

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS

**TRABAJO DE GRADO**

**DISEÑO DE GUÍAS DIDÁCTICAS E INCERTIDUMBRE DE  
MEDICIÓN DE LOS EQUIPOS DE LABORATORIO  
CONSTRUIDOS POR EL GRUPO DE INVESTIGACIÓN DISEÑO  
Y CONSTRUCCIÓN DE PROTOTIPOS PARA EXPERIMENTOS  
DE DEMOSTRACIÓN – DICOPED**

**AUTORAS:**

DANIELA CASTAÑO RÍOS

MARÍA JENIFFER OTÁLVARO GÓMEZ

**DIRECTOR:**

HUGO ARMANDO GALLEGUO BECERRA

2017

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS

**TRABAJO DE GRADO**

**DISEÑO DE GUÍAS DIDÁCTICAS E INCERTIDUMBRE DE  
MEDICIÓN DE LOS EQUIPOS DE LABORATORIO  
CONSTRUIDOS POR EL GRUPO DE INVESTIGACIÓN DISEÑO  
Y CONSTRUCCIÓN DE PROTOTIPOS PARA EXPERIMENTOS  
DE DEMOSTRACIÓN – DICOPED**

**AUTORAS:**

DANIELA CASTAÑO RÍOS

MARÍA JENIFFER OTÁLVARO GÓMEZ

**DIRECTOR:**

HUGO ARMANDO GALLEGUO BECERRA

2017

# TABLA DE CONTENIDO

<b>AGRADECIMIENTOS .....</b>	<b>7</b>
<b>RESUMEN.....</b>	<b>8</b>
<b>1. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>9</b>
<b>2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y JUSTIFICACIÓN.....</b>	<b>11</b>
<b>3. OBJETIVOS.....</b>	<b>13</b>
<b>a. Objetivo General .....</b>	<b>13</b>
<b>b. Objetivos específicos .....</b>	<b>13</b>
<b>4. MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>14</b>
<b>5. METODOLOGÍA .....</b>	<b>16</b>
<b>6. INCERTIDUMBRE DE LA MEDICIÓN.....</b>	<b>17</b>
<b>6.1 La Medición .....</b>	<b>17</b>
<b>6.2 Clasificación.....</b>	<b>20</b>
<b>6.3 Incertidumbre de las mediciones con los equipos.....</b>	<b>23</b>
<b>6.4 Glosario .....</b>	<b>31</b>
<b>7. GUÍAS DIDÁCTICAS EXPERIMENTALES .....</b>	<b>32</b>
<b>7.1 REGRESIÓN LINEAL.....</b>	<b>32</b>
<b>7.2 LEY DE HOOKE .....</b>	<b>37</b>
<b>7.2.1 Introducción.....</b>	<b>37</b>
<b>7.2.2 Objetivos .....</b>	<b>37</b>
<b>7.2.3 Marco Conceptual .....</b>	<b>37</b>
<b>7.2.4 Procedimiento .....</b>	<b>40</b>
<b>7.2.4.1 Montaje del Equipo .....</b>	<b>40</b>
<b>7.2.4.2 Procedimiento experimental.....</b>	<b>42</b>
<b>7.2.5 Análisis .....</b>	<b>44</b>
<b>7.3 SEGUNDA LEY DE NEWTON [13].....</b>	<b>45</b>
<b>7.3.1 Introducción.....</b>	<b>45</b>
<b>7.3.2 Objetivos .....</b>	<b>45</b>
<b>7.3.3 Marco Conceptual .....</b>	<b>46</b>
<b>7.3.4 Procedimiento .....</b>	<b>48</b>
<b>7.3.4.1 Montaje del Equipo .....</b>	<b>48</b>
<b>7.3.4.2 Procedimiento Experimental.....</b>	<b>50</b>

7.3.5	Análisis .....	53
7.4	PÉNDULO BALÍSTICO (3)(4) .....	54
7.4.1	Introducción.....	54
7.4.2	Objetivos .....	54
7.4.3	Marco Teórico .....	55
7.4.4	Procedimiento .....	57
7.4.4.1	Montaje del Equipo.....	57
7.4.4.2	Procedimiento experimental.....	59
7.4.5	Análisis .....	62
7.5	LEY DE SNELL [14] .....	63
7.5.1	Introducción.....	63
7.5.2	Objetivos .....	63
7.5.3	Marco Conceptual .....	63
7.5.4	Procedimiento .....	68
7.5.4.1	Montaje del Equipo.....	68
7.5.4.2	Procedimiento experimental.....	71
7.5.5	Análisis .....	73
7.6	MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE (5).....	74
7.6.1	Introducción.....	74
7.6.2	Objetivos .....	74
7.6.3	Marco Conceptual .....	74
7.6.4	Procedimiento .....	79
7.6.4.1	Montaje del Equipo.....	79
7.6.4.2	Procedimiento experimental.....	80
7.6.5	Análisis .....	83
8.	CONCLUSIONES.....	84
9.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS Y WEBGRÁFICAS .....	85

## ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

<i>Ilustración 1: Medición .....</i>	<i>17</i>
<i>Ilustración 2: Regresión Lineal.....</i>	<i>33</i>
<i>Ilustración 3: Regresión Lineal.....</i>	<i>36</i>
<i>Ilustración 4: Ley de Hooke.....</i>	<i>39</i>
<i>Ilustración 5: Ley de Hooke.....</i>	<i>39</i>
<i>Ilustración 6: Conexión USB.....</i>	<i>40</i>
<i>Ilustración 7: Botón ON-OFF.....</i>	<i>40</i>
<i>Ilustración 8: Pantalla LCD.....</i>	<i>41</i>
<i>Ilustración 9: Soporte y Resorte.....</i>	<i>41</i>
<i>Ilustración 10: Arandelas .....</i>	<i>42</i>
<i>Ilustración 11: Calibración del equipo .....</i>	<i>42</i>
<i>Ilustración 12: Soporte de masas sujetado al resorte.....</i>	<i>43</i>
<i>Ilustración 13: Descripción gráfica .....</i>	<i>47</i>
<i>Ilustración 14: Diagrama de Fuerzas.....</i>	<i>47</i>
<i>Ilustración 15: Torque.....</i>	<i>47</i>
<i>Ilustración 16: Riel y caja de control.....</i>	<i>49</i>
<i>Ilustración 17: Conexiones.....</i>	<i>49</i>
<i>Ilustración 18: Carro sobre la pista.....</i>	<i>49</i>
<i>Ilustración 19: Soporte de masas .....</i>	<i>50</i>
<i>Ilustración 20: Pantalla.....</i>	<i>51</i>
<i>Ilustración 21: Opciones para toma de datos.....</i>	<i>51</i>
<i>Ilustración 22: Teclas .....</i>	<i>51</i>
<i>Ilustración 23: Encender Equipo .....</i>	<i>57</i>
<i>Ilustración 24: Menú Colisiones.....</i>	<i>58</i>
<i>Ilustración 25: Plataforma Péndulo.....</i>	<i>58</i>
<i>Ilustración 26: Balín .....</i>	<i>58</i>
<i>Ilustración 27: Disparo del balín.....</i>	<i>58</i>
<i>Ilustración 28: Péndulo Balístico.....</i>	<i>59</i>
<i>Ilustración 29: Medición de ángulo alcanzado .....</i>	<i>59</i>
<i>Ilustración 30: Medición de altura y velocidad.....</i>	<i>60</i>
<i>Ilustración 31: Soporte de péndulo.....</i>	<i>60</i>
<i>Ilustración 32: Colisiones .....</i>	<i>61</i>
<i>Ilustración 33: Ángulo de Incidencia.....</i>	<i>65</i>
<i>Ilustración 34: Refracción de la Luz .....</i>	<i>66</i>
<i>Ilustración 35: Elementos Ley de Snell.....</i>	<i>68</i>
<i>Ilustración 36: Fuente de Luz.....</i>	<i>69</i>
<i>Ilustración 37: índice de refracción y ángulo .....</i>	<i>69</i>
<i>Ilustración 38: Acrílicos.....</i>	<i>70</i>
<i>Ilustración 39: Plantillas de rejillas .....</i>	<i>70</i>
<i>Ilustración 40: Tablero de Proyección.....</i>	<i>70</i>
<i>Ilustración 41: Transportador .....</i>	<i>71</i>
<i>Ilustración 42: Teclado numérico.....</i>	<i>72</i>
<i>Ilustración 43: Rendijas .....</i>	<i>73</i>
<i>Ilustración 44: Movimiento Armónico Simple.....</i>	<i>77</i>
<i>Ilustración 45: Adaptador con entrada USB .....</i>	<i>79</i>
<i>Ilustración 46: Botón rojo .....</i>	<i>79</i>

<i>Ilustración 47: Pantalla LCD- M.A.S.....</i>	<i>79</i>
<i>Ilustración 48: Arandelas y soporte- M.A.S.....</i>	<i>80</i>
<i>Ilustración 49: Calibración- M.A.S.....</i>	<i>80</i>
<i>Ilustración 50: Práctica M.A.S.....</i>	<i>81</i>
<i>Ilustración 51: Medición M.A.S.....</i>	<i>81</i>

## ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla 1: Magnitudes fundamentales del S.I.....</i>	<i>18</i>
<i>Tabla 2: Unidades de medida con prefijos y sufijos.....</i>	<i>19</i>
<i>Tabla 3: Ejemplo 1- Incertidumbre.....</i>	<i>21</i>
<i>Tabla 4: Cálculo de Incertidumbre- masa 1.....</i>	<i>23</i>
<i>Tabla 5: Cálculo de Incertidumbre- masa 2.....</i>	<i>24</i>
<i>Tabla 6: Cálculo de Incertidumbre- Soporte de masas.....</i>	<i>24</i>
<i>Tabla 7: Cálculo de Incertidumbre- Carro.....</i>	<i>24</i>
<i>Tabla 8: Cálculo de Incertidumbre- Tiempo.....</i>	<i>25</i>
<i>Tabla 9: Resumen de Incertidumbre- Segunda Ley de Newton.....</i>	<i>25</i>
<i>Tabla 10: Cálculo de Incertidumbre- Ángulos.....</i>	<i>25</i>
<i>Tabla 11: Cálculo de Incertidumbre- Índice de Refracción.....</i>	<i>26</i>
<i>Tabla 12: Resumen de Incertidumbre- Ley de Snell.....</i>	<i>26</i>
<i>Tabla 13: Cálculo de Incertidumbre- Distancia.....</i>	<i>26</i>
<i>Tabla 14: Cálculo de Incertidumbre- Fuerza.....</i>	<i>27</i>
<i>Tabla 15: Cálculo de Incertidumbre- Gravedad.....</i>	<i>27</i>
<i>Tabla 16: Resumen de Incertidumbre- Ley de Hooke.....</i>	<i>27</i>
<i>Tabla 17: Cálculo de Incertidumbre- Masa 1- M.A.S.....</i>	<i>28</i>
<i>Tabla 18: Cálculo de Incertidumbre- Masa 2- M.A.S.....</i>	<i>28</i>
<i>Tabla 19: Cálculo de Incertidumbre- Soporte de masas- M.A.S.....</i>	<i>28</i>
<i>Tabla 20: Cálculo de Incertidumbre- Tiempo- M.A.S.....</i>	<i>29</i>
<i>Tabla 21: Cálculo de Incertidumbre- K- M.A.S.....</i>	<i>29</i>
<i>Tabla 22: Resumen de Incertidumbre- Movimiento Armónico Simple.....</i>	<i>29</i>
<i>Tabla 23: Cálculo de Incertidumbre- Ángulo alcanzado.....</i>	<i>30</i>
<i>Tabla 24: Cálculo de Incertidumbre- Altura.....</i>	<i>30</i>
<i>Tabla 25: Resumen de Incertidumbre- Altura.....</i>	<i>30</i>
<i>Tabla 26: Datos.....</i>	<i>33</i>
<i>Tabla 27: Cálculos.....</i>	<i>34</i>
<i>Tabla 28: Medición de gravedad por medio de la masa y la fuerza.....</i>	<i>43</i>
<i>Tabla 29: Ángulos VS Tiempo.....</i>	<i>52</i>
<i>Tabla 30: Péndulo Balístico.....</i>	<i>61</i>
<i>Tabla 31: Ángulos de incidencia.....</i>	<i>71</i>
<i>Tabla 32: Ley de Snell.....</i>	<i>73</i>
<i>Tabla 33: Tiempo en milisegundos.....</i>	<i>82</i>

## **AGRADECIMIENTOS**

- A Dios por darnos sabiduría, entendimiento y fortaleza para culminar esta etapa de la vida.
- A nuestras familias, por su ayuda incondicional y apoyo en el proceso académico.
- Al director de la tesis Hugo Armando Gallego Becerra, por su acompañamiento en la realización del trabajo.
- A los docentes del Grupo de Investigación DICOPED que apoyaron las prácticas en el laboratorio, los cuales aportaron sus conocimientos para el desarrollo de las guías.

## RESUMEN

En el presente trabajo se diseñó guías didácticas de cinco prototipos de laboratorio contruidos por el **Grupo de Investigación Diseño y Construcción de Prototipos para Experimentos de Demostración-DICOPED**, perteneciente a la Facultad de Ciencias Básicas de la Universidad Tecnológica de Pereira; los cuales pretenden explicar el comportamiento de las siguientes leyes físicas: La Segunda Ley de Newton, Ley de Hooke, Péndulo Balístico, Movimiento Armónico Simple y Ley de Snell. Para esto, se estimó la incertidumbre de medición de cada una de las variables del prototipo, logrando con esto, que al momento de realizar la guía, los resultados sean más cercanos a lo real.



## 1. INTRODUCCIÓN

La física como una rama de las Ciencias Naturales necesita para el aprendizaje de sus conceptos una base sólida en su fundamentación teórica, lo cual permite que el docente genere en los estudiantes motivación e interés por esta ciencia. En este sentido, una estrategia didáctica es una herramienta efectiva que permite que el estudiante se enfrente al aprendizaje de la física fusionando la teoría con la práctica.

El estudio de los fenómenos que se encuentran en la naturaleza, se pueden basar principalmente en la observación y la experimentación. La observación permite describir los comportamientos y circunstancias propias del fenómeno, pero no se pueden incluir sus efectos a una causa específica o particular. Con la ayuda de la experimentación se estudian estos fenómenos de una manera más detallada, aislando aquellos factores que pueden mostrar el efecto que ocasiona la causa de interés sobre tal fenómeno.

El presente trabajo pretende desarrollar una herramienta que permita a los estudiantes de laboratorio, tener unas guías para llevar a cabo las actividades pertinentes de acuerdo al tipo de instrumento que se emplee en el aula. Dado lo anterior, el grupo de investigación **“DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE PROTOTIPOS PARA EXPERIMENTOS DE DEMOSTRACIÓN, DICOPED”** crea equipos nuevos que permiten a los estudiantes llevar a cabo la asimilación de temas físicos por medio de la interacción con mecanismos que comprueban los diversos aprendizajes de la física.

