



Una secuencia didáctica que integra la práctica de Trabajo Comunitario para la enseñanza de las nociones de razón y de proporción en los estudiantes de grado séptimo de la comunidad

Indígena Nasa

Laura Marcela Zapata Palacios

201257251

Universidad del Valle

Instituto de Educación y Pedagogía

Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemática

Santander de Quilichao

2018

Una secuencia didáctica que integra la práctica de Trabajo Comunitario para la enseñanza de las nociones de razón y de proporción en los estudiantes de grado séptimo de la comunidad

Indígena nasa

Laura Marcela Zapata Palacios

20125725

Requisito parcial para optar al título de Licenciada en Educación Básica con Énfasis en  
Matemáticas

Mg. Adriana García Moreno

Directora de trabajo de grado

Universidad del Valle

Instituto de Educación y Pedagogía

Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemática

Santander de Quilichao

2018

	INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA Subdirección Académica	ACTA DE EVALUACIÓN DE TRABAJO DE GRADO		
Programa Académico <i>Licenciatura en Educación en Dálmas con énfasis en matemáticas.</i>	Fecha	01 02 2018		
Código del programa: <u>3469</u>	Resolución del programa: <u>046</u>			
<b>Título del Trabajo o Proyecto de Grado:</b>  <i>Sistema de...</i>				
Proyecto <input type="checkbox"/>		Informe Final <input checked="" type="checkbox"/>		
Director: <i>Adriano Gómez M.</i>				
Nombre del Primer Evaluador: <i>Lina Páramo</i>				
Nombre del Segundo Evaluador: <i>Stev Romero</i>				
<b>Estudiantes</b>				
Nombres y Apellidos	Código	Plan	E-mail	Teléfonos de contacto
<b>Evaluación</b>				
Aprobado <input checked="" type="checkbox"/>	Meritorio <input type="checkbox"/>	Laureado <input type="checkbox"/>		
Aprobado con recomendaciones <input type="checkbox"/>	No Aprobado <input type="checkbox"/>	Incompleto <input type="checkbox"/>		
En el caso de ser <b>Aprobado con recomendaciones</b> (diligenciar la página siguiente), éstas deben presentarse en un plazo máximo de _____ (máximo un mes) ante: Director del Trabajo o Proyecto de Grado <input type="checkbox"/> Primer Evaluador <input type="checkbox"/> Segundo Evaluador <input type="checkbox"/>				
En el caso de que el <b>Informe Final</b> se considere <b>Incompleto</b> (diligenciar la página siguiente), se da un plazo máximo de _____ semestre (s) para realizar una nueva reunión de Evaluación el: dd mm aa				
En el caso que no se pueda emitir una evaluación por falta de conciliación de argumentos entre Director, Evaluadores y Estudiantes; expresar la razón del desacuerdo y las alternativas de solución que proponen (diligenciar la página siguiente).				
<b>Firmas</b>				
<i>Adriano Gómez M.</i>	<i>Lina M. Páramo</i>	<i>Stev Romero</i>		
Director del Trabajo o Proyecto de Grado	Primer Evaluador	Segundo Evaluador		

## Agradecimientos

Gracias sean dadas a DIOS, porque hechas son todas las cosas; gracias a él.

Gracias porque proveyó para mi unos padres maravillosos, que en todo este proceso formativo sacaban si era posible el pan de su boca para darlo en mi beneficio; por ello, gracias mami y papi, pues su incondicional apoyo dio lugar a tan grande alegría que resulta en alcanzar un peldaño más en mi proceso formativo.

Gracias también a mis hermanos; Liceth y Eduardo quienes colocaron en todo momento su voto de confianza y comprensión al andar conmigo en este arduo camino formativo.

A mi sobrino Juan Fernando por cada momento de alegría en medio del estrés y la presión.

Mis más sinceros agradecimientos a Adriana García Moreno y Deisy Zemanate Cuellar, quienes direccionaron el presente trabajo con paciencia y dedicación; permitiéndome crecer intelectual y personalmente con cada uno de sus valiosos aportes. Gracias a ellas por la constancia, paciencia, perseverancia y disposición, al guiar mi camino hacia el saber.

A mis compañeros, amigos y demás familiares muchas gracias por apoyar de una u otra forma este arduo proceso formativo.

Por esto y mucho más, GRACIAS SEAN DADAS A DIOS.

## Resumen

Se da lugar al aprovechamiento de las estrategias que pueden ser utilizadas por los docentes etnoeducadores que desean enriquecer su práctica educativa, al involucrar el conocimiento cultural del estudiante con el conocimiento matemático. Esta vinculación se logra con la ayuda de la TAD (Teoría Antropológica de lo Didáctico) que aprovecha las prácticas humanas (praxis-logos) como actividad de conocimiento bien estructurado en torno a actividades cotidianas, culturales y sociales. En este caso, se aprovechó la práctica cultural de trabajo comunitario desarrollada por un grupo de estudiantes de una de las instituciones de la comunidad indígena nasa del norte del Cauca; para movilizar a través de ésta, las nociones de razón y de proporción, al tomar la huerta del colegio como ambiente de aprendizaje que permite la una aproximación conceptual a dichas nociones.

**Palabras clave:** Etnomatemática, huerta, indígena, práctica, proporción, razón, secuencia didáctica, trabajo comunitario.

**Tabla de contenido**

Resumen.....	5
Índice de figuras .....	7
Índice de tablas.....	8
Introducción .....	10
<b>CAPÍTULO I .....</b>	<b>15</b>
Problema de investigación .....	16
Antecedentes .....	16
Planteamiento del problema.....	22
Objetivos .....	27
Objetivo general .....	27
Objetivos específicos .....	27
Justificación .....	28
<b>CAPÍTULO II .....</b>	<b>31</b>
Marco teórico .....	32
Desde la teoría antropológica de lo didáctico (TAD) .....	32
Obra matemática.....	37
Obra didáctica.....	41
Perspectiva matemática (el número racional como razón).....	47
Los constructos del concepto de número racional.....	49
Perspectiva etnomatemática .....	53
Marco contextual.....	55
La comunidad indígena Nasa; un panorama general.....	55
<b>CAPÍTULO III.....</b>	<b>61</b>
Metodología .....	62

Análisis curricular .....	64
Diseño de la propuesta (trabajando en la huerta del colegio). ....	69
Retroalimentación y formulación de estrategias .....	70
Secuencia didáctica “trabajando en la huerta del colegio” .....	74
TAREA UNO. Trabajando en la huerta del colegio.....	74
Tarea 2: <i>La construcción de una huerta en mi colegio.</i> .....	76
Tarea 3: <i>Relacionando superficies que se encuentran en mi huerta.</i> .....	78
TAREA DOS: Las razones y proporciones en otros contextos .....	80
Análisis del diseño de la secuencia didáctica ( <i>trabajando en la huerta del colegio</i> ).....	83
CAPITULO IV.....	90
Conclusiones .....	91
Respecto al primer objetivo: .....	91
Respecto al segundo objetivo.....	92
Respecto al tercer objetivo .....	93
Recomendaciones .....	94
Referencias Bibliográficas .....	96
Anexos .....	101
Anexo 1. Entrevista a una docente de la institución .....	101
Anexo 2. Rejilla de análisis-(Caracterización de la práctica de trabajo comunitario respecto a las categorías etnomatemáticas). ....	109
Anexo 3. Socialización de estrategias, propuestas y resultados.....	118
Anexo 4. Evidencias y registros en torno a la socialización de estrategias, propuestas y resultados.....	119
Anexo 5. Aplicación de la secuencia didáctica por parte de un docente de la institución.....	126

## **Índice de figuras**

Figura 1. Estructura Praxeológica matemática (OM); .....	36
Figura 2. Caracterización semántica del constructo matemático, basada en Ohlsson (1988). ....	48
Figura 3. Respuesta de un docente de la institución a la aplicación del cuestionario de socialización de estrategias, propuestas y resultados.....	72
Figura 4. Respuesta de un docente de la institución a la aplicación del cuestionario de socialización de estrategias, propuestas y resultados.....	73
Figura 5. Respuesta de un docente de la institución a la aplicación del cuestionario de socialización de estrategias, propuestas y resultados.....	74
Figura 6. Diagrama de semillas de cilantro germinadas y no germinadas para el grupo A.....	76
Figura 7. Diagrama de semillas de cilantro germinadas y semillas no germinadas para el grupo B.....	76
Figura 8. Gráfico ilustrativo del diseño de la huerta del colegio. ....	79
Figura 9. Gráfico que ilustra la relación entre el largo y el ancho de las paredes de la casa prefabricada.....	81

## **Índice de tablas**

Tabla 1. Obra Matemática (Razón y Proporción).....	39
Tabla 2. Reconstrucción de la Obra Didáctica: Tarea 1. ....	41
Tabla 3. Reconstrucción de la Obra Didáctica: Tarea II.....	45
Tabla 4. Coherencia; tanto vertical, como horizontal en torno al número racional en el ciclo escolar. ....	67

Tabla 5. Relación entre (km) y (min) TAREA DOS .....	80
Tabla 6. Rejilla de análisis según las TAREAS (UNO: Trabajando en la huerta del colegio, DOS: Las razones y proporciones en otros contextos) propuestas para la secuencia didáctica. ....	83
Tabla 7. Caracterización de la práctica de trabajo comunitario según el PEC de la I.E. y las categorías que constituyen las realidades etnomatemáticas.....	109

## Introducción

El presente trabajo de investigación está enmarcado en el campo de la didáctica de las matemáticas, una línea de investigación que permite construir la secuencia didáctica y posiblemente contribuya a superar diversas dificultades relativas a las nociones de razón y proporción. De acuerdo con Obando (2015), en este trabajo se hará referencia al término noción y no al de concepto, porque el interés es hacer aproximaciones a los objetos matemáticos mencionados, relacionándolos con los fenómenos de constitución de conocimiento matemático en contextos escolares y no al ámbito general de investigación matemática. No obstante, el tipo de aproximación no estará alejadas de las restricciones matemáticos formales, que de alguna manera cobran importancia en el ámbito universitario.

El contexto seleccionado para esta investigación que se describe detalladamente en el capítulo 2, es una de las poblaciones estudiantiles de la comunidad Indígena Nasa del norte del Departamento del Cauca, que incluye la práctica cultural de trabajo comunitario realizada por ésta, dentro de la actividad matemática que concierne a las nociones de razón y proporción.

Por ello, y debido a las características culturales de la comunidad, es preciso mencionar la pertinencia de una educación que distinga y tome en cuenta los conocimientos y habilidades propias del estudiante, en tanto sea significativa y proporcione respuestas a las necesidades del entorno más próximo a él, que le acerque al conocimiento formal que, generalmente es proporcionado por parte del docente en el salón de clase a través de prácticas y conocimientos propios del estudiante, posibilitando el aprendizaje de las nociones de razón y proporción a partir de lo que diariamente practica en su comunidad como entorno más próximo a él.

En procura de lo anterior, el principal interés del trabajo es identificar las estrategias que favorecen la comprensión de las nociones de razón y proporción en los estudiantes del grado séptimo a través de una secuencia didáctica que involucra la práctica de trabajo comunitario de la comunidad indígena Nasa, a partir de la validación de ésta por parte de los docentes de la institución educativa Juan Tama. Esta práctica fue analizada teniendo en cuenta las tres categorías de análisis: Pensar, Hacer y Comunicar, que constituyen las tres realidades de estudio del programa de investigación en etnomatemáticas (Aroca, 2013).

De igual manera, se toma en consideración el marco teórico de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) pues, es necesario tener en cuenta el tipo de prácticas (praxeologías) realizadas por la comunidad de tal forma que, reorienta la actividad didáctica en la enseñanza de las matemáticas a partir de las prácticas que ellos regularmente realizan dentro de su entorno cultural.

Así también, para la realización de la secuencia didáctica fue necesario el análisis de la práctica cultural de trabajo comunitario con base en aquellos referentes teóricos que desde la etnomatemática le sustenten debido a que el tratamiento de los objetos matemáticos propios de las matemáticas deben ser abordados de manera especial en etnomatemáticas. Ya Arboleda, 2011; Godino & Batanero (1994); han mencionado que el objeto matemático se comporta de forma diferente en etnomatemáticas pues este (el objeto matemático) adquiere lo que White (citado por Aroca, 2013) define como la realidad matemática, al hacer referencia a lo que se puede tocar, sentir, y que existe (el objeto matemático) a partir de la realidad misma.

Teniendo en cuenta las características de la investigación realizada, fue necesario el desarrollo metodológico por medio de un estudio de casos, pues este permitió el análisis detallado de la práctica educativa comunitaria desde la perspectiva curricular regida por el

Ministerio de Educación Nacional MEN; respectivamente, Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) y Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), adjunto a ello, se tuvo en cuenta el Proyecto Educativo Comunitario (PEC) de la Institución como recurso pedagógico que posibilitó una caracterización y análisis de la práctica educativa comunitaria.

En ese orden, en el primer capítulo se realizó una contextualización al problema, al esbozar tanto limitaciones como estrategias metodológicas y didácticas al momento de abordar las nociones matemáticas mencionadas (razón y proporción) en la escuela a la luz de investigaciones realizadas, (Obando, Vasco & Arboleda 2013; Ávila, 2014; Obando, 2015), las cuales se cuestionan respecto al procesos de enseñanza y al proceso de aprendizaje de la razón y proporción, además de las implicaciones que trae la Educación Matemática en grupos étnicos con costumbres diferenciadas desde una postura crítica y estructurada.

En este sentido, la pertinencia de la investigación previamente realizada permite dar respuesta a la hipótesis que plantea la posibilidad, promover en los estudiantes de séptimo grado un aprendizaje pertinente y significativo a través de la práctica de trabajo comunitario; teniendo en cuenta la Obra Matemática (OM) y su respectiva Obra Didáctica (OD) fundamentada desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) Chevallard (1999).

En el segundo capítulo se esbozan los referentes teóricos que fundamentan el trabajo, en este caso; los aportes que Chevallard (1999) ha realizado a la TAD que orientan el quehacer matemático y brindan herramientas que posibiliten una adecuada percepción y desarrollo de la *praxis y logos*.

Así pues, se presentan los aportes matemáticos para la enseñanza de la razón y proporción desde la perspectiva de Obando, Vasco & Arboleda (2013) lo cual está estrechamente

relacionado con algunas cuestiones que; Obando, (2015) plantea en sus respectivas investigaciones.

El aporte etnomatemático está fundamentado desde el punto de vista de D'Ambrosio quien en una de las entrevistas realizadas por Blanco (2008), esboza en sus investigaciones la urgencia de la formación e implementación etnoeducativa y matemática en cada una de las instituciones que así lo requieran.

Teniendo en cuenta el referente curricular abordado, se analizaron los documentos que el Ministerio de Educación Nacional Colombiano MEN propone, entre los cuales se encuentran los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), los cuales orientan la adecuada integración tanto de los procesos, contextos, y conocimientos numéricos con el fin de desarrollar competencias en los estudiantes para que la enseñanza, en tanto el aprendizaje sea significativo.

En un tercer capítulo se presenta la metodología utilizada para el desarrollo del trabajo, la cual consta de cuatro fases: en la primera fase, se realizó un análisis de tipo curricular (se analizaron los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), Los Estándares Básicos de Competencias de matemáticas (2006); el PEC de la institución que permitió el análisis y caracterización de la práctica de trabajo comunitario y las categorías que constituyen las realidades etnomatemáticas).

En una segunda fase, se realizó la reconstrucción de la Obra Matemática (OM) y la Obra Didáctica (OD), lo cual orientó la construcción y diseño de la secuencia didáctica; en la tercera fase se llevó a cabo el diseño y aplicación de la secuencia didáctica; y finalmente la cuarta fase estuvo direccionada hacia el análisis de los resultados obtenidos en la validación de la secuencia diseñada, además de la síntesis y conclusiones en torno al desarrollo del trabajo investigativo.

Finalmente en el cuarto capítulo, se dan a conocer las reflexiones y el análisis, que se pueden inferir luego de un proceso de validación por parte de un grupo de maestros de la institución educativa Juan Tama, que revisaron la secuencia que se ha diseñado, he hicieron aportes y sugerencias. Además se pueden identificar en ellas, las diferentes estrategias que favorecen la comprensión de las nociones de razón y proporción en los estudiantes del grado séptimo de dicha I.E, perteneciente a la comunidad indígena nasa. Lo que genera otro tipo de conclusiones y reflexiones que tienen que ver con la reformulación del PEC, desde su misión, visión y propósito formativo que involucre la etnomatemática. En especial la posibilidad de usar el contexto para la construcción del conocimiento matemático, como es el caso de la huerta, que ha sido considerada como un ambiente de aprendizaje que permita movilizar las nociones de razón y proporción, respetando el lenguaje y la cultura de esta comunidad indígena, a la vez que busca la relación o aproximación a los términos y el lenguaje formal de la matemáticas.

# CAPÍTULO I

## Aspectos generales de la investigación

## Problema de investigación

### Antecedentes

La Educación Matemática como importante campo de investigación se ha interesado por estudiar y analizar los problemas relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas así como los métodos y recursos que facilitan un acercamiento a los objetos matemáticos con el fin de proporcionar herramientas y fundamentos didácticos que logren transformar la enseñanza de las matemáticas y más aún la práctica del docente, a partir de la reflexión y el análisis de los problemas que se presentan en el aula de clase. Aspecto que indica la necesidad de cuestionar y redireccionar la práctica educativa a través de estudios e investigaciones que proporcionen herramientas didácticas y posibiliten una formación con fundamentos sólidos sobre planteamientos y cuestiones bien establecidas.

Es por ello que en este apartado se esbozan algunas de las investigaciones más relevantes para la realización del presente trabajo; estas han sido estudiadas al tomar en consideración las categorías de análisis que le estructuran, las cuales respectan a la noción matemática de razón y proporción, como también a aquellos trabajos que se han realizado en la línea de etnomatemáticas sin dejar de lado la teoría sobre la cual se ha fundamentado la investigación, la TAD.

Para la fundamentación de la enseñanza y el aprendizaje de la noción matemática de razón y proporción se tomó en cuenta la tesis doctoral<sup>1</sup> de Obando (2015) como investigación principal, en la realización del escrito, pues en esta se presentan especialmente la Razón, Proporción y Proporcionalidad (RPP) a partir de un análisis epistemológico del conocimiento,

---

<sup>1</sup> Tal tesis doctoral -Sistema de prácticas matemáticas en relación con las Razones, las Proporciones y la Proporcionalidad en los grados 3o y 4o de una institución educativa de la Educación Básica- realizada por el Gilberto Obando Zapata de la Universidad del Valle, a través del Instituto de Educación y Pedagogía.

que corresponde al cuarto capítulo de la tesis en mención. Esbozando una serie de principios necesarios al momento de orientar las organizaciones matemáticas que integren las áreas del currículo e involucran las RPP desde el punto de vista aritmético, métrico y algebraico; aspecto que llamó la atención de la investigadora, pues para el interés de este trabajo, se hizo necesaria la integración de lo métrico y lo aritmético especialmente.

Como bien se ha mencionado, la TAD ha fundamentado el trabajo; razón por la cual fue relevante, la presentación del desarrollo de la práctica matemática que llevaron a cabo los estudiantes (de una de, las instituciones educativas de la ciudad de Cali, Colombia y que fueron objeto de estudio de su tesis doctoral), haciendo énfasis en las condiciones histórico-culturales que enfocan la atención en la producción de los objetos que satisfacen las necesidades y actualizan la práctica en lugares y tiempos determinados al estudiar las prácticas y lugares de los estudiantes; analizando así las formas de acción en las clases de matemáticas en los procesos de constitución de los objetos de conocimiento Razón, Proporción y Proporcionalidad.

Fue de vital importancia la revisión del documento en cuestión, ya que en este el Doctor Gilberto Obando Zapata realiza un análisis de las prácticas estudiantiles en torno a la noción de razón; tomando en consideración también las nociones de magnitud y cantidad la cual posibilita en cierta medida el manejo de los sistemas de cantidades. El documento doctoral alimentó el desarrollo del trabajo al aportar consideraciones de tipo curricular, matemático y didáctico.

Desde el punto de vista etnomatemático se han realizado estudios que permiten ampliar la visión en cuanto a la enseñanza de las matemáticas al tener en cuenta ciertos aspectos sociales y culturales que deberían estar presentes al abordar el proceso de enseñanza de las matemáticas que posibilite un adecuado proceso de aprendizaje en el estudiante. Gracias al interés del trabajo se dio lugar a la revisión de una de las investigaciones que a nivel internacional presenta

D'Ambrosio (2002, 2012), quien redefine aquellas formas de hacer matemáticas y las precisa como etnomatemática, mencionando que aquel puente entre lo antropológico, lo histórico cultural y lo matemático tiene que ver con la etnomatemática, pues los diferentes modos de pensamiento pueden dar lugar a diferentes formas de hacer matemáticas.

A raíz de la poca trascendencia dada a la Educación Matemática en condiciones y situaciones culturales diferenciadas, Ávila (2014) realiza una revisión de la etnomatemática en la educación indígena, en esta forma, realiza una posible vinculación de la matemática escolar con la matemática comunitaria. Tal vinculación es llevada a cabo en nueve escuelas pertenecientes a tres estados de México que gozan de la riqueza cultural indígena. La investigación es direcciónnada especialmente a los docentes que hacen parte de aquellas escuelas, pues la pretensión es proveer para el docente elementos teórico-metodológicos que le permitan vincular las actividades matemáticas que se realizan en la comunidad y los procesos matemáticos formales característicos del ámbito escolar, pues considera que no se debe desconocer, en los procesos tanto de enseñanza como de aprendizaje, el entorno del estudiante y los conocimientos matemáticos que él posee.

Ya Bishop (1999) afirmó que todos los pueblos han generado conocimientos matemáticos al realizar seis tipos de actividades: a) contar; b) localizar; c) medir; d) diseñar; e) jugar; f) explicar. Además, con tal afirmación da cuenta de que la matemática es parte de la actividad humana, a la vez que un fenómeno pan cultural.

Afirmaciones como la anterior da lugar a la búsqueda e indagación de aquella matemática que se hace en el entorno a través de la cultura, costumbres u oficios que dan cuenta de diversas formas de hacer matemáticas.

A nivel nacional también han sido realizadas investigaciones que esbozan la problemática de la Educación Matemática desde la perspectiva social y cultural de una comunidad con

características, tradiciones y prácticas particulares. Una investigación que llamó la atención de la investigadora fue la realizada por Aroca (2013), que presenta la diversidad de escenarios de exploración en el programa de investigación en etnomatemáticas, proporcionando para el interés del presente escrito las tres categorías que constituyen las tres realidades etnomatemáticas del programa de investigación.

En su indagación, Aroca apoyado en los aportes de Arboleda (2011), D'Amore (2001) y Godino y Batanero (1994), proporciona información valiosa en cuanto al tratamiento de los objetos etnomatemáticos, pues esboza que se comportan de una forma especial y diferente respecto a los objetos matemáticos; aquel comportamiento se debe a la naturaleza de cada uno de ellos, al dar cuenta que los objetos etnomatemáticos se construyen a través de situaciones generadas por una cultura –sea rural o urbana- en particular.

Igualmente Bishop, (1999) sustenta que el conocer e investigar un poco más sobre aspectos fundamentales de las matemáticas como fenómeno cultural, y dar lugar a distintos puntos de vista de la inserción matemática en varias culturas, precisa el buen desarrollo de las matemáticas en los diversos grupos culturales al observar sus métodos, actitudes y actividades que responden a su entorno social y cultural, esbozando contrastes significativos entre ellos al evidenciar prácticas comunes a cada grupo social y cultural.

Estrechamente relacionada está la investigación realizada por Gerdes (1996) quien presenta una revisión minuciosa de los estudios realizados en Educación Matemática en distintos continentes, tal revisión implica que la perspectiva etnomatemática en el proceso de aprendizaje de las matemáticas es fundamental, pues permite que estas sean parte de la cultura en la cual se desenvuelve el individuo, haciéndole significativas y relevantes, en tanto, logren ser articuladas con las prácticas que la comunidad lleva a cabo en su diario vivir.

En consecuencia, se hace necesario conocer el trasfondo cultural del estudiante pues posiblemente impactará directa o indirectamente lo que aprende en la escuela, así, la enseñanza ha de centrar su atención en los saberes desarrollados por la comunidad en la cual actúa el individuo. A raíz de aquellas prácticas desarrolladas por grupos específicos en contextos escolares y sus diversas formas de hacer matemáticas surge un enfoque que se centra en el análisis de la actividad de estudio de las matemáticas, que toma como referencia las praxeologías desarrolladas especialmente por los estudiantes, y enfoca la atención en el estudio de los fenómenos didácticos (Ives Chevallard, 1999, 2001; Marianna Bosch y Josep Gascón, 2009).

