

LOS CUADRADOS MÁGICOS PARA APRENDER A APRENDER LA ADITIVIDAD EN
LOS NATURALES EN ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO DE LA ESCUELA NORMAL
SUPERIOR DE COROZAL- SUCRE

CABRERA URZOLA VICTOR SIPRIANO

JIMÉNEZ TOVAR JHON JAIRÓ

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICAS
SINCELEJO- SUCRE
2001

LOS CUADRADOS MÁGICOS PARA APRENDER A APRENDER LA ADITIVIDAD EN
LOS NATURALES EN ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO DE LA ESCUELA NORMAL
SUPERIOR DE COROZAL- SUCRE

CABRERA URZOLA VICTOR SIPRIANO

JIMÉNEZ TOVAR JHON JAIRÓ

Trabajo de grado para optar al título de licenciado en
matemáticas

Licenciado

JOSE GREGORIO MENDOZA GONZÁLEZ
Asesor ESCUELA .NORMAL .SUPERIOR COROZAL

Licenciado

EDUARDO CHAUCANES
Asesor UNISUCRE

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICAS
SINCELEJO- SUCRE
2001

Nota de Aceptación

PRESIDENTE DE JURADO

JURADO

JURADO

Sincelejo (Sucre), fecha.

A Cristo, Maestro de
maestros,
Luz que ilumina mi
sendero.

A mis padres y
hermanos, quienes me
suministraron su apoyo y
esperanzas.

Jhon Jairo Jiménez Tovar

A mis padres y
hermanas, quienes me
brindaron su apoyo,
confianza y cariño, para
cumplir mis metas.

Víctor Cabrera Urzola

AGRADECIMIENTOS

Los autores de la propuesta, expresan sus agradecimientos a:

La Universidad de Sucre, por su contribución a la formación de nuevos educadores en matemáticas.

La Escuela Normal Superior de Coroza, institución formadora de maestros, por permitir la ejecución y evaluación de la propuesta.

Al profesor Eduardo Chaucanes, por sus aportes conceptuales.

A los estudiantes de 6° E vespertino de la Escuela Normal Superior de Coroza, por su participación activa durante la ejecución y evaluación de la propuesta.

A la profesora Rafaela Navarro G., licenciada en matemáticas, egresada de Unisucre, maestra titular en 6° E, por su acompañamiento y motivación a los estudiantes.

A José Mendoza, profesor de matemáticas de la E.N.S.C. por sus orientaciones durante la propuesta.

Y a todas aquellas personas que indirectamente han contribuido en la realización de este trabajo.

INTRODUCCIÓN

Desarrollar el pensamiento numérico es una de las preocupaciones de la enseñanza de la matemática escolar y es una tarea constante, que trasciende hacia esferas cognitivas superiores a medida que el sujeto que aprende atraviesa los estadios de desarrollo y presupone el reconocimiento y manejo de los sistemas numéricos (un conjunto de signos con sus operaciones y relaciones), en diferentes contextos. Este esfuerzo, de potenciar el pensamiento numérico en los estudiantes, desde hace muchas décadas, ha dado paso al mecanicismo y no al manejo de habilidades del pensamiento que favorezcan un aprender a aprender, en el aprendizaje de la matemática escolar.

Con el planteamiento de la propuesta pedagógica *"Los cuadrados mágicos, para aprender a aprender la aditividad en los naturales en estudiantes de sexto grado de la Escuela Normal Superior de Corozal"*, se pretende romper -o causar desequilibrios- en el viejo esquema metodológico, como: clases magistrales, dictados, predominio de la actuación del docente y la heteronomía [actuación con respecto a una autoridad], para introducirse en una nueva forma de trabajo en el que la actividad cognoscente del estudiante, serán de vital importancia, para el tratamiento de habilidades de cálculo mental aditivo.

Los cuadrados mágicos utilizados como pasatiempo antiquísimo, debido a sus atribuciones cabalísticas ó fantásticas, constituyen un recurso didáctico que puede contribuir a afianzar o desarrollar de manera lúdica el pensamiento aditivo, en especial, de la habilidad para efectuar adiciones o sustracciones (cálculo mental o a lápiz). Se estructuran los eventos de la propuesta con tres talleres para la construcción de cuadrados mágicos de órdenes par e impares, que pueden ser cuadrados "diabólicos" y de diagramas de figuras geométricas. En ellos, se verifican sus propiedades o características propias (que las filas, columnas y diagonales, sumen lo mismo o "una constante mágica") haciendo un afianzamiento lúdico, que atiende los procedimientos personales de los niños y niñas de sexto grado quienes pondrán en juego sus habilidades cognitivas (de análisis, inducción-deducción), metacognitivas (de autorreflexión, coevaluación y autoevaluación).

Se concluye la propuesta con una socialización de los trabajos y logros alcanzados durante su desarrollo.