Los equipos son nuevos en la Universidad Tecnológica de Pereira, las personas que van a utilizar este material, necesitaran una buena fuente de información que les permitan conocer las características de los equipos a manipular, además de un referente teórico frente a las leyes físicas que se desean comprobar por medio de la experimentación dentro de una práctica de laboratorio. Para tal fin, estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas y Física realizarán la elaboración de las guías y la estimación de la incertidumbre de medición correspondiente para cada equipo.

El diseño de las guías se elaborará bajo criterios didácticos que permitan el buen desarrollo de las prácticas de laboratorio.

La funcionalidad de estos equipos conlleva al desarrollo experimental y algunos principios físicos, de tal manera que no sea por un método empírico y que llegue a resultados con alta resolución y confiabilidad. Por ende a cada equipo se le realizará una medición de incertidumbre o nivel de error con el fin de obtener resultados precisos.

## 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y JUSTIFICACIÓN

La experimentación ha dado grandes resultados para el entendimiento del entorno que nos rodea, pero para llegar a dichos hallazgos se hace necesario un direccionamiento; para el caso de las personas que ingresan a un laboratorio de física, la manipulación de un equipo de medición o comprobación de magnitudes físicas conlleva a que exista la necesidad de tener una ruta eficiente para la obtención de resultados.

Al momento de realizar cualquier proceso experimental se deben conocer las condiciones iniciales de la herramienta a manipular y se debe tener previamente una fundamentación teórica del objetivo central de la práctica. A medida que se desarrolla la temática surgen algunos interrogantes que logran fortalecer el conocimiento y las habilidades frente al tema. Por lo anterior el presente trabajo busca responder preguntas como: ¿Para qué sirve? ¿Cómo funciona? ¿Cuál es su finalidad? ¿Qué precauciones se deben tener? ¿Qué temas de la física aborda la práctica?

Debido a esto, surge la necesidad de diseñar guías didácticas de laboratorio para el proceso experimental de cada una de las prácticas asociadas a un tema en específico, donde la medición de su incertidumbre juega un papel fundamental en la obtención de resultados.

Según (**B. Franklin, s.f**) [1] en su argumento: *"Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo"*, es importante que los estudiantes se sientan parte del proceso de enseñanza-aprendizaje, involucrándolos mediante la observación y experimentación en el desarrollo de las actividades planteadas por el docente, con el fin de que los resultados no sean solo por método memorístico, sino que además se convierta en una adquisición de aprendizaje significativo que le brinde al estudiante las herramientas necesarias para realizar cualquier práctica.

De acuerdo con (**L. Kelvin, s.f**) [2] *"Si puedes medir aquello de lo que estás hablando y expresarlo con números, entonces sabes algo sobre ello. Pero si no puedes medirlo, si no puedes expresarlo en números, tu conocimiento es bien magro e insatisfactorio"*. En la cual

se refiere a la medición de fenómenos naturales por medio de un instrumento, el cual posee ciertas características que deben evidenciar resultados y por medio de ello realizar las respectivas mediciones de incertidumbre de cada equipo con los cuales se llevará a cabo la verificación de magnitudes y leyes físicas.

Dado lo anterior, se puede afirmar la importancia de la incertidumbre en las mediciones, y qué ésta depende de diversos medios que pueden influir en la toma de mediciones, tales como: El observador, factores externos que varíen con la interacción del proceso experimental y claramente el instrumento de medición.

Para el desarrollo de las guías didácticas y la estimación de la incertidumbre de medición, el grupo de investigación **DICOPED** diseñó y construyó 5 prototipos que permiten realizar prácticas que comprueban los siguientes temas:

- **La segunda ley de Newton:** La aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él e inversamente proporcional a su masa. [3]
- **Ley de Hooke:** Establece la relación entre el alargamiento o estiramiento longitudinal y la fuerza aplicada. [4]
- **Péndulo balístico:** Se usa para determinar la velocidad de la bala midiendo el ángulo que se desvía el péndulo después de que la bala se haya incrustado en él. [5]
- **Movimiento armónico simple:** Es el movimiento que describe una partícula sometida a una fuerza restauradora proporcional a su desplazamiento. [6]
- **Ley de Snell:** Es una fórmula simple utilizada para calcular el ángulo de refracción de la luz al atravesar la superficie de separación entre dos medios de propagación de la luz (o cualquier onda electromagnética) con índice de refracción distinto. [7]

Es de notar que tanto los prototipos como las guías didácticas asociadas a cada una de las prácticas serán de gran beneficio para los estudiantes de las instituciones educativas y la Universidad Tecnológica de Pereira en su proceso de formación.

### **3. OBJETIVOS**

#### **a. Objetivo General**

Diseñar guías que sirvan de herramienta para el desarrollo del proceso experimental de leyes o principios de la física; donde se evidencie el buen uso de los instrumentos de laboratorio que direccionen el análisis experimental y se obtengan resultados óptimos de acuerdo al Sistema Internacional de unidades (SI), teniendo en cuenta como mayor prioridad la incertidumbre de medición.

#### **b. Objetivos específicos**

- Identificar las características de los equipos que demuestran: La segunda ley de Newton, ley de Hooke, péndulo balístico, movimiento armónico simple y ley de Snell para el lineamiento teórico de la práctica de laboratorio.
- Especificar las condiciones de uso de los equipos con el fin de que obtengan resultados exitosos al momento de desarrollar la práctica.
- Estimar la incertidumbre de medición de acuerdo al equipo y a su proceso de fabricación.
- Construir guías que permitan el estudio de conceptos preliminares, metodológicos y evaluativos del trabajo experimental de cada una de las prácticas de laboratorio.

#### 4. MARCO TEÓRICO

La experimentación se ha convertido en un proceso fundamental para la investigación y en la enseñanza de cualquier disciplina, específicamente en la física ya que es el área que nos compete. El grupo de investigación “Diseño y construcción de prototipos para experimentos de demostración- DICOPED” ha venido desarrollando proyectos los cuales se centra en la práctica de experimentos en los laboratorios de física tanto a nivel de educación media como educación superior, por esto, realizaron el libro “Diseño y construcción de prototipos para experimentos de física” (1) donde los prototipos tienen como función retroalimentar y/o afianzar los conceptos teóricos y la leyes básicas que se estudian en la asignatura de Física I específicamente en los temas de movimiento rectilíneo uniforme, movimiento uniformemente acelerado, caída libre, movimiento en el plano, movimiento circular uniforme, determinación del valor de la gravedad, coeficiente estático y dinámico de rozamiento, energía potencial, energía cinética y péndulo simple. Además, cabe aclarar que los equipos son fácil de manejar y son material de apoyo para el docente al momento de explicar su clase de física.

Por otro lado, este proyecto de investigación tiene en cuenta un concepto muy importante en el proceso de enseñanza-aprendizaje, la didáctica. En el artículo (Carmona, A. (2009). Investigación en didáctica de la física: Tendencias actuales e incidencia en la formación del profesorado. *Journal.*) [8]Se hace una revisión de las tendencias actuales en investigación de didáctica de la física. Se destaca la enseñanza de la física como una actividad investigadora y la reflexión sobre la práctica como instrumento eficaz para la demostración de leyes físicas.

Las guías didácticas se han convertido en un recurso de influencia tanto en las instituciones educativas de básica media como en instituciones de educación superior, por esto, Ignacio García Hernández<sup>1</sup> y Graciela de las Mercedes de la Cruz Blanco<sup>2</sup> publicaron un artículo

---

<sup>1</sup> Licenciado en Psicología. Máster en Psicología Clínica y en Educación Médica. Profesor Auxiliar. Escuela Nacional de Salud Pública. La Habana. Cuba.

<sup>2</sup> Licenciada en Psicología. Máster en Educación Médica. Profesora Auxiliar. Universidad de Ciencias Médicas de Holguín. Cuba.

llamado: “Las guías didácticas: recursos necesarios para el aprendizaje autónomo” donde se realiza un estudio con el objetivo de compendiar información acerca de las guías didácticas en el contexto de la educación media y superior cubana, y hacer énfasis en la importancia de su uso como elemento esencial para el trabajo del profesor y los estudiantes. Se expone la fundamentación teórica de su utilización a expensas de las teorías constructivistas y de la tarea docente como célula básica del proceso enseñanza-aprendizaje.

Los docentes de física siempre están en busca de implementar estrategias didácticas en aras de mejorar la educación y la enseñanza, el señor Carlos Salvador Ortega Ordoñez realizó el trabajo titulado: “Diseño y Aplicación de Guías Didácticas como Estrategia Metodológica, para el Fortalecimiento del Proceso de Enseñanza Aprendizaje de la Asignatura de Física” para optar al título de Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales en la Universidad Nacional de Colombia, donde empleó una nueva estrategia metodológica en la enseñanza de la física en los grados decimos de la Institución Educativa Ciudad Florida (I.E.C.F), modalidad comercial, con el fin de enfrentar el bajo rendimiento académico y la poca disposición presentada en los estudiantes de algunos grupos de clase; se utilizó como herramienta de apoyo una serie de guías didácticas que están diseñadas de forma llamativa.

Lo anterior nos deja claro que es muy importante contar con recursos didácticos, en este caso de guías con el fin de optimizar el tiempo y realizar el proceso de experimentación exitosamente.

## 5. METODOLOGÍA

Para la ejecución de las guías de laboratorio inicialmente se realizaron sesiones que permitieron la interacción con los equipos, los cuales pretenden demostrar: *La segunda ley de Newton, ley de Hooke, péndulo balístico, movimiento armónico simple y ley de Snell* creados por el grupo de investigación **DICOPED** y de esta forma poder conocer cómo funcionan, sus respectivas características y de acuerdo a su naturaleza identificar qué temas de la física se pueden probar por medio de ellos.

Después de manipular los instrumentos, conocer su funcionalidad y características se identificó que fundamentación teórica corresponde a cada equipo, logrando con esto delimitar el tipo de prácticas que se puedan desarrollar en el aula, y continuar con la adecuada estructura de una buena herramienta teórica que sea detallada y didáctica que le proporcione tanto a los estudiantes como al docente desarrollar los objetivos propuestos inicialmente.

Teniendo en cuenta la importancia de que el análisis de los datos obtenidos en la práctica de laboratorio sean confiables y se aproximen a valores reales, se estimó la incertidumbre de medición a cada uno de los equipos, creados por el grupo de investigación **DICOPED**; con el fin de no caer en errores de medición y así llevar al practicante a datos físicos precisos.

Para la realización de las guías se tuvo en cuenta referentes teóricos y docentes pertenecientes a la Facultad de Ciencias Básicas de la Universidad Tecnológica de Pereira con el objetivo de crear, implementar e innovar al momento de desarrollar la secuencia didáctica, relacionada a cada una de las prácticas de laboratorio, las cuales son: *La segunda ley de Newton, ley de Hooke, péndulo balístico, movimiento armónico simple y ley de Snell*.



## 6. INCERTIDUMBRE DE LA MEDICIÓN

### 6.1 La Medición



*Ilustración 1: Medición*

Una medición es un proceso que se lleva a cabo por medio de la experimentación y la observación, que permite comparar un objeto por medio de una magnitud o una referencia como lo es una cantidad. Un ejemplo de ello es cuando se mide el tiempo empleado para una tarea, una distancia recorrida o la masa de un objeto. En el proceso de medición se deben

evitar todos aquellos factores que contribuyan a una medición errónea o de variaciones muy altas, para poder obtener valores más acertados y de esta manera direccionar hacia una incertidumbre.

Cabe resaltar que en la medición es vital tener en cuenta el Sistema Internacional de Unidades ya que es el lenguaje y simbolismo que por convención se emplea en cualquier práctica de laboratorio y es lo que permite identificar que magnitud se está estudiando. Es importante tener cuenta también los amplificadores y reductores de escala como lo son los prefijos y los sufijos de las unidades de medida.

*Tabla 1: Magnitudes fundamentales del S.I*

<b>Magnitud física básica (símbolo)</b>	<b>Unidad básica (símbolo)</b>
Longitud (l, h, r, x)	metro (m)
Masa (M)	kilogramo(kg)
Tiempo (t)	segundo (s)
Corriente eléctrica(I)	amperio (A)
Temperatura termodinámica (T)	kelvin (K)
Cantidad de sustancia (n)	mol (mol)
Intensidad luminosa(lv)	candela (cd)

Tabla 2: Unidades de medida con prefijos y sufijos

$10^n$	PREFIJO	SÍMBOLO	EQUIVALENCIA DECIMAL EN EL SISTEMA INTERNACIONAL
$10^{24}$	Yotta	Y	1 000 000 000 000 000 000 000 000
$10^{21}$	Zetta	Z	1 000 000 000 000 000 000 000 000
$10^{18}$	Exa	E	1 000 000 000 000 000 000 000
$10^{15}$	Peta	P	1 000 000 000 000 000 000
$10^{12}$	Tera	T	1 000 000 000 000 000
$10^9$	Giga	G	1 000 000 000
$10^6$	mega	M	1 000 000
$10^3$	Kilo	K	1 000
$10^2$	hecto	h	100
$10^1$	deca	da	10
$10^0$	<b>SUFIJOS</b>		1
$10^{-1}$	deci	D	0.1
$10^{-2}$	centi	C	0.01
$10^{-3}$	Mili	M	0.001
$10^{-6}$	micro	$\mu$	0.000 001
$10^{-9}$	nano	N	0.000 000 001
$10^{-12}$	Pico	P	0.000 000 000 001
$10^{-15}$	femto	F	0.000 000 000 000 001
$10^{-18}$	Atto	A	0.000 000 000 000 000 001
$10^{-21}$	zepto	Z	0.000 000 000 000 000 000 001
$10^{-24}$	yocto	Y	0.000 000 000 000 000 000 000 001

El concepto de incertidumbre está asociado a que no existe una precisión absoluta en la medición de un objeto o un estudio físico y esto se relaciona a factores como el instrumento de medición, el observador y a los factores naturales donde se esté realizando una medición.

Para la toma de una medición es indispensable tener en cuenta las características del instrumento con el que se está trabajando, ya que a la hora de medir se pueden obtener resultados que se acercan a datos exactos o lo contrario de acuerdo con las características del instrumento y el observador.

Entonces, **¿Qué es la incertidumbre?**

La incertidumbre es un parámetro positivo que representa la dispersión o duda de los datos obtenidos en una medición, además de ser una estimación de un valor cercano al que se considera ser adecuado.

## **6.2 Clasificación**

La incertidumbre se puede clasificar en dos tipos:

- Incertidumbre Tipo A
- Incertidumbre Tipo B

**La incertidumbre tipo A:** Esta hace referencia a todos los valores de tipo aleatorio y su estudio se realiza por medio de cálculos estadísticos.

**La incertidumbre tipo B:** Estos valores resultan por variaciones sistémicas de la medida, su valor se determina por factores como la experiencia de observación del campo práctico o por medios externos.

Para expresar el valor obtenido de una medida es importante tener en cuenta que debe cumplir con los siguientes parámetros: *La magnitud debe ser igual al valor medido  $\pm$  la incertidumbre.*

Cada equipo de medición debe contar con un error máximo en el dato que arroja la práctica por lo tanto es indispensable comparar los datos obtenidos con el máximo permitido ya que

no debe salirse de este parámetro para que sea válida la medición. Este parámetro es dado por el fabricante del equipo.

