categoría los trabajos interesados en la difusión, recepción, apropiación, transposición, etc., de conocimientos y teorías en diversos contextos socioculturales (2006, p.8).

De acuerdo con las cuatro categorías de investigación realizadas en Colombia planteadas por Blanco (2006), este trabajo de investigación se realiza dentro de la segunda categoría *Análisis del pensamiento matemático de comunidades indígenas y afrodescendientes ancestrales,* ya que se pretende hacer un análisis, identificando nociones geométricas en las figuras tradicionales tejidas en los chumbes de los indígenas Nasa del resguardo de Corinto Cauca.

Otra definición nacional de etnomatemáticas la da Aroca, refiriéndose a ella como:

El individuo adquiere su cultura mediante el aprendizaje de las costumbres, creencias, lenguajes y técnicas de su grupo, y de igual manera su cultura matemática. Estas matemáticas culturales o Etnomatemáticas tienen una realidad, pero en un determinado contexto, pues en él adquieren sentido. Mientras que el objeto matemático tiende a ser independiente del contexto, la etnomatemática no; ella existe a partir de la realidad misma (2013).

En Colombia, gracias a su riqueza cultural y social, se hace importante el estudio etnomatemático, esto se refleja en la existencia de grupos de estudio en etnomatemática, por mencionar sólo los más reconocidos están: la Red Latinoamericana de Etnomatemática, el Equipo de estudio de Ciencia, Educación y Diversidad Cultural del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle, el Equipo de Etnociencias de la Universidad del Pacífico está conformado por matemáticos, biólogos, músicos, historiadores, agrónomos, sociólogos e indígenas del pueblo Embera, el Grupo Diverser y la Universidad de Antioquia, entre otros.

2.2. DEFINICIÓN DE NOCIONES GEOMÉTRICAS

Primero para entender qué son nociones geométricas, se debe empezar por responder una pregunta básica, ¿Qué es geometría? "*es la ciencia que tiene por objeto analizar, organizar y sistematizar los conocimientos espaciales. En un sentido amplio se puede considerar a la geometría como la Matemática del espacio*" (Alsina, Burgués & Fortuny, 1999. p. 14). También puede verse como "*una parte de la matemática que estudia las propiedades intrínsecas de las figuras, o sea, aquellas que no se alteran con el movimiento de las mismas"* (Castañeda, Fuentes & Gordillo, 2010, p. 1). En esta sección se intentará aproximar una definición para algunas nociones geométricas, dado que no poseen una definición formal sino más bien una definición intuitiva. La geometría siendo una parte de las matemáticas, donde se estudian aspectos como la medida, las figuras geométricas, el segmento, la recta, el punto y otras nociones, son las que se prevén encontrar en el objeto de estudio de este trabajo de investigación, por ello se enuncian para tener claridad en su definición. Estas son algunas nociones geométricas que se utilizarán durante el análisis geométrico de los tejidos de los chumbes, por ello es importante mencionarlas:

Figura geométrica: *"llamase figura geométrica o brevemente figura, todo punto, línea, superficie o sólido o en general toda combinación de puntos".* (Smith, D. & Wentworth, J., 1915. p. 4).

El punto: *un punto es lo que no tiene partes* (Euclides, 1991).

Otra noción de punto según Castañeda, Fuentes & Gordillo *"es considerado como uno de los términos primitivos; es decir, no se puede definir. Se puede dar varios ejemplos, como la huella que deja un lápiz de punta muy fina en un papel"* (2010, p. 2).

La recta: *"llámese línea recta o recta simplemente, toda línea tal que, si una parte cualquiera de ella se coloca de cualquier modo con sus extremos sobre otra parte cualquiera, las dos partes coinciden en todos sus puntos"* (Smith & Wentworth, 1915, p. 5).

Además según Castañeda, Fuentes & Gordillo:

Es uno de los conceptos que no se pueden definir mediante otros más sencillos (conceptos primitivos); en la vida real se puede comparar de manera aproximada con un hilo bien tendido. También suele decirse que es una sucesión de puntos en una misma dirección, o conjunto conexo de puntos. La recta AB se denota: $\overleftrightarrow{AB}$ (2010, p. 5).

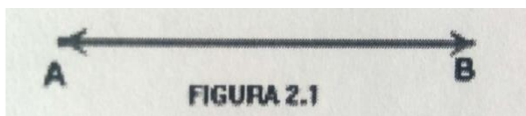


Figura 2. La recta que pasa por los puntos A y B: $\overleftrightarrow{AB}$. *Geometría plana, ¡de Euclides al Cabri!* Bogotá: Nueva oportunidad.

El plano: según Smith & Wentworth*:*

Llamase superficie plana o plano, una superficie tal que la recta que une dos cualesquiera de sus puntos tiene todos sus otros puntos en la misma superficie. Todo plano se supone de extensión ilimitada, mas es costumbre representar un plano por un rectángulo en perspectiva (1915, p. 273).

El segmento: *una parte determinada cualquiera de la recta.*

"Se llama segmento a la parte de una línea recta comprendida entre dos puntos distintos, llamados extremos. La figura 2.5, es un segmento y se denota como $\overline{AB}$*". (*Castañeda, Fuentes & Gordillo, 2010, p. 7).

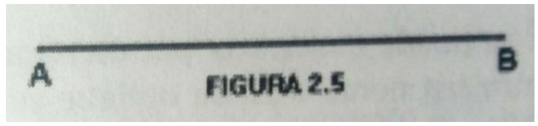


Figura 3. El segmento de extremos A y B o $\overline{AB}$. *Geometría plana, ¡de Euclides al Cabri!* Bogotá: Nueva oportunidad.

El ángulo: *"llamase ángulo la abertura entre dos rectas que se encuentran".* (Smith & Wentworth, 1915, p. 6)

Para Castañeda, Fuentes & Gordillo:

> *Llámese ángulo a la abertura comprendida entre dos semi-rectas que concurren en el origen. Las semi-rectas se llaman lados y el origen se llama vértice. Generalmente un ángulo se designa con tres letras mayúsculas, escribiendo la del vértice en el medio; en caso de no existir ambigüedad, se nombra solo la letra del vértice. Con frecuencia, para abreviar, se sustituye la palabra ángulo por alguno de los símbolos: $<$, $\sphericalangle$ y $\measuredangle$; la magnitud o medida de un ángulo depende únicamente de la abertura comprendido entre los lados y no de la longitud de estos. En la figura 2.27, es el ángulo O, ó el ángulo AOB, ó el ángulo BOA y se denota* $\measuredangle O = \measuredangle AOB = \measuredangle BOA$ (2010, p. 21).

Ángulo recto: *"cuando una recta encuentra otra formando con ella ángulos adyacentes iguales. Tales son $\measuredangle AOB$ y $\measuredangle BOC$".* (Smith & Wentworth, 1915, p. 7)

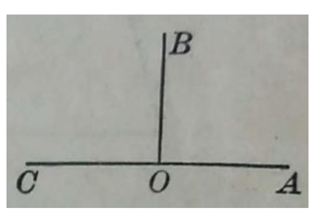


Figura 4. Ángulo recto. Smith, D. & Wentworth, J. (1915). *Geometría plana y del espacio.* Estados Unidos: Ginn y Compania.

Ángulo agudo: *"llámese ángulo agudo el que es menor que un ángulo recto"* (Smith & Wentworth, 1915, p. 16).

Es aquel que es mayor que cero menor que un recto. El ángulo AOB (figura 2.31) (Castañeda, Fuentes & Gordillo, 2010, p. 23).

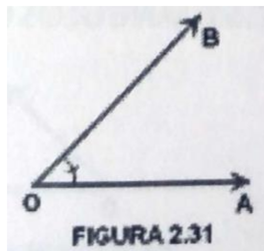


Figura 5. Ángulo agudo. Ángulo AOB, ángulo BOA, $\measuredangle 0=\measuredangle AOB=\measuredangle BOA$. *Geometría plana, ¡de Euclides al Cabri!* Bogotá: Nueva oportunidad.

Ángulo obtuso: *"llámese ángulo obtuso el que es mayor que un recto pero menor que dos"* (Smith & Wentworth, 1915, p. 7).

Otra definición *"Es aquel que mide más que un recto y menos que uno llano. El ángulo AOB" (fig. 2.30) (*Castañeda, Fuentes & Gordillo, 2010, p. 23).

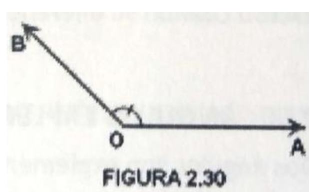


Figura 6. Ángulo obtuso. Ángulo AOB, ángulo BOA, $\measuredangle 0=\measuredangle AOB=\measuredangle BOA$. *Geometría plana, ¡de Euclides al Cabri!* Bogotá: Nueva oportunidad.

Ángulo llano: *"es aquel que mide 180°" (*Castañeda, Fuentes & Gordillo, 2010, p. 23).

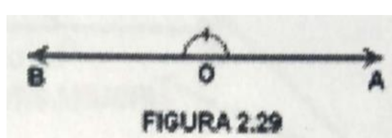


Figura 7. Ángulo llano. Ángulo AOB, ángulo BOA, $\measuredangle AOB=\measuredangle BOA$. *Geometría plana, ¡de Euclides al Cabri!* Bogotá: Nueva oportunidad.

Rectas perpendiculares: *"dícese que una recta es perpendicular a otra, o que las dos rectas son perpendiculares entre sí, cuando los ángulos que forman la una con la otra son ángulos rectos"* (Smith & Wentworth, 1915, p. 7).

Axiomas de las rectas perpendiculares:

- *Si una recta es perpendicular a otra, ésta es perpendicular a la primera.*
- *Por un punto exterior a una recta en un plano, pasa una perpendicular a dicha recta y solo una.* (Castañeda, Fuentes & Gordillo, 2010, p. 11)

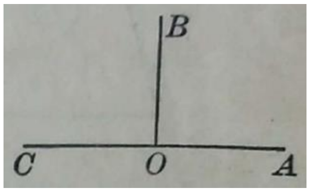


Figura 8. Rectas perpendiculares. Smith, D. & Wentworth, J. (1915). *Geometría plana y del espacio.* Estados Unidos: Ginn y Compania.

Rectas paralelas: *llámese rectas paralelas las que se hallan en un mismo plano y no se encuentran por más que se prolonguen.*

Son aquellas líneas rectas o curvas que estan en un mismo plano y que, aunque se prolonguen indefinidamente, nunca pueden tocarse. (Castañeda, Fuentes & Gordillo, 2010, p. 11)

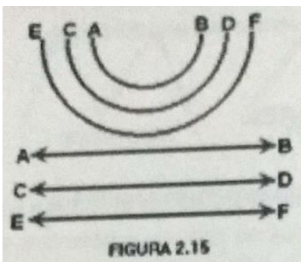


Figura 9. Líneas paralelas. *Geometría plana, ¡de Euclides al Cabri!* Bogotá: Nueva oportunidad.

Triángulo: *"llámese triángulo el espacio limitado por tres rectas que se cortan. En el triángulo ABC, AB, BC y CA son los lados"* (Smith & Wentworth, 1915, p. 7)

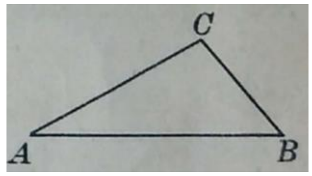


Figura 10. Triángulo. Smith, D. & Wentworth, J. (1915). *Geometría plana y del espacio.* Estados Unidos: Ginn y Compania.

***Cuadrilátero:* "*llámese cuadrilátero una figura cerrada cuyos límites son cuatro rectas, llamadas lados del cuadrilátero. Se clasifica en trapecio y paralelogramo, el trapecio es el que tiene dos lados paralelos y el paralelogramo es el que tiene los lados opuestos paralelos"* (Smith, D. & Wentworth, J., 1915, p. 59).

Rectángulo: *"un paralelogramo se llama rectángulo cuando sus ángulos son rectos".* (Smith, D. & Wentworth, J., 1915, p. 59).

Rombo: *"un rombo es aquel que sus cuatro lados son iguales"* (Smith, D. & Wentworth, J., 1915, p. 59).

Simetrías en el espacio, *Según Julio Rey Pastor:*

Dos puntos A y A' se llaman simétricos respecto de otro punto, O, denominado centro de simetría, cuando O es el punto medio del segmento AA', y se dicen simétricos respecto a una recta r, llamada eje de simetría, cuando r es la mediatriz del segmento AA', es decir cuando A y A' están en un mismo plano con π, en unas misma perpendicular a dicho eje, en distinto semiplano y a igual distancia (1961, p. 59).

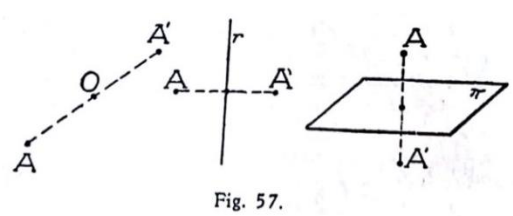


Figura 11. Puntos simétricos con respecto a un punto O, con respecto a recta r y con respecto al plano π, respectivamente. Rey, J. (1961). *Elementos de geometría racional*. Madrid: Nuevas gráficas S.A.

Además, según Castañeda, Fuentes & Gordillo explican:

Simetrías respecto a un punto: simetría central.

Cuando un punto O es punto medio de un segmento, se dice que los extremos a éste son simétricos respecto de O, denominado centro de simetría; es decir, los dos puntos son simétricos respecto al centro de simetría, cuando están alineados y equidistante con O.

Dos figuras son simétricas con respecto a un punto de simetría, cuando cada uno de los puntos de la primera le corresponde en la segunda figura otro punto simétrico con respecto a dicho punto (2010, p. 246).

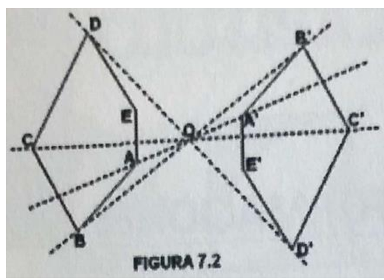


Figura 12. Simetría respecto a un punto: simetría central. Castañeda, O., Fuentes, F. & Gordillo, I. (2010). *Geometría plana, ¡De Euclides al cabri!* Bogotá: Nueva oportunidad.

Simetría respecto a una recta: Simetría axial.

Dos puntos son simétricos respecto a una recta, denominada eje de simetría, cuando el eje es perpendicular a la recta que los une, y la divide en dos partes iguales. Los puntos A y D son simétricos respecto al eje PQ. (figura 7.3)

Dos figuras son simétricas respecto a una recta, denominada eje de simetría, cuando los puntos de las dos figuras tomados dos a dos, son simétricos con respecto al eje de simetría, respectivamente. Las figura 7.4 muestra un polígono simétrico respecto a una recta (2010, p. 246).

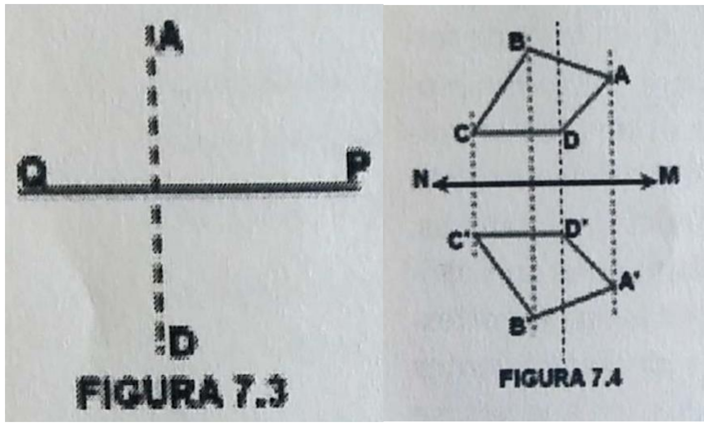


Figura 13. Simetría respecto a una recta: Simetría axial. Castañeda, O., Fuentes, F. & Gordillo, I. (2010). *Geometría plana, ¡De Euclides al cabri!* Bogotá: Nueva oportunidad.

Traslación, Castañeda, Fuentes & Gordillo:

Una traslación de una figura, en su propio plano, es un deslizamiento que consiste en empujarla desde una posición a otra, sin dejarla girar al mismo tiempo. En una traslación, todos los puntos de la figura se mueven en la misma dirección y cada punto de la figura describe una línea recta. Todas las rectas que resultan de las trayectorias de los puntos que se mueven en la misma dirección son rectas paralelas.

En la traslación hay que tener en cuenta los elementos: dirección, magnitud y sentido. Las traslaciones no necesariamente se hacen en direcciones horizontales y verticales. La traslación se indica con una flecha o vector que señala sus elementos; y suelen representarse por letras mayúsculas con una flecha encima. Toda traslación de un polígono se realiza trazando rectas paralelas al vector dado, por los vértices del polígono. La figura (la figura 14) *muestra la traslación de un triángulo ABC, siete unidades a la derecha en sentido horizontal, generando el triángulo DEF* (2010, p. 253).

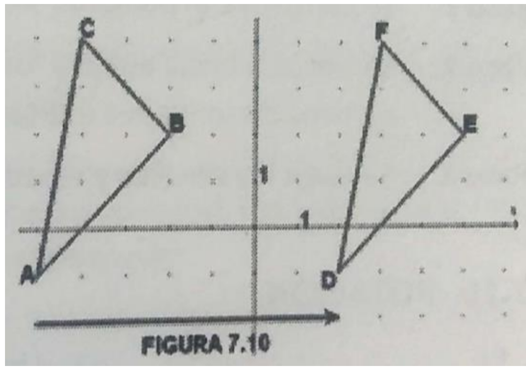


Figura 14. Traslación. Traslación del triángulo ABC con respecto a un vector dado. Castañeda, O., Fuentes, F. & Gordillo, I. (2010). *Geometría plana, ¡De Euclides al cabri!* Bogotá: Nueva oportunidad.

Rotación, para Castañeda, Fuentes & Gordillo es:

Una rotación o giro de un polígono en un movimiento que realiza la figura alrededor de un punto fijo llamado "centro o eje de rotación"; la magnitud o medida de rotación, se expresa generalmente en grados. El sentido de rotación está determinado por el giro de las manecillas del reloj; si el giro es en sentido contrario al de las manecillas del reloj, se dice que es positivo; si el giro es igual al de las manecillas del reloj, entonces es negativo. El centro de rotación puede estar dentro del polígono, sobre el contorno del polígono o por fuera del polígono.

Cuando se realiza una rotación se puede verificar que: la figura rotada conserva la forma original; los segmentos y los ángulos correspondientes en la figura inicial y en la trasformada son congruentes; y el ángulo que forma puntos correspondientes con respecto al centro de rotación siempre es el mismo. La figura muestra rotación de 45° del triángulo ABC con respecto al punto G, en sentido de las manecillas del reloj (2010, p. 254).

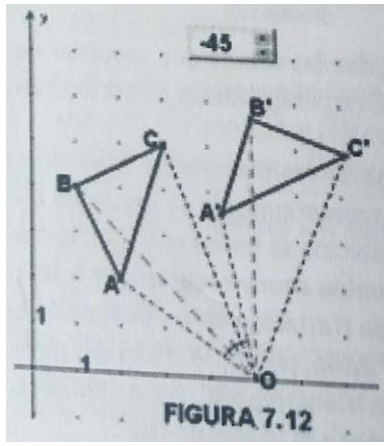


Figura 15. Rotación. Rotación del triángulo ABC con respecto al centro de rotación O. Castañeda, O., Fuentes, F. & Gordillo, I. (2010). *Geometría plana, ¡De Euclides al cabri!* Bogotá: Nueva oportunidad.

Homotecia, según Castañeda, Fuentes & Gordillo:

Una homotecia se define como una transformación respecto a un punto fijo denominado "centro de homotecia o foco"; que al ser aplicada a una figura, cambia su tamaño pero no modifica sus proporciones; a la distancia que hay del centro de homotecia a los vértices del polígono se le llama "razón o factor de conversión". Si dividimos la longitud de uno de sus lados con la longitud de su imagen el resultado es el mismo para cualquier pareja de lados homólogos; es decir, la homotecia es una figura, conservando la forma, manteniendo las proporciones entre las longitudes de los lados correspondientes.

Al realizar una homotecia sobre una figura se puede verificar que: la figura original y la transformada son semejantes, tienen la misma forma y distinto tamaño; los ángulos correspondientes de ambas de ambas figuras son congruentes, y los lados correspondientes de las dos figuras son proporcionales; es decir, el cociente entre sus medidas es constante (2010, p. 257).

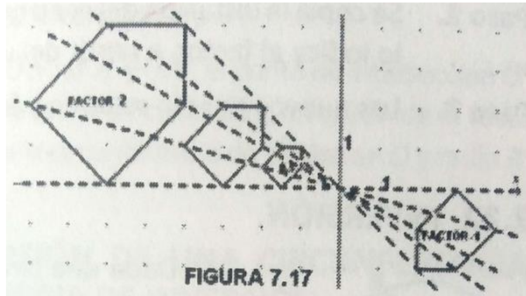


Figura 16. Homotecia. Homotecia de la figura “factor 1” con respecto al foco que se encuentra en la coordenada (1,1) con razón <0. Castañeda, O., Fuentes, F. & Gordillo, I. (2010). *Geometría plana, ¡De Euclides al cabri!* Bogotá: Nueva oportunidad.

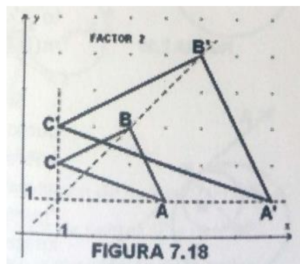


Figura 17. Homotecia. Homotecia del triángulo ABC con respecto al foco que se encuentra en la coordenada (1,1) con razón >1. Castañeda, O., Fuentes, F. & Gordillo, I. (2010). *Geometría plana, ¡De Euclides al cabri!* Bogotá: Nueva oportunidad.

Las nociones geométricas que se presentaron, son nociones geométricas que a simple vista se han encontrado en el tejido del chumbe de los indígenas Nasa de Corinto Cauca, por lo tanto se hace una descripción de sus conceptos y una representación gráfica desde la matemática occidental.

2.3. MODELO DE ANÁLISIS

William David Barton (1996) en su tesis doctoral llamada “Ethnomathematics: Exploring Cultural Diversity in Mathematics”, propuso un modelo de análisis para la actividad Etnomatemática basado en el estudio de cuatro actividades en una cultura determinada. Este modelo de análisis servirá de apoyo al conocimiento de las matemáticas presentes en la práctica de tejido del chumbe del resguardo indígena de Corinto Cauca.

