

Análisis discursivo en dos libros de texto de tercer grado de primaria en torno al concepto de
división como isomorfismo de medida

Daniela Millán Marulanda

José Brigadier Córdoba Mambuscay

UNIVERSIDAD DEL VALLE

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS

2019

Análisis discursivo en dos libros de texto de tercer grado de primaria en torno al concepto de
división como isomorfismo de medida

Daniela Millán Marulanda

201423574

José Brigadier Córdoba Mambusay

201424337

Trabajo de trabajo de grado para optar al título de Licenciado en Educación Básica con énfasis
en Matemáticas

Dirigido por

Mg. Jennifer Salgado Piamba

UNIVERSIDAD DEL VALLE

INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA

ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS

2019

Agradecimientos

- *A Dios por darnos fortaleza, sabiduría y por cada una de sus bendiciones.*
- *A nuestros padres Diana Marulanda Sánchez y José Córdoba Verdugo por su amor y apoyo incondicional, por habernos inculcado el deseo de triunfo y superación, lo que nos ha permitido cumplir esta meta.*
- *A nuestras familias, amigos y personas que nos apoyaron de diferentes maneras en el transcurso de nuestra carrera.*
- *Agradecer a nuestra directora de trabajo de grado, Jennifer Salgado Piamba por su acompañamiento, compromiso y colaboración con nosotros en el desarrollo de este trabajo.*
- *Agradecimientos a nuestra institución educativa, la Universidad del Valle, por habernos formado y permitido ser parte de ella.*

RESUMEN

El presente trabajo, pretende analizar la perspectiva entorno a la división que promueven algunos libros de texto y justificar la importancia de realizar un análisis de la tematización de este concepto, en dos libros de texto de tercer grado de primaria.

Para abordar esta problemática se presentan dos referentes teóricos; por un lado, La Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud (1990) y por otro Los Tópicos del Discurso y las Macroestructuras Semánticas de Van Dijk (1999), los cuales permiten examinar el significado de los enunciados que tematizan el concepto de división a la luz del isomorfismo de medida en los libros de texto. Este estudio se realiza por medio de una metodología cualitativa descriptiva, para detallar aspectos puntuales de los textos y significados asociados a la división.

Por último, se desarrolla el propósito del trabajo que está dirigido al análisis discursivo en dos libros de texto de tercer grado de primaria en torno al concepto de división como isomorfismo de medida, haciendo algunas reflexiones en cuanto a las macroestructuras semánticas realizadas y la articulación de las dos teorías mencionadas como referentes teóricos.

Palabras Claves: División, Campo Conceptual, Isomorfismo de Medida, Macroestructura Semántica.

TABLA DE CONTENIDO

TABLA DE CONTENIDO.....	5
ÍNDICE DE TABLAS	7
ÍNDICE DE ILUSTRACIONES	8
INTRODUCCIÓN	10
CAPÍTULO 1: CONTEXTUALIZACIÓN Y PROBLEMÁTICA.....	12
1.1 PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	12
1.2 OBJETIVOS	16
1.2.1 Objetivo general.....	16
1.2.2 Objetivos específicos	16
1.3 ANTECEDENTES	17
1.4 JUSTIFICACIÓN	18
1.4.1 El Currículo Nacional	19
1.4.2 Los libros de texto como herramienta pedagógica.....	24
1.4.3 Los tópicos del discurso y las estructuras multiplicativas.....	26
CAPÍTULO 2: MARCOS DE REFERENCIA	30
2.1 MARCO TEÓRICO.....	30
2.1.1 La división más allá que un algoritmo	30
2.1.2 La división como relación cuaternaria	32
2.1.3 La macroestructura y los tópicos del discurso	37
2.2 MARCO METODOLÓGICO.....	40
CAPÍTULO 3: LA DIVISIÓN EN LOS LIBROS DE TEXTO	43
3.1 SELECCIÓN Y ANÁLISIS GENERAL DE LOS LIBROS DE TEXTO.....	43
3.1.1 Selección de los libros de texto.....	43
3.1.2 Análisis general de los libros de texto.....	44
3.1.2.1 Libro de texto “Exploradores Matemáticas 3º” (Norma)	45
3.1.2.2 Libro de texto “Saberes Matemáticas 3º” (Santillana)	52
3.1.3 Análisis matemático a la luz del isomorfismo de medida.....	58
3.2 ANÁLISIS DISCURSIVO DE LOS LIBROS DE TEXTO	65
3.2.1 Tematización de la división en el libro de texto “Exploradores Matemáticas 3º” Ed. Norma	66
3.2.1.1 Macroestructura “Exploradores Matemáticas 3º”	73
3.2.1.2 Interpretación de la macroestructura semántica	74

3.2.2	Tematización de la división en el libro de texto “Saberes Matemáticas 3°” Ed. Santillana	75
3.2.2.1	Macroestructura “Saberes Matemáticas 3°”	84
3.2.2.2	Interpretación de la macroestructura semántica	85
3.3	CONTRASTE ENTRE LOS LIBROS DE TEXTO: “Exploradores Matemáticas 3°” de Ed. Norma y “Saberes Matemáticas 3°” de Ed. Santillana	86
	CAPÍTULO 4: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	87
	REFERENTES	90
	ANEXOS	92
	ANEXO 1 ENCUESTA	92
	ANEXO 2 SELECCIÓN DE LIBROS DE TEXTO	93
	ANEXO 3 ANÁLISIS DE LOS LIBROS DE TEXTO	95
	Estructura general del libro de texto “Exploradores Matemáticas 3°” (Norma)	95
	Organización de los contenidos	96
	Estructura general del libro de texto “Saberes Matemáticas 3°” (Santillana)	99
	Organización de los contenidos	100

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Relación entre Estándares	23
Tabla 2. Relación entre Pensamientos	23
Tabla 3. Uso de las reglas de proyección semántica.....	40
Tabla 4. Pautas análisis general	44
Tabla 5. Tematización "Exploradores Matemáticas 3°"	69
Tabla 6. Clasificación de proposiciones "Exploradores Matemáticas 3°"	70
Tabla 7. Niveles de jerarquización "Exploradores Matemáticas 3°"	71
Tabla 8. Clasificación de proposiciones "Exploradores Matemáticas 3°"	71
Tabla 9. Tematización "Saberes Matemáticas 3°"	80
Tabla 10. Clasificación de proposiciones "Saberes Matemáticas 3°"	81
Tabla 11. Niveles de jerarquización "Saberes Matemáticas 3°"	82
Tabla 12. Proposiciones "Saberes Matemáticas 3°"	82
Tabla 13. Editoriales utilizadas.....	93
Tabla 14. Ficha técnica "Exploradores - Matemáticas 3"	95
Tabla 15. Ficha técnica "Saberes - Matemáticas 3"	99

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Definición de Función	31
Ilustración 2. Relación cuaternaria	34
Ilustración 3. Análisis Escalar.....	35
Ilustración 4. Análisis funcional	35
Ilustración 5. Análisis del Lenguaje gráfico Exploradores Matemáticas 3. Pág. 104	45
Ilustración 6. Imágenes comprensibles Exploradores Matemáticas 3. Pág. 110	46
Ilustración 7. Elementos informativos Exploradores Matemáticas 3. Pág. 121	46
Ilustración 8. Uso del color Exploradores Matemáticas 3. Pág. 119	47
Ilustración 9. Vocabulario apropiado Exploradores Matemáticas 3. Pág. 108.....	47
Ilustración 10. Estilo claro y sencillo Exploradores Matemática 3. Pág. 110	48
Ilustración 11. Extensión y complejidad Exploradores Matemáticas 3. Pág. 104.....	48
Ilustración 12. Sintaxis Exploradores Matemáticas 3. Pág. 106.....	49
Ilustración 13. Fundamentos curriculares Exploradores Matemáticas 3. Pág. 102	50
Ilustración 14. Contribuye a la realidad Exploradores Matemáticas 3. pág. 147	51
Ilustración 15. Produzca conocimiento Exploradores Matemáticas 3. Pág. 146.....	51
Ilustración 16. Análisis del lenguaje gráfico Saberes Matemáticas 3. Pág. 128.....	52
Ilustración 17. Diagramación Saberes Matemáticas 3. Pág. 129	53
Ilustración 18. Uso del color Saberes Matemáticas 3. Pág. 138.....	53
Ilustración 19. Elementos informativos Saberes Matemáticas 3. Pág. 129	53
Ilustración 20. Vocabulario apropiado Saberes Matemáticas 3. pág. 130	54
Ilustración 21 Estilo claro Saberes Matemáticas 3. pág. 135	54
Ilustración 22 Extensión y complejidad Saberes Matemáticas 3 Pág. 139.....	55
Ilustración 23 Sintaxis Saberes Matemáticas 3. pág. 137	55
Ilustración 24. Fundamentos del currículo Saberes Matemáticas 3. Pág. 7.....	56
Ilustración 25. Contribuye real Saberes Matemáticas 3. Pág. 180.....	57
Ilustración 26. Produzca conocimiento Saberes Matemáticas 3. Pág. 150	57
Ilustración 27. Tarea 1 "Exploradores Matemáticas 3º" Pág. 104.....	58
Ilustración 28. Esquema de Vergnaud. Tarea 1 "Exploradores Matemáticas 3º"	59
Ilustración 29. Análisis horizontal de Vergnaud. Tarea 1 "Exploradores Matemáticas 3º"	59
Ilustración 30. Análisis vertical de Vergnaud. Tarea 1 "Exploradores Matemáticas 3º"	60

Ilustración 31. Tarea 2 "Exploradores Matemáticas 3°" Pág. 109.....	60
Ilustración 32. Esquema de Vergnaud. Tarea 2 "Exploradores Matemáticas 3°"	60
Ilustración 33. Análisis horizontal de Vergnaud. Tarea 2 "Exploradores Matemáticas 3°"	61
Ilustración 34. Análisis vertical de Vergnaud. Tarea 2 "Exploradores Matemáticas 3°"	61
Ilustración 35. Tarea 3 "Saberes Matemáticas 3°" Pág. 129.....	62
Ilustración 36. Esquema de Vergnaud Tarea 3 "Saberes Matemáticas 3°"	62
Ilustración 37. Análisis horizontal de Vergnaud. Tarea 3 "Saberes Matemáticas 3°"	63
Ilustración 38. Análisis vertical de Vergnaud. Tarea 3 "Saberes Matemáticas 3°"	63
Ilustración 39. Tarea 4 "Saberes Matemáticas 3°" Pág. 134.....	63
Ilustración 40 Esquema de Vergnaud Tarea 4 "Saberes Matemáticas 3°"	64
Ilustración 41. Análisis horizontal de Vergnaud. Tarea 4 "Saberes Matemáticas 3°"	64
Ilustración 42. Análisis vertical de Vergnaud. Tarea 4 "Saberes Matemáticas 3°"	64
Ilustración 43. Macroestructura "Exploradores Matemáticas3°"	73
Ilustración 44. Macroestructura "Saberes Matemática"	84
Ilustración 45. Encuesta	92
Ilustración 46. Años de experiencia docente	93
Ilustración 47. Editoriales más usadas	94
Ilustración 48. Portada del libro Norma.....	95
Ilustración 49. Bloques 1 y 2 del libro Exploradores Matemáticas 3.	97
Ilustración 50. Bloques 3 y 4 del libro Exploradores Matemáticas 3.	98
Ilustración 51. Portada del libro Santillana.....	99
Ilustración 52. Módulo 1 y 2 Saberes Matemáticas 3.....	101
Ilustración 53. Módulo 3 y 4 Saberes Matemáticas 3.....	102

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo se presenta con el fin de optar al título de Licenciado en Educación Básica con énfasis en Matemáticas en la Universidad del Valle, y se inscribe en línea de investigación en lenguaje, razonamiento y comunicación de saberes matemáticos, se pretende realizar un análisis discursivo de dos libros de texto en torno al concepto de división como isomorfismo de medida.

De esta forma, en este trabajo se analizará la tematización del concepto de división, dado que usualmente, su enseñanza suele centrarse en la memorización de un algoritmo, en el cual, se realiza una resta iterada del divisor en el dividendo, hasta obtener un cociente y residuo. Esta forma de enseñanza, deja de lado la cuarta cantidad, puesto que no se visualiza en la división la intervención de dos espacios de medida de diferente naturaleza, como lo expresa Vergnaud (1990).

Así mismo, se pretende rastrear esta tematización en dos libros de texto de tercero de primaria, grado de escolaridad en el cual según el MEN (1998) se aborda dicho concepto, puesto que el libro de texto es una de las herramientas pedagógicas más usadas en las instituciones educativas, tanto en el proceso de enseñanza como en el de aprendizaje (Mas y Martínez, 2002), además, de que promueven una perspectiva puntual y significados específicos de los conceptos trabajados.

Dicho análisis, se realiza bajo dos referentes teóricos, por un lado Vergnaud (1990) sobre los campos conceptuales, específicamente sobre las estructuras multiplicativas del tipo isomorfismo de medida, con el cual se logra identificar bajo qué estructuras se propone la división y si se está entendiendo como relación cuaternaria; por el otro, Van Dijk (1999) sobre los tópicos del discurso, con el cual se reconocerá el significado de los enunciados que tematizan la división por medio de macroestructuras semánticas.

Este trabajo se ha estructurado en cuatro capítulos; un primer capítulo en el que se realiza la presentación de la problemática, los objetivos, la mención de algunos antecedentes relacionados con este trabajo y la justificación desde tres enfoques a saber; el curricular que se centra en la postura del MEN en cuanto a los estándares y lineamientos curriculares, desde los libros de texto

como herramienta pedagógica y finalmente desde los tópicos del discurso y las macroestructuras semánticas.

El segundo capítulo está dividido en dos momentos, por un lado los referentes teóricos, expuestos en tres partes; primero la descripción de las formas en que se aborda la división desde la aritmética, el álgebra y como perspectiva lineal, segundo, se mencionan los campos conceptuales de Vergnaud y los tipos de cantidades de Schwartz para comprender los tipos de cantidades que intervienen en la relación cuaternaria y finalmente se abordan los macroestructuras y tópicos del discurso para enfatizar en la importancia de la realización del análisis semántico en los libros de texto, por otro lado, el referente metodológico que expone el tipo de metodología utilizada y las fases en las que se realizó este trabajo.

El tercer capítulo está compuesto por los criterios de selección, el análisis general y el análisis discursivo de los libros de texto, por último, el capítulo cuarto que contiene las conclusiones y recomendaciones, referentes bibliográficos y los anexos.

Para llevar a cabo los análisis discursivos, en una primera fase, con el fin de identificar los enunciados que tematizan el concepto de división en dos libros de texto de grado tercero de primaria, se realiza la consolidación de los elementos conceptuales, es decir los fundamentos que soportan este trabajo; una segunda fase en la que se establece la realización de una encuesta (Anexo 1), con el fin de identificar los libros de texto más utilizados, la realización del análisis general de cada uno de los libros y el análisis matemático de algunas tareas propuestas por los libros de texto, por último, en una tercera fase, se realiza la construcción de las proposiciones a través de las macro reglas, se organizan jerárquicamente y se crean las macroestructuras semánticas, con el fin de determinar el significado de la división, en los dos libros de texto, finalmente se exponen los resultados obtenidos y se mencionan algunas conclusiones y reflexiones.

CAPÍTULO 1: CONTEXTUALIZACIÓN Y PROBLEMÁTICA

1.1 PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

En el proceso de formación académica de cada sujeto, la educación contempla un aprendizaje integral en relación con el conjunto de áreas que conforman el currículo, así desde una edad temprana se empieza el ciclo escolar, aquí se introduce y se comienzan procesos de enseñanza y aprendizaje de saberes específicos: ciencias, matemáticas, lenguaje, entre otros, esto acorde a lineamientos y estándares propuestos desde el Ministerio de Educación Nacional (M.E.N).

En el área de matemáticas, las operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división se enmarcan en los primeros grados escolares, específicamente en el ciclo escolar de primero a tercero, en el cual, la enseñanza de las últimas dos operaciones se ha centrado en el reconocimiento y práctica de un algoritmo, de acuerdo a Orozco (2009):

La multiplicación se distingue como una operación binaria directa de la forma $a \times b = c$, que cumple con ciertas propiedades y en donde a su vez, la división constituye la operación inversa la cual se puede representar formalmente como $c \div b = a$, o $c \div a = b$. (p. 1)

Algoritmos que son enseñados partiendo de la explicación y definición de sus partes, divisor, dividendo, cociente y residuo.

Así mismo, de acuerdo a Puig & Cerdán (1999) y al MEN (1998), la forma usual utilizada para la enseñanza de la división, se ha centrado en la repartición y en el agrupamiento o sustracción repetida, es decir, se ha centrado en la repetición de algunas operaciones básicas, por un lado, se utiliza la suma iterada para resolver problemas que exigen el tipo multiplicativo, por el otro, se emplea la resta sucesiva para la resolución de problemas que implican división.

Dado que el objetivo de los estándares es dar pautas en relación con lo que se espera que el estudiante aprenda al finalizar cada ciclo escolar, y los lineamientos establecer los procesos básicos y los pensamientos y sistemas, que se deben tener en cuenta de acuerdo al ciclo escolar, es pertinente y necesario que estos aspectos estén contenidos dentro del libro de texto¹, para que haya una concordancia entre las orientaciones de MEN y las editoriales en el aprendizaje de un concepto

¹ El libro de texto se entiende como Alzate et al. (1999) “un material que se emplea en la escuela, ya sea de manera preferencial, como medio auxiliar, como fuente de información o como facilitador del aprendizaje” (p. 28)

matemático. Así, es importante que los contenidos trabajados y el aprendizaje que se espera en los estudiantes, se desarrollan en relación con los procesos² propuestos en los lineamientos curriculares establecidos por el MEN (1998), los cuales buscan un desarrollo en los procesos cognitivos en el transcurso de su aprendizaje y desde los estándares, se espera que establezcan competencias mínimas que se desarrollaran en determinado ciclo escolar, enseñanza orientada por el docente y que involucra guías o textos escolares.

En la enseñanza y aprendizaje de las operaciones y el desarrollo del pensamiento numérico, se ha llegado a incurrir en la práctica repetitiva de algoritmos (Puig & Cerdán. 1999), llevando a procesos mecánicos de ejercitación de dicho algoritmo, dejando de lado las relaciones existentes entre las operaciones, lo que conlleva a que se produzcan dificultades que son evidentes cuando se afronta la resolución de un problema y en el cual se debe relacionar conceptos.

Desde el MEN (1998) a través de los lineamientos se ha buscado superar aquellos diferentes tipos de problemas que se han identificado en relación con la multiplicación y la división, resaltando que en estos dos conceptos:

La comprensión de sus significados es mucho más difícil que la de la adición y la sustracción, debido a la estructura de la operación; ya que la adición y sustracción están asociadas con situaciones en las que se combinan o disocian dos conjuntos de objetos similares, mientras que en la multiplicación y la división esto no ocurre, sino que en cada caso se asocia cada uno de los elementos de uno de los conjuntos con un subconjunto equivalente del otro (p. 32).

La complejidad del concepto de multiplicación y división en los primeros grados de escolaridad, puede generar dificultad en la aprehensión de estos conocimientos por parte de los estudiantes, de modo que éste no logra reconocer las propiedades de cada concepto con claridad y cómo utilizarlas en la resolución de un problema, Vergnaud (1983) propone la teoría de los campos conceptuales, definida como “un conjunto de problemas y situaciones cuyo tratamiento requiere conceptos, procedimientos y representaciones de tipos diferentes pero íntimamente relacionados” (p. 127), lo cual, permite identificar las rupturas y filiaciones en los procesos que se dan en el aprendizaje de las matemáticas.

² Según el M.E.N los procesos que tienen que ver con el aprendizaje son: el razonamiento; la resolución y planteamiento de problemas; la comunicación; la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos

Dentro de esta teoría, se encuentra el campo conceptual de la estructura multiplicativa, en el que se ubican los problemas multiplicativos, este campo se refiere a todas las situaciones que pueden ser analizadas como problemas de proporciones simples y múltiples para los cuales generalmente es necesaria una multiplicación, una división o una combinación de esas operaciones.

En las estructuras multiplicativas de Vergnaud, se presenta la categoría de isomorfismo de medida que consiste en una relación cuaternaria, es decir, entre cuatro cantidades; dos cantidades que pertenecen a un espacio de medida y las otras dos que pertenecen a otro espacio como un problema de tipo multiplicativo que involucra la operación división.

Abordar la división como isomorfismo de medida, permite identificar la unidad y aquellos espacios de medidas involucrados, por el contrario, cuando se trabaja de forma algorítmica, se deja de lado dichos espacios, impidiendo identificar el espacio de medida al que pertenecen las cantidades.

Por otro lado, los lineamientos presentan orientaciones generales para la construcción de los currículos presentes en cada institución educativa, también plantean que la selección de textos escolares y de los materiales didácticos es determinante en la calidad y pertinencia de las representaciones y por ende de la comunicación, pues en los últimos años el libro de texto se ha convertido en una herramienta muy común utilizada por los docentes tanto en el sector público como en el privado, según Alzate, Gómez, & Romero (1999):

El libro de texto es el medio de enseñanza más utilizado en colegios y escuelas colombianas. La mayor parte de los profesores se basan en algún texto para preparar sus clases y como ayuda para presentar los contenidos a los estudiantes. (p. 38)

Es importante que los docentes analicen si el libro de texto que utiliza está bien fundamentado, puesto que la realización de un libro de texto implica una transposición didáctica del contenido netamente matemático, que de acuerdo a Gómez (2005) “El concepto de transposición didáctica remite entonces al paso del saber sabio al saber enseñado y luego a la obligatoria distancia que los separa” (p. 5), esto, con el fin de facilitar el aprendizaje de los contenidos y por medio de esta transposición, lograr una mejor comprensión para los estudiantes.

Pero, también se debe tener en cuenta que según Alzate et al. (1999) “el mercado del texto escolar está íntimamente ligado a la oferta escolar, es decir, a la política educativa” (p. 30), por lo

tanto, existen libros de textos creados con fines lucrativos. Las reformas y cambios que se plantean a favor de generar una mejor educación en las instituciones educativas, han conllevado a que las editoriales generen nuevas ediciones de los libros de texto, pero esto no garantiza que realmente contengan los elementos necesarios, para el trabajo de un concepto.

De este modo, resulta importante el estudio de los contenidos de los libros de texto puesto que permiten y brindan un panorama de análisis de la forma como se proponen y se abordan los conceptos matemáticos, en este caso, el concepto de división.

Una de las maneras en las que se puede estudiar los contenidos de los libros de texto es a través de un análisis discursivo pues un análisis del discurso³ de este tipo, según Van Dijk (1999) “proporciona detallados y sistemáticos análisis de las estructuras y estrategias de texto y habla” (p. 24), dicho análisis permite identificar características presentes en un discurso, ya sea oral o escrito. En esta instancia se reconoce que los libros de texto promueven un discurso por medio del cual dan a conocer una postura y significados particulares de los objetos matemáticos en el contexto escolar, por lo cual resulta pertinente apelar a elementos de este corte para identificar los significados que promueven los textos en torno a la división.

Van Dijk, en su teoría del análisis del discurso, distingue dos niveles, el pragmático y el semántico, el primero enfocado en el análisis del discurso oral, y el otro en el escrito, para Van Dijk (1998) “tanto en el nivel semántico como en el pragmático, han de postularse MACROESTRUCTURAS de discurso y conversación, especialmente para explicar la noción de TÓPICO DEL DISCURSO, usada para definir la conexión lineal y la coherencia en oraciones compuestas y secuencias” (p. 18), es decir, estos niveles nos permiten identificar la coherencia y el sentido de las proposiciones⁴ simples o compuestas.

Este trabajo se centrará en el análisis de los contenidos propuestos en dos libros de texto en torno a la división, por lo tanto, se enfocará únicamente en el nivel semántico, pues éste permite analizar las estructuras que se encuentran en los textos y sus proposiciones, permite dar cuenta de

³ El discurso entendido como la acción, oral o escrita, usada en el proceso de comunicar. En su composición posee una estructura de acuerdo al tema que se desea comunicar o informar. (Van Dijk, 1996)

⁴ Una proposición es una oración o frase que tienen la propiedad de ser verdadera o falsa.

la coherencia de los significados expuestos en los libros de texto y las estructuras utilizadas para la introducción de la definición de división.

El libro de texto es una herramienta pedagógica, en la que se promueve el aprendizaje y la enseñanza del concepto de división por medio de su discurso, este concepto puede rastrearse en los enunciados que contiene el libro, es decir puede develarse el contenido semántico del mismo, a partir de la tematización de sus enunciados. El análisis del discurso, es fundamental en la revisión de los libros de texto, permite identificar de qué forma se está trabajando la definición de división, bajo qué estrategias o metodologías lo pretenden enseñar.

De este modo, el libro de texto hace parte de las estrategias de enseñanza y aprendizaje adoptadas dentro de las instituciones educativas, sin embargo, se debe adoptar una postura en la cual se analice la forma como estos libros presentan los conceptos matemáticos, si se tienen en cuenta o se desarrollan los procesos descritos en los Lineamientos a favor de los estudiantes y las estructuras en que estos son presentados o diseñados, el discurso inmerso en él; de allí surge el interés de analizar:

¿Cómo se tematizan los enunciados asociados al concepto de división en dos libros de texto de tercer grado de primaria en relación con el isomorfismo de medida de Vergnaud?

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo general

- Analizar cómo los enunciados en dos libros de textos de matemáticas de grado tercero de básica primaria, tematizan el concepto de división a la luz del isomorfismo de medida de Vergnaud.

1.2.2 Objetivos específicos

- Identificar los enunciados que tematizan el concepto de división en dos libros de texto de grado tercero de primaria.

- Examinar las tareas propuestas en los dos libros de texto, según la estructura del isomorfismo de medida propuesto por Vergnaud.
- Determinar el significado de la división en los dos libros de texto a partir de sus macroestructuras semánticas.