CONTENIDOS

	Pág.
INTRODUCCIÓN	15
1. PROBLEMA	17
1.1 PLANTEAMIENTO Y FORMULACIÓN	17
1.2 JUSTIFICACIÓN	20
1.3 OBJETIVOS	23
1.3.1 General	23
1.3.2 Específicos	23
1.4 DELIMITACIÓN	24
2. MARCO TEÓRICO	25
2.1 ANTECEDENTES	25
2.2 BASES TEÓRICAS	31
2.3 MARCO CONCEPTUAL	38
2.4 MARCO LEGAL	44
3. METODOLOGÍA	48
3.1 TIPO DE ESTUDIO	48
3.2 POBLACIÓN Y MUESTRA	48
3.3 INSTRUMENTOS	49
3.4 TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE DATOS	50
3.5 ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN	51
3.6 RESULTADOS DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA DE DIFICULTADES ADITIVAS	52
3.7 RESULTADOS DE LA PRUEBA EXPLORATORIA SOBRE SITUACIONES PROBLEMAS	55
4. PROPUESTA	59
4.1 ESTRUCTURA CONCEPTUAL DE LA PROPUESTA	59
4.2 DESARROLLO DE LA PROPUESTA	60
4.3 METODOLOGÍA DE TRABAJO EN EL AULA	61
4.4 EVALUACIÓN	62
4.5 RESULTADOS OBTENIDOS CON EL DESARROLLO DE LA PROPUESTA	62

4.5.1 Resultados de la aplicación del taller 1	62
4.5.2 Resultados de la aplicación del taller 2	70
4.5.3 Resultados de la aplicación del procedimiento para evaluación del trabajo en equipo	74
5. PLAN DE ACCIÓN	78
CONCLUSIONES	79
RECOMENDACIONES	82
BIBLIOGRAFÍA	84
ANEXOS	86

LISTA DE ANEXOS

Pág.

Anexo 1. Prueba diagnóstico de dificultades aditivas	
87	
Anexo 2. Prueba exploratoria: situaciones aditivas	
89	
Anexo 3. Taller 1. Cuadrados mágicos de orden impar	
92	
Anexo 4. Procedimiento para construir un cuadrado mágico de orden impar	95

Anexo 5. Procedimiento para la construcción de un cuadrado mágico
de orden 7 97

Anexo 6. Taller 2. Cuadrados mágicos de orden par: diabólicos y
geométricos
98

Anexo 7. Cuadrados mágicos de orden par
102

Anexo 8. Lectura comprensiva
104

Anexo 9. Procedimiento para evaluación del trabajo en equipo
106

Anexo 10. Procedimiento para sustentación en pequeño y gran grupos
107

Anexo 11. Listado de los estudiantes
108

Anexo 12. Certificación de ejecución del trabajo en la E.N.S.C
109

Anexo 13. Talleres diligenciados por los estudiantes
110

LISTA DE TABLAS

Pág.

Tabla 1. Resultados de la prueba diagnóstica

Tabla 2. Resultados de la prueba exploratoria	
55	
Tabla 3. Resultados de la comprensión de lectura	63
Tabla 4. Resultados de la actividad del ítem 2	
65	
Tabla 5. Resultados del ítem 3.1	66
Tabla 6. Resultados de la actividad 4	68
Tabla 7. Tabulación de la actividad de completar cuadrados mágicos	
72	
Tabla 8. Resultados de la actividad de coevaluación	
75	

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfica 1. Distribución de la muestra por edades	
49	
Gráfica 2. Resultados de la prueba diagnóstica	
53	
Gráfica 3. Prueba exploratoria sobre situaciones problema	
57	
Gráfica 4. Estructura conceptual de la propuesta	59
Gráfica 5. Resultados de la comprensión de lectura	
64	
Gráfica 6. Colocando los números del 1 al 9 en la figura	
65	
Gráfica 7. Construcción de un cuadrado mágico de orden 7	
67	
Gráfica 8. Actividad para completar cuadrados mágicos de orden 3	69
Gráfica 9. Actividad de completar cuadrados mágicos	73
Gráfica 10. Calificaciones de 4 y 5	
75	

LISTA DE FOTOGRAFÍAS

Pág.

Foto 1. Inducción de la propuesta efectuada a los estudiantes de 6° E de la Escuela Normal Superior de Corozal
122

Foto 2. aplicación de la prueba diagnóstica de dificultades aditivas.
123

Foto 3. Consejería académica sobre la construcción de un cuadrado mágico de orden impar.
124

Foto 4. Los proponentes solicitan expresar abiertamente sus inquietudes Alrededor del trabajo.
125

Aprender a aprender implica la capacidad de reflexionar en la forma en que se aprende y actuar en consecuencia, autorregulando el proceso de aprendizaje mediante el uso de estrategias flexibles y apropiadas que se transfieren y adaptan a nuevas situaciones.

Frida Díaz, 1998.

1. PROBLEMA

1.1 PLANTEAMIENTO Y FORMULACION

El problema al que se apunta en este contexto, hace alusión a espacios de dificultad en el cálculo aditivo, en particular, del mental, manifestado por la poca estimulación y desarrollo que origina la pobreza de habilidades y destrezas para adicionar (sin uso de los dedos o lápiz y papel), en los estudiantes de sexto grado de educación básica secundaria de la Escuela Normal Superior de Corozal. También, la marcada dependencia del estudiante hacia el maestro u orientador, imposibilita una mejor producción de saberes propios durante el aprendizaje de la matemática escolar. Los siguientes rasgos explicitan el problema:

- Aprendizaje memorístico (tablas de sumar), repetitivo, de procedimientos, algoritmos, en los estudiantes, que poco contribuyen al desarrollo del pensamiento aditivo, en particular, la habilidad para efectuar adiciones y sustracciones, significativamente.
- Subutilización de estrategias que faciliten el aprendizaje de la matemática como juego o actividad lúdica.
- Algunos niños y niñas al ingresar a sexto grado llegan con muchas deficiencias en el cálculo aritmético [se diría, no se

saben las tablas de sumar] en especial, el mental, lo que genera aversión y desinterés por el manejo de las operaciones básicas, en especial la adición.