Para hallar el valor de incertidumbre de una medición directa es importante determinar inicialmente las variables y la relación existente entre ellas. Luego identificar los parámetros generadores de incertidumbre, seguidamente cuantificar los generadores de la misma. [9]

### ¿Cómo se hallan las incertidumbres tipo A y tipo B?

Los métodos para hallar las incertidumbres tipo A y tipo B se determinan por distribuciones de probabilidad; la diferencia radica en que los datos tipo A están basados en la repetitividad de una misma práctica y los datos tipo B están fundamentados en la experiencia o en la información externa que se tenga de la medición.

#### I. Incertidumbre Estándar Tipo A

Se calcula por medio de la desviación estándar de la medición basada en la ecuación:

$$u_A = \frac{S}{\sqrt{n}}$$

**U<sub>A</sub>:** Incertidumbre Tipo A

**S:** Desviación Estándar

**n:** Número de datos

#### EJEMPLO 1

Los datos obtenidos al medir 5 veces la longitud de una varilla utilizando un pie de rey, son:

*Tabla 3: Ejemplo 1- Incertidumbre*

No. Medida	1	2	3	4	5
L(mm)	12,24	12,23	12,23	12,24	12,22

Calcule la incertidumbre Tipo A para esta medición.

## Resultados de incertidumbre tipo A

La desviación estándar, es:

$$S = \sqrt{\frac{\sum x^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}{(n - 1)}}$$

$$S = 0,008366600265 \text{ mm}$$

La incertidumbre Tipo A, es:

$$U_A = \frac{0,008366600265 \text{ mm}}{\sqrt{5}}$$

$$U_A = 0,003741657387 \text{ mm}$$

## II. Incertidumbre Estándar Tipo B [10]

Se calcula por medio de la información proveniente de:

- ✓ La resolución del instrumento
- ✓ Las especificaciones del fabricante
- ✓ Certificados de calibración
- ✓ Normas técnicas
- ✓ Valores de mediciones anteriores

Este tipo de incertidumbre se calcula cuando no se tiene repetitividad en los datos. También cuando se debe partir de información de otras fuentes para su cálculo. La incertidumbre tipo B se emplea cuando solo se tiene un dato de entrada en las variables.

### 6.3 Incertidumbre de las mediciones con los equipos

En el proceso llevado a cabo con los equipos de laboratorio del grupo de investigación DICOPE, se realizaron los procesos experimentales de los prototipos, tabulando la información y aplicando el método para calcular la incertidumbre estándar tipo A, ya que la incertidumbre fue calculada por los datos que arrojaban los equipos y también teniendo en cuenta los valores mínimos que cada mecanismo estaba diseñado para medir.

Los valores aproximados de incertidumbre en los dispositivos se encuentran discriminados las siguientes tablas y fueron calculados utilizando las siguientes ecuaciones:

$$u_A = \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum x^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}{(n-1)}}$$

#### INCERTIDUMBRE SEGUNDA LEY DE NEWTON

*Tabla 4: Cálculo de Incertidumbre- masa 1*

Desviación estándar e incertidumbre de la arandela de 0,005 kg		
$\sum x^2$	0,00048517	$u_A$
$(\sum X)^2$	0,00970225	0,000012301
$n$	20	
$(n-1)$	19	
$S$	0,00005501	

Tabla 5: Cálculo de Incertidumbre- masa 2

Desviación estándar e incertidumbre de la arandela de 0,020 kg		
$\sum x^2$	0,00790438	$u_A$
$(\sum x)^2$	0,15808576	0,00001556
$n$	20	
$(n - 1)$	19	
$S$	0,0000696	

Tabla 6: Cálculo de Incertidumbre- Soporte de masas

Desviación estándar e incertidumbre del soporte de masas 0,050 kg		
$\sum x^2$	0,04968142	$u_A$
$(\sum x)^2$	0,99361024	0,00004888
$n$	20	
$(n - 1)$	19	
$S$	0,000218608	

Tabla 7: Cálculo de Incertidumbre- Carro

Desviación estándar e incertidumbre del carro 0,068 kg		
$\sum x^2$	0,093424083	$u_A$
$(\sum x)^2$	1,86841561	0,00001141
$n$	20	
$(n - 1)$	19	
$S$	0,00005104	



Tabla 8: Cálculo de Incertidumbre- Tiempo

Desviación estándar e incertidumbre del tiempo en segundos		
$\sum x^2$	0,00000625	$u_A$
$(\sum x)^2$	0,00005713	0,00007695
$n$	10	
$(n - 1)$	9	
$S$	0,000243339	

Tabla 9: Resumen de Incertidumbre- Segunda Ley de Newton

SEGUNDA LEY DE NEWTON				
<u>Arandela de 5g</u>	<u>Arandela de 20 g</u>	<u>Soporte de masas</u>	<u>Masa del carro</u> <u>deslizador</u>	<u>Tiempo</u>
$\pm 0,000012301$	$\pm 0,0001556$	$\pm 0,00004888$	$\pm 0,00001141$	$\pm 0,00007695$

## INCERTIDUMBRE LEY DE SNELL

Tabla 10: Cálculo de Incertidumbre- Ángulos

Desviación estándar e incertidumbre de ángulos en grados		
$\sum x^2$	20	$u_A$
$(\sum x)^2$	400	0,973328527
$n$	20	
$(n - 1)$	19	
$S$	4,352857501	

Tabla 11: Cálculo de Incertidumbre- Índice de Refracción

Desviación estándar e incertidumbre del índice de refracción		
$\sum x^2$	42,05	$u_A$
$(\sum x)^2$	841	1,411326364
$n$	20	
$(n - 1)$	19	
$S$	6,311643376	

Tabla 12: Resumen de Incertidumbre- Ley de Snell

LEY DE SNELL	
Medición en grados	Índice de refracción
$\pm 1^\circ$	$\pm 1,411326364$

## INCERTIDUMBRE DE LA LEY DE HOOKE

Tabla 13: Cálculo de Incertidumbre- Distancia

Desviación estándar e incertidumbre de la distancia en metros		
$\sum x^2$	0,399	$u_A$
$(\sum x)^2$	3,8416	0,01284091
$n$	10	
$(n - 1)$	9	
$S$	0,04060651	

Tabla 14: Cálculo de Incertidumbre- Fuerza

Desviación estándar e incertidumbre de fuerza en Newton		
$\sum x^2$	21,8589	$u_A$
$(\sum x)^2$	186,8689	0,1877353
$n$	10	
$(n - 1)$	9	
$S$	0,5936713	

Tabla 15: Cálculo de Incertidumbre- Gravedad

Desviación estándar e incertidumbre de la gravedad m/s <sup>2</sup>		
$\sum x^2$	964,57279	$u_A$
$(\sum x)^2$	9643,5637	0,0490383
$n$	10	
$(n - 1)$	9	
$S$	0,1550727	

Tabla 16: Resumen de Incertidumbre- Ley de Hooke

LEY DE HOOKE		
<u>Distancia</u>	<u>Fuerza</u>	<u>Gravedad</u>
$\pm 0,01284091$	$\pm 0,1877353$	$\pm 0,0490383$

## INCERTIDUMBRE DEL MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

*Tabla 17: Cálculo de Incertidumbre- Masa 1- M.A.S*

Desviación estándar e incertidumbre de la arandela de 0,005 kg		
$\sum x^2$	0,00048517	$u_A$
$(\sum x)^2$	0,00970225	0,000012301
$n$	20	
$(n - 1)$	19	
$S$	0,00005501	

*Tabla 18: Cálculo de Incertidumbre- Masa 2- M.A.S*

Desviación estándar e incertidumbre de la arandela de 0,020 kg		
$\sum x^2$	0,00790438	$u_A$
$(\sum x)^2$	0,15808576	0,00001556
$n$	20	
$(n - 1)$	19	
$S$	0,0000696	

*Tabla 19: Cálculo de Incertidumbre-Soporte de masas- M.A.S*

Desviación estándar e incertidumbre del soporte de masas de 50 Kg		
$\sum x^2$	0,04968142	$u_A$
$(\sum x)^2$	0,99361024	0,00004888
$n$	20	
$(n - 1)$	19	
$S$	0,000218608	

Tabla 20: Cálculo de Incertidumbre- Tiempo- M.A.S

Desviación estándar e incertidumbre del tiempo en segundos		
$\sum x^2$	1601,93879	$u_A$
$(\sum x)^2$	16013,38394	0,081676353
$n$	10	
$(n - 1)$	9	
$S$	0,258283307	

Tabla 21: Cálculo de Incertidumbre- K- M.A.S

Desviación estándar e incertidumbre de la constante del resorte k		
$\sum x^2$	2179,09131	$u_A$
$(\sum x)^2$	21756,1849	0,196435555
$n$	10	
$(n - 1)$	9	
$S$	0,621183767	

Tabla 22: Resumen de Incertidumbre- Movimiento Armónico Simple

MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE				
<u>Arandela de 5g</u>	<u>Arandela de 20</u> g	<u>Soporte de</u> <u>masas</u>	<u>Tiempo</u>	<u>K</u>
± 0,000012301	± 0,0001556	± 0,00004888	± 0,08033608	± 0,196435555

## INCERTIDUMBRE DE PÉNDULO BALÍSTICO

*Tabla 23: Cálculo de Incertidumbre- Ángulo alcanzado*

Desviación estándar e incertidumbre de ángulos en grados		
$\sum x^2$	20	$u_A$
$(\sum x)^2$	400	0,973328527
$n$	20	
$(n - 1)$	19	
$s$	4,352857501	

*Tabla 24: Cálculo de Incertidumbre- Altura*

Desviación estándar e incertidumbre de la altura en metros		
$\sum x^2$	0,00336541	$u_A$
$(\sum x)^2$	0,03136441	0,00159502
$n$	10	
$(n - 1)$	9	
$s$	0,00504391	

*Tabla 25: Resumen de Incertidumbre- Altura*

PÉNDULO BALÍSTICO	
<u>Ángulo</u>	<u>Altura</u>
$\pm 1^\circ$	$\pm 0,00159502$

Estos datos son importantes a la hora de escribir los resultados de las prácticas de laboratorio.

## 6.4 Glosario

- **Parámetro:** Dato que se considera como imprescindible y orientativo para lograr evaluar o valorar una determinada situación.
- **Aleatorio:** Aquello que se vincula a la suerte y que resulta imprevisto.
- **Resolución:** Es la mínima variación de la magnitud medida que da lugar a una variación perceptible de la indicación correspondiente.
- **Calibración:** Es el proceso de comparar los valores obtenidos por un instrumento de medición con la medida correspondiente de un patrón de referencia.
- **Incertidumbre:** Es el intervalo o rango de los valores posibles de una medida.
- **Muestra:** Cantidad de datos que se van a estudiar.

## 7. GUÍAS DIDÁCTICAS EXPERIMENTALES

### 7.1 REGRESIÓN LINEAL

El análisis de modelos de regresión lineal a veces llamados predictivos tiene una relación con dos variables o más, de tal manera que por medios matemáticos se pueda evidenciar la relación que hay entre ellas, y obtener valores esperados con respecto a las variables a estudiar. Para dicho análisis se nombra X cómo la variable independiente, mientras que Y es la variable respuesta que depende de los valores de X.

Con la regresión lineal se pretende identificar un modelo de representación entre las variables dependiente e independiente, el cual se expresa como  $Y = a + bX$ ; donde a y b son parámetros de la recta que mejor se ajusta a los datos obtenidos.

Se expone un ejemplo para determinar la regresión lineal de acuerdo con la relación  $Y = a + bX$ . Se debe tener presente que los valores a, b son parámetro que tienen un tratamiento estadístico.

Para hallar el valor de **a** tenemos la siguiente relación:

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

Los términos  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  son las medias aritméticas de los valores de X y Y.

Luego para hallar el valor de **b** se debe trabajar de la siguiente forma:

$$b = \frac{n(\sum x \cdot y) - (\sum x \sum y)}{n(\sum x^2) - (\sum x)^2}$$

Donde,

$n \rightarrow$  Representa la cantidad de muestra (Número de datos)

$\Sigma \rightarrow$  Representa el símbolo de sumatoria de datos



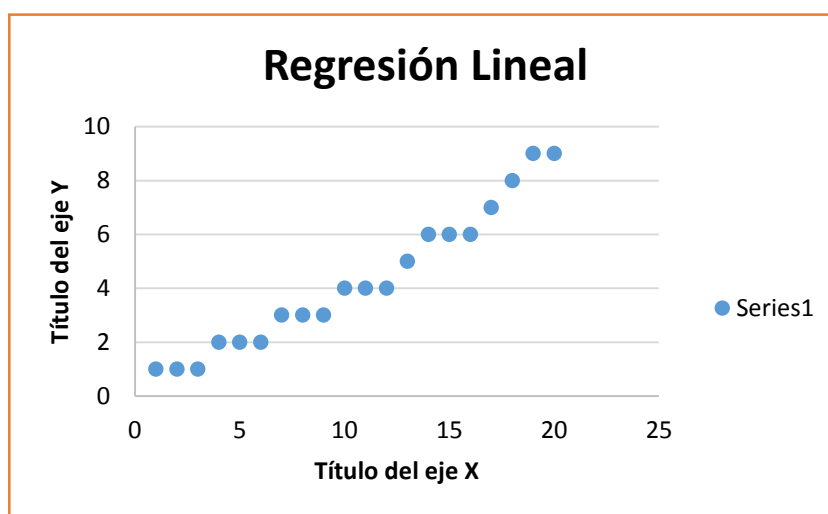
Para ver los resultados de un gráfico de regresión lineal, se expone el siguiente ejemplo:

La tabla que se muestra a continuación contiene los datos a los cuales se les realizará el análisis.

*Tabla 26: Datos*

<b>X</b>	<b>Y</b>
1	1
2	1
3	1
4	2
5	2
6	2
7	3
8	3
9	3
10	4
11	4
12	4
13	15
14	6
15	6
16	6
17	7
18	8
19	9
20	9

Al graficar X vs Y se obtiene



*Ilustración 2: Regresión Lineal*

Para obtener los cálculos correspondientes con los parámetros de la regresión lineal, se realizan los siguientes cálculos:

*Tabla 27: Cálculos*

<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>X.Y</b>	<b>X<sup>2</sup></b>
1	1	1	1
2	1	2	4
3	1	3	9
4	2	8	16
5	2	10	25
6	2	12	36
7	3	21	49
8	3	24	64
9	3	27	81
10	4	40	100
11	4	44	121
12	4	48	144
13	5	65	169
14	6	84	196
15	6	90	225
16	6	96	256
17	7	119	289
18	8	144	324
19	9	171	361
20	9	180	400
210	86	1189	2870

Los datos de color azul representan las sumatorias de cada columna.