1.3 ANTECEDENTES

En este apartado, se presentan dos trabajos de grado y un artículo que han sido de gran relevancia y tenidos en cuenta en el desarrollo de este trabajo, debido a que son de gran aporte de acuerdo a los objetivos planteados, así, se tiene el trabajo de grado de pregrado de Estefanía Muñoz Víafera y Beanney Zetty Cifuentes (2016), el trabajo de investigación de maestría de Marlen Andrea Ospina Puentes y Jennifer Salgado Piamba (2016) y por último, el artículo realizado por David Barba y Cecilia Calvo (2010) y publicado en la revista Uno de Didáctica de las Matemáticas.

Por un lado, se toma en consideración el trabajo de grado titulado “Análisis discursivo de dos libros de texto de grado quinto de educación básica en torno al concepto de combinación como parte del campo conceptual multiplicativo”, de Muñoz, E., & Zetty, B. (2016), trabajo orientado en evidenciar que la combinación hace parte del campo conceptual multiplicativo. Este trabajo se centró en el análisis discursivo de los libros de texto de matemáticas de grado quinto de primaria “Rutas Matemáticas 5º” Ed. Santillana y “Norma Matemáticas para pensar 5º” Ed. Norma; el cual contribuye a este trabajo, dado que aborda el campo conceptual multiplicativo de Vergnaud en relación al concepto de combinación, a través de la tematización de los enunciados presentes en los libros de texto y la organización jerárquica de las proposiciones construidas.

También, se considera pertinente el artículo titulado “La división: mucho más que un algoritmo” realizado por Barba, D. & Calvo, C (2010) y publicado en la revista Uno de Didáctica de las Matemáticas, allí afirman que el aprender una operación va más allá que ejecutar un algoritmo, se trata de poder identificar en qué contextos se puede utilizar y cuáles son sus propiedades, además, indican que la enseñanza de la división se resume en dos tipos de problemas: problemas de reparto y problemas de agrupamiento, finalmente, proponen una secuencia didáctica con el fin de proponer la enseñanza de la división como un pensamiento utilizando estrategias que se salen de lo habitual, mas no como un algoritmo.

Finalmente, se toma el trabajo de investigación de maestría desarrollado por Ospina, M. A., & Salgado, J. (2016) de la Universidad del Valle, titulado “La Enseñanza de la Multiplicación como Isomorfismo de Medida: Aproximación Discursiva” en el cual se rastreó la tematización de una docente, es decir, de cómo sus enunciados movilizaban el concepto de multiplicación como isomorfismo de medida. Esta investigación contribuye a la construcción de este trabajo ya que se evidencia, la influencia del discurso en el aprendizaje de la multiplicación en los estudiantes, además brinda aspectos teóricos y metodológicos con respecto al análisis del discurso tanto oral como escrito, los cuales contribuyen a la tematización de un discurso. Cabe resaltar que el estudio en este trabajo, surge de las reflexiones realizadas en esta investigación; se toma como base la estructura de análisis realizado.

1.4 JUSTIFICACIÓN

En este apartado, se pretende mostrar desde diferentes perspectivas la mirada que se le da a la enseñanza y el aprendizaje del concepto de división, desde lo curricular se exponen los aspectos que el Ministerio de Educación Nacional (MEN) considera pertinentes dentro de la enseñanza desde dos vertientes: los Estándares Básicos de Competencias (2006) y los Lineamientos Curriculares (1998). En este trabajo no se consideran los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) dado que los contenidos u orientaciones que se presentan en ellos están desglosados desde los dos referentes anteriores.

También se toman en consideración las investigaciones realizadas por autores como Puig & Cerdán (1999), Barba & Calvo (2010), acerca de la enseñanza y aprendizaje de las operaciones básicas. En la última parte, se toman los libros de texto como una herramienta pedagógica usada por los docentes, por lo tanto, se explica cuáles son las implicaciones con su uso, y finalmente, se expone la importancia de los tópicos del discurso para entender el significado de los enunciados y las estructuras multiplicativas para identificar de qué forma los libros de texto abordan el concepto de división.

La enseñanza de las matemáticas es una de las áreas fundamentales en la educación, de allí que desde el ciclo inicial se enseña los números y posteriormente las operaciones básicas, suma, resta, multiplicación y división, sin embargo, desde las aulas principalmente su enseñanza se ha abordado a partir de un punto de vista algorítmico y repetitivo llevando a que el estudiante lo

relacione con algo memorístico, según Barba & Calvo (2010) “Una operación como objeto de aprendizaje, es mucho más que saber ejecutar un algoritmo: implica reconocer los distintos contextos en que se aplica, usar sus propiedades, identificar regularidades” (p. 42), es decir, que su aplicación se relacione con contextos cotidianos y se pueda poner en práctica en la resolución de un problema.

Así, en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, de acuerdo a Orrantia (2006), Socas (2007) y Rico (1995), se pueden encontrar dificultades en torno a las diferentes nociones trabajadas en ellas, esto debido a las diferentes rupturas y vacíos que van quedando en el estudiante, en algunas ocasiones a causa de la transposición didáctica, en el paso del saber sabio al saber enseñado dentro del libro de texto, como es en el caso de la enseñanza de las estructuras multiplicativas, en las que se pueden presentar dificultades que al no ser aclaradas, hacen que los estudiantes no comprendan el sentido de la división.

1.4.1 El Currículo Nacional

Aproximadamente en la década de los 80, la educación matemática manejaba un modelo educativo, en el cual, la teoría de conjuntos y la lógica matemática dominaban en la enseñanza de las matemáticas, pero este modelo no brindaba el énfasis suficiente en la resolución de las operaciones básicas, quedando un vacío en los estudiantes (MEN, 1998).

Por esto, el MEN, convocó una organización formada por docentes e investigadores del área de matemáticas para realizar una reforma, de allí la creación de los Lineamientos Curriculares, este documento, según MEN (1998) “Pretende ser posibilitador, promotor y orientador de los procesos curriculares que viven las instituciones” (p. 4), es decir un documento base para los docentes y las instituciones educativas, para las principales área de conocimiento, este presenta los orientaciones curriculares para el trabajo escolar.

Así, estos Lineamientos proponen estrategias de enseñanza, según MEN (1998) “Deben servir de orientación pero no reemplazan a los docentes en las decisiones que les corresponde tomar en asuntos como contenidos, metodologías y estrategias para la participación” (p. 7), los docentes siguen siendo personas autónomas quienes pueden elegir la forma en que quieren enseñar y la metodología que quieren utilizar, no se deben sentir obligados a seguir lo que se encuentra escrito en los Lineamientos Curriculares ni en cualquier libro de texto.

Por lo tanto, los lineamientos proponen orientaciones para la enseñanza y tres aspectos importantes para la organización del currículo, MEN (1998) unos procesos generales que tienen que ver con el aprendizaje, tales como el razonamiento, la resolución y planteamiento de problemas, la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos, y por último la comunicación, unos conocimientos básicos que tienen que ver con procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y con sistemas propios de las matemáticas y por último, el contexto tiene que ver con los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas.

También propone cinco pensamientos básicos: pensamiento numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional, cada uno acompañado de unos sistemas: numéricos, geométricos, de medidas, de sistemas de datos y algebraicos y analíticos respectivamente, estos con el fin de agrupar en pensamientos las distintas áreas de conocimiento de las matemáticas.

Las operaciones básicas: adición, sustracción, división y multiplicación, se encuentran dentro del pensamiento numérico y sistemas numéricos, entendiendo el pensamiento numérico como “un concepto más general que sentido numérico, el cual incluye no sólo éste, sino el sentido operacional, las habilidades y destrezas numéricas, las comparaciones, las estimaciones, los órdenes de magnitud” (MEN, p. 26), lo cual indica, que cada una de las operaciones deben ser entendida en su totalidad, contemplando sus propiedades y diferentes formas de uso.

La idea es que los estudiantes aprendan a utilizar una operación en varios contextos, que la entiendan y no la vean solo como una forma o algoritmo, según MEN (1998) “Cuando un estudiante de 6° grado dice que $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{8}{10}$, o un estudiante de 2° grado afirma que $40 - 36 = 16$, están intentando aplicar un algoritmo que han aprendido, pero no están manifestando pensamiento numérico” (p. 27), es decir, no se ha entendido las características y propiedades que definen estas operaciones, por esto, no realizan el procedimiento correcto ni son conscientes de ello.

En relación con la operación de división, según MEN (1998) “En cuanto a la multiplicación y la división muchos investigadores han señalado que la comprensión de sus significados es mucho más difícil que la de la adición y la sustracción, debido a la estructura de la operación” (p. 32) esto, debido a la naturaleza de los objetos presentes en cada una de ellas, puesto que en la adición y la

sustracción, se trabaja con cantidades que pertenecen a un mismo conjunto o de una misma naturaleza, mientras que en la multiplicación y en la división, dos de las cantidades que se presentan pertenecen a un conjunto y las otros dos a otro diferente, estableciendo una relación cuaternaria entre distintos conjuntos; uno de llegada y otro de salida.

Los lineamientos mencionan que para la operación de división se suelen usar dos problemas típicos: MEN (1998) “a) **Repartir** Juan tenía 12 carritos. Quería colocarlos en 4 hileras iguales. ¿Cuántos debía colocar en cada hilera?; b) **Agrupamiento o sustracción repetida** Juan tenía 12 carritos. Quería colocarlos en hileras de 4. ¿Cuántas hileras podía hacer?” (p. 32), omitiendo otros tipos de problemas en los que es más enriquecedor el trabajo con la división, por ejemplo, Pagué 12.000 pesos por 3 botellas de gaseosa, ¿cuál es el precio de una botella?, en la cual, se puede identificar una relación cuaternaria, en la que se involucran dos unidades de medida diferentes.

De esta forma, dentro de la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud (1990), se encuentra el campo conceptual de las estructuras multiplicativas, allí, se entiende la división como una relación cuaternaria, en la cual intervienen dos espacios de medida de diferente naturaleza, que permite la identificación de la unidad, es decir, se observan las cuatro cantidades involucradas en esta operación y los espacios de medida correspondientes. Sin embargo, la dificultad presente en la enseñanza de la división, se centra en la ejercitación del algoritmo, entiende la división como una relación ternaria, dejando de lado la existencia de la unidad y las transformaciones al interior de los espacios de medida y entre espacios de medida.

Al abordar la división como relación cuaternaria, se presenta una articulación entre el pensamiento numérico y sistemas numéricos, con el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos, y el pensamiento métrico y sistemas de medidas.

El pensamiento métrico se centra en la comprensión de las cantidades y magnitudes en los procesos de medición y estimación, por medio del uso de los sistemas métricos, de esta forma, el pensamiento métrico no se puede reducir en la asignación numérica, sino que debe desarrollarse a través de situaciones cotidianas y actividades, en las que se realicen comparaciones de magnitudes, tales como, más que, el doble de, menos que, donde el estudiante tenga la necesidad de informar y justificar el resultado, con el fin de que el estudiante reconozca los elementos que intervienen en el proceso de medición.

Así, la división se puede entender como un concepto que permite comparar, establecer variaciones entre los espacios de medida y cuantificar magnitudes, de esta forma, la división entendida como isomorfismo de medida, permite la identificación de los espacios de medida y la variación entre estos.

El pensamiento variacional, según los Lineamientos Curriculares (1998) la variación y el cambio se deben tomar como ejes centrales, puesto que están involucrados en todas las ciencias y en la vida cotidiana. Este pensamiento establece relaciones entre procedimientos y conceptos, haciendo que se analice, organice y modele problemas y situaciones en diferentes contextos; permite el estudio de los fenómenos de variación y la organización en sistemas de representación como el plano cartesiano y sagital, las tablas, representaciones pictóricas etc.

En este sentido, la división es una operación importante ya que, al entenderla como isomorfismo de medida, se debe analizar y estudiar la variación simple entre las cantidades dentro de los espacios de medida, al tener una incógnita que varía dependiendo del tipo de problema o ejercicio, esta variación es entendida como, proporcionalidad directa, cuando una cantidad aumenta o disminuye en un espacio de medida, ocurre lo mismo en el otro espacio de medida.

Según los estándares básicos de competencias (MEN 2006), la división se encuentra bajo el estándar “Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas”, en el ciclo escolar de primero a tercero, pero cabe resaltar, que a medida en que se avanza de ciclo escolar, los estándares se van complejizando, logrando mayor apropiación y manejo del concepto tratado.

Esta relación entre estándares dentro de un mismo pensamiento, pero diferente ciclo escolar, es llamado análisis vertical, se puede observar a continuación:

Pensamiento numérico y sistemas numéricos	
Ciclo escolar	Estándares
De primero a tercero	<ul style="list-style-type: none"> • Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.
De cuarto a quinto	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones. • Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas.

Tabla 1. Relación entre Estándares

Tomando la división desde las estructuras multiplicativas de Vergnaud, específicamente como relación cuaternaria, se ven involucrados otros dos pensamientos, el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos y el pensamiento métrico y sistemas de medidas, se puede establecer una relación entre los estándares presentes en cada uno de los pensamientos dentro de un mismo grado escolar, esta relación es llamada análisis horizontal, se puede observar a continuación:

Ciclo escolar de primero a tercero			
	Pensamiento métrico y sistemas de medidas	Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos	Pensamiento numérico y sistemas numéricos
Estándares	<ul style="list-style-type: none"> • Reconozco el uso de las magnitudes y sus unidades de medida en situaciones aditivas y multiplicativas • Realizo y describo procesos de medición con patrones arbitrarios y algunos estandarizados, de acuerdo al contexto 	<ul style="list-style-type: none"> • Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros) 	<ul style="list-style-type: none"> • Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.

Tabla 2. Relación entre Pensamientos

De esta manera, en el pensamiento numérico y sistemas numéricos, se encuentra el estándar “Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas”, en el cual se hace énfasis en la resolución de las operaciones básicas, entre ellas la división.

Por otro lado, en el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos, se encuentra el estándar “Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros)”, en el cual se reconoce la variación entre espacios de medida presentes en la división como relación cuaternaria.

Finalmente, en el pensamiento métrico y sistemas de medidas, se encuentra dos estándares “Reconozco el uso de las magnitudes y sus unidades de medida en situaciones aditivas y multiplicativas” y “Realizo y describo procesos de medición con patrones arbitrarios y algunos estandarizados, de acuerdo al contexto”, para identificar y clasificar la información de acuerdo a los tipos de magnitudes involucradas y establecer qué operaciones se pueden realizar.

Dada la perspectiva curricular de la división, es de gran interés, analizar de qué forma los libros de texto abordan este concepto y la estructura de sus tareas⁵.

1.4.2 Los libros de texto como herramienta pedagógica

En los últimos años, el libro de texto se ha convertido en una de las herramientas más usadas dentro del aula por parte del docente, para Arbeláez, Arce, Guacaneme & Sánchez (1999), citando a Richaudeau: “(...) los manuales escolares, representan actualmente -y con mucho- el medio de enseñanza más ampliamente utilizado en el mundo y, por consiguiente, tiene notables implicaciones de naturaleza económica, pedagógica y social” (p. 43), en algunas ocasiones porque es un material de uso obligatorio por parte de las instituciones y en otras porque es la mano derecha de los docentes a la hora de planear y presentar sus clases.

Se entiende el libro de texto como Alzate et al. (1999) “un material que se emplea en la escuela, ya sea de manera preferencial, como medio auxiliar, como fuente de información o como facilitador del aprendizaje” (p. 28), como un documento impreso, en el cual están plasmados los contenidos correspondientes para un grado en particular; este material se utiliza en el aula de clase por parte del docente para impartir conceptos y guiar sus clases, en este sentido el libro de texto en su contenido, guía el trabajo del estudiante y el docente de acuerdo a las actividades propuestas en él y los enunciados y figuras presentes.

⁵ Se entiende como tareas los ejercicios, ejemplos y problemas que plantean los libros de texto.

El libro de texto no es más que una ayuda, pero algunos docentes lo toman como el plan de aula, y reducen su enseñanza a la reproducción de sus contenidos, según Alzate et al. (1999):

El libro de texto es el medio de enseñanza más utilizado en colegios y escuelas colombianas. La mayor parte de los profesores se basan en algún texto para preparar sus clases y como ayuda para presentar los contenidos a los estudiantes (p. 38)

Los docentes lo emplean como una base en la realización de sus clases, toman lo que allí se encuentra escrito y lo replican, lo que puede llevar a la utilización de metodologías o formas de enseñanza, en ocasiones orientadas por las actividades encontradas en el libro de texto.

Por ello, es pertinente que los docentes revisen con cautela los textos escolares para escoger con plena certeza cuál se ajusta más a su labor, teniendo en cuenta que no es el libro de texto quien va a dirigir la clase, si no que será una ayuda, por esto, la calidad del libro de texto es muy importante, de acuerdo a Arbeláez et al. (1999) un libro de texto es de calidad si cumple con determinadas características, tales como: un lenguaje escrito adaptado al usuario, un lenguaje gráfico apropiado y con contenido actualizado y suficiente, un tratamiento pedagógico de los temas presentados, una estrecha relación con las pautas curriculares.

El libro de texto, no solo transmite conocimientos, también es un instrumento que utilizan las editoriales para inducir a ideologías o vertientes culturales (Alzate et al., 1999), lo que indica que no siempre son creados con fines académicos puntuales, sino que promueven de cierta forma concepciones de las editoriales. Respecto a esto, se debe considerar quiénes están detrás de las editoriales ya que al crear textos escolares lo ideal sería que quien los cree, sea alguien que haya estado inmerso en el aula y le interese una educación de calidad, pero en algunas ocasiones quienes están allí son personas ajenas a la educación, según Alzate et al. (1999) “el mercado del texto escolar está íntimamente ligado a la oferta escolar, es decir, a la política educativa” (p. 30), es decir, muchas editoriales trabajan dependiendo las necesidades de la sociedad pero con fines lucrativos.

Otra cuestión importante en los libros de texto, es la llamada transposición didáctica, entendida como Alzate et al. (1999) “El trabajo que transforma un objeto de saber para enseñar en un objeto de enseñanza” (p. 54), el autor estudia los contenidos que irán en el texto, y los modifica, los adapta de acuerdo al grado de escolaridad y la edad de los estudiantes, pero en esta adaptación,

los conceptos pueden perder su naturaleza y verdadera esencia, convirtiéndose solamente en fórmulas, algoritmos y problemas rutinarios que matan todo pensamiento creativo en los estudiantes.

De esta forma, el libro de texto independientemente de la calidad que posea, siempre va a depender del docente, pues es éste quien le puede dar un valor significativo a lo que allí está escrito, pues el libro de texto suele estar sometido a una sola forma de trabajo, es decir, los enunciados que están allí hacen referencia a una sola forma de resolución, por lo tanto el docente debe estar al tanto y complementar, darle diferentes significados a los enunciados que allí se encuentran escritos, por esta razón toma sentido el analizar el concepto de división en los libros de texto a la luz del isomorfismo de medida propuesto por Vergnaud.

En consonancia con lo anterior, resulta prudente apelar a los referentes de Van Dijk (1988) para realizar un análisis discursivo de los enunciados presentes en el libro de texto, dado que estos inciden de alguna forma en el aprendizaje y favorecen al estudiante en el acercamiento con las nociones o en la significación de conceptos matemáticos, los cuales pueden acercar o no al estudiante a una comprensión, de forma que desarrolle procesos cognitivos en torno al objeto matemático expuesto.

1.4.3 Los tópicos del discurso y las estructuras multiplicativas

Los libros de texto son una herramienta que utilizan algunos docentes al momento de realizar la planeación de los contenidos que van a trabajar en el aula de acuerdo al grado de escolaridad, estos se convierten en un medio que propicia una información general por medio del discurso que está inmerso dentro del texto, un discurso construido a partir de los contenidos específicos de las matemáticas y su simbología, sistemas semióticos y los diferentes registros de representación.

Para Van Dijk (1996) al leer o escuchar un discurso nos es posible señalar el tema o el asunto, que está presente en él y lo relaciona con la propiedad del significado o del contenido del discurso, relacionado a nivel general dentro de un texto; el cual se hará explícito en lo que él denomina, estructura semántica, “Puesto que tales estructuras semánticas aparentemente no se

expresan en oraciones individuales sino en secuencias completas de oraciones, hablaremos de Macroestructuras semánticas” (p. 48)

El discurso dentro de esta perspectiva está compuesto por una macroestructura y microestructuras semánticas, es decir de dos estructuras de significado, la primera permite dar cuenta del contenido global y la segunda la estructura local del discurso, relaciones de conexión y coherencia entre ellas:

Así, es que las macroestructuras son esenciales en cualquier modelo cognoscitivo que dé cuenta a la vez de la producción y comprensión del discurso, de la observación de episodios, de la participación y la interpretación de la acción y la interacción, de la solución de problemas y del pensamiento en general (Van Dijk, 1996) (p. 56)

En este sentido es importante analizar el discurso que se presenta en el libro de texto, su estructura y organización en que presenta el tema, análisis en relación a las actividades y cómo se tematiza la división en el libro de texto, Van Dijk (1996) afirma “Si queremos especificar el sentido global de un discurso, tal sentido debe derivarse de los sentidos de las oraciones del discurso, esto es, de la secuencia proposicional que subyace en el discurso” (p. 45) el cual está inmerso en el esquema presentado en el libro de texto para trabajar dicho concepto.

Además, el discurso puede estar orientado a una idea general, sin embargo de allí se pueden desprender o dar a entender más de un tema, es decir en la presentación de las ideas, la cohesión y el establecimiento de las relaciones semánticas en el discurso, las oraciones se pueden organizar de diferentes maneras y estas llevaran a un significado del contenido allí presente, “un discurso no tiene un solo tema o asunto sino posiblemente una secuencia de temas o asuntos, que se expresan también en un resumen del discurso”(Van Dijk, 1996) (p. 47)

Los contenidos y la estructura del discurso presente en el libro de texto y la forma como se presenta en este caso el concepto matemático de la división, es un factor importante en la comprensión por parte del estudiante de las propiedades que la caracterizan, y la interiorización que pueda tener de ellas, que se comprenda la estructura de la división y que esta pueda ser utilizada en situaciones o problemas que lo requieran, para Van Dijk, (1996):

Intuitivamente sabemos que cada lector oyente encontrará importante o pertinentes diferentes aspectos del mismo texto, según la tarea, los intereses, el conocimiento, los deseos, las normas y los valores del usuario; estos, en conjunto, definen el estado

cognoscitivo contextual particular al usuario de una lengua en el momento en que interpreta el texto. (p. 52)

Las características presentes en el texto, son un aspecto fundamental para la comprensión de su discurso, del contenido, del tema y la finalidad con la que se planteó al sujeto o lector.

De esta forma, con el interés de analizar los enunciados en torno a la división, se hace necesario primero que todo conocer la estructura que utiliza el libro de texto al abordar la división, para esto, se toma la postura de Vergnaud (1991) quien hace un estudio muy detallado de los campos conceptuales y de las estructuras multiplicativas, las cuales son de gran interés por ser la división su operación inversa.

Al momento de enseñar la noción de multiplicación y división en el aula, los docentes se suelen centrar en enseñar un único esquema y suele ser el ternario $a \times b = c$, Vergnaud (1991):

La introducción de la multiplicación en la escuela primaria y que forma parte de la trama de la gran mayoría de los problemas de tipo multiplicativo, es una relación cuaternaria y no una relación ternaria; por ello no está bien representada en la escritura habitual de la multiplicación; $a \times b = c$, ya que dicha escritura no comporta más que tres términos (p. 4)

Esta forma de enseñanza, deja de lado otras representaciones que pueden facilitar el aprendizaje de los estudiantes, por ejemplo, las transformaciones entre dos variables o cantidades, unidades, teniendo en cuenta el estado inicial, final y la transformación, esquemas que pueden hacer más entendibles y trabajables los problemas planteados y que pueden conllevar a una mejor apropiación de la noción de multiplicación y división.

Por esto, la noción de división debe dejar de enseñarse solamente como una relación ternaria en la que se da el dividendo y el divisor y se encuentra el cociente, pues la división no solo tiene naturaleza numérica, se debe considerar, que el concepto de división también es una operación cuaternaria, en la cual, están involucradas cuatro cantidades, dos cantidades de medida pertenecientes a una naturaleza y otras dos pertenecientes a otra naturaleza, según Vergnaud (1990) “Las relaciones de base más simples no son ternarias sino cuaternarias, porque los problemas más simples de multiplicación y de división implican la proporción simple de dos variables una en relación a la otra” (p. 14).

Por otro lado, el lenguaje utilizado también juega un papel muy importante, las situaciones que se planteen deben estar acorde a la edad, de tal forma que sin dejar de lado el lenguaje formal de las matemáticas, se logre que el estudiante comprenda y pueda resolver los problemas planteados de manera efectiva, pues es importante señalar que el lenguaje natural permite que tanto el docente como el estudiante ahonde más en el problema, lo puedan descomponer y analizar con más facilidad, logrando que el concepto que se quiere trabajar sea comprendido por el estudiante, que este lo pueda relacionar o utilizar en la resolución de problemas posteriores.

Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente, la postura del Ministerio de Educación Nacional frente a la enseñanza de la operación división, la influencia de los libros de texto en la escuela, la importancia de los enunciados dentro de un discurso y la perspectiva de la división como isomorfismo de medida, es pertinente analizar los libros de texto a fin de identificar la tematización del concepto de división a la luz del isomorfismo de medida.

CAPÍTULO 2: MARCOS DE REFERENCIA

2.1 MARCO TEÓRICO

En este apartado, primeramente, se realiza una descripción de las formas en que se aborda la división desde la aritmética, el álgebra y como perspectiva lineal, con el fin de identificar las estructuras que la componen, después, se mencionan los campos conceptuales de Vergnaud y los tipos de cantidades de Schwartz (citado por Puig & Cerdán, 1999), con el fin de mostrar la importancia de abordar la división como relación cuaternaria y las cantidades que están presentes en ella.

También se realiza una descripción de la teoría del análisis del discurso de Van Dijk, dado que permite realizar un análisis de las proposiciones que contiene un discurso a nivel semántico y a partir de ellas elaborar macroestructuras con las cuales se puede analizar el significado de los enunciados.