Entre tanto, uno de los aportes que Chevallard (1999) hace a la TAD, es sobre la necesidad de que la didáctica tome en cuenta elementos presentes en la actividad matemática, pues son estos los que hacen significativa la práctica educativa en condiciones específicas; sean sociales o culturales. De esta manera, presenta los elementos que deben ser tomados en cuenta en la actividad matemática, al esbozar la noción de praxeología como parte estructurante de la TAD la cual admite toda actividad humana como un modelo único de hacer o llevar a cabo una tarea determinada. Presentando así un amplio espectro que posibilita la estructuración de la actividad praxeológica a partir de tareas, técnicas, tecnologías y finalmente teorías que sustentan matemáticamente las partes mencionadas anteriormente.

Y no solo esto, sino que presenta un estudio de la estructura de las Organizaciones didácticas y la reconstrucción de las Obras tanto matemática como didáctica. Es por ello que esta investigación fue de vital importancia en la indagación realizada para la construcción del presente trabajo, pues proporciona elementos fundamentales en el tratamiento de la TAD respecto a la formulación de las tareas, técnicas, tecnologías y teoría que componen la Obra

Matemática construida y su respectiva Obra Didáctica (estos términos y conceptos se explicaran detalladamente en el capítulo 2).

En consecuencia, un adecuado análisis de los fenómenos didácticos (González, 1999) presentes en el ámbito escolar posibilitará el proceso de enseñanza por parte del profesor de tal forma que viabilice el aprendizaje en el estudiante, en tanto que, la enseñanza de los objetos matemáticos no se limite solo al conocimiento científico, sino que se aborde teniendo un pleno conocimiento en didáctica de las matemáticas y en aquellas disciplinas en las cuales esta se apoya, pues Según Adolph P. Youschkevitch (citado por Cuellar & Lozano, (2013), son: epistemología, historia, antropología, lingüística, psicología, entre otras. Además del conocimiento de aquellas disciplinas, el profesor debe conocer las dificultades y obstáculos que el estudiante ha de superar para que contribuyan al mejoramiento del aprendizaje matemático que para el presente trabajo da lugar a la noción de Razón y Proporción (Obando, Vasco & Arboleda (2013); Obando, (2015)).

Aunque se han desarrollado estudios que vinculan las prácticas culturales Aroca (2013), Ávila (2014) y Obando (2015) de una comunidad en particular al abordar la enseñanza de las matemáticas, es necesario continuar con este tipo de investigaciones, ya que cada cultura posee tradiciones como también costumbres particulares y desarrolla prácticas culturales y comunitarias que deberían ser plenamente vinculadas al modelo educativo para propiciar el desarrollo de competencias y el reconocimiento de los objetos matemáticos en situaciones y prácticas de tipo social y cultural.

De este modo, se tomó en cuenta la práctica de trabajo comunitario de la comunidad indígena Nasa, con el fin de posibilitar la integración de los conocimientos que el estudiante ya posee con los saberes que proporciona la Educación Matemática respecto a la noción de razón y

proporción para los estudiantes de séptimo grado de la educación básica secundaria en una institución educativa de aquella comunidad.

### **Planteamiento del problema**

Llinares & Sánchez (1988) conciben el número racional como razón y le definen como: “índice comparativo” entre dos cantidades de una magnitud (comparación de situaciones). Es decir, la complejidad de la conceptualización del número racional (sea como operador o como razón) obliga a cambios conceptuales en las operaciones y relaciones entre ellos, pues en los primeros años de escolaridad se presenta el número racional en forma de medidor o como operador (ampliador o reductor), en un segundo momento, se presenta el número racional como razón o relación entre una magnitud y otra; también es posible hablar de la proporción como la comparación entre una razón y otra según lo estipula el Ministerio de Educación Nacional MEN (2006) en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.

En la investigación realizada por Obando (2015) se menciona que las RPP son temáticas presentadas en la escuela a través de “organizaciones matemáticas fuertemente aritmétizadas” y además de ello, sufren una linealidad entre instituciones y aun entre un país y otro; aspecto que produce en los estudiantes una baja conexión entre las áreas del currículo que involucran las *RPP*.

La desestructuración mencionada no es ajena a las problemáticas que se presentan al momento de abordar las nociones de razón y de proporción; antes bien, se hace evidente en tanto que los estudiantes no logran ligar lo que aprenden entre un grado de escolaridad y otro, aunque la linealidad mencionada debiera contribuir a un aprendizaje por lo menos significativo, pero no

ha sido así ya que la poca conexión entre las diversas temáticas en las que están involucradas las *RPP* generan un marco de aproximaciones estrictamente aritmétizadas, en donde no hay una relación latente entre lo métrico o lo algebraico, según lo menciona García, (2005) [citado por Obando (2013)].

Ahora bien, la desarticulación mencionada deberá ser abordada a través de las propiedades y axiomas que respectan a las nociones en cuestión, en esta medida, se podrán unificar y enseñar como un todo establecido que permita dar cuenta de los diversos significados –tanto matemáticos como aplicacionales- lo cual hace posible distinguir cuatro constructos (constructo de la función cociente, constructo del número racional, constructo de los vectores binarios y constructo de la función compuesta) que ponen de manifiesto la complejidad del número racional. Es preciso mencionar que en la investigación se hará uso del constructo de los vectores binarios como aquel constructo que posibilita la movilización de las nociones de razón como uno de significados aplicacionales<sup>2</sup> en torno a la noción de razón; sin embargo, es preciso aclarar se diseñan tareas en la secuencia que permitan hacer una aproximación a éstos y que más adelante los estudiantes puedan ver reflejadas estas aproximaciones con relaciones funcionales en el plano cartesiano por ejemplo.

Lo anterior proporciona un avance significativo en cuanto a la caracterización de la problemática en torno a la enseñanza de la noción en cuestión a través de situaciones que involucren el significado aplicacional que respectivamente integra cada constructo.

Por tanto es preciso mencionar que la conexión referida no es evidente en los estudiantes de séptimo grado de la comunidad indígena nasa del norte del departamento del Cauca, quienes

---

<sup>2</sup> Según Ohlsson (1988), son todas aquellas relaciones que se establecen desde el constructo matemático hacia la situación del mundo real (referencia), situaciones que están determinadas por un lenguaje natural conceptual (sentido).

según las observaciones de la autora de este trabajo, quien ha sido su maestra, se puede inferir que en sus procedimientos y desarrollos académicos no presentan avances significativos con respecto al aprendizaje de las razones y proporciones matemáticas; aunque perfectamente utilicen y den cuenta del manejo de estas nociones en sus prácticas cotidianas, especialmente en la subdivisión y manejo de terrenos, por lo cual, es necesario que ellos comprendan que hay aspectos matemáticos que diariamente ejercitan y pueden ser vinculados a la actividad académica, de tal forma que les sea posible aprender matemáticas desde sus prácticas culturales al posibilitar la integración de los conocimientos de la comunidad con los conocimientos que se trabajan en la clase de matemáticas. Este aspecto requiere que la matemática sea presentada a los estudiantes de aquella comunidad a través de los elementos que proporciona la etnomatemática, pues el MEN (2006) respalda la necesidad de redireccionar la enseñanza de las matemáticas como una nueva visión, en tanto que, posibilite un acercamiento a las costumbres de una comunidad en particular y brinde respuestas a sus necesidades por medio de una educación acorde a sus exigencias culturales y sociales.

Aquella nueva visión implica cambios en la forma de enseñar, pues el estudiante aprenderá desde su perspectiva cultural, de tal forma que los saberes matemáticos previos del estudiante se asocian a los de su cultura de pertenencia. Desde este punto de vista se hace más complejo el engranaje y conexión que debe realizarse en la enseñanza de las nociones en cuestión (razón y proporción), pues han de relacionarse los saberes propios del estudiante, en este caso, los saberes que circulan en la comunidad con el saber matemático que se estipula el currículo nacional. (Ávila, 2014).

Es por ello que, este mismo autor esboza en su investigación que “se debe partir de las experiencias y saberes previos de los estudiantes para lograr aprendizajes significativos” (Ávila,

2014, p.25) lo cual exige la intervención especial del docente que desde la perspectiva cultural del estudiante pueda incorporar en su práctica de enseñanza aquellos saberes propios de la comunidad que le permitan al educando defender y fortalecer su cultura.

En procura de lo anterior indica que “el maestro debe recuperar los saberes matemáticos del niño y de la comunidad para que los desarrolle, los legitime y los vincule a los contenidos escolares buscando una mejor comprensión y dominio de los procesos formales de la matemática escolar” (Ávila, 2014, p.26).

El tratamiento de las nociones matemáticas en cuestión en la comunidad Nasa hace necesaria la investigación etnomatemática que posibilite el diseño de una secuencia didáctica que desde sus prácticas culturales logre responder a las demandas educativas y comunitarias de su cultura como individuos activos dentro de la misma. Una de las prácticas culturales propias de la comunidad educativa es el trabajo comunitario, éste se desarrolla actualmente como forma de sustento económico institucional y como integración comunitaria en la institución. En aquella práctica los estudiantes de una de las instituciones de la comunidad interactúan en forma directa con la agricultura como actividad económica propia de la región, esta práctica permite que el estudiante realice indirectamente una forma particular de cálculos, conteos y mediciones en la manipulación de semillas, espacios, medidas, siembras y cosechas.

En este caso, se centrará la atención en las prácticas comunitarias de siembra y cosecha, como también en la distribución de espacios para la siembra en los terrenos que utilizan los estudiantes al momento de realizar el trabajo comunitario, en tanto que, el docente tenga la oportunidad de analizar aquellas prácticas con el fin de vincular los conocimientos escolares con los conocimientos ancestrales propios de la comunidad en cuestión.

Desde este punto de vista, es necesario que la enseñanza siente sus bases sobre aspectos que logren establecer las conexiones existentes entre los saberes propios de la comunidad con los saberes de la escuela, por ello es preciso cuestionarse en cuanto a qué situaciones problema y prácticas culturales le permiten al docente integrar los saberes propios del estudiante con un nuevo conocimiento, (las razones y proporciones matemáticas); obteniendo herramientas que faciliten el desarrollo de su práctica, que en cierto sentido evaluará y tendrá la posibilidad de modificar según sean sus cuestionamientos y necesidades, integrando los conocimientos que el estudiante ha alcanzado con anterioridad al aprender nociones respecto a los conjuntos numéricos. Por lo anterior, es necesario esbozar la pregunta que pretende dar respuesta a la problemática planteada:

**¿Cuáles son las estrategias que favorecen la comprensión de las nociones de razón y proporción en los estudiantes del grado séptimo de la comunidad indígena Nasa a través de una secuencia didáctica que involucra la práctica de trabajo comunitario?**

Para dar respuesta a tal pregunta, se han planteado los siguientes objetivos, con lo cual se pretende encaminar la investigación que necesita ser realizada y valorada desde la didáctica de las matemáticas con una perspectiva etnomatemática.

## Objetivos

### Objetivo general

Identificar las estrategias que favorecen la comprensión de las nociones de razón y proporción en los estudiantes del grado séptimo a través de una secuencia didáctica que involucra la práctica de trabajo comunitario de la comunidad indígena Nasa.

### Objetivos específicos

- Identificar los elementos curriculares, matemáticos y didácticos necesarios para la construcción de las nociones de razón y de proporción en el grado séptimo.
- Establecer y caracterizar desde los elementos curriculares, disciplinares, didácticos y culturales la Obra Matemática local y su respectiva Obra Didáctica, las unidades de análisis que orienten el diseño de la secuencia didáctica.
- Analizar las ventajas y limitaciones de la secuencia didáctica a partir de las sugerencias y retroalimentación de un grupo de maestros de la institución educativa Juan Tama.

## Justificación

Las comunidades minoritarias tanto afrocolombianas como indígenas requieren investigación, Blanco (2008) describe la problemática de la falta de investigación respecto al pensamiento matemático en aquellas comunidades, y la falta de formación en etnomatemática de los maestros que laboran al interior de ellas; pone en consideración la necesidad de realizar investigación en el ámbito de la etnomatemática como solución a la falta de sentido y significado en el aprendizaje de las matemáticas por parte del estudiante indígena y afrocolombiano, e indica que la investigación será una forma de conservar las costumbres, arraigar los saberes de la comunidad, transmitir conocimiento de generación en generación y especialmente, educar al estudiante desde lo que ya conoce, permitiendo el aprendizaje de las nociones de razón y proporción en forma pertinente y significativa.

Así pues, es preciso brindar una formación que acerque al estudiante a su realidad, que le permita comprenderla; una educación que logre fortalecer y recuperar los saberes que el individuo desarrolla en su comunidad a través de prácticas familiares en situaciones cercanas a él, razón por la cual, la etnomatemática en la educación indígena requiere de una posible vinculación de la matemática escolar con la matemática comunitaria. (Ávila, 2014).

Es de esta manera como Chaparro, Póveda & Fernández (2006) hacen énfasis en la importancia de vincular lo cotidiano con lo escolar, para que lo aprendido por el estudiante tome sentido y pueda ser aplicado en sus prácticas cotidianas; permitiendo así un posible desarrollo del pensamiento numérico en un sentido crítico y potenciado de tal manera que el estudiante logre usar las nociones matemáticas de razón y proporción como medio para comunicar, procesar

e interpretar información usándolos en contextos significativos que incluyan diferentes interpretaciones y representaciones.

En mención del supuesto anterior, Blanco (2008) hace énfasis en la importancia de la etnoeducación como una solución educativa para las comunidades indígenas y afrocolombianas, teniendo como objetivo el desarrollo de experiencias educativas propias para defender y fortalecer la cultura; que permitan la integración de los conocimientos de una comunidad con los conocimientos que se abordan en la clase de matemática. De esta manera, la enseñanza de la matemática desde la etnoeducación toma un sentido especial para los estudiantes de la comunidad Nasa del municipio de Santander de Quilichao, Cauca, pues se integra lo que ellos ya conocen con lo que en la clase de matemáticas sea enseñado, al tomar como punto de partida la experiencia obtenida en su práctica cultural entendida como trabajo comunitario.

Debido a la necesidad esbozada anteriormente, se ha diseñado una secuencia didáctica que tome en consideración los aspectos matemáticos, en este caso, las nociones de razón y proporción como también aspectos culturales y sociales de la comunidad Nasa, como lo es el trabajo comunitario concebido como “integración de las familias en un espacio de trabajo colectivo y social bien sea en el tul (huerta tradicional indígena) o en la construcción de una obra comunitaria.” (Tama, Recuperando la minga, 2015).

La secuencia didáctica diseñada (Trabajando en la huerta del colegio que se da a conocer detalladamente en el capítulo 3) pretende la integración graduada del trabajo comunitario que realizan los estudiantes en una Institución de la comunidad en cuestión, con la apropiación de las nociones de razón y proporción para posibilitar así una nueva visión de las matemáticas como rasgo de identidad y recurso para la autovaloración de la comunidad. (Ávila, 2014).

De esta manera, se realizó la secuencia con el fin de dotar a los docentes etnoeducadores de elementos teóricos que faciliten y potencien el desarrollo de su práctica, pues se han integrado los saberes previos del estudiante con los saberes conceptuales y procedimentales de la matemática.

## CAPÍTULO II

# Fundamentación teórica

## Marco teórico

El desarrollo de esta sección da lugar a la presentación de los referentes teóricos que fundamentan el diseño de la secuencia didáctica, los cuales hacen referencia a la adecuada enseñanza de los sistemas numéricos; en particular la enseñanza de las razones y proporciones a partir de las prácticas culturales de una comunidad en particular; por tal razón, es menester presentar los referentes que desde la etnomatemática le fundamenten e igualmente se ponen de manifiesto los referentes teóricos que sustentan la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), los cuales esbozan la actividad matemática como actividad cultural.

Tales referentes son fundamentales en la estructuración del diseño que integra la práctica de trabajo comunitario para la enseñanza de las nociones de razón y proporción en los estudiantes de grado séptimo de la comunidad Nasa en la educación básica secundaria.

### **Desde la teoría antropológica de lo didáctico (TAD)**

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) es considerada como desarrollo sistemático de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) desarrollada por Brousseau (1997), tal teoría sustenta que existe una situación o colección de situaciones matemáticas para cada objeto matemático e implica que a través de la resolución de aquella situación se posibilita el aprendizaje escolar del objeto matemático, de tal forma que el aprendizaje depende de la adecuada adaptación al medio y escogencia de la situación matemática en la cual tenga lugar el objeto matemático en cuestión.

Se precisa también que la Teoría de la Transposición Didáctica desarrollada por Yves Chevallard (1985) y sus primeras formulaciones dan lugar a la aparición de la TAD como nueva

teoría, pues esta última propone una mejor alternativa en torno al conocimiento matemático y la actividad matemática en las instituciones escolares, razón por la cual, su origen está ligado a la necesidad de dar respuesta a dos cuestiones básicas:

- 1) Proporcionar herramientas que le permitan al investigador liberarse de la forma en que las instituciones escolares consideran el conocimiento y la actividad matemática.
- 2) Otra cuestión está dada por las supersticiones que rodean la práctica o proceso didáctico del conocimiento matemático en la escuela, tal cuestión toma en consideración los impedimentos y condiciones que influyen en el proceso de estudio de la matemática.

Las cuestiones anteriores dejan en entredicho, el papel de la didáctica, ya que estas dan cuenta de su insuficiencia al abordar y analizar, el proceso de enseñanza y también el proceso de aprendizaje de las matemáticas; pues aunque la didáctica toma en consideración la actividad matemática, deja de lado aspectos vitales (aspectos culturales y antropológicos) dentro de los procesos ya mencionados. Entre tanto, no basta con hablar solamente de didáctica, pues esta involucra elementos que parecen relevantes para la actividad matemática, pero en ocasiones obvia la relevancia de otros elementos presentes en tal actividad que realmente parecen no apreciables, pero han de ser tenidos en cuenta desde la perspectiva cultural y antropológica al acercarles pues al campo de la didáctica como disciplina que posibilite la actividad matemática (Bosch & Gascón, 2009; Bosh, García, Gascón & Ruiz, 2006).

Es por ello, que la TAD sitúa la actividad matemática y sus estudios en la actividad humana, así como en las instituciones escolares y colectivas; tal teoría sustenta que el desarrollo

de las prácticas humanas como desarrollo praxeológico no es de forma individual y personal, pues este en un sentido más amplio, depende de las Instituciones *I* en las que intervienen las personas.

Una institución es un dispositivo social en el que “viven” distintas praxeologías -maneras de hacer y de pensar determinadas – y en el que las personas “entran”, convirtiéndose en *sujetos* de las instituciones, para hallar las condiciones apropiadas de desarrollo de sus actividades. Para hacer cosas, los seres humanos nos reunimos en colectivos – las instituciones – que nos ofrecen (e imponen) unas determinadas maneras de hacer y de pensar propias – las praxeologías. (Bosch & Gascón, 2009, pág. 93)

En cierto sentido, aquellas actividades (prácticas) se redefinen a partir de las instituciones *I* que logran determinar en el individuo las formas de pensar y llevar a cabo sus actividades (praxeologías), entendida como aquella subdivisión sistemática de las prácticas humanas en dos componentes (*praxis* + *logos*) haciendo referencia a cualquier estructura posible de actividad y conocimiento, considerados como elemento necesarios para la realización de las actividades que reorientan la actividad didáctica en la matemática.

El término praxeología derivado de los términos griegos *praxis* y *logos* hace referencia a toda actividad del conocimiento humano bien estructurado en torno a prácticas cotidianas, culturales y sociales comprendidas por un grupo de personas con intereses en común, además se considera que estas prácticas “unifican bajo un mismo concepto el *saber* como conjunto organizado de conocimientos y actividades” (Bosch & Gascón, 2009, pág. 92).

Desde este punto de vista, tal concepción modela el saber matemático como práctica humana a partir de la organización praxeológica matemática, compuesta por tareas o tipos de tareas *T*, y las técnicas *t*; esta última constituye la forma de llevar a cabo el tipo de tareas *T*, los

componentes mencionados originan la **praxis** (práctico - técnico), pues comprende los aspectos  $[T, t]$  al posibilitar la actividad matemática de estudio.

De la misma manera, la praxeología está compuesta por una tecnología  $q$  (**logos**), que explica y redefine la técnica  $t$ , para que sea llevado a cabo el tipo de tareas  $T$ ; sin embargo, surge un nuevo componente que rige la tecnología  $q$ , en tanto que, justifica y generaliza los demás componentes de la estructura praxeológica, tal componente teórico  $Q$  y la tecnología  $q$   $[Q, q]$  dan origen al **logos** (tecnológico – teórico) éste hace alusión al razonamiento y explicación detallada a través de la descripción del cómo se hace, porque se hace y lo que se hace con cada uno de los elementos que componen la estructura praxeológica.

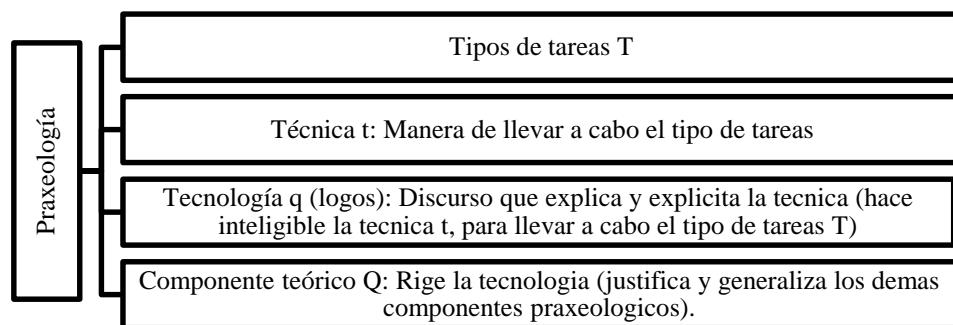
Lo anterior da cuenta de la estructuración y unificación praxeológica del saber en tanto que organiza los conocimientos y determina las actividades como conjunto de praxeologías, con ello, Chevallard (1999), clasifica y redefine una amplia variedad de praxeologías que posibilitan el análisis, estructuración y unificación en los procesos didácticos de las Instituciones, considerando el grado de complejidad de la actividad matemática en cuestión, de esta forma:

1. Praxeología matemática: Se centran en tareas puntuales y específicas descritas como un único tipo de tareas, que posibilitan la estrecha y delimitada utilización de las técnicas, anulando así el uso y ejecución de la tecnología.
2. Praxeología local: Son estructuradas por un tipo de praxeologías matemáticas que son descritas a través de un discurso tecnológico en común.
3. Praxeología regional: Está constituida por praxeologías locales que se integran en torno a una teoría matemática determinada.

4. Praxeología global: Cúmulo de praxeologías regionales en torno a varias teorías matemáticas.

Los tipos de praxeologías descritas dan cuenta de aquellas requeridas para la enseñanza, en tanto que, constituyen los aspectos que atañen a los procesos de enseñanza del profesor hacia el estudiante, como también al debido proceso de aprendizaje en el estudiante, esta forma se constituye como un proceso netamente didáctico; en tal tipo de praxeologías se distinguen las praxeologías puntuales, locales y regionales que dependen del grado de cohesión que presente el discurso tecnológico – teórico  $[Q - q]$  que maneje el profesor, al posibilitar así una adecuada adquisición de las técnicas  $t$  que permitan llevar a cabo las tareas o tipos de tarea  $T$ ; de la misma manera, facilite un discurso razonado que explique y haga inteligible la técnica  $t$ , originando así la tecnología  $q$  en tanto, que logre generalizar y justificar cada uno de los componentes de la praxeología, dando lugar a la teoría  $Q$ .

A continuación se presenta la estructura praxeológica (*figura 1*) la cual está conformada por los tipos de tareas  $T$ , las respectivas técnicas  $t$ ; así también las tecnologías  $q$  y su componente teórico  $Q$ .



*Figura 1. Estructura Praxeológica matemática (OM); Obstáculo, error y dificultad (OD) del objeto matemático de estudio*

Según (Bosh, García, Gascón & Ruiz, 2006) la Praxeología define la manera de hacer las tareas  $T$  y establece la forma de llevar a cabo las técnicas  $t$ , sin embargo, redefine el constructo del saber hacer aquellas técnicas, ahora bien, la subdivisión praxeológica dada por la praxis y por el **logos** ha de ser estudiada también desde el punto de vista teórico  $Q$  y tecnológico  $q$ , Chevallard (1999) refiere este aspecto al discurso racional puesto en acto que permite justificar, explicar y racionalizar las técnicas por medio de las cuales se desarrollan los tipo de tareas; en este sentido se justifican y describen las razones para realizar aquellas técnicas. En un sentido más amplio, es la forma en que pueden ser justificadas y descritas las técnicas  $t$  que son utilizadas para desarrollar las tareas y tipos de tareas  $T$ .

Para condensar la forma en que son abordados los diversos tipos de tareas  $T$ , es necesario presentar la estructura praxeológica matemática, entendida como Obra Matemática (en adelante OM) en la que se exponen los tipos de tareas  $T$ , las diversas técnicas  $t$  en forma de tareas; de las que derivan las tecnologías  $q$  para dar cuenta de la teoría  $Q$  la cual sustentará la tecnología.

El anterior proceso implica directamente la reconstrucción de su respectiva Obra Didáctica (en adelante OD) la cual da cuenta de las dificultades, obstáculos y errores asociados al objeto matemático de interés; por ende, a su debido proceso de enseñanza como también al proceso de aprendizaje. A través de la OD se dará lugar a los posibles sistemas de representación, como también a la fenomenología asociada al objeto matemático en cuestión.