- Algunos de los niños y niñas de sexto grado presentan deficiencias en la escritura y lectura lo que se ha podido constatar, al solicitar escribir rápidamente en sus cuadernos, ciertas cantidades de los números naturales grandes (guarismos).

En el contexto práctico se pudo observar que:

- La metodología utilizada marca mucho el protagonismo del docente, quien dicta la clase y los estudiantes la reciben pasivamente.
- No se promueven estrategias pedagógicas flexibles que propicien la reflexión, el juego, el trabajo en equipo y la autoevaluación de los procesos de aprendizaje en los estudiantes. Por ello se adoptan estrategias del aprender a aprender, como procedimientos flexibles que motivan la reflexión y autorregulación en los aprendientes.
- El estudiante de sexto grado trae muchos prejuicios, creencias y formas de trabajo, que en la gran mayoría de los casos, no contribuyen a la construcción del conocimiento y socialización de resultados (algarabías, hablar en coro, participar sólo

cuando alguien interviene para reafirmar o redundar, pérdida de tiempo, negación rotunda a las sugerencias de los compañeros de curso).

- El pensamiento numérico, en particular, lo que se refiere a la habilidad para efectuar adiciones y sustracciones, es orientado sólo con tiza y tablero, haciendo énfasis en el uso del texto y de "previas escritas". El educador matemático obvia muchas veces las diferencias individuales de sus orientados, esto consiste en homogenizar sus potencialidades.

Por estos motivos, se propone una estrategia didáctica para que el estudiante de sexto grado aprenda a aprender (aplicación de estrategias flexibles que viabilicen la autonomía en los estudiantes) la aditividad en los naturales, mediante la construcción de los cuadrados mágicos, que estimulen la destreza en el cálculo mental y la creatividad. En este sentido, se plantea la siguiente cuestión:

¿En qué medida los estudiantes de sexto grado desarrollan su pensamiento aditivo, en particular, las habilidades y destrezas para el cálculo mental al efectuar adiciones y sustracciones, mediante la construcción de los cuadrados mágicos [de ordenes par e impar; diabólicos y de diagramas geométricos]?

1.2 JUSTIFICACIÓN

La propuesta pedagógica para aprender a aprender la aditividad en los naturales con la participación de estudiantes de sexto grado mediante los cuadrados mágicos, es importante porque:

- Se fomenta el desarrollo del pensamiento aditivo en particular, del cálculo mental o a lápiz, al efectuar adiciones y sustracciones, en los estudiantes de manera lúdico-recreativa, buscando con ello posibilitar un mayor grado de aceptabilidad y asimilación de la operación de adición.
- Hace énfasis en las habilidades y destrezas del pensamiento [inducción-deducción, análisis, reflexión y socialización] para aprender como aprender.
- El estudiante se apropia de algunas estrategias [aquí son entendidas como conjunto de procedimientos] para que actúe y piense con autonomía, es decir, se inicia en la autorreflexión de sus procesos de aprendizaje.
- Se valora la importancia de los cuadrados mágicos en el desarrollo del pensamiento aditivo.

La propuesta es pertinente porque:

- Aporta un recurso didáctico, que estimula el cálculo mental, la diversión y la imaginación para aprender a aprender la matemática.
- El estudiante tiene la oportunidad de afianzar las operaciones de adición y sustracción siguiendo algunas restricciones que complejizan de alguna forma la identificación de las propiedades de los cuadrados mágicos.
- El profesor actúa como un orientador o facilitador de procesos de aprendizaje para que el estudiante pueda interactuar en grupo y socializar sus alcances.
- Cada estudiante aprende de acuerdo a su ritmo e intereses sin coacción o restricciones (en los equipos cooperativos, por ejemplo), desarrollando la habilidad para seguir instrucciones (de los procedimientos implícitos de cada actividad).

La propuesta que se plantea es viable porque:

- Los materiales y recursos didácticos a utilizar, son de bajo costo permitiendo de esta forma su fácil ejecución.
- Se cuenta con el aval de los directivos y docentes para su desarrollo.

- A los niños y niñas de sexto grado les gusta las clases de matemáticas activas, dinámicas, que utilicen recursos variados, juegos o pasatiempos. Esto se aprecia en el grado de aceptación y agrado por parte de los estudiantes, cuando los docentes titulares efectúan actividades recreativas dentro de su disciplina.
- Los estudiantes se convierten en veedores de su propio aprendizaje, los profesores en gestores de proceso de aprendizaje y los padres de familia en cooperadores por excelencia.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 **General.** Fomentar el desarrollo del pensamiento aditivo, en particular, de la habilidad para el cálculo mental - y a lápiz- al efectuar adiciones y sustracciones, mediante la construcción de los cuadrados mágicos y la aplicación de algunos procedimientos del "aprender a aprender" en estudiantes de sexto grado de la Escuela Normal Superior de Corozal.

1.3.2 **Específicos.**

1.32.1 Explorar las habilidades y destrezas para el cálculo de adiciones y sustracciones mediante encuesta diagnóstica con situaciones problema.