2.3.1. Actividad Etnomatemática

Los estudios de tipo etnomatemático, según Barton (1996) se pueden hacer desde el desarrollo de cuatro actividades, las cuales son:

- Actividad descriptiva: La primera tarea de un etnomatemático es explicar algunos conceptos de la matemática desde otra cultura y no sólo desde las matemáticas mismas.
- Actividad arqueológica - analítica: Revelar los aspectos matemáticos desde la perspectiva cultural. Una forma en que esto se puede hacer es identificar las implicaciones que se ubican en el origen de la práctica y su evolución, esta búsqueda es de tipo arqueológico porque implica reconstruir la historia de la práctica para identificar los principios matemáticos presentes en su formulación.
- Actividad de matematización: en esta actividad se presentan los conceptos encontrados de acuerdo con la matemática formal, esto implica describirlos matemáticamente, en un camino que es tanto interesante, como aceptable para la comunidad matemática, lo que significa que se debe traducir el material de la cultura en terminología matemática, relacionándolo con conceptos matemáticos existentes, desde la perspectiva del investigador.
- Actividad Sintética creativa: Esta actividad implica el cambio de los conceptos básicos de matemáticas y esa es la razón de ser de la etnomatemática. Se incentiva un cambio de las concepciones epistemológicas sobre las matemáticas. Estas investigaciones, por un lado, necesitan como presupuesto la posibilidad de un cambio en las concepciones sobre la universalidad, certeza y racionalidad absoluta de las matemáticas, mientras, por otro lado, llevan consigo como resultado la realidad de este cambio: la asunción de la diversidad cultural lleva a la aceptación de concepciones diametralmente opuestas.

Las cuatro actividades antes presentadas de Barton (1996) se tienen en cuenta en el desarrollo del trabajo, la actividad descriptiva y la actividad arqueológica- analítica pretende describir y comprender la esencia cultural del chumbe y de las figuras tradicionales que en él se encuentran. La actividad de matematización, es la actividad fuerte del trabajo de investigación, ya que se revelan nociones geométricas desde la matemática occidental inmersas en el tejido del chumbe. Por ultimo en el caso de la actividad sintetico- creativa, se aportan elementos para la elaboración de propuestas didácticas que favorezcan el aprendizaje significativo de los estudiantes indígenas de Corinto Cauca. Asimismo el modelo que se debe considerar como complemento a las actividades que propone Barton (1996), es el modelo de análisis propuesto por Armando Aroca (2009) que se describe a continuación:

2.3.2. Un Modelo para el análisis de datos

El modelo de deconstrucción geométrica utilizado por el profesor Armando Aroca (2009) en su trabajo titulado *Geometría en las mochilas Arhuacas por una enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva cultural*, es tomado de la metodología de Paulus Gerdes (2003) en su texto *Sobre algunos aspectos geométricos da cestería Bora na Amazónia peruana* donde se ve el tejido por medio del entrecruces de fibras, que sirve en este caso para hacer la deconstrucción de cada figura tradicional y posterior análisis del chumbe. Al respecto del modelo para el análisis de datos se consideran los siguientes aspectos:

- Análisis simbólico y de forma: Este pretende explicar el significado cultural o social de cada una de las figuras tradicionales de manera exhaustiva.
- Deconstrucción geométrica de la figura tradicional: Deconstruir la figura para ir revelando los pasos para realizar la figura tradicional, como se muestra en el siguiente esquema:

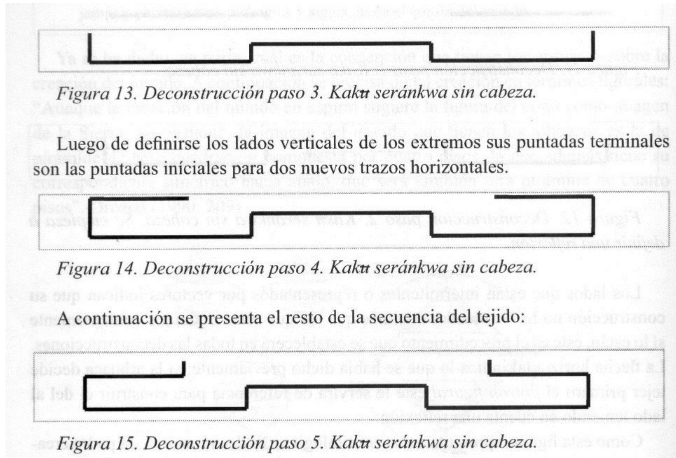


Figura 13. Deconstrucción paso 3. Kakʉ seránkwa sin cabeza.

Luego de definirse los lados verticales de los extremos sus puntadas terminales son las puntadas iníciales para dos nuevos trazos horizontales.

Figura 14. Deconstrucción paso 4. Kakʉ seránkwa sin cabeza.

A continuación se presenta el resto de la secuencia del tejido:

Figura 15. Deconstrucción paso 5. Kakʉ seránkwa sin cabeza.

Figura 18. Deconstrucción de la figura tradicional Kaku seránkwa pasos 3,4 y 5. Fuente: Geometría en las mochilas Arhuacas por una enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva cultural (2009).

- Análisis geométrico, según Aroca "*El análisis geométrico revelará el patrón figural y dará una aproximación al patrón geométrico característico de cada figura tradicional*. Entendiendo por Patrón figural como *el conjunto de trazos mínimos y visibles de la figura tradicional, que permite por medio de algunas transformaciones geométricas generar toda la figura en sí. El Patrón geométrico no es estrictamente mental, es decir, tiene que ver con los procesos complejos de objetivación geométrica, relacionados con representaciones simbólicas de objetos empíricos y propiedades geométricas"* (2009, p. 45).

En el trabajo a realizar se tendrán en cuenta el análisis simbólico y de forma, porque es enfatizar en el significado cultural del objeto de estudio y de la práctica cultural, también se toma la deconstrucción geométrica de la figura, porque es con ayuda de esta que se entiende el paso a paso del tejido de cada figura tradicional y por último se tendrá en cuenta el análisis geométrico porque este revela el patrón figural, que es la mínima figura o trazo con el que se puede completar la figura tradicional por medio de transformaciones geométricas.

2.3.3. Modelo para la enculturación del currículo

Bishop (1999) propone 5 principios del enfoque cultural al currículo matemático, ya que cada cultura puede llegar a generar otras matemáticas que van inmersas con sus valores culturales y demás creencias. Con ayuda de estos cinco principios se pretende ver la relación entre el chumbe y estos cinco principios, esta relación se presentará más adelante en este documento, estos cinco principios son:

- Representatividad: "*representar adecuadamente la cultura matemática. Es decir, no solo se debe ocupar de la tecnología simbólica de las matemáticas, sino que también debe ocuparse de una manera explícita y formal de los valores de la cultura Matemática*" (Bishop, 1999, p. 127).
- Formalismo: "*Es importante reiterar el punto de vista de que este currículo debería objetivar el nivel formal de la cultura matemática, mostrando las conexiones con el nivel informal y ofreciendo además una introducción al nivel técnico*" (Bishop, 1999, p. 128).
- Accesibilidad para Bishop (1999) es: "*un currículo de enculturación debería ser accesible para todos los niños… la enculturación debe ser para todos: la educación Matemática debería ser para todos. Naturalmente existirá la necesidad de crear oportunidades para que algunos niños concretos, de acuerdo con sus intereses y sus antecedentes profundicen en algunas ideas más que otros niños; pero esta condición no invalida el principio. La otra idea fundamental de este principio es que el contenido curricular no debe estar fuera de la capacidad intelectual de los niños, y que los ejemplos, los materiales, las situaciones y los fenómenos que hay que explicar no deben ser exclusivos de un grupo de la sociedad"* (p. 128).

- Poder explicativo: Bishop (1999) dice "*las Matemáticas como fenómeno cultural obtienen su poder del hecho de ser una rica fuente de explicaciones y esta característica debe conformar los significados importantes que deben surgir del currículo de enculturación… Así, el currículo* Matemático *debe estar basado de alguna manera en el entorno del niño y su sociedad*" (p. 129).
- Concepción amplia y elemental: Bishop 1999 dice "*El currículo de enculturación debería tener una concepción relativamente amplia y elemental al mismo tiempo. Se debería ofrecer varios contextos porque el poder de explicación, que se deriva de la capacidad de las matemáticas para conectar entre si grupos de fenómenos aparentemente dispares, se debe manifestar por completo*" (p. 130).

Los cinco principios de Bishop (1999), sirven para proponer una enculturación del currículo de acuerdo con los aspectos que se consideran en cada principio y se relacionan específicamente con la cultura de los indígenas Nasa de Corinto Cauca. Lo ideal es que todos los aspectos que se presentan por cada principio se tengan en cuenta para la enculturación, pues esto indicara que el currículo está completamente enculturado y así las propuestas didácticas que se planteen satisfagan los procesos de enseñanza y aprendizaje significativo.

CAPITULO III: METODOLOGÍA

Para realizar este trabajo de investigación, se debe hacer una inmersión en la cultura de los indígenas Nasa de Corinto Cauca, con el fin de conocer usos y costumbres, la economía, prácticas laborales, entre otros aspectos importante en la comunidad, es decir, el referente metodológico es el etnográfico, por tratarse del paradigma cualitativo, "*la etnografía es un proceso, una forma de estudiar la vida humana. El diseño etnográfico requiere estrategias de investigación que conduzcan a la reconstrucción cultural*" (Goetz & Lecompte, 1988. p. 28).

Las características de la etnografía según Murillo & Martínez (2010) son:

1. Tiene un carácter fenomenológico o émico: con este tipo de investigación el investigador puede obtener un conocimiento interno de la vida social dado que supone describir e interpretar los fenómenos sociales desde la perspectiva de los participantes del contexto social. Es importante saber la distinción entre los términos émico, que se refiere a las diferencias que hay dentro de una misma cultura, y ético, que se refiere a la visión u orientación desde el exterior.

2. Permanencia relativamente persistente por parte del etnógrafo en el grupo o escenario objeto de estudio por dos razones: para ganarse la aceptación y confianza de sus miembros y para aprender la cultura del grupo.

3. Es holística y naturalista. Un estudio etnográfico recoge una visión global del ámbito social estudiado desde distintos puntos de vista: un punto de vista interno (el de los miembros del grupo) y una perspectiva externa (la interpretación del propio investigador).

4. Tiene un carácter inductivo. Se basa en la experiencia y la exploración de primera mano sobre un escenario social, a través de la observación participante como principal estrategia para obtener información. A partir de aquí se van generando categorías conceptuales y se descubren regularidades y asociaciones entre los fenómenos observados que permiten establecer modelos, hipótesis y posibles teorías explicativas de la realidad objeto de estudio.

Las herramientas que serán esenciales dentro de este trabajo etnográfico para la recolección de información son:

- La observación: Se hará un registro de lo que se ve dentro de la comunidad indígena Nasa, tal y como se ve, es decir cómo es su vida cotidiana, sus prácticas culturales y demás, al igual que observar detalladamente el proceso de tejido del chumbe, el proceso de construcción de las figuras tradicionales con el fin de ir identificando nociones geométricas que se necesitan para el posterior análisis.

Para la investigación, la observación es fuente importante de información, ya que esta conlleva a entender y comprender la cultura como tal y sus aspectos más relevantes, al igual que la lógica procedimental que tiene el tejido del chumbe de los indígenas Nasa de corinto, para realizar la deconstrucción geométrica de cada figura tradicional del chumbe.

- Conversaciones y/o entrevistas abiertas: Estas herramientas son de gran importancia para la investigación pues ayuda a acercarnos a los significados de las figuras tradicionales, historia y todo lo que precede a los chumbes de los Nasas, para esto se necesita grabador de audio y video, se empieza con una pregunta general y de acuerdo con las respuestas se van generando nuevas preguntas que correspondan al objeto de estudio. La pregunta general será:

¿Qué significa y simboliza el tejido del chumbe en la comunidad indígena Nasa?

Las entrevistan se hacen a líderes de la comunidad indígena Nasa, mayores y mayoras seleccionados porque se consideran personas llenas de sabiduría.

- Documentos o diarios de campo: Estos documentos pueden ser formales o informales, los proporciona la comunidad indígena Nasa, estos deben tener información relacionada con el tema de investigación, es decir con respecto a la cultura indígena Nasa y al tejido del chumbe.

En cuanto a la investigación, se toma como ayuda el documento “Taw Nasa” o Chumbe Nasa, pues en él se encuentra de forma sistematizada el significado cultural de figuras tradicionales.

Las herramientas antes mencionadas son que van a servir para la realización de la investigación etnográfica, se procede a plantear unas fases que guían el proceso de investigación, no significa que vaya a ser una investigación lineal, por el contrario es un ir y venir que permita dar respuesta a la problemática anteriormente planteada. Tomando a Murillo & Martínez (2010) tenemos:

3.1. FASE 1

En esta primera fase se hace un acercamiento a la comunidad a investigar; para esta investigación fue el resguardo indígena de Corinto Cauca, se hizo con el fin de comprender las prácticas, usos y costumbres de dicha comunidad, fue importante mostrar mucho interés por la información que se proporcionaba para que de este modo las personas investigadas dieran todo tipo de información sin salirse de lo que confiere a la cultura, con la información proporcionada se estaba haciendo el análisis simbólico y de forma propuesto por Aroca (2009), además de la actividad descriptiva de Barton (1996), por esto:

> *La etnografía requiere la inmersión completa del investigador en la cultura y la vida cotidiana de las personas asunto de estudio, sin olvidar delimitar en la medida de lo posible el distanciamiento conveniente que le permita observar y analizar lo más objetivamente posible (Behar 1996).*

3.2. FASE 2

En esta segunda fase se implementó un criterio de selección de los integrantes de la comunidad que pudieran aportar información importante y pertinente sobre el objeto investigado; es decir, el chumbe, las personas que ayudan para la información con respecto a la esencia, origen o procedencia del chumbe son los mayores y mayoras por su sabiduría ancestral. Por otro lado, los estudiantes de secundaria del colegio Carmencita Cardona sede principal son los que se encuentran elaborando manillas y chumbes, por eso son ellos a quienes se les hace entrevistas de acuerdo con el proceso que llevan en dicha elaboración, qué piensan de estos tejidos, al igual que observar el proceso de elaboración del tejido. Para llevar a cabo esta fase se implementaron las herramientas para el trabajo etnográfico tales como grabador de audio y video, diarios de campo, entre otros, donde se pudieron registrar la información proporcionada por la comunidad, también se hace contextualización en cuanto a la educación del resguardo de Corinto Cauca y cómo se maneja. Finalmente, se realizó la *actividad descriptiva* propuesta por Barton (1996). Con la realización de la fase 2 se da por cumplido el primer objetivo específico.

3.3. FASE 3

Después de conocer lo suficiente sobre el objeto de estudio que es el chumbe, en esta investigación se procedió a hacer un análisis con respecto a nociones geométricas que se presentan en ella, este análisis se hace en su mayoría durante el proceso de recolección de la información, sólo que es en esta parte que se organiza y se sistematiza de forma clara y concisa. El análisis se hace de forma detallada en los chumbes observados en la fase anterior, identificando nociones geométricas de tal forma que se haga evidente la relación de las matemáticas inmersas en esta práctica con las matemáticas formales, es decir, se realizó la *actividad de matematización* y también se apoyó en el modelo de análisis a las mochilas de Aroca (2009).

Con la realización de las fase 3 se pudieron analizarse geométricamente los tejidos de los chumbes dando cumplimiento al segundo objetivo específico.

3.4. FASE 4

En esta parte del trabajo se sugieren elementos para la elaboración de propuestas didácticas con respecto a las nociones geométricas identificadas, es decir, se plasmaron los hallazgos como esta descrito en la actividad sintético-creativa de Barton (1996), en ella se contrastan las concepciones geométricas presentes en la cultura con las concepciones geométricas occidentales y se expresan las conclusiones de la investigación.

CAPÍTULO IV: ANÁLISIS CULTURAL

En este capítulo se realiza la primero la contextualización educativa del resguardo indígena de Corinto Cauca, esto con el fin de entender cómo se maneja la educación, qué proyecciones se tienen, estadísticas en cuanto a la cantidad de estudiantes indígenas graduados y otros aspectos. Más adelante en el documento se aborda el sentido cultural del chumbe, el significado de los colores que se utilizan en el tejido y finaliza con el significado cultural de las cuatro figuras tradicionales que se analizan en el análisis geométrico.

4.1. CONTEXTUALIZACIÓN EDUCATIVA DEL RESGUARDO INDÍGENA DE CORINTO CAUCA

La política educativa del resguardo indígena de Corinto, según el coordinador de educación del resguardo de Corinto Cauca, Elkin Pilcue es:

> *De acuerdo con el plan de vida, como se ha venido construyendo, como se ha venido trabajando, y de eso ya lo vamos a aterrizar al proceso de administración, bueno primero hay que partir aquí en Corinto, en el ejercicio de la construcción de los mandatos comunitarios, que están en el plan de vida y aquí en Corinto se han construido 7 mandatos desde educación, desde la creación del plan de vida en 1991 y empiezan a pensar la ruta política con la cual deben mandar las comunidades, entonces para el caso de educación se empieza a consolidar todo un ejercicio político, pedagógico y administrativo, y se recogen unos mandatos políticos donde plantean que la educación aquí en Corinto debe estar, uno, orientada a garantizar la permanencia cultural y la pervivencia de la comunidad Nasa aquí en Corinto, que han pervivido por más de 500 años, pues otros 500 años tiene que ser la proyección y la educación tiene que posibilitar eso, que los Nasa aquí sigan existiendo y juega un papel muy importante lo de la*

identidad cultural, entonces la identidad cultural y como la educación la empieza a dinamizar desde allá desde los niños e incluso antes de concebirse el embarazo se habla de que los niños tienen que ir revitalizando la identidad, de acuerdo con unas prácticas, unos procedimientos, con los mayores, con las parteras, entonces todo este ejercicio lo recoge este mandato, pero también recoge todo el tema desde la ley de origen y entender que es educación propia para las comunidades indígenas de Corinto, no de educación propia de territorios como Toribio, Tacueyo que son territorios netamente indígenas, entonces acá tiene unas variaciones, unas particularidades hablar de educación propia, esa ley de origen y de derecho propio nos tienen que posibilitar, ir encontrando el camino pero algo muy importante que siempre nos han planteado es que a partir de que el contexto sea distinto.

Es importante resaltar, que la organización junto con la comunidad del resguardo indígena de Corinto Cauca son los que direccionan la educación de acuerdo con sus necesidades, su principal necesidad es prevalecer su identidad cultural con respecto a sus usos y costumbres, aspectos que han venido cambiando de pensar en los niños y jóvenes Nasas gracias a la modernidad, pues la música, la moda, los programas de televisión, entre otros aspectos van generando un nuevo pensar que no involucra los principio que rigen la comunidad indígena a nivel departamental liderado por el CRIC.

Hoy aquí en Corinto no se puede, uno, perder los principios de la organización y del movimiento indígena, entonces la dinámica de educación se mueve en los principios de la Unidad, la tierra, la cultura y la autonomía, esos son los principios generales del movimiento indígena, y siempre van a estar y eso no se discute, ni se negocia, como se *habla de partir desde el derecho propio y de la ley de origen, entonces se retoma todo el tema de la plataforma de lucha del movimiento indígena.*

Además se han ido postulando las características que debe tener un dinamizador comunitario, ¿Cómo debe ser un docente comunitario? Porque se venía de la realidad que muchos de los docentes en el territorio eran de otras partes de Popayán, del sur y a veces llegaban el día martes y el día jueves ya se estaban regresando a sus territorios entonces se tuvo una proyección sobre eso y se empieza a discutir un poco el séptimo punto de la plataforma de lucha del CRIC que habla de formar profesores indígenas bilingües para garantizar la pervivencia cultural de los Nasas, entonces se empieza a construir ese perfil, se construye el perfil de estudiante, el perfil de comunidad, ¿Qué comunidad se quiere? Y a partir de ello los docentes que van a estar en el territorio aparte de ser indígenas y ser de acá, deben de conocer la realidad del contexto, para a partir de allí hacer toda la parte de acompañamiento.

A partir de la necesidad antes planteada, la comunidad indígena Nasa ve la carencia de docentes indígenas en sus territorios, docentes que al igual que la comunidad también se rijan por los mandatos que como pueblos indígenas tienen, incluyendo sus principios, es decir, que toda la comunidad tanto indígena como educativa tengan un mismo propósito sea a largo o a corto plazo y que no vayan en contravía, pues se ha visto casos en los que docentes que no comparten los ideales del pueblo Nasa, laboran en los colegios de los indígenas y critican todos los procesos que desarrollan como comunidad indígena generando discordias y no permitiendo el proceso de pervivencia de la identidad cultural en los estudiantes.

Aquí en Corinto se le da un carácter muy particular al tema educativo, y es que aquí en Corinto la educación es concebida como el corazón y el motor del plan de vida Cxha Cxha Wala (Fuerza grande), entonces pensarse la educación como el corazón o motor del plan de vida Cxha Cxha Wala, primero es una responsabilidad política grande, tiene la tarea de todos los días pensarse no sólo el tema educativo, si no que pensarse las problemáticas territoriales, las problemáticas políticas, el tema administrativo, porque educación tiene el deber de orientar esos procesos, entonces pensar en la educación como el corazón o motor del plan de vida, pues implica hacer un ejercicio de reflexión en el contexto histórico que era lo que querían los mayores antes cuando empezaron a liberar la madre tierra y por eso aquí en Corinto se decide entrar en el proceso de la liberación de la madre tierra y Corinto es quizás uno de los únicos resguardos que está haciendo ese ejercicio y en cumplimiento de la plataforma de lucha del CRIC.

Como se ha venido planteando, la educación no sólo es ver las materias elementales, sino formar personas integrales que sientan amor por los procesos que se llevan a través de la historia, todas las luchas que han tenido como pueblos y como comunidad para su pervivencia y resistencia, pues lo que se pretende es que la educación para los indígenas logre generar nuevos jóvenes líderes que se preocupen por lo que sucede en sus territorios.