2.1.1 La división más allá que un algoritmo

En este apartado, se realiza una descripción de las formas en que se aborda la división desde la aritmética, después, se hace una explicación de la división desde el álgebra y finalmente, como la división es la operación inversa a la multiplicación, es decir, la estructura multiplicativa está presente, se presenta una explicación desde una perspectiva lineal.

Desde la aritmética, la división se presenta entre dos números naturales, llamados dividendo y divisor, de manera que se debe calcular un tercer número, llamado cociente, de tal forma que, al multiplicarlo por el divisor, se obtenga como resultado el dividendo, es decir, se tiene D : dividendo d : divisor c : cociente $D = (c \times d)$, este tipo de división se considera exacta.

Así mismo, existe otro tipo que son las divisiones no exactas, en estas se presenta un nuevo número llamado residuo, que corresponde a la parte sobrante, es decir, aquella que no puede ser dividida, se presenta una división entre dos números, llamados dividendo y divisor, de manera que se debe calcular un tercer número, llamado cociente, de tal forma que al multiplicarlo por el divisor y sumando el residuo, se obtenga como resultado el dividendo, es decir, se tiene D : dividendo d :

divisor c : cociente y r : residuo $D = (c \times d) + r$, se considera que este tipo de divisiones no exactas están por fuera de los números naturales.

Desde el álgebra, la división presente entre dos números enteros, se define de la forma:

$$a = mq + r \text{ tal que } 0 \leq r < |m|$$

Los términos son los siguientes: a : dividendo, q : cociente y r : residuo.

Según Puig & Cerdán (1999), la división en las instituciones educativas suele presentarse de dos formas “La resta sucesiva y el reparto en partes iguales proporcionan dos imágenes distintas de la división” (p. 25), en la resta sucesiva, también llamada división razón, se debe agrupar y se suele utilizar la resta reiterada hacia atrás, por otro lado, el reparto, llamado también división distributiva, en el cual se realiza una partición, se divide en partes iguales.

Teniendo en cuenta las dos perspectivas de la división tanto en el álgebra como en la aritmética, se puede evidenciar que, en la enseñanza de la división, no se tiene en cuenta la estructura multiplicativa como una relación cuaternaria, sino, como una relación ternaria, en la cual, solo se involucra el divisor, el cociente y el residuo, dejando de lado la importancia de las 4 cantidades y su naturaleza, es decir, los espacios de medida que intervienen.

Por otro lado, se encuentra la perspectiva lineal, la cual consiste en ver la división como una relación lineal, en la cual, se tienen dos espacios de medida $EM 1$ y $EM 2$, es una función que actúa como una transformación lineal, a cada elemento de un espacio $x \in EM 1$ le corresponde un elemento del otro espacio $f(x) \in EM 2$.

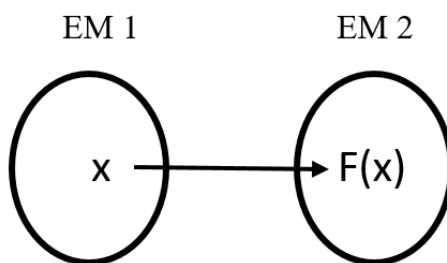


Ilustración 1. Definición de Función

Para que dicha transformación, sea lineal, debe cumplir dos propiedades:

1. $(x+y) = f(x)+f(y)$ La imagen de la suma de dos cantidades es igual a la suma de las imágenes de dichas cantidades

2. $z(x)=f(zx)$ Siendo z un escalar, la imagen del producto de un escalar por una cantidad es igual al producto del escalar por la imagen de dicha cantidad.

Tomar la división bajo la perspectiva lineal, garantiza el trabajo con las cuatro cantidades, permite una mejor visualización y tratamiento de estos, por tal motivo, esta perspectiva es la que realiza un gran aporte en este trabajo, dado que se presenta una relación muy estrecha entre las propiedades mencionadas anteriormente y los dos tipos de análisis propuestos por Vergnaud, (funcional y escalar), dentro del isomorfismo de medida.

De esta forma, se puede observar que las transformaciones lineales permiten la visualización de la presencia de las 4 cantidades, dos pertenecientes a un espacio de medida y las otras dos correspondientes al otro espacio, es decir se percibe la proporcionalidad directa entre los espacios, cuando hay un cambio funcional o escalar en un espacio de medida, inmediatamente en el otro espacio también ocurre.

2.1.2 La división como relación cuaternaria

Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud

La teoría de los campos conceptuales es presentada como una teoría cognitivista, desde la cual se puede explicar los procesos que se dan al momento del aprendizaje de un saber matemático, según Vergnaud (1990) su fin es “comprender las filiaciones y las rupturas entre conocimientos, en los niños y los adolescentes” (p. 1).

Desde la teoría de los campos conceptuales propuesta por Vergnaud, se presenta un referente desde el cual se analiza y comprende los procesos de contextualización y reconocimiento por parte de un sujeto de lo que son las estructuras aditivas y multiplicativas en el trabajo con las matemáticas; esta teoría es definida por Vergnaud (1983) como “un conjunto de problemas y situaciones cuyo tratamiento requiere conceptos, procedimientos y representaciones de tipos diferentes, pero íntimamente relacionados” (p. 127) así, se presentan 4 conceptos claves para su conceptualización y entendimiento:

1. Conceptos: para Vergnaud (2016) un concepto no se puede pretender trabajar solo, pues su valor o esencia está ligada a otros, por lo tanto, no se puede analizar una situación con un solo concepto ni una situación va a ser suficiente para tratar un solo concepto, se debe estudiar a fondo, todos los posibles conceptos que influyen en su conceptualización.

2. Situaciones: Se debe entender situación como un conjunto de tareas, actividades, ejercicios o problemas realizados con un mismo propósito, es por medio de situaciones, en su resolución, en la que los conceptos cobran un verdadero sentido para el estudiante.

3. Esquemas: Son los comportamientos y los conocimientos que el estudiante trae a flote cuando se enfrenta a una situación, estos esquemas, dependen de los conocimientos que el estudiante posee y de las características del problema que pretende resolver.

4. Invariantes: Son todos los conocimientos que se encuentran dentro de los esquemas, se dividen en dos, por un lado, los conceptos en acto y por el otro los teoremas en acto.

Teniendo en cuenta lo anterior, Vergnaud (1988) define los campos conceptuales como “*a set of situations, the mastering of which requires mastery of several concepts of different natures*”⁶ (p. 141), es decir, son todas esas situaciones, tareas, actividades, ejercicios, teoremas y conceptos, que se crean y se movilizan para tratar un conocimiento, a medida que el estudiante se enfrenta a diferentes situaciones propuestas por el docente, con diferentes grados de dificultad, va creando esquemas nuevos y a su vez, los va modificando hasta llegar finalmente a su conceptualización.

Dentro de esta teoría, se encuentran los campos conceptuales de las estructuras multiplicativas, según Vergnaud (1988). “*consists of all situations that can be analyzed as simple and multiple proportion problems and for which one usually needs to multiply or divide.*”⁷ (p. 141), es decir, son todas las situaciones que exigen el uso de la multiplicación, división e incluso de la combinación de ambas operaciones.

Así, el autor menciona los principales problemas presentes en la estructura multiplicativa, y resalta tres, isomorfismo de medida, proporción múltiple y producto de medida. Dados los

⁶ Traducción propia: Un campo conceptual se define como un conjunto de situaciones, cuyo dominio requiere el dominio de varios conceptos de diferente naturaleza.

⁷ Traducción propia: consiste en todas las situaciones que pueden analizarse como problemas de proporción simple y múltiple y para las cuales uno generalmente necesita multiplicar o dividir.

objetivos de este trabajo, se trabajará la noción de división bajo la categoría de isomorfismo de medida.

De esta forma, Vergnaud (1991) define el isomorfismo de medida como “una relación cuaternaria entre cuatro cantidades; dos cantidades son medidas de un cierto tipo, y el resto son medidas de otro tipo” (p. 4), es decir, define la división como una relación de cuatro cantidades que involucran dos espacios de medida⁸ de distinta naturaleza, en este sentido, la división se ve como un caso de proporcionalidad directa, pues cuando una cantidad aumenta o disminuye en un espacio de medida, ocurre lo mismo al otro lado, en el otro espacio de medida.

Tomemos como ejemplo el siguiente problema: “Si un bombón de fresa cuesta 4 pesos, ¿Cuántos bombones puede comprar Alicia con 12 pesos?”

Espacio de medida 1 (E.M 1)

Espacio de medida 2 (E.M 2)

E.M 1 = Bombones		E.M 2 = Pesos	
1	→	4	
X	→	12	

Ilustración 2. Relación cuaternaria

En el ejemplo anterior, se puede observar que en el espacio de medida 1 (E.M 1), se encuentran las cantidades discretas 1 y X que pertenecen a una misma cantidad de medida (cantidad de bombones), y por el otro, en el espacio de medida 2 (E.M 2), se encuentran las cantidades discretas 4 y 12 que pertenecen a otra cantidad de medida (pesos), así, para encontrar el resultado, se debe dividir 12 entre 4 para encontrar x pesos, que equivale al número de bombones que se podrán comprar.

⁸ Aunque Vergnaud lo llama Magnitudes de diferente tipo, preferimos llamarle espacios de medida pues no siempre los problemas de tipo multiplicativo o de tipo división comportan magnitudes en sentido estricto de su definición.

Teniendo en cuenta las relaciones existentes entre estas cuatro cantidades, Vergnaud propone dos tipos de análisis utilizados en los problemas que involucran el isomorfismo de medida: análisis vertical y análisis horizontal.

Según Vergnaud (1991) el análisis vertical “se centra en la noción de operador-escalar (sin dimensión), que hace pasar de una línea a otra en una misma categoría de medida” (p. 9), es decir, existe un escalar dentro de cada espacio de medida que realiza una transformación, sea de aumentar o disminuir la cantidad, tal y como se muestra en la Ilustración 3.

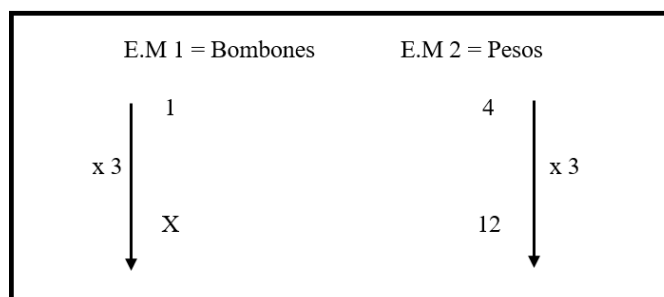


Ilustración 3. Análisis Escalar

Si multiplicamos por el escalar 3 encontramos que Alicia puede comprar 3 bombones con sus 12 pesos. Este operador se encuentra por medio de la razón $\frac{12 \text{ pesos}}{4 \text{ pesos}}$, la cual tiene como cociente 3. Esto implica que la transformación $\frac{x \text{ bombones}}{1 \text{ bombón}}$ sea también igual a 3, pues como se trata de una relación isomórfica se le aplica la misma transformación del espacio de medida “pesos”, obteniendo el operador x3 en ambos espacios de medida.

Por otro lado, el análisis horizontal “está centrado en la noción operador- función que hace pasar de una categoría a la otra”, es decir existe un operador que hace pasar de un espacio de medida al otro y que mantiene una razón.

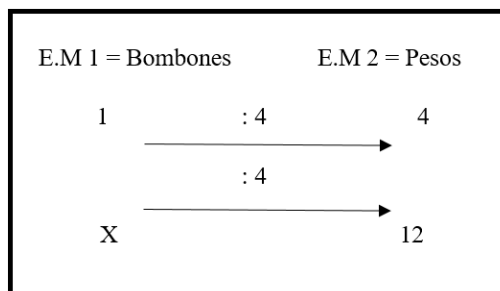


Ilustración 4. Análisis funcional

Si se divide por el operador función 4, llegamos a la respuesta correcta, pues esto nos lleva a encontrar número de bombones que es posible comprar con 12 pesos. Esto resulta porque 4 pesos dividido 1 bombón, da como resultado 4 pesos/bombón; lo que quiere decir que 4 pesos es el precio por un bombón. Este se mantiene de manera constante en el resto de valores. Así 4 pesos/bombón es la constante proporcional en las dos cantidades y permite encontrar que 12 pesos divididos por 4 pesos/bombón es igual a 3 bombones o viceversa que 3 bombones por 4 pesos/bombón es igual a 12 pesos.

Así se puede observar que el isomorfismo de medida, permite reconocer las diferentes cantidades existentes en un problema y la relación que hay entre ellas, éstas son transformaciones lineales puesto que intervienen dos espacios de medida que se transforman proporcionalmente de manera directa, siempre a un elemento de un espacio de medida, le corresponderá otro del otro espacio de medida y si uno aumenta o disminuye inmediatamente ocurrirá la misma transformación en el otro espacio.

Relación entre cantidades en los problemas multiplicativos

Para Schwartz (citado por Puig & Cerdán, 1999), el tipo de relaciones que se establecen cuando se propone la solución de una actividad, desempeñan un papel importante, esto en relación a las cantidades que se involucran en los problemas multiplicativos, de esta forma, presenta dos tipos de cantidades; las cantidades extensivas (E) y las cantidades intensivas (I).

Las cantidades extensivas (E) expresan la extensión de una entidad o una dimensión, es decir al realizar una operación su dimensión no se altera, conserva su misma naturaleza y también se encuentran las cantidades intensivas (I), que se refieren a la relación dada entre dos cantidades, se forman por combinación de dos cantidades extensivas.

De acuerdo a las cantidades (E) e (I) presentes en los problemas multiplicativos, Schwartz clasifico tres tipos de problemas entre estas cantidades:

- Problemas con estructura $E \times I = E'$ o $I \times E = E'$

Se producen cuando se multiplica una cantidad intensiva con una cantidad extensiva dando como resultado una cantidad extensiva. En la división se presentan en problemas de dos tipos; problemas de partición, cuando la incógnita se encuentra en la cantidad intensiva y problemas de medida, cuando la incógnita se encuentra en la cantidad extensiva.

- Problemas con estructura⁹ $E \times E' = E''$:

Se refiere al producto de dos cantidades extensivas diferentes, dando como resultado una cantidad extensiva diferente. En el caso de la división E/E' se presentan en problemas de partición.

- Problemas con estructura¹⁰ $I \times I' = I''$:

Cuando se realiza el producto de dos cantidades intensivas, se obtiene una cantidad intensiva diferente de las otras dos.

Los tipos de problemas presentados por Schwartz, son importantes en este trabajo dado que ayudan a comprender la relación entre cantidades, aunque no se menciona ni se hace uso de ellas directamente en el análisis, permiten interpretar las transformaciones entre cantidades en problemas multiplicativos.

Así, las estructuras multiplicativas en especial el isomorfismo de medida de Vergnaud es el referente principal para realizar el análisis de las tareas presentes en los libros de texto, con el fin de identificar de qué forma se presenta el concepto de división.

2.1.3 La macroestructura y los tópicos del discurso

El discurso permite la interacción social y transmisión de información y conocimientos, de acuerdo a Van Dijk (1998) la teoría lingüística trata de los sistemas de la lengua natural, las estructuras que lo componen y que posibilitan su función social, estructuras constituidas a partir de reglas que determinan el uso de expresiones verbales en situaciones de comunicación.

De allí que para un análisis a nivel gramatical de las expresiones que se utilizan en la construcción y presentación de un discurso sea necesario establecer los parámetros pertinentes que posibilitan la identificación de la información que se está presentando de forma escrita, para Van Dijk (1998):

El objetivo de una GRAMÁTICA es dar una reconstrucción teórica de tal sistema particular de reglas. Tal reconstrucción, que implica las abstracciones, generalizaciones e idealizaciones usuales, requiere la necesaria formulación de los niveles, categorías, unidades, clases de reglas y constricciones indispensables para describir la estructura abstracta de las expresiones de los hablantes. (p.25)

⁹ Las cantidades extensivas E , E' , E'' son diferentes

¹⁰ Las cantidades intensivas I , I' , I'' son diferentes

Así, el análisis del discurso en un nivel semántico permite el reconocimiento del significado presente en un texto, para Van Dijk (1998) la semántica es “una teoría que explica tanto el significado como la referencia, y tanto el significado léxico como las condiciones de significación general determinadas por el conocimiento del mundo” (p. 30); sin embargo este proceso requiere de la identificación de la estructura y coherencia en la cual se presenta, el esqueleto y los conectores que lo organizan en relación al tema o temas que se encuentran inmersos dentro del discurso.

Para identificar la tematización dentro de un discurso Van Dijk (1998) utiliza la noción de tópico del discurso que hace referencia al tema o acerca de qué, es un discurso, para lo cual es necesario el reconocimiento de las frases y proposiciones que hacen posible el reconocimiento del tópico del discurso, es decir, relación y secuencia entre las oraciones de modo que cada una de las frases que hacen parte del discurso contribuyan en la construcción de la estructura que define el tópico de ese conjunto de frases. La interpretación de una frase dependerá de la interpretación de las frases anteriores, es decir una relación a partir de un conjunto de secuencias.

De esta forma el que una frase esté conectada con un tópico de conversación y, por tanto, el que una frase o secuencia esté conectada en sí misma, va a depender de la estructura o forma como está constituida la frase o proposición y que va muy ligada con la coherencia misma del discurso; según Van Dijk (1998) “la coherencia es una propiedad semántica de los discursos, basados en la interpretación de cada frase individual relacionada con la interpretación de otras frases” (p. 147), es la conexión que debe haber en cada proposición y que contribuye a que se tenga una continuidad dentro del discurso; esto es que “cada frase expresará en principio esta relación entre información VIEJA y NUEVA”

Siendo necesario el “estudio de las condiciones de conexión entre proposiciones, tal como vienen expresadas por conectivos naturales, al de otras condiciones de coherencia del discurso, primero a nivel de secuencias y después a nivel de macroestructuras semánticas globales” Van Dijk (1998) (p. 19), la identificación de la estructura del discurso, las oraciones, proposiciones y de cómo están ordenadas va a permitir la identificación de la información que está presente y la que se debe inferir, por lo que es necesario conocer reglas de interpretación para las expresiones contenidas en las proposiciones a fin de reconocer las categorías y combinaciones necesarias para la comprensión del tópico del discurso.

Según Van Dijk (1998) “las oraciones compuestas como en las secuencias discursivas, han de explicarse en términos de nociones tales como las de tópico del discurso o TEMA, y que éstas pueden hacerse explícitas sólo en un nivel de descripción semántica macro-estructural” (p. 36) , las macroestructuras semánticas precisan el significado, tanto de los fragmentos de un discurso, como del discurso completo, teniendo en cuenta los significados presentes en las frases individuales que hacen parte de la estructura del discurso, esto debido a que dicha estructura puede organizarse de acuerdo en un orden jerárquico dependiendo de los niveles de análisis.

Para Van Dijk (1996) si se desea identificar el sentido global de un discurso, se debe partir de las oraciones que hacen posible derivar el sentido del mismo, lo cual se realiza por medio de proposiciones. Las reglas de proyección semántica o macro reglas brindan una manera en que se puede derivar el tema de un discurso, es decir, su función es transformar la información semántica, para Van Dijk (1996) las macro reglas “reducen una secuencia de varias proposiciones a una de pocas o, incluso, a una sola proposición” (p. 47).

Las reglas de proyección semántica propuestas por Van Dijk (1996) ayudan a sintetizar de forma coherente el contenido semántico por medio de proposiciones, estas son:

- **La supresión:** dada una secuencia de proposiciones, es posible suprimir todas las que no sean necesarias para las proposiciones siguientes en la secuencia.
- **La generalización:** a partir de una secuencia de proposiciones, se realiza una proposición que agrupe el significado presente en la secuencia de proposiciones.
- **La construcción:** de una serie de proposiciones, se construye una nueva proposición que derrote el mismo hecho denotado por la totalidad de la secuencia de proposiciones, sustituyendo la serie de proposiciones original.

De modo, que dependiendo del interés y la secuencia de proposiciones que se tengan, es posible hacer uso de las macro reglas, para identificar y construir las proposiciones, las cuales a su vez pertenecen a la macroestructura de un discurso y ayudan a definir el tema, a continuación, se presenta un ejemplo del uso de la segunda macro regla, la generalización, para la construcción de proposición.



<p>Maria repartirá los sellos en partes iguales entre ella y sus dos amigas. ¿Cuántos sellos recibirá cada una?</p>  <p>Por tanto, cada una recibirá 4 sellos.</p> <p>Los 12 sellos se deben repartir en 3 grupos y a cada grupo le corresponden 4 sellos, porque $3 \times 4 = 12$.</p>  <p>También, lo podemos expresar con la siguiente operación: $12 \div 3 = 4$</p>	<p>P. Remite a encontrar el valor de la unidad, se establecen las cantidades y la relación entre ellas; se apoya en la multiplicación como hecho numérico.</p>
---	--

Tabla 3. Uso de las reglas de proyección semántica

Así, podemos ver que las macro reglas ayudan en la reducción de información semántica y en la realización de una proposición que contenga el contenido global de una secuencia de proposiciones, es pertinente aclarar, que su aplicabilidad dependerá del interés particular que se tenga al momento de indagar sobre el contenido semántico presente en un discurso, según Van Dijk (1996) se pueden presentar diferentes interpretaciones de un mismo texto y estas varían de acuerdo al objetivo, conocimiento o deseo de cada sujeto.

Esta teoría del análisis del discurso de Van Dijk, para este trabajo, es la base fundamental para la identificación de las proposiciones que tematizan el concepto de división, para así, construir las macroestructuras y analizar el significado de los enunciados presentes en la unidad que aborda el concepto de división dentro de los dos libros de texto.

2.2 MARCO METODOLÓGICO

Este trabajo se inscribe en la línea de investigación de lenguaje, razonamiento y comunicación de saberes matemáticos, y se realiza bajo una metodología cualitativa, que según Taylor & Bogdan (1987) “se refiere en su más amplio sentido a la investigación que produce datos descriptivos; las propias palabras de las personas, habladas o escritas y la conducta observable” (p. 7), ya que se realiza un análisis discursivo en dos libros de texto de tercero de primaria, para identificar de qué forma se está tematizando el concepto de división.

De esta forma, la metodología es cualitativa descriptiva, puesto que, según Dankhe (1989) “La investigación descriptiva es aquella que busca especificar las propiedades, características y los perfiles importantes de personas, grupos, comunidades o cualquier otro fenómeno que se

someta a un análisis” (p.4), en este trabajo, se identifica los enunciados que tematizan el concepto de división en los libros de texto a la luz del isomorfismo de medida.

Este tipo de investigación, permite hacer un estudio de una situación en particular, allí es importante el contexto, los significados y la interpretación de este, es decir, de acuerdo a una teoría, se analiza y estudia una situación en particular, en este caso, la movilización y la tematización de un concepto.

Teniendo en cuenta los objetivos planteados, este trabajo está dividido en tres fases:

En una primera fase, con el fin de identificar los enunciados que tematizan el concepto de división en dos libros de texto de grado tercero de primaria, se realiza la consolidación de los elementos conceptuales, es decir los fundamentos que soportan este trabajo, así, se expone la problemática de este trabajo, concluyendo con una pregunta de indagación; se plantean los objetivos que dan respuesta a la pregunta anterior, se justifica la importancia de la realización de este trabajo desde tres vertientes: los tópicos del discurso y las estructuras multiplicativas, lo curricular y los libros de texto.

Así mismo, en una segunda fase se establece la realización de una encuesta (Anexo 1) a 22 profesores en ejercicio de Instituciones Educativas del sector público y privado, con el fin de identificar los libros de texto más utilizados, después, de acuerdo a Arbeláez et al. (1999) en cuanto a la calidad del texto, se realiza el análisis general de cada uno de los libros: “Saberes Matemáticas 3º” de Santillana y “Exploradores Matemáticas 3º” de Norma y por último, se realiza un análisis matemático de algunas tareas propuestas en los libros de texto, con el fin de identificar la estructura matemática (ternaria o cuaternaria) que contienen las tareas en cada libro de texto.

Por último, en una tercera fase, con base en los referentes mencionados en el marco teórico, se identifican las situaciones que tematizan el concepto de división en los dos libros de texto, se realiza la construcción de proposiciones a través de las reglas de proyección semántica (macrorreglas) de los apartados seleccionados, la organización jerárquica de las proposiciones que tematizan el concepto de la división en los dos libros de texto y la construcción de las macroestructuras semánticas, para determinar el significado de la división a la luz del isomorfismo de medida.

Finalmente, se exponen los resultados obtenidos, se contrastan las propuestas de cada libro y se mencionan algunas conclusiones y recomendaciones relacionadas con el uso de los libros de textos, el discurso utilizado y las estructuras usadas para la enseñanza del concepto división.

CÁPITULO 3: LA DIVISIÓN EN LOS LIBROS DE TEXTO

3.1 SELECCIÓN Y ANÁLISIS GENERAL DE LOS LIBROS DE TEXTO

En este capítulo se menciona la forma en que se seleccionaron los libros de texto y el análisis general de los libros de textos escolares titulados “Saberes Matemáticas 3°” (2018) de la editorial Santillana y “Exploradores Matemáticas 3°” (2018) de la editorial Norma, los cuales son los objetos de estudios de este trabajo y fueron seleccionados por medio de una encuesta realizada a docentes en ejercicio en la educación básica y media, pertenecientes a instituciones educativas públicas y privadas.

Este capítulo se divide en dos partes, primeramente, se realiza una descripción de la forma en que se seleccionaron los dos libros de texto y la interpretación de los resultados obtenidos en la encuesta, después, en una segunda parte, se realiza el análisis general de cada uno de ellos enfocado en la unidad que aborda el concepto de división, teniendo en cuenta los referentes expuestos en el capítulo anterior.

3.1.1 Selección de los libros de texto

Para la selección de los libros de texto, se realiza una encuesta tomada de Gómez (2016) de forma virtual utilizando la herramienta de formularios que ofrece el correo electrónico Gmail¹¹, se presenta en el Anexo 1. El objetivo principal de esta encuesta, fue identificar cuáles son las editoriales que los docentes en ejercicio utilizaban o habían utilizado en su quehacer docente. Esta encuesta fue realizada a 22 docentes en ejercicio de la educación básica y media, pertenecientes a Instituciones Educativas del sector público y privado (Ver análisis detallado en Anexo 2).