1.3.2.2 Aplicar los procedimientos del trabajo compartido, la socialización de resultados, la autoevaluación y coevaluación, como estrategias flexibles del "aprender a aprender" y que utiliza los cuadrados mágicos de órdenes par e impar, para el desarrollo del pensamiento aditivo.

1.3.2.3 Valorar el manejo y comprensión de la operación de adición mediante el manejo de los cuadrados mágicos pares e impares, mediante diferentes actividades de aprendizaje.

1.4 DELIMITACIÓN

La propuesta que se plantea está pensada para ser ejecutada en la Escuela Normal Superior de Corozal, con la participación de los estudiantes de sexto grado, grupo E, jornada vespertina en los cuales se cuentan 40 estudiantes. Se apoya en los referentes de la pedagogía del aprender a aprender [Blake y Mc Pherson, 1973; Constance Kamii, 1976] y de la construcción de cuadrados mágicos. Tiene una duración de tres meses para su ejecución y evaluación.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 ANTECEDENTES

Evidentemente en los últimos años los nuevos planteamientos de la filosofía de la matemática y los estudios sobre sociología del conocimiento, entre otros factores, han originado cambios profundos en las concepciones acerca de las matemáticas escolares. Este cambio de concepción, ha permitido reconocer que el conocimiento matemático, así como todas las formas de conocimiento, representa las experiencias de personas que interactúan en entornos, culturas y períodos históricos particulares y que además, es en el sistema escolar donde tiene lugar gran parte la formación matemática de las nuevas generaciones y por ello la escuela debe promover las condiciones para que ellas lleven a cabo la construcción de los conceptos matemáticos mediante la elaboración de significado simbólicos compartidos¹.

En el contexto de la formación matemática, obviamente se ha introducido múltiples posibilidades para que el conocimiento matemático escolar, sea considerado hoy como una actividad social

¹ COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Lineamientos curriculares, matemática: Santafé de Bogotá: Editorial magisterio, p. 28 - 29.

que debe tener en cuenta los intereses y la afectividad del niño y del joven. Esta reflexión motivó a la comunidad de educadores matemáticos para propender por una nueva visión de la matemática escolar fundamentada en: *"la valoración de la importancia que tienen los procesos constructivos y de interacción social en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, la consideración que el conocimiento matemático es una herramienta potente para el desarrollo de habilidades de pensamiento; la comprensión y la aplicación de los fenómenos de la transposición didáctica"*².

El educador matemático, debe enfatizar en el desarrollo de los procesos de pensamiento en el estudiante, mas no, en el aprendizaje de conceptos aislados, fuera de contexto, pues, "el objetivo de enseñar las habilidades de pensamiento no se debería considerar, por tanto, como algo opuesto al de enseñar el contenido convencional sino como un complemento de esto. La capacidad del pensamiento y del conocimiento son como la trama y urdimbre de la competencia intelectual y del desarrollo de cualquiera de las dos cosas en detrimento de la otra, nos produciría algo muy distante de una tela de buena calidad".³

La perspectiva histórica, concibe la matemática como una ciencia humana no acabada, que considera el ensayo y error, como fuente de conocimiento. El conocimiento de la historia proporciona una

² MEN. Lineamientos curriculares: matemáticas. Santafé de Bogotá: Magisterio, 1998, p. 29.

³ . PERKINS, David y otros. Enseñar a pensar. Barcelona. Edición podios, 1994, p. 82.

visión dinámica de las matemáticas y permite apreciar cómo sus desarrollos han estado relacionado con las circunstancias sociales y culturales e interconectados con los avances de otras disciplinas, generando importantes implicaciones didácticas para la construcción de nuevos conocimientos.

El Ministerio de Educación Nacional en su documento-Síntesis para los Lineamientos Curriculares en matemáticas, resalta la valoración del conocimiento histórico al abordar el conocimiento matemático escolar de una forma enriquecedora para orientar la comprensión de ideas en una forma significativa. Es por tanto, que esta propuesta pedagógica

subyacente en el aprender a aprender de la matemática escolar, en especial de la aditividad de los naturales, valora los antiquísimos “cuadrados mágicos” reseñados por Malba Tahan, en su obra “El hombre que calculaba” (capítulo 15).

Es oscuro el origen de los cuadrados mágicos, se cree que la construcción de estas figuras constituían ya en épocas remotas un pasatiempo que atraían la atención de un gran número de curiosos. Como antiguamente se atribuían a ciertos números propiedades cabalísticas o perfectas (se asociaba con el arte de adivinación). Los matemáticos chinos que vivieron 45 siglos antes de Mahoma, ya los conocían. En la India la gente usaba cuadrados mágicos como amuleto. Un famoso sabio de Yemen afirmaba que también servían para prevenir ciertas enfermedades; un cuadrado mágico de plata, colgado al cuello, evitaba según ciertas tribus, el contagio de la peste.

4	5	16	9
14	11	2	7
1	8	13	12
15	10	3	6

Los matemáticos llaman “Diabólico” a este cuadrado mágico de 16 casillas. La constante “34” de este cuadrado mágico no solamente se obtiene a través de la suma de los números de una misma columna, hilera o diagonal sino, también, sumando de otras formas cuatro números del mismo cuadro:

$$4 + 5 + 11 + 14 = 34$$

$$1 + 11 + 16 + 6 = 34$$

$$4 + 9 + 6 + 15 = 34$$

$$10 + 13 + 7 + 4 = 34$$

Y así, de 86 modos diferentes.