A partir del 2010 con la administración de la educación ley 2500, ese siempre hemos dicho que es un proceso transitorio que va a posibilitar a la gente y a los cabildos principalmente ir adquiriendo unas capacidades administrativas, unas capacidades pedagógicas, unas capacidades políticas para orientar todos los procesos de educación, entonces a partir del 2010 se decide entrar en ese ejercicio de administración por parte de las autoridades tradicionales certificadas y el camino que se debe hacer en ese

> *camino de administración es consolidar el sistema educativo indígena propio SEIP, ese es el primer ejercicio que parte, como a partir de la consolidación es ese ejercicio político, pedagógico y administrativo las comunidades van adquiriendo ese rol de autonomía que es un poco el ejercicio que se hace en todos los espacios*.

Es importante la preocupación que tiene la comunidad indígena de Corinto con respecto al direccionamiento que se le está dando a su educación, como se pone de manifiesto su educación debería ir direccionada por sus usos, costumbres y creencias, fomentando la supervivencia cultural de la comunidad indígena. Según Pilcue, el proceso de administración educativa es un proceso relativamente nuevo y que poco a poco consideran ir mejorando, esto por medio de frecuentes asambleas dentro de las comunidades para ir evaluando todos los procesos que administra el cabildo, en cuanto a la salud, la educación y el ámbito territorial, con el fin de tomar decisiones que beneficien a la comunidad y permitan mejorar en los aspectos administrativos.

> *La educación de las comunidades indígenas es un proceso permanente, integral, la educación orientada a la educación digna de los pueblos, por eso se dice que los jóvenes de las comunidades deben ser sensibilizados de acuerdo con las problemáticas que hay, que nuestros jóvenes no sean indiferentes a la realidad que hay en las comunidades y esas son las expectativas que tiene la gente de los jóvenes*. *La educación pensada para la resistencia y supervivencia cultural, es decir, debe servir para la libertad y la unidad, para que nosotros no sigamos dependiendo de las mismas políticas y ese ejercicio debe recoger a los pueblos indígenas en Colombia en unos mismos procesos que le apunten a la transformación de la política educativa aquí en Colombia, pero también deben apostarle a la construcción de país. Luego a partir del 2009 la secretaria de educación*

emite el decreto 0591 y ese decreto habla de la administración de la educación en los territorios indígenas, entonces se hace una caracterización y aquí en Corinto entran a ser instituciones administradas por territorio indígena Carrizales y Carmencita Cardona, cuando se inicio estaba también Las Guacas, pero allí hubieron unas problemáticas que no nos permitieron avanzar, por eso sólo se administra las instituciones de Carrizales y Carmencita Cardona, en este caso al administración se recoge en un ejercicio que desde el cabildo, de cómo se orienta y se empieza a pensar el tema de los dinamizadores que deben posibilitar el proceso y se empiezan a tomar unas decisiones a partir de ese ejercicio, por eso muchos docentes no fueron avalados en 2010, porque eran docentes que en vez de apoyar y fortalecer el proceso, lo que hacían era renegar del proceso, del cabildo y de toda la orientación política y pedagógica, a partir de eso el cabildo toma decisiones y como autoridad educativa se va posicionando y legitimando, entonces para el caso de la institución Carmencita Cardona se administran 15 sedes educativas, en la institución Carrizales se administran 14 sedes educativas, para un total de 29 sedes dentro del territorio indígena (de Corinto Cauca). Lo que se busca con la administración en las comunidades indígenas no es concebido como se plantea en la ley o norma que debe ser la atención del servicio de educación, si no que para comunidades indígenas hemos planteado la educación como un derecho fundamental y eso implica que así vayan 7 niños a algunas de nuestras sedes a ellos se les debe garantizar la educación.

En las instituciones educativas se ha concebido que los docentes no son los únicos que educan, sino que primero desde las comunidades, la familia es concebida como el primer espacio de formación y ya en las instituciones y con los docentes se hace es un proceso de acompañamiento, de retro alimentación, de reforzar los conocimientos que ellos ya

> *traen, entonces ya es una forma distinta de pensarse y concebirse el tema educativo, de igual no solo en la escuela se educa, sino también en las asambleas comunitarias, las reuniones, las mingas, en las marchas, todos esos procesos educativos dentro del proyecto educativo comunitario del plan de vida, además educan los mayores, educan las autoridades, educan los mismos niños, educa la naturaleza y sobre eso es que se han hecho unas transformaciones significativas en materia educativa y en todo ese proceso nos acompañan los mayores y los sabios espirituales.*

La educación desde lo que plantean las comunidades indígenas es formar estudiantes indígenas de forma integral, que aprendan las materias básicas español, matemáticas y demás, pero también se sensibilicen de todo aquello que afecta a su comunidad y se proyecten formas de solución y cómo se pueden volver esas problemáticas en fortalezas para la comunidad, pues a través de la historia se conoce las luchas que los pueblos indígenas han tenido para que el estado los proteja en cuanto a la autonomía, salud y la educación.

> *Otro aspecto es que en las instituciones educativas Carrizales y Carmencita es que en estos últimos 6 años, hablando solo del ejercicio que hemos venido haciendo de administración han salido egresados un promedio de 300 egresados de las instituciones educativas, pero la pregunta es ¿Qué están haciendo esos Nasas que se están graduando de nuestras instituciones? Revisando eso, encontramos que muchos de nuestros estudiantes egresados se insertaban a los grupos armado, ya sea legal e ilegal, otros se vinculaban con el narcotráfico en los laboratorios y demás, y un muy reducido número tenía la posibilidad de que el cabildo los acompañara, los orientara y esos son los estudiantes que han ingresado a las universidades, son alrededor de 60 de los 300, quizás unos porque tengan más condiciones, más posibilidades, otros porque les gusta*

entonces se han esforzado por estudiar, pero ese es el dato que en la actualidad podemos encontrar, de que solo 60 han ingresado a las universidades y se han sostenido, porque han ingresado muchos pero resulta que como muchos decían el Nasa no es acostumbrado a permanecer en la ciudad entonces hasta los carros lo asustan y terminan retornando al territorio dejando el estudio botado, pero se han capacitado en las diferentes áreas de salud, administrativas y ellos son los que han venido asumiendo esa responsabilidad que hay dentro del cabildo.

Por ello, el proceso de educación sigue avanzando para aumentar las cifras de estudiantes universitarios indígenas, pues se tiene en cuenta que el resguardo de Corinto Cauca va incrementando día a día y lo que se prevé es que en un futuro se necesite muchos universitarios que sean los que lideren los procesos administrativos, organizativos y territoriales del resguardo.

Ahora la escolaridad de todos los indígenas Nasa de Corinto, primero es importante decir que somos en el listado censal una población de más o menos 13 mil indígenas Nasa censados en el cabildo, bueno y hay censados unos que no son indígenas, pero que se consideran indígenas. Bueno en ese censo indígena en la actualidad el 60% son jóvenes y el 40 % están en edades de los 40 años en adelante, resulta que mirando un poco la población adulta presenta un nivel de escolaridad muy bajo, en el caso de los mayores hay muchos que decían que sólo estudiaban hasta segundo o tercero y los que más estudiaban hasta quinto, se encuentra población de 46 años que estudiaron hasta quinto y ellos dan la explicación de que los padres no los mandaban a la escuela, por toda la dinámica que había de educación de que a los indígenas los maltrataban, entonces por eso muchos indígenas decidieron no estudiar, no porque fueran brutos, como decían antes, además se ve a la escuela como un sitio donde se le iba ir *colonizando la mente, con el tema del Nasa yuwe, por eso decidían no mandar a sus hijos a las escuelas; la población juvenil, de esa población encontramos que el 90% ha estudiado y está estudiando, pero en su mayoría se han quedado sólo en el bachillerato, entonces muchos de esos jóvenes se han quedado en sus comunidades, incluyéndose a los procesos organizativos, otros están en el cabildo, en la guardia, unos porque no les gusta el estudio, porque eso es lo que uno escucha de los jóvenes, que no les gusta el estudio porque vienen en otra lógica de estar más con la gente, con la comunidad, entonces ven la posibilidad de estar más con la comunidad, además unos han ido concibiendo el tema de la familia, de los hogares, entonces hay muchos jóvenes que a temprana edad han conformado hogares y con ello, ellos han dicho aquí se nos cerró la posibilidad de seguirnos formando y se han dedicado a su hogar y ya los pocos que han ido a las universidades son los que han tenido la posibilidad, algo que hay que resaltar, es que los Nasas que se han ido preparando, han sido muy insistentes y persistentes, entonces hoy tenemos Nasas profesionales en casi todas las especialidades, hoy tenemos indígenas de aquí de Corinto en espacios regionales, en espacios zonales, acompañando y orientando, el tema educativo se ha ido apropiando de alguna manera que no ha sido en una totalidad pero se han ido evidenciando resultados, y esos resultados son que uno ve a esos jóvenes encabezando hoy están al frente del proceso y la organización aquí en Corinto, y un espejo que uno puede mirar es que acá en el cabildo la mayoría somos jóvenes, los que están al frente del proceso son jóvenes que se han ido formando, otros que están en ese proceso, pero es algo muy positivo de resaltar, hoy no es el mismo cabildo de hace unos 10 o 15 años atrás, donde eran los mayores los que estaban allí al frente, hoy eso es una ganancia y así lo ven los mayores, porque antes en el cabildo no se* *veía un joven todo eran los mayores, porque a los jóvenes no les gustaba el cabildo* (2017).

Resulta evidente que en la comunidad Nasa objeto de este estudio, hay una tendencia al analfabetismo, porque sus centros educativos eran en idioma español, esto conllevó al abandono de sus estudios de forma inconclusa y además a dejar a un lado su lengua natal, lo cual se ha visto favorecido por aprender a trabajar la tierra y la crianza de animales, razón por la cual la lengua materna "Nasa Yuwe" ha sido abandonada porque para los no indígenas se consideraba como malo o diabólico y castigaban a quienes se negaran a aprender el español, ahora con toda la lucha que se genera en las instituciones educativas administradas por el cabildo, se encuentra que los mismo jóvenes tienen mucho interés por aprender la lengua materna y surge la inquietud de ¿porque antes no enseñaban la legua así como aprendieron a hablar en español? Y se encuentran con que se les enseño tanto a sus padres y abuelos que ese dialecto ya no servía que ahora el único que necesitarían era el español y por eso lo dejaron de enseñar y practicar, siendo muy pocas las personar que aún lo saben a hablar y escribir.

4.2. EL CHUMBE EN EL SENTIDO CULTURAL

Figura 19. Chumbe de los indígenas Nasa. Recuperado de http://jacobnasa.blogspot.com.co/

En esta parte se va a abordar a profundidad el significado, uso y materiales del chumbe, además se describirá el significado de las cuatro figuras tradicionales a las que se les hará el análisis geométrico. Para dar pasó, se da respuesta a la siguiente pregunta:

¿Qué significa y simboliza el tejido del chumbe en la comunidad indígena Nasa?

Según Marcos Yule y Carmen Vitonás comuneros del resguardo indígena de Toribio Cauca, "*el Taw "chumbe" Nasa es una faja, cinta larga grabadas con varias imágenes o símbolos, coloreados y separadas por marcos, secciones, que espiritualmente lo relacionan con el arco iris, de cuyas imágenes o símbolos la mujer tejedora y autoridades espirituales hacen lectura, e interpretan el origen del mundo, de la vida, de los seres de la naturaleza y de los espíritus; así nuestros ancestros orientaban sobre la conducta, nuestros comportamientos, allí aparecen las imágenes que hablan de la historia y lucha de resistencia de nuestros caciques. Hoy de igual manera representan figuras nuevas como el carro, la guitarra, la iglesia; algunas tejedoras escriben palabras en Nasa yuwe basado en el alfabeto Nasa y también el español*" (2014, p. 18).

Este tejido tiene diferentes medidas, "*el chumbe como faja larga las medidas son de 2mts. 90cms a 3.00mts y 5cms a 7cms de ancho* (2,90 mts a 3 mts de largo por 5cm a 7 cm de ancho) *… Hay chumbes cortos de 1mt 10cms a 1mt 15cms de largo y 3cms, 4cms, 5cms punto 5 y 7cms de ancho*" (Yule y Vitonás, 2014, p. 18).

Además según Yule y Vitonás, la utilidad del chumbe depende del tamaño, por ejemplo si el chumbe es largo:

> *Son utilizados para fajar, chumbar niño, niñas recién nacidos para que crezcan bien erguidos, derechos; para hacer hamacas y cargarlos a niños recién nacidos en la espalda, pero espiritualmente es para que estén protegidos del compañero arco iris, es la manera de mantener la memoria de su origen según el mito del Yu' Luucx que relata que surgimos de la tierra, en medio de avalanchas fajados el cuerpo con un chumbe que es el mismo arco iris* (2014, p. 18).

El chumbe tiene diversas utilidades, pero en Corinto principalmente se usa para chumbar a los bebes recién nacidos, esto se hace juntando las piernas del bebe y envolverlo con el chumbe desde los pies e ir subiendo por sus piernas hasta la altura del ombligo, esto se hace con la concepción de que nos niños no queden garetos (con las entre piernas abiertos) además de que sean bien erguidos.

CON RESPECTO A LOS COLORES: cada color tiene un significado dentro de la cultura Nasa y este cambia de acuerdo con otras culturas. En la cultura indígena Nasa, los colores cobraron sentido cuando detectaron su variedad en la naturaleza y específicamente en el arco iris, según Marino Yucue para los indígenas Nasa el significado de cada color es:

***Rojo**: hace referencia a la sangre derramada por sus ancestros que han dado su vida en las luchas y guerras para su supervivencia, lucha y resistencia. También significa fuerza.*

***Amarillo**: significa el oro, es decir la potencia, desarrollo y autoridad, también representa el sol.*

***Verde**: el verde se refiere a la naturaleza.*

***Azul**: significa fortaleza, pureza, habilidad, desarrollo intelectual, también representa el agua*

***Blanco**: significa bienaventuranza, limpieza y pulcritud.*

***Negro**: se relaciona con el sucio y la maldad. También se relaciona con la tierra.* (2016)

MATERIALES Y TELAR: Según Yule & Vitonás dicen para el tejido del chumbe se utiliza el hilo de algodón teñido de diversos colores, la lana de ovejo en ocasiones para hacer chumbes para cargar leña y bultos; se hacen macanas para entretejer, el telar se sostiene de unas varas para sostener el hilado. Para trabar los colores se utilizan varas cortas y delgadas.

Figura 20. Telares. Ambos telares son artesanales hechos por las indígenas artesanas de Corinto Cauca.

4.5. SIGNIFICADO DE LAS FIGURAS TRADICIONALES

En esta sección se hace un acercamiento al significado cultural de cada una de las figuras tradicionales del chumbe de los indígenas Nasa que se estudiaron, es decir, la actividad descriptiva de Barton (1996). Para hacer la descripción de los significados de las figuras, se utilizó los significados que expone Yule & Vitonás (2014) en su libro "TAW NASA: Chumbe Nasa". A continuación se muestran las cuatro figuras investigadas, estas son:

FIGURAS TRADICONALES DEL TEJIDO DEL CHUMBE	
 Figura tradicional I "UHZA YAFX" Ojo de Arco	 Figura tradicional II "MEZUK" Arco del Sol
 Figura tradicional III "SEK A'TE TXIWE PKHAKHEN FXI'ZNXI NWE'SXNAWDXIH" La convivencia en unidad como hermanos con el sol, la tierra y la luna	 Figura tradicional IV "WE'PE Ï'KH JU'GWE'SX FXI'ZNXI YATH WALA PKHAKHEÇX YU'TXWE'WNXI" La laguna es la casa grande para el conversatorio de las espíritus mayores

4.5.1. UHZA YAFX "Ojo de arco"

Figura 21. Figura tradicional del chumbe Nasa "UHZA YAFX". Yule, M. & Vitonás, C. (2014). Taw Nasa: *Chumbe Nasa.* Cali: Cabildo indígena de Toribio y Asociación proyecto Nasa.

Según Yule y Vitonás:

> *Se le dice ojo del arco porque tiene la figura de rombo con los siete colores del arco iris y además, es una de las figuras que están decoradas por dentro de las tumbas de tierras donde guardaban todas las propiedades hechas por los caciques y allí guardaba el cuerpo del cacique. Es como el rincón de la visión.*
>
> *Es una figura en forma de rombo con rayas encima, hacia arriba en forma de un rectángulo con un cuadro al lado derecho y al izquierdo, hacia abajo otro en forma de rombo con seis figuras redondas* (2014, p. 59).

La figura tradicional proviene de las tumbas que hacían los caciques en la antigüedad para que los colonizadores no se llevaran sus riquezas y hacían cierto trabajos para que el oro se les escondiera, figuras que quizás en aquella época para los caciques tuvieron otro tipo de significado, pero que se rescataron y se les dio su significado cultural Nasa.

4.5.2. MEZUK "Arco del sol"

Figura 22. Figura tradicional del chumbe Nasa "MEZUK". Yule, M. & Vitonás, C. (2014). Taw Nasa: *Chumbe Nasa*. Cali: Cabildo indígena de Toribio y Asociación proyecto Nasa.

Para los indígenas Nasa, según Yule & Vitonas:

El arco del sol, a veces se dice sol o luna eclipsada. El sol calienta fuerte cuando esta con un genio y si en el mismo momento llueve su calor es picante y penetra a las personas, plantas, animales, etc. Transmitiendo enfermedades y virus. El sol pringa a determinadas horas del día y tiene que ver con el tiempo o épocas así. Al mirar eso le pringa y le deja manchas en la cara quedando como el rastro transmitiendo energía a nosotros, hay momentos que llueve y a la vez calienta y el sol está rodeado de arco iris con unas figuras de colores amarillo, rojo y azul, es el arco con estos colores que están formando el MEZ UUK "cola de muertos". El MEZ UK transmite enfermedades no tanto es mancha sino que el virus suelta enfermedades eso causa daño a las plantas, producen algas buenas y malas, los mayores decían MEZ UK YUJA ÜHTME "viene el sol eclipsado, no se moje" así lo regañaban y no los dejaban salir de la casa. Se lo concibe también como el virus universal (2014, p. 38).

La figura tradicional hace referencia a las vivencias que tuvieron los antepasados, es importante resaltar que la generalidad que se da surge porque le había pasado a muchos de los comuneros indígenas al no obedecer a los mayores, cuando se les daba una orden precisa.

4.5.3. SEK A'TE TXIWE PKHAKHEN FXI'ZNXI NWE'SXNAWDXIH "La convivencia en unidad como hermanos con el sol, la tierra y la luna"

Figura 23. Figura tradicional del chumbe Nasa "SEK A'TE TXIWE PKHAKHEN FXI'ZNXI NWE'SXNAWDXIH". Yule, M. & Vitonás, C. (2014). Taw Nasa: *Chumbe Nasa.* Cali: Cabildo indígena de Toribio y Asociación proyecto Nasa.

Yule & Vitonas:

> *Esta figura del chumbe es como* ***UHZA YAFX "el ojo de rata"****, pero si ponemos cuidado, es la herramienta de los antepasados, la manera de vivir los antiguos en el tiempo de antes, es la escritura y la forma de leer de ellos. Ellos sabían cómo vivir con los espíritus y a los abuelos les protegían mucho, porque ellos los cuidaban. Todos se reunían para cuidar a la luna, al sol, a las estrellas; si nosotros les colocáramos buen sentido pues ellos nos cuidan y ayudan y colaboran en verdad como hermanos en unidad, pues nosotros estamos en una generación nueva y en transformación continua…* (2014, p. 247).

A través de la historia de estos indígenas Nasa, se evidencia que ellos siempre han estado en constante comunicación con los espíritus de la naturaleza, pues son estos de quienes toman apoyo para realizar sus rituales y con ellos abrir camino para que sus proyectos salgan bien, para refrescar su espíritu y sacar de cada uno de los comuneros que participan en estos rituales la malas energías y actitudes que nos los dejan progresar como líder y persona en la comunidad.

4.5.4. WE'PE Ï'KH JU'GWE'SX FXI'ZNXI YATH WALA PKHAKHEÇX YU'TXWE'WNXI "La laguna es la casa grande para el conversatorio de los espiritus mayores"

Figura 24. Figura tradicional del chumbe Nasa "WE'PE Ï'KH JU'GWE'SX FXI'ZNXI YATH WALA PKHAKHEÇX YU'TXWE'WNXI". Yule, M. & Vitonás, C. (2014). Taw Nasa: *Chumbe Nasa*. Cali: Cabildo indígena de Toribio y Asociación proyecto Nasa.

Para Yule & Vitonas:

A manera de imitación es que encontramos dibujando o escrito en el chumbe. Le decimos que es el relato de la gran casa de los espíritus del páramo; en este lugar viven aquellos espíritus de los mayores que hace mucho tiempo nuestros abuelos buscaban y se contactaban para autocorregirse.

Los hijos de ahora están olvidado todas las costumbres, hay muchos espíritus que nos rodean, pero ya no estamos respetando, por ejemplo allí está el alcalde de dios el abuelo grande, la gran abuela, puede que sea nuestra madre o las tías.

En tiempos pasados durante muchos siglos existieron los caciques en todo el mundo; de la misma manera hay espíritus en los páramos, ahuecadas, en cada uno de los sitios, pero resaltamos los espíritus que habitan en las lagunas, también en el volcán y en los charcos, hay espíritus más en los páramos. Los únicos autorizados para estar en contacto con los espíritus son los mayores, estos les sirven para ayudar, enseñar, guiar dependiendo del don que tenga, por ejemplo si tiene el don para ser gobernador los *mayores daban buen uso; ellos actúan siempre y cuando armonicen pensando en ese poder que tenía la persona, el mayor lo hacía con las indicaciones que den los espíritus, por eso había que pulirlos para ver si tenía buenas proyecciones. También tenía en cuenta lo que avisaba el sueño o la visión, dependiendo de eso se hacia el trabajo encomendado a sus espíritus, para que ellos sean los que guíen cuando está desempeñando su labor social, esto sin diferenciación de género.*

Hoy la esperanza está en nuestros hijos, debido a que no tenemos conciencia porque se están olvidando todas estas costumbres, al parecer están cerrados o vendados los ojos, sencillamente no tienen corazón. Se piensa que ellos, los espíritus, son los que deben ayudarnos, a través de los dones que los mayores o los caciques les den a cada uno de ellos con la adoración al sol, la luna, las estrellas, la luz, al agua y con esto sean repontencializados, porque también existe el espíritu negativo (2014, p. 243).

Las comunidades indígenas siempre se han ayudado de los rituales de armonización en los sitios sagrados tales como lagunas, páramos, ríos y otros, esto para que las energías negativas salgan y puedan ser buenos gobernantes y líderes, se hace por medio de un mayor que lidera los rituales en los sitios sagrados, es importante que las personas que hacen este tipo de trabajos tengan respeto por las creencias, pues no tener respeto por las creencias ni por los sitios sagrados pueden generar inconvenientes, ya que muchas personas se han muerto perdidas en estos sitios porque no hacen un buen trabajo y se dice que la laguna o páramo no los deja salir y los hace perder por sus montañas.