De acuerdo a los dos libros seleccionados, se hace una revisión minuciosa en cada uno de los libros de texto únicamente en la unidad o capítulo que aborde el concepto de división, se tendrá en cuenta las tareas presentes en los libros de texto, con el fin de identificar tópicos del discurso; se pretende realizar una serie de proposiciones asociadas a la manera de presentar la división en

¹¹ Gmail es un servicio de correo electrónico gratuito proporcionado por la empresa estadounidense Google, Inc.

los textos, éstas proposiciones se organizarán en numeraciones p1, p2...pn, para develar los tópicos de las tareas presentes en los libros de texto.

3.1.2 Análisis general de los libros de texto

Los libros de texto generalmente son usados por los docentes tanto en su planeación como en el aula con sus estudiantes, por lo tanto, es importante verificar su calidad, según Arbeláez, et al. (1999):

Evaluar la calidad de un texto es, entonces, estimar en qué grado o de qué manera un objeto específico -texto escolar- posee algunas propiedades inherentes que satisfacen las necesidades básicas de aprendizaje de una asignatura de un determinado grupo escolar (p. 64)

Por esta razón y con el fin de analizar la calidad de los libros de texto “Saberes Matemáticas 3” de Santillana y “Exploradores Matemáticas 3 de Norma”, se han escogido las siguientes pautas propuestas por Arbeláez, cabe aclarar que la ficha técnica y la organización del contenido de los libros de texto, se encuentran en el Anexo 3:

CARACTERÍSTICAS	PAUTAS
Lenguaje gráfico	El uso del color cumple propósitos pedagógicos y estéticos
	Las ilustraciones aportan elementos informativos, motivadores y de relación con la realidad.
	Las ilustraciones son comprensibles, suficientes y de tamaño y forma adecuada para el propósito al que sirven.
	Las ilustraciones complementan los textos escritos, creando un balance adecuado entre palabras e imágenes, tanto para el grado escolar, como para la naturaleza de la asignatura.
Lenguaje escrito	Vocabulario apropiado a la edad y preparación del alumno, por su cantidad, novedad y uso reiterado.
	Estilo claro, sencillo y preciso, que permita que el discurso resulte ameno y significativo
	Extensión y complejidad o densidad de las oraciones y párrafos, que faciliten la lectura y contribuyan al crecimiento y maduración lectores.
	Sintaxis ajustada a su nivel lector
Relación con el currículo	Se ajusta a los fines de la educación y a los fundamentos del currículo
	Contribuye real y efectivamente a la formación cultural, histórica y social del educando.
	Plantea actividades diseñadas para que el alumno produzca conocimiento, en vez de solo recibirlos

Tabla 4. Pautas análisis general

3.1.2.1 Libro de texto “Exploradores Matemáticas 3°” (Norma)

El libro de texto “Exploradores Matemáticas 3°”, hace parte de la editorial Norma, quienes afirman que es una propuesta para aprender a aprender, en la que se encuentran herramientas para aprender, para comprender, vocabulario académico y talleres. Este libro de texto, cuenta con las orientaciones curriculares del Ministerio de Educación, teniendo en cuenta los Lineamientos de Curriculares, los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) y el Sistema de Evaluación Continua.

3.1.2.1.1 Lenguaje gráfico

El libro de texto “Exploradores Matemáticas 3°”, va dirigido a estudiantes de básica primaria, por lo tanto el lenguaje utilizado debe captar la atención y presentar las temáticas de una forma más llamativa, esto por medio del lenguaje gráfico, de acuerdo a Arbeláez, et al. (1999) “Las imágenes son, textos que pueden proponer una lectura distinta a la de los textos cotidianos lingüísticamente y, por ello, son un lenguaje cargado de significación” (p. 66), así, se presentan algunas pautas para evaluar la calidad del libro, a partir del lenguaje gráfico que presenta:

- Las ilustraciones complementan los textos escritos, creando un balance adecuado entre palabras e imágenes, tanto para el grado escolar, como para la naturaleza de la asignatura.



Ilustración 5. Análisis del Lenguaje gráfico Exploradores Matemáticas 3. Pág. 104

En la ilustración anterior, se puede evidenciar un balance entre el lenguaje escrito y el gráfico, lo cual permite una mejor visualización de la situación y los ejemplos planteados, de esta forma, el estudiante puede verificar lo escrito, con la repartición mostrada en la imagen.

- Las ilustraciones son comprensibles, suficientes y de tamaño y forma adecuada para el propósito al que sirven.

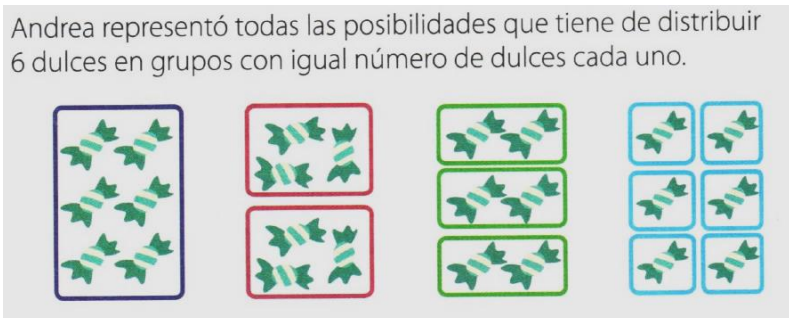


Ilustración 6. Imágenes comprensibles Exploradores Matemáticas 3. Pág. 110

Las ilustraciones muestran las distintas formas en que se pueden distribuir 6 dulces y guardan una proporción adecuada, por lo tanto, son suficiente para el propósito del texto.

- Las ilustraciones aportan elementos informativos, motivadores y de relación con la realidad.



Ilustración 7. Elementos informativos Exploradores Matemáticas 3. Pág. 121

La ilustración anterior, hace alusión a una situación de la vida cotidiana, presentan objetos que hacen parte del mundo real, momentos que no son ajenos a la vida del estudiante.

- El uso del color cumple propósitos pedagógicos y estéticos



Ilustración 8. Uso del color Exploradores Matemáticas 3. Pág. 119

En esta imagen, se puede evidenciar que cumple con el propósito estético y pedagógico, se debe hacer uso de la información de la imagen para dar respuesta a lo solicitado, además, se presentan los árboles verdes y las manzanas rojas, como son en la cotidianidad.


3.1.2.1.2 Lenguaje escrito

El lenguaje escrito está presente en todo libro escolar, es el medio más común de transmitir información, por esta razón, es importante analizar la calidad de estos, así Arbeláez, et al. (1999) propone ciertas pautas para verificar su calidad:

- Vocabulario apropiado a la edad y preparación del alumno, por su cantidad, novedad y uso reiterado.

Para decorar un club en el que se llevará a cabo un festival de música, llega un pedido de 5 235 flores para hacer 203 adornos con igual número de flores. ¿Cuántas flores tendrá cada adorno?

Organicemos la información en un diagrama.



Flores del pedido: 5 235	=	Número de adornos: 203	×	Número de flores en cada adorno: ?
-----------------------------	---	---------------------------	---	---------------------------------------

Ilustración 9. Vocabulario apropiado Exploradores Matemáticas 3. Pág. 108

El lenguaje utilizado en el problema es adecuado, pertenece a situaciones cotidianas del estudiante, por lo tanto, el lenguaje es apropiado a la edad y el contexto real del estudiante.

- Estilo claro, sencillo y preciso, que permita que el discurso resulte ameno y significativo

Podemos hallar los divisores de un número a partir de sus factores.


Número	Factores	Divisores
12	$1 \times 12 = 12$; $2 \times 6 = 12$; $3 \times 4 = 12$	{1, 2, 3, 4, 6, 12}
8	$1 \times 8 = 8$; $2 \times 4 = 8$	{1, 2, 4, 8}
11	$1 \times 11 = 11$	{1, 11}
15	$1 \times 15 = 15$; $3 \times 5 = 15$	{1, 3, 5, 15}

Como vemos en los ejemplos, el conjunto de divisores de un número es **finito** y 1 es elemento en todos los conjuntos, es decir, 1 es divisor de todos los números naturales y, además, cada número es divisor de sí mismo.

Ilustración 10. Estilo claro y sencillo Exploradores Matemática 3. Pág. 110

La forma en que se resuelven los factores, hace que se visualicen de una mejor manera, es decir, el estilo que el libro utiliza para la introducción de los factores es clara y a la vez amena para el estudiante dado que aprende como sacar los factores de una manera más didáctica.

- Extensión y complejidad o densidad de las oraciones y párrafos, que faciliten la lectura y contribuyan al crecimiento y maduración lectores.



La **división** consiste en repartir en partes iguales. Los términos son dividendo, divisor, cociente y residuo. Una división es **exacta** si el residuo es cero.

Ejemplo
Dividamos 13 546 entre 5.

1	3	5	4	6	5	
	3	5			2	7 0 9
		0	4			
			4	6		
				1		

Primero: como $1 \div 5$ no lo podemos realizar, separamos dos cifras en el dividendo, es decir, $13 \div 5 = 2$ y ubicamos el 2 en el cociente. Efectuamos $2 \times 5 = 10$ y sustraemos $13 - 10 = 3$.

Segundo: bajamos el 5 al lado del 3. Calculamos $35 \div 5 = 7$ y ubicamos 7 en el cociente. Efectuamos $7 \times 5 = 35$ y sustraemos $35 - 35 = 0$.

Tercero: bajamos el 4 al lado del 0. Como $4 \div 5$ no se puede realizar, escribimos 0 en el cociente y bajamos la siguiente cifra.

Cuarto: calculamos $46 \div 5 = 9$ y ubicamos 9 en el cociente. Calculamos $9 \times 5 = 45$ y sustraemos $46 - 45 = 1$. Como no hay más cifras para bajar, terminamos la división.

dividendo $\rightarrow 13\ 546 \div 5 : 2\ 709$ y residuo 1

\uparrow \uparrow
 divisor cociente

Ilustración 11. Extensión y complejidad Exploradores Matemáticas 3. Pág. 104

La forma que utilizan en el libro de texto para definir y explicar la división, es tradicional, dado que lo centran en el uso del algoritmo, y en la definición de cada uno de los términos que lo componen, dejando de lado, otras formas de enseñanza de la división, así como lo propone Vergnaud (1994) viendo la división como isomorfismo de medida.

- Sintaxis ajustada a su nivel lector

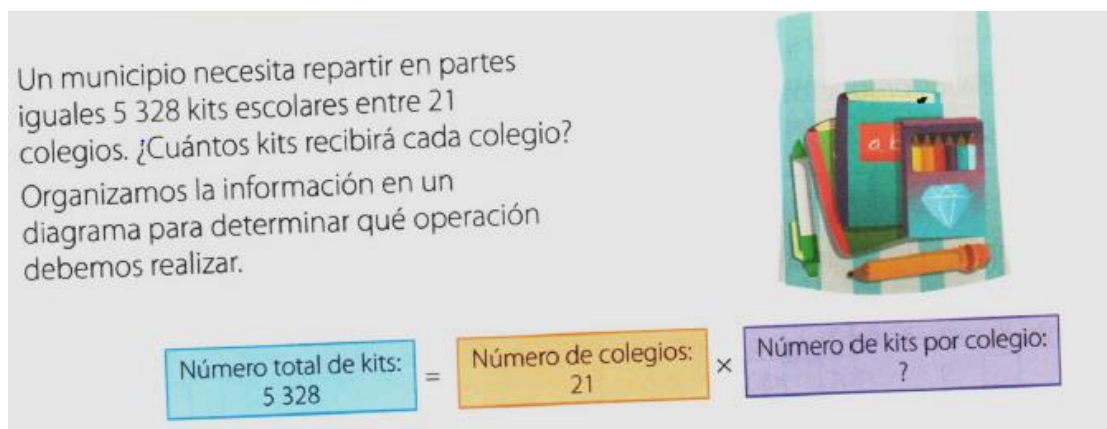


Ilustración 12. Sintaxis Exploradores Matemáticas 3. Pág. 106

La organización del contenido y la forma en que plantean el problema, es adecuada, se entiende y comprende correctamente la situación, puesto que la información está completa.

3.1.2.1.3 Relación con el currículo

En general, todos los libros de texto cuentan con una perspectiva institucional, es decir, en su construcción tienen en cuenta las orientaciones curriculares que el país implementa, según Arbeláez, et al. (1999) “(...) su adecuación a un programa, generalmente emanado de una autoridad educativa nacional o regional, la cual dispone lo que se debe enseñar y lograr en los diferentes niveles” (p. 68) con el fin de que todas las instituciones o usuarios que lo manejan, vayan enfocados a los mismos fines educativos. Así según Arbeláez, un texto es de calidad cuando:

- Se ajusta a los fines de la educación y a los fundamentos del currículo



Ilustración 13. Fundamentos curriculares Exploradores Matemáticas 3. Pág. 102

En el esquema anterior, se puede observar que el libro de texto tiene presente los Estándares Básicos de Competencias, dado que en la estructura de presentación de los contenidos al inicio de cada bloque se organizan dependiendo el pensamiento que se va a desarrollar.

- Contribuye real y efectivamente a la formación cultural, histórica y social del educando.

La familia de Andrés está en el supermercado y ha encontrado diferentes opciones para comprar leche, que se muestran en la siguiente imagen:

a. ¿Cuál es la mejor opción para la familia de Andrés? ¿Por qué?

b. Si calculas los precios por bolsa, ¿cuál bolsa es la de menor precio?

Ilustración 14. Contribuye a la realidad Exploradores Matemáticas 3, pág. 147

En la ilustración anterior, se puede evidenciar que la situación planteada contribuye a la formación cultural y social del estudiante, involucra momentos de la cotidianidad que le permite establecer relaciones con su entorno.

- Plantea actividades diseñadas para que el alumno produzca conocimiento, en vez de solo recibirlos

María va a la plaza de mercado a comprar manzanas. Allí hay distintos oferentes de manzanas que venden sus productos a diferentes precios. María se llevará las que se vean más frescas y a mejor precio.

Ilustración 15. Produzca conocimiento Exploradores Matemáticas 3. Pág. 146

En la situación anterior, se presenta una situación cotidiana en la que el estudiante debe identificar el de menor precio, el estudiante produce conocimiento a partir de contextos reales, aunque es confuso puesto que pregunta por manzanas que se vean más frescas, característica que en una imagen es difícil de establecer, ocasionando que el estudiante se confunda y no logre el objetivo.

3.1.2.2 Libro de texto “Saberes Matemáticas 3°” (Santillana)

El libro de texto “Saberes Matemáticas 3°” hace parte de la editorial Santillana y es una propuesta pedagógica estructurada desarrollada para favorecer la formación integral y orientar el aprendizaje activo de las competencias, este libro tiene en cuenta los Lineamientos curriculares y los Estándares básicos de competencias propuestos por el Ministerio de Educación Nacional.

3.1.2.2.1 Lenguaje gráfico

A continuación, se realizará la evaluación de la calidad del texto, con respecto a las pautas propuestas anteriormente por Arbeláez, et al. (1999) sobre el lenguaje gráfico que posee el libro de texto.

- Las ilustraciones complementan los textos escritos, creando un balance adecuado entre palabras e imágenes, tanto para el grado escolar, como para la naturaleza de la asignatura.



Ilustración 16. Análisis del lenguaje gráfico Saberes Matemáticas 3. Pág. 128

El texto presente en el ejercicio se complementa con la imagen, a partir de la imagen y de la información escrita, el estudiante debe dar respuesta al problema.

- La diagramación distribuye adecuadamente los elementos de la página (Textos, figuras y áreas en blanco)

1. Encierra los objetos según el reparto. Luego, completa.

En ocho partes iguales



La cantidad de galletas que se va a repartir es 

Plantea la división.

$$\text{Cookie} \div 8 = \text{Cookie}$$

En cada grupo hay  galletas.

Ilustración 17. Diagramación Saberes Matemáticas 3. Pág. 129

En la imagen se puede observar que se hace un buen uso del espacio, puesto que se distribuye de una buena manera la información tanto escrita como gráfica, complementándose y haciendo que el estudiante comprenda de una mejor manera lo planteado.

- El uso del color cumple propósitos pedagógicos y estéticos

2. Encontrar el error. Lee la siguiente situación. Luego, responde.

Pablo repartió 32 trozos de mango en 6 platos. Puso 5 trozos en cada plato y le sobraron 3 trozos. ¿Está bien hecho el reparto?




Ilustración 18. Uso del color Saberes Matemáticas 3. Pág. 138

En la imagen anterior, se puede observar que se cumple el propósito pedagógico y estético, dado que la imagen apoya de forma visual el contenido del texto, además su forma y color, corresponden a un mango en la vida real.

- Las ilustraciones aportan elementos informativos, motivadores y de relación con la realidad.

EJEMPLO

Camila y Daniel deben distribuir, en partes iguales, un pedido de 24 panes en 3 canastas. ¿Cuántos panes deben colocar en cada canasta?

Resuelve así:

Camila y Daniel realizan el procedimiento de dos formas:

Camila reparte los panes, uno por uno, en cada canasta hasta colocarlos todos. Luego, los cuenta y observa que en cada una hay 8 panes.

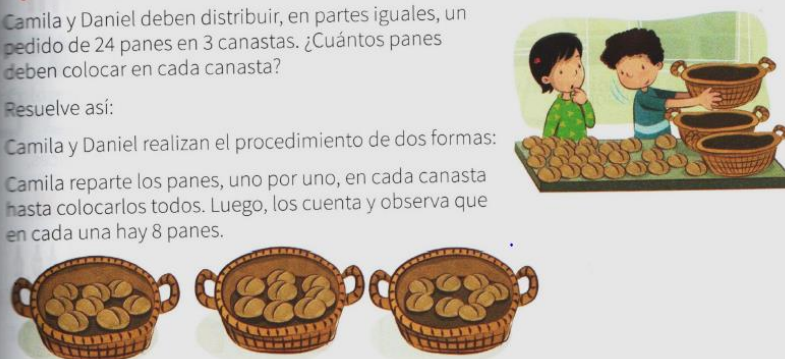


Ilustración 19. Elementos informativos Saberes Matemáticas 3. Pág. 129

La situación planteada en la imagen anterior, hace referencia a una situación de la vida real, lo cual contextualiza al estudiante, además, la imagen complementa la información escrita y por ser una situación contextualizada, motiva al estudiante a su resolución.

3.1.2.2.2 Lenguaje escrito

La forma en que se presenta el lenguaje en los libros de texto, puede facilitar o dificultar la comprensión por parte de los estudiantes, Así Arbeláez, et al. (1999) propone ciertas pautas para verificar su calidad:

- Vocabulario apropiado a la edad y preparación del alumno, por su cantidad, novedad y uso reiterado.

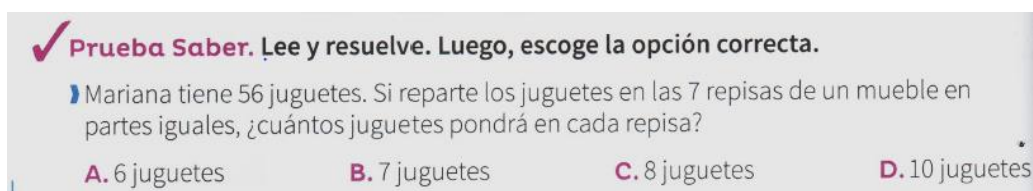


Ilustración 20. Vocabulario apropiado Saberes Matemáticas 3. pág. 130

El vocabulario utilizado en la situación, es adecuado de acuerdo al nivel y edad del estudiante, puesto que los juguetes a su edad siempre son usados y lo relacionan con momentos de su vida cotidiana.

- Estilo claro, sencillo y preciso, que permita que el discurso resulte ameno y significativo



Ilustración 21 Estilo claro Saberes Matemáticas 3. pág. 135

El estilo utilizado para la presentación del problema, es adecuado porque utiliza una situación del mundo real, aunque no es preciso dado que en el texto se hace énfasis a 24 flores, pero en la imagen se encuentran menos, lo cual puede crear confusión al momento de abordar la situación.

- Extensión y complejidad o densidad de las oraciones y párrafos, que faciliten la lectura y contribuyan al crecimiento y maduración lectores

La mitad, la tercera y la cuarta parte

Para calcular **la mitad** de un número, se divide el número entre **2**.

Para calcular **la tercera parte** de un número, se divide el número entre **3**.

Para calcular **la cuarta parte** de un número, se divide el número entre **4**.

EJEMPLO

David y Ana dan 12 vueltas a la cancha de baloncesto para iniciar su entrenamiento semanal.

¿Cuántas vueltas ha realizado cada uno?

Como Ana ha recorrido la mitad, entonces, se divide 12 entre 2, así:

$$12 \div 2 = 6$$

Como David ha recorrido la tercera parte, entonces, se divide 12 entre 3, así:

$$12 \div 3 = 4$$

Por tanto, David ha realizado cuatro vueltas y Ana seis vueltas a la cancha.




Ilustración 22 Extensión y complejidad Saberes Matemáticas 3 Pág. 139

Es una situación en la cual, la extensión de la lectura es densa, allí, el estudiante se va adaptando a la lectura y a la comprensión, relación y complementación de los gráficos con el texto.


- Sintaxis ajustada a su nivel lector

3. Obtener datos de una imagen. Observa y resuelve.

Tengo menos de 20 fotografías. Si las pego en 9 páginas no me sobra ninguna.

Pero si las pegas en 5 páginas te sobran 3.

¿Cuántas fotografías tiene Juliana?



Juliana tiene fotografías.

Ilustración 23 Sintaxis Saberes Matemáticas 3. pág. 137

Aunque la información de la imagen se encuentra bien organizada, el diálogo entre los niños no es claro, especialmente en lo que dice la niña, lo cual puede crear que los estudiantes no logren realizar el ejercicio.

3.1.2.2.3 Relación con el currículo

Siguiendo con la importancia de promover una perspectiva institucional en los libros de texto, según Arbeláez, et al. (1999) se analizan las siguientes pautas:

- Se ajusta a los fines de la educación y a los fundamentos del currículo

Módulo 3	
PENSAMIENTO NUMÉRICO	
1. División	128
Relación entre reparto y división	129
Relación entre multiplicación y división	129
Relación entre sustracción y división	131
División exacta y términos de la división	135
División inexacta	137
Prueba de la división	138
La mitad, la tercera y la cuarta parte	139
Divisores de un número	141
Criterios de divisibilidad entre 2 y 3	143
Criterio de divisibilidad entre 6	145
Números primos	146
Algoritmo de la división entre una cifra	147
Solución de problemas	150
Divisiones con dividendo de tres cifras	152
Divisiones con dividendo de más de tres cifras	154
Solución de problemas	156
Algoritmo de la división entre dos cifras	158
Solución de problemas	160
PENSAMIENTO ALEATORIO	
2. Técnicas de conteo y probabilidad	162
Diagramas de árbol	162
Seguro- imposible	164
Muy posible- poco posible	165
PENSAMIENTO ESPACIAL	
3. Cuerpos geométricos	166
Cubo	166
Prisma	168
Pirámide	170
PENSAMIENTO MÉTRICO	
4. Volumen, capacidad y masa	172
Volumen	172
Capacidad	174
Masa	176
PENSAMIENTO VARIACIONAL	
5. Secuencias	178
Secuencias de figuras geométricas	178
Taller	180
Saber hacer... Problemas de división	182
Para convivir en paz	183
Proyecto transversal: Educación económica y financiera	184

Ilustración 24. Fundamentos del currículo Saberes Matemáticas 3. Pág. 7

En la organización de los contenidos en la tabla de contenido, se puede observar que, dentro de cada módulo, se dividen los temas de acuerdo al pensamiento que se desarrolla, además, en la parte superior de cada página, se presenta el estándar que aborda, lo cual, significa que cumple con lo establecido por el Ministerio de Educación Nacional Colombiano.

- Contribuye real y efectivamente a la formación cultural, histórica y social del educando.

3. Extraer datos de un dibujo. Observa el anuncio publicitario. Luego, elige la opción correcta en cada caso.

Prenda	Antes	Ahora
Pantalones	\$ 86.000	la cuarta parte
Chaqueta	\$ 106.752	la tercera parte
Camiseta	\$ 26.200	la mitad

El valor de la camisa es

<input type="checkbox"/> \$19.900	<input type="checkbox"/> \$18.900
<input type="checkbox"/> \$19.000	<input type="checkbox"/> \$19.400

El valor de la chaqueta es

<input type="checkbox"/> \$35.900	<input type="checkbox"/> \$36.900
<input type="checkbox"/> \$35.584	<input type="checkbox"/> \$32.656

Ilustración 25. Contribuye real Saberes Matemáticas 3. Pág. 180

En la situación planteada se observa que, por medio de una situación contextualizada, el estudiante pondrá en práctica lo aprendido anteriormente y a la vez el ejercicio contribuye a la formación social, puesto que comprar ropa son situaciones cotidianas del estudiante.

- Plantea actividades diseñadas para que el alumno produzca conocimiento, en vez de solo recibirlos

Estrategia: Extraer datos de un dibujo

1. ¿Cuántas mesas con la cantidad de tazas que se muestran en la imagen, se necesitan para ubicar 57 tazas?
¿Sobraría alguna taza?

PASO 1. Comprende el problema
¿Qué datos hay en el problema?

¿Cuáles son las preguntas del problema?

PASO 2. Elabora un plan y llévalo a cabo
¿Qué operación debes hacer?

Realiza la operación.

PASO 3. Verifica y redacta la respuesta

Ilustración 26. Produzca conocimiento Saberes Matemáticas 3. Pág. 150

Se le presenta una situación problema en la cual el estudiante debe poner en práctica lo abordado hasta el momento en la unidad, a fin de que logre por sí mismo desarrollar la actividad propuesta, es decir, que produzca conocimiento después de haberlos recibido anteriormente.