Luego, se realiza el cálculo por separado de cada sumatoria de las variables, para posteriormente reemplazar en las ecuaciones de los parámetros a y b.

$$n = 20$$

$$\bar{x} = 10,5$$

$$\sum x^2 = 2870$$

$$\sum x = 210$$

$$\bar{y} = 4,3$$

$$(\sum x)^2 = 44100$$

$$\sum y = 86$$

$$\sum x \cdot y = 1189$$

Con el cálculo de los datos por separado se reemplaza en las ecuaciones para obtener a y b, de esta forma deducir la ecuación  $Y = a + bX$

Se inicia con el parámetro b

$$b = \frac{20 (1189) - (210)(86)}{20 (2870) - (44100)}$$

$$b = \frac{23780 - 18060}{57400 - 44100}$$

$$b = \frac{5720}{13300}$$

$$b = \frac{5720}{13300}$$

$$b = 0.430$$

Ahora con el valor de b podemos generar el valor de a

$$a = (4.3) - (0.43)(10.5)$$

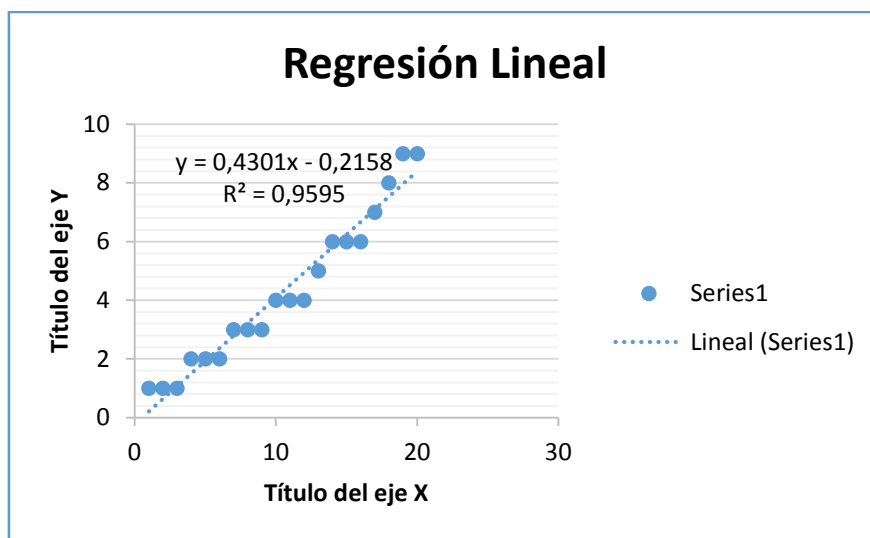
$$a = (4.3) - (4.515)$$

$$a = 0.215$$

Ya con los datos de los parámetros identificados se puede ordenar la ecuación general

$$Y = 0.215 + 0.43X$$

Para verificar el resultado obtenido se cuenta con la herramienta de Excel el cual nos entrega por medio de un gráfico de dispersión un trazo con la respectiva ecuación de la recta de esta forma.



*Ilustración 3: Regresión Lineal*

## **7.2 LEY DE HOOKE**

### **7.2.1 Introducción**

La ley de Hooke permite estudiar los fenómenos asociados con los materiales elásticos como es el caso de un resorte, además de la fuerza que se le puede aplicar. Influyen en ella una constante de elasticidad y una distancia la cual debe ser proporcional a la fuerza. De esto se encargó el físico Robert Hooke en un montaje diseñado para la observación de las características de fenómenos elásticos, por medio de un resorte sujetado a un muelle del cual está atado un resorte que al ubicarle una masa va permitir realizar mediciones longitudinales de acuerdo con el peso y la elasticidad sin sobrepasar su límite. (Zemansky, 2009) (2)

### **7.2.2 Objetivos**

- i.** Identificar las variables asociadas a la ley de Hooke.
- ii.** Determinar experimentalmente la constante de elongación de un material elástico.
- iii.** Realizar mediciones de acuerdo con las diferentes masas.
- iv.** Emplear la regresión lineal.
- v.** Representar datos obtenidos por medio de gráficos.

### **7.2.3 Marco Conceptual**

#### **Ley de Hooke [11] [12]**

Los cuerpos se deforman bajo la acción de las fuerzas. La fuerza es toda la causa capaz de modificar el estado de reposo o de movimiento de un cuerpo, o de producirle una

deformación. La unidad de fuerza en el sistema internacional de unidades (SI) es el newton (N).

Cada material responde de una manera diferente a la acción de las fuerzas. Esta respuesta nos permite establecer la clasificación de los materiales siguientes:

- **Rígidos.** No se les modifica la forma cuando actúa sobre ellos una fuerza.
- **Plásticos.** Al cesar la fuerza que los deforma, los materiales no recuperan la forma primitiva y quedan deformados permanentemente.
- **Elásticos.** Los materiales recuperan la forma original cuando deja de actuarles la fuerza que los deforma. Algunas de las deformaciones que puede sufrir un cuerpo elástico son las siguientes:

Tracción. Tirar del cuerpo por sus extremos.

Compresión. Comprimir dicho cuerpo.

Torsión. Torcer el cuerpo en forma helicoidal.

La elasticidad es una propiedad general de la materia que permite a los cuerpos deformarse cuando están sometidos a una fuerza y recuperar la forma inicial cuando la causa de la deformación desaparece.

Muchos cuerpos son elásticos si la fuerza que los deforma no sobrepasa un cierto valor, denominado límite de elasticidad, que depende de cada cuerpo y de cada sustancia. Si se sobrepasa este límite, el cuerpo queda deformado permanentemente. También existe un límite de ruptura, que es la fuerza máxima que puede soportar un cuerpo determinado sin romperse. **Robert Hooke (1676)** descubrió y estableció la ley que se utiliza para definir las propiedades elásticas de un cuerpo. En el estudio de los efectos por las fuerzas de tensión, observó que había un aumento de la longitud del cuerpo, que era proporcional a la fuerza aplicada, dentro de unos límites bastante amplios.

Un muelle constituye un ejemplo típico de cuerpo elástico. Si se estira de un muelle, este se alarga, y si cuando se le suelta, recupera la longitud inicial. De acuerdo con la Ley de Hooke, la deformación que experimente un muelle o un cualquier otro cuerpo elástico al ejercer sobre él una cierta fuerza  $F$  es directamente proporcional a la magnitud de dicha fuerza. (Higuera, 2011)

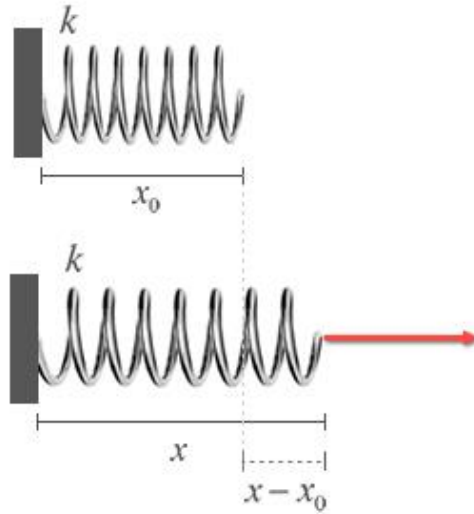
$$F = -kx$$

Donde:

$F$  = Fuerza

$k$  = Constante de elasticidad

$x$  = Longitud



*Ilustración 5: Ley de Hooke*

Para realizar cualquier ejercicio práctico sobre la Ley de Hooke se debe conocer el desarrollo matemático y sus respectivas fórmulas.

Aplicando la ley de newton se obtiene la constante de elasticidad así:

$$F = kX$$

$$k = \frac{F}{X}$$

El periodo de la oscilación se calcula usando la expresión:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Para obtener la ecuación de elongación se debe calcular primero la frecuencia angular ( $\omega$ ).

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

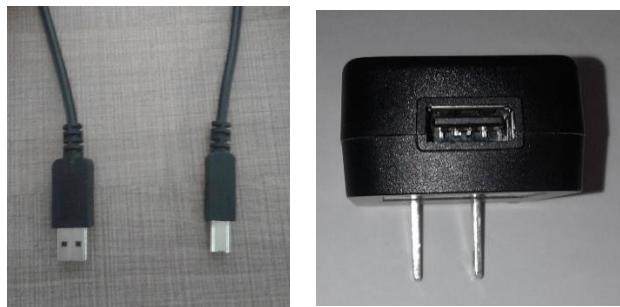
Teniendo esto, ya podemos resolver la ecuación de elongación que viene dada por:

$$X = A\omega \cos \omega t$$

## 7.2.4 Procedimiento

### 7.2.4.1 Montaje del Equipo

- i. Inicialmente conecte el cable que va del equipo al adaptador con entrada USB como se muestra en la *Ilustración 6*, de tal manera que tenga contacto con una entrada de energía de 110 Voltios.



*Ilustración 6: Conexión USB*

- ii. Encienda el equipo del botón rojo que se encuentra a uno de los costados de la pantalla.



*Ilustración 7: Botón ON-OFF*



- iii. Verifique en la pantalla LCD el nombre de la práctica, para este caso la Ley Hooke, como se evidencia en la *Ilustración 8*.



*Ilustración 8: Pantalla LCD*

- iv. Tenga en cuenta que el equipo en su soporte vertical posea una cinta métrica. Además que el soporte horizontal tenga sujeto un resorte sobre el cual se ubicarán las diferentes masas para llevar a cabo la práctica.



*Ilustración 9: Soporte y Resorte*

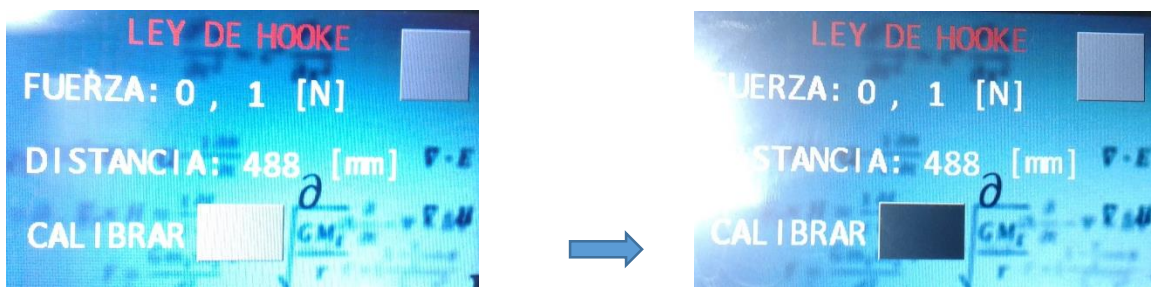
- v. Organice el soporte de masas y utilice las diferentes arandelas con valores diferentes para realizar la medición.



*Ilustración 10: Arandelas*

#### 7.2.4.2 Procedimiento experimental

- i. Para iniciar la práctica de laboratorio realice la calibración del equipo por medio de la pantalla táctil, en la opción de calibrar, presione el recuadro de tal forma que se oscurezca el color gris, espere un tiempo prudente hasta que el color oscuro desaparezca y los títulos Fuerza y distancia tengan un valor de cero; esto indica que el equipo está listo para realizar mediciones.



*Ilustración 11: Calibración del equipo*

- ii. Mida en una gramera el soporte de masas y sujételo del resorte como se muestra en la *Ilustración 12*. Recuerde que la medición de la masa para esta práctica y de acuerdo al Sistema Internacional debe ser en kilogramos. Luego revise el valor obtenido en la pantalla. Registre los valores en la *Tabla 28*.



*Ilustración 12: Soporte de masas sujetado al resorte*

*Tabla 28: Medición de gravedad por medio de la masa y la fuerza*

No.	Masa en gramos	Masa en kilogramos	Fuerza	Calculo de la gravedad
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

### 7.2.5 Análisis

- i. Realice una gráfica con los valores obtenidos en la tabla anterior.
- ii. La gráfica construida, ¿muestra o reproduce una línea recta? ¿Es perfecta o no?, de éste razonamiento ¿Qué puede concluir?
- iii. Escriba la ecuación general que relaciona la fuerza aplicada sobre un resorte con la deformación que éste experimenta, ésta es la denominada: Ley de Hooke. Ahora en sus propias palabras explique la acción, efecto y relación entre la deformación de un resorte y la fuerza aplicada sobre él, qué agente actuó para generar el alargamiento del resorte.

## **7.3 SEGUNDA LEY DE NEWTON [13]**

### **7.3.1 Introducción**

En todo sistema físico un cuerpo se mantendrá en estado de reposo o de movimiento a velocidad constante a menos que suceda una acción que altere su estado, dichas acciones se denominan fuerzas. A partir de lo anterior, se puede concluir que una fuerza es una interacción física que afecta el estado de movimiento de los cuerpos presentes en un sistema, dichos cambios de movimiento están asociados a un cambio de velocidad lo cual conlleva a la definición de aceleración.

Partiendo de lo anterior se puede afirmar debe existir alguna relación entre los conceptos fuerza y aceleración, así mismo se puede plantear el estudio del comportamiento de dicho fenómeno que tiene respuesta en la segunda ley de Newton.

### **7.3.2 Objetivos**

- i.** Determinar experimentalmente la aceleración de un cuerpo, cuando el sistema presenta una sumatoria de fuerzas diferente a 0.
- ii.** Construir una gráfica de la posición angular en función del tiempo.
- iii.** Analizar y describir el comportamiento de un sistema a partir de una gráfica.
- iv.** Dar sustento experimental a la relación matemática entre fuerza, masa y aceleración.

### 7.3.3 Marco Conceptual

#### Segunda Ley de Newton

La Segunda Ley de Newton plantea que la fuerza neta aplicada sobre un objeto es directamente proporcional a la aceleración que experimenta el mismo, lo cual se puede expresar matemáticamente como:

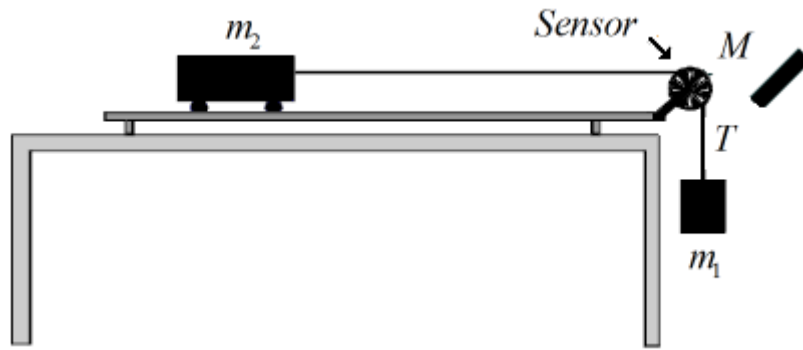
$$\vec{F} = M\vec{a}$$

Dónde:

- $\vec{F} \rightarrow$  Fuerza neta sobre el sistema.
- $M \rightarrow$  Masa del sistema.
- $\vec{a} \rightarrow$  Aceleración experimentada por el sistema.

Dicha aceleración es una cantidad vectorial y su dirección está dada por la dirección de la fuerza neta resultante, es decir, la fuerza resultante de la sumatoria de fuerzas presentes en el sistema.