CAPITULO V: ANÁLISIS GEOMÉTRICO.

En este capitulo se hace el análisis de las nociones geométricas presentes en los tejidos de los chumbes de los indigenas Nasa de Corinto Cauca. Para realizarlo se han tomado IV figuras tradicionales de dichos tejidos, tambien se tuvo ayuda de las observaciones, entrevistas y demás, para hacer el análisis. Dentro del analisis de cada figura tradicional, primero se hace una representación de la figura tradicional, posterior a ello se hace la decostrucción de acuerdo con la forma en la que se va desarrollando la figura tradicional evidenciando el proceso de construcción, que revela el patron figural que corresponde al minimo trazo que se necesita para compeltar la figura tradicional por medio de transformaciones geométricas y finaliza con la perspectiva de construcción en donde se revelan las nociones geométricas de cada figura tracional, haciendo uso de representaciones, tales representaciones graficas que allí se presentan son representaciones realizadas por la autora en el programa de geometría dinámica Geogebra, en esta parte de encuentra la gráfica que representa la noción geométrica, acompañado de la representación simbólica.

5.1. FIGURA TRADICIONAL I “UHZA YAFX”

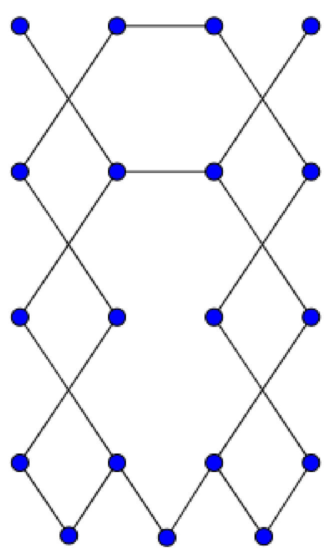
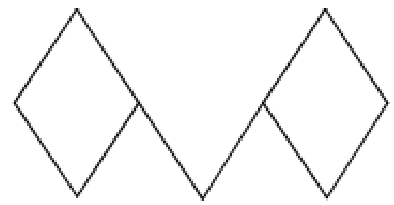
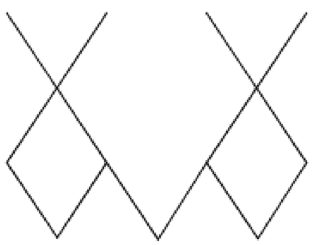
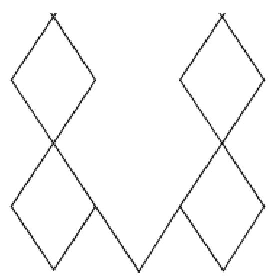
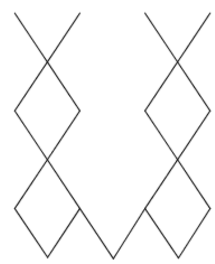
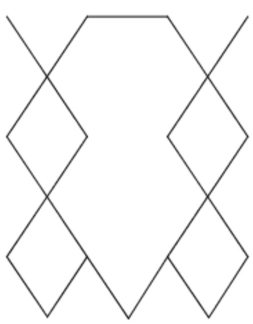
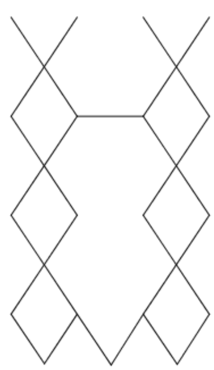
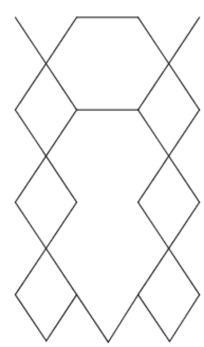


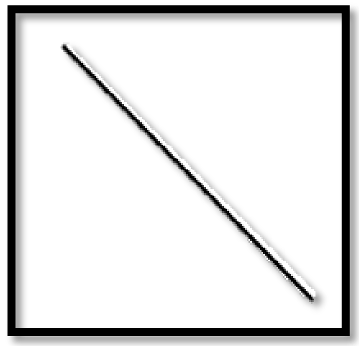
Figura 25. Representación en Geogebra de la figura tradicional “UHZA YAFX” del chumbe Nasa, realizada por la autora.

Deconstrucción de la figura tradicional **“UHZA YAFX”**

A continuación se presenta la deconstrucción figural de la figura tradicional, que corresponde a la recreación del paso a paso de cómo se teje la figura tradicional, considerando que la construcción de esta figura es de forma vertical, comenzando de abajo hacia arriba.

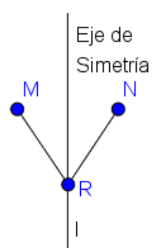
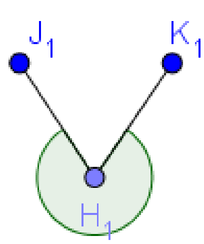
 Paso 1	 Paso 2	 Paso 3
 Paso 4	 Paso 5	 Paso 6
 Paso 7	 Paso 8	 Paso 9

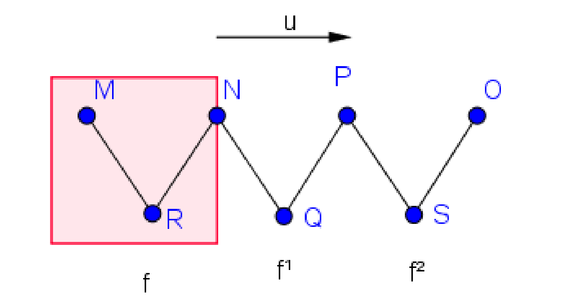
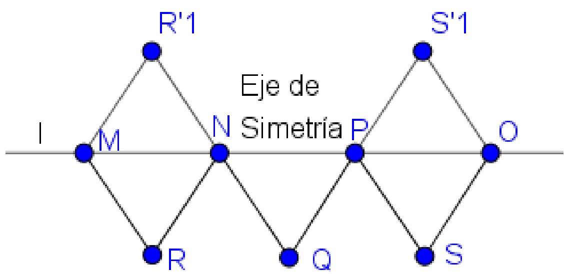
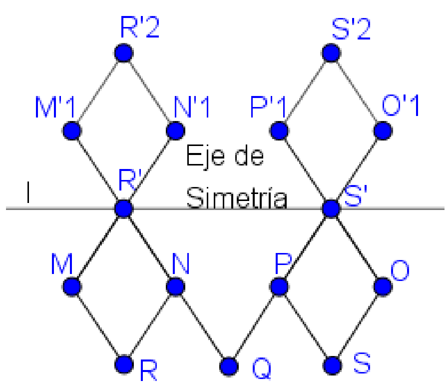
A partir de la deconstrucción de la figura tradicional se obtiene el patrón figural.

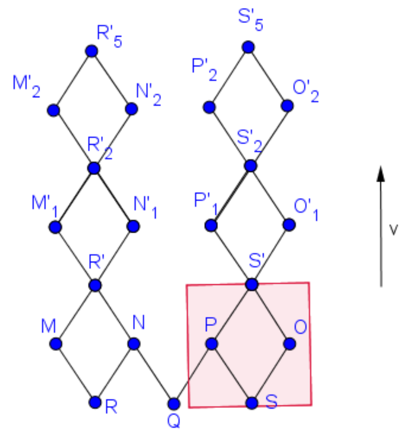


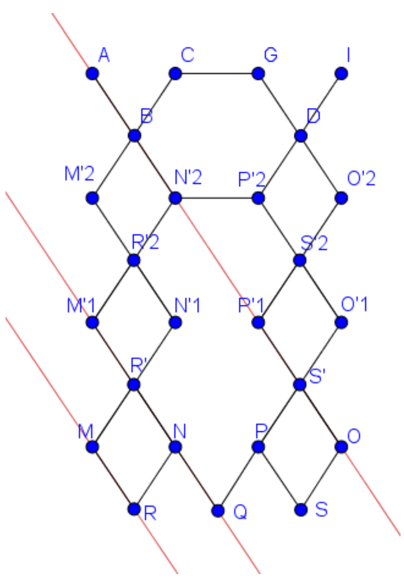
Perspectivas de construcción

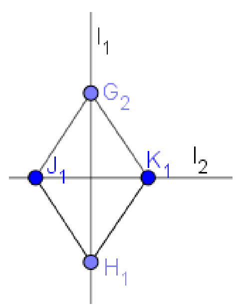
La perspectiva de construcción se realiza observando el paso a paso de la deconstrucción de la figura tradicional, es allí donde salen a la luz las nociones geométricas de la figura tradicional, se toman partes de la figura para ir describiendo las nociones geométricas en el lenguaje simbólico.

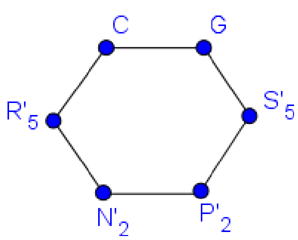
Representación gráfica	Representación simbólica
	SIMETRIA Se presenta simetría axial de la figura de acuerdo con el eje de simetría (l). $Rf(\overline{MR}, l) = \overline{RN}$, luego $m(\overline{MR}) = m(\overline{RN})$ $R \in l$
	ROTACIÓN Tomando como posición inicial $\overline{J_1H_1}$, se puede hacer rotación del mismo con centro de rotación el punto llamado H_1, de la siguiente forma: $R(\overline{J_1H_1}), (H_1, 270° < \theta < 360°) = \overline{H_1K_1}$

	TRASLACIÓN Se presenta traslación horizontal de la figura de acuerdo con el vector $\vec{u}$. $T(f,\vec{u}) = f^1, luego\ T(f^1,\vec{u}) = f^2$
	SIMETRIA Se presenta simetría axial de la figura de acuerdo con el eje de simetría (l). $Rf(\overline{MR}, l) = \overline{MR'_1}, luego$ $m(\overline{MR}) = m(\overline{MR'_1})$ $Rf(\overline{RN}, l) = \overline{R'_1N}, luego$ $m(\overline{RN}) = m(\overline{R'_1N})$ $Rf(\overline{PS}, l) = \overline{PS'_1}, \quad luego$ $m(\overline{PS}) = m(\overline{PS'_1})$ $Rf(\overline{SO}, l) = \overline{OS'_1}, luego$ $m(\overline{SO}) = m(\overline{OS'_1})$ Entonces $M, N, P\ y\ O\ \in l$.
	SIMETRIA Se presenta simetría axial de la figura de acuerdo con el eje de simetría (l). $Rf(\overline{MR}, l) = \overline{M'_1R'_2}, luego$ $m(\overline{MR}) = m(\overline{M'_1R'_2})$ $Rf(\overline{RN}, l) = (\overline{R'_2N'_1}), luego$ $m(\overline{RN}) = m(\overline{R'_2N'_1})$ $Rf(\overline{PS}, l) = \overline{P'_1S'_2}, luego$ $m(\overline{PS}) = m(\overline{P'_1S'_2})$ $Rf(\overline{SO}, l) = \overline{O'_1S'_2}, luego$ $m(\overline{SO}) = m(\overline{O'_1S'_2})$ Y así sucesivamente con los segmentos $\overline{MR'}, \overline{NR'}, \overline{PS'}\ y\ \overline{S'O}$. Luego $R'y\ S' \in l$.

<table>
<tr>
<td>


</td>
<td>
TRASLACIÓN
Se presenta traslación vertical de la figura encerrada en el cuadro rojo de acuerdo con el vector $\vec{v}$. Si
$$f = SOS'P$$
$$f' = S'O'_1S'_2P'_1$$
$$f'' = S'_2O'_2S'_5P'_2$$
Entonces
$$T(f), (\vec{v}) = f',$$
$$T(f'), (\vec{v}) = f''$$
Análogamente con la figura al lado izquierdo.
</td>
</tr>
<tr>
<td>


</td>
<td>
PARALELISMO
los segmentos rosados son paralelos entre sí, entonces:
$$\overline{MR}||\overline{QM'_1}$$
$$\overline{QM'_1}||\overline{PS}$$
$$\overline{PS}||\overline{P'_1O}$$
$$\overline{M'_2N'_1}||\overline{QM'_1}$$
$$\overline{M'_2N'_1}||\overline{AN'_2}$$
Por transitividad, se tiene que $\overline{MR}||\overline{P'_1O}$
Y así, sucesivamente con el resto de los segmentos que componen la figura, todos los segmentos que lo componen van a ser paralelos y no sólo los segmentos de izquierda a derecha, sino también los segmentos de derecha a izquierda. De igual forma los segmentos $\overline{CG}||\overline{N'_2P'_2}$ son paralelos.
</td>
</tr>
<tr>
<td>


</td>
<td>
ROMBO
Llamemos al eje vertical l_1 y al eje horizontal l_2
Veíamos que:
$$Rf(\overline{J_1H_1}), (l_1) = \overline{H_1K_1}, luego\ m(\overline{J_1H_1}) = m(\overline{H_1K_1})$$
$$Rf(\overline{J_1H_1}), (l_2) = \overline{J_1G_2}, luego\ m(\overline{J_1H_1}) = m(\overline{J_1G_2})$$
$$Rf(\overline{K_1H_1}), (l_2) = \overline{K_1G_2}, luego$$
$$m(\overline{K_1H_1}) = m(\overline{K_1G_2})$$
Luego $m(\overline{J_1H_1}) = m(\overline{H_1K_1}) = m(\overline{J_1G_2}) = m(\overline{K_1G_2})$
$$y\ \ l_1 \perp l_2$$
</td>
</tr>
<tr>
<td>


</td>
<td>
HEXÁGONO
Es un polígono de 6 lados por ello toma el nombre de hexágono, se sabe que los segmentos
$\overline{CR'_5} \cong \overline{R'_5N'_2} \cong \overline{P'_2S'_5} \cong \overline{S'_5G}$ Pero $\overline{CR'_5} \neq \overline{CG}$ y $\overline{CG} = \overline{N'_2P'_2}$. Por lo tanto el hexágono es irregular.
</td>
</tr>
</table>

5.2. FIGURA TRADICIONAL II “MEZUK”

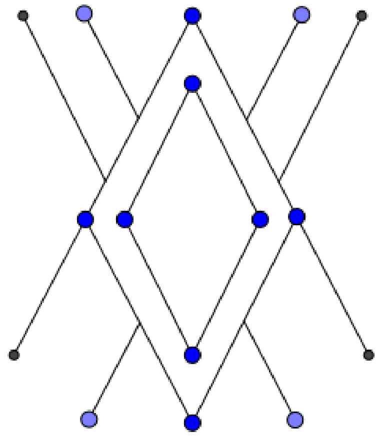
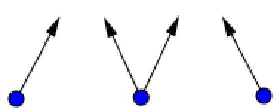
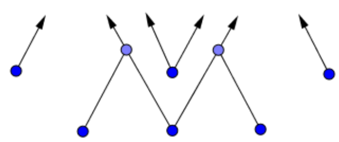
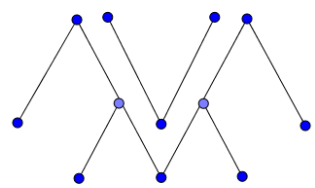
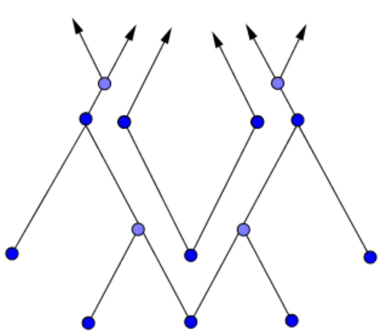
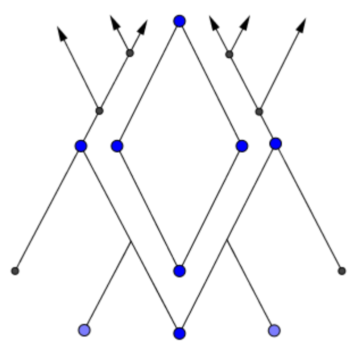
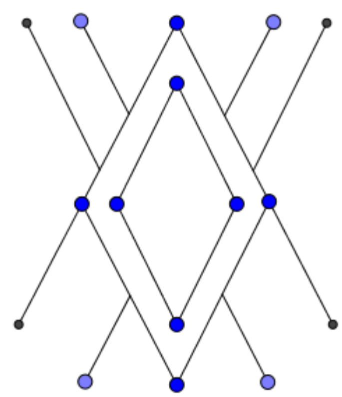


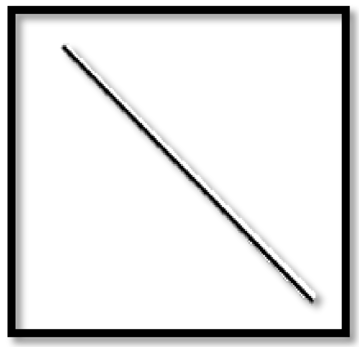
Figura 26. Representación en Geogebra de la figura tradicional “MEZUK” del chumbe Nasa, realizada por la autora.

Deconstrucción de la figura tradicional **“MEZUK”**

A continuación se presenta la deconstrucción figural de la figura tradicional, que corresponde a la recreación del paso a paso de cómo se teje la figura tradicional, considerando que la construcción de esta figura es de forma vertical, comenzando de abajo hacia arriba.

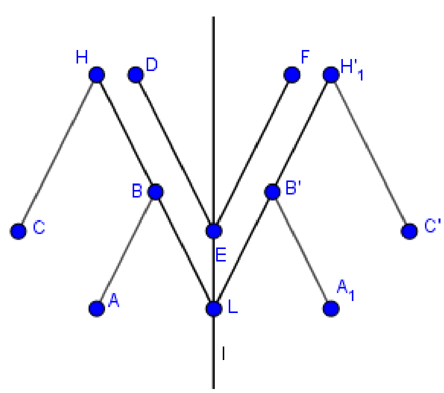
 Paso 1	 Paso 2	 Paso 3
 Paso 4	 Paso 5	 Paso 6

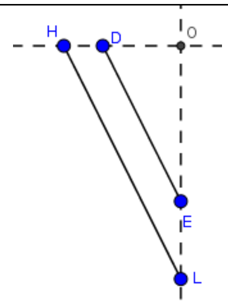
A partir de la deconstrucción de la figura tradicional se obtiene el patrón figural. Este patrón figural resulta diferente al de la figura tradicional anterior, pues en este caso el patrón figural cambia su medida y no es constante.



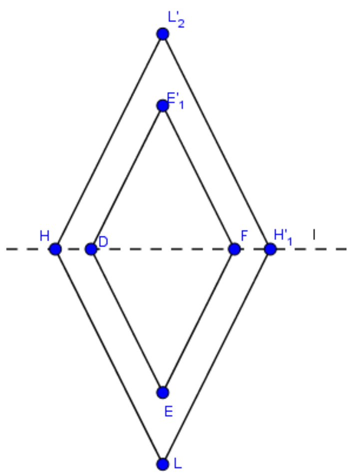
Perspectivas de construcción

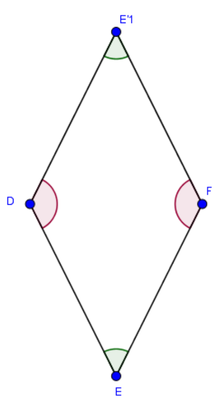
La perspectiva de construcción se realiza observando el paso a paso de la deconstrucción de la figura tradicional, es allí donde salen a la luz las nociones geométricas de la figura tradicional, se toman partes de la figura para ir describiendo las nociones geométricas en el lenguaje simbólico.

Representación gráfica	Representación simbólica
	SIMETRIA Se presenta simetría axial de la figura de acuerdo con el eje de simetría (l). $Rf(\overline{CH},l) = \overline{H'_1C'}$, $luego$ $m(\overline{CH}) = m(\overline{H'_1C'})$ $Rf(\overline{AB},l) = (\overline{B'A_1})$, $luego$ $m(\overline{AB}) = m(\overline{B'A_1})$ $Rf(\overline{HL},l) = \overline{H'_1L}, luego\ m(\overline{HL}) = m(\overline{H'_1L})$ $Rf(\overline{DE},l) = \overline{FE}, luego\ m(\overline{DE}) = (\overline{FE})$ Entonces $E, L \in l$

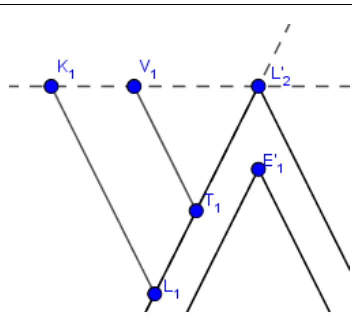
<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>HOMOTECIA

En esta figura se puede asumir homotecia con constante K<1, con centro de homotecia el punto llamado O.