3.1.3 Análisis matemático a la luz del isomorfismo de medida

Para efecto del análisis se tomaron tareas (ejemplos, situaciones y problemas) propuestas en dos libros de texto “Exploradores Matemáticas 3°” Ed. Norma y “Saberes Matemáticas 3°” Ed. Santillana, con el fin de rastrear la estructura matemática de la división, así, aunque en las cuatro tareas elegidas para este análisis matemático, se presentan bajo el algoritmo de la división, en su planteamiento se identifica el isomorfismo de medida propuesto por Vergnaud, en sus enunciados se evidencia los dos espacios de medida, donde intervienen las cuatro cantidades, una de ellas es la unidad que se toma de base para la razón.


En las tareas propuestas por los dos libros de texto, se puede notar que las relaciones entre las cantidades se presentan en dos tipos, por un lado, tareas en las que se necesita encontrar el valor de la unidad y, por otro lado, a partir de la unidad, se debe encontrar las unidades correspondientes a la magnitud del otro espacio de medida. Para la ejemplificación de lo anterior, a continuación, se presentan cuatro de las tareas presentes en los dos libros de texto, y se analizan a la luz del isomorfismo de medida de Vergnaud.

María repartirá los sellos en partes iguales entre ella y sus dos amigas.
¿Cuántos sellos recibirá cada una?



Por tanto, cada una recibirá 4 sellos.

Los 12 sellos se deben repartir en 3 grupos y a cada grupo le corresponden 4 sellos, porque $3 \times 4 = 12$.



También, lo podemos expresar con la siguiente operación:
 $12 \div 3 = 4$

Ilustración 27. Tarea 1 "Exploradores Matemáticas 3°" Pág. 104

La tarea 1 propuesta en la ilustración 5, podría analizarse de la forma mencionada en el párrafo anterior, pues se distingue claramente los dos espacios de medida que intervienen en este caso; a saber, la cantidad de sellos y la cantidad de personas, de la misma forma pueden encontrarse las cuatro cantidades presentes en el problema; en el gráfico se presenta la distribución y

organizaciones de los sellos, en los 3 grupos, lo que ayuda a la identificación de los espacios de medida. Se nombra x la cantidad buscada, el problema remite a encontrar cuantos sellos le corresponde a cada una de las tres personas.

Cantidad de personas	Cantidad de sellos
1	x
3	12

Ilustración 28. Esquema de Vergnaud. Tarea 1 "Exploradores Matemáticas 3°"

Como se observa en el esquema anterior, a través del operador funcional, puede encontrar el valor de la unidad, pues al tener 12 sellos divididos en 3 personas, se obtiene 4 sellos por persona, es decir, para cada persona se deben repartir 4 sellos.

En esta situación (ilustración 6), se pretende encontrar la cantidad de sellos que le corresponde a cada una de las participantes, de esta forma, se puede ver la relación entre las cantidades de cada uno de los espacios de medida (sellos por persona), ahora, al poder identificar los espacios de medida involucradas en el problema, se realizará el análisis vertical (escalar) y horizontal (funcional) propuesto por Vergnaud.

En cuanto al análisis funcional (ilustración 7), se encuentra el operador funcional 4, el cual se encuentra de la razón, que permite el paso entre los espacios de medida, pero manteniendo la proporcionalidad, como se puede observar a continuación:

Cantidad de personas	Cantidad de sellos
1	x
3	12

$x4$
 $1 \longrightarrow x$
 $3 \longrightarrow 12$
 $x4$

Ilustración 29. Análisis horizontal de Vergnaud. Tarea 1 "Exploradores Matemáticas 3°"

Por otro lado, se observa el análisis escalar (ilustración 8) dentro un espacio de medida, que disminuye la cantidad de 3 a 1 y de 12 a X .

Cantidad de personas	Cantidad de sellos
1	x
3	12
$\uparrow :3$	$\uparrow :3$

Ilustración 30. Análisis vertical de Vergnaud. Tarea 1 "Exploradores Matemáticas 3°"

También, en el libro de texto se plantean tareas que el estudiante debe realizar a partir de lo visto y entendido con anterioridad, a continuación, se presenta una de las tareas propuestas:

Se organizó cierto número de afiches en 320 cajas. Para ello, se depositaron 70 afiches en cada caja y quedaron por fuera 14. ¿Cuántos afiches se tenían para empacar?

Ilustración 31. Tarea 2 "Exploradores Matemáticas 3°" Pág. 109

La tarea 2 (Ilustración 9), permite inferir la presencia de los dos espacios de medida (Afiches y cajas), el problema presenta el valor de la unidad y busca encontrar la cantidad de afiches que se pueden empacar en 320 cajas.

Cantidad de afiches	Cantidad de cajas
70	1
X	320

Ilustración 32. Esquema de Vergnaud. Tarea 2 "Exploradores Matemáticas 3°"

Según lo que se presenta en el esquema anterior, para conocer el total de los afiches que se deben empacar en 320 cajas, se presenta la unidad como información principal, es decir, en una caja se empacan 70 afiches, entendiéndose como la proporción que se debe mantener entre los espacios de medida.

En cuanto al análisis horizontal presente en la ilustración 11, se puede identificar el escalador, dado por el mismo problema, en este caso, que en 1 caja se puede empacar 70 afiches, se denomina x la cantidad que se quiere encontrar, aquí se puede observar el funcional que permite el paso entre los espacios de medida, guardando la proporción entre las cuatro cantidades, 70 es a 1 como x es a 320.

Cantidad de afiches		Cantidad de cajas
	:70	
70	→	1
X	→	320
	:70	

Ilustración 33. Análisis horizontal de Vergnaud. Tarea 2 "Exploradores Matemáticas 3°"

Finalmente, el análisis vertical presente en la ilustración 12, está determinado por un escalador que permite el aumento o la disminución en un espacio de medida; en este caso se determina el operador escalar 320 que hace que disminuya la cantidad de x a 70 y de 320 a 1.

Cantidad de afiches		Cantidad de cajas
70	↑	1
X	↑	320
	:320	:320

Ilustración 34. Análisis vertical de Vergnaud. Tarea 2 "Exploradores Matemáticas 3°"

En la ilustración 13, se presenta un ejemplo que consta de la distribución de panes en canastas.

EJEMPLO

Camila y Daniel deben distribuir, en partes iguales, un pedido de 24 panes en 3 canastas. ¿Cuántos panes deben colocar en cada canasta?

Resuelve así:

Camila y Daniel realizan el procedimiento de dos formas:

Camila reparte los panes, uno por uno, en cada canasta hasta colocarlos todos. Luego, los cuenta y observa que en cada una hay 8 panes.



Daniel plantea una división así:

$$\text{Total de panes} \rightarrow 24 \div 3 = 8 \leftarrow \text{Cantidad de panes en cada canasta.}$$

↑
Cantidad de canastas

Por tanto, en cada canasta habrá 8 panes.

Ilustración 35. Tarea 3 "Saberes Matemáticas 3°" Pág. 129

En el enunciado del problema, se pueden deducir los espacios de medida y la relación entre ellos (ilustración 14). Dado que la tarea tomada es un ejemplo, se encuentra la solución del ejercicio planteado, es de resaltar que los elementos visuales, tales como los repartos, aportan en la comprensión del problema y en la identificación de los espacios de medida.

Cantidad de Canastas	Cantidad de Panes
1	8
3	24

Ilustración 36. Esquema de Vergnaud Tarea 3 "Saberes Matemáticas 3°"

Respecto al esquema anterior, en la tarea se busca encontrar la cantidad de panes que caben en cada canasta, al dividir 24 panes entre 3 canastas, se encuentra 8 panes por canasta, es decir el valor de la unidad, en la ilustración 13, se muestra que el libro de texto explicita las cantidades y las relaciones entre los espacios de medida del problema.

Como se pudo observar en la ilustración 13, inicialmente se pide encontrar la cantidad de panes que deben ir en cada canasta, en cuanto al análisis horizontal se identifica el funcional que guarda la proporcionalidad entre los espacios de medida, en este caso, 1 es a 8, como 3 es a 24.

Cantidad de Canastas		Cantidad de Panes
	x8	
1	→	8
3	→	24
	x8	

Ilustración 37. Análisis horizontal de Vergnaud. Tarea 3 "Saberes Matemáticas 3°"

En cuanto al análisis vertical, se observa en la ilustración 16, la existencia de un escalar que disminuye las cantidades dentro de cada uno de los espacios de medida, es decir, de 24 a 8 y de 3 a 1.

Cantidad de Canastas		Cantidad de Panes
1	↑	8
	:3	
3	↑	24
	:3	

Ilustración 38. Análisis vertical de Vergnaud. Tarea 3 "Saberes Matemáticas 3°"

En la tarea 4 (ilustración 17) propuesta por el libro, se pretende encontrar la cantidad de bandejas que se necesitan para colocar cierta cantidad de pasteles.



Ilustración 39. Tarea 4 "Saberes Matemáticas 3°" Pág. 134

En el enunciado, se observa los espacios de medida involucrados y la relación entre ellos (pasteles por bandeja), en este problema se presenta explícitamente el valor de la unidad (ilustración 18). En el problema se debe encontrar la cantidad de bandejas que se necesitan para servir 14 pasteles, en el enunciado se presenta el valor de la unidad, es decir, que en 1 bandeja caben 7 pasteles, esta es la proporción que se debe mantener entre los espacios de medida.

Cantidad de Bandejas	Cantidad de Pasteles
1	7
x	14

Ilustración 40 Esquema de Vergnaud Tarea 4 "Saberes Matemáticas 3°"

En relación con el análisis vertical (ilustración 19), se establece un funcional que disminuye los valores de un espacio a otro, pero guardando la proporcionalidad, de 1 a 7 y de x a 14.

Cantidad de Bandejas	Cantidad de Pasteles
1	7
x	14

x7

x7

Ilustración 41. Análisis horizontal de Vergnaud. Tarea 4 "Saberes Matemáticas 3°"

En cuanto al análisis vertical (ilustración 20), se observa la existencia de un escalón (2) que interviene en un mismo espacio de medida, haciendo que incremente las cantidades, así se puede observar que se guarda una proporcionalidad entre lo que sucede en el espacio de medida de la bandeja X a 1 y lo que sucede en el espacio de medida del pastel de 14 a 7.

Cantidad de Bandejas	Cantidad de Pasteles
1	7
x	14

:2

:2

Ilustración 42. Análisis vertical de Vergnaud. Tarea 4 "Saberes Matemáticas 3°"

El análisis realizado anteriormente, muestra que a pesar de que en los libros de texto predomine la enseñanza de la división como algoritmo, se puede rastrear el isomorfismo de medida, cabe aclarar, que, aunque el isomorfismo no está explícito en los libros de texto, se puede inferir a partir del discurso escrito utilizado y de los gráficos que modelan las tareas, por lo tanto, es posible realizar un análisis de este tipo.

Este análisis sirve de insumo para construir, abstraer y/o suprimir información en el resto de tareas para la realización del análisis discursivo, brinda un acercamiento a las características presentes en algunas de las tareas planteadas, además de elementos para la realización de las proposiciones y de la tematización; para dichas proposiciones se tendrá en cuenta el uso de la unidad en las tareas, la distribución de repartos de manera gráfica o escrita, la determinación de espacios de medida tanto escritos como gráficos y los operadores que se encuentran al detenerse en las relaciones de las cuatro cantidades. Este análisis se muestra en el siguiente apartado.

3.2 ANÁLISIS DISCURSIVO DE LOS LIBROS DE TEXTO

Con el fin de identificar los enunciados que tematizan el concepto de división, a continuación, se presenta la tematización de los enunciados realizados a los libros de texto “Exploradores Matemáticas 3°” y “Saberes Matemáticas 3°”, pertenecientes a las editoriales Norma y Santillana respectivamente, en la unidad dedicada a la enseñanza de la división.



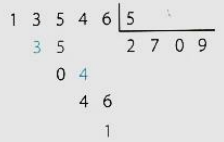
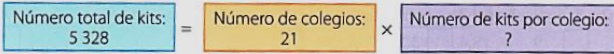
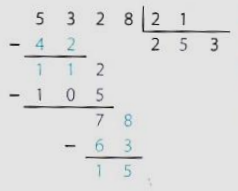

Los apartados identificados para este análisis, fueron aquellos en los que se podía observar implícita o explícitamente, la forma en que se propone la división, es decir, se podía rastrear la estructura que se utiliza, por ejemplo, en explicaciones, ejemplos y/o ejercicios.

Según Van Dijk (1996) es importante tener en cuenta el tema central del que se habla cuando se tematiza un discurso, para la identificación de este tema, se hizo uso de las macro reglas, con el fin de identificar las proposiciones (Pn) presentes en los libros de texto. En la tematización, es importante la jerarquización de las proposiciones, para esto, se deben definir los niveles de jerarquización para mostrar las relaciones que se establecen en el texto y construir las representaciones semánticas del discurso, en este caso, las macroestructuras semánticas.

3.2.1 Tematización de la división en el libro de texto “Exploradores Matemáticas 3º” Ed.

Norma

Enunciados	Tematización
<div>Dividamos 13 546 entre 5.</div> <div><div><div>13546</div><div>5</div><div>2709</div><div>1</div></div></div> <div><div>Primero: como $1 \div 5$ no lo podemos realizar, separamos dos cifras en el dividendo, es decir, $13 \div 5 = 2$ y ubicamos el 2 en el cociente. Efectuamos $2 \times 5 = 10$ y sustraemos $13 - 10 = 3$.</div><div>Segundo: bajamos el 5 al lado del 3. Calculamos $35 \div 5 = 7$ y ubicamos 7 en el cociente. Efectuamos $7 \times 5 = 35$ y sustraemos $35 - 35 = 0$.</div><div>Tercero: bajamos el 4 al lado del 0. Como $4 \div 5$ no se puede realizar, escribimos 0 en el cociente y bajamos la siguiente cifra.</div><div>Cuarto: calculamos $46 \div 5 = 9$ y ubicamos 9 en el cociente. Calculamos $9 \times 5 = 45$ y sustraemos $46 - 45 = 1$. Como no hay más cifras para bajar, terminamos la división.</div></div> <div><div>dividendo</div><div>$\rightarrow 13\,546 \div 5 : 2\,709$ y residuo 1</div><div><div><div><div></div><div>divisor</div></div><div><div></div><div>cociente</div></div></div></div></div>	<p>P1. Utiliza el algoritmo para la resolución de la división, se centra en la relación entre tres cantidades.</p>
<div>Completa las siguientes divisiones:</div> <div><div>a.</div><div><div>28936</div><div>7</div><div>4</div><div>3</div><div>6</div></div></div> <div><div>b.</div><div><div>256897</div><div>4</div><div>4</div><div>2</div><div>7</div></div></div>	<p>P2. Se ejercita al estudiante por medio del algoritmo, conduciéndolo a entender la división como una resta iterada.</p>
<div>Completa las siguientes divisiones:</div> <div><div>a.</div><div><div>4836</div><div>32</div><div>15</div><div>6</div></div></div> <div><div>b.</div><div><div>5998</div><div>23</div><div>2</div><div>0</div><div>0</div></div></div>	<p>P3. Se presentan problemas de completar términos, con la intención de ejercitar el algoritmo por medio de la resta sucesiva.</p>
<div>Razonar</div> <div>3. Completa las siguientes tablas:</div> <div><div><div>Dividendo</div><div>Divisor</div><div>Cociente</div><div>Residuo</div></div><div><div>6 201</div><div>71</div><div></div><div></div></div><div><div></div><div>365</div><div>19</div><div>0</div></div></div> <div><div>Dividendo</div><div>Divisor</div><div>Cociente</div><div>Residuo</div></div> <div><div></div><div>52</div><div>495</div><div>44</div></div> <div><div></div><div>160</div><div>285</div><div>12</div></div>	<p>P4. Se remite a completar los números correspondientes a los términos involucrados en la división como algoritmo.</p>

<p>María repartirá los sellos en partes iguales entre ella y sus dos amigas. ¿Cuántos sellos recibirá cada una?</p>  <p>Por tanto, cada una recibirá 4 sellos.</p>	<p>Los 12 sellos se deben repartir en 3 grupos y a cada grupo le corresponden 4 sellos, porque $3 \times 4 = 12$.</p>  <p>También, lo podemos expresar con la siguiente operación: $12 \div 3 = 4$</p>	<p>P5. Remite a encontrar el valor de la unidad, se establecen las cantidades y la relación entre ellas; se apoya en la multiplicación como hecho numérico.</p>
<p>Ejemplo Dividamos 13 546 entre 5.</p>  <p>Primero: como $1 \div 5$ no lo podemos realizar, separamos dos cifras en el dividendo, es decir, $13 \div 5 = 2$ y ubicamos el 2 en el cociente. Efectuamos $2 \times 5 = 10$ y sustraemos $13 - 10 = 3$.</p> <p>Segundo: bajamos el 5 al lado del 3. Calculamos $35 \div 5 = 7$ y ubicamos 7 en el cociente. Efectuamos $7 \times 5 = 35$ y sustraemos $35 - 35 = 0$.</p> <p>Tercero: bajamos el 4 al lado del 0. Como $4 \div 5$ no se puede realizar, escribimos 0 en el cociente y bajamos la siguiente cifra.</p> <p>Cuarto: calculamos $46 \div 5 = 9$ y ubicamos 9 en el cociente. Calculamos $9 \times 5 = 45$ y sustraemos $46 - 45 = 1$. Como no hay más cifras para bajar, terminamos la división.</p> <p>dividendo $\rightarrow 13\ 546 \div 5 : 2\ 709$ y residuo 1 <div style="display: flex; justify-content: space-around; width: 100%;"> ↑ divisor ↑ cociente </div></p>		<p>P6. Se explica la solución de la división como algoritmo, recurriendo a la resta sucesiva y explicando cada uno de los términos que lo conforman.</p>
<p>Un municipio necesita repartir en partes iguales 5 328 kits escolares entre 21 colegios. ¿Cuántos kits recibirá cada colegio?</p> <p>Organizamos la información en un diagrama para determinar qué operación debemos realizar.</p>  <p>Esta expresión equivale a $5\ 328 \div 21 = ?$</p>  <p>Primero: separamos las dos primeras cifras en el dividendo. Calculamos $53 \div 21$ y ubicamos 2 en el cociente. Efectuamos $21 \times 2 = 42$ y sustraemos $53 - 42 = 11$.</p> <p>Segundo: bajamos 2 al lado de 11. Calculamos $112 \div 21$ y ubicamos 5 en el cociente. Efectuamos $21 \times 5 = 105$ y sustraemos $112 - 105 = 7$.</p> <p>Tercero: bajamos 8 al lado de 7. Calculamos $78 \div 21$ y ubicamos 3 en el cociente. Efectuamos $21 \times 3 = 63$ y sustraemos $78 - 63 = 15$. No hay más cifras para bajar.</p> <p>Cada escuela recibirá 253 kits escolares y sobran 15.</p>	 <p>Para co ¿La división conmutati que con significa q el orden se mismo res L co ejemplo,</p>	<p>P7. Establece la división como inverso de la multiplicación, enfatiza en las cantidades que intervienen en el problema y en encontrar la unidad por medio de la resta sucesiva.</p>
<p>Analiza cada situación y determina si el residuo es importante o no en la solución.</p> <p>a. Hay 350 personas esperando transporte entre dos ciudades. Cada bus tiene capacidad para 36 pasajeros y no puede llevar pasajeros de pie. ¿Cuántos buses se necesitan para transportar a todos los pasajeros?</p>	<p>b. En las ofertas de un supermercado, ofrecen un paquete de 25 naranjas por \$ 4 000. El supermercado recibió un pedido con 4 585 naranjas. ¿Cuántos paquetes para la oferta se pueden armar?</p>	<p>P8. Se visualiza la presencia de la unidad, las cantidades y las relaciones que intervienen entre ellas.</p>

Para decorar un club en el que se llevará a cabo un festival de música, llega un pedido de 5 235 flores para hacer 203 adornos con igual número de flores. ¿Cuántas flores tendrá cada adorno?

Organicemos la información en un diagrama.

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \text{Flores del pedido:} & = & \text{Número de adornos:} & \times & \text{Número de flores en} \\ \hline 5\ 235 & & 203 & & \text{cada adorno: ?} \\ \hline \end{array}$$

Esto es equivalente con $5\ 235 \div 203 = ?$

$$\begin{array}{r} 5\ 235 \overline{) 203} \\ \underline{4\ 06} \\ 1\ 175 \\ \underline{1\ 015} \\ 160 \end{array}$$

Primero: separamos las tres primeras cifras en el dividendo. Calculamos $523 \div 203$: 2 y ubicamos 2 en el cociente. Efectuamos $203 \times 2 = 406$ y sustraemos $523 - 406 = 117$.

Segundo: bajamos 5 al lado de 117. Calculamos $1\ 175 \div 203$: 5 y ubicamos 5 en el cociente. Efectuamos $203 \times 5 = 1\ 015$ y sustraemos $1\ 175 - 1\ 015$. No hay más cifras para bajar.

Cada adorno tendrá 25 flores y sobran 160 flores.



Herramienta para

Escribir expresiones equivalentes. En algunos casos, escribir una expresión equivalente a la operación que se debe resolver para solucionar el problema.

P9. Establece la división como inverso de la multiplicación, enfatiza en las cantidades que intervienen en el problema y en encontrar la unidad por medio de la resta sucesiva.

Se organizó cierto número de afiches en 320 cajas. Para ello, se depositaron 70 afiches en cada caja y quedaron por fuera 14. ¿Cuántos afiches se tenían para empacar?

P10. Explicita la unidad y se visualizan las cuatro cantidades y la relación entre ellas.

Andrea representó todas las posibilidades que tiene de distribuir 6 dulces en grupos con igual número de dulces cada uno.



Los 6 dulces se pueden distribuir así:

- 1 grupo de 6 dulces
- 2 grupos de 3 dulces cada uno
- 3 grupos de 2 dulces cada uno
- 6 grupos de 1 dulce cada uno

Estos números se conocen como los **divisores** de 6.

P11. Establece las relaciones entre las cuatro cantidades presentes en la división.

38 Criterios de divisibilidad: 2, 3, 5, 6 y 10

Saberes previos

Escribe dos números de tres cifras que sean

- a. múltiplos de dos.
- b. múltiplos de cinco.
- c. múltiplos de diez.

Emilia escribió las siguientes tablas de multiplicación:

$2 \times 0 = 0$	$5 \times 0 = 0$	$10 \times 0 = 0$
$2 \times 1 = 2$	$5 \times 1 = 5$	$10 \times 1 = 10$
$2 \times 2 = 4$	$5 \times 2 = 10$	$10 \times 2 = 20$
$2 \times 3 = 6$	$5 \times 3 = 15$	$10 \times 3 = 30$
$2 \times 4 = 8$	$5 \times 4 = 20$	$10 \times 4 = 40$
$2 \times 5 = 10$	$5 \times 5 = 25$	$10 \times 5 = 50$
$2 \times 6 = 12$	$5 \times 6 = 30$	$10 \times 6 = 60$
$2 \times 7 = 14$	$5 \times 7 = 35$	$10 \times 7 = 70$
$2 \times 8 = 16$	$5 \times 8 = 40$	$10 \times 8 = 80$
$2 \times 9 = 18$	$5 \times 9 = 45$	$10 \times 9 = 90$
$2 \times 10 = 20$	$5 \times 10 = 50$	$10 \times 10 = 100$

Después de observarlas, afirmó que se cumple lo siguiente:

- Los múltiplos de 2 terminan en cifra par.
- Los múltiplos de 5 terminan en 0 o 5.
- Los múltiplos de 10 terminan en 0.