En esta práctica se verificara experimentalmente la afirmación anterior, para ello se tomara un objeto de masa  $m_2$  y se acelerara generando sobre el mismo una fuerza conocida. Esto se realizara atando un hilo inextensible de masa despreciable en uno de los extremos de la masa, y completando el sistema con una polea que permitirá suspender una masa  $m_1$  de forma vertical, con lo cual se tendrá como resultado una tensión T sobre el hilo, la cual será finalmente la fuerza sobre la masa  $m_2$ , el sistema descrito se muestra en la *Ilustración 13*.



*Ilustración 13: Descripción gráfica*

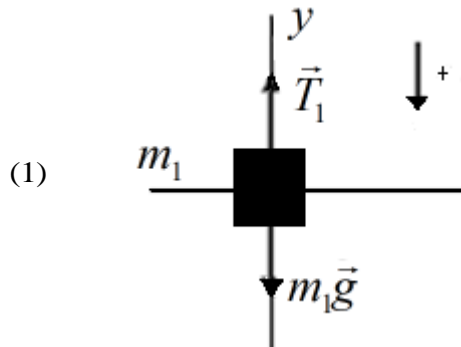
El sistema está conformado por dos cuerpos, los cuales inicialmente se encuentran en reposo, una vez se sueltan se aceleran debido a las fuerzas existentes en el sistema. Si se realiza el diagrama de cuerpo libre para el sistema se obtiene el siguiente análisis.

Para la descripción del movimiento se aplica el análisis por segunda ley de Newton inicialmente para la masa  $m_1$ .

$$\sum F_y = m_1 a$$

$$m_1 g - T = m_1 a$$

$$\sum F_x = 0$$



*Ilustración 14: Diagrama de Fuerzas*

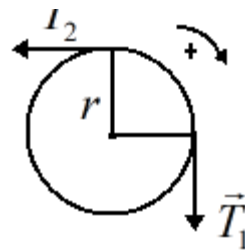
Para la masa  $m_2$ , se obtiene:

$$\sum \text{Torques} = I\alpha$$

$$\sum \mathcal{T} = I\alpha$$

$$rxT_1 + rxT_2 = I\alpha$$

$$rT_1 \sin 90^\circ - rT_2 \sin 90^\circ = I\alpha$$



*Ilustración 15: Torque*

Teniendo en cuenta que  $\sin 90^\circ = 1$  se tiene que:

$$rT_1 - rT_2 = I\alpha$$

$$r(T_1 - T_2) = I\alpha$$

$$I = \frac{1}{2}Mr^2$$

$$a = \alpha r$$

$$r(T_1 - T_2) = \frac{1}{2}Ma \quad (3)$$

Para la polea M se obtiene, resolviendo las ecuaciones (1), (2) y (3):

$$m_1g = \left( m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M \right) a \quad (4)$$

Donde la fuerza neta o externa sobre el sistema será igual a la masa total del sistema por su aceleración.

$$F_1 = m_1g = \left( m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M \right) a$$

### 7.3.4 Procedimiento

#### 7.3.4.1 Montaje del Equipo

- i. Con el riel y la caja de control identificadas, proceda a ubicar el equipo en una mesa horizontal, verifique que se encuentra a nivel (con el dispositivo localizado en el riel).





*Ilustración 16: Riel y caja de control*

- ii.** Identifique las conexiones de la caja de control, observe que una de ellas conduce al conector del sensor que se encuentra ubicado en un costado del riel. La otra conexión es en forma de USB y ésta permite la conducción de energía.



*Ilustración 17: Conexiones*

- iii.** Tome la fuente de poder para energizar la caja de control por la entrada de 5 Voltios y conéctela a 110 Voltios.
- iv.** Coloque el carro de baja fricción en extremo opuesto a la polea sobre la pista y amarre un hilo a uno de sus extremos. El otro extremo debe quedar libre para el soporte de masas.



*Ilustración 18: Carro sobre la pista*

- v.** Identifique el soporte de masas y mida su masa inicial

$m_i$ \_\_\_\_\_

- vi.** Ponga una masa de 250 gramos en el carro y mida la masa total del carro.

$m_t$ \_\_\_\_\_

- vii.** Pase el hilo por la polea que está al final de la pista y cuelgue de ese extremo el soporte de masas.



*Ilustración 19: Soporte de masas*

#### **7.3.4.2 Procedimiento Experimental**

- i.** El radio de la polea utilizada es  $r = \text{_____} \text{ cm} .$
- ii.** La masa de la polea empleada es  $M = \text{_____} \text{ g} .$
- iii.** Mida la masa del carro con las arandelas, esta masa será llamada  $m_1 .$
- iv.** Mida la masa del soporte de masas, esta masa será llamada  $m_2 .$
- v.** Para cada una de la toma de datos determine la masa total del sistema, tenga en cuenta las masas  $m_1, m_2$  y  $M / 2 .$
- vi.** Ubique el carro en el extremo opuesto a la polea, cerciórese de que el soporte de masas este suspendido en el aire y tenga una distancia considerable al suelo.
- vii.** Para realizar la toma de datos tome la caja de control y siga los siguientes pasos:
  - Verifique que en la pantalla aparezca el título “Segunda Ley de Newton”.



*Ilustración 20: Pantalla*

- Presione la tecla “SELECT” para continuar con el experimento, aparecerá en pantalla “Suelte el carro” y evite que el carro colisione con la polea.



*Ilustración 21: Opciones para toma de datos*

- Una vez finalizado el movimiento aparecerá en pantalla “ $t_1=xxxx$ ”, utilice la tecla “UP” y “DOWN” para desplazarse por los 16 diferentes tiempos asociados a la interacción de la polea con el sensor.



*Ilustración 22: Teclas*

- viii. Presione la tecla “RESET” para repetir el procedimiento.
- ix. Repita el procedimiento anterior para al menos 4 masas diferentes.
- x. Determine la variación angular para cada uno de los tiempos obtenidos, para ello tenga en cuenta que:

$$\theta_i = \frac{2\pi}{10} i \quad \text{Donde} \quad i = 1, 2, 3, \dots, 16$$

- xi.** Con los datos obtenidos en los numerales anteriores, realice la siguiente tabla que contenga los ángulos (en radianes) relacionados a cada una de las mediciones de tiempo (en segundos).

**Ángulos (radianes) VS Tiempo (segundos)**

*Tabla 29: Ángulos VS Tiempo*

	$m_1$ _____		$m_2$ _____		$m_3$ _____		$m_4$ _____		$m_5$ _____	
N°	$\theta$	$t$	$\theta$	$t$	$\theta$	$t$	$\theta$	$t$	$\theta$	$t$
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										
15										
16										

### 7.3.5 Análisis

- i.** Realice para cada uno de los montajes una gráfica de ángulo en radianes en función del tiempo.
  - a) Describa cuál es el comportamiento de la gráfica.
  - b) Indique que puede concluir de este comportamiento.
- ii.** Si en el numeral anterior el gráfico obtenido no fue una línea recta realice una regresión polinómica. (Ver sección 7.1)
  - a) ¿Qué puede concluir de los resultados obtenidos?
  - b) ¿Qué significado físico tiene dicho comportamiento?
- iii.** Tenga presente que de la cinemática rotacional se tiene  $\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_o t + \theta_o$   
La cual podemos asociar con la ecuación  $y = Ax^2 + Bx + C$  entonces  $A = \frac{1}{2}\alpha$   
y la aceleración será  $\alpha = 2A$  y también la se tiene  $a = \alpha r$ . Calcular la aceleración. Repita este proceso para las demás masas.
- iv.** A cada una de las aceleraciones lineales resultantes le corresponde una fuerza externa y se describe con la ecuación  $F = mg$ , donde  $g = 9,8m/s^2$ , con la masa suspendida. Elabore la tabla de datos.
- v.** Grafique con los valores de la fuerza externa y la aceleración lineal  $a$ . Observe si es una línea recta.
- vi.** Aplique la guía de regresión lineal y calcule la pendiente de esta recta. Se puede ayudar de la herramienta de Excel.
- vii.** Analice porque es importante realizar la regresión lineal.

## **7.4 PÉNDULO BALÍSTICO (3)(4)**

### **7.4.1 Introducción**

En el uso del péndulo balístico se estudia el choque instantáneo entre una bala y un bloque, y se aplica el principio de conservación del momento lineal para obtener la velocidad inmediatamente después del choque, del conjunto formado por la bala y el bloque.

El momento lineal se define como la masa de una partícula multiplicada por la velocidad que lleva. El momento lineal de un sistema compuesto por dos partículas sujetas sólo a su interacción permanece constante. Este resultado constituye el principio de conservación del momento lineal y es uno de los principios fundamentales de la Física.<sup>3</sup>

Al saber que el momento lineal es constante, se pueden realizar un sistema de ecuaciones que permita despejar la velocidad del movimiento de las dos partículas como un conjunto. A pesar de que este método para calcular la velocidad de proyectiles fue usado por mucho tiempo, hoy en día este método es inutilizado y ha sido sustituido por la medida de la velocidad de la bala mediante una fotocélula y un cronometro de alta precisión.<sup>4</sup>

### **7.4.2 Objetivos**

- i.** Medir la velocidad de un proyectil y verificar el principio de conservación de cantidad de movimiento y de la no verificación del principio de conservación de la energía en un choque inelástico.

---

<sup>3</sup> [https://www.alipso.com/monografias/2530\\_dina1/](https://www.alipso.com/monografias/2530_dina1/)

<sup>4</sup> <http://www.lawebdefisica.com/dicc/conceptos/mecanica.php>

### 7.4.3 Marco Teórico

#### Péndulo Balístico

Los principios de conservación son fundamentales para la Física. Por medio de estos principios es posible estudiar y predecir la evolución en el tiempo de muchos sistemas. En el caso específico de la Mecánica, son de gran importancia los principios de conservación de la energía, conservación del momentum lineal y conservación del momentum angular. Se utilizará el principio de conservación del momentum lineal y el principio de conservación de la energía mecánica para estudiar el funcionamiento de un péndulo balístico.

El péndulo Balístico es un método clásico para determinar la velocidad de un proyectil. Este sirve también para demostrar algunos principios fundamentales de la física. La bola es lanzada dentro del péndulo, el cual luego oscila entre un ángulo medible. De la altura alcanzada por el péndulo podemos calcular su energía potencial.

Esta energía potencial es igual a la energía cinética del péndulo al final de la oscilación, justo después del choque con la bola.

Una vez se conozca el momento de la bola y su masa, se puede determinar la velocidad inicial de la bola; la cual se puede calcular de dos maneras:

- A) **Método aproximado para calcular la velocidad del proyectil:** El cual asume que el péndulo y la bola actúan juntos como una masa puntual localizada en su centro de masas combinado. Este método no toma en consideración la inercia rotacional. La velocidad inicial de la bola cuando sale del lanzador de proyectiles se determina disparando la bola dentro del péndulo y observando el ángulo máximo que alcanza el péndulo.

La velocidad aproximada de la bola se encuentra utilizando la siguiente ecuación:

$$V_b = \frac{M}{m} \sqrt{2gR_{CM} (1 - \cos \theta)}$$

Donde

$M$  = Es la masa combinada del péndulo y la bola.

$m$  = Es la masa de la bola.

$g$  = Es la aceleración de la gravedad.

$R_{CM}$  = Es la distancia del pivote al centro de la masa del sistema.

$\theta$  = Es el ángulo alcanzado por el péndulo.

**B) Método Exacto para calcular la velocidad del proyectil:** Utiliza la inercia rotacional del péndulo en los cálculos. Las ecuaciones son un poco más complicadas, y es necesario tomar más datos para encontrar el momento de inercia del péndulo; esto hace que los resultados obtenidos sean generalmente mejores.

Para determinar la velocidad inicial de la bola se utiliza la siguiente ecuación:

$$V_b = \frac{1}{mR_b} \sqrt{2 I M R_{CM} (1 - \cos \theta)}$$

Donde:

$M$  = Es la masa combinada del péndulo y la bola.

$m$  = Es la masa de la bola.

$g$  = Es la aceleración de la gravedad.

$I$  = Es el momento de inercia del péndulo y la bola en el capturador.

$R_b$  = Es la distancia entre el punto del pivote y el centro de la bola.

$R_{CM}$  = Es la distancia del pivote al centro de masa del sistema.

$\theta$  = Es el ángulo alcanzado por el péndulo.



### **Cálculo del momento de inercia:**

Para determinar el momento de inercia ( $I$ ) del péndulo con la bola en el capturador, se utiliza la ecuación:

$$I = \frac{M g R_{CM} T^2}{4\pi^2}$$

Donde:

$M$  = Es la masa combinada del péndulo y la bola.

$g$  = Es la aceleración de la gravedad.

$R_{CM}$  = Es la distancia del pivote al centro de masa del sistema.

$T$  = Es el periodo del péndulo más la bola.

## **7.4.4 Procedimiento**

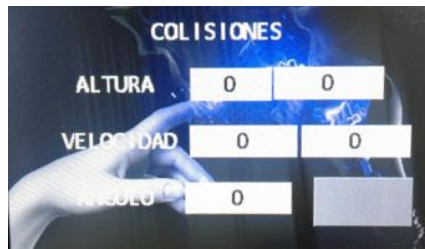
### **7.4.4.1 Montaje del Equipo**

- i. Conecte el equipo a una fuente de energía de 110 Voltios y encienda el equipo del botón rojo que se encuentra ubicado a uno de los costados.



*Ilustración 23: Encender Equipo*

- ii. Verifique que en la pantalla LCD se presente un menú de la siguiente forma:



*Ilustración 24: Menú Colisiones*

- iii. Coloque las prensas manuales para sujetar la plataforma del péndulo y asegúrese de que quede en equilibrio.



*Ilustración 25: Plataforma Péndulo*

- iv. Inserte el balón en el orificio del gatillo, verifique que el tamaño sea el indicado para se introduzca en el bloque al momento de la colisión.



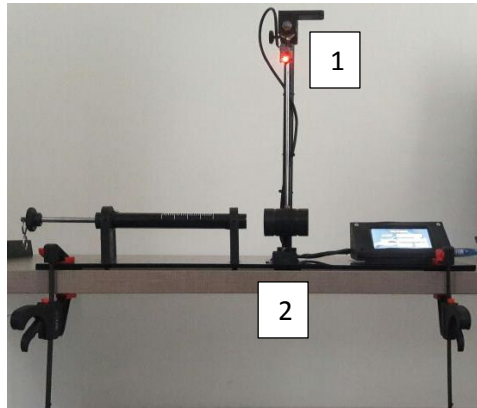
*Ilustración 26: Balón*

- v. Identifique el gatillo y visualice las diferentes distancias de disparo que posee para la elaboración de la práctica.



*Ilustración 27: Disparo del balón*

- vi. Tenga presente que el equipo debe estar ubicado como se muestra en la *Ilustración 28*. Recuerde dar un buen uso del equipo ya que cuenta con dos sensores 1) uno óptico que permite llamado acelerómetro y 2) uno sensor que permite medir el ángulo alcanzado por el bloque después de la colisión.



*Ilustración 28: Péndulo Balístico*

#### 7.4.4.2 Procedimiento experimental

- ii. El equipo permite realizar mediciones de altura, ángulo máximo de acuerdo al desplazamiento y la velocidad alcanzada. Realice la calibración del equipo por medio de la pantalla táctil presionando el botón ubicado en la parte baja (derecha) para obtener los valores de cero.