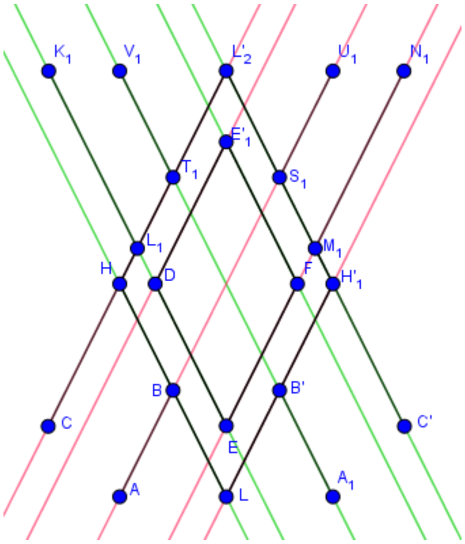
$$H(\overline{HL})(K<1,O)=\overline{DE}, luego\ \overline{DE}||\overline{HL}$$</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>SIMETRIA
Se presenta simetría axial de la figura de acuerdo con el eje de simetría (l).

$$Rf(\overline{HL},l)=\overline{L'_2H}, luego\ m(\overline{HL})=m(\overline{L'_2H})$$ $$Rf(\overline{H'_1L},l)=\overline{L'_2H'_1}, luego\ m(\overline{H'_1L})=m(\overline{L'_2H'_1})$$ $$Rf(\overline{DE},l)=\overline{DE'_1}, luego\ m(\overline{DE})=m(\overline{DE'_1})$$ $$Rf(\overline{EF},l)=\overline{E'_1F}, luego\ m(\overline{EF})=m(\overline{E'_1F})$$ Entonces H, D, F y $H'_1 \in l$</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>ROTACIÓN

Tomando como posición inicial el $\overline{FE}$, se puede hacer rotación del mismo con centro de rotación el punto llamado E, de la siguiente forma:

$$R(\overline{FE}),(E,40°<\theta<60°)=\overline{ED}$$ $$R(\overline{ED}),(D,120°<\theta<130°)=\overline{E'1D}$$ $$R\left(\overline{E'1D}\right),(E'1,40°<\theta<60°)=\overline{E'1F}$$</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>HOMOTECIA

En esta figura se puede asumir homotecia de acuerdo con una constante K<1, con centro de homotecia el punto llamado L'_2.
$$H(\overline{K_1L_1})(K<1,\ L'_2)=\overline{V_1T_1}$$</td>
</tr>
</table>



PARALELISMO

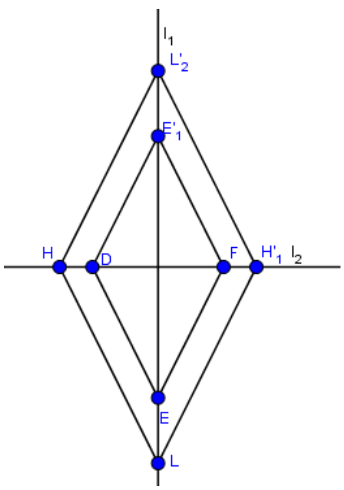
Se puede decir que todos los segmentos verdes son paralelos, al igual que los rosados son paralelos, es decir:

$$\overline{K_1L_1}||\overline{V_1T_1}$$
$$\overline{K_1L_1}||\overline{L'_2H'_1}$$
$$\overline{K_1L_1}||\overline{HL}$$
$$\overline{K_1L_1}||\overline{E'_1F}$$

Por tanto $\overline{K_1L_1}||\overline{L'_2H'_1}\ ||\overline{V_1T_1}||\overline{HL}\ ||\overline{E'_1F}$

$$\overline{U_1S_1}||\overline{N_1M_1}$$
$$\overline{U_1S_1}||\overline{L'_2H}$$
$$\overline{U_1S_1}||\overline{H'_1L}$$
$$\overline{U_1S_1}||\overline{E'_1D}$$

Por tanto $\overline{U_1S_1}||\overline{N_1M_1}||\overline{L'_2H}||\overline{H'_1L}||\overline{E'_1D}$



ROMBO

Llamemos al eje vertical l_1 y al eje horizontal l_2

Vemos que:

$$Rf(\overline{DE}),(l_1) = \overline{EF}, luego\ m(\overline{DE}) = m(\overline{EF})$$
$$Rf(\overline{DE}),(l_2) = \overline{DE'_1}, luego\ m(\overline{DE}) = m(\overline{DE'_1})$$
$$Rf(\overline{EF}),(l_2) = \overline{E'_1F}, luego\ m(\overline{EF}) = m(\overline{E'_1F})$$

Luego,

$m(\overline{DE}) = m(\overline{EF}) = m(\overline{E'_1F}) = m(\overline{DE'_1})$

$$y\ l_1 \perp l_2$$

Como sabemos que $\overline{DE}||\overline{HL}$, $\overline{FE}||\overline{H'_1L}$, entonces la figura $HLH'_1L'_2$ también es un rombo.

5.3. FIGURA TRADICIONAL III "SEK A'TE TXIWE PKHAKHEN FXI'ZNXI NWE'SXNAWDXIH"

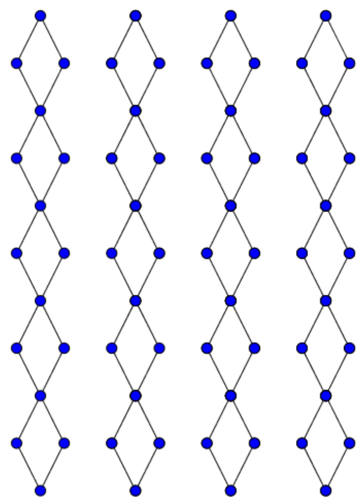
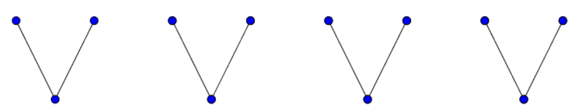
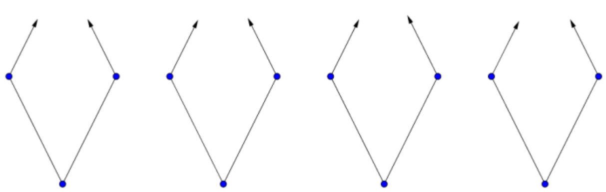
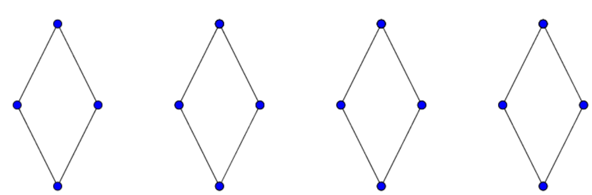
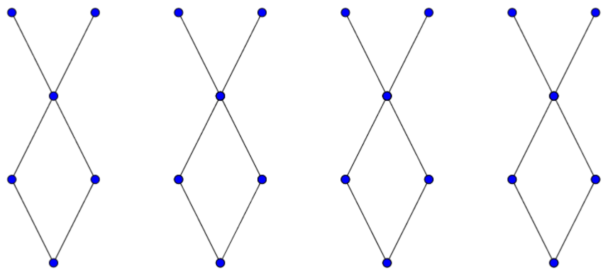


Figura 27. Representación en Geogebra de la figura tradicional "SEK A'TE TXIWE PKHAKHEN FXI'ZNXI NWE'SXNAWDXIH" del chumbe Nasa, realizada por la autora.

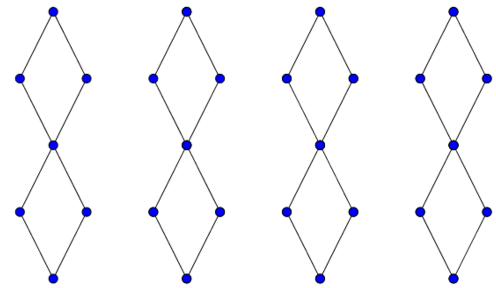
Deconstrucción de la figura tradicional "SEK A'TE TXIWE PKHAKHEN FXI'ZNXI NWE'SXNAWDXIH".

A continuación se presenta la deconstrucción figural de la figura tradicional, que corresponde a la recreación del paso a paso de cómo se teje la figura tradicional, considerando que la construcción de esta figura es de forma vertical, comenzando de abajo hacia arriba.

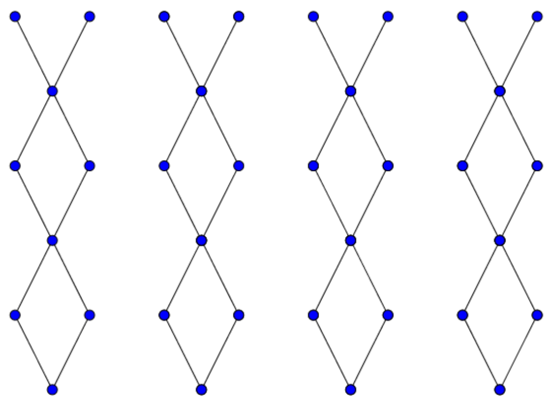
 Paso 1	 Paso 2
 Paso 3	 Paso 4



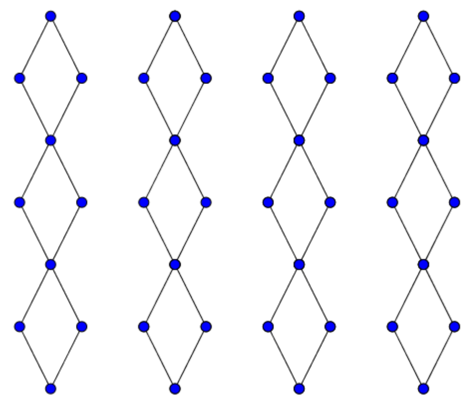
Paso 5



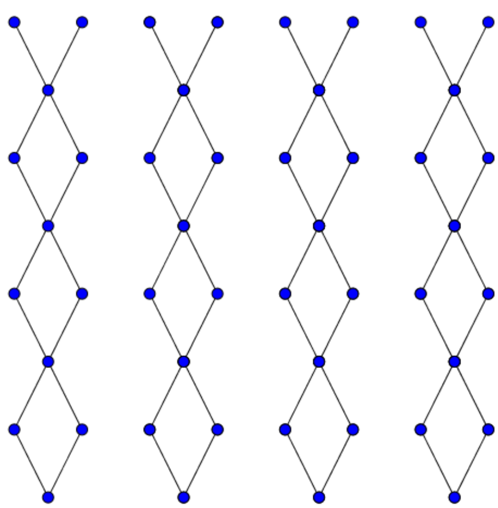
Paso 6



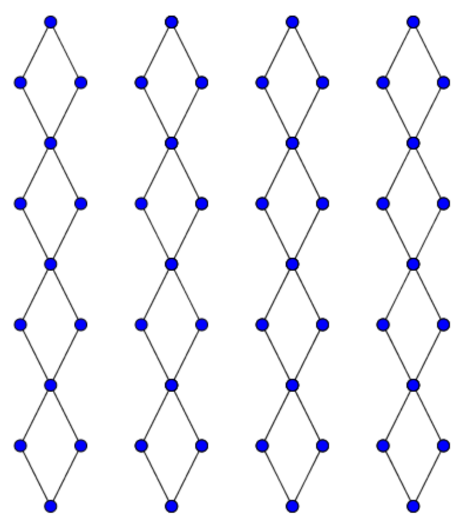
Paso 7



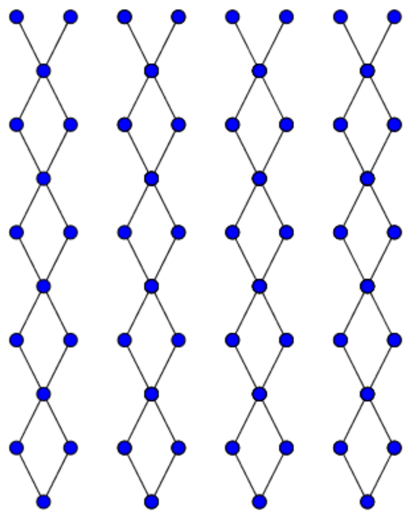
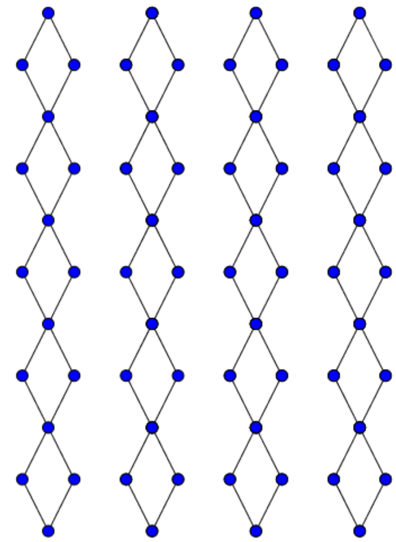
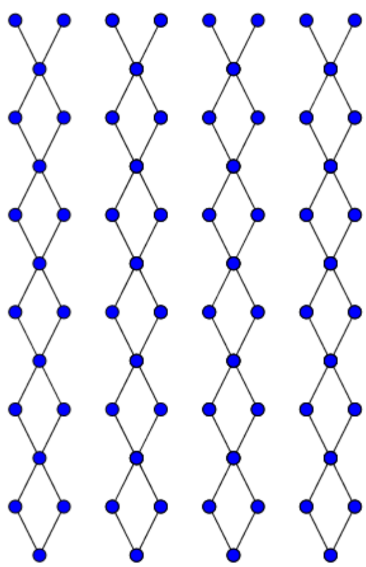
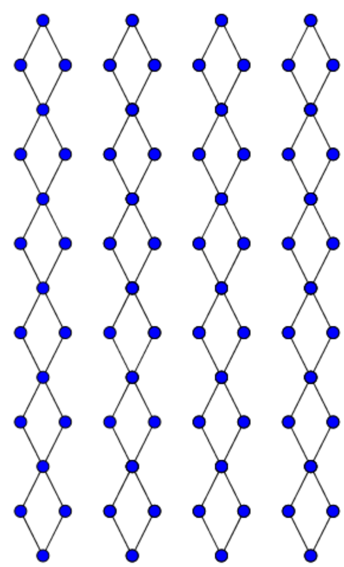
Paso 8



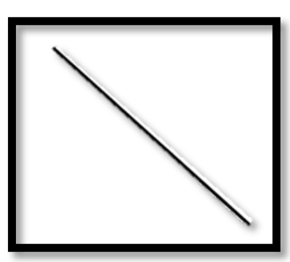
Paso 9



Paso 10

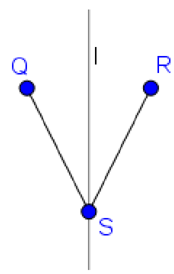
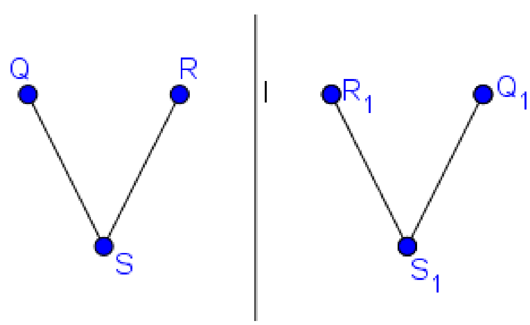
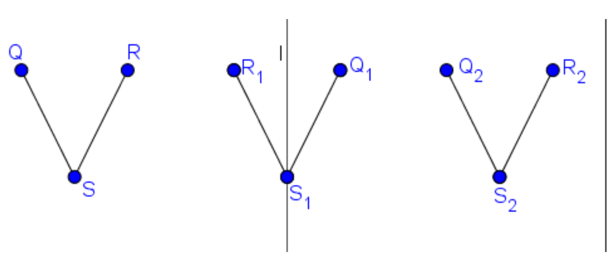
 Paso 11	 Paso 12
 Paso 13	 Paso 14

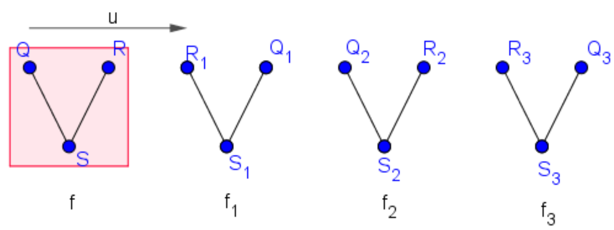
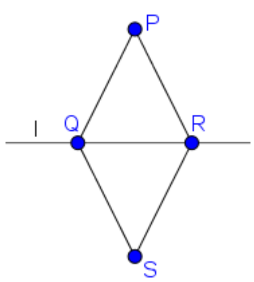
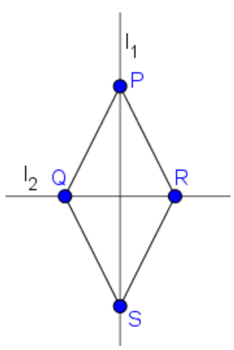
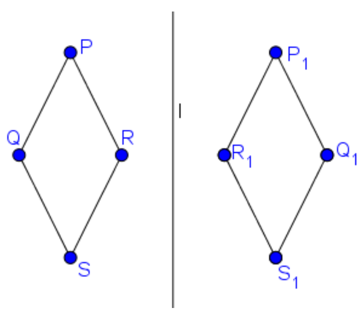
A partir de la deconstrucción de la figura tradicional se obtiene el patrón figural.

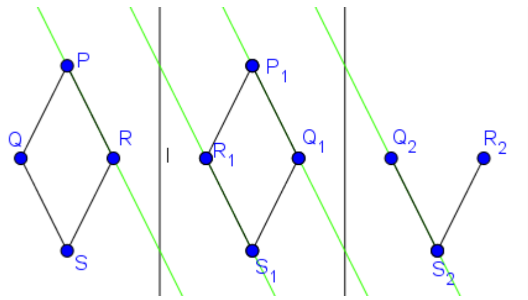
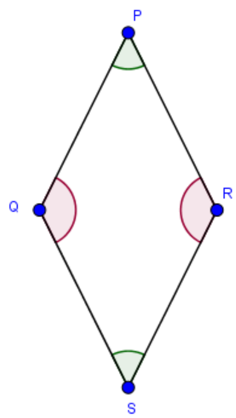
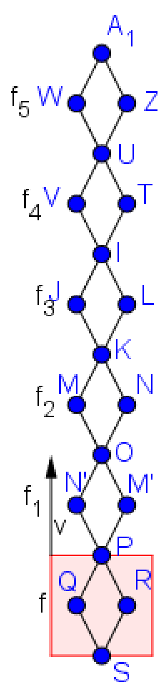


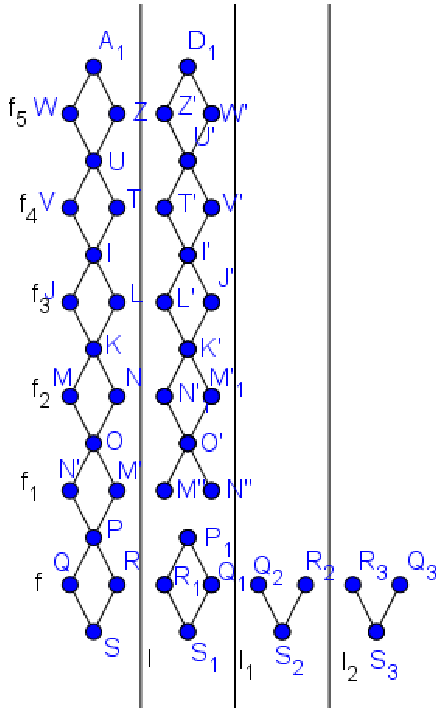
Perspectivas de construcción

La perspectiva de construcción se realiza observando el paso a paso de la deconstrucción de la figura tradicional, es allí donde salen a la luz las nociones geométricas de la figura tradicional, se toman partes de la figura para ir describiendo las nociones geométricas en el lenguaje simbólico.

Representación gráfica	Representación simbólica
	SIMETRIA Se presenta simetría axial de la figura de acuerdo con el eje de simetría (l). $Rf(\overline{QS}, l) = \overline{RS}, luego\ m(\overline{QS}) = m(\overline{RS})$ **A**sí $S \in l$
	SIMETRIA Se presenta simetría axial de la figura de acuerdo con el eje de simetría (l). $Rf(\overline{QS}, l) = \overline{Q_1S_1}, luego$ $m(\overline{QS}) = m(\overline{Q_1S_1})$ $Rf(\overline{RS}, l) = \overline{R_1S_1}, luego$ $m(\overline{RS}) = m(\overline{R_1S_1})$
	SIMETRIA Se presenta simetría axial de la figura de acuerdo con el eje de simetría (l). $Rf(\overline{QS}, l) = \overline{R_2S_2}, luego$ $m(\overline{QS}) = m(\overline{R_2S_2})$ $Rf(\overline{RS}, l) = \overline{Q_2S_2}, luego$ $m(\overline{RS}) = m(\overline{Q_2S_2})$ $Rf(\overline{R_1S_1}, l) = \overline{Q_1S_1}, luego$ $m(\overline{R_1S_1}) = m(\overline{Q_1S_1})$

	TRASLACION Se presenta traslación horizontal de la figura encerrada en el cuadro rojo de acuerdo con el vector $\vec{u}$. $Si\ f = QSR$ $f_1 = R_1S_1Q_1$ $f_2 = Q_2S_2R_2$ $f_3 = Q_3S_3R_3$ Luego: $T(f,\vec{u}) = f_1$ $T(f_1,\vec{u}) = f_2$ $T(f_2,\vec{u}) = f_3$
	SIMETRIA Se presenta simetría axial de la figura de acuerdo con el eje de simetría (l). $Rf(\overline{QS},l) = \overline{QP}, luego\ m(\overline{QS}) = m(\overline{QP})$ $Rf(\overline{SR},l) = \overline{PR}, luego\ m(\overline{SR}) = m(\overline{PR})$ Entonces $Q\ y\ R\ \in l$ Se puede realizar la misma reflexión en las figuras $f_1, f_2\ y\ f_3$
	ROMBO Llamemos al eje vertical l_1 y al eje horizontal l_2 Vemos que: $Rf(\overline{QS},l_1) = \overline{RS}, luego\ m(\overline{QS}) = m(\overline{RS})$. Así $Rf(\overline{QS},l_1) = \overline{QP}, luego\ m(\overline{QS}) = m(\overline{QP})$ $Rf(\overline{SR},l_1) = \overline{PR}, luego\ m(\overline{SR}) = m(\overline{PR})$ Luego $m(\overline{QS}) = m(\overline{SR}) = m(\overline{QP}) = m(\overline{PR})$ $y\ l_1 \perp l_2$
	SIMETRIA Otra forma de completar la figura, es con simetría axial de la figura de acuerdo con el eje de simetría (l). $Rf(\overline{PQ},l) = \overline{P_1Q_1}, luego\ m(\overline{PQ}) = m(\overline{P_1Q_1})$ $Rf(\overline{PR},l) = \overline{P_1R_1}, luego\ m(\overline{PR}) = m(\overline{P_1R_1})$ Se puede realizar la misma reflexión en las figuras $f_1, f_2 y\ f_3$

	PARALELISMO Se puede decir que los segmentos verdes son paralelos entre sí y que el resto de la figura lo componen también rectas paralelas entre sí, es decir: $\overline{PR}\|\|\overline{R_1S_1}$ $\overline{R_1S_1}\|\|\overline{P_1Q_1}$ $\overline{P_1Q_1}\|\|\overline{Q_2S_2}$ Por tanto $\overline{PR}\|\|\overline{R_1S_1}\ \|\|\overline{P_1Q_1}\|\|\overline{Q_2S_2}$
	ROTACIÓN Tomando como posición inicial el $\overline{RS}$, se puede hacer rotación del mismo con centro de rotación el punto llamado S, de la siguiente forma: $R(\overline{RS}),(S, 40° < \theta < 60°) = \overline{QS}$ $R(\overline{QP}),(P, 40° < \theta < 60°) = \overline{PR}$ $R(\overline{QS}),(Q, 120° < \theta < 130°) = \overline{QP}$ $R(\overline{PR}),(R, 120° < \theta < 130°) = \overline{SR}$
	TRASLACIÓN Se presenta traslación vertical de la figura encerrada en el cuadro rojo de acuerdo con el vector $\vec{v}$. $Si\ f = SQPR$ $f_1 = PN'OM'$ $f_2 = OMKN$ $f_3 = KJIL$ $f_4 = IVUT$ $f_5 = UWA_1Z$ Luego: $T(f, \vec{v}) = f_1,$ $T(f_1, \vec{v}) = f_2$ $T(f_2, \vec{v}) = f_3$ $T(f_3, \vec{v}) = f_4$ $T(f_4, \vec{v}) = f_5$ Lo mismo ocurre con las 3 figuras siguientes al lado derecho.