## **Obra matemática**

La obra matemática (OM) como también la obra didáctica (OD) fueron realizadas al tomar en consideración aspectos conceptuales proporcionados por las diversas investigaciones (Gascón & Bosch (2009); tesis doctoral de Obando (2014) entre otras). De estas, han sido

tomados en cuenta dentro del proceso de investigación y reorganización matemática; especialmente lo que Obando, Vasco & Arboleda (2013) en el documento Razón, Proporción, Proporcionalidad (*RPP*): configuraciones epistémicas para la educación básica plantean.

En el documento en cuestión se presentan tres principios que implican en primera instancia una mirada a la razón como una forma de cuantificación de la relación por cociente entre dos cantidades, y no como un cociente entre dos números; así también, es preciso mencionar el segundo y tercer principio los cuales hacen alusión respectivamente al análisis de las funciones que cumple la razón en relación a las cantidades involucradas en la situación y finalmente, la tipología de las situaciones *RPP*, separando los aspectos matemáticos relativos a tales objetos de conocimiento de los relativos a la estructura de la situación: tipos de cantidades y formas de relación entre tales cantidades.

El documento en mención es relevante en el proceso de construcción de la propuesta puesto que son estos autores Obando et. Al (2013) quienes esbozan la importancia de trabajar las razones no solamente desde el campo que compete a lo aritmético, sino también desde el campo que alude a lo métrico; al proporcionar una serie de principios que orientan algunas organizaciones matemáticas para la integración de las áreas (aritmético y métrico) que respectan al diseño de la secuencia como eje central del trabajo investigativo.

A continuación se presenta la Obra Matemática, la cual está compuesta por dos Tareas de las cuales, la primera hace referencia al concepto de razón y la segunda da cuenta del concepto de proporción, como aplicación y manejo de las razones.

**Tabla 1. Obra Matemática (Razón y Proporción).**

Obra Matemática respecto al concepto de razón y proporción

Tarea I	<b>Realiza la comparación entre dos magnitudes; una tomada como referencia de la otra, para determinar la medida relativa de una con respecto a la otra.</b>
Técnica	Se aborda la tarea a partir del desarrollo de dos Casos en particular; Caso I y Caso II.
	<p>Caso I: “Si <math>y</math> mide a <math>x</math>, entonces existe un <math>n \in \mathbb{N}</math> tal que <math>x = n.y</math>.</p> <p>Caso I: si <math>x</math> puede ser medido a través de <math>y</math> es porque <math>x = n.y</math>, lo cual implica que <math>y = \frac{1}{n}x</math>. De esta manera, es posible asegurar que <math>x = ny \Leftrightarrow y = \frac{1}{n}x</math>.</p> <p>Como lo mencionan Obando, Vasco &amp; Arboleda (2013) Este primer caso alude a la razón como relator, puesto que; “dadas una cantidad y la razón de esta cantidad con otra cantidad desconocida, entonces la razón se aplica como operador sobre la cantidad conocida para calcular la cantidad desconocida. Si la cantidad inicial y final son homogéneas, la razón ‘expresa un operador escalar (factor de ampliación-reducción) que, aplicado sobre una de las dos cantidades, produce la otra cantidad” (p. 982).</p> <p>Caso II: Si <math>y</math> no mide a <math>x</math>, entonces existe otra cantidad <math>c</math>, tal que:</p> $x = n.c \wedge y = m.c$ <p>Caso II: cuando <math>x</math> no puede ser medido a través de <math>y</math>, se tiene que <math>x = n.c \wedge y = m.c</math>, puesto que <math>y = \underbrace{\frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \dots + \frac{1}{n}}_{m - veces}.x = \frac{m}{n}x</math>.</p> <p>Donde <math>m</math> representa el número de veces que debe ser sumado <math>\frac{1}{n}</math>.</p> <p>También Obando et al. (2013) Mencionan que el “transformador” es una de las funciones<sup>3</sup> que cumple la razón, en tanto que, dadas dos cantidades (una cantidad inicial y una cantidad final) que sean heterogéneas; se puede establecer entonces que “la razón es un transformador que aplicado sobre una de las cantidades, la transforma en la otra con la que se correlaciona.</p> <p>La razón como transformador es de especial interés en el caso de la comparación entre familias de cantidades que se correlacionan linealmente, en donde la razón es un transformador lineal que aplicado sobre cualquier cantidad de una de las familias produce la cantidad correspondiente en la otra familia de cantidades” (p. 982).</p>
Tecnología	

<sup>3</sup> las cuatro funciones que cumple la razón están dadas por la razón como relator, la razón como operador, la razón como correlador finalmente la razón como transformador; esas funciones dependen de la situación dada, pues la función de la razón cambia continuamente según el tipo de problemas que se vayan presentando en la situación.

---

## Teoría

Una razón es entendida también como vector binario, estos pueden ser definidos y representados como pares ordenados o coordenadas de un plano cartesiano, lo cual posibilita una aproximación al concepto de función lineal especialmente. De esta forma, la razón se hace necesaria al momento de abordar el concepto de función; a continuación se presenta de forma detallada la caracterización semántica que proporciona Ohlsson (1988); respecto al constructo de los vectores binarios.

En este constructo el símbolo  $\frac{x}{y}$  ya no es tratado como un cociente, sino como una pareja ordenada (vectores binarios), dado que, las reglas de operación en este constructo son diferentes a la de los cocientes.

Significados Aplicacionales (SA): los significados aplicacionales para este constructo están dados por; Razones, Proporciones, Ratas y Cantidadades intensivas.

- Razón: es la comparación cuantitativa entre dos cantidades (cantidad  $A$  con respecto a una cantidad  $B$  tomada como referencia).

- el valor de la razón representa cuantas unidades de  $A$  hay por cada unidad en  $B$ .

- Rata: es un caso especial de razón, en que es expresada la variación de una cantidad como función del tiempo. Aunque inicialmente Ohlsson restringe este significado aplicacional a la variación con respecto al tiempo, no debería ser así, pues este debe ser extendido al caso más general de las razones de cambio de una cantidad con respecto a otra; (la variación con respecto al tiempo solo debería ser un caso particular de Rata), de esta manera, se podrían incluir diversos tipos de problemas cotidianos de gran interés para la solución de situaciones prácticas.

- Proporción: es una igualdad entre dos razones.

- Cantidadades Intensivas: estas son un caso especial de razones en las cuales el resultado de la comparación es una nueva entidad con significado físico propio.

Los argumentos de la expresión  $\frac{x}{y}$  representan:

- $(x)$ , es la primera cantidad.
- $(y)$ , es la segunda cantidad.
- El valor de la razón se refiere al valor numérico de la comparación.
- Una razón también puede ser entendida como “un par ordenado de cantidades de magnitudes” donde cada una de esas cantidades están expresadas mediante un número real y una unidad de medida; esta salvedad permite establecer diferencias existentes entre la notación fraccional y la notación utilizada para las razones, pues el hecho de que en las razones se aluda a cantidades de magnitudes medibles posibilita que se realicen comparaciones entre objetos heterogéneos, o sea, objetos que se miden con unidades diferentes.

También es posible dar cuenta de la base unívoca que permite determinar la reciprocidad de una razón a la otra, de la siguiente manera:

- Dados dos sistemas de cantidades  $A_1$  y  $A_2$  (no necesariamente distintas), y dadas dos cantidades  $x \in A_1$  y  $y \in A_2$ . Entre dichas cantidades se pueden definir dos razones, “la razón de  $x$  a  $y$ ”, y “la razón de  $y$  a  $x$ ”; de esta manera, una razón es reciproca de la otra, “si la razón de  $x$  a  $y$  es  $\alpha$ ”, entonces “la razón de  $y$  a  $x$  es  $\alpha^{-1}$ ” Obando et al. (2013).
-

- 
- La relación de equivalencia está dada sobre un conjunto  $A$  que posibilita la relación<sup>4</sup>  $R$  entre  $x$  e  $y$ , de la siguiente manera:  
Reflexiva.  $\forall x \in A; x R x$ ; Así mismo  $\forall y \in A; y Ry$ .  
Simétrica.  $\forall x, y \in A; x Ry \Leftrightarrow y Rx$   
Transitiva.  $\forall x, y, z \in A; (x Ry) \wedge (y Rz) \Rightarrow (x Rz)$ .
- 

## Obra didáctica

### *Reconstrucción de la obra didáctica*

La reconstrucción de la OD está concebida desde el abordaje de las dos tareas propuestas en la OM. En la presente se esbozan las posibles dificultades, obstáculos y errores que pueden ser presentados al momento de abordar las nociones de razón y proporción en el grado séptimo de la educación básica además de presentar los sistemas de representación y los diversos fenómenos en los cuales puede hacerse uso de las nociones ya mencionadas.

#### *Tarea I (Reconstrucción OD).*

**Tabla 2. Reconstrucción de la Obra Didáctica: Tarea 1.**

---

Tarea	Aspectos didácticos	Dificultades	Técnica I
	<b>Tarea I: Comparación entre dos magnitudes; una tomada como referencia de la otra.</b>		
		<b>Caso I</b> -Al dejar de lado las unidades de medida, se conduce a resultados numéricos, lo cual no posibilita la construcción del significado de razón en una situación específica. Al momento de Comparar	<b>Caso II</b> -El tratamiento de la razón se da a través de cociente indicado, se tiene que tal tratamiento solamente posibilitará el manejo de razones homogéneas de tal forma que aquel tratamiento se incline más por el campo de trabajo numérico (no dando lugar al trabajo de la razón)

---

<sup>4</sup> La expresión " $xRy$ " se lee  $x$  está relacionado con  $y$ .

magnitudes. “Para parejas de magnitudes homogéneas aparece el proceso general de comparación para establecer cuándo una excede, es igual o resulta inferior que la otra. A través de estas comparaciones se deduce cuándo una magnitud es igual, desigual, mayor o menor que otra” (Guacaneme, 2012).

que por el campo de trabajo con magnitudes.

-Al no hacer una distinción entre fracción y razón, dejando de lado que las razones se refieren a cantidades de magnitudes medibles y no solamente a “cualquier par ordenado de números enteros cuya segunda componente es distinta de cero”.

-Al requerir el manejo y tratamiento entre magnitudes que no necesariamente son distintas, sin embargo, la segunda componente de la razón puede ser cero, sin tomar en cuenta la diferencia sustancial entre las razones y las fracciones; las primeras aluden a que la segunda componente no necesariamente debe ser diferente de cero cuando en el tratamiento de las fracciones la segunda componente debe ser diferente de cero<sup>5</sup>.

-Cuando el estudiante no concibe que un mismo número admite múltiples representaciones. De esta forma, debería ser natural que reconozcan que  $0,75$ ;  $\frac{75}{100}$ ;  $75\%$ ;  $\frac{3}{4}$ ;  $\frac{6}{8}$ ;  $\frac{9}{12}$  son distintas representaciones de un mismo número.

## Obstáculos

### Epistemológico

- Cuando se pretende recordar el algoritmo de transformación de expresiones decimales a fracciones, de tal forma que se intente recurrir a una “regla algorítmica” más entre las que anteriormente manejaba.
- Dado que no existe una comprensión conceptual que oriente y sirva de ayuda, las “reparaciones” suelen contener pasos incoherentes con la estructura matemática y, por tanto, provocan errores.
- Cuando el estudiante no sabe o por lo menos no es consciente de la magnitud presente al momento de utilizar y representar magnitudes, sean compuestas o simples en la utilización de los números racionales.

---

<sup>5</sup>A través de un ejemplo propuesto por (Juan D. Godino; Carmen Batanero, 2002) es posible evidenciar lo mencionado; “En una bolsa de caramelos la razón de caramelos verdes a rojos puede ser 10:5, pero también se puede decir que puede ser 10:0, si es que todos son verdes (no se trata de hacer ninguna división por 0).” ejemplo en que es evidente que la segunda componente no necesariamente es distinta de cero.

- 
- Cuando se involucran magnitudes que requieren ser comparadas, pero la segunda cantidad puede ser cero, de esta manera, no abordará la situación adecuadamente.

### **Didáctico**

- La enseñanza de la fracción como razón, solamente desde el punto de vista aritmético, mas no geométrico (no da lugar al tratamiento de razones con magnitudes heterogéneas, sino solamente homogéneas, es decir que hagan alusión a un mismo sistema de cantidades).
- Cuando no se presentan situaciones que posibiliten las diversas representaciones del número racional como razón.
- Cuando solamente se presentan situaciones que respectan al manejo y tratamiento de la razón como cociente (fracción), sin dar la posibilidad de manejar una notación que exija una segunda componente que sea necesariamente cero.

### **Errores**

- Cuando el estudiante pretende pasar de un sistema de representación a otro, y este no ha experimentado una comprensión conceptual adecuada, por ende significativa, se producen errores como la manifestación de obstáculos epistemológicos (estos según Brousseau, (1976) están asociados al conocimiento matemático y a la constitución de los objetos matemáticos). Un ejemplo de ello es cuando se pretende pasar del sistema de representación decimal al sistema de representación como fracción:

$$0,\hat{5} = \frac{1}{2}$$

La representación anterior da cuenta del error manifestado a partir de una aplicación no apropiada de un conocimiento anteriormente alcanzado, el cual hace referencia a la fracción generatriz de un número decimal finito. De esta manera, el estudiante debería proceder de la siguiente manera;

$$\begin{aligned}x &= 0,\hat{5} \\10x &= 0,\hat{5} * 10 \\10x &= 5,5555 \\10x - x &= 5,5555 - 0,5555 \\&\quad 4,99995 \\x &= \frac{4,99995}{9}\end{aligned}$$

- Es manifestado el error cuando se procede de manera similar a la forma en que se operan las fracciones, pues aunque en todos los casos la notación fraccionaria no es ajena a la comparación entre cantidades, esta si difiere en algunos casos, por ejemplo:  
3 bombones por 645 pesos, en este caso no es posible relacionar a

través de la fracción la comparación entre estas magnitudes. Sin embargo la razón si posibilita la comparación entre estas dos magnitudes.

### *3 bombones/645 pesos*

- Cuando al estudiante se le presentan solamente razones que dan cuenta de una relación aritmética entre cantidades (razones homogéneas), se ilustra a través del siguiente ejemplo:

Un automóvil recorre *160km* por cada *5 galones* de gasolina.  
¿Cuál es el rendimiento del automóvil por galón de gasolina?

- Solución:

Si llamamos rendimiento del móvil a la razón entre los kilómetros recorridos y los galones consumidos, este se puede expresar de la siguiente manera:

$$r = \frac{160\text{km}}{5\text{gal}} = 32\text{km/gal}, \text{ luego el rendimiento del móvil es } 32\text{km por galón de gasolina.}$$

Aunque en este ejemplo no se da lugar a un error manifiesto en el procedimiento, si se logra observar la falta de significado para las razones desde el campo geométrico, pues estas se inclinan más hacia la noción de cociente entre dos números que a la comparación entre dos magnitudes.

## Sistemas de representación

### Representación semiótica de las diversas formas de expresar un número racional como razón.

- El número racional como razón puede ser representado a través de par ordenado, la comparación entre cantidades, la fracción, la expresión decimal, la fracción decimal, el porcentaje, como relación de equivalencia, también a través de esquemas gráficos por ejemplo:
- Como par ordenado: (1,2)
- Comparación entre cantidades: (1: 2); (uno es a dos)
- Como fracción:  $\frac{1}{2}$
- Como expresión decimal: 0,5
- Como fracción decimal:  $\frac{50}{100}$
- Como porcentaje: 50%
- Como equivalencia:  $\frac{1}{2}; \frac{2}{4}; \frac{4}{8}; \dots; \frac{50}{100}$
- Como esquema gráfico:



El símbolo  $\frac{x}{y}$  que representa la razón entre cantidades de magnitud distintas, no debería ser utilizado como un cociente, sino como una pareja ordenada  $(x, y)$  o vector binario, dado que, las reglas de operación en este constructo son diferentes a la de los cocientes.

---

La relación  $x$  a  $y$ , puede expresarse como:

$(x : y)$  Comparación entre  $x$  e  $y$ .

$f: x \rightarrow y$  Correspondencia de  $x$  a  $y$ .

$\frac{x}{y}$  Cociente entre las cantidades  $x, y$  de magnitud distinta.

### Porcentajes

- El porcentaje puede considerarse como un caso particular de la fracción como razón, es decir, que puede ser comprendido como una regla de correspondencia "*n de cada 100*" y como una relación de comparación entre conjuntos estableciendo subconjuntos de cien partes.

### Probabilidad

- La probabilidad puede ser comprendida a partir del planteamiento de una escritura fraccionaria donde se compara el número de casos favorables del evento, con respecto al número de casos posibles.
- La fenomenología hace referencia a lo que Freudenthal (1983) menciona como las diversas situaciones y modelos en los cuales se presenta el objeto matemático en la vida cotidiana. En este caso se hace referencia a lo siguiente:

- La comparación de medidas en situaciones y contextos específicos.
  - Cuando se requiere dar cuenta de un porcentaje (regla de correspondencia "*n de cada 100*").
  - Análisis poblacional.
  - Análisis estadístico.
  - Estudio de la probabilidad.
  - Comparación entre sistemas de cantidades (sean edades, precios, etc.).
  - Comparación entre precios y artículos a comprar.
  - En el estudio y determinación de las de cantidades intensivas.
  - La función como relación o índice de comparación.
- 

### Fenómeno

- La fenomenología hace referencia a lo que Freudenthal (1983) menciona como las diversas situaciones y modelos en los cuales se presenta el objeto matemático en la vida cotidiana. En este caso se hace referencia a lo siguiente:

### Tarea II (Reconstrucción OD).

Tabla 3. Reconstrucción de la Obra Didáctica: Tarea II.

---

### Tarea II: Relaciona dos razones, es decir cuatro cantidades, dando lugar a una proporción entre dos razones.

---

### Dificultades

- Cuando el estudiante no visualiza que la expresión  $\frac{x}{x_1} = \frac{y}{y_1}$  representa fracciones equivalentes; tiende a realizar un tratamiento inadecuado de las magnitudes asociadas en la expresión.
  - Cuando se requiere relacionar cuatro cantidades como comparación entre
-

---

cantidades de magnitud (razón), sin conocer la relación existente entre las razones y proporciones como comparación entre cuatro cantidades de magnitud (razones).

- Desconoce las nociones de medida relativa y equimultiplicidad como esenciales en el proceso de comprensión de la razón y de la proporción, las cuales posibilitan la objetivación de la razón a través de la clase de equivalencia de todas las parejas de cantidad que están en la misma razón.

### **Obstáculos**

-Al realizar el tratamiento de las proporciones de la misma forma en que es realizado el tratamiento de las razones, de esta forma, solamente involucrará dos cantidades en el proceso dejando aisladas las cantidades que se refieren a una proporción.

-El tránsito de las proporciones formadas por razones entre cantidades del mismo sistema a las proporciones formadas por razones entre cantidades de dos sistemas, se aborda sin tener en cuenta el salto cognitivo que demanda.

### **Errores**

-Cuando el tratamiento de cuatro cantidades (dos razones) no posibilita el adecuado manejo de las razones entre sí.

Ejemplo: dadas las razones  $(a : b)$  y  $(c : d)$ , es posible determinar la proporción  $a : b :: c : d$ .

-Cuando en el tratamiento de las cuatro cantidades se da lugar a un mal manejo de la expresión  $\frac{x}{x_I} = \frac{y}{y_I}$ , entonces se pretende operar las magnitudes como un producto entre fracciones de la siguiente manera:  $\frac{x}{x_I} \rightarrow \frac{y}{y_I}$ ; dando lugar a la manifestación de un error, pues en este caso no se debe operar estas magnitudes de la forma en que se opera el producto entre fracciones.

### **Sistemas de representación**

-La regla de tres: se aplica a la resolución de problemas de proporción en los cuales se conocen tres de los cuatro datos que componen las proporciones y se requiere calcular el cuarto.

-A través de relaciones de equivalencia entre razones.

### **Fenomenología**

- Manejo de magnitudes.

- Conversión de magnitudes y de medidas.

- Análisis gráfico de las proporciones en el control estadístico de los procesos.

---

Es preciso mencionar que la pertinencia de las Obras presentadas anteriormente radica en las valiosas herramientas pedagógicas y didácticas que estas ofrecen al docente al momento de abordar las nociones matemáticas de razón y de proporción en secundaria (especialmente en séptimo grado), pues en estas Obras se presentan aspectos que conciernen al proceso de

enseñanza y al proceso de aprendizaje que se precisan para el estudiante en su conocimiento y estudio matemático.

Más, es necesario sentar las bases de estas obras *OM* y *OD* sobre los aspectos matemáticos que respectan al número racional, ya que las razones como parte de este conjunto numérico ya han sido esbozadas en las Obras presentadas anteriormente.

### **Perspectiva matemática (el número racional como razón)**

El número racional (en adelante  $\mathbb{Q}$ ) consta de diversos constructos los cuales posibilitan su interpretación y precisan su adecuada representación. Con respecto a este aspecto han sido abordadas las nociones de razón y proporción ya que los estándares básicos de competencias en matemáticas lo sugieren para el aprendizaje y enseñanza de los estudiantes en el grado séptimo, además porque es necesario que a estos se les posibilite el dominio de aquellas nociones (razón y proporción), puesto que dentro de sus prácticas culturales (trabajo comunitario) se utiliza constantemente para la subdivisión y distribución de terrenos, así también para la siembra y cosechas de sus cultivos.

Es por ello que en la enseñanza de  $\mathbb{Q}$  se hace necesario comprender las diversas formas de dar a conocer el concepto, a lo cual Torres, (2010) le denomina como dimensión pragmática que en un sentido más amplio puede interpretarse como la importancia en el estudio del lenguaje en que se presenta el concepto de numero racional en la escuela, pues corrobora que tales números ( $\mathbb{Q}$ ) son “potentes herramientas conceptuales para otras disciplinas”. Este aspecto implica un arduo pero satisfactorio trabajo, en tanto que el conocimiento impartido será aplicable y repercutirá en la vida del estudiante de acuerdo a sus necesidades disciplinarias.

Además, asegura que con el conocimiento de  $\mathbb{Q}$  basta para que el estudiante se desempeñe con propiedad en medio del mundo que le rodea. Por tal razón, es de suma importancia la comprensión y manejo de  $\mathbb{Q}$ , pues proporcionará al individuo una mejor manera de entender las situaciones y fenómenos que se suscitan en su entorno social y cultural.

Ahora bien,  $\mathbb{Q}$  está ligado a una red conceptual de gran complejidad dentro de la cual confluyen nociones (división, partición, acortamientos, relación parte-todo, medidas fraccionarias, razones, proporciones, entre otras), que a través de su debido tratamiento didáctico y al adecuado diseño de situaciones posibilitarán el tratamiento y manejo de los distintos aspectos que comprenden el concepto.

Seguidamente se presentará una caracterización semántica basada en la caracterización realizada por Ohlsson (1988), en la cual se sustenta que no es suficiente conocer la estructura matemática del concepto matemático, pues también es necesario conocer las distintas interpretaciones que se deben tener en cuenta para abordar la enseñanza de  $\mathbb{Q}$ .

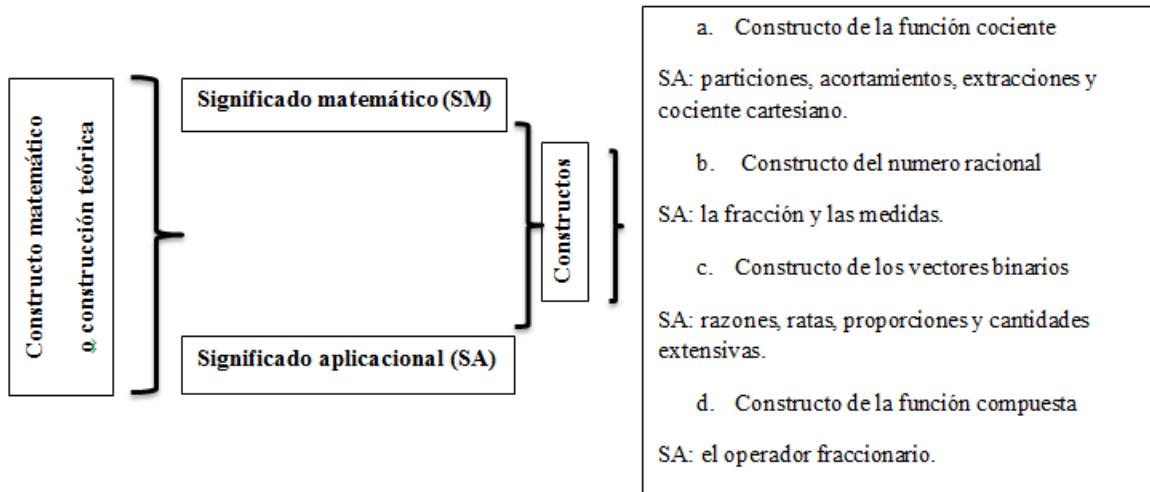


Figura 2. Caracterización semántica del constructo matemático, basada en Ohlsson (1988).