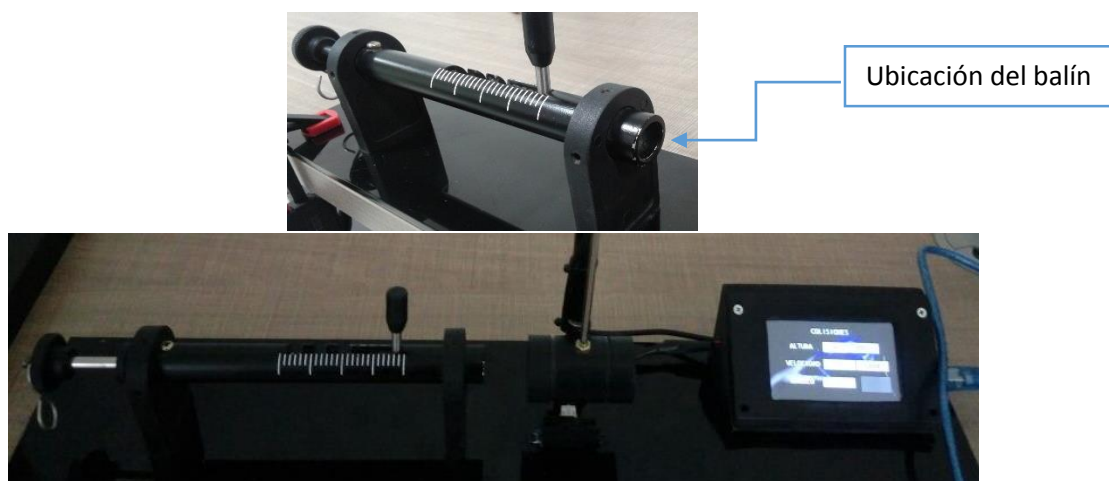
*Ilustración 29: Medición de ángulo alcanzado*

- iii. Presione el botón en la pantalla táctil como indica la *Ilustración 30*; este cambiará a color verde y así se dará inicio a la medición.



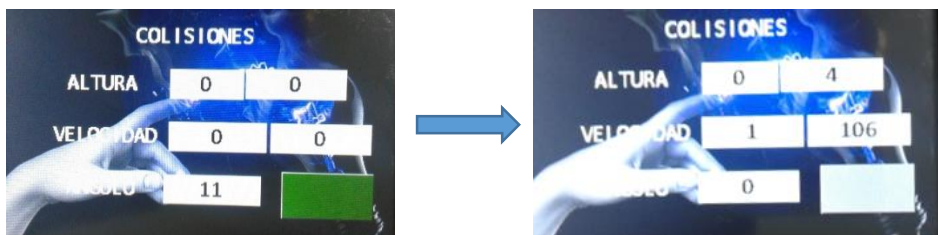
*Ilustración 30: Medición de altura y velocidad*

- iv. Ubique el balón en el soporte correspondiente, desplace la distancia deseada en el gatillo y realice el disparo.



*Ilustración 31: Soporte de péndulo*

- v. Automáticamente el valor del ángulo máximo aparecerá proyectado, registre este dato en la *Tabla 30*, luego presione nuevamente el botón de medición que se encuentra verde, ahora volverá a su color original y así obtener los valores de altura y velocidad no olvide registrar los datos. Repita este procedimiento 20 veces para la misma distancia



*Ilustración 32: Colisiones*

- vi. Realice el mismo procedimiento para dos distancias diferente en el gatillo y nuevamente registre los valores.

*Tabla 30: Péndulo Balístico*

No	Ángulo	Velocidad	Altura		Ángulo	Velocidad	Altura		Ángulo	Velocidad	Altura
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											

#### **7.4.5 Análisis**

- 1.** Determine teóricamente la velocidad utilizando la medición del ángulo máximo alcanzado y la altura. Además compruebe si es aproximadamente el mismo resultado que arroja el equipo.
- 2.** ¿Si se incrementa la masa del péndulo, se incrementa o no la transferencia de energía en la colisión?
- 3.** ¿Qué fuentes de error están presentes en esta práctica y qué tanto afectan a sus resultados estos errores?
- 4.** Enuncia 3 conclusiones a partir del análisis de los resultados obtenidos.

## **7.5 LEY DE SNELL [14]**

### **7.5.1 Introducción**

A partir de estudios físicos se ha demostrado que la luz cumple características tanto de onda como de partícula, en este caso se tendrá en cuenta sus propiedades ondulatorias. El fenómeno de la luz evidencia diversos comportamientos de acuerdo a su medio de propagación, ya que no presenta el mismo resultado en todos los lugares sobre el cual se desplaza, por ejemplo el movimiento de la luz en el aire es diferente al que realiza en el agua o en un cristal.

La ley de Snell permite observar y analizar cómo se comporta la luz en sus diversos medios, los ángulos de refracción entre un espacio y otro, además de visualizar los efectos de combinar colores pero desde el fenómeno de la luz.

### **7.5.2 Objetivos**

- i.** Descubrir el resultado de mezclar luces en diferentes combinaciones.
- ii.** Verificar experimentalmente de la ley de Snell.
- iii.** Determinar el índice de refracción y el ángulo de reflexión total interna de un trapezoide de acrílico.
- iv.** Medir el ángulo de reflexión interna total.

### **7.5.3 Marco Conceptual**

#### **Óptica Geométrica**

La óptica geométrica se refiere al comportamiento de los haces luminosos en los instrumentos ópticos. Se basa en cuatro leyes fundamentales las cuales son el resultado de los primeros estudios que se hicieron a cerca del comportamiento de la luz.

### ***Ley de propagación rectilínea de la luz:***

Esta ley se enuncia de la siguiente manera:

*“En un medio homogéneo la luz se propaga en línea recta”*

Las sombras y penumbras observadas en una pantalla proveniente de un objeto iluminado con una fuente puntual de luz o la obtención de imágenes utilizando una cámara oscura, constituyen evidencia práctica de esta ley. Su validez está restringida al caso en el cual las dimensiones del objeto sean mucho mayores a la longitud de onda de la luz utilizada. Cuando la luz interactúa con objetos que son comparables con su longitud de onda, la luz no se propaga rectilíneamente, presentándose el fenómeno de difracción de la luz el cual hace parte del campo de la óptica física.

### ***Ley de reflexión de la luz***

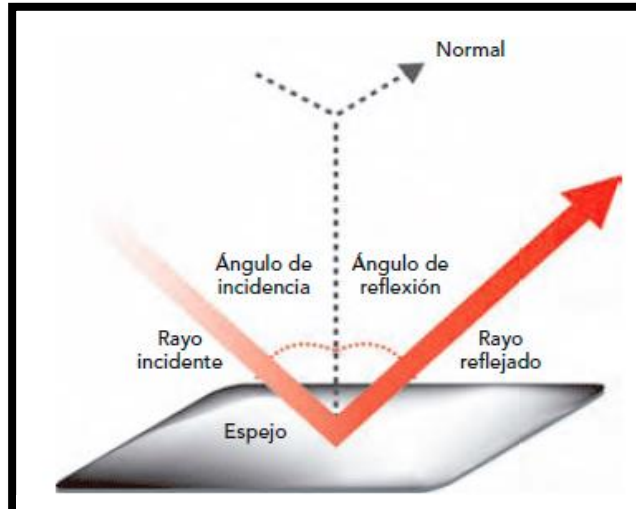
Es el cambio de dirección que sufre la luz al chocar con otro cuerpo. Los Rayos luminosos, al chocar con una superficie como la del espejo, se reflejan y vuelven en una dirección distinta a la que llevaban. La luz reflejada sigue propagándose por el mismo medio que el incidente y posibilita que veamos los objetos que no tienen luz propia.

En la reflexión, el rayo que llegó a una superficie se le denomina **“Incidente”**. Y el rayo que rebota (después de reflejarse) es el **“Reflejado”**. Cuando se traza una recta perpendicular a la superficie, se denomina **Normal**, y el rayo incidente forma un ángulo con esa recta llamado **“Ángulo de Incidencia”**.<sup>5</sup>

---

<sup>5</sup>(Chile Top Chart, 2012)





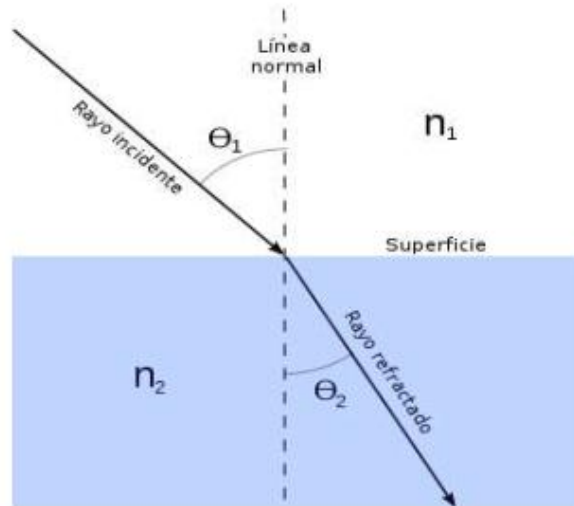
*Ilustración 33: Ángulo de Incidencia*

La ley de reflexión de la luz establece que:

1. El rayo incidente, el rayo reflejado y la normal a una superficie reflectora están en un mismo plano
2. El ángulo de incidencia  $\theta_i$  entre el rayo incidente y la normal es igual al ángulo de reflexión  $\theta_r$  entre el rayo reflejado y la normal ( $\theta_i = \theta_r$ ).

### ***Ley de refracción de la luz***

Se denomina refracción luminosa al cambio que experimenta la dirección de propagación de la luz cuando atraviesa oblicuamente la superficie de separación de dos medios transparentes de distinta naturaleza. Las lentes, las máquinas fotográficas, el ojo humano y, en general, la mayor parte de los instrumentos ópticos basan su funcionamiento en este fenómeno óptico.



*Ilustración 34: Refracción de la Luz*

La ley de refracción establece que:

1. El rayo incidente, el rayo refractado y la normal se encuentran en un mismo plano
2. La relación entre los senos de los ángulos de incidencia y refracción es igual a una constante dada por la relación entre las velocidades de la luz entre el medio incidente y refractante, es decir:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{v_i}{v_t}$$

Lo anterior significa que cuando la luz pasa de un medio homogéneo transparente a otro medio homogéneo transparente, se observa un cambio en la dirección de la luz como producto del cambio de la velocidad.

La relación entre la velocidad de la luz cuando esta pasa del vacío a cualquier otro medio se conoce como índice de refracción absoluto, notado con la letra  $n$ , se escribe como:

$$n = \frac{c}{v}$$

Con esta relación es claro que:

$$\frac{v_i}{v_t} = \frac{n_t}{n_i} = \frac{\lambda_i}{\lambda_t}$$

Con lo cual la ley de refracción se puede escribirse como

$$n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t$$

### ***Ley de independencia de los haces luminosos***

Los rayos de luz se cruzan entre sí, sin ninguna interferencia entre ellos. La óptica geométrica es una materia práctica que nos permite entender el funcionamiento de todos los instrumentos ópticos prácticos como son el ojo, las gafas, cámaras fotográficas, telescopios, proyectores, microscopios, endoscopios médicos, etc. La óptica geométrica descansa en tres suposiciones simples:

1. La luz viaja en línea recta (“rayos”).
2. Aquellos rayos de luz que inciden en la frontera entre dos medios (en la cual la velocidad de la luz cambia de un medio a otro) se desvían. Esta desviación se puede calcular mediante la ley de Snell.

**Índice de refracción:** Cuando la luz pasa de un medio a otro, su longitud de onda ( $\lambda$ ) cambia y está relacionada con el índice de refracción, mediante la relación:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

**Reflexión interna total:** La reflexión interna total es el fenómeno que se produce cuando un rayo de luz atraviesa un medio de índice de refracción  $n_2$  menor que el índice de refracción  $n_1$  en el que éste se encuentra, se refracta de tal modo que no es capaz de atravesar la superficie entre ambos medios reflejándose completamente.

Este fenómeno solo se produce para ángulos de incidencia superiores a un cierto valor crítico,  $\theta_c$ . Para ángulos mayores la luz deja de atravesar la superficie y es reflejada internamente de manera total. La reflexión interna total solamente ocurre en rayos viajando de un medio de alto índice refractivo hacia medios de menor índice de refracción.

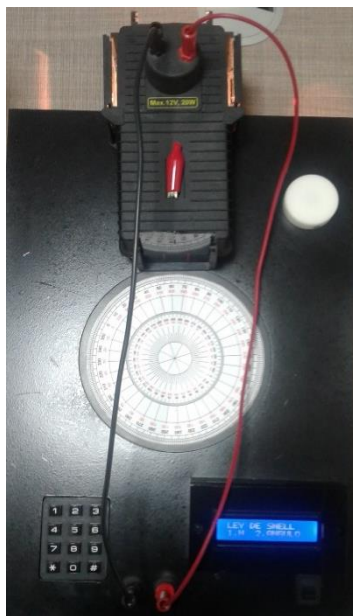
**Ángulo Crítico:** El ángulo crítico o ángulo límite también es el ángulo mínimo de incidencia en el cual se produce la reflexión interna total. El ángulo de incidencia se mide respecto a la normal de la separación de los medios. El ángulo crítico viene dado por:

$$\theta_c = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

#### 7.5.4 Procedimiento

##### 7.5.4.1 Montaje del Equipo

- i. La *Ilustración 35* evidencia los elementos que debe utilizar para realizar la práctica.



*Ilustración 35: Elementos Ley de Snell*

- ii. Conectar los cables de 12 Voltios que alimentan la fuente de luz con los colores negro y rojo del tablero, luego conectar el cable que va de la fuente de energía al equipo y oprima el botón de encendido como se muestra en la *Ilustración 36*.



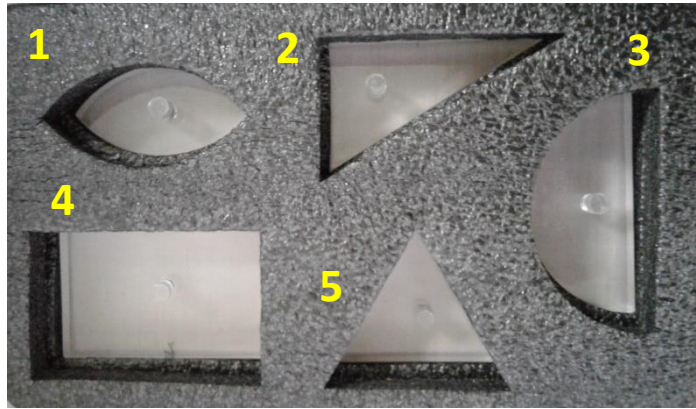
*Ilustración 36: Fuente de Luz*

- iii. La presentación inicial en la pantalla LCD indica el nombre de la práctica a realizar, para este caso Ley de Snell; posteriormente aparece un menú la cual cuenta de dos opciones 1. y 2., las cuales se pueden seleccionar por medio del teclado matricial que se encuentra en el lado izquierdo de la pantalla de visualización, como lo muestra la *Ilustración 37*.