SIMETRIA

Hay tres ejes de simetría, el primero de izquierda a derecha llamado l, el siguiente l_1 y el último l_2. Se presenta simetría axial de la figura de acuerdo con los ejes de simetría $(l, l_1\ y\ l_2)$.

Recordemos que:

$Rf(\overline{QS}, l) = \overline{Q_1S_1}, luego\ m(\overline{QS}) = m(\overline{Q_1S_1})$

$Rf(\overline{Q_1S_1}, l_1) = \overline{Q_2S_2}, luego\ m(\overline{Q_1S_1})$
$= m(\overline{Q_2S_2})$

$Rf(\overline{Q_2S_2}, l_2) = \overline{Q_3S_3}, luego$
$m(\overline{Q_2S_2}) = m(\overline{Q_3S_3})$

Luego

$m(\overline{QS}) = m(\overline{Q_1S_1}) = m(\overline{Q_2S_2}) = m(\overline{Q_3S_3})$

Para completar la figura tradicional “sek a’te txiwe pkhakhen fxi’znxi nwe’sxnawdxih” se puede hacer mediante reflexiones.

5.4. FIGURA TRADICIONAL IV “WE’PE Ï’KH JU’GWE’SX FXI’ZNXI YATH WALA PKHAKHEÇX YU’TXWE’WNXI”

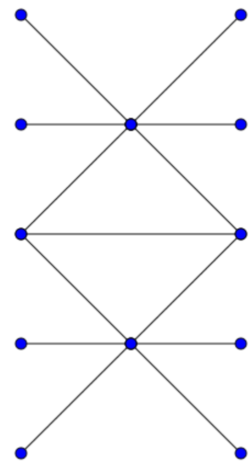
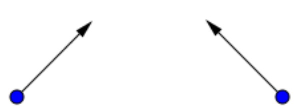
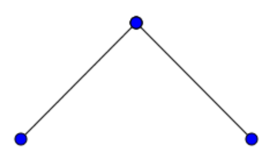
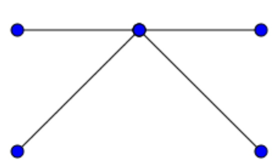
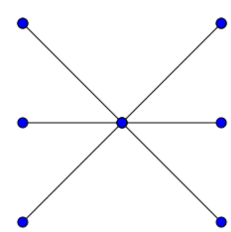
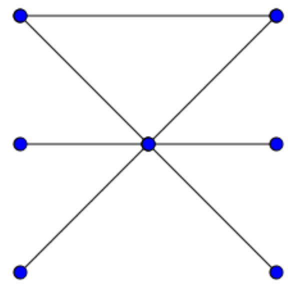
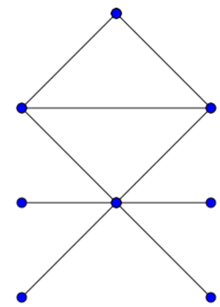
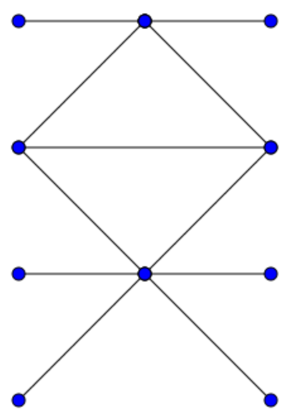
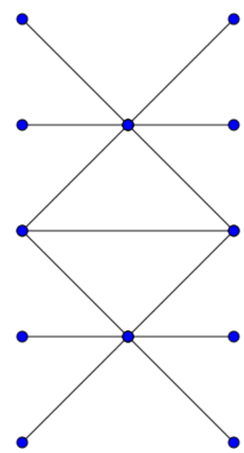


Figura 28. Representación en Geogebra de la figura tradicional ““WE’PE Ï’KH JU’GWE’SX FXI’ZNXI YATH WALA PKHAKHEÇX YU’TXWE’WNXI” del chumbe Nasa, realizada por la autora.

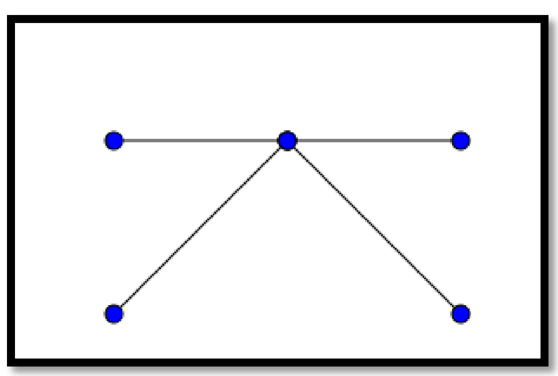
Deconstrucción de la figura tradicional “WE’PE Ï’KH JU’GWE’SX FXI’ZNXI YATH WALA PKHAKHEÇX YU’TXWE’WNXI”.

A continuación se presenta la deconstrucción figural de la figura tradicional, que corresponde a la recreación del paso a paso de cómo se teje la figura tradicional, considerando que la construcción de esta figura es de forma vertical, comenzando de abajo hacia arriba.

 Paso 1	 Paso 2
 Paso 3	 Paso 4

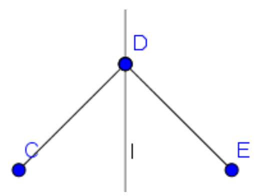
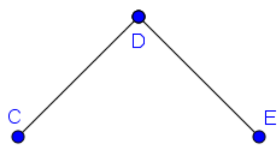
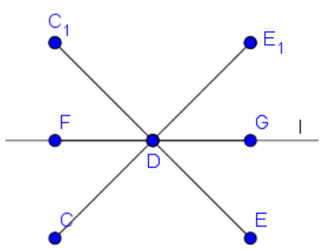
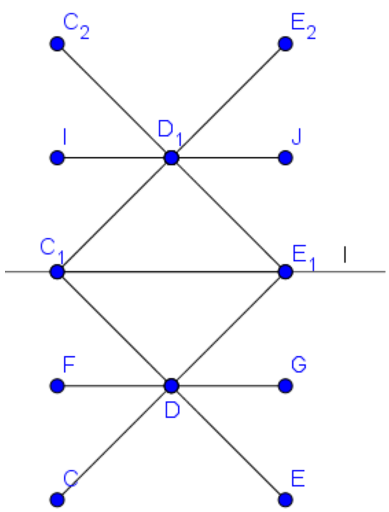
 Paso 5	 Paso 6
 Paso 7	 Paso 8

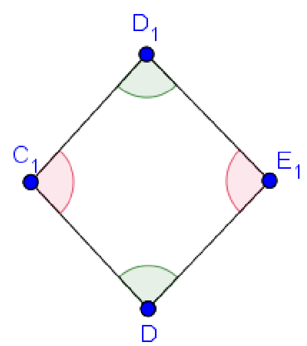
A partir de la deconstrucción de la figura tradicional se obtiene el patrón figural.



Perspectivas de construcción

La perspectiva de construcción se realiza observando el paso a paso de la deconstrucción de la figura tradicional, es allí donde salen a la luz las nociones geométricas de la figura tradicional, se toman partes de la figura para ir describiendo las nociones geométricas en el lenguaje simbólico.

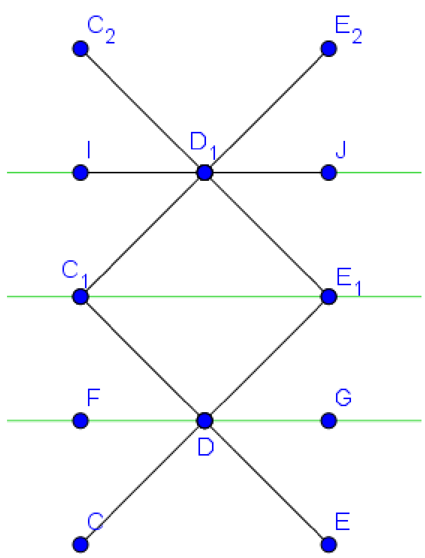
<table>
<tr><th>Representación gráfica</th><th>Representación simbólica</th></tr>
<tr><td></td><td>SIMETRIA
Se presenta simetría axial de la figura de acuerdo con el eje de simetría (l).
$Rf(\overline{CD}, l) = \overline{DE}, luego\ m(\overline{CD}) = m(\overline{DE})$
Entonces $D \in l$</td></tr>
<tr><td></td><td>TRIÁNGULO
Se puede formar ΔCDE, además se conoce que $m(\overline{CD}) = m(\overline{DE})$
Luego ΔCDE será un triángulo isósceles.</td></tr>
<tr><td></td><td>SIMETRIA
Se presenta simetría axial de la figura de acuerdo con el eje de simetría (l), sobre puesto sobre $\overline{FG}$.
$Rf(\overline{CD}, l) = \overline{C_1D}, luego\ m(\overline{CD}) = m(\overline{C_1D})$
$Rf(\overline{DE}, l) = \overline{DE_1}, luego\ m(\overline{DE}) = m(\overline{DE_1})$
Entonces $D \in l$</td></tr>
<tr><td></td><td>SIMETRIA
Se presenta simetría axial de la figura de acuerdo con el eje de simetría (l), sobre puesto en $\overline{C'E'}$.
$Rf(\overline{CD}, l) = \overline{C_2D_1}, luego$
$m(\overline{CD}) = m(\overline{C_2D_1})$
$Rf(\overline{DE}, l) = \overline{D_1E_2}, luego$
$m(\overline{DE}) = m(\overline{D_1E_2})$
$Rf(\overline{FG}, l) = \overline{IJ}, luego$
$m(\overline{FG}) = m(\overline{IJ})$
$Rf(\overline{C_1D}, l) = \overline{D_1C_1}, luego$
$m(\overline{C_1D}) = m(\overline{D_1C_1})$
$Rf(\overline{DE_1}, l) = \overline{D_1E_1}, luego$
$m(\overline{DE_1}) = m(\overline{D_1E_1})$
Entonces $C_1 y\ E_1 \in l$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>
</td><td>

ROTACIÓN

Tomando como posición inicial el $\overline{DE_1}$, se puede hacer rotación del mismo con centro de rotación el punto llamado D, de la siguiente forma:

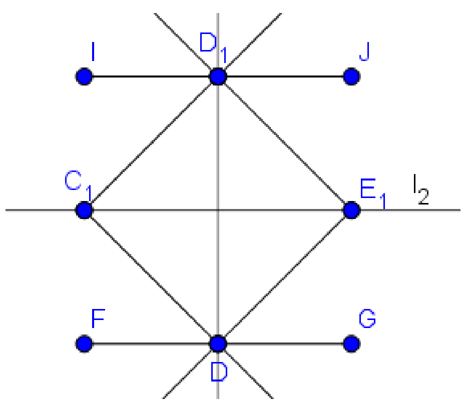
$$R(\overline{DE_1}),(D,70° < \theta < 100°) = \overline{DC_1}$$
$$R(\overline{DC_1}),(C_1,70° < \theta < 100°) = \overline{C_1D_1}$$
$$R(\overline{C_1D_1}),(E_1,70° < \theta < 100°) = \overline{D_1E_1}$$

</td></tr>
<tr><td>
</td><td>

PARALELISMO

Se puede decir que los segmentos verdes son paralelos entre sí y que el resto de la figura lo componen también rectas paralelas entre sí, es decir:

$$\overline{IJ}||\overline{C_1E_1}$$
$$\overline{C_1E_1}||\overline{FG}$$
$$\overline{FG}||\overline{IJ}$$
Por tanto,
$$\overline{IJ}||\overline{C_1E_1}||\overline{FG}$$

</td></tr>
<tr><td>
</td><td>

ROMBO

Llamemos al eje vertical l_1 y al eje horizontal l_2
Vemos que:

$$Rf(\overline{C_1D},l_1) = \overline{E_1D}, luego$$
$$m(\overline{C_1D}) = m(\overline{E_1D})$$
$$Rf(\overline{C_1D},l_2) = \overline{C_1D_1}, luego$$
$$m(\overline{C_1D}) = m(\overline{C_1D_1})$$
$$Rf(\overline{DE_1},l_2) = \overline{D_1E_1}, luego$$
$$m(\overline{DE_1}) = m(\overline{D_1E_1})$$

Luego

$$m(\overline{C_1D}) = m(\overline{E_1D}) = m(\overline{C_1D_1}) = m(\overline{D_1E_1})$$
$$y\ l_1 \perp l_2$$

</td></tr>
</table>

CAPITULO VI: HACIA UNA PROPUESTA DIDÁCTICA

En este capítulo se sugieren elementos para la elaboración de propuestas didácticas con respecto a las nociones geométricas que surgieron en el capítulo anterior, primero se expondrán los cinco principios que debe seguir un currículo según Bishop (1999), sugiriendo elementos para la elaboración de propuestas didácticas y finalmente se resaltarán las nociones geométricas que surgieron en el análisis geométrico.

6.1. PRINCIPIOS DE ENCULTURACIÓN DEL CURRÍCULO

Para hacer la contextualización de los cinco principios de Bishop (1999) se seguirá el esquema que presenta Aroca 2009, se representarán mediante tablas cada uno de los cinco principios, la primera columna tendrá características esenciales del principio y en la segunda columna se expone la contextualización desde la cultura indígena Nasa.

6.1.1. Principio de representatividad

Característica	Contextualización
Representar adecuadamente la cultura Matemática.	El tejido del chumbe es una práctica cultural autóctona de los indígenas Nasa, en él se presentan símbolos de gran importancia que expresan vivencias como se evidenció en el significado de las figuras tradicionales, además estas figuras son susceptibles de adaptarse al currículo escolar, de acuerdo con el análisis geométrico que se hizo surgen nociones como las transformaciones geométricas, paralelismos, semejanza y congruencia, entre otros.
No a la falta de sentido y comprensión	El currículo que tienen las dos instituciones indígenas del resguardo de Corinto Cauca, no está contextualizado culturalmente, luego es carente de sentido, como dice Peña (2014) es "*necesaria la articulación entre el currículo y la etnomatemática, evidenciando la educación desconectada de los entornos y de las prácticas sociales, limitando el desarrollo potencial del pensamiento matemático de estudiantes indígenas y no indígenas y acrecentando la perdida de la identidad cultural de los pueblos originarios*".

Racionalismo por encima del objetivismo.	Es importante que las actividades que se presenten en las escuelas indígenas tengan sentido para los estudiantes, es decir, lo que aprenden debe ser un proceso de lo que ven a diario, que el proceso de aprendizaje se enfatice más en la razón, con respecto al chumbe, por ejemplo, en el paso 1 de la figura tradicional III en la perspectiva de construcción, se ve un claro ejemplo de simetría, este se hace evidente en el momento de la construcción de la figura tradicional (al momento de tejer), pues de acuerdo con las puntadas y a los colores que se utilizan se podrá ver que a partir del punto que en esa figura se llama S, se empieza a crear la parte de la figura, terminando en lo puntos Q y R, formando dos segmentos simétricos $\overline{QS} \cong \overline{RS}$.

6.1.2. Principio de formalismo

Característica	Contextualización
Conexiones entre las matemáticas (formal) y la sociedad actual, evidenciar las matemáticas como fenómeno cultural.	La secuencia didáctica que se genere debe hacer contraste entre las matemáticas occidentales y las matemáticas que se generan en la cultura. En el caso del tejido del chumbe, como se evidenció en el análisis geométrico, las figuras tradicionales deben construirse a partir de elementos matemáticos que en el momento de construcción no son evidentes, por ejemplo en los análisis geométricos resultó la figura geométrica del rombo, que posee características que se cumplen en la construcción pero que no son evidentes al tejer, en el rombo que se presentó en la figura tradicional I se encontró el patrón figural $\overline{MR}$ (un lado del rombo), luego se presentaron simetrías con respecto a dos ejes (uno vertical y otro horizontal), al hacer la reflexión del lado $\overline{MR}$ con el primer eje de simetría (vertical) surge el lado $\overline{NR}$, posteriormente se presenta dos simetrías con respecto al segundo eje de simetría (horizontal), donde se completa el rombo, ya que la reflexión de $\overline{MR}$ y $\overline{NR}$ son $\overline{MR'_1}\ y\ \overline{R'_1N}$ respectivamente. Cabe resaltar que los dos ejes de simetría son perpendiculares y además los lados generados surgen todos del patrón figural ($\overline{MR}$), entonces su tamaño será igual, evidenciando características del rombo.

Conexiones entre el nivel informal, nivel técnico y nivel formal.	Es importante la forma en la que se realice el acercamiento al nivel formal, por ello se empieza desde lo que da la cultura con su tejido del chumbe, conforme al proceso de tejido (puntadas), este va revelando algunos aspectos como distancias iguales, completando así las formas de las figuras tradicionales. Por ejemplo el ítem anterior se describió de qué forma se plasmó una parte de la figura tradicional (el rombo), para que los estudiantes lleguen al nivel formal, primero llegarán al nivel informal, en este se apoyarán de la visualización al momento de tejer, basándose en las puntadas y en los colores, esto evidenciando características generales de la figura tradicional que conlleva al nivel técnico, y posteriormente se deberá formalizar con respecto a la o las nociones geométricas, siguiendo el ejemplo del rombo, al final no sólo se deberá formalizar la noción de rombo, sino también las transformaciones geométricas (simetría) que permitieron formar la figura y se caracteriza por ser estrictamente formal y estructurado.

6.1.3. Principio de accesibilidad

Característica	Contextualización
Ser accesible para todos los niños.	Será accesible principalmente para los estudiantes indígenas Nasa de Corinto, pero se puede extender para estudiantes indígenas de otros resguardos Nasa, porque se apoya de una de las principales prácticas culturales de ellos, el tejido del chumbe, siendo también una de las formas de recuperación de la cultura, promovida por las instituciones educativas del resguardo de Corinto.
El contenido curricular no debe estar fuera de la capacidad intelectual de los niños.	De acuerdo con el principio anterior, se pretende empezar desde lo que ellos ya conocen que es el tejido del chumbe y por medio de sus puntadas en el proceso de construcción, ir formalizando las nociones geométricas, es decir, valiéndose de su entorno y su cultura para ser accesible, tal como se expresó en ***Conexiones entre el nivel informal, nivel técnico y nivel formal*** del *principio de formalismo*, además teniendo en cuenta las nociones geométricas encontradas en el análisis geométrico y los estándares curriculares de matemáticas (2006) se

	encuentran los grados en los que se debería empezar a trabajar dichas nociones, encontrando los siguiente: En los grados de 1°-3°, se presenta la o las nociones geométricas y el estándar relacionado, así: • Paralelismo y perpendicularidad: *Reconozco nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos y su condición relativa con respecto a diferentes sistemas de referencia* (MEN, 2006, p. 80). • Traslaciones y giros: *Reconozco y aplico traslaciones y giros sobre una figura* (MEN, 2006, p. 80). • Simetría: *Reconozco y valoro simetrías en distintos aspectos del arte y diseño* (MEN, 2006, p. 80). En los grados de 6°-7°: • Ángulos y polígonos: *Clasifico polígonos en relación con sus propiedades* (MEN, 2006, p. 84). • Transformaciones: *Predigo y comparo los resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte* (MEN, 2006, p. 84). Cabe aclarar que en el caso de los grados de 1°-3°, lo que plantea los estándares es *reconocer* y obviamente la formalización de las nociones geométricas no será tan estructurada, en cambio en los grados de 6°-7°, la formalización es más avanzada con respecto a los grados 1°-3°.

6.1.4. Principio explicativo

Característica	Contextualización
Explicar y hacer.	Fundamentalmente la propuesta se debe basar en el explicar y el hacer para llegar al nivel formal haciendo uso del chumbe, es decir las actividades que se orienten en este proceso de aprendizaje se empiezan como se describió en el *principio de formalismo*, en el ítem "**Conexiones entre el nivel informal, nivel técnico y nivel formal**", retomando el ejemplo del rombo se empieza con la

	construcción del chumbe (tejerlo), primeramente tejiendo las figuras tradicionales, con las puntadas que se utilizan y los colores, se puede ir explicando las características matemáticas que van surgiendo, pero dicha explicación se hace de forma y lenguaje informal, identificando el rombo como una noción geométrica (*en el principio de formalismo* en el ítem ***Conexiones entre las matemáticas (formal) y la sociedad actual, evidenciar las matemáticas como fenómeno cultural***, se explica cómo se forma la figura geométrica del rombo) el proceso de tejido facilita la identificación de propiedades tales como el tamaño de los lados que son iguales y las diagonales que son perpendiculares, de allí a la formalización como tal de que es un rombo.
Los fenómenos que hay que explicar deben ser accesibles para todos los niños, deben ser conocidos por todos ellos y deben estar sin explicar.	El fenómeno a explicar "el chumbe" es accesible a todos las estudiantes indígenas Nasa por ser una práctica cultural de ellos, también se torna conocida, porque según la investigación el chumbe tiene su significado al igual que las figuras tradicionales, como se describió en "*el chumbe en el sentido cultural" y en el "significado de las figuras tradicionales",* se llega a que cada figura tradicional tejida en el chumbe es una forma de que las vivencias más importantes de los mayores queden inmortalizadas y además que sean enseñanzas para las nuevas generaciones, describiendo así el chumbe desde lo cultural, pero el chumbe como tal no se ha explicado desde las nociones geométricas, los mayores saben que en él hay matemática inmersa como se evidenció con el "*análisis geométrico*" de esta investigación, donde salieron nociones geométricas tales como las transformaciones geométricas (rotación, traslación, simetría axial, homotecia) y figuras geométricas, para esto se sugiere una propuesta innovadora.