“Una completa comprensión del número racional depende tanto de la comprensión de cada constructo por separado como de la integración entre ellos mismos” (Ohlsson, 1988. p 96)

Por lo anterior, es necesario describir cada uno de los constructos ya mencionados, para finalmente centrarse en el constructo de mayor interés para la investigación (constructo de los vectores binarios).

Para mayor comprensión del lector, se describen con antelación algunos conceptos presentes en la descripción y posterior explicación de la *figura 2*.

Constructo matemático, según Ohlsson (1988); “es una entidad conceptual (en este caso matemática) que está compuesta no solo de un conjunto de definiciones, axiomas y teoremas (teoría matemática) sino que también incluye todas aquellas situaciones problema y sistemas simbólicos que estén relacionados con dicha teoría”

Significado matemático (SM): es la teoría, axiomas y teoremas de la entidad matemática que se presente.

Significado aplicacional (SA): son todas aquellas relaciones que se establecen desde el constructo matemático hacia la situación del mundo real (referencia), situaciones que están determinadas por un *lenguaje natural conceptual*, que hace parte de la descripción de situaciones del mundo real en términos de un constructo matemático (sentido).

### **Los constructos del concepto de número racional.**

#### ***Constructo de la función cociente.***

SM: El símbolo  $\frac{x}{y}$  representa un cociente con resultado entero, es preciso mencionar que las propiedades de este cociente son isomorfas con las propiedades de la función cociente.

SA: Particiones, extracciones, acortamientos y cociente cartesiano.

Particiones: en esta, la expresión  $\frac{x}{y} = c$ , representan;

- $x$ , representa una cantidad (la cantidad que debe ser partida).
- $y$ , representa un parámetro (número de partes iguales en que la cantidad debe ser partida).
- $c$ , el valor de la función cociente, éste representa el tamaño de cada parte.

Extracciones: en este caso, la expresión  $\frac{x}{y} = e$ , representa:

- $x$ , representa la cantidad de la cual se realiza la extracción.
- $y$ , refiere la cantidad que será extraída una determinada cantidad de veces de  $x$ .
- $e$ , indica cuantas veces se extrajo  $y$  de  $x$ .

Acortamientos: la expresión  $\frac{x}{y} = r$ , en este caso representa:

- $x$ , indica la cantidad sobre la cual se hará el acortamiento.
- $y$ , representa un parámetro, éste indica el factor de reducción de la cantidad  $x$ .
- $r$ , indica la cantidad  $x$  después de haber sido transformada.

Cociente cartesiano: en este caso, tanto  $x$  como  $y$  y el resultado del cociente entre ambos representan cantidades.

### ***Constructo del número racional.***

SM: cuando el símbolo  $\frac{x}{y}$  no tiene como resultado un numero entero, se constituye el constructo del número racional, y tiene sus aplicaciones en fracciones (relación parte-todo), medida (fraccional), cociente, recta numérica y fracción decimal.

SA: todos los significados aplicacionales para este constructo gozan de las siguientes cuestiones;

- Hay una cantidad ( $A$ ) que debe ser cuantificada con relación a otra cantidad tomada como referencia ( $B$ ).
- Para establecer la cuantificación es necesaria la definición de una tercera cantidad ( $s$ ) que esté un numero entero de veces en  $A(m)$  y un número de veces en  $B(n)$ . (aunque en ocasiones  $s$  puede ser igual a  $A$  o  $B$ ).

Aunque son cinco las cantidades ( $A, B, s, m, n$ ) involucradas en el proceso, solamente aparecen dos en la expresión numérica para la fracción.

En este caso, la significación aplicacional depende de lo que se represente:

- En la relación Parte-Todo,  $s$  es una cantidad cualquiera.
- En la medida fraccional,  $s$  es un submúltiplo de una unidad patrón determinada.
- En la recta numérica,  $s$  es cualquier cantidad en función de la longitud del segmento unidad.
- En la fracción decimal,  $s$  es  $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \dots, \frac{1}{1000}$ , entre otras de la unidad.

Por consiguiente, los argumentos del símbolo  $\frac{m}{n}$  se interpretan así:

- ( $m$ ), representa la cantidad de partes (de tamaño  $s$ ) que hay en la cantidad a cuantificar (cantidad  $A$ ).
- ( $N$ ), representa la cantidad de partes (de tamaño  $s$ ) que hay en la cantidad que se tiene como referencia (cantidad  $B$ ).

- El valor del símbolo (el numero racional en sí mismo), es la relación cuantitativa de una cantidad a otra.

***Constructo de los vectores binarios.***

En este constructo el símbolo  $\frac{x}{y}$  ya no es tratado como un cociente, sino como una pareja ordenada (vectores binarios), dado que, las reglas de operación en este constructo son diferentes a la de los cocientes, los SA para este constructo están dados por; Razones, Proporciones, Ratas y Cantidad intensivas; tal y como se han definido en la obra matemática.

***Constructo de la función compuesta.***

El SM para este constructo resulta de la composición de funciones, puesto que para una función dada; tanto el numerador como el denominador denotan una operación (función) que debe realizarse. Según Vasco (1994) el numerador denota un agrandamiento y el denominador un achicamiento a los cuales denomina metafóricamente como monstruos que agrandan o achican; entre tanto, el resultado del vínculo entre ambos operadores es una composición de funciones.

SA: este constructo cuenta con el operador fraccionario como único significado aplicacional dado que, sus reglas de operación son isomorfas con las de la función compuesta.

Desde esta perspectiva, los argumentos del símbolo  $\frac{x}{y}$  representan:

- ( $x$ ), es un incremento en la cantidad sobre la cual se aplica el operador.
- ( $y$ ), es un decremento en la cantidad sobre la cual se aplica el operador.

El argumento del operador o la entrada al operador, es la cantidad sobre la cual se aplicará el operador un instante antes de que el proceso ocurra.

- El valor de la cantidad de salida del operador es la cantidad sobre la cual se aplicó el operador un instante después de que el proceso ocurre.

### **Perspectiva etnomatemática**

En este apartado se han tomado en cuenta referentes teóricos que han realizado importantes aportes a la educación matemática desde las prácticas sociales y culturales de una comunidad en particular, haciendo énfasis primeramente en la importancia de la etnomatemática y la etnoeducación especialmente en las comunidades indígenas.

Un aporte significativo en etnomatemática según Blanco (2008) es el realizado por D'Ambrosio, quien subdivide el término (etnomatemática) en tres raíces, respectivamente *etno*, *mathema* y *thica*, las cuales se definen de la siguiente manera:

*Etno*: la raíz que comprende los diversos ambientes sociales, culturales y naturales.

*Mathema*: forma de explicar, entender, enseñar y manejar aspectos necesarios para comprender la realidad.

*Thica*: ligado a la raíz griega *tecnī* que es artes, técnicas y maneras.

De esta forma, es posible hacer una aproximación a la definición de la etnomatemática, como las artes, técnicas y maneras que permiten explicar, entender, y lidiar con el ambiente social, cultural y natural del individuo, de tal forma que la observación de las prácticas en grupos culturales diferenciados permita analizar qué hacen, para qué lo que hacen, cómo lo hacen y por qué lo hacen; y a partir de tal análisis sea posible el enriquecimiento de la práctica matemática desde las mismas prácticas culturales previamente analizadas.

Por consiguiente, es necesario que se realice una relación entre las matemáticas que se enseñan en la escuela y las matemáticas que se suscitan fuera del entorno escolar, debido a que la enseñanza de las matemáticas en la escuela desde su nueva visión, según el MEN (2006), que respalda la necesidad de redireccionar la enseñanza de las matemáticas como una nueva visión, en tanto que, posibilite un acercamiento a las costumbres de una comunidad en particular, y brinde respuestas a sus necesidades por medio de una educación acorde a sus exigencias culturales y sociales. Es decir, debe permitir al estudiante una comprensión razonada y significativa de la realidad más próxima a él, de tal forma que se favorezca en ellos el *Mathema*, para que así logren comprender y apropiarse de su *Etno*, en tanto que, en el entorno didáctico que se teje entre profesor, estudiante y saber; sea posible asociar lo que en la escuela se enseña, con lo que en el entorno cultural se vive.

Ahora pues, la relación existente entre la Educación Matemática y la Etnomatemática se debe a que estas están estrechamente ligadas debido a que “uno de los escenarios de aprendizaje de los estudiantes es sociocultural” (Aroca, 2013, pág. 111), por ende, las actividades que ellos llevan a cabo ligan su realidad con el conocimiento matemático; en efecto, hacen, piensan y comunican, conforme a la cultura dentro de la cual se desenvuelven; lo cual corresponde según Aroca (2013) a las tres categorías (pensar, hacer y comunicar), que constituyen las realidades etnomatemáticas de estudio del Programa de Investigación en Etnomatemáticas, y se describen a continuación:

- Pensar: capacidad que tiene el individuo de razonar, lidiar, manejar y comprender su realidad.
- Hacer: son las artes, técnicas, estilos maneras y herramientas que posibilitan el desarrollo de sus actividades cotidianas.

- Comunicar: son las explicaciones, sean estas verbales, visuales, por sonidos, gestuales, o empleando lo tangible, sentimental, lo gustativo o los olores – buenos, neutros o malos.

Dada la especificidad de las categorías ya mencionadas, y su relación con la Educación Matemática, es necesario tomar en consideración la necesidad de abordar la clase de matemáticas de forma especial, lo que genera un tratamiento distintivo de los objetos matemáticos de estudio, pues la etnomatemática posibilitará que éste (el objeto matemático) sea visibilizado a partir de la realidad<sup>6</sup> misma, lo que viabiliza la existencia de los objetos etnomatemáticos y facilita en cierta medida la vinculación entre el conocimiento matemático y los conocimientos comunitarios que el estudiante ya posee. (Blanco, 2008; Aroca, 2013).

Un contraste diferente se deja ver en el tratamiento del objeto matemático en matemáticas, que requiere de un proceso de formalización simbólico e insensible lo cual conlleva a su relegada separación del mundo sensible (Aroca, 2013). Siendo esta característica contraria al manejo del objeto etnomatemático, pues es necesario que se tengan en cuenta las tres categorías ya mencionadas para que sea posible pensar en el objeto matemático desde un punto de vista etnomatemático, lo que otorga un determinado significado para el estudiante que se enfrente al conocimiento matemático requerido.

## **Marco contextual**

### **La comunidad indígena Nasa; un panorama general.**

---

<sup>6</sup> White (1994) hace referencia a la realidad matemática, y menciona que no puede establecerse apartada de la mente humana, también hace alusión a que toda persona nace en un mundo que tiene una realidad ya construida por lo tanto, la mente descubrirá y aprenderá de aquella realidad, pero también tendrá la posibilidad de transformarla o recrearla.

En correlación con lo que diversos investigadores proponen con respecto a la educación en comunidades con rasgos y características bien diferenciadas, se ha tomado en consideración la comunidad indígena nasa de una de las regiones en el norte del departamento del Cauca en el municipio de Santander de Quilichao, específicamente, el Resguardo indígena de Canoas, como uno de los territorios indígenas más influyentes en torno a la lucha y resistencia con respecto a su territorio. Aquel resguardo se encuentra ubicado a aproximadamente a 12 km del casco urbano del municipio ya mencionado, y cuenta con una población de 9203 habitantes<sup>7</sup> de los cuales, el 85% son indígenas, el 10% son mestizos y un 5% son afrocolombianos y campesinos.

Tanto en la región mencionada como en la mayoría de los asentamientos indígenas y campesinos, la actividad económica depende de las actividades agrícolas y agropecuarias, pues dada la facilidad y viabilidad en el manejo de tierras es posible desempeñar aquellas labores en pro del desarrollo de la comunidad.

En el resguardo de Canoas se han instaurado dos instituciones que cuentan con el énfasis agropecuario en aras de dar respuesta a una de las necesidades más latentes de la región (el desarrollo productivo, económico y cultural), en tanto que se logre involucrar a los jóvenes en las actividades más próximas a su realidad y proveerles así una fuente de trabajo y aprendizaje a la vez, pues se posibilita en el joven estudiante técnicas y maneras de desempeñar sus prácticas de forma ecuánime y direccionada.

***La etnomatemática desde la perspectiva de trabajo comunitario.***

---

<sup>7</sup> Esta estadística poblacional fue tomada de los datos de natalidad que habían hasta noviembre de 2015.

La Institución Técnico Agropecuaria e Industrial Juan Tama (en adelante ITAI Juan Tama), surge como respuesta a la necesidad educativa de los jóvenes indígenas y campesinos del resguardo indígena de Canoas y comunidades campesinas aledañas.

Dicha institución se constituye en la década de los 90's, más exactamente en 1990; desde entonces se ha implementado la dignidad del trabajo como práctica institucional de trabajo comunitario, en la cual, los sujetos involucrados en el proceso educativo transforman responsablemente su entorno, dándole sentido a sus vidas a través de dicha práctica (Tama, 2001); pues según el PEC de aquella Institución, el trabajo debe ser una práctica integral en la cual convergen la inteligencia, la mano, el corazón y la bondad; en este sentido, el trabajo es asumido como una actividad alegre, voluntariosa y responsable en la que cada uno deja en la obra realizada parte de su ser.

La práctica institucional ha sido desarrollada a través de los años como arraigo cultural por parte de todos los involucrados en el proceso educativo. Ésta, da cuenta de la utilización, manejo y cuidado de la tierra como aspecto que puede ser tenido en cuenta, en una posible mediación significativa que posibilite la enseñanza del concepto matemático en cuestión, pues la manipulación de la tierra probablemente le facilitará al estudiante el manejo de proporciones, medidas y conceptos matemáticos, los cuales tendrán sentido para él, en tanto que, se relacionan directamente con dicha práctica institucional, de tal forma que, el proceso de enseñanza sea “verdaderamente funcional” Según el PEC del ITAI Juan Tama (2001), la matemática debe ser enseñada a través de situaciones verdaderamente funcionales y prácticas, que le permitan al estudiante apropiarse del conocimiento y aplicarlo así en las situaciones que le presenta la vida diaria y el vivir comunitario (Tama, 2001, p.37).

Además de la funcionalidad que ofrece aquella práctica, está la importancia y significado cultural que tiene la tierra para los pueblos Indígenas Nasa, pues esta constituye una base espiritual y material complementaria, como:

Espacio que liga numerosas generaciones con los antepasados, donde se origina su propia historia ligada a la identidad. La tierra es considerada como pariente que da origen a la vida; además, es espacio madre a quien, se debe cuidar, proteger conservar como vital para las generaciones venideras. (Bustos, 2016, pág. 1).

De este modo, se considera que el territorio vincula al indígena con el pasado y también con el futuro, otorgándole sentido de unión y de supervivencia en un proceso encadenado de arraigo, identidad y pertenencia. En efecto, la tierra es la base de la reproducción cultural, es aquella condición integrante de un pueblo que se relaciona directamente con ella como medio de sustento (en la que se caza, recolecta, cultiva, se crían los animales y se dispone de los recursos naturales como el agua, maderas, además de ríos y caminos para el transporte). (Tama, 2015).

El territorio es la base para la organización social, a partir del cual, se procura el manejo adecuado de los bienes de sus habitantes, como espacio para el “fortalecimiento de la autonomía” (Tama, 2001, pág. 42). La tierra para los indígenas tiene un significado amplio, que comprende no solo la superficie sino los recursos naturales (flora y fauna) que hay en ella, los cuales son generalmente poseídos y utilizados en forma colectiva y comunitaria.

Esta relación tan estrecha con la naturaleza hace que hasta hoy las demandas principales de los indígenas y sus organizaciones tengan que ver con la tierra y con el territorio; partiendo de estos principios y de la forma en que conciben la Madre Tierra (Uma Kiwe en su lengua materna) y se relacionan con ella como un cordón umbilical que une al joven indígena con la tierra (Tama, 2001); el ITAI Juan Tama contiene en su PEC, la Dignidad del Trabajo como uno

de los pilares fundamentales en la formación de la comunidad estudiantil, pues es el espacio en el que se desarrollan prácticas ancestrales y culturales relacionadas con el entorno natural en el que se encuentra ubicada la Institucion.

*La práctica de trabajo comunitario en la comunidad estudiantil.*

Vale la pena resaltar que dentro de las comunidades indígenas, especialmente en el pueblo Nasa, se hace un énfasis especial por implementar en su territorio un Sistema Educativo Indígena Propio (SEIP) que permita “reconocer y garantizar la educación como derecho fundamental y de carácter público” (ACIN A. C., 2013, pág. 8). En forma tal que posibilite la formación de líderes y lideresas comprometidas con sus comunidades y amantes de su territorio.

En procura de implementar tal Sistema Educativo, se propone a los educandos algunas prácticas propias de la comunidad en cuestión, entre aquellas actividades se tiene en cuenta la práctica de trabajo comunitario que se realiza especialmente en el ITAI Juan Tama tres veces por semana (días martes, miércoles, jueves)<sup>8</sup>.

Aquella práctica institucional denominada como trabajo comunitario o dignificación del trabajo, es realizada por todos los docentes y estudiantes de la Institucion, en espacios y horarios establecidos para llevar a cabo los trabajos u oficios que requiera la institución; entre tanto, se delegan frentes de trabajo<sup>9</sup> que serán administrados por un docente que tendrá un número

---

<sup>8</sup>Los días lunes y viernes no se realiza la práctica, puesto que en aquellos días, los horarios de entrada y salida de los estudiantes respectivamente es 8:30 am y 12:00m; por ende, los tiempos y espacios establecidos no favorece la realización de la práctica de trabajo comunitario.

<sup>9</sup> Espacio (lote) en el cual se trabaja bajo la supervisión de un docente encargado del lugar y de un grupo de estudiantes designados para una labor en especial.

determinado de estudiantes para realizar la labor asignada, por un espacio de tiempo de tres meses<sup>10</sup>.

A través de la práctica se intenta hacer mantenimiento y conservar espacio en los cuales se cultivan los alimentos que abastecen primeramente a la Institucion, y en segunda medida a la comunidad. De esta manera, se favorecen las necesidades institucionales y así también las necesidades comunitarias en tanto sea posible.

Esta práctica es apreciada por los estudiantes, pues es un espacio de integración entre pares y docentes, ya que posibilita una relación más estrecha y familiar entre los mismos. Además, es un momento de - liberación académica- según lo menciona un grupo de estudiantes que lleva a cabo el desarrollo de la práctica; es un espacio en el cual se recrean y comparten experiencias entre sí. Aunque para algunos estudiantes es bien visto el desarrollo de la práctica, no se puede negar que otros estudiantes no le consideran de la misma manera, debido al tipo de labor que les corresponda o al docente que haya sido asignado para trabajar en su compañía.

Así pues, el trabajo comunitario puede entenderse como una forma directa y ordenada de trabajar comunitaria y colectivamente donde cada persona trae su aporte, cada persona interviene, pues todos y cada uno de los involucrados en el proceso trabajan y exponen su punto de vista dando lugar a la cooperación y desarrollo comunitario. (ACIN A. C., 2013).

---

<sup>10</sup> cada periodo académico se realiza el cambio del frente de trabajo y de estudiantes a cargo del mismo, en procura de suplir las necesidades existentes en la Institucion, sean alimentarias, higiénicas, culturales, entre otras.

# CAPÍTULO III

## Estructura metodológica

## Metodología

La estrategia metodológica utilizada en la investigación, es un estudio de casos en el que se posibilita el análisis de la realidad socioeducativa tal como lo sustenta Paz (2003), pues a partir de tal estudio es posible precisar la indagación de forma sistemática, comprensiva y detallada acerca de la integración de la práctica de trabajo comunitario para la enseñanza de las nociones de razón y de proporción en los estudiantes de grado séptimo de la comunidad indígena Nasa. A través del estudio detallado de cada uno de los elementos susceptibles de análisis y de las prácticas que se desarrollan en un contexto cultural e institucional específico, es posible obtener conclusiones y relacionar resultados que posibiliten el enriquecimiento de las prácticas educativas desde las concepciones culturales de una comunidad en particular.

Para dar lugar a una descripción más detallada, se ha elaborado una rejilla de análisis en la que se realiza la caracterización de la práctica de trabajo comunitario según las categorías que constituyen las realidades etnomatemáticas y se describe en detalle los arraigos culturales que subyacen a la comunidad indígena respecto a la práctica de trabajo comunitario (*ver anexos 2*). Tal caracterización se llevó a cabo tomando en consideración las apreciaciones<sup>11</sup> de una docente de la institución encargada del área de cultura y lengua propia (nasa yuwe); esta persona hace parte de la comunidad y ha realizado la práctica de trabajo comunitario en el transcurso de los años dentro de su comunidad, también es preciso resaltar que fue estudiante de la Institucion Juan Tama , lo cual indica que realizo esta práctica como estudiante y ahora la realiza también como docente.

---

<sup>11</sup> Las apreciaciones por parte de la docente están condensadas en una de las entrevistas (ver anexos) que fueron realizadas a la docente; también en algunos diálogos subsiguientes realizados entre la investigadora y otros docentes de la institución.

Para dar cuenta del objeto de investigación, se intenta describir el objeto de estudio a través del análisis de los componentes que estructuran la investigación, para lo cual han sido planteadas cuatro fases que permitieron estructurar el desarrollo del trabajo investigativo. Seguidamente se describen cada una de ellas:

- **Fase uno: Análisis de tipo curricular.**

En esta fase se analizaron los aspectos de tipo curricular que direccionan la educación básica en el país, los cuales han sido propuestos por el MEN en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), en los Estándares Básicos de competencias en Matemáticas (2006) y en el Proyecto Educativo Comunitario (PEC) de la Institución Educativa, el cual orienta el proceso educativo en la institución comunitaria y su respectivo plan de área de matemáticas. Tal análisis permite la estructuración de una rejilla de análisis<sup>12</sup> para la caracterización de la práctica de trabajo comunitario que se lleva a cabo en la institución.

- **Fase dos: Reconstrucción de la Obra Matemática (OM) y la Obra Didáctica (OD).**

Esta fase se llevó a cabo tomando en cuenta las nociones matemáticas en cuestión, junto al análisis curricular realizado, y la caracterización de la práctica de trabajo comunitario como referencia cultural. Tales elementos fueron necesarios para la reconstrucción de la Obra Matemática local y su respectiva Obra Didáctica.

- **Tercera fase: Diseño de la secuencia didáctica, socialización al grupo de docentes y validación de la misma.**

---

<sup>12</sup> La rejilla de análisis esta propuesta para la caracterización de la práctica de trabajo comunitario según el PEC de la institución, y las categorías que constituyen las realidades etnomatemáticas.

En esta fase se relacionaron los resultados obtenidos en la caracterización de la práctica comunitaria, la cual fue orientada desde las categorías que constituyen las realidades etnomatemáticas, además se tomó en consideración la OM y su respectiva OD, que posibilitaron el diseño y validación de la propuesta didáctica por parte de los docentes de la institución.

- **Cuarta fase: Síntesis y conclusiones.**

Esta fase estuvo dirigida hacia el análisis de los resultados obtenidos en la validación de la secuencia diseñada, además de la síntesis y conclusiones en torno al desarrollo del trabajo investigativo.

### **Análisis curricular**

Al tomar en consideración la perspectiva metodológica de la TAD, es necesario que el análisis curricular sea dirigido desde las propuestas requeridas por la sociedad de interés, pues esta determinará las praxeologías que permean la enseñanza en la escuela e igualmente dirigen el manejo didáctico en el aula de clase.

Tomando en consideración lo planteado y estimando el interés del trabajo, han sido tenidas en cuenta las propuestas educativas nacionales (MEN 1998, 2006), que respectan a los lineamientos curriculares de matemáticas y a los estándares básicos de competencias en matemáticas; también es tomado en consideración el PEC de la Institución Educativa de interés el cual posibilite un conocimiento más próximo a las prácticas educativas e institucionales allí desarrolladas.

#### ***Lineamientos curriculares.***

Los lineamientos curriculares (1998) además de posibilitar el fortalecimiento de los conocimientos pedagógicos y didácticos en la enseñanza de las matemáticas en la escuela,

encaminan el desarrollo curricular de las instituciones nacionales al dar pautas y considerar aspectos que trascienden la Educación Matemática y reorienten el quehacer matemático en la escuela.

Tomando en consideración las directrices propuestas por el MEN (1998) en torno a la Educación Matemática y la práctica o desarrollo de las matemáticas en el aula de clase, es preciso mencionar que esta es una disciplina en construcción, concebida como concepción de la práctica de enseñanza, pues su existencia está dada por la estructuración de aquellos objetos matemáticos susceptibles de ser creados, diseñados o construidos a través de procesos bien establecidos que posibiliten en el individuo el desarrollo de conocimientos significativos. De esta manera, la Educación Matemática escolar tiene como objetivo desarrollar en el estudiante aquellas competencias que involucren los distintos procesos generales y se potencie el pensamiento lógico-matemático, en tanto que su desarrollo implique la integración de los diversos tipos de pensamiento (pensamiento numérico, pensamiento espacial, pensamiento métrico o de medida, pensamiento aleatorio o probabilístico y el pensamiento variacional).