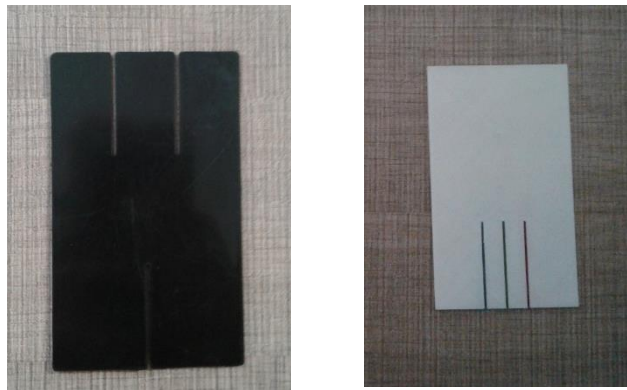
*Ilustración 37: Índice de refracción y ángulo*

- iv. Ubique el rayo de luz desde  $0^\circ$  de tal manera que termine en  $180^\circ$ .
- v. Tenga en cuenta la caja de prismas en acrílico para verificar el comportamiento de cada forma, cuando interactúan con la luz.



*Ilustración 38: Acrílicos*

- vi. Utilice las dos plantillas que permitan el paso de luz y la mezcla de colores.



*Ilustración 39: Plantillas de rejillas*

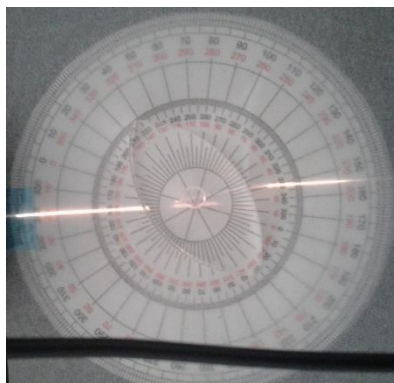
- vii. Ubique el tablero de proyección de tal forma que pueda visualizar la mezcla de colores.



*Ilustración 40: Tablero de Proyección*

#### 7.5.4.2 Procedimiento experimental

- i. Manipule todos los prismas de acrílico y tenga en cuenta el comportamiento de cada uno de ellos, logrando con esto observar los rayos incidentes y reflejados. Para esto, utilizar la plantilla de una sola rendija.
- ii. Empleando los prismas de acrílico presentados en la *Ilustración 38* elija el prisma cóncavo (1) y ubíquelo en el centro de la circunferencia que se encuentra delimitada con la medición de un transportador en grados, como se muestra en la



*Ilustración 41: Transportador*

- iii. Observar el ángulo que se forma desde la entrada y la salida de luz, para esto se debe utilizar una hoja de papel mantequilla o calcante que debe ubicarse sobre la circunferencia y realizar el trazo de los dos rayos para la medición del ángulo.
- iv. Con el transportador realice la medición del ángulo formado entre la línea de la luz entrante con la línea de la luz reflejada. Este valor lo debe tener presente para el ingreso de los datos en el tablero de la práctica. Escriba los datos obtenidos en la *tabla 31*.

Recuerde que la incertidumbre en la medición del ángulo es de  $\pm 1^\circ$  de acuerdo a la escala empleada.

*Tabla 31: Ángulos de incidencia*

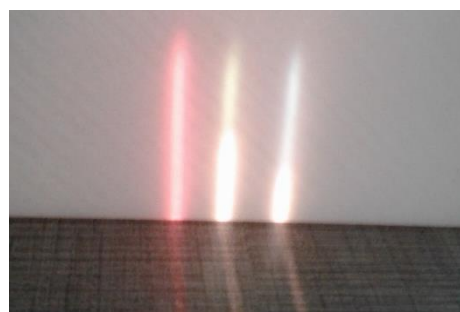
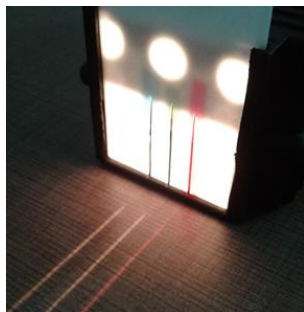
Ángulo incidente	Ángulo reflejado	Índice de refracción calculado

- v. Se elige la variable a medir presionando el número que muestra la pantalla. En el teclado numérico hay una función importante la **tecla (\*)** representa el punto decimal y la **tecla (#)** representa Enter.

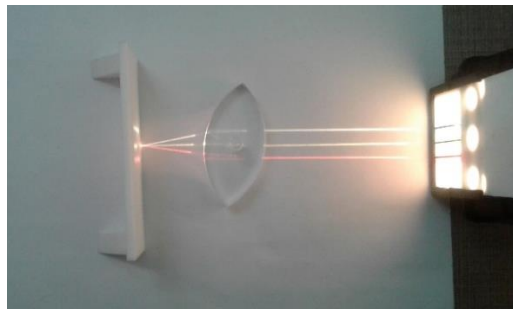
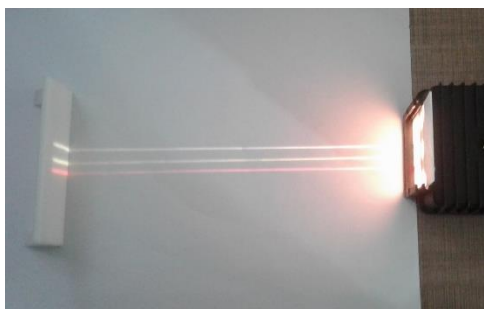


*Ilustración 42: Teclado numérico*

- vi. Usar el acrílico y con la perilla mover la circunferencia hasta que la luz reflejada desaparezca y ahora se visualicen los colores que forman la luz blanca.
- vii. Dibujar el prisma indicando el rayo en el punto donde entra la luz, represente internamente donde la luz es reflejada, además marque el punto donde se refleja la luz en la superficie.
- viii. Medir el ángulo que se forma entre el rayo incidente y el rayo reflejado, compare este resultado con el valor del ángulo crítico.
- ix. Quitar la plantilla de una sola rendija y ubicar la plantilla de tres rendijas que posee los colores (Rojo, azul y verde). Elija uno de los prismas de acrílico y verifique que el rayo reflejado se proyecte en el tablero de proyección y observe que pasa cuando los tres rayos de diferente color se mezclan. Verifique con cuáles formas del acrílico si se mezclan los colores.







*Ilustración 43: Rendijas*

- x. Empelando el acrílico donde se unen los tres colores, obstruya el paso de luz realizando mezclas de dos colores, observe que pasa y complete la *tabla 32*.

*Tabla 32: Ley de Snell*

Colores mezclados	Colores resultantes
Rojo + Azul + Verde	
Rojo + Azul	
Azul + Verde	
Rojo + Verde	

### 7.5.5 Análisis

1. A cada fila de la *Tabla 31* con base en la Ley de Snell, calcular el índice de refracción, trabajar con un índice de refracción de 1 para el aire.
2. Realizar un promedio de los datos obtenidos y realizar la comparación con el valor aceptado para el acrílico que es de 1,5.
3. Realizar este procedimiento para otro dos medios (agua y vidrio)
4. ¿Qué pasaría si se realiza la mezcla de los colores rojo, azul y verde en vinilo?  
¿El resultado sería el mismo?
5. Calcule el valor del ángulo crítico. Investigue que es la reflexión interna total
6. Que pasa con el haz de luz reflejada en el prisma cuando el ángulo incidente es mayor o menor del ángulo crítico.
7. ¿Cambia el ángulo crítico de acuerdo con la luz de colores?

## **7.6 MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE (5)**

### **7.6.1 Introducción**

Un cuerpo oscilatorio se puede asociar con un péndulo, sobre el cual esta sujeta una masa que realiza un movimiento de un lado a otro, el cual se realiza en una dirección y un tiempo empleado de tal forma que tienda a regresar a su estado de equilibrio. Un ejemplo claro de un péndulo es cuando una persona se balancea en un columpio de un lado a otro tratando de que la masa regrese a su estado inicial o sin movimiento alguno, también cuando vibran las cuerdas de un instrumento musical.<sup>6</sup>

Este fenómeno físico permite analizar las magnitudes asociadas a velocidad, aceleración, frecuencia y amplitud de una onda. De esta forma se evidencia como algunos objetos de nuestro planeta describen movimientos vibratorios; en respuesta de un impulso.

### **7.6.2 Objetivos**

- i. Estudiar el comportamiento del péndulo físico
- ii. Determinar la aceleración de la gravedad
- iii. Identificar si la masa del objeto afecta el movimiento del péndulo.

### **7.6.3 Marco Conceptual**

#### **Movimiento oscilatorio**

Un movimiento oscilatorio se da cuando al trasladar un objeto desde su posición de equilibrio y una fuerza restauradora lo obliga a desplazarse a puntos de igual distancia con respecto a dicha posición de equilibrio. Algunos conceptos importantes en este tema son:<sup>7</sup>

---

<sup>6</sup> [https://es.wikipedia.org/wiki/Movimiento\\_armonico\\_simple](https://es.wikipedia.org/wiki/Movimiento_armonico_simple)

<sup>7</sup> Hipertexto Física 2- Santillana pag.10

- ✓ **Oscilación:** Es un ciclo que se puede observar de un objeto que desde un punto inicial recorre todos los puntos posibles y regresa de nuevo a su punto de partida.
- ✓ **Período:** Es el tiempo que tarda un objeto al realizar el recorrido de una oscilación. Su medida es en segundo (s) y se simboliza como  $T$ .

$$T = \frac{t}{n} \quad n = \text{número de oscilaciones}$$

- ✓ **Frecuencia:** Es el número de oscilaciones que realiza un objeto en un segundo, se representa como  $f$  y sus unidad de medida es en hercios (**Hz**). Para el movimiento oscilatorio se tiene la siguiente relación entre la frecuencia y la período:

$$f = \frac{1}{T} \quad , \quad T = \frac{1}{f}$$

- ✓ **Elongación:** Es la posición que tiene un objeto con respecto a su posición de equilibrio.
- ✓ **Amplitud:** Representa la mayor distancia que puede lograr la elongación de un objeto con respecto a su punto de equilibrio. Su unidad de medida es el metro (**m**) y por lo general se presenta como **A**.

### Movimiento Armónico Simple

El movimiento armónico simple es un movimiento oscilatorio que no tiene en cuenta la fricción y la fuerza de restitución es proporcional su elongación.

En este movimiento se asocia una fuerza la cual se describe de la siguiente forma:

$$F = -kx$$

Donde  $k$  es la constante del resorte.

Teniendo en cuenta la ecuación de la segunda ley de Newton, la cual es:

$$F = ma$$

Donde  $m$ = masa y  $a$ = aceleración

Relacionando ambas ecuaciones se tiene

$$ma = -kx$$

$$ma + kx = 0$$

$$a + \frac{kx}{m} = 0$$

La aceleración se conoce como  $a = \frac{d^2x}{dt^2}$  esto representa la segunda derivada de la posición con respecto al tiempo.

Luego se obtiene

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{kx}{m} = 0$$

Y así se tiene una ecuación en términos de  $x$ .

Para dar solución a dicho sistema se tiene la ecuación que describe un movimiento ondulatorio

$$A = \text{sen}(\omega t + \emptyset)$$

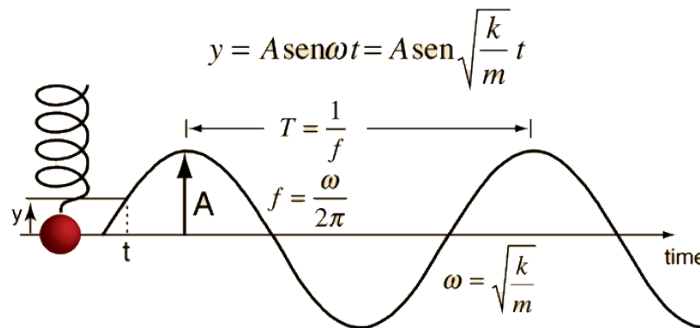
**A:** representa la amplitud máxima de onda que puede recorrer la masa

**$\omega$ :** Representa la frecuencia angular

**$t$ :** Representa el tiempo

**$\emptyset$ :** Representa la fase

Estos datos se visualizan mejor en el siguiente gráfico



*Ilustración 44: Movimiento Armónico Simple*

En el movimiento armónico simple es importante tener relacionar las ecuaciones de posición (X), velocidad (v) y aceleración (a). Las cuales son:

$$X = A \cdot \cos(\omega t + \phi)$$

$$V = -\omega \cdot A \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi)$$

$$a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi)$$

También se cumple que:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad , \quad f = \frac{\omega}{2\pi} \quad , \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

En el movimiento oscilatorio simple también se puede hallar una relación de acuerdo a la fuerza, ya que se presenta una fuerza recuperadora y la fuerza del movimiento armónico simple, y se puede expresar de la siguiente manera:

$$F = -k \cdot x \quad , \quad F = -m \cdot \omega^2 \cdot x$$

Al igualar las anteriores ecuaciones se tiene:

$$-k \cdot x = -m \cdot \omega^2 \cdot x$$

Al multiplicar a izquierda y derecha por el inverso de x se obtiene:

$$-k = -m \cdot \omega^2$$

Multiplicando a ambos lados por (-1) se tiene:

$$k = m \cdot \omega^2$$

Si se despeja la ecuación en términos de  $\omega$  (*frecuencia angular*) queda:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Recordar que:  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  cuando se igualan estas ecuaciones se tiene:

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Finalmente se obtiene el período (T) para trabajar con el movimiento armónico simple como:

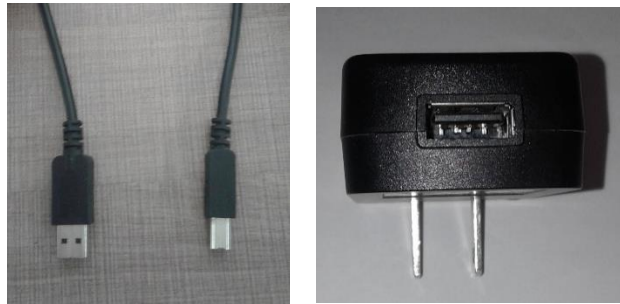
$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Donde queda evidenciado que el período de un sistema como el movimiento armónico simple es dependiente de la masa y la elasticidad del resorte presente en dicho movimiento.

## 7.6.4 Procedimiento

### 7.6.4.1 Montaje del Equipo

- i. Inicialmente conecte el cable que va del equipo al adaptador con entrada USB como se muestra en la *Ilustración 45* de tal manera que tenga contacto con una entrada de energía de 110 Voltios.



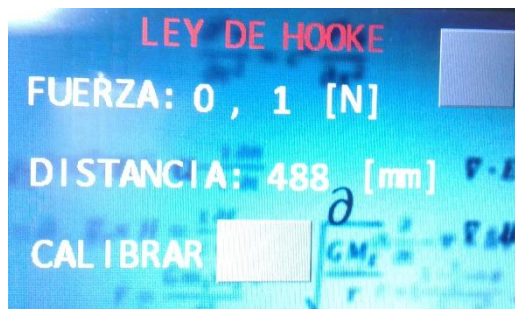
*Ilustración 45: Adaptador con entrada USB*

- ii. Encienda el equipo del botón rojo que se encuentra a uno de los costados de la pantalla.