Vocabulario académico
La palabra **divisibilidad** en matemáticas hace

P12. Los criterios de divisibilidad son explicados por medio de la multiplicación, viéndola como hecho numérico, centrándose en las tablas de multiplicar

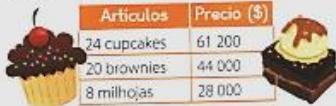
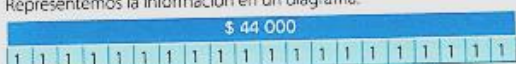

<p>En la panadería Las Delicias, ofrecen la siguiente promoción:</p>  <table border="1"> <thead> <tr> <th>Artículos</th> <th>Precio (\$)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>24 cupcakes</td> <td>61 200</td> </tr> <tr> <td>20 brownies</td> <td>44 000</td> </tr> <tr> <td>8 milhojas</td> <td>28 000</td> </tr> </tbody> </table> <p>¿Cuál es el precio de un brownie? Representemos la información en un diagrama.</p>  <p>Observamos que para hallar el precio de un brownie podemos calcular $44\ 000 \div 20 = 2\ 200$. Entonces, un brownie cuesta \$ 2 200. Una estrategia para resolver un problema en matemáticas es elaborar un diagrama.</p> <p>Ejemplo Julián compra un postre de cada uno de los que ofrece la panadería Las Delicias. ¿Cuánto debe pagar por la compra?</p> <p>Solución</p> <table border="1"> <tbody> <tr> <td>Paso 1. Comprendemos el problema: los datos son los precios de los postres y la cantidad que compra Julián. La pregunta se refiere al valor de la compra.</td> <td>Paso 2. Organizamos la información: la tabla nos muestra el precio de cierta cantidad de cada postre. Julián compra un postre de cada uno.</td> </tr> <tr> <td>Paso 3. Describimos los pasos a seguir: dividimos el precio de cada postre entre la cantidad del mismo. Estos cocientes se suman.</td> <td>Paso 4. Ejecutamos el plan: Un cupcake: $61\ 200 \div 24 = 2\ 550$ Un brownie: $44\ 000 \div 20 = 2\ 200$ Una milhoja: $28\ 000 \div 8 = 3\ 500$ Total de la compra: $2\ 550 + 2\ 200 + 3\ 500 = 8\ 250$</td> </tr> <tr> <td>Paso 5. Comprobamos: redondeamos cada valor a la unidad de mil y sumamos: $3\ 000 + 2\ 000 + 4\ 000 = 9\ 000$. Obtenemos una aproximación de la suma anterior.</td> <td>Respuesta: Julián debe pagar por su compra \$ 8 250.</td> </tr> </tbody> </table>	Artículos	Precio (\$)	24 cupcakes	61 200	20 brownies	44 000	8 milhojas	28 000	Paso 1. Comprendemos el problema: los datos son los precios de los postres y la cantidad que compra Julián. La pregunta se refiere al valor de la compra.	Paso 2. Organizamos la información: la tabla nos muestra el precio de cierta cantidad de cada postre. Julián compra un postre de cada uno.	Paso 3. Describimos los pasos a seguir: dividimos el precio de cada postre entre la cantidad del mismo. Estos cocientes se suman.	Paso 4. Ejecutamos el plan: Un cupcake: $61\ 200 \div 24 = 2\ 550$ Un brownie: $44\ 000 \div 20 = 2\ 200$ Una milhoja: $28\ 000 \div 8 = 3\ 500$ Total de la compra: $2\ 550 + 2\ 200 + 3\ 500 = 8\ 250$	Paso 5. Comprobamos: redondeamos cada valor a la unidad de mil y sumamos: $3\ 000 + 2\ 000 + 4\ 000 = 9\ 000$. Obtenemos una aproximación de la suma anterior.	Respuesta: Julián debe pagar por su compra \$ 8 250.	<p>P13. Se visualizan las cantidades que intervienen en la división y remite a encontrar el valor de la unidad.</p> <p>P14. Se muestran los datos y las cantidades que intervienen, remite a encontrar el valor de la unidad.</p>
Artículos	Precio (\$)														
24 cupcakes	61 200														
20 brownies	44 000														
8 milhojas	28 000														
Paso 1. Comprendemos el problema: los datos son los precios de los postres y la cantidad que compra Julián. La pregunta se refiere al valor de la compra.	Paso 2. Organizamos la información: la tabla nos muestra el precio de cierta cantidad de cada postre. Julián compra un postre de cada uno.														
Paso 3. Describimos los pasos a seguir: dividimos el precio de cada postre entre la cantidad del mismo. Estos cocientes se suman.	Paso 4. Ejecutamos el plan: Un cupcake: $61\ 200 \div 24 = 2\ 550$ Un brownie: $44\ 000 \div 20 = 2\ 200$ Una milhoja: $28\ 000 \div 8 = 3\ 500$ Total de la compra: $2\ 550 + 2\ 200 + 3\ 500 = 8\ 250$														
Paso 5. Comprobamos: redondeamos cada valor a la unidad de mil y sumamos: $3\ 000 + 2\ 000 + 4\ 000 = 9\ 000$. Obtenemos una aproximación de la suma anterior.	Respuesta: Julián debe pagar por su compra \$ 8 250.														
<p>En la juguetería del barrio, se están ofreciendo las siguientes promociones:</p>  <table border="1"> <tbody> <tr> <td>8 unidades</td> <td>\$ 77 200</td> </tr> <tr> <td>9 unidades</td> <td>\$ 112 500</td> </tr> <tr> <td>5 unidades</td> <td>\$ 162 250</td> </tr> </tbody> </table> <p>Comunicar</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿Cuál es el precio de un balón? ¿Cuánto cuesta un osito de peluche? <p>Resolver problemas</p> <ol style="list-style-type: none"> Rocio compra 3 balones y dos ositos de peluche. ¿Cuánto debe pagar por la compra? 	8 unidades	\$ 77 200	9 unidades	\$ 112 500	5 unidades	\$ 162 250	<p>P15. Presenta las relaciones entre las cuatro cantidades y busca el reconocimiento de la unidad.</p>								
8 unidades	\$ 77 200														
9 unidades	\$ 112 500														
5 unidades	\$ 162 250														

Tabla 5. Tematización "Exploradores Matemáticas 3°"

En relación con lo anterior, se puede observar que, en las tematizaciones realizadas, se puede rastrear el objeto de estudio en las explicaciones, ejemplos y ejercicios propuestos en el libro de texto. En la siguiente tabla se clasifica cada proposición en relación con los elementos que caracterizan la división como relación ternaria y como isomorfismo de medida. Esta tabla permite entender el discurso presente en el libro de texto, dado que se rastrea desde estas dos perspectivas y es necesario diferenciar hacia donde apunta el concepto de división.

CATEGORÍAS DE ANÁLISIS					
RELACIÓN TERNARIA		RELACIÓN CUATERNARIA			
	Sustracción iterada	Relación con la Multiplicación	Reconocimiento de la Unidad	Identificación de cantidades	Relación entre cantidades
TEMATIZACIÓN	P1	P1			
	P2				
	P3				
	P4				
		P5	P5	P5	P5
	P6	P6			
	P7	P7	P7	P7	P7
			P8	P8	P8
	P9	P9	P9	P9	P9
			P10	P10	P10
			P11	P11	P11
		P12			
			P13	P13	P13
			P14	P14	
			P15	P15	P15

Tabla 6. Clasificación de proposiciones "Exploradores Matemáticas 3°"

Teniendo en cuenta las proposiciones identificadas anteriormente, se establecen cinco niveles de jerarquización, el primer nivel es el más global, en el cual se encuentra la macro - proposición del libro de texto y el resto de niveles son inferiores, son las proposiciones que subyacen a otros tópicos menos generales. La jerarquización realizada, da una idea de la forma en que se concibe la división dentro del libro de texto.

El criterio para la clasificación de las proposiciones en cada nivel, depende de la repetición de las proposiciones en los elementos que caracterizan la división como relación ternaria y como isomorfismo de medida, en el nivel 1 están las que se encuentran en los 5 elementos, el nivel 2 los que se encuentran en 4 elementos y así sucesivamente.

		CATEGORÍAS DE ANÁLISIS				
		RELACIÓN TERNARIA		RELACIÓN CUATERNARIA		
		Sustracción iterada	Relación con la Multiplicación	Reconocimiento de la Unidad	Identificación de cantidades	Relación entre cantidades
NIVELES DE JERARQUIZACIÓN	Nivel 1	P7, P9	P7, P9	P7, P9	P7, P9	P7, P9
	Nivel 2	P5	P5	P5	P5	P5
	Nivel 3			P8, P9, P10, P11, P13, P15	P8, P9, P10, P11, P13, P15	P8, P9, P10, P11, P13, P15
	Nivel 4	P1, P6	P1, P6			
	Nivel 5	P2, P3, P4	P12			

Tabla 7. Niveles de jerarquización "Exploradores Matemáticas3°"

A continuación, se presentan las proposiciones de cada una de las categorías de acuerdo al nivel jerárquico establecido, cabe aclarar, que no se toman todas las proposiciones relacionadas en la tabla anterior, si no aquellas que abarcan el sentido global de los apartados seleccionados, estas proposiciones permitieron la construcción de la macroestructura del discurso del libro de texto.

Nivel 1	P7. Establece la división como inverso de la multiplicación, enfatiza en las cantidades que intervienen en el problema y en encontrar la unidad por medio de la resta sucesiva.
Nivel 2	P5. Remite a encontrar el valor de la unidad, se establecen las cantidades y la relación entre ellas; se apoya en la multiplicación como hecho numérico.
Nivel 3	P8. Se visualiza la presencia de la unidad, las cantidades y las relaciones que intervienen entre ellas.
	P13. Se visualizan las cantidades que intervienen en la división y remite a encontrar el valor de la unidad.
	P15. Presenta las relaciones entre las cuatro cantidades y busca el reconocimiento de la unidad.
Nivel 4	P1. Utiliza el algoritmo para la resolución de la división, se centra en la relación entre tres cantidades.
	P6. Se explica la solución de la división como algoritmo, recurriendo a la resta sucesiva y explicando cada uno de los términos que lo conforman.
	P14. Se muestran los datos y las cantidades que intervienen, remite a encontrar el valor de la unidad.
Nivel 5	P2. Se ejercita al estudiante por medio del algoritmo, conduciéndolo a entender la división como una resta iterada.
	P3. Se presentan problemas de completar términos, con la intención de ejercitar el algoritmo por medio de la resta sucesiva.
	P4. Se remite a completar los números correspondientes a los términos involucrados en la división como algoritmo.
	P12. Los criterios de divisibilidad son explicados por medio de la multiplicación, viéndola como hecho numérico, centrándose en las tablas de multiplicar

Tabla 8. Clasificación de proposiciones "Exploradores Matemáticas3°"

La jerarquización permite identificar el orden de las proposiciones, mostrando la proposición principal y sus derivadas, a continuación, se presenta la representación semántica del discurso por medio de la macroestructura propuesta por Van Dijk (1996), la cual muestra la jerarquización de las proposiciones y la relación entre ellas.

3.2.1.1 Macroestructura “Exploradores Matemáticas 3°”

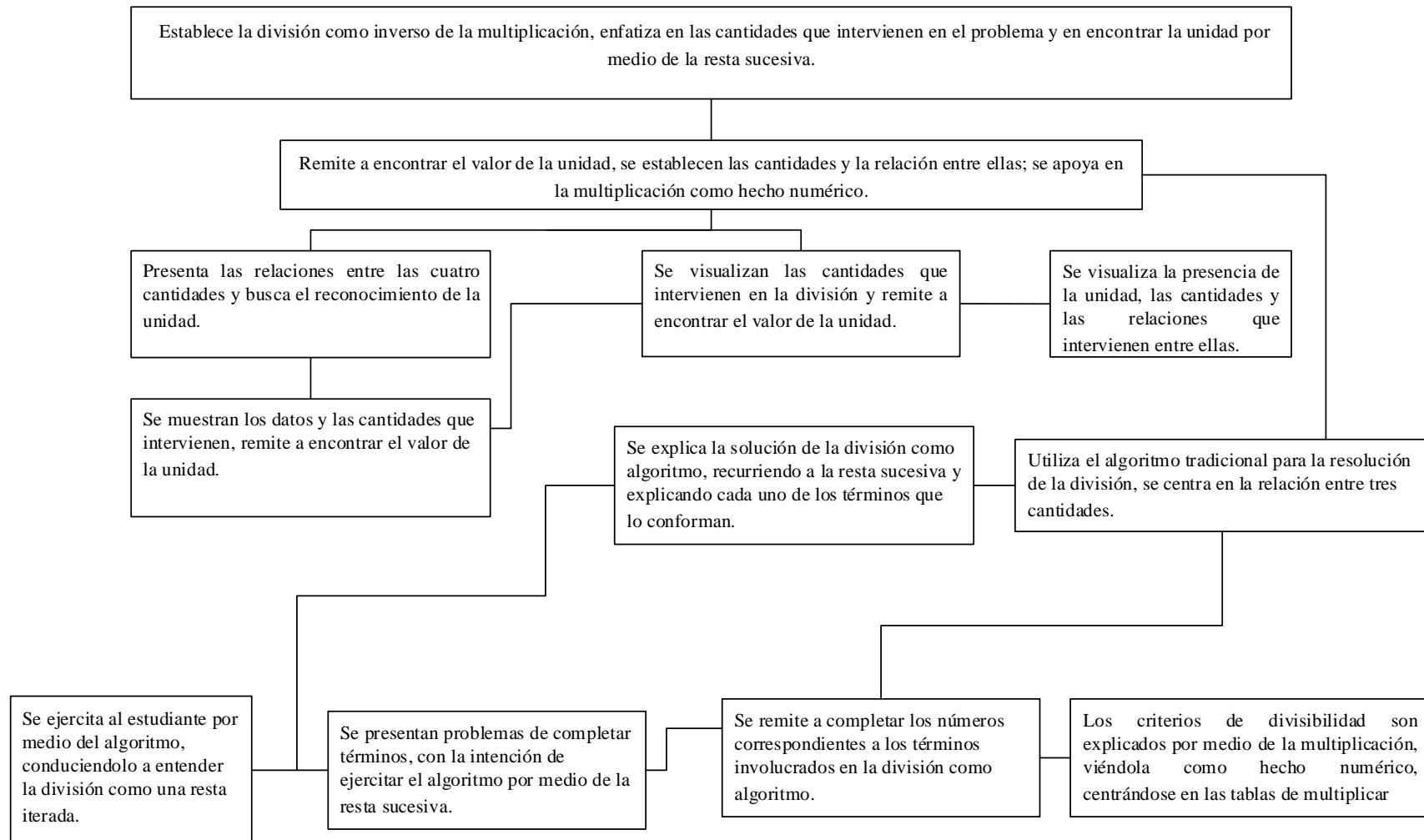


Ilustración 43. Macroestructura "Exploradores Matemáticas 3°"

3.2.1.2 Interpretación de la macroestructura semántica

El interés en la interpretación de la macroestructura construida del libro de texto “Exploradores Matemáticas 3º”, es identificar los significados asociados a la división y determinar la relación de la división con el isomorfismo de medida propuesto por Vergnaud (1991).

Como se puede observar en la macroestructura anterior, en el nivel 1 y el nivel 2, se puede identificar el isomorfismo de medida, pues su caracterización se visualiza en las proposiciones seleccionadas, en el nivel 3 se enfatiza en el reconocimiento de la unidad, el nivel 4 rastrea algunos elementos del isomorfismo, pero se centra en la descripción de los datos y aplicación del algoritmo, finalmente, en el nivel 5 la relación ternaria se refleja a partir de la ejercitación a través de algoritmos como resta iterada y la multiplicación como inverso.

En cuanto al concepto de división, el libro de texto lo presenta según los términos que lo componen, es decir, como relación ternaria, se muestra el algoritmo general y sus elementos; divisor, dividendo, cociente y residuo, sin embargo, en los ejercicios que se proponen como resolución de problemas, se logró identificar la relación cuaternaria como la concibe Vergnaud (1991).

El libro de texto propone ejercicios planteados como problemas, en el análisis de estos problemas se puede observar que se mencionan las cantidades involucradas y que en ocasiones el mismo libro expresa la unidad o remite a que el estudiante la encuentre, en este tipo de problemas se puede ver la relación entre las cantidades, por lo que es visible la división como isomorfismo de medida.

En cuanto a los ejercicios que se centran a la ejercitación, se logra observar que obligan al estudiante al uso del algoritmo, algunos presentan el algoritmo y el estudiante debe identificar los términos faltantes en las restas, en otras ocasiones el estudiante debe encontrar el residuo, el cociente, etc., estos ejercicios no permiten la identificación de cantidades ya que son descontextualizados.


Por otro lado, el libro en las explicaciones presenta como solución la división como algoritmo, mostrando el paso a paso de las restas sucesivas, hasta llegar al resultado, en algunos casos se identificaban las cantidades, pero no estaba la presencia de la unidad.



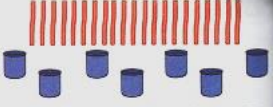

Así mismo, se presentaron explicaciones en las que era explícito la identificación de las cantidades, la unidad y la relación entre estas, pero, al momento de la solución el libro utilizaba la multiplicación como hecho numérico, haciendo uso de las tablas de multiplicar o de la resta sucesiva, en estas ocasiones, la respuesta era contextualizada, dado que dicho resultado se relacionaba con las cantidades que hacían parte del problema.



En general se puede observar que el libro de texto al proponer los ejercicios y al brindar explicaciones, tiene en cuenta y menciona las cantidades involucradas en el problema, incita al reconocimiento de la unidad como medio para encontrar otros valores, lo que conlleva a identificar la relación entre las cantidades, pero, al momento de realizar la operación de la división, el libro de texto remite al uso del algoritmo, solucionándolo como una resta sucesiva.


De acuerdo a lo anterior, la tematización del libro de texto “Exploradores Matemáticas 3º”, en un primer momento intenta reconocer la división como isomorfismo de medida, pero al momento de la resolución, hace uso del algoritmo, quedándose en un resultado numérico que deja de lado el análisis o relación con las cantidades involucradas.



3.2.2 Tematización de la división en el libro de texto “Saberes Matemáticas 3º” Ed. Santillana

Enunciados	Tematización
<p>Lucía cría conejos en su finca y quiere alimentarlos con las zanahorias que recogió de su huerta.</p> <p>Cada canasto debe tener la misma cantidad de zanahorias.</p>  <p>¿Cuántos canastos hay? <input type="text"/></p> <p>¿Cuántas zanahorias hay en total? <input type="text"/></p> <p>Señala la cantidad de zanahorias que debe poner Lucía en cada canasto. Ten en cuenta que deben tener la misma cantidad.</p> <p><input type="radio"/> 2 <input type="radio"/> 3 <input type="radio"/> 1 <input type="radio"/> 6 <input type="radio"/> 8</p>	<p>P1. Expresa la división como reparto e identifican las cantidades existentes</p>

<p>EJEMPLO</p> <p>Camila y Daniel deben distribuir, en partes iguales, un pedido de 24 panes en 3 canastas. ¿Cuántos panes deben colocar en cada canasta?</p> <p>Resuelve así:</p> <p>Camila y Daniel realizan el procedimiento de dos formas:</p> <p>Camila reparte los panes, uno por uno, en cada canasta hasta colocarlos todos. Luego, los cuenta y observa que en cada una hay 8 panes.</p>  <p>Daniel plantea una división así:</p> <p>Total de panes $\rightarrow 24 \div 3 = 8$ ← Cantidad de panes en cada canasta.</p> <p style="text-align: center;">↑ Cantidad de canastas</p> <p>Por tanto, en cada canasta habrá 8 panes.</p>	<p>P2. Menciona las cuatro cantidades y la relación entre ellas, induce a encontrar la unidad.</p>
<p>2. Realiza los siguientes repartos en partes iguales. Luego, completa.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>25 cuadernos en 5 cajas</p>  <p>▶ Plantea la división. $\square \div \square = \square$</p> <p>▶ En cada caja quedan \square cuadernos.</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>21 colores en 7 tarros</p>  <p>▶ Plantea la división. $\square \div \square = \square$</p> <p>▶ En cada tarro quedan \square lápices.</p> </div> </div>	<p>P3. Menciona las cuatro cantidades y la relación entre ellas, induce a encontrar la unidad.</p>
<p>Relación entre multiplicación y división</p> <p>Partir de una multiplicación es posible resolver una división.</p> <p>EJEMPLO</p> <p>Como $9 \times 8 = 72$, entonces, $72 \div 9 = 8$</p> <p>También se puede plantear la división $72 \div 8 = 9$</p>	<p>P4. Se plantea la división como la operación inversa de la multiplicación, haciendo énfasis en las tablas de multiplicar.</p>
<p>3. Lee lo que dice cada niña. Luego, marca un ✓ en las divisiones y multiplicaciones que se relacionan con la situación.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>Tengo 18 almendras. Si los reparto entre las tres, ¿cuántas recibirá cada una?</p> <p><input type="radio"/> $18 \div 4 = 6$</p> <p><input type="radio"/> $18 \div 3 = 6$</p> <p><input type="radio"/> $18 \div 2 = 9$</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Cada una recibirá 6 almendras, porque 3 veces 6 es 18.</p> <p><input type="radio"/> $9 \times 2 = 18$</p> <p><input type="radio"/> $3 \times 6 = 18$</p> <p><input type="radio"/> $4 \times 6 = 18$</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p><input type="radio"/> $18 \times 6 = 2$</p> <p><input type="radio"/> $6 \times 18 = 3$</p> <p><input type="radio"/> $18 \times 9 = 2$</p> </div> </div>	<p>P5. Relaciona la división con la multiplicación, se visualizan los dos espacios de medida y se tiene en cuenta la unidad.</p>
<p>6. Elegir la operación. Lee la situación. Luego, colorea la operación que se utiliza para resolver la pregunta y resuelve.</p> <p>Felipe guarda 6 huevos en cada caja. Si tiene 48 huevos, ¿cuántas cajas usará?</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 100px;">Multiplicación</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 100px;">División</div> </div> 	<p>P6. Relaciona la división con la multiplicación, se visualizan los dos espacios de medida y se tiene en cuenta la unidad.</p>

<p>Relación entre sustracción y división</p> <p>Cuando se conoce la cantidad total de elementos que se deben repartir en partes iguales, se puede obtener la cantidad de grupos haciendo sustracciones sucesivas.</p> <p>Restar sucesivamente la misma cantidad las veces que sea posible, corresponde a una división.</p> <p>EJEMPLO</p> <p>Pablo agrupa 6 manzanas para guardar en una bolsa. Si debe guardar 30 manzanas, ¿cuántas bolsas necesitará?</p> <p>Para determinar la cantidad de bolsas, Pablo realiza lo siguiente:</p> <table><thead><tr><th>1ª bolsa</th><th>2ª bolsa</th><th>3ª bolsa</th><th>4ª bolsa</th><th>5ª bolsa</th></tr></thead><tbody><tr><td>30</td><td>24</td><td>18</td><td>12</td><td>6</td></tr><tr><td>- 6</td><td>- 6</td><td>- 6</td><td>- 6</td><td>- 6</td></tr><tr><td>24</td><td>18</td><td>12</td><td>6</td><td>0</td></tr></tbody></table> <p>Como Pablo necesita cinco restas para llegar a cero, entonces, Pablo necesitará 5 bolsas para guardar las 30 manzanas</p> <p>$30 \div 6 = 5$</p>	1ª bolsa	2ª bolsa	3ª bolsa	4ª bolsa	5ª bolsa	30	24	18	12	6	- 6	- 6	- 6	- 6	- 6	24	18	12	6	0	<p>P7. Establece la división por medio de restas iteradas, involucra las cantidades y se visualiza su relación</p>
1ª bolsa	2ª bolsa	3ª bolsa	4ª bolsa	5ª bolsa																	
30	24	18	12	6																	
- 6	- 6	- 6	- 6	- 6																	
24	18	12	6	0																	
<p>2. Lee y resuelve usando el método de restas sucesivas.</p> <p>Iván tiene 420 bolas de golf. Si las guarda en empaques en los que caben 70 bolas, ¿cuántos empaques necesita?</p> <p>Iván necesita <input type="text"/> empaques.</p>	<p>P8. Usa la resta iterada como método de resolución, se muestran las cantidades e implícitamente se tiene en cuenta la unidad.</p>																				
<p>3. Observa cada situación. Luego, encierra cada grupo y completa lo que dice el panadero.</p> <p>Si caben 7  en cada bandeja, necesito <input type="text"/> bandejas.</p> <p>Si caben 8  en cada bandeja, necesito <input type="text"/> bandejas.</p>	<p>P9. Reconoce la unidad y se visualizan las cantidades.</p>																				
<p>4. Extraer datos de un texto. Resuelve cada problema de división usando restas sucesivas.</p> <p>1 En una caja hay 560 platos de cartón empacados en 80 bolsas con igual número. ¿Cuántos platos hay en cada bolsa?</p> <p>Luisa tiene 405 adornos para hacer collares. A cada collar le pone 80 adornos. ¿Cuántos collares puede hacer Luisa? ¿Le sobrarán adornos?</p>	<p>P10. Nombra explícitamente la unidad y utiliza el algoritmo como forma de solución.</p>																				

<p>EJEMPLO</p> <p>Isabela tiene 24 flores y quiere colocarlas en tres floreros con la misma cantidad en cada uno. ¿Cuántas flores colocará en cada florero?</p> <p>Para realizar este reparto se realiza una división, así:</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>Cantidad de flores</p> <p>Dividendo</p> $\begin{array}{r} 24 \overline{) 24} \\ \underline{-24} \\ 0 \end{array}$ <p>Flores que sobran</p> <p>Residuo</p> </div> <div style="margin: 0 20px;"> <p>→</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Número de floreros</p> <p>Divisor</p> <p>→</p> <p>Cantidad de flores en cada florero</p> <p>Cociente</p> </div> </div> <p>Isabela colocará 8 flores en cada florero.</p> <p>Como el residuo es cero (0), la división es exacta. Además, el dividendo es igual al producto del divisor por el cociente.</p>	<p>P11. Concibe la división como reparto y para la solución se utiliza el algoritmo, se visualizan las relaciones entre las cuatro cantidades.</p>
<p>3. Realiza cada división. Luego, encierra el residuo.</p> <div style="display: flex; flex-wrap: wrap; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> $\begin{array}{r} 54 \overline{) 9} \\ \hline \end{array}$ </div> <div style="text-align: center;"> $\begin{array}{r} 32 \overline{) 8} \\ \hline \end{array}$ </div> <div style="text-align: center;"> $\begin{array}{r} 49 \overline{) 7} \\ \hline \end{array}$ </div> <div style="text-align: center;"> $\begin{array}{r} 36 \overline{) 6} \\ \hline \end{array}$ </div> <div style="text-align: center;"> $\begin{array}{r} 63 \overline{) 7} \\ \hline \end{array}$ </div> <div style="text-align: center;"> $\begin{array}{r} 27 \overline{) 9} \\ \hline \end{array}$ </div> </div>	<p>P12. Se centran en la práctica del algoritmo</p>
<p>6. Extraer datos de un dibujo. Observa la imagen y ayuda a la mascota a resolver el problema.</p> <p>Si cada caja debe tener la misma cantidad de bolitas, ¿cuántas bolitas debo poner en cada caja?</p>  <p>Cada caja contiene _____ bolitas.</p>	<p>P13. Establece la relación entre las cuatro cantidades y remite a la búsqueda de la unidad.</p>
<p>Algoritmo de la división entre una cifra</p> <p>Para realizar divisiones en las cuales no se puede establecer relación directa con las tablas de multiplicar, se debe usar el algoritmo de la división.</p> <p>EJEMPLO</p> <p>Manuel y su hija confeccionan sombreros típicos. Ellos deben empaquetar un pedido de 78 sombreros en 4 cajas. ¿Cuántos sombreros deben empaquetar en cada caja?</p> <p>Para resolver el problema se aplica el algoritmo de la división a $78 \div 4$, como sigue.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>Paso 1</p> <p>Como el divisor tiene una cifra, se separa una cifra en el dividendo.</p> $\begin{array}{r} 7 \overline{) 84} \\ \hline \end{array}$ </div> <div style="width: 45%;"> <p>Paso 3</p> <p>Se baja la cifra siguiente del dividendo que es 8.</p> $\begin{array}{r} 7 \overline{) 84} \\ \underline{-4} \\ 38 \end{array}$ </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>Paso 2</p> <p>Se divide 7 entre 4. Se escribe 1 en el cociente y se obtiene 3 en el residuo. El residuo debe ser menor que el divisor.</p> $\begin{array}{r} 1 \times 4 \rightarrow -4 \\ 7 - 4 \rightarrow 3 \end{array}$ </div> <div style="width: 45%;"> <p>Paso 4</p> <p>Se divide 38 entre 4, se escribe 9 en el cociente y se obtiene 2 en el residuo.</p> $\begin{array}{r} 7 \overline{) 84} \\ \underline{-4} \\ 38 \\ \underline{-36} \\ 2 \end{array}$ </div> </div>	<p>P14. Considera la división como parte de la multiplicación y explica el paso a paso del algoritmo como resta sucesiva; se establecen los espacios de medida.</p>