Entre los propósitos determinados para la realización del presente trabajo, se hace énfasis en la necesidad e importancia del desarrollo del pensamiento numérico especialmente ya que en la actual propuesta se posibilita su desarrollo a través de sistemas numéricos, los cuales viabilizan el análisis e integración del pensamiento numérico en el proceso de enseñanza y con ello los procesos de aprendizaje de las matemáticas.

Desde este punto de vista, y gracias a MEN (1998) es posible caracterizar el desarrollo del pensamiento numérico como;

- El uso adecuado de los números en la utilización de métodos cuantitativos.

- La habilidad e inclinación a usar la comprensión sobre los números y sus operaciones en forma flexible para desarrollar estrategias y hacer juicios matemáticos razonables.

Debido a que el desarrollo del pensamiento matemático en cuestión es gradual, se requiere para tal fin el diseño e implementación de situaciones ricas y significativas para el estudiante, ofreciéndole así la posibilidad de pensar en los números y usarlos en contextos significativos los cuales le permitan al estudiante desarrollar habilidades y destrezas numéricas.

***Estándares básicos de competencias en matemáticas.***

En las propuestas establecidas por el MEN, respectivamente lineamientos curriculares de matemáticas (1998) y estándares básicos de competencias en matemáticas (2006) se presenta la necesidad de plantear los contenidos que se desarrollan en todo el proceso educativo como una coherencia vertical; que logra abarcar los estándares que hacen parte de un pensamiento matemático en especial; estos gradualmente se desarrollan en los diferentes grados de escolaridad de acuerdo a la complejidad conceptual que se requiera. También se presenta la coherencia horizontal que respecta a la relación entre los estándares de un pensamiento matemático en particular con los estándares de otros pensamientos matemáticos.

A continuación se presenta la coherencia tanto vertical como horizontal que estructura el desarrollo de competencias en los estudiantes de grado séptimo respecto al concepto de número racional como conjunto numérico al cual pueden ser atribuidas las nociones de razón y de proporción.

**Tabla 4. Coherencia; tanto vertical, como horizontal en torno al número racional en el ciclo escolar.**

<b>Coherencia Vertical</b>	
<b>Conjunto de grados</b>	<b>Pensamiento numérico y sistemas numéricos</b>
<b>Pensamiento Matemático</b>	
<b>1° a 3°</b>	<p>-Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros).</p> <p>-Describo situaciones de medición utilizando fracciones comunes.</p>
<b>4° a 5°</b>	<p>-Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.</p> <p>-Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas.</p> <p>-Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.</p> <p>-Selecciono unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones.</p>
<b>6° a 7°</b>	<p>-Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.</p> <p>-Reconozco y generalizo propiedades de las relaciones entre números racionales (simétrica, transitiva, etc.) y de las operaciones entre ellos (comutativa, asociativa, etc.) en diferentes contextos.</p>
<b>8° a 9°</b>	<p>-Utilizo números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos.</p>
<b>10° a 11°</b>	<p>-Analizo representaciones decimales de los números reales para diferenciar entre racionales e irracionales.</p> <p>-Comparo y contrasto las propiedades de los números (naturales, enteros, racionales y reales) y las de sus relaciones y operaciones para construir, manejar y utilizar apropiadamente los distintos sistemas numéricos.</p>
	<b>Coherencia horizontal</b>
<b>Pensamiento numérico</b>	<p>-Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.</p>
<b>Pensamiento métrico</b>	<p>-Identifico relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud.</p>

---

<b>Pensamiento espacial</b>	Identifico características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica.
-----------------------------	--

---

El desarrollo del pensamiento numérico implica la integración de los diversos sistemas numéricos de tal forma que le permitan al estudiante aprender de manera significativa el objeto numérico en cuestión, así el desarrollo de tal pensamiento se fundamentará en la integración graduada de los sistemas tanto geométrico, de medidas, de datos, algebraico y analítico como también numérico. (MEN, 1998).

Sin embargo, la Educación Matemática ha dado gran importancia a la utilización y desarrollo de algoritmos y operaciones a lápiz y papel que supuestamente dan lugar al desarrollo del pensamiento numérico, pues se considera que el realizar algoritmos para efectuar cálculos es mayor fuente de enseñanza de los conceptos que fundamentan la disciplina. Pero consideraciones importantes se han realizado con respecto a que los números y sus diferentes representaciones son más útiles que solamente los algoritmos, pues ciertas representaciones posibilitan la resolución de problemas en determinadas situaciones permitiendo así el desarrollo del pensamiento numérico (MEN, 1998).

En cierto sentido, se requieren situaciones que den lugar a la debida resolución de problemas a través de aspectos significativos para el estudiante, en tanto que este pueda abordar el conocimiento matemático en forma adecuada y estructurada dando solución a los problemas que se le planteen a partir de lo que el ya conoce; este es un aspecto que ha de permear la educación en las aulas de clase, de esta forma se posibilitará un acercamiento a aquellos conocimientos que permitan este tipo de aproximación a la realidad. Tomando en consideración las cuestiones ya mencionadas, se ha realizado una secuencia didáctica que posibilite la

movilización de las nociones de razón y proporción en los estudiantes de la institución Juan Tama a través de la práctica de trabajo comunitario.

### **Diseño de la propuesta (trabajando en la huerta del colegio).**

El diseño realizado ha tomado en consideración las condiciones culturales y sociales de los estudiantes del colegio Juan Tama al realizar especialmente la medición requerida para la siembra de hortalizas en la huerta del colegio.

Es preciso mencionar que los estudiantes, debido al medio cultural en el cual se encuentran, hacen uso de métodos, instrumentos y formas de medir no estandarizados; un ejemplo de ello está dado por la manera en que distinguen cual será la distancia entre era<sup>13</sup> y era, con la simple percepción del espacio considerando solo la posibilidad de poder caminar entre las plantas sin ocasionarles daño alguno; además, al momento de realizar las eras tienen en cuenta la longitud del brazo de la persona que estará encargada del mantenimiento de la misma, pues es preciso que la longitud de brazo se aproxime a la longitud del ancho de la era para así facilitar su labor sin maltratar la siembra.

Otros aspectos que deben ser tomados en consideración, son los instrumentos de medida (la vara y la mano) respectivamente, la vara es utilizada para delimitar las medidas del espacio en el cual tendrá lugar la huerta (como terreno en el que se realizará la siembra); debido el interés del trabajo se tomó en consideración una vara convencional<sup>14</sup> que consta de 1m de largo. Tal especificación es necesaria para estandarizar las medidas de la huerta y cada una de sus eras sin apartarse de los usos y costumbres de la comunidad.

<sup>13</sup> Es el término utilizado para designar el lugar en el cual serán sembradas las semillas, de tal forma que en una huerta pueden haber muchas eras; y en un era pueden haber muchos surcos.

<sup>14</sup> La vara se toma para posibilitar el desarrollo del diseño en cuestión, debido a que es menester obtener una medida estándar para tener una precisión al medir sin apartarse de las costumbres de la comunidad estudiantil.

Así también, la mano es un importante instrumento, puesto que facilita la medida en cuartas a la que deben ser ubicadas las semillas para la siembra. Es preciso mencionar que, la medida de las manos de los estudiantes de grado séptimo no tienen una variación significativa, ya que estos niños gozan de una edad y estatura promedio, debida a los rasgos físicos característicos de la comunidad en cuestión.

Alguna de las características de la huerta están dadas por las siguientes medidas respecto a la medición realizada con la vara en cuestión; el largo de la huerta del colegio es trece veces la medida de la vara y el ancho de la misma es diez veces la medida de la vara. Las medidas dadas están sujetas a la medida estándar (la vara ya mencionada), además, se debe tener en cuenta que la exactitud de las medidas dadas está sujeta al promedio entre estas, puesto que los lados de la huerta no son homogéneos.

### **Retroalimentación y formulación de estrategias**

La secuencia diseñada (trabajando en la huerta del colegio) fue presentada al grupo de docentes de la institución Juan Tama, debido a que son éstos quienes conocen la práctica de trabajo comunitario que ha sido el derrotero cultural principal en la investigación. Por tanto, sus apreciaciones y aportes a las situaciones y tareas propuestas, son de especial interés para mejorar y finalmente validar la secuencia antes de que ésta sea implementada.

Para ello, es preciso mencionar también que la retroalimentación fue realizada por los maestros de las áreas de matemáticas, agrícola, economía, administración, biología, salud, música, sociales, química, informática y nasa yuwe (cultura); los cuales hacen parte de la Institucion Juan Tama y la mayoría de ellos pertenecen a la comunidad indígena nasa, por ende, conocen la práctica de trabajo comunitario y a los estudiantes que la practican. En ese orden, este

intercambio de experiencias alrededor de objeto común, dio lugar a la reflexión y análisis de la práctica pedagógica, pues la propuesta de la secuencia en el referente curricular sugiere la importancia de vincular los conocimientos y prácticas culturales, con lo que estipulan los entes educativos nacionales propuestos por el MEN. Finalmente los docentes mencionaron la necesidad de realizar cambios a sus planes de estudio que incluyan dicha vinculación.

Por otra parte, algunos docentes a los cuales fue presentada la secuencia, no fueron objetivos en torno a la aplicación, revisión y análisis de la misma; pues se basaban más en sus gustos personales respecto a las matemáticas indicando que estas realmente no eran de su agrado; aspecto que dio lugar a sugerencias desenfocadas y comentarios poco objetivo.

Sin embargo, otros docentes especialmente del área de matemáticas y de las áreas afines (química, biología, economía, música, agrícolas, salud, administración, cultura) mostraron interés en torno a la revisión de la secuencia dando lugar a sugerencias acertadas, así también a modificaciones concretas a los enunciados así propuestos debido a las condiciones culturales de la comunidad.

En este orden, alguna de las estrategias que resultaron de la retroalimentación realizada con los docentes de la institución, están orientadas hacia la estandarización de las medidas; tanto de la vara, como de la cuarta y el brazo de los estudiantes. Estos indican que la vara debe ser aproximada a 1m de largo; en primer lugar por cuestiones culturales puesto que la vara (como unidad de medida) es el equivalente a esta medida. En segundo lugar, facilita el uso de la vara por parte de los estudiantes.

Otra estrategia en torno a la estandarización de las medidas está dirigida a la medida de la mano de los estudiantes involucrados; pues aunque por cuestiones culturales y por los

rasgos físicos de los integrantes de la comunidad en cuestión, la medida de sus manos puede ser promediada; es necesario tener una referencia ya estandarizada para que al momento de la siembra pueda ser definido un orden “métrico” en la distribución del terreno y la siembra de las semillas.

A los docentes les fue presentado un cuestionario<sup>15</sup> (*ver anexos*) a modo de encuesta en el que se les pedía que dieran cuenta de la claridad, pertinencia y validez de la secuencia didáctica.

A continuación se esbozaran las ideas principales o por lo menos relevantes dentro del proceso de retroalimentación y formulación de estrategias por parte del grupo de docentes de la institución en cuestión, los cuales mencionaron que:

La secuencia es clara para los estudiantes en tanto que estos tengan los conocimientos previos establecidos debidamente por el docente.

1. ¿Qué tan claras o confusas pueden ser las tareas propuestas al estudiante en el ejercicio de la secuencia didáctica? Explique detalladamente.

*Es claro siempre y cuando tengan conocimientos previos establecidos por el docente.*

**Figura 3. Respuesta de un docente de la institución a la aplicación del cuestionario de socialización de estrategias, propuestas y resultados.**

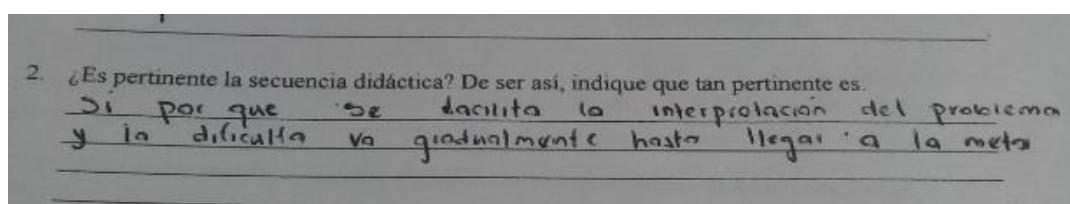
Ya (Robinet 1986 citado por bruno 2003) expone la sentida necesidad de una enseñanza que tome en cuenta los conocimientos previos del estudiante y los ligue así con el nuevo conocimiento, aseverando que la falta de conexión entre cada conocimiento proporciona una desconexión y falta de sentido en el aprendizaje del estudiante. Al tomar en consideración lo

<sup>15</sup> Cuestionario de socialización de estrategias, propuestas y resultados. En este se han consignado seis preguntas dirigidas al docente participantes en la retroalimentación y formulación de estrategias en torno a la revisión y análisis del diseño de la secuencia didáctica propuesta en el presente escrito.

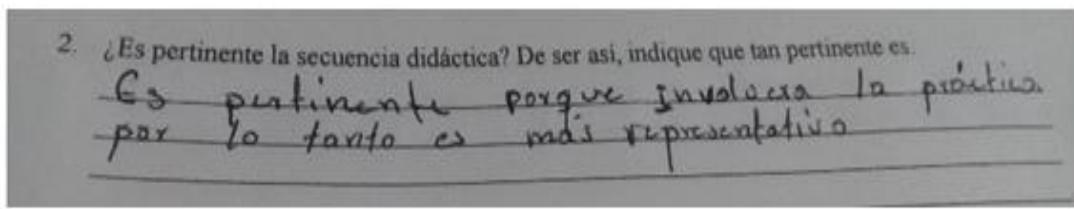
mencionado, es preciso resaltar la importancia que tiene el docente en el proceso de aprendizaje del estudiante; y más que el docente, la integración que este realiza en torno a los conocimientos previos del estudiante con un nuevo conocimiento.

En este sentido, fue pertinente dar a conocer a los docentes la secuencia didáctica realizada para que ellos en calidad de educadores; que conocen la práctica de trabajo comunitario, el entorno cultural en el que se viven los estudiantes, y conocen el ritmo de aprendizaje de los mismos; dieran cuenta de las diversas estrategias didácticas y/o pedagógicas que posibiliten una integración de la práctica de Trabajo Comunitario para la enseñanza de las nociones de razón y de proporción en los estudiantes de aquella comunidad.

Ahora bien, en cuanto a la pertinencia de la secuencia los docentes mencionaron que esta es viable porque involucra las prácticas culturales de la comunidad con los conocimientos matemáticos (*ver anexos*). Ya Aroca (2013) ha mencionado que la Educación Matemáticas y la etnomatemática están estrechamente ligadas debido a los diversos escenarios de aprendizaje de los estudiantes. Uno de estos escenarios es el sociocultural; se entiende entonces que las prácticas culturales que ellos llevan a cabo están ligadas con el conocimiento matemático propuesto en el aula de clase.



**Figura 4.** Respuesta de un docente de la institución a la aplicación del cuestionario de socialización de estrategias, propuestas y resultados.



**Figura 5.** Respuesta de un docente de la institución a la aplicación del cuestionario de socialización de estrategias, propuestas y resultados.

Además, los docentes resaltan en sus comentarios la necesidad de involucrar en la práctica, el entorno cultural del estudiante con la práctica escolar del mismo, ya que de esta manera se experimentará un aprendizaje más significativo y relevante para el estudiante; así también, se facilitará la labor del docente en tanto que, a través de su práctica de enseñanza dará lugar a la formulación de estrategias que posibiliten la relación entre el entorno cultural del estudiante y la matemática escolar. Tal relación junto con las estrategias propuestas por el docente viabilizarán la correlación del conocimiento deseada por parte de sus estudiantes; dando lugar a un mejor trabajo didáctico y a una mejora en su práctica pedagógica.

Así es como los docentes validaron la propuesta, e hicieron algunas sugerencias que realmente se convierten en aportes que hacen posible que las situaciones propuestas se adecuen y sean pertinentes en el contexto propuesto para ello.

A continuación se presentará el diseño de la secuencia didáctica tomando en consideración las mejoras propuestas por los docentes de la institución en la retroalimentación realizada.

#### **Secuencia didáctica “trabajando en la huerta del colegio”**

##### **TAREA UNO. Trabajando en la huerta del colegio**

**Propósito:** Hacer una aproximación a la noción de razón y proporción a partir de la construcción de una huerta que involucra la práctica de trabajo comunitario, para los estudiantes de séptimo grado de la comunidad indígena nasa.

**Tarea 1: Sembrando cilantro en la huerta del colegio.**

Lee con atención:

1. Dos grupos de estudiantes A y B, sembraron semillas de cilantro. El grupo A sembró 45 semillas y el grupo B sembró 50 semillas. En 15 días, en la huerta del grupo A germinaron 27 matas de las 45 sembradas y en la huerta del grupo B germinaron 30 de las 50 matas sembradas.

De acuerdo a la anterior situación responde las siguientes preguntas:

- a. En el grupo A, ¿cuántas semillas de cilantro no germinaron en comparación con el total de semillas sembradas?
- b. En el grupo B, ¿cuántas semillas de cilantro no germinan en comparación con el total de semillas sembradas?
- c. ¿Cuál de los dos grupos obtuvo mejores resultados en la siembra del cilantro? Justifica tu respuesta.
- d. De acuerdo a las siguientes gráficas, en las que se representan de color gris las semillas que no germinaron; expresa la cantidad de semillas de cilantro que no germinaron con respecto al total de semillas sembradas en un surco, tanto para el grupo A, como para el grupo B.



Figura 6. Diagrama de semillas de cilantro germinadas y no germinadas para el grupo A.



Figura 7. Diagrama de semillas de cilantro germinadas y semillas no germinadas para el grupo B.

- e. ¿Cómo expresarías las respuestas del grupo A si sembraran 60 matas y no germinaran 20?

### Tarea 2: La construcción de una huerta en mi colegio.

A los estudiantes de séptimo grado junto con el profesor encargado del área de matemáticas de la institución, les fue asignado un lote para la adecuación de una huerta en la cual se pretende sembrar cebolla, repollo y lechuga.

Para la elaboración de la huerta, el profesor les pregunta a los estudiantes ¿Cuántas eras es posible construir en el lote? considerando que las dimensiones de éstas, tanto de largo como de ancho, sean pertinentes para la siembra de las hortalizas mencionadas. Dado esto, el profesor encargado, les pide a los estudiantes que con una vara midan las dimensiones del lote y a partir de la información obtenida, sea posible distribuir el espacio adecuadamente.

Una vez, se han realizado los cálculos con la vara, se puede concluir que en el lote es posible realizar nueve eras, las cuales serán dispuestas para la siembra de las hortalizas ya mencionadas.

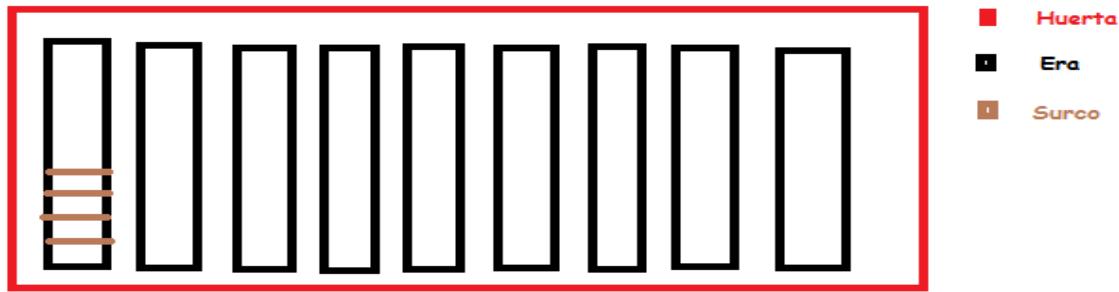
1. Dadas las condiciones para la adecuación de la huerta, se le pide a los estudiantes que representen gráficamente la huerta del colegio, la cual cuenta con nueve eras y en cada era es posible sembrar dos matas de repollo por cada tres matas de cebolla, y por cada cinco matas de lechuga es posible sembrar tres matas de cebolla. De acuerdo a esta información realiza las siguientes representaciones:
  - a. Expresa en palabras la relación numérica entre la cantidad de matas de cebolla y la cantidad de matas de lechugas.
  - b. Expresa en palabras la relación numérica entre la cantidad de matas de cebolla y matas de repollo.
  - c. Representa numéricamente las relaciones expresadas en los puntos a y b.
  - d. Si el lote fuese más amplio y se pudiese construir otra huerta de 6 eras con las mismas condiciones, ¿la relación numérica entre el repollo y las cebollas, y la lechuga y las cebollas, cambiaría o seguiría igual? **Explica tu respuesta a través de un gráfico.**
  - e. En la huerta de seis eras, ¿cuál sería la relación numérica entre la cebolla y el repollo? expresa tu respuesta matemáticamente.
  - f. En las huertas de nueve eras ¿Cuál sería la relación numérica entre el repollo y la lechuga? expresa tu respuesta matemáticamente.
  - g. Reúnan dos eras y realicen la relación entre las matas de cebollas y matas de repollo. Expresa tu respuesta matemáticamente.

- h. Reúnan tres eras y realicen la relación entre las matas de lechugas y matas de repollo.  
Expresa tu respuesta matemáticamente.
- i. Continúen reuniendo cuatro, cinco y seis eras, y para cada caso realicen la relación entre las matas de lechuga y las matas de repollo.
- j. Observen si las comparaciones hechas tienen algo en común, exprésenlo con palabras o matemáticamente.
- k. Representa en una tabla la relación entre matas de lechuga y matas de repollo.
- l. Dibujen un plano cartesiano. En el eje  $X$  ubiquen el número de lechugas y en el eje  $Y$ , el número de repollo; luego representen los pares ordenados (número de lechugas  $X$ , número de repollo  $Y$ ).
- m. Observen la posición de los puntos ubicados en el plano que representan los pares ordenados. ¿Qué característica en común tienen estos puntos?

**Tarea 3: Relacionando superficies que se encuentran en mi huerta.**

Observa con atención el grafico dado, en el cual se denota el perímetro de la huerta (de color rojo), como también el perímetro de las eras (de color negro) que componen la huerta y la de los segmentos que delimitan los surcos (de color café) que componen las eras.

Seguidamente da respuesta a la actividad propuesta vinculando la longitud de la vara (la cual mide 1m) y el largo de la huerta que mide trece veces la longitud de la vara; su ancho es diez veces la longitud de la vara. Así mismo, cada era mide nueve veces la longitud de la vara y de ancho, mide la mitad de la longitud de la vara.



**Figura 8. Gráfico ilustrativo del diseño de la huerta del colegio.**

- a. Expresa numéricamente la relación existente entre la superficie de los lados de la huerta.
- b. Expresa numéricamente la relación existente entre la superficie de los lados de la era.
- c. Expresa numéricamente la relación existente entre la superficie de los lados de un surco (tomando en consideración que el ancho del surco es de  $5cm$ ).
- d. Expresa numéricamente la relación de la superficie de un surco comparado con la superficie de la era a la cual pertenece.
- e. Presenta la relación numérica de la superficie de una era comparada con la superficie de un surco.
- f. Expresa numéricamente la relación de la superficie de la huerta respecto a la superficie de una de las eras.
- g. Ahora, expresa la relación numérica de una era respecto a la superficie que ocupa uno de sus surcos.
- h. Expresa la relación numérica entre el largo de la era respecto al largo de los surcos.

- Expresa la relación existente entre el área de la huerta comparada con el área de una era.

### **TAREA DOS: Las razones y proporciones en otros contextos**

Para el desarrollo de esta situación es necesario que el estudiante tenga en cuenta lo aprendido en las situaciones anteriores y aplique lo aprendido en otros entornos de vida cotidiana. En la situación presentada, se da lugar a la argumentación por parte del estudiante en tanto que pueda dar cuenta de lo que realmente ha aprendido.

Se presentan situaciones diversas que necesariamente no deben estar ligadas secuencialmente, pues el interés de la misma es presentar las nociones trabajadas en distintos ambientes de la vida cotidiana y observar el desarrollo que realiza el estudiante.

- Un estudiante quiere saber cuántos kilómetros recorre la ruta del colegio en 30 minutos, dado que esta ruta avanza 120m en 3 minutos.

Para ello el estudiante realizó una tabla de valores comparando la cantidad de metros (*m*) con la cantidad de tiempo por cada minuto.

**Tabla 5. Relación entre (km) y (min) TAREA DOS**

Min (minutos)	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
M (metros)										

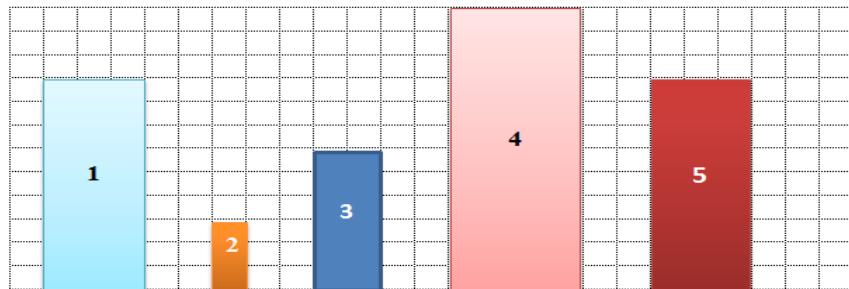
- De acuerdo a la situación propuesta, ayúdale al estudiante a diligenciar la tabla correctamente; indicando cuantos kilómetros recorre la ruta escolar en 30 *min* dadas las condiciones mencionadas al inicio del enunciado (avanza 120*m* en 3*min*).