*Ilustración 46: Botón rojo*

- iii. Verifique en la pantalla LCD el nombre de la práctica, para este caso la Ley Hooke, como se evidencia en la *Ilustración 47*.



*Ilustración 47: Pantalla LCD- M.A.S*

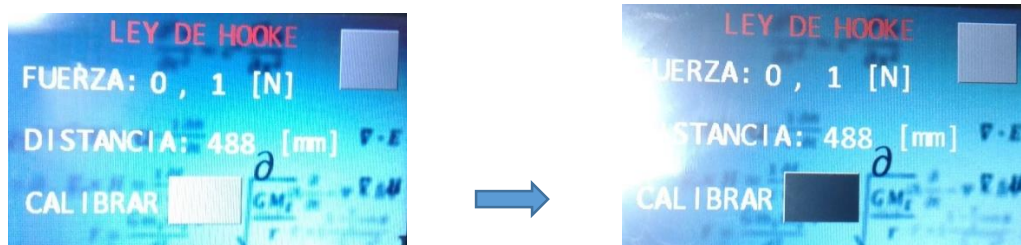
- v. Tenga en cuenta que el equipo en su soporte vertical posea una cinta métrica. Además que el soporte horizontal tenga sujeto un resorte sobre el cual se ubicarán las diferentes masas para llevar a cabo la práctica.
- vi. Organice el soporte de masas y utilice las diferentes arandelas con valores diferentes para realizar la medición.



*Ilustración 48: Arandelas y soporte- M.A.S*

#### 7.6.4.2 Procedimiento experimental

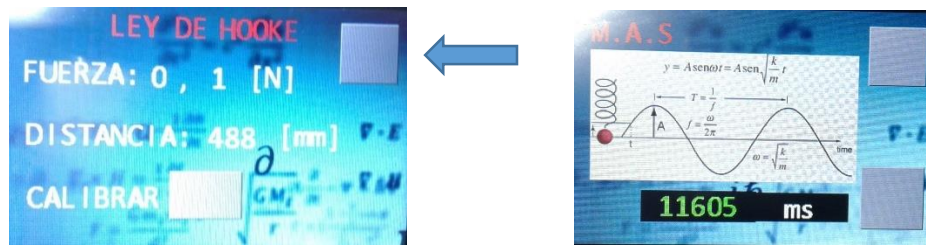
- i. Para iniciar la práctica de laboratorio realice la calibración del equipo por medio de la pantalla táctil, en la opción de calibrar, presione el recuadro de tal forma que se oscurezca el color gris, espere un tiempo prudente hasta que el color oscuro desaparezca y los títulos Fuerza y distancia tengan un valor de cero; esto indica que el equipo está listo para realizar mediciones.



*Ilustración 49: Calibración- M.A.S*

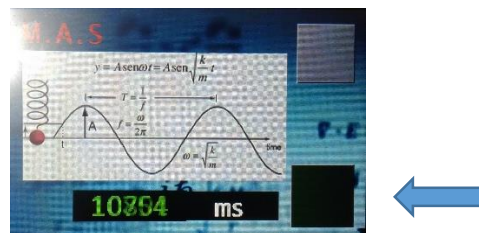


- ii. AL finalizar la calibración del equipo, presione el recuadro ubicado en el extremo superior derecho, el cual da acceso al menú correspondiente a la práctica de Movimiento Armónico Simple como se verifica en la *Ilustración 50*.



*Ilustración 50: Práctica M.A.S*

- iii. Mida en una gramera el soporte de masas y tres arandelas más (Asegúrese que la masa sea suficiente para que el movimiento sea parejo) sujételo del resorte. Recuerde que la medición de la masa para esta práctica y de acuerdo al Sistema Internacional debe ser en kilogramos.
- iv. Permita que la masa realice el estiramiento natural del resorte, luego sujete la masa y baje 3cm más.
- v. Al mismo tiempo presione el botón que está en la parte baja de la pantalla táctil como se muestra en la *Ilustración 51* y también suelte (libere) la masa de tal forma que tenga un movimiento constante y parejo (si el movimiento de la masa y el resorte tiende a desequilibrarse, suspenda el conteo del tiempo y repita la medición)



*Ilustración 51: Medición M.A.S*

- vi. Cuando el movimiento inicie, realice un conteo de 20 oscilaciones, esta cuenta se realizará cada que la masa llega a su punto más bajo. Al terminar presione nuevamente el recuadro que se encuentra en negro y automáticamente el cronómetro finalizará.

Tenga presente que en este conteo no se debe exceder más de 20 oscilaciones ya que los datos a partir de éste comienzan a variar.

- vii. Registre en la *Tabla 33* el valor en milisegundos obtenido en la pantalla, repita este procedimiento con la misma masa 20 veces (para esto solo debe organizar de nuevo la masa y volver a presionar el botón en la pantalla, ya que automáticamente el equipo reinicia el conteo del tiempo), no olvide escribir los resultados.
- viii. Replique este proceso para tres masas diferente, y continúe registrando los datos en la *Tabla 33*.

*Tabla 33: Tiempo en milisegundos*

No.	Masa 1	Masa 2	Masa 3	Masa 4
	_____K	_____K	_____K	_____K
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				

12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				

ix. Teniendo en cuenta el tiempo realice el cálculo del periodo con la relación

$$T = \frac{t}{n} \text{ para cada uno de los tiempos encontrados en la anterior tabla.}$$

### 7.6.5 Análisis

1. Si en un sistema de masa-resorte que describe un Movimiento Armónico Simple, se aumenta la masa manteniendo el mismo resorte,
  - ¿Qué efecto tiene sobre la frecuencia angular este cambio?
  - ¿Esto indica que el movimiento será más rápido o más lento? Sustente su respuesta.
2. Realice un gráfico en Excel con los datos obtenidos en del periodo (T) con respecto a la masa empleada en el ejercicio.
3. Halle el valor de K con el planteamiento de la práctica.

## 8. CONCLUSIONES

La realización de las prácticas de laboratorio son esenciales en el proceso de enseñanza- aprendizaje de la física, por esto se concluyó la importancia de tener una guía didáctica de manipulación de los equipos adecuadamente y el desarrollo de la práctica de una manera exitosa, teniendo en cuenta al realizar la toma de datos, la incertidumbre de medición de los prototipos.

Como resultado de la investigación, se notó la facilidad de manipulación que posee cada uno de los prototipos de demostración de leyes físicas, logrando con esto, que cualquier persona pueda utilizarlos y realizar la práctica.

Para la elaboración de las prácticas es necesario advertir a las personas que van a utilizar los prototipos que a parte del equipo que van a manipular, deben adquirir una balanza para poder determinar la masa de los objetos que van a emplear en las prácticas como la Ley de Hooke, movimiento armónico simple, segunda ley de Newton. Es importante verificar que al momento de realizar la práctica, se cuente con todos los elementos necesarios para el buen desarrollo de la misma.

La estimación de la incertidumbre de la medición se realizó de acuerdo a los datos que cada prototipo arrojó al momento de hacer la práctica, para ello se empleó la incertidumbre tipo A.

Finalmente, desde la perspectiva educativa es importante presentar estas verificaciones de las leyes físicas por medio de los prototipos de laboratorio, ya que el estudiante se puede apoyar bajo conceptos teóricos los cuales son requeridos dentro del desarrollo académico; y por los equipos puede adquirir los conocimientos prácticos que son la finalidad del aprendizaje significativo, permitiendo así, por medio de las mediciones contextualizar al estudiante y permitirle el fortalecimiento de la correcta comprensión de la física.

## **9. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS Y WEBGRÁFICAS**

### **BIBLIOGRAFÍA**

- (1) Gallego, H. Orozco, H. Yee, W. (2010). Diseño y construcción de prototipos para experimentos de física. Universidad Tecnológica de Pereira. Editorial Publiprint Ltda.
- (2) Zemansky, S. (2009). Física Universitaria. Editorial Pearson.
- (3) Serway R (1997). Física, Vol. I Cuarta Edición. Editorial McGraw Hill Interamericana: México.
- (4) Tipler, P (1985). Física, Vol. I. Segunda Edición. Editorial Reverte: España.
- (5) Hipertexto Física 2 (2011), Vol. 2, Editorial Santillana, Mauricio Bautista Ballén-Olga Lucía Romero Medina, Colombia

### **WEBGRAFÍA**

- [1] <http://sabidurias.com/cita/es/3195/benjamin-franklin/dime-y-lo-olvido-ensename-y-lo-recuerdo-involucrame-y-lo-aprendo>.
- [2] [https://www.google.com.co/search?q=Si+puedes+medir+aquello+de+lo+que+est%C3%A1+hablando+y+expresarlo+con+n%C3%BAmoros,+entonces+sabes+algo+sobre+ello.+Pero+si+no+puedes+medirlo,+si+no+puedes+expresarlo+en+n%C3%BAmoros,+tu+conocimiento+es+bien+magro+e+insatisfactorio&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwibgu2l8\\_XWAhVLSiYKHyrNCzAQ\\_AUICigB&biw=1366&bih=662#imgrc=La9RYXj8bqJrkM](https://www.google.com.co/search?q=Si+puedes+medir+aquello+de+lo+que+est%C3%A1+hablando+y+expresarlo+con+n%C3%BAmoros,+entonces+sabes+algo+sobre+ello.+Pero+si+no+puedes+medirlo,+si+no+puedes+expresarlo+en+n%C3%BAmoros,+tu+conocimiento+es+bien+magro+e+insatisfactorio&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwibgu2l8_XWAhVLSiYKHyrNCzAQ_AUICigB&biw=1366&bih=662#imgrc=La9RYXj8bqJrkM):
- [3] <http://www.jfinternational.com/mf/segunda-ley-newton.html>
- [4] <http://elfisicoloco.blogspot.com.co/2014/04/ley-de-hooke.html>

- [5][http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/dinamica/con\\_mlineal/balistico/balistico.htm](http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/dinamica/con_mlineal/balistico/balistico.htm)
- [6]<http://acer.forestales.upm.es/basicas/udfisica/asignaturas/fisica/dinam1p/mas.html>
- [7] [https://es.wikipedia.org/wiki/Ley\\_de\\_Snell](https://es.wikipedia.org/wiki/Ley_de_Snell)
- [8] <https://idus.us.es/xmlui/handle/11441/16336>
- [9] [http://depa.fquim.unam.mx/amyd/archivero/eval\\_incert\\_6905.pdf](http://depa.fquim.unam.mx/amyd/archivero/eval_incert_6905.pdf)
- [10][http://depa.fquim.unam.mx/amyd/archivero/Calculo\\_Incertidumbres\\_Mediciones\\_Analiticas\\_25390.pdf](http://depa.fquim.unam.mx/amyd/archivero/Calculo_Incertidumbres_Mediciones_Analiticas_25390.pdf)
- [11] [https://www.javerianacali.edu.co/sites/ujc/files/node/field-documents/field\\_document\\_file/laboratorio6.pdf](https://www.javerianacali.edu.co/sites/ujc/files/node/field-documents/field_document_file/laboratorio6.pdf)
- [12] <http://media.utp.edu.co/facultad-ciencias-basicas/archivos/contenidos-departamento-de-fisica/exp-4-funcioneslineales-leydehooke-2013.pdf>
- [13] <http://media.utp.edu.co/facultad-ciencias-basicas/archivos/contenidos-departamento-de-fisica/exp-9-segunda-ley-de-newton-2013.pdf>
- [14]<http://media.utp.edu.co/facultad-ciencias-basicas/archivos/contenidos-departamento-de-fisica/guiaslabiiiingenierias2012.pdf>

## REFERENCIA DE FIGURAS

### Figura 1:

[https://www.google.com.co/search?q=medicion&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjQk4Pk-PXWAhWFJCYKHacjCFwQ\\_AUICigB&biw=1366&bih=662#imgsrc=QzNiFkJWOclbuM](https://www.google.com.co/search?q=medicion&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjQk4Pk-PXWAhWFJCYKHacjCFwQ_AUICigB&biw=1366&bih=662#imgsrc=QzNiFkJWOclbuM)

### Figura 2:

[https://www.google.com.co/search?q=ley+de+hooke&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjxhv-Z6qrXAhUKRSYKHTPcB20Q\\_AUICigB&biw=1366&bih=662#imgsrc=cNFBS-lhbOu1EM:](https://www.google.com.co/search?q=ley+de+hooke&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjxhv-Z6qrXAhUKRSYKHTPcB20Q_AUICigB&biw=1366&bih=662#imgsrc=cNFBS-lhbOu1EM:)

**Figura 6:**

[https://www.google.com.co/search?q=ley+de+reflexion+de+la+luz&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwi2md6xgfbWAhVEQCYKHVA\\_DgMQ\\_AUICigB&biw=1366&bih=662#imgsrc=T0wbWyR0Upsj-M:](https://www.google.com.co/search?q=ley+de+reflexion+de+la+luz&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwi2md6xgfbWAhVEQCYKHVA_DgMQ_AUICigB&biw=1366&bih=662#imgsrc=T0wbWyR0Upsj-M:)

**Figura 7:**

[https://www.google.com.co/search?biw=1366&bih=662&tbm=isch&sa=1&q=ley+de+reflraction+de+la+luz&oq=ley+de+reflraction+de+la+luz&gs\\_l=psy-ab.3...69275.72452.0.72680.12.10.0.0.0.0.359.359.3-1.1.0....0...1.1.64.psy-ab..11.1.356...0i7i30k1j0i8i7i30k1.0.hBTxloSAGwI#imgsrc=mpIJbDnqLpyFiM:](https://www.google.com.co/search?biw=1366&bih=662&tbm=isch&sa=1&q=ley+de+reflraction+de+la+luz&oq=ley+de+reflraction+de+la+luz&gs_l=psy-ab.3...69275.72452.0.72680.12.10.0.0.0.0.359.359.3-1.1.0....0...1.1.64.psy-ab..11.1.356...0i7i30k1j0i8i7i30k1.0.hBTxloSAGwI#imgsrc=mpIJbDnqLpyFiM:)

**Figura 14:**

([https://www.google.com.co/search?biw=1366&bih=662&tbm=isch&sa=1&q=movimiento+armonico+simple+ejemplos&oq=movimiento+armonico+simple&gs\\_l=psy-ab.3.2.0i67k1j0l7j0i67k1j0.3198.3198.0.6672.1.1.0.0.0.0.403.403.4-1.1.0....0...1.1.64.psy-ab..0.1.400....0.yb-3xbg, s.f.\)](https://www.google.com.co/search?biw=1366&bih=662&tbm=isch&sa=1&q=movimiento+armonico+simple+ejemplos&oq=movimiento+armonico+simple&gs_l=psy-ab.3.2.0i67k1j0l7j0i67k1j0.3198.3198.0.6672.1.1.0.0.0.0.403.403.4-1.1.0....0...1.1.64.psy-ab..0.1.400....0.yb-3xbg, s.f.))