6.1.5. Principio de concepción amplia y elemental

Característica	Contextualización
El currículo de enculturación debería tener una concepción relativamente amplia y elemental al mismo tiempo.	La propuesta se basa en el hacer en este caso en tejer los chumbes, pues genera procesos importantes de aprendizaje que acompañado de la explicación que se debe generar al momento de tejerlo, evidencian las características de las nociones geométricas haciendo que la matemática se pueda

	caracterizar en la propia cultura, fomentando más situaciones, contextos o prácticas culturales generando aprendizajes realmente significativos, así como se viene explicando con respecto al rombo.
La limitación de un tiempo finito para la enseñanza significa que si la amplitud de la explicación y del contexto es un objetivo importante, entonces el contenido matemático debe ser relativamente elemental.	Esta característica puede causar confusiones, pero queda a consideración del docente el tiempo que necesita con respecto a las actividades que se programen y como se desee hacer, además cabe resaltar que con el uso de su contexto cultural o de su práctica cultural, genera que el tiempo que se emplee sea amplio, pues implica tejer el chumbe y sus figuras tradicionales y todas varían en la complejidad de construcción.

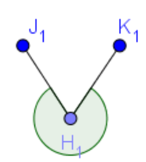
6.1.6. Nociones geométricas tras el análisis.

Dentro del análisis hecho en el capítulo V (Análisis Geométrico), se encontraron las siguientes nociones geométricas:

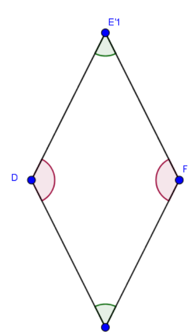
Transformaciones geométricas

- **Rotación**

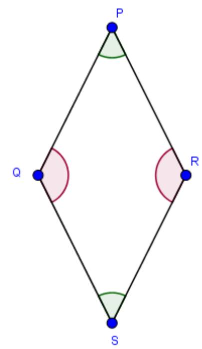
En la figura tradicional I "UHZA YAFX" se presenta una rotación.

	$R(\overline{J_1H_1}), (H_1, 270 < \theta < 360°) = \overline{H_1K_1}$

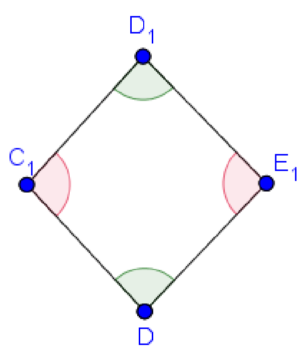
En la figura tradicional II "MEZUK" se presenta una rotación.

	$R(\overline{FE}), (E, 40° < \theta < 60°) = \overline{ED}$ $R(\overline{ED}), (D, 120° < \theta < 130°) = \overline{E'1D}$ $R(\overline{E'1D}), (E'1, 40° < \theta < 60°) = \overline{E'1F}$

En la figura tradicional III “SEK A’TE TXIWE PKHAKHEN FXI’ZNXI NWE’SXNAWDXIH” se presenta una rotación.

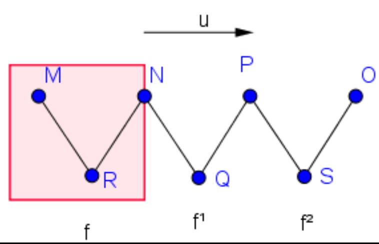
	$R(\overline{RS}),(S, 40° < \theta < 60°) = \overline{QS}$ $R(\overline{QS}),(Q, 120° < \theta < 130°) = \overline{QP}$ $R(\overline{QP}),(E'1, 40° < \theta < 60°) = \overline{PR}$

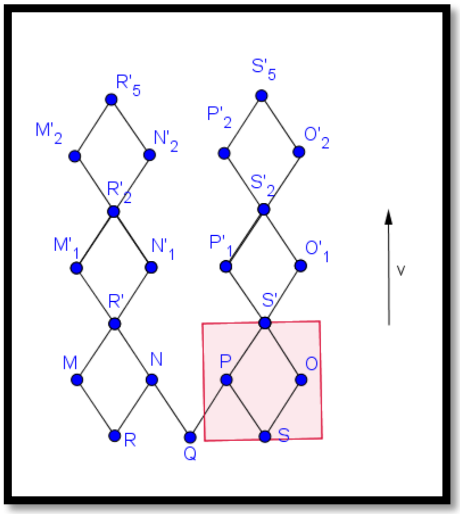
En la figura tradicional IV “WE’PE Ï’KH JU’GWE’SX FXI’ZNXI YATH WALA PKHAKHEÇX YU’TXWE’WNXI” se presenta una rotación.

	$R(\overline{DE'}),(D, 70° < \theta < 100°) = \overline{DC'}$ $R(\overline{DC'}),(C', 70° < \theta < 100°) = \overline{C'D''}$ $R(\overline{C'D''}),(E', 70° < \theta < 100°) = \overline{D''E'}$

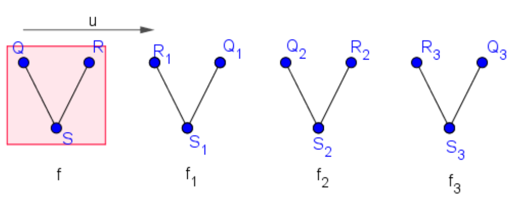
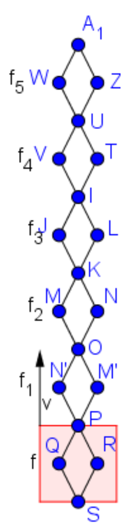
- **Traslación**

En la figura tradicional I “UHZA YAFX” se presentan dos traslaciones.

	$T(f, \vec{u}) = f^1, luego\ T(f^1, \vec{u}) = f^2$

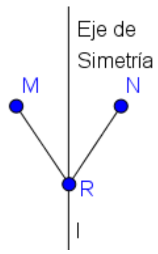
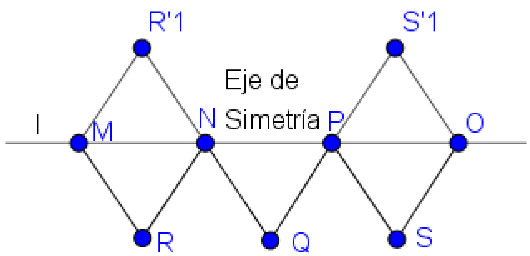
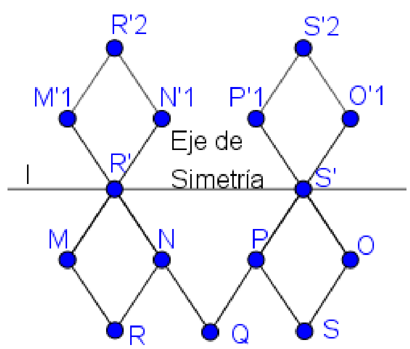
	$Si\ f = SOS'P$ $f' = S'O'_1S'_2P'_1$ $f'' = S'_2O'_2S'_5P'_2$ $T(f),(\vec{v}) = f',$ $T(f'),(\vec{v}) = f''$

En la figura tradicional III "SEK A'TE TXIWE PKHAKHEN FXI'ZNXI NWE'SXNAWDXIH" se presentan dos traslaciones

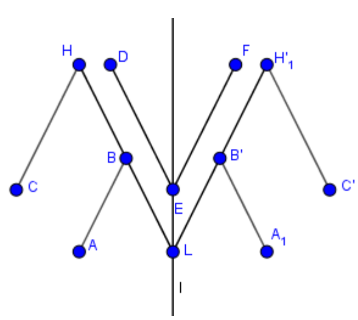
	$Si\ f = QSR$ $f_1 = R_1S_1Q_1$ $f_2 = Q_2S_2R_2$ $f_3 = Q_3S_3R_3$ Luego: $T(f,\vec{u}) = f_1$ $T(f_1,\vec{u}) = f_2$ $T(f_2,\vec{u}) = f_3$
	$Si\ f = SQPR$ $f_1 = PN'OM'$ $f_2 = OMKN$ $f_3 = KJIL$ $f_4 = IVUT$ $f_5 = UWA_1Z$ Luego: $T(f,\vec{v}) = f_1,$ $T(f_1,\vec{v}) = f_2$ $T(f_2,\vec{v}) = f_3$ $T(f_3,\vec{v}) = f_4$ $T(f_4,\vec{v}) = f_5$

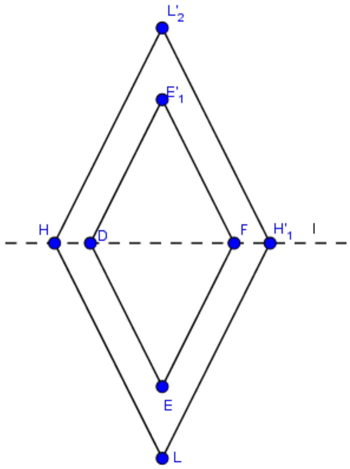
- **Simetría axial**

En la figura tradicional I “UHZA YAFX” se presenta tres simetrías axiales.

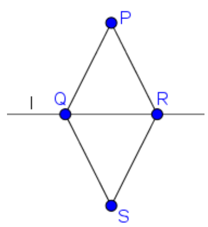
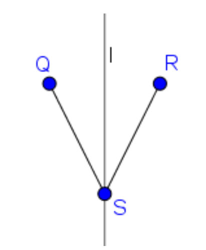
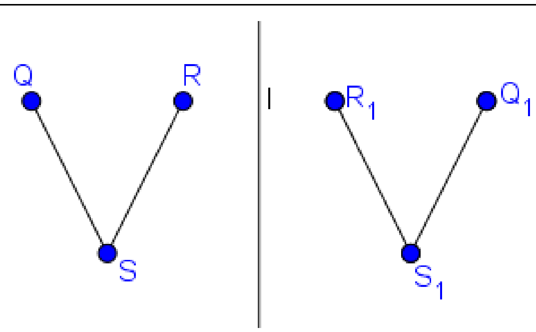
	$Rf(\overline{MR}, l) = \overline{RN}$, luego $m(\overline{MR}) = m(\overline{RN})$
	$Rf(\overline{MR}, l) = \overline{MR'_1}, luego$ $m(\overline{MR}) = m(\overline{MR'_1})$ $Rf(\overline{RN}, l) = \overline{R'_1N}, luego$ $m(\overline{RN}) = m(\overline{R'_1N})$ $Rf(\overline{PS}, l) = \overline{PS'_1}, \quad luego$ $m(\overline{PS}) = m(\overline{PS'_1})$ $Rf(\overline{SO}, l) = \overline{OS'_1}, luego$ $m(\overline{SO}) = m(\overline{OS'_1})$
	$Rf(\overline{MR}, l) = \overline{M'_1R'_2}, luego$ $m(\overline{MR}) = m(\overline{M'_1R'_2})$ $Rf(\overline{RN}, l) = (\overline{R'_2N'_1}), luego$ $m(\overline{RN}) = m(\overline{R'_2N'_1})$ $Rf(\overline{PS}, l) = \overline{P'_1S'_2}, luego$ $m(\overline{PS}) = m(\overline{P'_1S'_2})$ $Rf(\overline{SO}, l) = \overline{O'_1S'_2}, luego$ $m(\overline{SO}) = m(\overline{O'_1S'_2})$

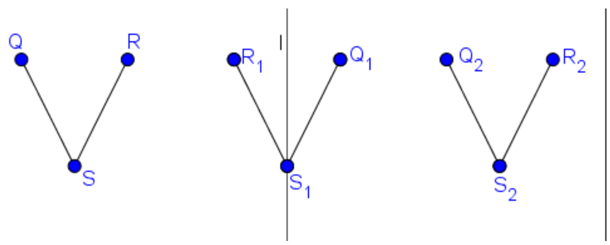
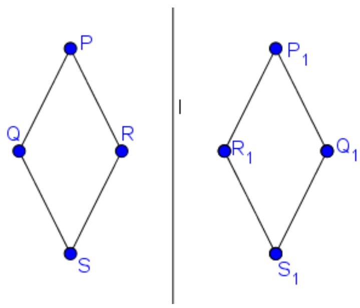
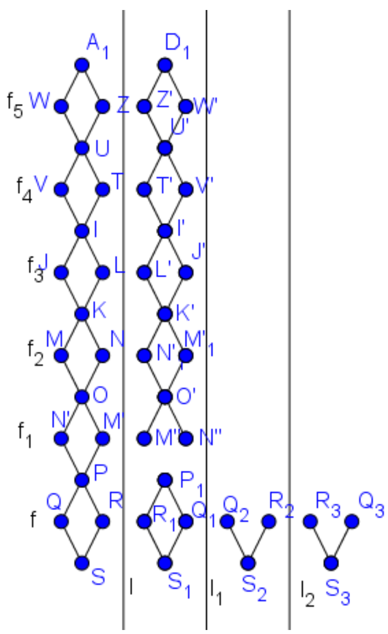
En la figura tradicional II “MEZUK” se presenta dos simetrias axiales.

	$Rf(\overline{CH}, l) = \overline{H'_1C'}, \quad luego$ $m(\overline{CH}) = m(\overline{H'_1C'})$ $Rf(\overline{AB}, l) = (\overline{B'A_1}), \quad luego$ $m(\overline{AB}) = m(\overline{B'A_1})$ $Rf(\overline{HL}, l) = \overline{H'_1L}, luego\ m(\overline{HL}) = m(\overline{H'_1L})$ $Rf(\overline{DE}, l) = \overline{FE}, luego\ m(\overline{DE}) = (\overline{FE})$

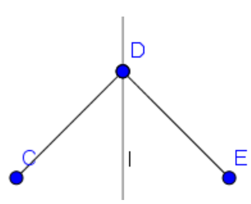
	$Rf(\overline{HL},l) = \overline{L'_2H}, luego\ m(\overline{HL}) = m(\overline{L'_2H})$ $Rf(\overline{H'_1L},l) = \overline{L'_2H'_1}, luego\ m(\overline{H'_1L}) = m(\overline{L'_2H'_1})$ $Rf(\overline{DE},l) = \overline{DE'_1}, luego\ m(\overline{DE}) = m(\overline{DE'_1})$ $Rf(\overline{EF},l) = \overline{E'_1F}, luego\ m(\overline{EF}) = m(\overline{E'_1F})$

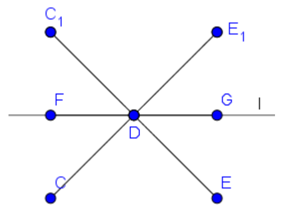
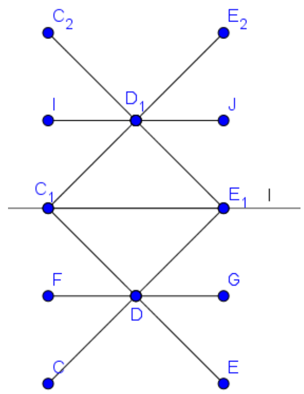
En la figura tradicional III "SEK A'TE TXIWE PKHAKHEN FXI'ZNXI NWE'SXNAWDXIH" se presentan seis simetrias axiales.

	$Rf(\overline{QS},l) = \overline{QP}, luego\ m(\overline{QS}) = m(\overline{QP})$ $Rf(\overline{SR},l) = \overline{PR}, luego\ m(\overline{SR}) = m(\overline{PR})$
	$Rf(\overline{QS},l) = \overline{RS}, luego\ m(\overline{QS}) = m(\overline{RS})$
	$Rf(\overline{QS},l) = \overline{Q_1S_1}, luego$ $m(\overline{QS}) = m(\overline{Q_1S_1})$ $Rf(\overline{RS},l) = \overline{R_1S_1}, luego$ $m(\overline{RS}) = m(\overline{R_1S_1})$

	$Rf(\overline{QS}, l) = \overline{R_2S_2}, luego$ $m(\overline{QS}) = m(\overline{R_2S_2})$ $Rf(\overline{RS}, l) = \overline{Q_2S_2}, luego$ $m(\overline{RS}) = m(\overline{Q_2S_2})$ $Rf(\overline{R_1S_1}, l) = \overline{Q_1S_1}, luego$ $m(\overline{R_1S_1}) = m(\overline{Q_1S_1})$
	$Rf(\overline{PQ}, l) = \overline{P_1Q_1}, luego\; m(\overline{PQ}) = m(\overline{P_1Q_1})$ $Rf(\overline{PR}, l) = \overline{P_1R_1}, luego\; m(\overline{PR}) = m(\overline{P_1R_1})$
	$Rf(\overline{QS}, l) = \overline{Q_1S_1}, luego$ $m(\overline{QS}) = m(\overline{Q_1S_1})$ $Rf(\overline{Q_1S_1}, l_1) = \overline{Q_2S_2}, luego$ $m(\overline{Q_1S_1}) = m(\overline{Q_2S_2})$ $Rf(\overline{Q_2S_2}, l_2) = \overline{Q_3S_3}, luego$ $m(\overline{Q_2S_2}) = m(\overline{Q_3S_3})$

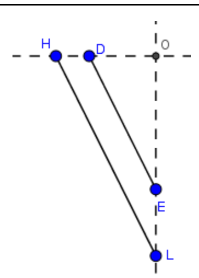
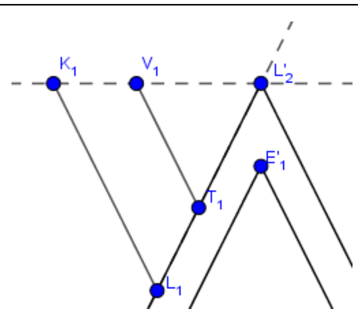
En la figura tradicional IV “WE’PE Ï’KH JU’GWE’SX FXI’ZNXI YATH WALA PKHAKHEÇX YU’TXWE’WNXI” se presentan tres transformaciones.

	$Rf(\overline{CD}, l) = \overline{DE}, luego\; m(\overline{CD}) = m(\overline{DE})$

 	$Rf(\overline{CD},l)=\overline{C_1D}, luego\ m(\overline{CD})=m(\overline{C_1D})$ $Rf(\overline{DE},l)=\overline{DE_1}, luego\ m(\overline{DE})=m(\overline{DE_1})$
 	$Rf(\overline{CD},l)=\overline{C_2D_1}, luego$ $m(\overline{CD})=m(\overline{C_2D_1})$ $Rf(\overline{DE},l)=\overline{D_1E_2}, luego$ $m(\overline{DE})=m(\overline{D_1E_2})$ $Rf(\overline{FG},l)=\overline{IJ}, luego$ $m(\overline{FG})=m(\overline{IJ})$ $Rf(\overline{C_1D},l)=\overline{D_1C_1}, luego$ $m(\overline{C_1D})=m(\overline{D_1C_1})$ $Rf(\overline{DE_1},l)=\overline{D_1E_1}, luego$ $m(\overline{DE_1})=m(\overline{D_1E_1})$

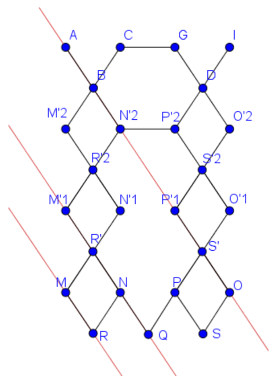
- **Homotecia**

En la figura tradicional II “MEZUK” se presenta dos homotecias.

 	$H(\overline{HL})(K<1,O)=\overline{DE}, luego\ \overline{DE}\|\|\overline{HL}$
 	$H(\overline{K_1L_1})(K<1,\ L'_2)=\overline{V_1T_1}$

- **Paralelismo**

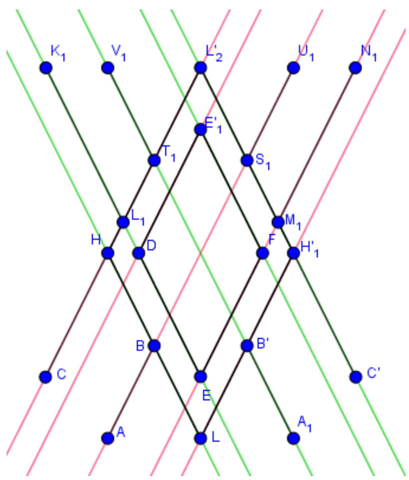
En la figura tradicional I “UHZA YAFX” se presenta paralelismo.



$$\overline{MR}||\overline{QM'_1}$$
$$\overline{QM'_1}||\overline{PS}$$
$$\overline{PS}||\overline{P'_1O}$$
$$\overline{M'_2N'_1}||\overline{QM'_1}$$
$$\overline{M'_2N'_1}||\overline{AN'_2}$$

Por transitividad, se tiene que $\overline{MR}||\overline{P'_1O}$

En la figura tradicional II “MEZUK” se presenta paralelismo.



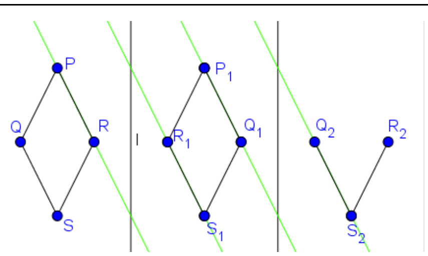
$$\overline{K_1L_1}||\overline{V_1T_1}$$
$$\overline{K_1L_1}||\overline{L'_2H'_1}$$
$$\overline{K_1L_1}||\overline{HL}$$
$$\overline{K_1L_1}||\overline{E'_1F}$$

Por tanto $\overline{K_1L_1}||\overline{L'_2H'_1}\ ||\overline{V_1T_1}||\overline{HL}\ ||\overline{E'_1F}$

$$\overline{U_1S_1}||\overline{N_1M_1}$$
$$\overline{U_1S_1}||\overline{L'_2H}$$
$$\overline{U_1S_1}||\overline{H'_1L}$$
$$\overline{U_1S_1}||\overline{E'_1D}$$

Por tanto $\overline{U_1S_1}||\overline{N_1M_1}||\overline{L'_2H}||\overline{H'_1L}||\overline{E'_1D}$

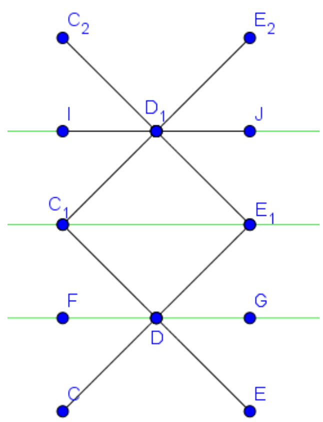
En la figura tradicional III “SEK A’TE TXIWE PKHAKHEN FXI’ZNXI NWE’SXNAWDXIH” se presenta paralelismo.



$$\overline{PR}||\overline{R_1S_1}$$
$$\overline{R_1S_1}||\overline{P_1Q_1}$$
$$\overline{P_1Q_1}||\overline{Q_2S_2}$$

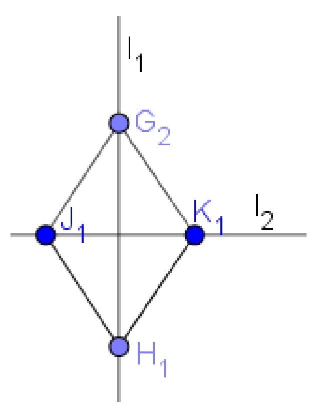
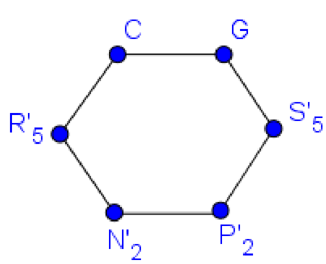
Por tanto $\overline{PR}||\overline{R_1S_1}\ ||\overline{P_1Q_1}||\overline{Q_2S_2}$

En la figura tradicional IV “WE’PE Ï’KH JU’GWE’SX FXI’ZNXI YATH WALA PKHAKHEÇX YU’TXWE’WNXI” se presenta paralelismo.