1.b Realiza un tabla similar a la construida anteriormente suponiendo que la ruta escolar recorre la misma distancia, pero de la siguiente manera;  $6\text{km}$  en  $15\text{min}$ .

1.c Compara las relaciones obtenidas en cada una de las situaciones anteriores y a partir de tal comparación representa matemáticamente en cuál de las dos situaciones la ruta emplea menor tiempo para realizar el recorrido.

2. Los siguientes rectángulos son la representación de paredes para la construcción de una casa prefabricada. Los ingenieros necesitan saber cuál es la relación (razón) existente entre el ancho y el largo de cada una de estas paredes; y así saber a qué región de la casa pertenecen estas paredes.

Ayúdale a los ingenieros a saber cuáles son las razones matemáticas para cada una de las paredes presentadas en el diagrama siguiente.



**Figura 9.** Gráfico que ilustra la relación entre el largo y el ancho de las paredes de la casa prefabricada.

De acuerdo a lo observado, escribe (en los espacios en blanco) la relación entre el largo y el ancho de cada una de las paredes construidas, para que los ingenieros puedan elegir las regiones de la casa correctamente.

- La relación entre el largo y el ancho de la pared 1: \_\_\_\_\_.
- La relación entre el largo y el ancho de la pared 2: \_\_\_\_\_.
- La relación entre el largo y el ancho de la pared 3: \_\_\_\_\_.

d. La relación entre el largo y el ancho de la pared 4:\_\_\_\_\_.

e. La relación entre el largo y el ancho de la pared 5:\_\_\_\_\_.

2.a. Multiplica por 2, y por 3 cada una de las relaciones halladas anteriormente.

2.b. Luego, Multiplica por 4 y por 5, cada una de las relaciones halladas inicialmente.

2.d. Divide cada una de las relaciones halladas inicialmente en partes iguales.

**Seguidamente responde:**

2.c. ¿Qué sucedió con las relaciones halladas inicialmente después de haberles multiplicado por un mismo número? Explique.

2.e. ¿Qué sucedió con las relaciones halladas inicialmente después de haberles dividido en partes iguales? Explique.

Ahora bien, es preciso esbozar un análisis de las tareas que constituyen la secuencia tomando en consideración las expectativas de desempeño en torno a las nociones matemáticas abordadas y la Obra, tanto Matemática como Didáctica reconstruidas previamente.

A continuación se presenta la rejilla de análisis que condensa las mejoras realizadas a la propuesta:

### Análisis del diseño de la secuencia didáctica (*trabajando en la huerta del colegio*)

#### REJILLA DE ANÁLISIS SEGÚN LAS TAREAS (UNO: Trabajando en la huerta del colegio, DOS: Las razones y proporciones en otros contextos) PROPUESTAS PARA LA SECUENCIA DIDACTICA.

**NOTA:** En la presente rejilla encontrará las tareas que el estudiante debe realizar, seguidamente la noción matemática que se aborda en cada una de las tareas presentadas y finalmente las expectativas de desempeño, las cuales hacen alusión a lo que se espera que el estudiante realice al momento de abordar la tarea.

Tabla 6. Rejilla de análisis según las TAREAS (UNO: Trabajando en la huerta del colegio, DOS: Las razones y proporciones en otros contextos) propuestas para la secuencia didáctica.

<b>TAREA UNO: trabajando en la huerta del colegio.</b>		
<b>Propósito: Hacer una aproximación a la noción de razón y proporción a partir de la construcción de una huerta que involucra la práctica de trabajo comunitario, para los estudiantes de séptimo grado de la comunidad indígena nasa.</b>		
<b>Tareas o (praxis)</b>	<b>Noción</b>	<b>Expectativas de desempeño (praxis-logos)</b>
<b>Tarea 1- Sembrando cilantro en la huerta del colegio</b>		
Dos grupos de estudiantes A y B, Razón sembraron semillas de cilantro. El grupo A sembró 45 semillas y el grupo B sembró 50 semillas. En 15 días, en la huerta del grupo A germinaron 27 matas de las 45 sembradas y en la huerta del grupo B germinaron 30 de las 50 matas sembradas. -En el grupo A, ¿cuántas semillas de cilantro no germinan en comparación con el total de semillas sembradas?	Razón	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Relaciona los conocimientos previos y del entorno con la noción de razón.</li> </ul>
	Razón	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica la relación existente entre matas de cilantro germinadas y matas no germinadas (relación ganancia/pérdida).</li> </ul>

-En el grupo B, ¿cuántas semillas de cilantro no germinan en comparación con el total de semillas sembradas?

¿Cuál de los dos grupos obtuvo mejores resultados en la siembra del cilantro? Justifica tu respuesta.

De acuerdo a las gráficas presentadas (*diagrama de semillas de cilantro germinadas y no germinadas para el grupo A y grupo B*), en las que se representan de color gris las semillas que no germinaron; expresa la cantidad de semillas de cilantro que no germinaron con respecto al total de semillas sembradas en un surco, tanto para el grupo A, como para el grupo B.

¿Cómo expresarías las respuestas del grupo A si sembraran 60 matas y no germinaran 20?

Razón y proporción

Razón y proporción

- Determina la relación existente entre una (la del grupo A) y otra razón (la del grupo B), de tal manera que dé cuenta de la proporción entre aquellas razones.

- Reconoce que estas razones son iguales aunque los valores numéricos sean aparentemente diferentes.

- Comprende el significado de las razones equivalentes al plantear una razón equivalente a las razones ya expresadas.

- Reconoce que estas razones son iguales aunque los valores numéricos sean aparentemente diferentes; esta igualdad o equivalencia puede ser expresada llevando la razón a su más mínima expresión.

- Aplica los conocimientos abordados para dar respuesta a una situación en la cual cambian los índices de comparación a partir del razonamiento matemático y la resolución de problemas.

## Tarea 2 - La construcción de una huerta en mi colegio

Para la elaboración de la huerta, el profesor les pregunta a los estudiantes ¿Cuántas eras es posible construir en el lote? considerando que las dimensiones de éstas, tanto de largo como de ancho sean pertinentes para la siembra de las hortalizas mencionadas.

- Relaciona los conocimientos previos y del entorno con la noción de razón.

---

Representa gráficamente la huerta del Razón colegio, la cual cuenta con nueve eras y en cada era es posible sembrar, dos matas de repollo por cada tres matas de cebolla, y por cada cinco matas de lechuga es posible sembrar tres matas de cebolla.

- Expresa en palabras la relación numérica entre la cantidad de matas de cebollas y la cantidad de matas de lechugas.  
-Expresa en palabras la relación numérica entre la cantidad de matas de cebolla y matas de repollo.  
-Representa numéricamente las relaciones expresadas anteriormente.
- Razón Razón

- Modela una situación con base en la información que proporciona el texto, al representar gráficamente la huerta del colegio con cada una de las especificaciones dadas.
  - Representa el índice de comparación cuantitativo entre el número de hortalizas que se pueden sembrar de cada clase según la relación establecida para la huerta del colegio.
  - Hace uso de los métodos culturales utilizados en la distribución y siembra del terreno; abordando la noción matemática adecuadamente en aras de un aprendizaje significativo, que tome en consideración los conocimientos culturales que posee el individuo.
  - Explica verbalmente y con fluidez lo que anteriormente ha representado en forma gráfica, dando lugar a un nuevo sistema de representación de la actividad, que posibilite un acercamiento a la noción matemática abordada.
  - Representa la situación de forma matemática dando lugar al tratamiento matemático adecuado.<sup>16</sup>
- 

<sup>16</sup> Relación matemática entre las matas de repollo (2) y las matas de cebolla (3); así también, la relación matemática entre las matas de cebolla (3) y las matas de lechuga (5).

	Razón	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Reconoce que sin importar la variación numérica de las eras; la comparación numérica entre las diferentes hortalizas se mantiene.</li> </ul>
<p>-Cuál sería la relación numérica si en vez de nueve eras son seis.</p> <p>-En la huerta de seis eras, ¿cuál sería la relación numérica entre la cebolla y el repollo? expresa tu respuesta matemáticamente.</p> <p>-Reúnan dos eras y realicen la relación entre las matas de cebollas y matas de repollo. Expresa tu respuesta matemáticamente.</p>		
<p>-Observen si las comparaciones hechas tienen algo en común, exprésenlo con palabras o matemáticamente.</p>	Razón	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Da cuenta del índice de comparación reflejado en la variación del número de eras y de la relación establecida para los tipos de hortalizas sembradas.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Representa en una tabla la relación entre matas de cebolla y matas de lechuga.</li> <li>- Representa en una tabla la relación entre matas de lechuga y matas de repollo.</li> <li>- Dibujen un plano cartesiano. En el eje <b>X</b> ubiquen el número de lechugas y en el eje <b>Y</b>, el número de repollo; luego representen los pares ordenados (número de lechugas <b>X</b>, número de repollo <b>Y</b>).</li> <li>- Observen la posición de los puntos ubicados en el plano. ¿Tienen alguna característica en común? ¿Cuál?</li> </ul>	Razón	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Explica con fluidez las estrategias utilizadas para determinar la relación de comparación entre los tipos de hortalizas.</li> <li>- Utiliza adecuadamente los diversos sistemas de representación (<i>pareja ordenada, plano cartesiano, tabla de valores; adjunto a los que el estudiante proporcionen el desarrollo de la situación</i>) que posibilita la noción de razón.</li> <li>- Da lugar al manejo de los vectores binarios y a la conceptualización de la función lineal como forma de representar la noción de razón.</li> </ul>

---

### Tarea 3 - Relacionando superficies que se encuentran en mi huerta.

**Esta tarea pretende movilizar el concepto de área como medio que posibilite la movilización de la noción de proporción, tomando en consideración las superficies con las cuales se cuenta para el desarrollo de la situación planteada.**

Observa con atención el grafico dado (*grafico ilustrativo del diseño de la huerta del colegio*), en el cual se denota el perímetro de la huerta (de color rojo), como también el perímetro de las eras (de color negro) que componen la huerta y los segmentos que delimitan los surcos (de color café) que componen las eras.

Seguidamente da respuesta a la actividad propuesta vinculando la longitud de la vara (la cual mide **1m**) y el largo de la huerta que mide trece veces la longitud de la vara; su ancho es diez veces la longitud de la vara. Así mismo, cada era mide nueve veces la longitud de la vara y de ancho, mide la mitad de la longitud de la vara.

- Expresa numéricamente la relación existente entre la superficie de los lados de la huerta.
- Expresa numéricamente la relación existente entre la superficie de los lados de la era.
- Expresa numéricamente la relación existente entre la superficie de los lados de un surco (tomando en consideración que el ancho del surco es de **5cm**).

Razón Proporción Área	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Relaciona los conocimientos previos y del entorno con las nociones de razón y proporción, al dar lugar a la medición de superficies, movilizando a su vez el concepto de área.</li> </ul>
Razón, proporción.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realiza un análisis matemático al enunciado, dando cuenta de las relaciones matemáticas y cantidades descritas en el enunciado.</li> <li>- Realiza una representación matemática de la situación planteada, dando lugar al cambio del sistema de representación verbal al sistema de representación formal o matemático.</li> </ul>
-Razón -Área	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Expresa adecuadamente la relación (razón) definida según la superficie de la huerta de la era y de los surcos que componen el espacio a trabajar (la huerta del colegio).</li> <li>- Relaciona las superficies indicadas adecuadamente dando lugar a una proporción entre ambas superficies.</li> <li>- Determina el área resultante entre los lados del terreno que así se le indique.</li> </ul>

---

---

Área y  
Proporción

Expresa numéricamente la relación de la superficie de un surco comparado con la superficie de la era a la cual pertenece.

Presenta la relación numérica de la superficie de una era comparada con la superficie de un surco.

Expresa numéricamente la relación de la superficie de la huerta respecto a la superficie de una de las eras.

Expresa la relación numérica de una era respecto a la superficie que ocupa uno de sus surcos.

#### **TAREA DOS: Las razones y proporciones en otros contextos**

**Propósito:** Posibilitar en el estudiante el proceso de argumentación en tanto que dé cuenta de lo que ha aprendido y lo aplique a situaciones cotidianas.

Un estudiante quiere saber cuántos kilómetros recorre la ruta del colegio en **30** minutos dado que esta ruta avanza **120m** en **3** minutos.

Para lo cual el estudiante realizó una tabla de valores comparando la cantidad de **km** con la cantidad de tiempo por cada minuto.

Razón  
Proporción  
Tasa

- Relaciona los conocimientos previos y del entorno con las nociones de razón y proporción.
- Hace uso de la tabla de valores para identificar la relación existente entre kilómetros (*km*) y minutos (*min*); dando lugar al manejo de las cantidades intensivas.<sup>17</sup>

---

<sup>17</sup> Según Schwartz (1988) citado por Perry (2003, pag 24) “las cantidades intensivas definen una cualidad y no una cantidad extensiva, como es el caso de “1000 pesos por libra” ( o \$1000/lb)”.

<p>Realiza un tabla similar a la construida anteriormente suponiendo que la ruta escolar recorre la misma distancia, pero de la siguiente manera; <b>6km en 15min.</b></p> <p>Compara las relaciones obtenidas en cada una de las situaciones anteriores y a partir de tal comparación representa matemáticamente en cuál de las dos situaciones la ruta emplea menor tiempo para realizar el recorrido.</p> <p>Ayúdale a los ingenieros a saber cuáles son las razones matemáticas para cada una de las paredes presentadas en el diagrama (<i>Gráfico que ilustra la relación entre el largo y el ancho de las paredes de la casa prefabricada.</i>).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Multiplica por <b>2</b>, y por <b>3</b> cada una de las relaciones halladas anteriormente.</li> <li>- Luego, Multiplica por <b>4</b> y por <b>5</b>, cada una de las relaciones halladas inicialmente.</li> <li>- Divide cada una de las relaciones halladas inicialmente en partes iguales.</li> </ul> <p>¿Qué sucedió con las relaciones halladas inicialmente después de haberles multiplicado por un mismo número? Explique.</p> <p>- ¿Qué sucedió con las relaciones halladas inicialmente después de haberles dividido en partes iguales? Explique.</p>	<p>Razón</p> <p>Razón y proporción</p> <p>Razón</p> <p>Razón equivalente</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Construya la tabla de valores a través de la cual realiza la relación entre kilómetros (<i>km</i>) y minutos (<i>min</i>), tomando en consideración las cantidades dadas, dando lugar al manejo de las cantidades intensivas.</li> <li>- Realiza juicios de valor respecto a los valores que arrojan las tablas construidas anteriormente al comparar las cantidades intensivas resultantes.</li> <li>- Usa diversos sistemas de representación que den cuenta de la noción de razón matemática.</li> <li>- Construye razones equivalentes a las razones determinadas por los rectángulos presentados en el diagrama en cuestión.</li> <li>- Efectúa un análisis matemático de lo que realizó anteriormente sustentando con fundamentos matemáticos los procesos ya desarrollados.</li> </ul>
--	--	--

## **CAPITULO IV**

### **Síntesis y conclusiones**

## Conclusiones

El presente apartado está dirigida hacia el análisis de los resultados obtenidos en la validación de la secuencia diseñada, además de la síntesis y conclusiones en torno al desarrollo del trabajo investigativo.

### **Respecto al primer objetivo:**

- Identificar los elementos curriculares, matemáticos y didácticos necesarios para la construcción de las nociones de razón y de proporción en el grado séptimo.

Se concluye que las propuestas curriculares del MEN no son suficientes para abordar las nociones matemáticas en cuestión, pues si bien es cierto que éstas están formuladas bajo parámetros educativos generales, es decir bajo criterios que a nivel nacional rigen la educación básica colombiana, por si solas no son suficientes para abordar las necesidades educativas de una población en particular, como es el caso de la comunidad indígena Nasa. Es por ello que antes de planear y diseñar propuestas de aula, es necesario la revisión y análisis del PEC o el PEI de la institución a la que se dirige, con el fin de direccionarla en torno a las necesidades y requerimientos de la comunidad; para que se oriente el propósito de ésta hacia un propósito formativo general de matemáticas que se haya propuesto desde estos documentos.

No obstante, para el diseño de una secuencia didáctica que pretende movilizar las nociones de razón y proporción, son necesarios la identificación de los elementos curriculares, matemáticos y didácticos que hacen posible una reflexión de tipo conceptual, metodológica y para el diseño de tareas. En ese orden, para hacer una aproximación a las

noción de razón y proporción, es necesario tener en cuenta que se debe construir cada concepto según sus propiedades y axiomas; sin que lleguen a confundirse el tratamiento que el maestro le da a las fracciones. En ese caso, la construcción de cada noción a partir de contextos como la huerta de Colegio Juan Tama es fundamental.

Por otro lado, el análisis y la caracterización de la práctica del trabajo comunitario (ver anexo 2) que se lleva a cabo en la institución, fue el derrotero cultural principal dentro del diseño y la validación de la secuencia, ya que integra los conocimientos culturales de los estudiantes y los docentes; con lo propuesto por el MEN, la obra matemática y la obra didáctica para la enseñanza de las nociones de razón y proporción.

La caracterización mencionada se realizó con el fin de proporcionar elementos culturales útiles, contundentes y necesarios dentro del proceso de reconstrucción de los Obras, tanto Matemática como Didáctica que orientó el diseño de la propuesta didáctica.

### **Respecto al segundo objetivo**

- Establecer y caracterizar desde los elementos curriculares, disciplinares, didácticos y culturales la Obra Matemática local y su respectiva Obra Didáctica las unidades de análisis que orienten el diseño de la secuencia didáctica.

La caracterización mencionada orientó y enfocó la mirada hacia el tratamiento de los objetos matemáticos desde el punto de vista cultural e instauró un gran interrogante en torno a la integración de la práctica cultural indígena y el tratamiento de la razón y proporción en esta comunidad, tomando en consideración la práctica de trabajo comunitario.

Para ello, fue necesario integrar cada uno de los saberes previos del estudiante, el contexto y su lenguaje, para el diseño de las tareas de la secuencia didáctica tal y como está propuesto desde la etnomatemática. Sin embargo, pese a que la etnomatemática proporcionó el sustento cultural para la vinculación de la propuesta, esta no fue suficiente para el tratamiento de las nociones matemáticas (razón y proporción); aspecto que dio lugar a la TAD, a partir de ello fue posible vincular a través de la reconstrucción de las Obras, tanto Matemática como Didáctica, la caracterización de la práctica comunitaria, los conceptos matemáticos y las orientaciones propuestas por el MEN el diseño de la secuencia didáctica.

La vinculación ya mencionada se realizó a través de las tareas propuestas en la Obra Matematica que dio lugar a la aproximación matemática y cultural de las nociones de razón y de proporción para la enseñanza de las matemáticas en grado séptimo en la institución educativa mencionada.

Así pues, el diseño de la secuencia didáctica estuvo re direccionado en torno a los elementos que proporcionó la reconstrucción de la Obra matemática y su respectiva Obra didáctica; con base en el manejo matemático/cultural de las nociones matemáticas, sin desconocer las exigencias culturales que proporcionó el estudio etnomatemático realizado en parte a través de la caracterización de la práctica de trabajo comunitario.

### **Respecto al tercer objetivo**

- Analizar las ventajas y limitaciones de la secuencia didáctica a partir de las sugerencias y retroalimentación de un grupo de maestros de la institución educativa Juan Tama.

Para el diseño de la secuencia se realizó una socialización de la secuencia didáctica al grupo de docentes de la institución, lo cual motivó la retroalimentación en torno a la secuencia presentada. Lo que permite inferir que la socialización y retroalimentación entre pares es necesaria, pues dado que ellos son agentes activos dentro del proceso educativo de los estudiantes de la comunidad, sus aportes dieron lugar a cambios significativos en la propuesta, sobre todo al diseño y redacción de las preguntas,

Pero además, la reflexión en torno al modelo propuesto por la secuencia, generó reflexiones que sugieren cambios curriculares por parte de los docentes en torno a las prácticas de enseñanza que están llevando a cabo, al mencionar que deben ser revisados y reestructurados (si es posible) los planes de estudio de la institución, en tanto que estos logren integrar más directamente las prácticas culturales de la comunidad con lo que el MEN propone para la educación básica colombiana.

### **Recomendaciones**

Es preciso mencionar que se deben tener en cuenta los contextos, costumbres y arraigos culturales del estudiante, de esta manera se posibilitará un aprendizaje más significativo y relevante dentro del proceso educativo del estudiantado en Colombia.

Se recomienda también vincular al estudiante en todo el proceso de estructuración de los planes de área, en tanto que éste pueda ser un agente activo dentro del proceso educativo y no solamente un agente pasivo dentro del mismo.

Se recomienda realizar la aplicación de la propuesta a los estudiantes de la institución para observar los resultados que arroja la aplicación y así realizar las mejoras que se requieran de

la secuencia (si así se requiere), aunque la propuesta ya fue socializada, analizada<sup>18</sup> y validada por los docentes de la institución educativa.

Es necesario hacer una reflexión con los docentes de la institución educativa Juan Tama, respecto de la importancia y la necesidad del trabajo transversal de las áreas, para la planeación, el diseño de actividades y en términos generales la reformulación del PEC.

---

<sup>18</sup> Aunque en el momento de la socialización y retroalimentación realizada con los docentes de la institución se hizo un análisis del diseño de la propuesta; uno de los docentes realizó posteriormente la aplicación (ver anexos) de la secuencia previamente diseñada y aportó muy buenas estrategias para la posible aplicación de la secuencia a los estudiantes.

## Referencias Bibliográficas

- ACIN, A. C. (2013). *Cxhab Wala Kiwe-ACIN*. ACIN, Cauca. Popayán: ACIN.
- ACIN, A. C. (2013). *Minga de pensamiento Cxhab Wala Kiwe*. ACIN, Cauca. popayán: ACIN.
- Arboleda, L. (2011). Objetividad matemática, historia y educación matemática, En Recalde, L. y G. Arbelaez (Eds.), Los Números reales como objeto matemático, Cali, Programa editorial Universidad del Valle, pp. 19-38.
- Aroca, A. (2013). Los escenarios de exploración en el programa de investigación en etnomatemáticas. *Educación Matemática*, 25(1), 111-131.
- Ávila, A. (2014). La etnomatemática en la educación indígena: así se concibe, así se pone en práctica. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(1), 19-49.
- Bell. (1986). Enseñanza por diagnóstico. Algunas problemas sobre números enteros. *Enseñanza de las ciencias*.
- Bishop. (1999). Actividades relacionadas con el entorno, y la cultura matemática. En A. Bishop, *enculturación matemática*. (pág. 39 – 83).
- Blanco, H. (2008). Entrevista al profesor Ubiratan D'Ambrosio. *Revista latinoamericana de etnomatemática*, 1(1).
- Blanco, H. (2008). La Integración de la Etnomatemática a la Etnoeducación. (ASOCOLME, Ed.) *Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, 33-39.

- Bosch & Gascón. (2009). Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico a la formación del profesorado de matemáticas de secundaria. En *Investigación en Educacion Matemática XIII* (págs. 89-113). Santander: M.J. González & J. Murillo.
- Bosh, Garcia, Gascón & Ruiz. (2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico. *Educación Matemática, 18*(002), 37-74.
- Bruno, A. (2001). *Algunas investigaciones sobre la enseñanza de los números negativos*. Barcelona: Universidad de la Laguna.
- Bruno, A. (2003). Algunas investigaciones sobre la enseñanza de los números negativos. *cuarto simposio de sociedad española de investigación en educación matemática*, (págs. 119-130). España.
- Bustos, J. (17 de mayo de 2016). La tierra para los indígenas. (L. M. Palacios, Entrevistador) Popayan , Colombia.
- Chaparro & Ordoñez. (2012). *Un análisis de las Obras Matemáticas propuestas en la enseñanza de los números enteros desde la perspectiva de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD)*. Cali: Universidad del Valle.
- Chaparro, Póveda & Fernández. (2006). Programa de capacitación y acompañamiento a docentes de cundinamarca y Duitama para el desarrollo de los niveles de competencia de matemáticas y diseño de secuencias didácticas a partir de experiencias significativas de los maestros. *Jugando con los números enteros*. Cali, Colombia: Univalle.

- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.
- D'Ambrosio, U. (2002). Etnomatemática: elo entre tradições e modernidade, Belo Horizonte, Autêntica.
- D'Ambrosio, U. (2012). The program ethnomathematics: theoretical basis and the dynamics of cultural encounters. *Cosmopolis*. En A Journal of Cosmopolitics, 3 (4), pp. 13-41
- Deisy Z. Cuellar & Luis M. Lozano. (2013). *Conocimiento didáctico del docente para la comprensión de la noción de función cuadrática*. Cali: Univalle.
- Gerdes, P. (1996). Ethnomathematics and mathematics education. En G. E. Jones, *Second handbook of research on mathematics Teaching and Learning* (págs. 909-943). Springer Netherlands, United States: Frank Lester.
- Godino, J. y C. Batanero (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. En *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), pp. 325-335.
- González, J. L. (1999). *Números Enteros*. Madrid: Editorial Síntesis.
- Guacaneme, E. (2012). Significados de los conceptos de razón y proporción en el libro V de los elementos. En O. L. Corredor, *Pensamiento, epistemología y lenguaje matemático* (págs. 99-135). Cali, Colombia: Universidad de valle.
- Juan D. Godino; Carmen Batanero. (2002). Proporcionalidad y su didáctica para maestros. En P. Edumat-Maestros, *Matemática y su didáctica para maestros* (págs. 410-444). Madrid, España: Ministerio de ciencia y tecnología.