Los antiguos magos de Persia, que también ejercían la medicina, pretendieron curar las enfermedades aplicando a la parte enferma un cuadrado mágico, siguiendo el conocido principio⁴, "Primum non nocere".

O sea: primer principio, no dañar.

Los cuadrados mágicos constituyen un tema trabajado desde la prehistoria de la matemática, pasando por muy diferentes épocas, matemáticos y aficionados. Actualmente se busca desmitificar las propiedades mágicas o cabalísticas de estos cuadrados, de acuerdo con la terminología moderna de isomorfismo, matrices, congruencia y otros conceptos tratando de exhibir el método desarrollado en su construcción.

Los profesores Mauricio Neira y Rafael Isaacs⁵, de la Universidad Industrial de Santander (UIS), en su artículo, "Cuadros Mágicos: una curiosa aplicación de algunas ideas de la geometría finita", hacen un estudio matemático de los cuadros mágicos de acuerdo con las progresiones del álgebra vectorial, isomorfismo y matrices. Empiezan resolviendo la pregunta: ¿Qué relación hay entre el

⁴ . MALBA, Tahan. El hombre que calculaba, p. 91-92.

⁵ . Universidad Nacional de Colombia. Revista Educación matemática, 1997.

orden del cuadrado, la progresión y la suma deseada?. Es decir, si k es el orden del cuadrado, el número inicial de la progresión aritmética es n , la razón es r y la suma de cada fila, columna o diagonal es s , queremos expresar el valor de s en término de las otras variables. El primer número de la progresión será n , enseguida $n + r$, después, $n + 2r$ y en general, los términos de la progresión serán de la forma $n + ir$ donde i varía desde 0 hasta $k^2 - 1$, puesto que el número de términos de la sucesión es k^2 . La suma de todos los términos viene dada por la fórmula:

$$\sum_{i=0}^{k^2-1} (n + ir) = \frac{k^2}{2} [2n + (k^2 - 1)r] \quad (1)$$

Y como sabemos que hay k filas, cada una de las cuales debe sumar s , tenemos que $s \cdot k$ debe ser igual al número expresado en (1), de

donde se deduce:

$$S = \frac{rk^3 + (2n - r)k}{2} \quad (2)$$

Una afirmación fácil de confirmar es la siguiente: Si se sabe cómo se

dispone los números $1, 2, \dots, k^2$ para formar un cuadrado mágico de orden k entonces se sabe cómo disponer cualquier progresión para formar lo que se quiere. Según esto sólo es necesario saber disponer la progresión $1, 2, \dots, k^2$ cuya suma según (2) será:

$$S = \frac{k^3 + k}{2} \quad (3)$$

En lo que sigue, y sin perder generalidad sólo nos interesa disponer los números $1, 2, \dots, k^2$, cuando k es mayor que 2 pues cómo puede comprobar fácilmente el lector, no hay cuadrados mágicos de orden dos⁶.

2.2 BASES TEÓRICAS

Entre los educadores de Colombia es cada día más evidente que su papel tradicional de instructores, dispensadores de información, recreadores, explicadores, motivadores, etc, debe cambiar y ponerse a tono como una tendencia universal que, aunque dolorosa, es verdad: La educación debe eliminar progresiva, pero sistemáticamente el papel del docente como interprete, interpuesto entre el medio y el aprendiente. En efecto, solo en la medida en que esta tendencia se cumpla, el educador se convertirá en diseñador de ambientes físicos, sociales e intelectuales de aprendizaje, e ingeniero social del aprendizaje al tiempo que el estudiante logrará el máximo grado de independencia, en pensamiento y acción que lo transformará en aprendiente autónomo.

Asumir una decisión de ser un aprendiente desde el aprender a aprender, es una de las mejores decisiones que han podido tomar las personas que tienen la responsabilidad de considerar el proceso de lo educativo, como instrumento de desarrollo social y personal, que pide a grito la responsabilidad individual como

⁶. Ibid. p. 30.

elemento principal para el aprendizaje significativo. Con ello surge la inquietud, ¿por qué se enfatiza tanto en tomar esta decisión?.

El aprendizaje autónomo aporta los presupuestos teóricos, metodológicos y actitudinales, para que la escuela entre en la categoría de "escuela para pensar", en donde los aprendientes junto con el orientador articulan de manera procesual y sistémica, las categorías de aprendizaje, las oportunidades de evaluación, las estrategias de atención al estudiante en las diferentes actividades. El aprendizaje autónomo, entendido, como proceso educativo que "estimula al aprendiente para que sea el creador de su propio ritmo y conocimiento"⁷; como competencia o disposición,

"permite al aprendiente dirigir de manera independiente, sus procesos de aprendizaje".⁸ El primer enfoque, ubica al aprendizaje autónomo dentro de la categoría de estrategia global, para conseguir el progreso personal o individual. El segundo enfoque, lo caracteriza como elemento o instrumento realizable de ese desarrollo. Como proceso de enseñanza y como habilidad, comprende tres áreas primordiales o esenciales:

⁷ Documento de Apoyo Técnico, DAT. Especialización en Pedagogía del Aprendizaje Autónomo. Santafé de Bogotá: UNAD-CAFAM, 1999, p. 9.