<p>Estrategia: Comprender el enunciado. Gabriela debe repartir 58 jugos en 4 cajas. ¿Cuántos jugos colocará en cada una? ¿Cuántos sobrarán?</p>  <p>PASO 1. Comprende el problema ¿Qué datos hay en el problema? Gabriela tiene 58 jugos. Gabriela repartirá los jugos en 4 cajas. ¿Cuál es la pregunta del problema? ¿Cuántos jugos colocará en cada caja? ¿Cuántos jugos sobrarán?</p>	<p>PASO 2. Elabora un plan y llévalo a cabo ¿Qué operación debes hacer para hallar la cantidad de jugos en cada caja? Debes plantear una división de la cantidad de jugos entre la cantidad de cajas. Realiza la operación.</p> $\begin{array}{r} 58 \overline{) 4} \\ - 4 \\ \hline 18 \\ - 16 \\ \hline 2 \end{array}$ <p>PASO 3. Verifica y redacta la respuesta Usa la prueba de la división. $14 \times 4 = 56$ y $56 + 2 = 58$ Escribe la respuesta. Gabriela colocará 14 jugos en cada caja y sobrarán 2 jugos.</p>	<p>P15. Se muestra la resta iterada como forma de solución de la división, se reconoce la relación entre las cuatro cantidades y se verifica la solución por medio de la multiplicación, remite a encontrar la unidad.</p>
<p>Estrategia: Comprender el enunciado 2. Carlos empaca 78 bocadillos en bolsas con 6 bocadillos en cada una. ¿Cuántas bolsas necesitará para empacarlos si quiere que no quede ninguno por fuera?</p> 		<p>P16. Se establecen las cantidades y la relación entre ellas, está presente la unidad.</p>
<p>EJEMPLO Carlos quiere construir un rompecabezas de 380 piezas. El primer día armó la quinta parte. ¿Cuántas piezas colocó Carlos el primer día? Para calcular la quinta parte del total de piezas del rompecabezas se resuelve la división $380 \div 5$, así.</p>	<p>Paso 1 Como 3 es menor que 5, se separan dos cifras en el dividendo.</p> $\begin{array}{r} 380 \overline{) 5} \end{array}$ <p>Paso 2 Se divide 38 entre 5. Se escribe 7 en el cociente y sobran 3.</p> $\begin{array}{r} 380 \overline{) 5} \\ - 35 \\ \hline 3 \end{array}$ <p>Paso 3 Se baja la siguiente cifra que es 0 y se divide 30 entre 5.</p> $\begin{array}{r} 380 \overline{) 5} \\ - 35 \\ \hline 30 \\ - 30 \\ \hline 0 \end{array}$ <p>Como, $380 \div 5 = 76$, entonces, Carlos colocó 76 piezas del rompecabezas.</p>	<p>P17. Muestra las cantidades involucradas, la solución se centra en la aplicación del algoritmo.</p>
<p>EJEMPLO Analiza cómo se divide 4.586 entre 3.</p> $\begin{array}{r} 4586 \overline{) 3} \\ - 3 \\ \hline 15 \\ - 15 \\ \hline 08 \\ - 6 \\ \hline 26 \\ - 24 \\ \hline 2 \end{array}$ <p>4.586 \div 3, el cociente es 1.528 y el residuo 2.</p>		<p>P18. Se muestra cómo utilizar el algoritmo a través de restas sucesivas.</p>





<p>Respuesta:</p> <p>Respuesta:</p> <p>4. Extraer datos de una imagen. Observa el precio de cada videojuego. Luego, resuelve.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>Carros \$78.600</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Deportes \$96.000</p> </div> </div> <p>Si Daniel compra el videojuego de carros y lo paga en 6 cuotas iguales, ¿cuánto pagará en cada cuota por el videojuego?</p> <p>Respuesta:</p> <p>Si Mariana compra el videojuego de deporte y lo paga en 8 cuotas, ¿cuánto pagará en cada cuota por el videojuego?</p> <p>Respuesta:</p> <p style="text-align: right;">SANTILLANA 155</p>	<p>P19. Remite a la búsqueda del valor de la unidad, se establecen claramente las cantidades y la relación entre ellas.</p>
<p>Estrategia: Comprender el enunciado Laura ahorró \$96.800 en 8 meses. Si cada mes ahorró la misma cantidad de dinero, ¿cuánto ahorró mensualmente Laura?</p>  <p>PASO 1. Comprende el problema ¿Qué datos hay en el problema?</p> <ul style="list-style-type: none"> Laura ahorró \$96.800. Laura ahorró durante 8 meses. Cada mes ahorró la misma cantidad de dinero. <p>¿Cuál es la pregunta del problema?</p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Cuánto ahorró mensualmente Laura? <p>PASO 2. Elabora un plan y llévalo a cabo ¿Qué operación debes hacer para determinar la cantidad de dinero que ahorró Laura mensualmente? Se debe realizar la división de la cantidad de dinero que ahorró entre la cantidad de meses que ahorró.</p> <p>Realiza la operación.</p> $\begin{array}{r} 96.800 : 8 \\ - 8 \\ \hline 16 \\ - 16 \\ \hline 08 \\ - 8 \\ \hline 000 \end{array}$ <p>PASO 3. Verifica y redacta la respuesta Se prueba la división, así: $12.100 \times 8 = 96.800$</p> <p>Escribe la respuesta. Laura ahorró \$12.100 mensualmente</p>	<p>P20. Se muestra la resta iterada como forma de solución de la división, se reconoce la relación entre las cuatro cantidades y se verifica la solución por medio de la multiplicación, remite a encontrar la unidad.</p>
<p>Algoritmo de la división entre dos cifras</p> <p>Para realizar divisiones entre un divisor de dos cifras, se realiza un procedimiento similar al que se utiliza para dividir entre una cifra.</p> <p>EJEMPLO</p> <p>Observa los pasos para resolver la división $987 \div 24$.</p> <p>Paso 1</p> <p>Como hay dos cifras en el divisor, se separan dos cifras en el dividendo. Luego, se busca un número que multiplicado por 24 dé el número más próximo a 98, pero menor que 98.</p> <p>$3 \times 24 = 72$ Mas próximo a 98 $\rightarrow 4 \times 24 = 96$ $5 \times 24 = 120$</p> <p>Paso 2</p> <p>A 98 se le resta el producto 4×24. Así, $98 - 96 = 2$.</p> <p>Paso 3</p> <p>Se baja la cifra siguiente del dividendo y se divide 27 entre 24, siguiendo el proceso anterior.</p> <p>Por tanto, en la división $987 \div 24$, el cociente es 41 y el residuo es 3.</p> $\begin{array}{r} 987 : 24 \\ - 96 \\ \hline 27 \\ - 24 \\ \hline 3 \end{array}$	<p>P21. Considera la división como multiplicación y explica el paso a paso del algoritmo como resta sucesiva.</p>
<p>✓ Prueba Saber. Lee y resuelve. Luego, elige la opción correcta.</p> <p>En una maratón se reparten 192 botellas de agua en una docena de estaciones. ¿Cuántas botellas de agua le corresponden a cada estación?</p> <p>A. 14 C. 16 B. 15 D. 18</p>  <p style="text-align: right;">SANTILLANA 159</p>	<p>P22. Plantea la búsqueda de la unidad, es clara la intervención de las cantidades y la relación entre estas.</p>

Tabla 9. Tematización "Saberes Matemáticas 3°"

En relación con las proposiciones anteriores, a continuación, se muestra la clasificación de las proposiciones en torno a la división como relación ternaria o como isomorfismo de medida.

CATEGORÍAS DE ANÁLISIS				
RELACIÓN TERNARIA		RELACIÓN CUATERNARIA		
Sustracción iterada	Relación con la Multiplicación	Reconocimiento de la Unidad	Identificación de cantidades	Relación entre cantidades
TEMATIZACIÓN			P1	
		P2	P2	P2
		P3	P3	P3
	P4			
	P5	P5	P5	
	P6	P6	P6	
	P7	P7	P7	P7
	P8	P8	P8	
		P9	P9	
	P10	P10	P10	P10
	P11	P11	P11	P11
	P12			
		P13	P13	P13
	P14	P14		
	P15	P15	P15	P15
		P16	P16	P16
	P17		P17	
	P18			
		P19	P19	P19
	P20	P20	P20	P20
	P21			
		P22	P22	P22

Tabla 10. Clasificación de proposiciones “Saberes Matemáticas 3°”

Teniendo en cuenta las proposiciones identificadas anteriormente, se muestra en cinco niveles la organización jerárquica del contenido del libro de texto, con el fin de identificar la forma en que se concibe la división dentro del libro de texto. Para la identificación de las proposiciones en los niveles de jerarquización, se organizaron en el nivel 1 las proposiciones que se repiten en los 5 elementos que caracterizan la división, en el nivel dos las que se repiten en 4 elementos y así sucesivamente en los niveles restantes.

		CATEGORÍAS DE ANÁLISIS				
		RELACIÓN TERNARIA		RELACIÓN CUATERNARIA		
		Sustracción iterada	Relación con la Multiplicación	Reconocimiento de la Unidad	Identificación de cantidades	Relación entre cantidades
NIVELES DE JERARQUIZACIÓN	Nivel 1	P15, P20	P15, P20	P15, P20	P15, P20	P15, P20
	Nivel 2	P7, P10, P11		P7, P10, P11	P7, P10, P11	P7, P10, P11
	Nivel 3	P8, P14	P5, P6, P14	P2, P3, P5, P6, P8, P13, P14, P16, P19, P22	P2, P3, P5, P6, P8, P13, P16, P19, P22	P2, P3, P13, P16, P19, P22
	Nivel 4	P17, P21	P21	P9	P9, P17	
	Nivel 5	P12, P18	P4		P1	

Tabla 11. Niveles de jerarquización “Saberes Matemáticas 3°”

En el siguiente cuadro, se muestran las proposiciones de cada una de las categorías de análisis de acuerdo a los niveles jerárquicos establecidos, con las cuales se procedió a construir las macroestructuras del discurso presente en el libro de texto.

Nivel 1	P15. Se muestra la resta iterada como forma de solución de la división, se reconoce la relación entre las cuatro cantidades y se verifica la solución por medio de la multiplicación, remite a encontrar la unidad.
Nivel 2	P10. Establece las cantidades involucradas y la relación entre ellas, se nombra explícitamente la unidad y utiliza el algoritmo como forma de solución.
	P11. Concibe la división como reparto y para la solución se utiliza el algoritmo, se visualizan las relaciones entre las cuatro cantidades.
Nivel 3	P2. Menciona las cuatro cantidades y la relación entre ellas, induce a encontrar la unidad.
	P6. Relaciona la división con la multiplicación, se visualizan los dos espacios de medida y se tiene en cuenta la unidad.
	P8. Usa la resta iterada como método de resolución, se muestran las cantidades e implícitamente se tiene en cuenta la unidad.
	P14. Considera la división como parte de la multiplicación y explica el paso a paso del algoritmo como resta sucesiva; se establecen los espacios de medida.
Nivel 4	P22. Plantea la búsqueda de la unidad, es clara la intervención de las cantidades y la relación entre estas.
	P9. Reconoce la unidad y se visualizan las cantidades.
	P17. Muestra las cantidades involucradas, la solución se centra en la aplicación del algoritmo.
Nivel 5	P21. Considera la división como multiplicación y explica el paso a paso del algoritmo como resta sucesiva.
	P1. Expresa la división como reparto e identifican las cantidades existentes
	P4. Se plantea la división como la operación inversa de la multiplicación, haciendo énfasis en las tablas de multiplicar.
	P18. Se muestra cómo utilizar el algoritmo a través de restas sucesivas.

Tabla 12. Proposiciones “Saberes Matemáticas 3°”

La jerarquización de las proposiciones, permite observar el orden en que se podrá realizar la macroestructura, pues muestra la proposición principal y las que la derivan, a continuación, se presenta la macroestructura correspondiente al análisis anterior.

3.2.2.1 Macroestructura “Saberes Matemáticas 3º”

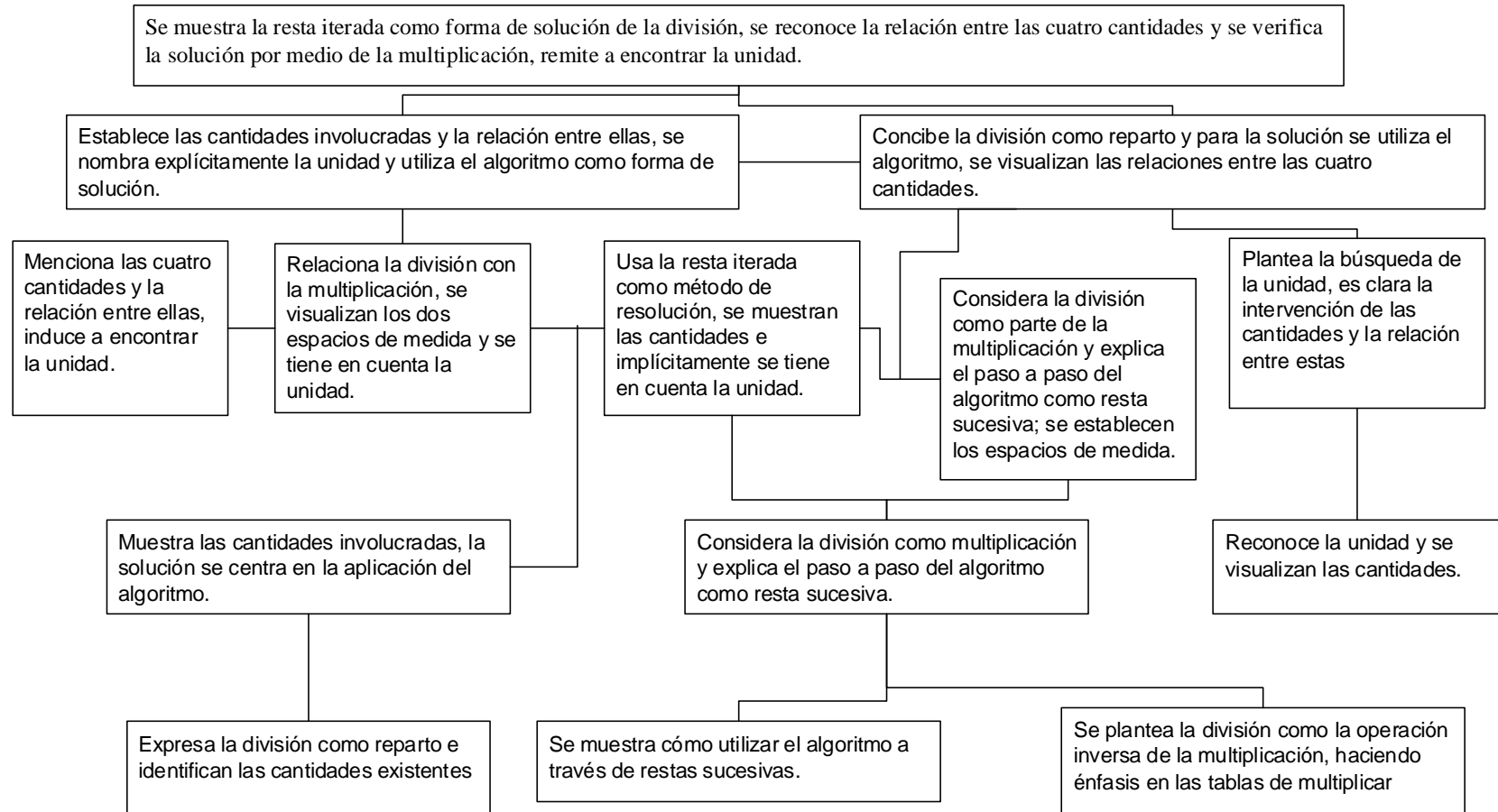


Ilustración 44. Macroestructura "Saberes Matemática

3.2.2.2 Interpretación de la macroestructura semántica

El interés en la interpretación de la macroestructura construida del libro de texto “Saberes Matemáticas 3°”, es identificar los significados asociados a la división y determinar la relación de la división con el isomorfismo de medida propuesto por Vergnaud (1991).

En cuanto a la organización, en el nivel 1, se presenta la división como isomorfismo de medida, en el cual se hace uso del algoritmo para su solución, haciendo reconocimiento de la unidad, en el nivel 2 se organizaron las proposiciones que hacen énfasis en la unidad, la explicitan o se remite a encontrarla, el nivel 3 se centra en el algoritmo como resta iterada y como multiplicación, se identifican las cantidades y la relación entre ellas, por otro lado, en el 4 nivel se visualizan las cantidades y el algoritmo, pero no se identifica una relación entre las cantidades, finalmente en el nivel 5 se plantea la división como la realización de un algoritmo.

El concepto de división, es concebido en el libro de texto como un reparto, enfocándose después, a la definición de cada uno de sus términos, divisor, dividendo, cociente y residuo, es decir, entiende la división como una relación ternaria, aun así, en algunas explicaciones y en los problemas propuestos, se puede rastrear la relación cuaternaria propuesta por Vergnaud (1991).

En algunos de los ejemplos y ejercicios planteados, en la resolución y planteamiento se puede observar la presencia de las cantidades y el valor de la unidad, pero, en el momento de la resolución, remiten al uso del algoritmo por medio de la resta sucesiva, sin embargo, en el resultado se observa la contextualización y la relación de las cantidades nuevamente.

En la mayoría de ejercicios, los cuales están planteados para la resolución del estudiante, en su planteamiento se puede observar el isomorfismo de medida, las cantidades y la relación entre ellas son nombradas claramente en ocasiones se establece la unidad o el objetivo es que el estudiante la encuentre.

El libro de texto en mención trabaja la mayoría de los ejercicios y problemas bajo la resolución de problemas, este enfoque hace que se pueda visualizar a groso modo el isomorfismo de medida, dado que en los planteamientos y en las soluciones, dan gran importancia a las cantidades involucradas en el problema.

3.3 CONTRASTE ENTRE LOS LIBROS DE TEXTO: “EXPLORADORES MATEMÁTICAS 3º” DE ED. NORMA Y “SABERES MATEMÁTICAS 3º” DE ED. SANTILLANA

Los libros de texto de matemáticas que han sido seleccionados para el análisis, en su estructura y organización de la unidad, ofrecen diferentes formas de presentar y desarrollar el concepto de división.

Los libros “Exploradores Matemáticas 3º” Ed. Norma y “Saberes Matemáticas 3º” Ed. Santillana, presentan aspectos comunes como: cada uno de los libros de texto, a la división le dedican una unidad completa dentro de la estructura del libro, ninguno de ellos brinda definiciones formales del concepto, su introducción se basa a partir de situaciones problema contextualizadas en las que se hace uso de la división, ofrecen ejemplos con la solución paso a paso, también presentan la división como un algoritmo y establecen los términos que lo componen, dividendo, divisor, cociente y residuo; además de presentar a la división como inverso de la multiplicación.

En cuanto a las diferencias de desarrollar el concepto de división encontramos que el libro “Exploradores Matemáticas 3º” presenta más ejercicios de tipo algorítmico, mientras que el libro “Saberes Matemáticas 3º” los ejercicios propuestos están basados en la resolución de problemas, los ejercicios indican la estrategia de solución, empezando por la comprensión del problema, elaborar un plan y llevarlo a cabo, por último verificar y redactar una respuesta al problema presentado, adicionalmente contiene más ilustraciones y ejercicios de tipo reparto.

En ambos libros se hace una aproximación al isomorfismo de medida propuesto por Vergnaud (1991), a partir de las situaciones problema, sin embargo, en el libro “Saberes Matemáticas 3º” es el que más propicia el reconocimiento de la relación entre las cantidades que intervienen al momento de solucionar un problema. Para los ejercicios de tipo algoritmo que se presentan en los libros no se puede identificar ningún tipo de relación cuaternaria, estos, en su estructura apuntan al trabajo de la división desde una relación ternaria.

En la enseñanza de la división, es importante mostrarla como una relación cuaternaria Vergnaud (1983), si el estudiante se enfrenta a situaciones problema más complejas, en las que deba hacer uso de más operaciones, tendrá más dificultades, dado que no son conscientes de la relación que se forma entre las cantidades existentes en un problema, puesto que la relación ternaria, obvia el uso de la unidad.

CAPÍTULO 4: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Para la selección de los libros de texto, se realizó una encuesta a profesores en ejercicio, pertenecientes a instituciones educativas del sector público y privado, con el fin de identificar los libros más utilizados, el resultado arrojó la editorial Santillana y Norma, de esta forma, los libros utilizados para el análisis fueron “Exploradores Matemáticas 3°” y “Saberes Matemáticas 3°”, respectivamente.

El libro de texto “Exploradores Matemáticas 3°” (2018) es una propuesta para aprender a aprender, en la que se encuentran herramientas para aprender, para comprender, vocabulario académico y talleres. Este libro de texto, cuenta con las orientaciones curriculares del Ministerio de Educación, teniendo en cuenta los Lineamientos de Curriculares, los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) y el Sistema de Evaluación Continua, en cuanto al análisis general, se observa un buen balance entre el lenguaje gráfico y escrito permitiendo una mejor visualización y complementación de la información plasmada, además, las situaciones planteadas se presentan en un lenguaje apto para los estudiantes y son contextualizadas.

El libro de texto “Saberes Matemáticas 3°” (2018), hace parte de la editorial Santillana y es una propuesta pedagógica estructurada desarrollada para favorecer la formación integral y orientar el aprendizaje activo de las competencias, este libro tiene en cuenta los Lineamientos curriculares y los Estándares básicos de competencias propuestos por el Ministerio de Educación Nacional, en el análisis general de este libro se observa que el vocabulario usado en el libro es adecuado para la edad del estudiante, además, el contenido del texto se apoya en gran medida en las imágenes que se presentan, las actividades propuestas son situadas en un contexto.

El análisis realizado a los dos libros de texto, permite concluir en relación al objetivo general, que los libros de texto tienen la intención de trabajar la división como isomorfismo de medida, dado que en algunos de los problemas planteados se pueden identificar la relación entre cantidades y la presencia de la unidad, sin embargo, al momento de dar soluciones y explicaciones, se hace uso del algoritmo.

Los referentes teóricos utilizados para llevar a cabo este trabajo, fueron dos, por un lado Vergnaud (1990) sobre los campos conceptuales, específicamente sobre las estructuras

multiplicativas del tipo isomorfismo de medida, con el cual se logra identificar bajo qué estructuras se propone la división y si se está entendiendo como relación cuaternaria; por el otro, Van Dijk (1999) sobre los tópicos del discurso, el cual permite un acercamiento al significado de los enunciados que tematizan la división por medio de macroestructuras semántica.

En relación con el primer objetivo planteado, se identificaron los enunciados que tematizan el concepto de división, los apartados identificados para este análisis, fueron aquellos en los que se podía observar implícita o explícitamente, la forma en que se propone la división, es decir, se podía rastrear la estructura que se utiliza, por ejemplo, en explicaciones, ejemplos y/o ejercicios.

A partir de las tareas propuestas en los dos libros de texto, se eligieron cuatro tareas, las cuales fueron analizadas bajo el isomorfismo de medida, se logró visualizar en estas, los espacios de medida y las relaciones que se establecen entre ellos, tanto a nivel funcional como escalar, concluyendo que, en los libros de texto, aunque predomina el uso del algoritmo, se tiene en cuenta en sus enunciados, la presencia de los dos espacios de medida, las cuatro cantidades y la unidad.

En la tematización del “Exploradores Matemáticas 3°” (2018), se observa que la propuesta intenta reconocer la división como isomorfismo de medida, en especial en los enunciados de los problemas propuestos, pero al momento de la explicación y solución de los ejemplos, hace uso del algoritmo quedándose en un resultado numérico que deja de lado el análisis o relación con las cantidades involucradas.

En la tematización del libro de texto “Saberes Matemáticas 3°” (2018), se observa que la propuesta de trabajo contendía en la unidad de la división, la cual relaciona la resolución de problemas con el uso de la división, brinda situaciones contextualizadas en las que es posible identificar las cantidades que hacen parte del problema, haciendo énfasis en el reconocimiento de la unidad como parte fundamental para la resolución de la situación planteada, estrategia que explicita el uso del algoritmo, pero que al final de dicho proceso se debe dejar consignada una respuesta al problema que se estaba resolviendo y que no queda en la obtención de un valor numérico, sino que este guarda una relación con las cantidades involucradas en la operación.

A partir de las tematizaciones realizadas a los libros de texto, se da cumplimiento al tercer objetivo, al encontrar el significado de la división en los dos libros de texto a partir de sus macroestructuras semánticas, se puede evidenciar que dentro de la propuesta del libro del texto en

la cual se desarrolla el concepto de división, se intenta que a partir de las situaciones plasmadas se identifiquen o se reconozca las cantidades que intervienen al momento de desarrollar una división, sin embargo, el libro tiende a solucionarlas por medio del algoritmo y al final no logra dejar clara una relación con el valor obtenido.

Al rastrear el isomorfismo de medida en las tareas que se seleccionaron, fue posible visualizar la relación cuaternaria en el trabajo con la división, sin embargo, queda para futuras investigaciones, indagar o rastrear el isomorfismo de medida en las definiciones propuestas por los libros de texto.

Por otro lado, el tipo de ejercitación en los libros de texto se enfoca en la operación de dos términos dividiendo y divisor a fin de obtener un resultado denominado cociente, en estos ejercicios se identifican los términos de la división desde una postura ternaria. El análisis discursivo realizado a los libros de texto, se delimitó a un nivel semántico, quedando abierto a futuras investigaciones, indagar, si en un análisis pragmático, se obtienen los mismos resultados.