Llinares Ciscar, S., & Sánchez García, M. V. (1988). Fracciones. *La relación parte-todo*, Editorial Síntesis, España.

MEN. (1998). *Lineamientos curriculares de matematicas*. Bogota D.C: MEN.

MEN. (2006). *Estandares básicos de competencias en matemáticas*. Bogota, D.C: MEN.

Obando, G. (2014). *Sistemas de prácticas matemáticas en relación con las Razones, las Proporciones y la Proporcionalidad en los grados 3º y 4º de una institución educativa de la Educación Básica*. Universidad del Valle; DOCTORADO INTERINSTITUCIONAL EN EDUCACION, Valle. Cali, Colombia: Univalle.

Obando, G. (2015). Tesis Doctoral. *Sistema de prácticas matemáticas en relación con las Razones, las Proporciones y la Proporcionalidad en los grados 3o y 4o de una institución educativa de la Educación Básica*. Cali, Colombia: Univalle.

Obando, G., Vasco, C., & Arboleda, L. (2013). Razón, proporción, proporcionalidad: configuraciones epistémicas para la educación básica. *Capítulo 2: Propuestas para la enseñanza de las matemáticas*. Colombia: Univalle.

Obando, G., Vasco, C., & Arboleda, L. (2013). Razón, proporción, proporcionalidad: configuraciones epistemicas para la educacioon basica. En C. L. Educativa, & R. Flores (Ed.), *Actas Latinoamericanas de Matemática Educativa* (Vol. 26, págs. 977-986). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Paz, S. (2003). Tradiciones en la investigación - Cualitativa. *Investigación cualitativa en educación. Fundamentos y tradiciones*. Madrid, España: Mc Graw and Hill Interamericana de España.

Tama, I. J. (2001). *Proyecto Educativo Comunitario PEC JUANTAMA*. Popayan: Juan Tama.

Tama, I. J. (2015). *Recuperando la minga*. popayan.

Torres, R. (Ed.). (2010). *Pensamiento numérico y aritmética en la escuela*. Santiago de Cali, Colombia. Univalle.

White, L. (1994). El lugar de la realidad matemática: Una referencia antropológica. En *El mundo de las matemáticas SIGMA* (Vol. 6, págs. 282-298). Barcelona: Ediciones Grijalbo. Barcelona.

## Anexos

### **Anexo 1. Entrevista a una docente de la institución**

Entrevista realizada a una docente de la Institucion Juan Tama, encargada de la asignatura de Nasa Yuwe (lengua materna del pueblo indígena Nasa) y conocedora de la cultura del pueblo Nasa.

Fecha: 1 de noviembre de 2016

Lugar: Instituto Técnico Agropecuario e Industrial Juan Tama- salón undécimo grado-

Se realizan los saludos respectivos y se da a conocer el propósito de la entrevista, (los cuales con antelación, fueron indicados), seguidamente se da lugar a la entrevista, la cual inicia con la siguiente pregunta:

**Entrevistador:** Cuáles fueron los orígenes de la práctica de trabajo comunitario

**Entrevistado:** ¿Las prácticas comunitarias? Yo, lo que tengo entendido, lo que me han enseñado y he aprendido es que vienen desde hace miles de años, o sea que los pueblos indígenas siempre han trabajado en unidad y ayudándose unos a otros, y desde ahí nace la unidad.

Lo empezó con el llamado del descubrimiento de américa, como llamado para resistir como pueblos indígenas.

**Entrevistador:** y ¿siempre la resistencia se ha manifestado como unidad?

**Entrevistado:** Si claro. Desde ahí parte todo lo que es la resistencia, desde las recuperaciones de tierras donde los invasores y españoles se adueñaron de las tierras, entonces desde allí parte lo que es la minga, la unidad de trabajo y el trabajo comunitario

porque; eso fue como una parte de poder sobrevivir como pueblo, y poder sobrevivir no solo como pueblo, sino como persona, como Nasas; porque realmente los territorios ya no estaban en manos de los indígenas, sino de los terratenientes, entonces se necesitaba el apoyo de todos para así rescatar las tierras.

**Entrevistador:** Y cuando usted me habla de la resistencia, ¿a qué se hace referencia?

**Entrevistado:** Yo hago referencia a la resistencia cuando los españoles empezaron a correr a los indígenas desde las tierras planas hacia las montañas, entonces empezaron a quitar todo lo que es la parte plana y desde ahí empezaron a...

**Entrevistador:** a resistir...

**Entrevistado:** Si empezaron a colonizar ya metiéndonos la educación que traían ellos, la religión, ya empezaron a prohibir la lengua, el idioma, entonces solamente tenía que ser el español y los profesores que traían como parte de la educación que se imponía. Para resistir a eso había que hacer unidad, había que conformar unidad para hacer resistencia a tal imposición porque como pueblo nos iban a acabar; y mire que hace más de quinientos años de esa lucha que hemos venido sobreviviendo y hasta ahorita no nos han podido acabar como pueblos indígenas.

**Entrevistador:** No, y se dice que son uno de los pueblos más fuertes en cuanto a la lucha y resistencia, y teniendo en cuenta aquellas características, es como una parte fundamental en por qué los indígenas no han dejado su identidad como tal, como ha pasado en otras culturas. Y, pues eso lleva a que usted ahora hablaba un poco de la imposición educativa y pues eso lleva a que se tenga en cuenta sistemas de educación indígena propios.

**Entrevistado:** Si, por una parte hemos tratado de recuperar la educación propia porque antes de llegar los españoles ya teníamos una organización política, administrativa y pedagógicamente ya había una estructura organizada. Pero llegaron los de afuera y nos quitaron todo eso, entonces ya nos juntaron el sistema que ellos traían, condicionándonos a la educación que ellos traían y esa fue la parte que más nos perjudicó, porque fue así como fue bajando la parte de la organización, pero a través de las luchas y de la unidad, como siempre los Nasa hemos sido unidos, estamos resistiendo hasta ahora.

**Entrevistador:** Uno de los pilares dentro de la organización indígena es la educación, la cual tiene lugar a partir de la unidad como usted lo menciona, a partir de las prácticas que realizan, y una forma fundamental es a partir de la relación que tiene la educación con la unidad y la tierra; razón por la cual me gustaría que me hablara un poco de aquella relación (...)

(Como a partir de lo que usted concibe como la Uma Kiwe (la madre tierra), la educación, las costumbres que se tienen) ¿Qué papel cumple dentro de la cultura cada uno de los anteriores?

**Entrevistado:** Haber, como a nosotros nos han dado la historia, porque nosotros también somos nuevos, de acuerdo a como nos han enseñado los abuelos, los ancestros, los conocedores que han investigado más; ellos dicen que la educación para los Nasa parte desde que el niño se engendra hasta que pasa a otro mundo, es decir, pasa a la muerte, desde allí está concebida la educación y está ligada mucho con la tierra porque desde que nace el niño se entierra el cordón umbilical, se hace la siembra del cordón umbilical, y ya está ligado el ser humano con la tierra, entonces la educación nace desde la madre tierra.

- Todo lo que nosotros vemos, sentimos; la madre tierra nos enseña, todo lo que son los fenómenos naturales; el sol, la luna, la lluvia, la tierra el fuego, todo eso tiene sentido

para un nasa, entonces, desde ahí impartimos la educación , por eso se dice que; el Sistema Indígena Propio (SEIP) se toma la educación como una forma de estar en equilibrio con la tierra porque nosotros no vamos a tomar una educación que nos lleve a destruir la Madre tierra o a explotarla o a acabar con la tierra ¡no!. Lo que queremos es antes, salvar el planeta. Esa es la idea de la educación que se quiere implementar, o que se está implementando en algunos territorios ya, y nosotros tenemos esa idea ya, que la educación sea para mejorar el medio ambiente, para que cada una de las personas sienta ese sentido de pertenencia que la Madre tierra es nuestra Mama y debemos respetarla, debemos cuidarla y debemos salvarla sobre todo.

**Entrevistador:** Y ahora para usted como nasa, como persona ¿Cuál es la relación que hay entre usted y la tierra, qué significado tiene para usted aquella relación?

**Entrevistador:** ¿Para mí?, para mí la tierra es como mi segunda mama, es mi primera mama, porque de ella yo vivo, de ella yo tengo la comida, tengo el... bueno, es la vida para uno ¿no? Y para mí el territorio, la tierra es algo tan sagrado que si todos lo pensaran, nadie explotaría la tierra tal y como la están explotando, entonces, si todos sintieran ese amor por la tierra pues la cuidaríamos y no estaría así de deteriorada como está; entonces para mí el territorio es algo muy sagrado.

- Para mí no es un territorio que se tenga para decir, “yo de esta tierra voy a tener una cantidad de plata con este pedazo, ¡no!, es como yo valorarlo más allá del dinero.

**Entrevistador:** Ya que me habla de que la tierra es sagrada y que de ella vive y la valora más allá de lo económico, ¿hay algún ritual que ustedes realicen que ligue la tierra como tal?, ¿qué ritual es?

**Entrevistado:** El primero que a mí me enseñaron y que mi mama y todos los antepasados realizaron fue principalmente la siembra del cordón, siempre nos hacen eso es algo que se devuelve a la tierra como para que yo sienta ese amor por el territorio en que yo vivo, es como una relación, entonces desde allí nace el afecto por la tierra.

- Otro es, cuando por lo menos a veces, (pues de acuerdo a la enseñanza que uno tiene, porque todos no... puede que unos tengan más que yo), no sé pero, lo que me han enseñado es que a mí me dicen es que *la Madre tierra enseña mucho*, o sea es la primera educadora, sino que uno a veces no le pone cuidado por falta de conocimiento también; porque ella enseña de acuerdo a lo que vaya a pasar o suceder o a acontecer en esos momentos, ella avisa. Yo creo que eso vienen desde la misma siembra que hay esa relación y uno va creciendo con ese... y el otro es ya cuando la persona pasa a otro mundo, quiere decir que la muerte, porque dicen que para los Nasa la muerte no existe, sino que, es algo que pasa de ser de esta tierra a otro espacio, y cuando la persona vuelve a la tierra es que la tierra lo está cogiendo otra vez, la Mamá lo está cogiendo otra vez.

**Entrevistador:** Hablando de la importancia que tiene la tierra, y todo lo que se hace, usted me dice que en cuanto a lo económico, no es el interés, pero que la tierra es la primera educadora. Y enfocando la atención al colegio, una de las prácticas que se realiza es la de trabajo comunitario, y va totalmente ligada con la tierra.

**Entrevistado:** Si

**Entrevistador:** Usted, ¿qué características podría darme con respecto a lo que es esa práctica?, no solamente aquí del colegio, sino, a nivel cultural; como la concibe, por ejemplo

si hay algún ritual que se realice para poder llevarla a cabo. Que me puede usted contar de aquella práctica.

**Entrevistado:** Pues, yo cuando llevo a los muchachos a trabajar allá en la planada, yo les digo, “muchachos, aquí no estamos explotando la tierra, por el hecho de picar la tierra, hacer las eras, ¡no! Explotar la tierra es, sembrar pensando en que y cuanto voy a tener en el bolsillo, eso sí es explotar la tierra, pero nosotros ahorita estamos sembrando es para nosotros cultivar, y para nosotros comer.

- Una forma de relacionar el trabajo con la tierra es que nosotros estamos creando vida en ese momento, estamos vistiendo a la tierra, es como yo colocarle algo bonito a la tierra porque si yo hago un tul (huerta casera), le meto variedades de sembraditos y eso me queda muy bonito, eso es como un vestido para la tierra, es algo que yo le pongo bonito, lo decoro, porque a nosotros nos enseñaron eso de que el Tul, es como yo colocarle una ruanita, algo bonito que a mí me gusta, y yo le doy como un regalo.
- Y lo otro que, pues como en forma de ritual, es cuando uno va a sembrar, por ejemplo (ahorita casi ya no se practica), pues yo lo conozco, pero no lo he practicado porque a veces uno no tiene en ese momento las herramientas, sino que cuando uno va a sembrar, pues utiliza algunas plantas, que para revolver o cuando por lo menos uno va a sembrar maíz, hay una planta, que no sé cómo se llama, pero yo sé cuál es, hay que revolver esas hojitas con las semillas para que así mismo como esa plantica produce, semillitas para lado y lado, así mismo la matica de frijol o la matica de maíz, va a producir; entonces mire que esos son rituales que parecen pequeñitos, pero son rituales que se hacen.
- Y hay otra cosa de sembrar allá y yo creo que yo no sé quién empezó con la espiral, pero ese espiral, como está sembrado así, esa es una forma de ritual también que se hace ahí,

porque el espiral significa el pensamiento del Nasa, el cordón umbilical la vida del Nasa, entonces mire que a partir de ahí estamos creando vida, y sembrando estamos llevando a cabo la práctica de trabajo comunitario, al sembrar vida allí (especialmente en la espiral). Y la vida que es, la comida.

**Entrevistador:** cuando me hablan de la minga y de la práctica de trabajo comunitario, ¿me están hablando de la misma práctica o es algo diferente?

**Entrevistado:** No. La minga es una cosa, y el trabajo comunitario es otra cosa porque, sino que yo cuando era pequeña, a mí me decían, “vamos a trabajar”, pero yo no sabía si era minga, o era trabajo comunitario, sino que yo diferenciaba, porque mi papá él fue criador de ganado(él tenía mucho ganado), y él si hacia las mingas. Mi papá decía “hoy vamos a hacer una minga y vamos a invitar a la gente que quiera venir”, entonces el sacrificaba dos ganados invitaba a la gente y llegaba toda la gente, y la comida era bastante – sancocho con buena carne- y la gente, pues trabajaba y ellos trabajaban contentos; mi papá hacia guarapo y les daba y hasta las 2:00pm (dos de la tarde), y era mucho lo que trabajábamos, y de ahí se iban,

- Pero el trabajo comunitario hacía referencia a los trabajos que habían en las juntas (haciendo referencia aquí a las Juntas de Acción Comunal), más que todo en los sitios que son de la parte comunitaria, o colectivas, entonces decían “vamos a trabajar hoy” y ya el almuerzo era normal, entonces al trabajo comunitario uno llevaba el plátano, la yuca, para decir, aquí está mi aporte para que comamos todos. Y en la minga, pues el que lo ponía era el que invitaba a trabajar, entonces él ponía la comida y los demás llevaban

las herramientas para el trabajo, por eso mi papá decía, “la minga es de dar arta<sup>19</sup> comida”, decía mi papá, entonces a él lo invitaban a trabajar en una minga y decía, “para mí eso no es una minga por que la minga es de comida y de comer y compartir comida y compartir arto trabajo”.

- Y el trabajo comunitario, pues es normal, así como uno sale a trabajar, a colaborar, y el almuerzo es normal.
- Y esa es la diferencia, que el trabajo comunitario se basa en los trabajos que hay en las juntas y en las comunidades o en espacios compartidos por una comunidad, o de pronto hay una asociación donde dicen “vamos a trabajar todos” y eso es un trabajo comunitario.

**Entrevistador:** entonces ¿el trabajo comunitario depende de la necesidad?

**Entrevistado:** Si, de la necesidad que tenga la comunidad.

- Y la minga pues, a veces los cabildos lo hacen de acuerdo al terreno, a la tierra que tengan para trabajar, aunque también lo hacen particulares, es decir, las familias. Por lo menos, yo he hecho minga, yo lo he hecho, no con ganado, pero si con gallinas no más. Pues yo veía el cafetal que estaba muy enmontado (es decir con mucha maleza), y yo decía, “hay no, para pagar tantos trabajadores y tantos días, yo le decía al marido, hagamos una minga”, entonces más o menos calculábamos cuantas personas necesitábamos para ese lote, y decíamos, “vamos a comprar tantas gallinas”, y en un día, listo todo, y verdad en un día dejaban limpio todo y si a veces sobraba tiempo hacían otra cosa.

**Entrevistador:** entonces, ¿es más ventajosa la minga, que el trabajo comunitario?

---

<sup>19</sup> Dando a entender que se daba mucha comida.

**Entrevistado:** De acuerdo a como uno lo tenga, porque ahora dicen que la minga... y empiezan a mirar la ´parte económica, que es un gasto. Mientras que yo, y anteriormente se tomaba la minga como algo que se iba a integrar a la gente allí, o sea, fuera lo que se fuera, lo importante era la integración de la gente allí. Eso es el principio de la minga, pero entonces ahora se ponen a decir, “si pago tantos trabajadores...”, se ponen es a hacer cálculos y por eso es que se ha perdido esa parte también.

**Entrevistador:** Profe, muchísimas gracias, por haberme concedido esta entrevista.

#### **Anexo 2. Rejilla de análisis-(Caracterización de la práctica de trabajo comunitario respecto a las categorías etnomatemáticas).**

A continuación se presenta la rejilla de Análisis y caracterización de la práctica de trabajo comunitario según el PEC de la institución, y las categorías que constituyen las realidades etnomatemáticas (hacer, pensar y comunicar).

**Tabla 7. Caracterización de la práctica de trabajo comunitario según el PEC de la I.E. y las categorías que constituyen las realidades etnomatemáticas.**

Categorías que constituyen las realidades etnomatemáticas	Pregunta	Lo que estipula el Proyecto Educativo Comunitario (PEC)	Cómo lo Hacen	Qué piensan	Cómo lo comunican	Análisis teórico
E1	<b>¿Qué concepción tiene usted de la <i>Uma Kiwe</i> (la Madre Tierra)?</b>	-La tierra para los indígenas constituye una base espiritual y una base material complementarias, además de constituir el espacio que liga numerosas generaciones con los antepasados, donde se origina su propia historia ligada a la identidad, la tierra es considerada como pariente que da origen a la vida o espacio madre a quien, se debe cuidar y proteger, interpretar sus manifestaciones	-la Madre tierra es ...de acuerdo a nuestra Mama y como nos han enseñado debemos respetarla, debemos cuidarla y debemos salvarla sobre todo.	- <i>la Madre tierra enseña mucho</i> , o sea es la primera educadora, sino que uno a veces no le pone cuidado por falta de conocimiento.	Los abuelos, los ancestros, los conocedores e investigadores han educado, razón por la cual, han transmitido de generación en generación las costumbres y prácticas realizadas por tal pueblo indígena. Además, el arraigo cultural hacia la tierra y las prácticas que en ella se llevan a cabo, es fruto de lo que ellos piensan, respecto a lo que es la tierra, pues más allá de ser un terreno para vivir, es la Madre que deben	

---

		para ayudarla a conservarse como vital para las generaciones venideras.	cuidar, respetar y salvaguardar.
E1	<b>¿Qué relación tiene esta (la tierra) con la educación, y las costumbres que se tienen dentro de la cultura del pueblo nasa?</b>	<p>Se considera que el territorio vincula al indígena con el pasado y también con el futuro; pues otorga sentido de unión y de supervivencia en un proceso encadenado de arraigo, de identidad y pertenencia, como base de la reproducción cultural y de la condición integrante de un pueblo.</p> <p>-Es la base para la organización social, para el manejo adecuado</p>	<p>-La educación para los Nasa parte desde que el niño se engendra hasta que pasa a otro mundo (...).</p> <p>-Que la educación sea para mejorar el medio ambiente, para que cada una de las personas sienta ese sentido de pertenencia.</p> <p>-La educación nace desde la madre tierra.</p> <p>-La relación educativa del nasa con la tierra tiene un soporte mitológico, tal como lo menciona Alsina (1989), pues, el significado cultural del objeto de estudio, goza de un grado de sacralización que culturalmente y a través de los tiempos ha sido practicado en la comunidad. Ya Aroca (2013) ha mencionado que, "los mitos son los que mantienen vivos</p>

E1

**¿Hay algún ritual que ustedes realicen que ligue la tierra con sus prácticas comunitarias y con el desarrollo del ser?, ¿qué ritual es?**

de los bienes de todos y para todos que permite lidiar los conflictos internos y marca los límites frente a las otras sociedades y es el espacio para el fortalecimiento de la autonomía cultural.

-La relación tan estrecha con la naturaleza hace que hasta hoy las demandas principales de los indígenas y sus organizaciones tengan que ver con la tierra y con el territorio, partiendo de estos principios y de la forma en que conciben la “madre tierra” y en cómo relacionan con ella como un cordón umbilical que los une.

**-Cuando uno va a sembrar, pues utiliza algunas plantas, que para revolver, (...) hay que revolver esas hojitas con las semillas para que así mismo como esa plantica produce, semillitas para lado y lado, así mismo la matica de frijol o la matica de maíz, va a producir;**

Entonces mire que a partir de ahí (*de los rituales realizados*) estamos creando vida, y sembrando vida, y sembrando estemos llevando a cabo la práctica de trabajo comunitario, al sembrar vida allí (especialmente en la espiral). Y la vida que es, la comida.

-El primero que a mí me enseñaron y que mi mama y todos los antepasados realizaron fue principalmente la siembra del cordón, siempre nos hacen eso es algo que se devuelve a la tierra como para que yo sienta ese amor por el territorio en que yo vivo, es como una relación, entonces desde

la tradición y la malla de significados que le dan existencia a una comunidad indígena”

Además de gozar de un grado de sacralización otorgado por la comunidad, el desarrollo de la práctica comunitaria la cual implica el desarrollo del objeto de estudio ha sido transmitido de generación en generación, ya la docente en su entrevista ha reiterado tal asunto, al mencionar la importancia de la enseñanza por parte

---

		<p>entonces mire que esos son rituales que parecen pequeñitos, pero son rituales que se hacen.</p> <p>-el espiral, como está sembrado así, esa es una forma de ritual también que se hace ahí, porque el espiral significa el pensamiento del Nasa, el cordón umbilical la vida del Nasa.</p>	<p>allí nace el afecto de los mayores, por la tierra. conocedores y antepasados respecto al objeto de estudio en cuestión.</p>
E1	<p><b>Para usted como nasa, como persona ¿Cuál es la relación que hay entre usted y la tierra, qué significado tiene para usted aquella relación?</b></p>	<p>Las comunidades indígenas y los antepasados devolvían a la tierra el bien recibido, haciendo uso de la reciprocidad como uno de los valores más importantes en el proceso socio cultural, el cual les permite crear un</p>	<p>-Para mí la tierra es como mi segunda mama, es mi primera mama, porque de ella yo vivo, de ella yo tengo la comida, tengo el sustento bueno, es la vida para uno.</p> <p>-Desde que nace el niño se entierra el cordón umbilical.</p> <p>-Se hace la siembra del cordón umbilical, y ya está ligado el ser humano</p>

---

E1

**¿Cuáles fueron los orígenes de la práctica de trabajo comunitario?**

-Se origina debido a la práctica social creativa, mediante la cual se forman ciudadanos integrales con capacidad para gestionar el plan de vida de sus comunidades.

-la Dignidad del Trabajo es uno de los pilares fundamentales del

sistema de vida más justo y equitativo para todos.

con la tierra, entonces la educación nace desde la madre tierra.

-Para mí el territorio, la tierra es algo tan sagrado que si todos lo pensaran así, nadie explotaría la tierra tal y como la están explotando, entonces, si todos sintieran ese amor por la tierra pues la cuidaríamos y no estaría así de deteriorada como está; entonces para mí el territorio es algo muy sagrado.

-Desde las recuperaciones de tierras donde los invasores y se españoles se adueñaron de las tierras, entonces desde allí parte lo que es la minga, la unidad de trabajo y el trabajo comunitario porque; eso fue como una parte de poder

**-Lo que tengo entendido, lo que me han enseñado y he aprendido** es que vienen desde hace miles de años, o sea que los pueblos indígenas siempre han trabajado en unidad y ayudándose unos a otros.

---

		pueblo indígena, pues es el espacio donde se desarrollan cada una de las prácticas ancestrales y culturales, relacionadas con la naturaleza y la aplicación de los principios y directrices de la organización indígena: la Unidad, la tierra, la cultura y la autonomía.	sobrevivir como pueblo.
E1	<b>¿Qué características podría darme con respecto al desarrollo de tal práctica (<i>la práctica de trabajo comunitario</i><sup>20</sup>)?</b>	<p>-El desarrollo de la práctica de trabajo comunitario posibilita la transformación del entorno de manera responsable y activa, además provee la producción del propio sustento, dando la posibilidad al Joven indígena de compartir y</p> <p>-Estamos creando vida en ese momento.</p> <p>-estamos vistiendo a la tierra.</p> <p>-es como un vestido para la tierra.</p>	<p>-Es como yo colocarle algo bonito a la tierra.</p> <p>-es algo que yo le pongo bonito, lo decoro.</p> <p>- si yo hago un Tul (<i>huerta casera</i>), le meto variedades de sembraditos y eso me queda muy - a nosotros nos</p> <p><b>- Cuando llevo a los muchachos a trabajar</b> allá en la planada<sup>21</sup>, yo les digo, “muchachos, aquí no estamos explotando la tierra, por el hecho de picar la tierra, hacer las eras, ¡no!...</p>

---

<sup>20</sup> La cursiva fue agregada para que el lector tenga mayor claridad de práctica a la cual se hace referencia

<sup>21</sup> *La planada*, es el frente de trabajo asignado a la docente a la cual se le realizó la entrevista.