⁸ INSUASTY DELFÍN, Luis. Guía del Aprendizaje Autónomo A. Santafé de Bogotá: UNAD-CAFAM, 1999, p. 10.

- ❖ Los pilares de la educación: *Aprender a Aprender*, Aprender a Hacer, Aprender a Ser y Aprender a vivir juntos. El desarrollo de la matemática escolar debe valorar la autonomía, el trabajo compartido y dirigido, las actitudes, y la tolerancia en los aprendientes.
- ❖ Los factores de éxito profesional: Desarrollo y aplicación de habilidades cognitivas y metacognitivas, desarrollo y aplicación de habilidades de comunicación y de comportamiento social, la motivación intrínseca y y extrínseca; ello se refleja al asumir las categorías de aprendizaje que evalúa durante el trabajo pedagógico.
- ❖ Las condiciones de una acción pedagógica exitosa. Valoración de los aprendizajes previos, interacción social, aplicación de estrategias y desarrollo de habilidades para hacer transferencia de conocimientos a otros contextos ⁹ para facilitar de manera dialógica e interactiva, la construcción de conocimientos, en que el intercambio tenga validez y contribuya a enriquecer los saberes construidos. Al surgir el enlace de las diferentes fases o dimensiones del aprendizaje autónomo, se desarrolla un proceso aplicativo de las habilidades de pensamiento como la observación, la descripción, la conceptualización, el análisis, la inducción-deducción, la atención, la toma de decisiones, la comparación y contraste, entre otras; también la

⁹ KAMII, Constance. La Autonomía como finalidad de la Educación, 1998, p. 2.

autorreflexión, la autorregulación y autoevaluación o metacognitivas. Se promueve en los aprendientes, la visión constructiva de un constante equilibrio entre aprender y desaprender.

Desarrollar habilidades cognitivas y metacognitivas en la promoción del aprendizaje autónomo, implica el desarrollo de la independencia y la libertad, lo cual significa "trabajar sin que nadie lo ordene, o sea pensar por si mismo, con sentido crítico, atendiendo la dinámica del contexto

moral o intelectual”¹⁰. Apunta Kamii que el fundamento de la autonomía es la moral, pues, aparece con la reciprocidad en virtud del proverbio “no le hagas a otro lo que no quieras que hagan contigo”. La moral autónoma subyace en la capacidad de tomar sus propias decisiones, dependiendo relativamente de los puntos de vista de los demás; allí se introduce el concepto de negociación, pues, es elaborada por cada persona a partir de sus relaciones interpersonales. En un ambiente de conductas [acríticas] mecanicistas o repeticionistas y relaciones interpersonales heterónomas [donde marca la dependencia del alumno al profesor], constituyen un reto, un buen trabajo pedagógico de gran responsabilidad.

Una praxis pedagógica y autónoma, presupone de orientadores o facilitadores y aprendientes [educadores y estudiantes matemáticos] unos verdaderos “*aprendientes autónomos*”. En este sentido, se toma el aprendizaje como una actividad estructurante, en la que no sólo se avanza en lo conceptual, sino que paralelamente, se incorporan las habilidades de pensamiento, las habilidades comunicativas, emocionales y sociales y los hábitos académicos para una autoformación.

Aprender a pensar para aprender a aprender y aprender haciendo, son ahora las principales consecuencias de este movimiento universal que pretende, por un lado, reducir la tarea de informar

¹⁰ Ibíd., p. 2.

que desde tiempos inmemoriales se ha depositado en el facilitador, y por otro incrementar el aprendizaje autónomo del estudiante.

Parece oportuno resaltar que en la sociedad del conocimiento se advierte que el maestro no es únicamente la persona que se desempeña en el aula de clase de una escuela o universidad, sino todo líder a la cabeza de un grupo humano. Por otra parte, aprendiente no es quien recibe clases en el aula de la escuela o la universidad, sino toda persona de un grupo humano que tiene a su cargo alguna responsabilidad. En otras palabras, una organización o institución donde sus miembros no aprenden a aprender ni enseñan a enseñar, difícilmente se puede desarrollar.

De acuerdo con Blake y Mc Pherson (1973), el aprendizaje autónomo tiene ventajas tanto para el aprendiente como para el enseñante.

Para el aprendiente:

- Le permite establecer un diálogo entre él y el contenido de la materia que aprende y aplica.
- Facilita el desarrollo de habilidades cognitivas, metacognitivas e interpersonales, estimula el crecimiento del autoconcepto y la motivación intrínseca.

Para el enseñante:

- Le permite satisfacer con propiedad las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes.
- Le produce mayor grado de satisfacción y estímulo personal y profesional.
- Le ayuda a mejorar sus habilidades de docente, conducta y guía.¹¹

La propuesta está centrada en el aprender a aprender, en virtud de los pilares de la educación y teniendo en cuenta que la matemática escolar es una actividad, un saber haciendo. Sus referentes teóricos matemáticos residen en los cuadrados mágicos, medio o herramienta propuesta por los autores del presente trabajo, para aprender a aprender la aditividad [entendida como proceso que coadyuva en el desarrollo del pensamiento aditivo, en especial, del cálculo con adiciones y/o sustracciones] en los naturales.

2.3 MARCO CONCEPTUAL

¹¹ .DELFÍN INSUASTY, Luis. Especialización en Pedagogía para Aprender a Aprender. Guía de Aprendizaje autónomo "D". Santafé de Bogotá: UNAD- CAFAM, 1999, p. 1-3.