Finalmente, el análisis realizado en este trabajo, nos permite reflexionar sobre nuestro rol como docentes, en especial, en el uso de los libros de texto, siendo importante revisar cuáles son los fundamentos de estos e identificar de qué forma están trabajando o presentando un concepto, además, tener presente que es una herramienta de la cual se puede hacer uso, pero de forma crítica al momento de utilizarlo en la enseñanza de las matemáticas.

REFERENTES

- Alzate, M., Gómez, M., & Romero, F. (1999). Textos escolares y representaciones sociales de la familia. Definiciones, dimensiones y campo de investigación.
- Arbeláez, G., Arce, J., Guacaneme, E., & Sánchez, G. (1999). Análisis de Textos Escolares de Matemáticas. Cali, Colombia: Universidad del Valle.
- Barba, D. & Calvo, C (2010). La división: mucho más que un algoritmo, Uno: Revista de didáctica de las matemáticas, volumen (54), 41-54.
- Dankhe, G. L. (1989). Investigación y comunicación. C. Fernández—Collado y GL DANHKE (comps.). *La comunicación humana: ciencia social. México, DF.* Recuperado de http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lad/arenas_m/_capitulo3.pdf
- Gómez Mendoza, M. A. (2005). La transposición didáctica: historia de un concepto. Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (Colombia), 1(1).
- Gómez, B. M. (2016). Enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones de primer grado con una incógnita real. Un análisis de un texto escolar de octavo grado de la Educación Básica Colombiana. Universidad del Valle, Cali, Colombia
- Mas, C. R., & Martínez, M. D. C. P. (2002). Análisis del campo afectivo en los libros de texto de matemáticas. In Aportaciones de la Didáctica de la Matemática a diferentes perfiles profesionales (pp. 499-512). Universitat d'Alacant/Universidad de Alicante.
- MEN (1998) Lineamientos curriculares de Matemáticas. Ministerio de Educación Nacional. Santafé de Bogotá
- MEN, M. D. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Muñoz, E., & Zetty, B. (2016). Análisis discursivo de dos libros de texto de grado quinto de educación básica en torno al concepto de combinación como parte del campo conceptual multiplicativo. (Tesis de Pregrado). Universidad del Valle, Cali, Colombia
- Orozco, M. (2009). La estructura Multiplicativa. Universidad del Valle, Cali, Colombia.
- Orrantia, J. (2006). Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva evolutiva.
- Ospina, M. A., & Salgado, J. (2016). La Enseñanza de la Multiplicación como Isomorfismo de Medida: Aproximación Discursiva. Universidad del Valle, Cali, Colombia
- Puig, L. & Cerdán, F. (1999). Problemas de una etapa: multiplicación y división. En *Problemas aritméticos escolares*. Madrid, España

- Rico, L. (1995). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas.
- Socas, M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico.
- Taylor, S. J., & Bogdan, R. (1987). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación* (Vol. 1). Barcelona: Paidós.
- Van Dijk, T. (1996). Macroestructuras semánticas. En T. Van Dijk, *Estructuras y Funciones del Discurso* (págs. 43-57). México: Siglo Veintiuno editores. Traducción de Myra Gann
- Van Dijk, T. A. (1998). Texto y contexto: semántica y pragmática del discurso. Cátedra.
- Van Dijk, T. A. (1999). El análisis crítico del discurso. Revista anthropos: Huellas del conocimiento, (186), 23-36.
- Van Dijk, T. A. (2006). De la Gramática del Texto al Análisis Crítico del Discurso. Una breve autobiografía académica. Universidad Pompeu Fabra.
- Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. In R. Lesh & M. Landau, (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (pp. 127-174). New York: Academic Press
- Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. Research agenda for mathematics education: Number concepts and operations in the middle grades, 141-161.
- Vergnaud, G. (1990) La teoría de los campos conceptuales. CNRS y Université René Descartes. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 10, nº 2, 3, pp. 133-170, 1990. Traducción de Juan D Godino.
- Vergnaud, G. (1991) El niño las matemáticas y la realidad: Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. México. Trillas, Cap.11, 1º edición.
- Vergnaud, G. (2016). ¿En qué sentido la teoría de los campos conceptuales puede ayudarnos para facilitar aprendizaje significativo? *Investigações em ensino de ciências*, 12(2), 285-302.

ANEXOS

ANEXO 1 ENCUESTA

Encuesta docente

Apreciados egresados:

De la manera más respetuosa, queremos solicitarle su colaboración resolviendo la siguiente encuesta, cuya única intención es identificar los textos escolares de mayor uso para la enseñanza y aprendizaje de la División.

Es importante resaltar que esta encuesta se genera como propósito académico y en el marco del trabajo de grado "Análisis discursivo en dos libros de texto de tercer grado de primaria en torno al concepto de división como isomorfismo de medida", desarrollado actualmente por los estudiantes de la Licenciatura en educación básica con énfasis en Matemáticas; Daniela Millán Marulanda y José Brigadier Córdoba Mambuscay de la Universidad del Valle.

(Encuesta tomada de: Gómez, B. (2016))

***Obligatorio**

Nombre: *

Tu respuesta

Institución Educativa donde labora: *

Tu respuesta

Indique los años de experiencia que tiene como docente en ejercicio. *

Tu respuesta

Grados de escolaridad en los que ha trabajado. *

Tu respuesta

Indique cuál o cuales son los libros de texto que usted utiliza para la enseñanza y aprendizaje de la división en su trabajo de aula. Favor indicar: Título del ejemplar, autor, editorial y año de publicación. *

Tu respuesta

Diga qué otro tipos de recursos distinto al libro de texto utiliza para abordar la división como objeto de aprendizaje y enseñanza en su aula de clase. *

Tu respuesta

ENVIAR

Página 1 de 1

Ilustración 45. Encuesta

ANEXO 2 SELECCIÓN DE LIBROS DE TEXTO

Para la selección de los libros de texto, se realizó una encuesta tomada de Gómez (2016) presentada en el anexo anterior, con el fin de identificar cuáles eran las editoriales que los docentes en ejercicio utilizaban o habían utilizado en su quehacer docente. Esta encuesta fue realizada a 22 docentes en ejercicio de la educación básica y media, pertenecientes a Instituciones Educativas del sector público y privado.

Los docentes encuestados cuentan con más de dos años de experiencia, como se puede apreciar en el siguiente gráfico, es decir, en promedio, los docentes tienen entre 8 y 9 años de experiencia como docentes en el aula.



Ilustración 46. Años de experiencia docente

Se puede deducir, que los docentes encuestados en un 86 % utilizan un libro de texto de Matemáticas en la planeación de sus clases, entre los cuales, estos son los más utilizados:

Editorial	Docentes que los utilizan
Santillana	12
Norma	5
Ediciones SM	3
PRES M.E.N	1
Educar	1
Guía (Escuela Nueva)	1
Zoom	1
No usa	3

Tabla 13. Editoriales utilizadas

De los 22 docentes encuestados, 12 de ellos han utilizado el libro de texto de la editorial Santillana, seguido de 5 docentes que indicaron que el libro de texto utilizado ha sido el de la editorial Norma, tres de ellos editorial SM y tanto editorial Zoom y Educar, solo han sido utilizados por un docente respectivamente, se puede observar de una mejor manera en el siguiente gráfico:



Ilustración 47. Editoriales más usadas

Esta encuesta permitió identificar a las editoriales Santillana y Norma son las más utilizadas en el aula de clases por los docentes, por esta razón, los libros de texto elegidos para la realización de este trabajo, son “Saberes Matemáticas 3º”, de la editorial Santillana y “Exploradores Matemáticas 3º” de la editorial Norma.

ANEXO 3 ANÁLISIS DE LOS LIBROS DE TEXTO

Estructura general del libro de texto “Exploradores Matemáticas 3º” (Norma)



Ilustración 48. Portada del libro Norma

A continuación, se presenta la ficha técnica del libro:

“Exploradores Matemáticas 3º”	
Área Curricular	Matemáticas
Autores	Nilbia Gómez Gómez, Mónica Ramírez Tarazona y Sandra Milena Zárate Rincón
Curso dirigido	Tercero
Editorial	Norma
Edición	Primera
Tipo de muestra	Edición
Impreso en:	Bogotá, Colombia
Año:	2018
ISBN	978-958-00-0219-2
Formato	21 cm x 27,5 cm
Tipo de cubierta	Cartulina plastificada
Tipo de impresión	Legible, nítida a color
Tipo de papel	Bond
Número de páginas	256

Tabla 14. Ficha técnica “Exploradores - Matemáticas 3º”

Organización de los contenidos

La organización del libro se puede clasificar en cuatro momentos:

- **Un primer momento**, en el que se presenta la ficha técnica del libro, aquí se mencionan los autores, la editorial, año de publicación, el equipo de trabajo etc. una presentación acerca de lo que se encontrará en el libro y presentan la tabla de contenidos, la cual se divide en 4 bloques y cada bloque en temas, se presentan un total de 62 temas.
- **En un segundo momento**, se presentan cada uno de los bloques, al inicio del bloque se presenta un esquema el cual presenta la organización de los temas de acuerdo al pensamiento a desarrollar, dentro de cada bloque, se encuentra cada uno de los temas, organizados de la siguiente manera:
 - ✓ Saberes previos, se presentan en forma de pregunta o de actividad los conocimientos que el estudiante debe saber.
 - ✓ Recuerda, se presentan propiedades, ejemplos o información útil para lo que se está trabajando.
 - ✓ Para comprender, se plantea una pregunta la cual es contestada haciendo énfasis a lo que se quiere que el estudiante comprenda.
 - ✓ Herramientas para aprender, Se dan consejos que facilitan el entendimiento de lo trabajado, hacer representaciones, hallar equivalentes ...
 - ✓ Ahora es tu turno, se le plantea al estudiante de 1 a 3 ejercicios básicos para que practique lo tratado en la página.
 - ✓ Vocabulario académico, se explica la o las palabras introducidas por primera vez, ajenas al vocabulario usual del estudiante.
 - ✓ Actividades de aprendizaje, se presentan una serie de ejercicios o actividades. Divididas dependiendo el enfoque: comunicar, razonar. cálculo mental o ingenio matemático.
- **Un tercer momento**, al finalizar cada bloque, se presenta:
 - ✓ Un taller de competencias dividido en enfoques: comunicar, razonar, resolver problemas y finaliza con un cuadro que indica los desempeños que cumplen cada una de los ejercicios o actividades planteados.

- ✓ Uso de la tecnología, se remite a que el estudiante descargue una aplicación desde Play Store, para que practique por medios tecnológicos lo aprendido en el bloque.
- ✓ Educación financiera, se práctica lo aprendido anteriormente, en situaciones más contextualizadas, haciendo énfasis en compras manejando pesos.

Bloque 1		Bloque 2	
Tema 1.	Representación y determinación de conjuntos.....8	Tema 19.	Significado y términos de la multiplicación.....58
Tema 2.	Relación de pertenencia y de contención.....10	Tema 20.	Propiedades de la multiplicación.....62
Tema 3.	Unión e intersección entre conjuntos.....12	Tema 21.	Múltiplos de un número.....64
Tema 4.	Diferencia entre conjuntos.....14	Tema 22.	Multiplicación por 10, 100 y 1 000.....66
Tema 5.	Lectura y escritura de números hasta 99 999.....16	Tema 23.	Multiplicación por un factor de dos cifras.....68
Tema 6.	Lectura y escritura de números hasta 999 999.....18	Tema 24.	Multiplicación por un factor de tres cifras.....70
Tema 7.	Orden en los números hasta 999 999.....20	Tema 25.	Patrones numéricos.....72
Tema 8.	Adición de números hasta 999 999 con y sin reagrupación.....22	Tema 26.	Estrategias de resolución de problemas.....74
Tema 9.	Propiedades de la adición.....26	Taller de competencias76	
Tema 10.	Sustracción de números hasta 999 999 con y sin desagrupación.....28	Tema 27.	Polígonos.....78
Tema 11.	Estimación de resultados.....30	Tema 28.	Triángulos y su clasificación.....80
Tema 12.	Operaciones combinadas: Patrones numéricos.....32	Tema 29.	Cuadriláteros y su clasificación.....82
Tema 13.	Estrategias de resolución de problemas.....34	Tema 30.	Círculo y circunferencia.....84
	Taller de competencias36	Tema 31.	Figuras congruentes y semejantes.....86
Tema 14.	Rectas, semirrectas y segmentos.....38	Tema 32.	Patrones geométricos.....90
Tema 15.	Ángulos y su clasificación.....40	Tema 33.	Moda de un conjunto de datos.....92
Tema 16.	Rectas paralelas y perpendiculares.....42	Taller de competencias94	
Tema 17.	Interpretación de pictogramas.....44	Evaluación acumulativa96	
Tema 18.	Interpretación de tablas y de diagramas de barras.....46	Uso de tecnología97	
	Taller de competencias48	Educación financiera98	
	Evaluación acumulativa50		
	Uso de tecnología51		
	Educación financiera52		

Ilustración 49. Bloques 1 y 2 del libro *Exploradores Matemáticas 3*.

Bloque 3

Tema 34.	División con divisores de una cifra.....	104
Tema 35.	División con divisores de dos cifras.....	106
Tema 36.	División con divisores de tres cifras.....	108
Tema 37.	Divisores.....	110
Tema 38.	Criterios de divisibilidad: 2, 3, 5, 6 y 10.....	112
Tema 39.	Números primos y números compuestos.....	116
Tema 40.	Estrategias de resolución de problemas.....	118
Taller de competencias		120
Tema 41.	Introducción al concepto de traslación.....	122
Tema 42.	Introducción al concepto de reflexión.....	124
Tema 43.	Introducción al concepto de rotación.....	126
Tema 44.	Unidades de longitud.....	128
Tema 45.	Perímetro de figuras geométricas.....	130
Tema 46.	Unidades arbitrarias de superficie: El centímetro cuadrado.....	132
Tema 47.	Área de rectángulos y triángulos.....	136
Tema 48.	Relación entre perímetro y área.....	138
Tema 49.	Eventos posibles, imposibles y seguros.....	140
Taller de competencias		142
Evaluación acumulativa		144
Uso de tecnología		145
Educación financiera.....		146

Bloque 4

Tema 50.	Fracción como parte de la unidad.....	152
Tema 51.	Fracción como parte de un conjunto.....	156
Tema 52.	Fracciones equivalentes.....	160
Tema 53.	Clasificación de fracciones.....	162
Tema 54.	Comparación de fracciones.....	164
Tema 55.	Adición y sustracción de fracciones homogéneas.....	166
Taller de competencias		168
Tema 56.	Paralelepípedos y pirámides.....	170
Tema 57.	Cilindros, conos y esferas.....	172
Tema 58.	Concepto de volumen.....	174
Tema 59.	Concepto de capacidad.....	176
Tema 60.	Concepto de masa.....	178
Tema 61.	Concepto de tiempo.....	180
Tema 62.	Introducción a la probabilidad.....	182
Taller de competencias		184
Evaluación acumulativa		186
Uso de tecnología		187
Educación financiera.....		188
Glosario.....		192
Bibliografía		193

Talleres

Tema 1 a tema 62.....	195 a 256
-----------------------	-----------

Ilustración 50. Bloques 3 y 4 del libro Exploradores Matemáticas 3.

- **En un cuarto momento**, al finalizar todos los bloques, el libro presenta el glosario con la definición de algunas palabras que se abordan en el cuerpo del texto y la bibliografía utilizada en su creación y por último un taller de ejercitación para cada uno de los temas tratados anteriormente.

Estructura general del libro de texto “Saberes Matemáticas 3º” (Santillana)

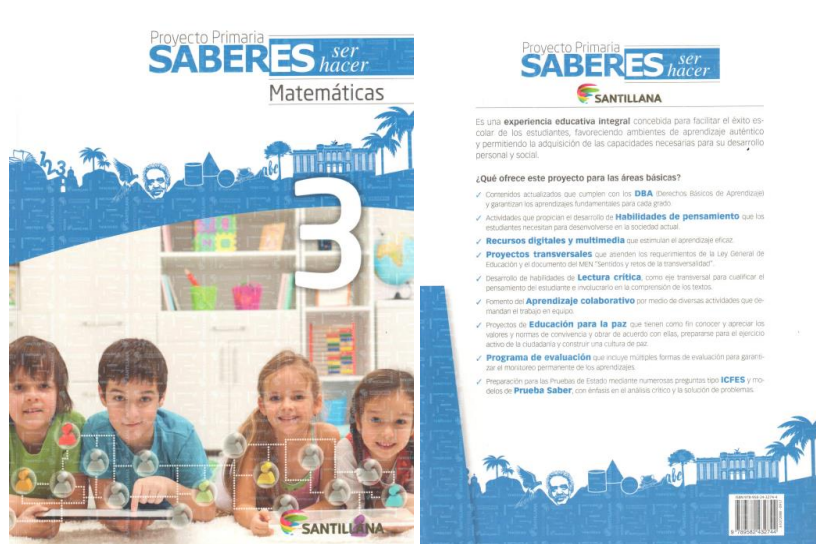


Ilustración 51. Portada del libro Santillana

A continuación, se presenta la ficha técnica del libro:

“Saberes Matemáticas 3º”	
Área Curricular	Matemáticas
Autores	Anneris del Rocío Joya Vega, Lugdy Celia Manzano Arenas y Jeinsson Giovanni Gamboa Sulvara.
Curso dirigido	Tercero
Editorial	Santillana
Edición	Primera
Tipo de muestra	Edición
Impreso en:	Bogotá, Colombia
Año:	2018
ISBN	978-958-24-3083-2
Formato	21 cm x 27,5 cm
Tipo de cubierta	Cartulina plastificada
Tipo de impresión	Legible, nítida a color
Tipo de papel	Bond
Número de páginas	256

Tabla 15. Ficha técnica “Saberes - Matemáticas 3”

Organización de los contenidos

La organización del libro se puede clasificar en 3 momentos:

- **En un primer momento**, se presenta la ficha técnica del libro, una presentación acerca de lo que el proyecto incluye y se responden preguntas como: ¿Cómo puedes usar este libro?, después, presentan la tabla de contenidos, la cual se divide en 4 módulos, cada uno de los módulos, se divide por los pensamientos que desarrolla y los contenidos dentro de estos.
- **En un segundo momento**, se presentan cada uno de los módulos, al inicio de cada módulo se presenta un cuadro en el que se presenta los saberes: Saber: Conoce acerca de...; Saber hacer: Desarrolla habilidades para...; Saber Ser: Comprender la importancia de...; Fortalece tus Habilidades de pensamiento y por último “Y esto que vas a aprender ¿Para qué sirve?, dentro de cada módulo, se presentan los contenidos de acuerdo al pensamiento que desarrolla de la siguiente manera:
 - ✓ Situación de aprendizaje, se presenta el contenido del tema, la explicación y los ejercicios.
 - ✓ ...Para convivir en paz, se plantea una pregunta con el fin de que el estudiante caiga en cuenta de alguna propiedad en específico.
 - ✓ Gimnasia matemática, se presenta un problema de razonamiento en la que el estudiante debe responder una pregunta que hace alusión a la temática.
 - ✓ Recuerda que, se dan consejos que facilitan el entendimiento del tema tratado.
 - ✓ Prueba Saber: Se plantea una pregunta de opción múltiple relacionada con el contenido trabajado.
 - ✓ Las actividades están enumeradas y se presentan de distintos colores, con el fin de identificar qué tipo de proceso se realiza: razona, ejercita, comunica, soluciona, interpreta, argumenta y procesa.
- **En un tercer momento**, al finalizar cada módulo, se presenta un apartado de:
 - ✓ Solución de problemas, se plantea una situación, y se ejemplifica la solución por medio de la resolución de problemas de Polya, después, se proponen ejercicios de práctica.
 - ✓ Un taller general del módulo, este contiene actividades que ejercitan los temas tratados anteriormente.

- ✓ Un apartado de Sé hacer... Se pone en práctica la lectura crítica para que el estudiante razone poniendo en práctica lo aprendido.
- ✓ “Para Convivir en PAZ, cada módulo se enfoca en trabajar un valor (solidaridad, tolerancia, diálogo...) diferente.
- ✓ Un Proyecto transversal, presenta el desempeño a trabajar y los conceptos clave, aquí se pone en práctica el tema tratado, en un contexto real.

Módulo 1	
PENSAMIENTO NUMÉRICO	
1. Conjuntos	10
Representación y determinación de conjuntos	11
Relación de pertenencia	12
Relación de inclusión	13
Unión entre conjuntos	14
Intersección entre conjuntos	16
Clasificación de conjuntos	17
2. Números y operaciones hasta 1.000.000	18
Números hasta 9.999	19
Números hasta 99.999	20
Números hasta 10.000	22
Orden hasta 1.000.000	24
Solución de problemas	26
Adición y términos de la adición	28
Propiedades de la adición	30
Solución de problemas	32
Sustracción y términos de la sustracción	34
Relación entre la adición y la sustracción	36
Solución de problemas	38
Números romanos	40
PENSAMIENTO VARIACIONAL	
3. Secuencias	42
Secuencias con patrón de suma	42
PENSAMIENTO ALEATORIO	
4. Caracterización de variables	44
Variables cualitativas	44
Tabla de frecuencias	46
PENSAMIENTO ESPACIAL	
5. Líneas	48
Recta y semirecta	48
Rectas paralelas	50
Rectas perpendiculares	52
Segmento	53
PENSAMIENTO METRICO	
6. Longitud	54
Longitud en centímetros	54
El decímetro	55
El metro	56
El kilómetro	58
El perímetro	60
Taller	62
Saber hacer... Problemas de perímetro	64
Para convivir en paz	65
Proyecto transversal: Educación económica y financiera	66
Módulo 2	
PENSAMIENTO NUMÉRICO	
1. Multiplicación	70
El concepto de multiplicación y sus términos	71
Propiedades conmutativa y asociativa	73
Propiedad distributiva y modulativa	75
Los múltiplos de un número	77
Multiplicación por una cifra	79
Multiplicación por dos cifras	82
Multiplicación por tres cifras	84
Solución de problemas	86
Multiplicación abreviada	88
Solución de problemas	92
PENSAMIENTO VARIACIONAL	
2. Secuencias	94
Secuencias con patrón de multiplicación	94
PENSAMIENTO ALEATORIO	
3. Caracterización de variables	96
Pictogramas	96
Diagramas de barras verticales y horizontales	98
Moda	102
PENSAMIENTO ESPACIAL	
4. Ángulos y polígonos	104
Ángulo	104
Clasificación y medida de ángulos	106
Polígonos	108
Congruencia	110
Semejanza	111
5. Movimientos	112
Traslación	112
Rotación	114
PENSAMIENTO METRICO	
6. Área	116
Área de polígonos	116
Área del rectángulo	119
Taller	120
Saber hacer... Problemas de multiplicación	122
Para convivir en paz	123
Proyecto transversal: Movilidad segura	124

Ilustración 52. Módulo 1 y 2 Saberes Matemáticas 3.

Módulo 3	
PENSAMIENTO NUMÉRICO	
1. División	128
Relación entre reparto y división	129
Relación entre multiplicación y división	129
Relación entre sustracción y división	131
División exacta y términos de la división	135
División inexacta	137
Prueba de la división	138
La mitad, la tercera y la cuarta parte	139
Divisores de un número	141
Criterios de divisibilidad entre 2 y 3	143
Criterio de divisibilidad entre 6	145
Números primos	146
Algoritmo de la división entre una cifra	147
Solución de problemas	150
Divisiones con dividendo de tres cifras	152
Divisiones con dividendo de más de tres cifras	154
Solución de problemas	156
Algoritmo de la división entre dos cifras	158
Solución de problemas	160
PENSAMIENTO ALEATORIO	
2. Técnicas de conteo y probabilidad	162
Diagramas de árbol	162
Seguro-imposible	164
Muy posible-poco posible	165
PENSAMIENTO ESPACIAL	
3. Cuerpos geométricos	166
Cubo	166
Prisma	168
Pirámide	170
PENSAMIENTO MÉTRICO	
4. Volumen, capacidad y masa	172
Volumen	172
Capacidad	174
Masa	176
PENSAMIENTO VARIACIONAL	
5. Secuencias	178
Secuencias de figuras geométricas	178
Taller	180
Saber hacer... Problemas de división	182
Para convivir en paz	183
Proyecto transversal: Educación económica y financiera	184
Módulo 4	
PENSAMIENTO NUMÉRICO	
1. Fracciones y operaciones	188
Fracción de un conjunto	189
Fracción de una unidad	191
Términos de una fracción	194
Fracciones mayores que la unidad	196
Fracciones equivalentes	198
Orden en las fracciones	200
Fracción de un número	202
Solución de problemas	204
Fracciones homogéneas y heterogéneas	206
Adición de fracciones homogéneas	207
Solución de problemas	210
Sustracción de fracciones homogéneas	212
Multiplicación de fracciones	214
Solución de problemas	216
PENSAMIENTO ALEATORIO	
2. Técnicas de conteo y probabilidad	218
Combinación	218
Permutación	220
Principio de probabilidad	222
PENSAMIENTO VARIACIONAL	
3. Noción de ecuación	224
PENSAMIENTO ESPACIAL	
4. Movimientos en el plano	226
Reflexión	226
Simetría	229
Ampliación y reducción de figuras	231
Ubicación de lugares en mapas - descripción de trayectorias	233
PENSAMIENTO MÉTRICO	
5. Tiempo	236
Unidades de tiempo	236
El calendario	238
Taller	240
Saber hacer... Problemas tiempo	242
Para convivir en paz	243
Proyecto transversal: Movilidad segura	244
Prueba Saber	246
Glosario	254
Bibliografía	256

Ilustración 53. Módulo 3 y 4 Saberes Matemáticas 3

- En un cuarto momento, al finalizar todos los módulos, el libro de texto presenta unas Pruebas Saber que constan de 25 preguntas para las cuales, tienen 1:30 minutos; después, un glosario con la definición de las algunas palabras que se abordan en el cuerpo del texto, la bibliografía utilizada en su creación y, por último, una serie de figuras recortables.