E1

**-Cuando usted me habla de la minga y de la práctica de trabajo comunitario, ¿me está hablando de la misma práctica o son diferentes?**

recrearse en el desarrollo del trabajo porque siempre en el estarán la Mano el corazón y la Mente en el momento de llevar a cabo aquella labor.

En la dignidad del trabajo se relacionan el hombre, la sociedad y la naturaleza, donde todos los seres participan en ella como una telaraña dando, recibiendo, y manteniendo el equilibrio y la armonía de forma dinámica.

bonito.

**enseñaron eso de que el Tul, es como yo colocarle una ruanita...**

-(MINGA): “hoy vamos a hacer una minga y vamos a invitar a la gente que quiera venir”.

-(MINGA): Él (*haciendo referencia el papá*) sacrificaba dos ganados invitaba a la gente (el que invitaba a trabajar, colocaba la comida y los demás llevaban las herramientas para el trabajo) y llegaba toda la

“la minga es de dar arta<sup>22</sup> comida”,

-La minga es de compartir comida y compartir arto trabajo.

-El trabajo comunitario se basa en los trabajos que hay en las juntas y en las comunidades o en espacios compartidos por una comunidad, o de pronto hay una asociación donde dicen “vamos a trabajar todos” y eso es un trabajo

-Yo cuando era pequeña, a mí me decían, “vamos a trabajar”, pero yo no sabía si era minga, o era trabajo comunitario, sino que yo diferenciaba...

(*Pues en la minga se ofrecía mucha comida a las personas que iban a trabajar - invitadas por la persona que requería del trabajo- mientras que en el trabajo comunitario, era*

<sup>22</sup> Dando a entender que se daba mucha comida.

---

gente, y la comunitario. comida era bastante.

-Al trabajo comunitario uno llevaba el plátano, la yuca, para decir, aquí está mi aporte para que comamos todos.

-El trabajo comunitario, pues es normal, así como cuando uno sale a trabajar, a colaborar, y el almuerzo es normal.

-El trabajo comunitario **depende de la necesidad que tenga la comunidad.**

---

*necesario que cada trabajados llevara su aporte alimenticio para preparar el almuerzo).*

**Anexo 3. Socialización de estrategias, propuestas y resultados**

**Área profesional de desempeño:** \_\_\_\_\_

**Dé respuesta a las siguientes preguntas tomando en consideración el análisis realizado a la secuencia didáctica.**

1. ¿Qué tan claras o confusas pueden ser las tareas propuestas al estudiante en el ejercicio de la secuencia didáctica? Explique detalladamente.

---

---

---

2. ¿Es pertinente la secuencia didáctica? De ser así, indique que tan pertinente es.

---

---

---

3. ¿Las nociones matemáticas de razón y proporción son movilizadas de forma adecuada? Detalle su respuesta.

---

---

---

4. Las expectativas de desempeño son alcanzables y coherentes con las nociones matemáticas abordadas y con la pregunta.

---

---

---

---

5. Finalmente, ¿valida usted la propuesta didáctica? Sí\_\_\_\_\_ No\_\_\_\_\_ Porqué\_\_\_\_\_

---

---

6. Aportes didácticos (sugerencias, recomendaciones, aportes, ajustes dirigidos a la secuencia didáctica).

---

---

## Anexo 4. Evidencias y registros en torno a la socialización de estrategias, propuestas y resultados

### Socialización de estrategias, propuestas y resultados

Área profesional de desempeño: \_\_\_\_\_

Dé respuesta a las siguientes preguntas tomando en consideración el análisis realizado a la secuencia didáctica.

1. ¿Qué tan claras o confusas pueden ser las tareas propuestas al estudiante en el ejercicio de la secuencia didáctica? Explique detalladamente.

*Miando a lo que practica, el estudiante va tener mas entendimiento.*

2. ¿Es pertinente la secuencia didáctica? De ser así, indique que tan pertinente es.

*Si, por que hay una relación entre la teoría y práctica. en este caso la huerta como propuesta, el rural arroja un buen resultado con el aprendizaje los estudiantes.*

3. ¿Las noción matemáticas de razón y proporción son movilizadas de forma adecuada? Detalle su respuesta.

*Si solo se requiere de analizar bien cada detalle.*

4. Las expectativas de desempeño son alcanzables y coherentes con las noción matemáticas abordadas y con la pregunta.

*Si de esto estamos dando a que el estudiante de aplicar la matemática a los estudiantes.*

5. Finalmente, ¿valida usted la propuesta didáctica? Si  No

*Porque es una propuesta nunca visto y tiene poco, es buena que el estudiante haga práctica con un método mas entendible, como el círculo propuesto.*

6. Aportes didácticos (sugerencias, recomendaciones, aportes, ajustes dirigidos a la secuencia didáctica).

**Socialización de estrategias, propuestas y resultados**

Área profesional de desempeño: economía, (matemática)

Dé respuesta a las siguientes preguntas tomando en consideración el análisis realizado a la secuencia didáctica.

1. ¿Qué tan claras o confusas pueden ser las tareas propuestas al estudiante en el ejercicio de la secuencia didáctica? Explique detalladamente.

Es claro siempre y cuando tengan coincidencias previas establecidas por el docente.

2. ¿Es pertinente la secuencia didáctica? De ser así, indique que tan pertinente es.

Es pertinente porque involucra la práctica por lo tanto es más representativo

3. ¿Las nociones matemáticas de razón y proporción son movilizadas de forma adecuada? Detalle su respuesta.

Si porque se pueden aplicar de manera consecuente.

4. Las expectativas de desempeño son alcanzables y coherentes con las nociones matemáticas abordadas y con la pregunta.

claro que son alcanzables son fácilmente aplicables a las matemáticas

5. Finalmente, ¿valida usted la propuesta didáctica? Sí  No

Porque me parece que es un propuesta buena ya que buscamos que las matemáticas sean aplicables al contexto donde nos desempeñamos

6. Aportes didácticos (sugerencias, recomendaciones, aportes, ajustes dirigidos a la secuencia didáctica).

Tener patrones en cuenta a los medidas culturales para no tener problemas con las longitudes

### Socialización de estrategias, propuestas y resultados

Área profesional de desempeño: matemáticas.

Dé respuesta a las siguientes preguntas tomando en consideración el análisis realizado a la secuencia didáctica.

1. ¿Qué tan claras o confusas pueden ser las tareas propuestas al estudiante en el ejercicio de la secuencia didáctica? Explique detalladamente.

Si el estudiante tiene buena comprensión de lectura y conoce las fórmulas básicas de las matemáticas no tiene problemas para resolver los ejercicios propuestos

2. ¿Es pertinente la secuencia didáctica? De ser así, indique que tan pertinente es.

Lo primero que uno debe estar seguro es que el tema de la matemática se ajuste a la práctica que se pretende hacer bien sea en una huerta o en otro espacio productivo. Desde mi punto de vista lo veo pertinente porque tiene aplicabilidad.

3. ¿Las nociones matemáticas de razón y proporción son movilizadas de forma adecuada? Detalle su respuesta.

Las nociones en matemáticas están utilizados adecuadamente. Es necesario utilizar conceptos muy familiares acordes con el bagaje o conocimiento de un niño de Septimo grado.

4. Las expectativas de desempeño son alcanzables y coherentes con las nociones matemáticas abordadas y con la pregunta.

Los ejercicios son alcanzables en la parte teórica mediante un ejemplo de un breve espacio de tiempo enfocando desde el punto de vista del autor del tema que se pretende aplicar para esta secuencia

5. Finalmente, ¿valida usted la propuesta didáctica? Si  No

Porque los ejercicios propuestos están cuadrados con los interrogantes que se plantean en un área de trascendencia (por ejemplo una huerta, una pradera o área de construcción)

6. Aportes didácticos (sugerencias, recomendaciones, aportes, ajustes dirigidos a la secuencia didáctica).

Utiliza un lenguaje muy sencillo de tal manera que el estudiante logre entender todos los conceptos

**Socialización de estrategias, propuestas y resultados**

Área profesional de desempeño: Salud.

Dé respuesta a las siguientes preguntas tomando en consideración el análisis realizado a la secuencia didáctica.

1. ¿Qué tan claras o confusas pueden ser las tareas propuestas al estudiante en el ejercicio de la secuencia didáctica? Explique detalladamente.

Al principio fue sorpresa, pero después que se leyó bien el tema se puede realizar el trabajo.

2. ¿Es pertinente la secuencia didáctica? De ser así, indique qué tan pertinente es.

Si es pertinente para poder llegar a un fin determinado que es la práctica.

3. ¿Las nociones matemáticas de razón y proporción son movilizadas de forma adecuada? Detalle su respuesta.

Si esta muy bien y es de forma adecuada para llevarlo al auto de clase.

4. Las expectativas de desempeño son alcanzables y coherentes con las nociones matemáticas abordadas y con la pregunta.

Pasa mi si son alcanzables y las preguntas están muy bien formuladas y son coherentes.

5. Finalmente, ¿valida usted la propuesta didáctica? Sí  No

Porqué espan muy bien formuladas las preguntas.

6. Aportes didácticos (sugerencias, recomendaciones, aportes, ajustes dirigidos a la secuencia didáctica).

### Socialización de estrategias, propuestas y resultados

Área profesional de desempeño: \_\_\_\_\_

Dé respuesta a las siguientes preguntas tomando en consideración el análisis realizado a la secuencia didáctica.

1. ¿Qué tan claras o confusas pueden ser las tareas propuestas al estudiante en el ejercicio de la secuencia didáctica? Explique detalladamente.

*Pienso que si hoy un buen acompañamiento y explicación no hay nada confuso, todo depende de una buena metodología utilizada.*

2. ¿Es pertinente la secuencia didáctica? De ser así, indique que tan pertinente es.

*Sí, porque cada día hay que ir mejorando y siendo más dinámica de actividades.*

3. ¿Las nociones matemáticas de razón y proporción son movilizadas de forma adecuada?

Detalle su respuesta.

*Que yo digo tiene lógica pero tiene que ser más dinámico, creativo, porque el estudiante, ya que a veces uno mismo tiene ideas que los confundan.*

4. Las expectativas de desempeño son alcanzables y coherentes con las nociones matemáticas abordadas y con la pregunta.

*Sí, para hoy que hacedas más creativos, te recomiendo el apoyo de las TICs.*

5. Finalmente, ¿valida usted la propuesta didáctica? Si  No

Porqué *Ayuda ser los estudiantes más creativos y plenos con las matemáticas.*

6. Aportes didácticos (sugerencias, recomendaciones, aportes, ajustes dirigidos a la secuencia didáctica).

**Socialización de estrategias, propuestas y resultados**

**Área profesional de desempeño: Efectos y Valores**

Dé respuesta a las siguientes preguntas tomando en consideración el análisis realizado a la secuencia didáctica.

1. ¿Qué tan claras o confusas pueden ser las tareas propuestas al estudiante en el ejercicio de la secuencia didáctica? Explique detalladamente.

Los estudiantes deben tener claridad en las diferentes materias para resolver diferentes problemas, tanto de poneílos en práctica de campo.

2. ¿Es pertinente la secuencia didáctica? De ser así, indique que tan pertinente es.

Es muy buena la didáctica ya que es una necesidad que cada persona tiene en el campo de trabajo.

3. ¿Las nociones matemáticas de razón y proporción son movilizadas de forma adecuada? Detalle su respuesta.

-Si son adecuados ya que es claro la problemática que se plantea en las 2 actividades.

4. Las expectativas de desempeño son alcanzables y coherentes con las nociones matemáticas abordadas y con la pregunta.

Sí hay coherencia con las nociones matemáticas con relación a las preguntas y dejan otras.

5. Finalmente, ¿valida usted la propuesta didáctica? Si  No   
Porqué

Me parece que el estudiante lo va a ver de una manera más significativa para tenerlos en cuenta que es aplicable en todo los momentos.

6. Aportes didácticos (sugerencias, recomendaciones, aportes, ajustes dirigidos a la secuencia didáctica).

Tener en cuenta la estandarización de los medios para que no haya confusión a la hora de realizar las actividades, Ser más dinámico para mejores resultados.

**Socialización de estrategias, propuestas y resultados**

**Área profesional de desempeño:** producción científica

Dé respuesta a las siguientes preguntas tomando en consideración el análisis realizado a la secuencia didáctica.

1. ¿Qué tan claras o confusas pueden ser las tareas propuestas al estudiante en el ejercicio de la secuencia didáctica? Explique detalladamente.

Pueden ser más claras porque son sucesos que ocurren muy a menudo y tienen mucho más facilidad de conceptos.

2. ¿Es pertinente la secuencia didáctica? De ser así, indique que tan pertinente es.

Sí por que se facilita la interpretación del problema y lo dificulta va gradualmente hasta llegar a la meta

3. ¿Las nociones matemáticas de razón y proporción son movilizadas de forma adecuada?

Detalle su respuesta.

Sí en algunos casos - en los casos quedan muy abiertas y produce confusión

4. Las expectativas de desempeño son alcanzables y coherentes con las nociones matemáticas abordadas y con la pregunta

Sí

5. Finalmente, ¿valida usted la propuesta didáctica? Sí  No

Porqué es necesario resolver problemáticas de nuestro día a día vivir

6. Aportes didácticos (sugerencias, recomendaciones, aportes, ajustes dirigidos a la secuencia didáctica).

formular las preguntas con condicione para debatir mas objetivamente la respuesta.

**Anexo 5. Aplicación de la secuencia didáctica por parte de un docente de la institución.**

a). 3 matas de Cebolla.

5 matas de Lechuga.

b). 3 matas de Cebolla.

2 matas de Repollo

c). La relación es de  $3 \text{ a } 5 = 2$ .

d). La relación es de  $3 \text{ a } 2 = 1$ .

d). Al construir otra huerta de 6 eras, con las mismas condiciones, la relación numérica entre el repollo y la cebolla; la lechuga no cambiaría. Para que cambie tocaría modificar la relación de la siembra entre los surcos de repollo, cebolla y lechuga.

e). en la huerta de 9 eras tendríamos 18 matas de Repollo.

en la huerta de 6 eras tendríamos 12 matas de Repollo

en la huerta de 9 eras tendríamos 27 matas de cebolla.

en la huerta de 6 eras tendríamos 18 matas de cebolla.

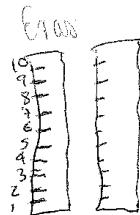
f). Huerta de 9 eras 18 matas de Repollo.

45 matas de Lechuga.

Huerta de 6 eras 12 matas de Repollo.

30 matas de lechuga

g).



6 matas de cebolla  
10 matas de lechuga

Tarea # 1  
D) Grupo de estudiantes A. Grupo B.  
de 45 plantas germinaron 27. de 50 semillas germinaron 30.

a)  $\frac{45}{27} \rightarrow 18 \rightarrow$  No germinaron  $45 \rightarrow 100\%$   
 $27 \rightarrow ? = 60$

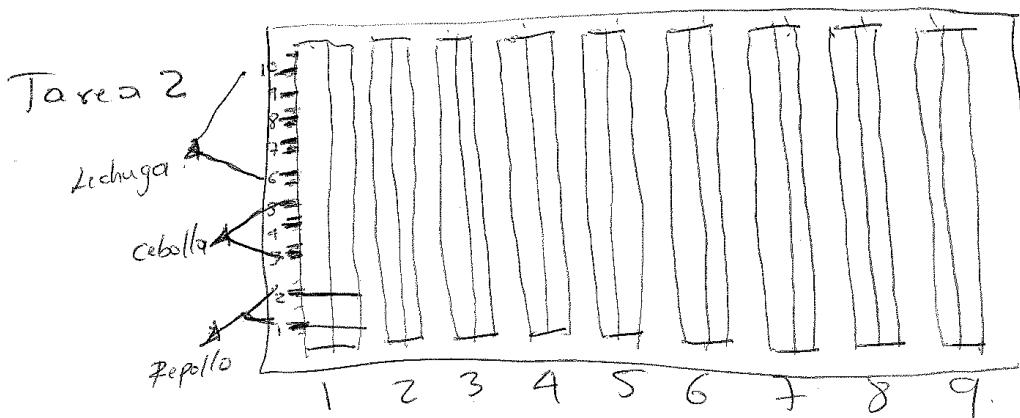
b)  $\frac{50}{30} \rightarrow 20 \rightarrow$  No germinaron  $50 \rightarrow 100\%$   
 $30 \rightarrow ? = 60$

c) Ninguno de los dos grupos de estudiantes tuvo un resultado mayor. Debido a que los % de germinación son iguales.

d) en el grupo A el % de germinación es del 60%  
 en el grupo B el % de germinación es del 60%

e) Fraccionario  $\frac{20}{60}$  de 60 partes tomó 20. o  
 podría ser  $\frac{1}{3}$ . es decir de 3 partes tomó 1.

Resta a 60  
 $\frac{-20}{40} \rightarrow$  no germinaron  
 $\frac{-40}{20} \rightarrow$  germinaron



m) Los puntos quedaron ubicados de una manera que al trazar nos da una recta.

### Observaciones Tarea 1.

a) No hay mayor complicación.

b) //

c) Para responder a esta pregunta se requiere de hacer o emplear una sencilla fórmula del 3 simple pero que el estudiante lo podría hacer siempre y cuando tenga la noción de hacer estos tipos de ejercicios.

d) para ello el estudiante debe tener bien claro la resta. En este caso bien. siendo la diferencia los resultados.

e) El estudiante debe tener bien claro los conceptos de la fracción y la resta.

### Tarea #2,

a) // Solo debe tener bien claro la lectura o el enunciado

b) //

c) Aquí debe aplicar los números de acuerdo ~~al~~ al texto.

d) Debe comprender bien la metodología que se utilizó para construir las dos huertas. Si en ambas no cambia el orden, o los números de dora los mismos resultados,

e) El estudiante debe centrarse en la secuencia de cada era, como no cambia dará más siempre y cuando halle más número de eras)

f) igual!

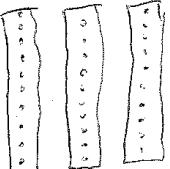
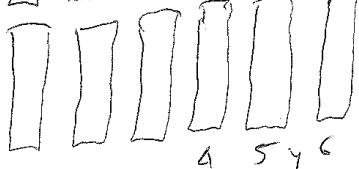
g)

h) entre mayor número de eras mayor número de plantas.

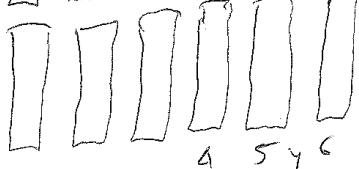
i) El estudiante ya debe tener noción de como se expresa.

la cantidad en un plano cartesiano

NOTA: Es básico que tanto un docente como un estudiante comprenda los factores de los contrarios no aplicaría las fórmulas matemáticas adecuadas a cada pregunta.

- b)  9 plantas de cebolla  
 15 plantas de Lechuga.

Hoja #2.

- i) 
- |            |                        |
|------------|------------------------|
| En 4 eras: | 12 plantas de cebolla. |
| En 5 eras: | 15 plantas de cebolla. |
| En 6 eras: | 18 plantas de cebolla. |
| En 4 eras: | 20 plantas de Lechuga. |
| En 5 eras: | 25 plantas de Lechuga. |
| En 6 eras: | 30 plantas de Lechuga. |
- que son 5 de Lechuga y 6 eras.

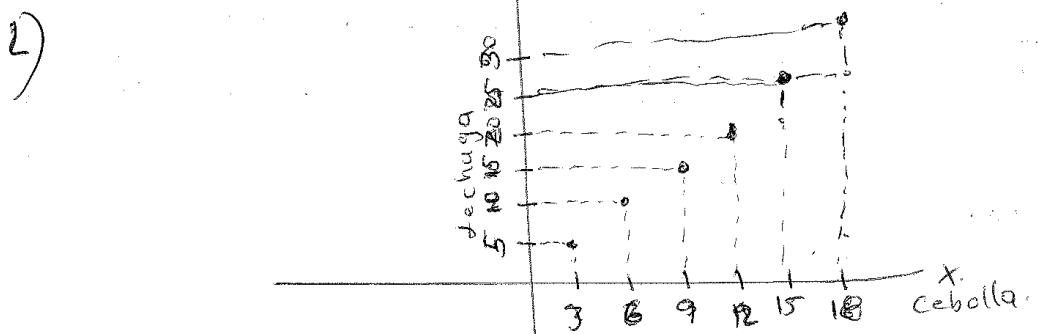
j) Por cada era de cebolla, se puede sumar 3 plantas más o multiplicar el # de eras X la cantidad que le caben en cada era es decir en las 6 eras lo multiplicamos por el numero que caben en cada era obtendríamos:

$$6 \text{ eras} \times 3 \text{ plantas} = 18 \text{ plantas de cebolla.}$$

$$6 \text{ eras} \times 5 \text{ plantas} = 30 \text{ plantas de Lechuga.}$$

Eras

Cebolla	3	6	9	12	15	18	Relación basada de 3 en 3
Lechuga	5	10	15	20	25	30	Relación basada de 5 en 5
	1	2	3	4	5	6	



X	3	6	9	12	15	18
Y	5	10	15	20	25	30

Para el desarrollo de esta situación es necesario que el estudiante tenga en cuenta lo aprendido en las situaciones anteriores y aplique lo aprendido en otros entornos de vida cotidiana. En la situación presentada, se da lugar a la argumentación por parte del estudiante en tanto que pueda dar cuenta de lo que realmente ha aprendido.

Se presentan situaciones diversas que necesariamente no deben estar ligadas secuencialmente, pues el interés de la misma es presentar las nociones trabajadas en distintos ambientes de la vida cotidiana y observar el desarrollo que realiza el estudiante.

1. Un estudiante quiere saber cuántos kilómetros recorre la ruta del colegio en 30 minutos, dado que esta ruta avanza  $120m$  en 3 minutos.

Para ello el estudiante realizó una tabla de valores comparando la cantidad de metros ( $m$ ) con la cantidad de tiempo por cada minuto.

Min (minutos)	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
M (metros)	360	720	1080	1440	1800	2160	2520	2880	3240	3600

- 1.a De acuerdo a la situación propuesta, ayúdale al estudiante a diligenciar la tabla correctamente; indicando cuantos kilómetros recorre la ruta escolar en 30 *min* dadas las condiciones mencionadas al inicio del enunciado (*avanza 120m en 3min*).

- 1.b Realiza un tabla similar a la construida anteriormente suponiendo que la ruta escolar recorre la misma distancia, pero de la siguiente manera;  $6km$  en  $15min$ .

- 1.c Compara las relaciones obtenidas en cada una de las situaciones anteriores y a partir de tal comparación representa matemáticamente en cuál de las dos situaciones la ruta emplea menor tiempo para realizar el recorrido.

The image shows handwritten calculations. At the top, there are several small sketches of rectangles with dimensions labeled. Below these, three equations are written vertically:

- c. La relación entre el largo y el ancho de la pared 3:  $2 \times 6 = 12 \text{ m}^2$
- d. La relación entre el largo y el ancho de la pared 4:  $12 \times 4 = 48 \text{ m}^2$
- e. La relación entre el largo y el ancho de la pared  $5.9 \times 3 = 27 \text{ m}^2$

Below the equations, there are annotations: "x 2" and "x 3" with arrows pointing to the first and second equations respectively, indicating they were multiplied by 2 and then by 3.

2.a. Multiplica por 2, y por 3 cada una de las relaciones halladas anteriormente.

2.b. Luego, Multiplica por 4 y por 5, cada una de las relaciones halladas inicialmente.

2.d. Divide cada una de las relaciones halladas inicialmente en partes iguales.

**Seguidamente responde:**

2.c. ¿Qué sucedió con las relaciones halladas inicialmente después de haberles multiplicado por un mismo número? Explique.

2.e. ¿Qué sucedió con las relaciones halladas inicialmente después de haberles dividido en partes iguales? Explique.

#### REJILLAS DE ANALISIS DE LAS TAREAS PROPUESTAS

**REJILLA UNO: REJILLA DE ANÁLISIS SEGÚN LAS TAREAS (UNO: Trabajando en la huerta del colegio, DOS: Las razones y proporciones en otros contextos) PROPUESTAS PARA LA SECUENCIA DIDACTICA.**

**NOTA:** En la presente rejilla encontrará las tareas que el estudiante debe realizar, seguidamente la noción matemática que se aborda en cada una de las tareas presentadas y finalmente las expectativas de desempeño, las cuales hacen alusión a lo que se espera que el estudiante realice al momento de abordar la tarea.