Como reza el epígrafe de la propuesta, *Aprender a Aprender implica la capacidad de reflexionar en la forma en que se aprende y actuar en consecuencia, autorregulando el propio proceso de aprendizaje mediante el uso de estrategias flexibles y apropiadas que se transfieren y adaptan a nuevas situaciones* (Frida Diaz, 1998). En la orientación de la matemática escolar, en especial, del fomento de destrezas y habilidades para el cálculo mental aditivo, mediante los cuadrados mágicos, se debe propiciar la utilización de algunas estrategias flexibles como el trabajo en equipos cooperativos, la lectura autorregulada, la socialización de los resultados construidos en interacción y la evaluación formativa (permitir que se evalúen y coevalúen).

Heidegger, M., plantea que enseñar exige proceder de tal forma que ese proceder se fundamente en el pensar para permitir que el otro sujeto con la misma posibilidad autónoma de pensar, aprenda. Enseñar significa dejar aprender"¹². Literalmente así, lo expresa:

"Enseñar es aún más difícil que aprender, se sabe esto muy bien, más pocas veces se lo tiene en cuenta. ¿Porqué es más difícil enseñar que aprender?. No porque el maestro debe poseer un mayor caudal de conocimientos y tenerlos siempre a disposición. El enseñar es más difícil que aprender porque enseñar significa: Dejar sólo aprender. Más aún: El verdadero maestro no deja aprender nada más que el aprender. Por eso también su obra produce a menudo la impresión de que propiamente no se aprende nada más de él, si por aprender se entiende nada más que la obtención de conocimientos útiles. El

¹² . MARTINEZ, A. La enseñanza como posibilidad del pensamiento. En Diaz y otros. p. 169.

*maestro posee respecto de los aprendices como único privilegio el que tiene que aprender todavía mucho más que ellos, a saber, dejar-aprender..."*¹³.

Dejar sólo aprender -como dice Heidegger- el pensamiento numérico, visto, como ese fomento del desarrollo de habilidades para el cálculo

aditivo, presupone la comprensión general que tiene el aprendiente sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en *formas flexibles* para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones (Mcintosh, 1992). Tres aspectos básicos, sobre los cuales hay acuerdo, que pueden ayudar a desarrollar el pensamiento numérico de los niños y niñas a través del sistema de los números naturales y a orientar el trabajo en el aula (Lineamientos Curriculares de matemáticas: 45):

- ❖ Comprensión de los números y de la numeración.
- ❖ Comprensión del concepto de las operaciones.
- ❖ Cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones.

Fomentar el desarrollo del pensamiento aditivo, se refiere entonces, a la Comprensión de los números y de la numeración, Comprensión del concepto de la operación adición, Cálculos con

¹³ . HEIDEGGER, M, ¿Qué significa pensar?. Buenos Aires. Nova. p. 9

números y aplicaciones de números y mediante adiciones (y/o sustracciones). Aquí se hace énfasis en el cálculo mental al efectuar adiciones (o sustracciones), utilizando los procedimientos contruidos por los niños y niñas de sexto grado normalista, para verificar las propiedades de los cuadrados mágicos (pares, impares, diabólicos y de diagramas).

En el marco de esta propuesta se considera pertinente los cuadrados mágicos, como un recurso didáctico para aprender a aprender la aditividad en los números naturales. Se sabe, pues, que desde la más remota antigüedad son conocidos y estudiados y se definen como: "Un conjunto de enteros consecutivos de 1 a N^2 dispuestos en una formación cuadrada de manera que cada fila, columna, y las dos diagonales principales suman lo mismo".¹⁴ La cantidad N de números por lado se llama orden del cuadrado.

Los cuadrados mágicos, son ordenaciones de números en celdas formando un cuadrado, de tal modo que la suma de cada una de sus filas, de cada una de sus columnas y de cada una de sus diagonales den el mismo resultado. Se amplía la definición de cuadrados mágicos así; un cuadrado mágico genérico de orden n es una cuadrícula $n \times n$ en el que se distribuyen n^2 números distintos de modo que todas sus filas, columnas y diagonales den la misma suma.

¹⁴ EDUCACIÓN MATEMÁTICA. Santafé de Bogotá: Uninacional, Vol 4.

Los cuadrados mágicos se clasifican de acuerdo con el número de celdas que tiene cada fila o columna. Así uno con cinco celdas se dice que es de quinto orden.

Si a , b y c son tres números enteros cualesquiera, la siguiente disposición muestra la forma general de un cuadrado mágico de orden 3:

$a+b$	$a-(b+c)$	$a + c$
$a-(b-c)$	a	$a + (b-c)$
$a - c$	$a+(b+c)$	$a - b$

4	9	2
3	5	7
8	1	6

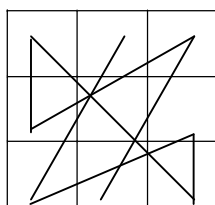
Este cuadrado ya lo conocían los chinos hace muchos siglos atrás, lo llamaban *lo-shuy* . Formaba parte de leyendas y supersticiones. Hay 880 cuadrados mágicos de orden 4 esencialmente diferentes y si consideramos los de orden 5 tenemos 275, 305, 224 y de ahí en adelante se desconoce la cantidad de cuadrados mágicos diferentes. No hay métodos generales para construir cuadrados mágicos, los cuales son de diferentes tipos:

Cuadrados latinos: si la condición no se cumple para las diagonales.