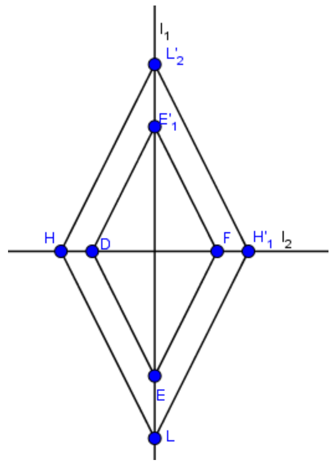
	$\overline{IJ}\|\|\overline{C_1E_1}$ $\overline{C_1E_1}\|\|\overline{FG}$ $\overline{FG}\|\|\overline{IJ}$ Por tanto, $\overline{IJ}\|\|\overline{C_1E_1}\|\|\overline{FG}$

Figuras geométricas (triángulo, rombo, hexágono)

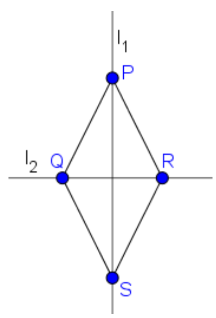
En la figura tradicional I “UHZA YAFX” se presentan:

	**Rombo** $m(\overline{J_1H_1})= m(\overline{H_1K_1}) = m(\overline{J_1G_2})= m(\overline{K_1G_2})$ $y\ \ l_1 \perp l_2$
	**Hexágono** $\overline{CR'_5} \cong \overline{R'_5N'_2} \cong \overline{P'_2S'_5} \cong \overline{S'_5G}$ Pero $\overline{CR'_5} \neq \overline{CG}$ y $\overline{CG} = \overline{N'_2P'_2}$

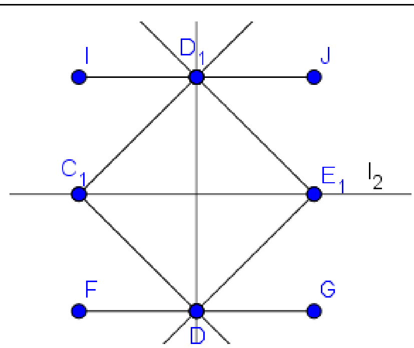
En la figura tradicional II “MEZUK” se presenta:

	**Rombo** $m(\overline{DE}) = m(\overline{EF}) = m(\overline{E'_1F}) = m(\overline{DE'_1})$ $y\ l_1 \perp l_2$

En la figura tradicional III “SEK A’TE TXIWE PKHAKHEN FXI’ZNXI NWE’SXNAWDXIH” se presenta:

	**Rombo** $m(\overline{QS}) = m(\overline{SR}) = m(\overline{QP}) = m(\overline{PR})$ $y\ l_1 \perp l_2$

En la figura tradicional IV “WE’PE Ï’KH JU’GWE’SX FXI’ZNXI YATH WALA PKHAKHEÇX YU’TXWE’WNXI” se presenta:

	**Rombo** $m(\overline{C_1D}) = m(\overline{E_1D}) = m(\overline{C_1D_1}) = m(\overline{D_1E_1})$ $y\ l_1 \perp l_2$

CONCLUSIONES

A lo largo de la investigación pudo constatarse que al interior de las comunidades indígenas, en su misma cultura, existen diversos contextos laborales, sociales, artísticos y culturales, potencialmente aprovechables como contextos de aprendizaje. La identificación de nociones geométricas en el tejido del chumbe permitió hacer sugerencias atendiendo el modelo de Bishop (1999) para que en trabajos posteriores, se posibilite la ampliación a otros resguardos del pueblo indígena Nasa o Paez.

Aspectos que surgen a partir de la investigación son:

- Describir los significados de las figuras tradicionales presentes en el tejido del chumbe de los indígenas Nasa de Corinto Cauca, conllevó a adentrarse en una cultura y a la explicación de que cada figura tradicional surge de sus vivencias, de mitos que forman parte esencial en su cultura y por eso son plasmadas en el chumbe para que prevalezcan. Dentro de la descripción es interesante encontrar una cosmovisión amplia, donde la **Madre Tierra** toma un lugar importante, porque es la dadora de vida, además de los lugares que ellos llaman **sagrados**, tales como lagunas, páramos, ojos de agua, ríos, los llaman así porque según las vivencias de los antepasados y de los mayores es allí donde se pueden autocorregir, pueden buscar ayuda de los espíritus para la comunidad, como para ellos mismos y además de poder ayudar a cuidar a los mismos espíritus, esto por medio de rituales sagrados en lugares sagrados y con ayuda de médicos tradicionales, donde se hacen limpiezas de las energías negativas individuales y grupales, también pueden pedir ayuda de los espíritus para “abrir camino” para proyectos que se quieran realizar a beneficio de toda la comunidad. Una generalidad que se encuentra en el significado de las figuras es que siempre se habla de la comunidad, es decir, que un principio es vivir en armonía dentro de la comunidad, la unidad es parte esencial de los indígenas Nasa.

- Analizar nociones geométricas en las figuras tradicionales del tejido del chumbe de los indígenas Nasa, muestra nociones matemáticas y geométricas que tiene la práctica cultural como es tejer el chumbe y que para estos indígenas son sólo figuras que están llenas de historias, leyendas o vivencias, dicho análisis geométrico evidenció nociones como las transformaciones (simetría, homotecia y traslación), paralelismo, perpendicularidad y figuras geométricas (rombo y hexágono). En el proceso de tejido de las figuras tradicionales se involucran las nociones geométricas antes mencionadas de forma inconsciente, estas se pueden abordar por medio de actividades didácticas que hagan evidente mediante el tejer y el explicar su proceso de elaboración.
- Se sugieren elementos para la elaboración de propuestas didácticas de acuerdo con las nociones geométricas identificadas en el capítulo V, especificando los temas que surgen por el análisis y de acuerdo con los 5 principios de enculturación de Bishop (1999) que son la herramienta fundamental para dicha enculturación, para que no haya un desfase entre la cultura y las matemáticas occidentales y por el contrario sea todo un proceso de aprendizaje significativo. Dentro de los principios el primero es la *representatividad* es decir, que debe representar adecuadamente la cultura y no debe faltarle sentido y compresión, en el caso del chumbe por ser una práctica cultural autóctona de los indígenas Nasa, representa adecuadamente la cultura, además lo que se pretende es crear secuencias didácticas que fomenten un currículo contextualizado a su vivir diario, el segundo principio es el *formalismo* este principio establece conexiones entre el nivel informal, nivel técnico y nivel formal para evidenciar las matemáticas como un fenómeno

cultural, por ello desde la propuesta que se genere deberá empezar desde el tejido evidenciando las características principales por medio de las puntadas y al ir encontrando las características esenciales de las nociones geométricas se procede a formalizar por parte de una actividad o del mismo docente. El tercer principio el de *accesibilidad,* dice que el contenido curricular no debe estar afuera de la capacidad intelectual de los niños y que además debe ser accesible, por lo que el chumbe por ser una práctica cultural propia se considera accesible, en cuanto a la capacidad intelectual se toma en consideración las nociones geométricas que se encontraron y de acuerdo con los estándares curriculares de matemáticas, encontramos que se pueden proponer actividades para grados de básica primaria y básica secundaria. El cuarto principio es el *explicativo,* se focaliza más a explicar y hacer, lo que se propone es hacer el tejido y por medio de él explicar los fenómenos que van surgiendo como son las características esenciales de las nociones geométricas que se encontraron en el análisis geométrico; y el quinto principio, *Principio de concepción amplia y elemental* propone que el currículo de enculturación debe tener una concepción relativamente amplia y elemental al mismo tiempo además de la limitación de un tiempo finito para la enseñanza, por ello no se establece como tal un tiempo determinado porque este puede variar y en los posible será amplio.

- Esta investigación se enriqueció por las 4 actividades que propone Barton (1996) que son de gran importancia y se rescatan en este documento en la medida que sugieren una ruta para la investigación etnomatemática, en este caso la ruta va desde conocer la esencia cultural del chumbe, pasando por las nociones geométricas que en él se encuentran, hasta llegar a la creación de nuevas formas de comprender las matemáticas desde lo cultural.

- El modelo aplicado por Aroca (2009) demostró ser de gran utilidad en el proceso de análisis de las cuatro figuras tradicionales presentes en el chumbe de los indígenas Nasa de Corinto Cauca, gracias a que se deconstruye la figura tradicional, lo que permitió encontrar el patrón figural y las nociones geométricas de cada una de las cuatro figuras tradicionales.
- En esta investigación se evidenció que hay un desfase entre los temas y actividades que se plantean en el salón de clase y la realidad social, cultural y económica del resguardo indígena de Corinto Cauca, pues los docentes están enseñando de forma tradicional, como aprendimos muchos, sin tener en cuenta que se quiere articular la educación escolar con los conocimientos de la cultura, por ello es importante que los docentes y estudiantes actúen como investigadores y aprovechen los recursos propios de su cultura y ambiente, los docentes al actuar como investigadores activos, encontraran en cada espacio, en sus prácticas culturales y demás, formas en las que se puede desarrollar pensamiento matemático, de forma que los saberes universales se conviertan en problemas de su contexto y tenga un significado al resolverlos. Además, es importante la preparación académica de los docentes y que esta no sólo sea de las matemáticas occidentales, sino también que tengan conocimientos básicos de la cultura a la que va a enseñar, para que se aproveche los contextos y no haya desfase entre lo enseñado y la cultura de los estudiantes, además se pueda defender el derecho de educación para grupos étnicos, por ello es importante que por medio del ministerio de educación nacional se oriente hacia las universidades, cursos, talleres y congresos que tengan enfoque cultural teniendo en cuenta la gran diversidad étnica y cultural del país.

GLOSARIO

Cabildo indígena: según la secretaria general de la alcaldía de Bogotá:

"El cabildo indígena es una entidad atípica, que cumple las funciones previstas en la Constitución y en las leyes. Respecto de las entidades de carácter especial ha dicho la Corte Constitucional: "Si bien por razones técnicas y sistemáticas toda organización administrativa debería concebirse sobre la base de tipos definidos de entidades, la dinámica y las cada vez más crecientes y diversas necesidades del Estado no hacen posible la aplicación de esquemas de organización estrictamente rígidos; en ciertas circunstancias surge la necesidad de crear entidades con características especiales que no corresponden a ningún tipo tradicional"".(2000)

Autoridad tradicional: según Jesús Ramos:

"La autoridad tradicional está compuesta por el Gobernador principal, el gobernador suplente, el capitán, el fiscal, el alcalde, el alguacil mayor y el comisario, todos ellos se identifican porque portan el bastón de mando y son elegidos por la comunidad en una asamblea para que gobiernen el resguardo por un periodo de tiempo determinado por la comunidad, por ello varía de acuerdo al resguardo". (2016)

Resguardo indígena: según el ministerio del interior:

"*Los resguardos indígenas son propiedad colectiva de las comunidades indígenas a favor de las cuales se constituyen y conforme a los artículos 63 y 329 de la Constitución Política, tienen el carácter de inalienables, imprescriptibles e inembargables. Los resguardos indígenas son una institución legal y sociopolítica de carácter especial, conformada por una o más comunidades indígenas, que con un título de propiedad* *colectiva que goza de las garantías de la propiedad privada, poseen su territorio y se rigen para el manejo de éste y su vida interna por una organización autónoma amparada por el fuero indígena y su sistema normativo propio".* (2013)

Saber Ancestral o conocimiento tradicional: *es el saber culturalmente compartido y común a todos los miembros que pertenecen a una misma sociedad, grupo o pueblo, y que permite la aplicación de los recursos del entorno natural de modo directo.* (Wikipedia, 2016)

Mayores (as): *personas de la tercera edad que sobresale dentro de una comunidad o grupo por sus conocimientos y experiencias.* (Ramos, 2016)

Anaco: *es el nombre dado a sus vestidos o a las prendas hiladas y tejidas en telares usadas por las culturas americanas precolombinas.* (Wikipedia, 2016)

JIGRA: según Jacobo Cruz:

"La jigra normalmente se utilizaba para echar las semillas, cargar los productos cosechados en la huerta, entre otros.

TIPOS DE JIGRAS

- *Jigra pequeña que llevaban los hombres y las mujeres, llamado cuetandera, en donde llevan la coca y el mambe y también cargan el dinero.*
- *Jigra mediana para cargar los productos que llevan en la espalda con una capacidad de cargar una o dos arrobas.*
- *Jigra grande que servía para recibir los productos en el momento de la cosecha de maíz que servía para recibir a varios cosechadoras en una sola jigra la cantidad de un bulto de maíz, también es usado como unidad de medida".*(2014)

Capisayo: *Vestidura corta similar al poncho.* (Ramos, 2016)

Chirimía: *Chirimía es un instrumento de viento construido con madera. Es una especie de oboe primitivo traído a América por los españoles y cuyo origen es probablemente árabe. La chirimía produce sonidos llenos de mucha tristeza. Algunos lo describen como un "llanto".* (2011).

Charango: *Instrumento de cuerdas que posee una caja y un mango. La caja está constituida por un caparazón de armadillo sobre cual se adhiere una tapa armónica en forma de ocho, con un oído central. El mango de madera se halla pegado por un extremo a la caja y en el otro se encuentra el clavijero desde donde parten 5 pares de cuerdas que eran de tripa, pero hoy son metálicas y de nylon.* (s.f)

Armonización: según Jesús Ramos:

"*es un ritual que se lleva a cabo en algunos lugares sagrados como lagunas o páramos utilizando plantas sagradas para equilibrar las energías positivas y negativas, evitar conflictos entre las parejas, el hombre y el territorio, el espacio físico y el espacio cósmico"*.(2016)

Hilar: *hilar es transformar una fibra textil (lino, cáñamo, lana, seda, algodón, etc.) en un hilo continuo y cohesionado* (Lozano, 2004).

Trueque: según Ana Maritza Ramírez:

"*El trueque ha sido considerado por las comunidades indígenas, campesinas y algunos grupos urbanos como un ejercicio que permite dignificar el trabajo y solventar de algún* *modo las necesidades básicas, al tiempo que fortalece los lazos solidarios entre los pueblos, intercambiando productos ya sea entre familias o entre pueblos".*(s.f)

Médicos tradicionales: *Según la definición de la ONU, la* ***medicina tradicional*** *es*:

Es la suma total de conocimientos, habilidades y prácticas basados en teorías, creencias y experiencias oriundos de las diferentes culturas, sean o no explicables, y usados en el mantenimiento de la salud, así como en la prevención, diagnosis o tratamiento de las enfermedades físicas o mentales. (2016)

Comunero: *Que pertenece a la comunidad o a varios pueblos.* (s.f)

REFERENCIAS

Albanese, V., Oliveras, M. & Perales, F. (2014). Etnomatemáticas en Artesanias de trenzado: Aplicación de un modelo metodológico elaborado. *Boletim de Educação Matemática*, 28(48), 1-20.

Albanese, V., & Perales, F. (2014). Pensar matemáticamente: una visión etnomatemática de la práctica artesanal soguera. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *17*(3), 261-288. Recuperado de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33532494002

Alcaldía de Corinto Cauca (2011, 08, 25). Corinto le informa [Página web]. Recuperado de http://corinto-cauca.gov.co/noticias.shtml?apc=Cnxx-1-&x=3033324

Alcaldía de Bogotá (2000, 12, 14). Contenido del documento [Página web]. Recuperado de http://www.alcaldiabogota.gov.co/sisjur/normas/Norma1.jsp?i=19418

Alsina, C., Burgués, C & Fortuny, J. (1999). *Invitación a la Didáctica de la Geometría*. España: Síntesis.

Aroca, A. (2009). *Geometría en las mochilas Arhuacas por una enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva cultural.* Cali: Programa Editorial Univalle.

Aroca, A. (2013). Los escenarios de exploración en el programa de investigación en Etnomatemáticas. *Educación matemática*, 25 (1), 111-131

Asociación de cabildos indígenas del norte del cauca. (s.f.). Movimiento juvenil Álvaro Ulcué Chocué continúa en la formación y capacitación a la juventud. Recuperado de http://www.nasaacin.org/informativo-nasaacin/3-newsflash/6517-movimiento-juvenil-%C3%A1lvaro-ulcu%C3%A9-chocu%C3%A9-contin%C3%BAa-en-la-formaci%C3%B3n-y-capacitaci%C3%B3n-a-la-juventud

Avendaño, E., Díaz, L., Herrera, A., Higuita, C., Montoya, D. & Quinceno, A. (2016, Febrero-Mayo). La etnomatemática y la educación matemática: Un recorrido epistemológico, curricular y metodológico en las investigaciones de la universidad de Antioquia. *Revista latinoamericana de Etnomatemática*, 9(1), 84-103.

Barton, W. (1996). *Ethnomathematics: Exploring Cultural Diversity in Mathematics.* (Tesis doctorado en filosofía en la Educación Matemática), Universidad de Auckland, Nueva Zelanda.

Bishop, A., (1999). *Enculturación matemática:* la educación matemática desde una perspectiva cultural. Lugar: Paidos.

Blanco Alvarez, H, (2006, sin mes). La Etnomatemática en Colombia: un programa en construcción. *Boletim de Educação Matemática*, 19(26), 1-19.

Charango (s.f). Charango [Página web]. Recuperado de http://www.oni.escuelas.edu.ar/olimpi97/Musica-Folkorica/inst_esp/charan.htm

Colombia (1991). *Constitución política de Colombia*. 2da edición. Bogotá.

Corporación de apoyo a comunidades populares (s.f.). Guardia Indígena del Norte del Cauca Colombiano [Página web]. Recuperado de http://www.codacop.org.co/index.php?option=com_content&view=article&id=88:guardia-indigena&catid=43:procesos-acompanados&Itemid=89

Comunero (s.f). Comunero [Página web]. Recuperado de http://es.thefreedictionary.com/comunero

Cruz, J., (2013, 03, 14). Los tejidos de Jacobo Cruz [Blog]. Recuperado de http://jacobnasa.blogspot.com.co/

D'AMBROSIO, U. (1997). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *Ethnomathematics: challenging eurocentrism in mathematics education.* Albany: State University of New York.

Espinel, A. (2004). Los Paeces crearon su propio abecedario. *El Tiempo.* Recuperado de http://www.eltiempo.com/archivo/documento/MAM-1584657

Euclides (2006). Definiciones libro I [Página Web]. Recuperado de http://www.euclides.org/menu/elements_esp/01/definicioneslibro1.htm

Fuentes, C. (2014). Algunos enfoques de investigación en Etnomatemáticas. *Revista latinoamericana de Etnomatemática*, 7(1), 155-170.

Fuentes, C. (2011). Algunos procedimientos y estrategias geométricas utilizadas por un grupo de artesanos del municipio de Guacamayas en Boyacá, Colombia. *Revista latinoamericana de Etnomatemática*, 4(1), 55-67.

Galeon (s.f). Hispavista [Página web]. Recuperado de http://www.galeon.com/matematicascuriosas/ramas.html

Gilmer, G. (1995, 12, 01). Reportes sobre Investigaciones en Etnomatemáticas [Página web]. Recuperado de http://web.nmsu.edu/~pscott/isgems111.htm

Goetz, J., & Lecompte, M. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa.* Madrid: Morata.

Lozano, J., (2004). Hilado y tejido [Página web]. Recuperado de http://www.claseshistoria.com/glosario/hilado-tejido.html

MEN. (1998). *Lineamientos curriculares de Matemática.* Santa Fe de Bogotá: Magisterio.

MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas.* Bogotá: Ministerio de educación nacional.

MININTERIOR. (2013, 04, 10). Resguardo indígena [Página web]. Recuperado de http://www.mininterior.gov.co/content/resguardo-indigena

Murillo, J., & Martínez, C. (2010). Investigación etnográfica. *Universidad Autónoma de Madrid*. Recuperado de http://www.uam. es/personal_pdi/stmaria/jmurillo/InvestigacionEE/Presentaciones/Curso_10/I_Etnografica _Trabajo. pdf.

ONU (2016). Medicina tradicional [Página web]. Recuperado de https://es.wikipedia.org/wiki/Medicina_tradicional

Peña, P., (2014). Etnomatemáticas y currículo: una relación necesaria. *Revista latinoamericana de Etnomatemática,* 7(2), 170-180.

Rey, J. (1961). *Elementos de Geometría racional.* Madrid: Nuevas Graficas S.A.

Ramírez, A., (s.f). ¿Qué es el trueque? [Blog]. Recuperado de http://truequescauca.blogspot.com.co/2007/05/el-trueque-ha-sido-considerado-por-las.html

Ramos, J., (Entrevista, Junio 13 2016)

Rosa, M. & Orey, D. (2011, Agosto- Enero). Ethnomathematics: the cultural aspects of mathematics. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 4(2), 32-54.

Smith, D. & Wentworth, J. (1915). *Geometría plana y del espacio*. Estados Unidos: Ginn y Compania.

Ulcué, Y. (Entrevista, Marzo 02 2016).

Ulcué, Y. (Entrevista, abril 17 2017).

Wikiguate, (s.f). Chirimía [Página web]. Recuperado de http://wikiguate.com.gt/chirimia/

Wikipedia, (2016, 06, 11). Anaco (vestido) [Página web]. Recuperado de https://es.wikipedia.org/wiki/Anaco_(vestido)

Wikipedia, (2016, 12, 02). Conocimiento tradicional [Página web]. Recuperado de https://es.wikipedia.org/wiki/Conocimiento_tradicional

Yucue, M., (Entrevista, Agosto 19 2016).

Yule, M. & Vitonás, C. (2014). Taw Nasa: *Chumbe Nasa*. Cali: cabildo indígena de Toribio y Asociación proyecto Nasa