Cuadrados mágicos impares, son los de orden impar. Cuadrados mágicos pares, son los de orden par; estos son generalmente difíciles de construir.

Cuadrados diabólicos: se llaman así a los cuadrados mágicos que además de tener una suma constante en los $2(n + 1)$ modos habituales de sumar, siendo n el orden del cuadrado, se puede obtener dicha suma de muchos otros modos, regulares o geométricos.

Diagrama geométrico de cuadrados mágicos: si en un cuadrado mágico unimos con rectas los números que lo forman en su orden natural, se obtiene una línea poligonal que tiene como extremos el número menor y el mayor, respectivamente, dicha poligonal caracteriza al cuadrado:



Muy a menudo esas líneas constituyen un dibujo elegante que puede servir como procedimiento mnemotécnico para recordar la formación del cuadrado.

10	08	XX	02
01	XX	13	06
04	XX	07	09
05	12	XX	03

Cuadrados mágicos minimalistas: La industria argentina no se ha quedado atrás en la producción de variantes de cuadrados mágicos. Aquí va la muestra del trabajo de Iván Stvarca y otros acertijeros nativos, si quitamos las restricciones de que todas las casillas de la grilla cuadrada estén ocupadas, conseguimos los cuadrados mágicos minimalistas.

Para que sean interesantes, estos cuadrados deberán tener al menos, un número por fila, columna o diagonal y no podrán repetir números. En este caso la constante es 20 y las casillas con XX están vacías.

Este producto nacional no es tan sencillo de construir como los cuadrados mágicos tradicionales¹⁵.

2.4 MARCO LEGAL

El artículo 5° de la Ley 115 de 8 febrero de 1994, numerales:

1. La adquisición y generación de los conocimientos científicos y técnicos más avanzados, humanísticos [...] mediante la apropiación de hábitos intelectuales adecuados para el desarrollo del saber.

9. El desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico [...] en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas [...]. Dejar sólo aprender a aprender, mediante los cuadrados mágicos, implica que los estudiantes reflexionen sobre su propia actividad de manera crítica.

13. La promoción en la persona y en la sociedad de la capacidad para crear, investigar, [...] de desarrollo del país y le permita el educando ingresar al sector productivo.

¹⁵ . COLL, Pablo y PIÑERO, Gustavo. Revista Exactamente. F C E y N: Argentina. P.42

El artículo 22 de la misma ley, objetivos de la Educación Básica Secundaria, literales:

f. La comprensión de la dimensión práctica de los conocimientos teóricos, así como de la dimensión teórica del conocimiento práctico y la capacidad para utilizarla en la solución de problemas.

n. La utilización con sentido crítico de los distintos contenidos y formas de información y la búsqueda de nuevos conocimientos con su propio esfuerzo.

Ibídem ley 115 de 1994, literales c, e y n, artículo 22: Objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de secundaria.

Artículo 23, áreas obligatorias y fundamentales: Matemáticas (8).

En el artículo 35°, decreto reglamentario 1860/94, contempla que en el desarrollo metodológico de las actividades de aprendizaje se deben implementar estrategias, métodos activos y vivenciales...

La resolución 2343, 5 junio de 1996, sección cuarta, sobre indicadores de logros para los grados 4° , 5° y 6°, nos ofrece los lineamientos puntuales:

- Construye y utiliza significativamente en una amplia variedad de situaciones las operaciones de **adición**, sustracción, multiplicación y división con números naturales...establece relaciones entre estas operaciones y usa sus propiedades para la elaboración del **cálculo mental** y escrito.
- Investiga y comprende contenidos matemáticos a partir de enfoques de resolución de problemas, formula y resuelve problemas derivados de situaciones cotidianas y matemáticas, examina y valora los resultados teniendo en cuenta el planteamiento original del problema.
- Explica sus ideas y justifica sus respuestas mediante el empleo de modelos, la interpretación de hechos conocidos y la aplicación de propiedades y relaciones matemáticas.

El Proyecto Educativo Institucional (PEI) de la Escuela Normal Superior de Corozal, en el apartado Plan de Estudios, pone

énfasis en los métodos activos, el uso de estrategias que activen el aprender a pensar.

3. METODOLOGÍA

3.1 TIPO DE ESTUDIO

La propuesta pedagógica para aprender a aprender la aditividad en los naturales, mediante los cuadrados mágicos es de tipo descriptivo, pues involucra la identificación, caracterización, el registro, tabulación, análisis e interpretación de la información obtenida de los estudiantes de sexto grado, grupo E, vespertino, de la Escuela Normal Superior de Corozal- Sucre, durante el desarrollo de las actividades de aprendizaje [trabajo individual presencial, a distancia, en pequeños grupos y consejería], respecto al cálculo mental y escrito de adiciones (o sustracciones) y el manejo de los procedimientos implícitos para autoevaluación y coevaluación.

3.2 POBLACIÓN Y MUESTRA

La propuesta se estructura para 189 estudiantes de sexto grado normalista, quienes están entre las edades de 10 y 14 años.

La muestra seleccionada tiene 40 estudiantes (ver listado de los estudiantes, anexo 11) y se relacionan de acuerdo con sus edades, en el gráfico 1:

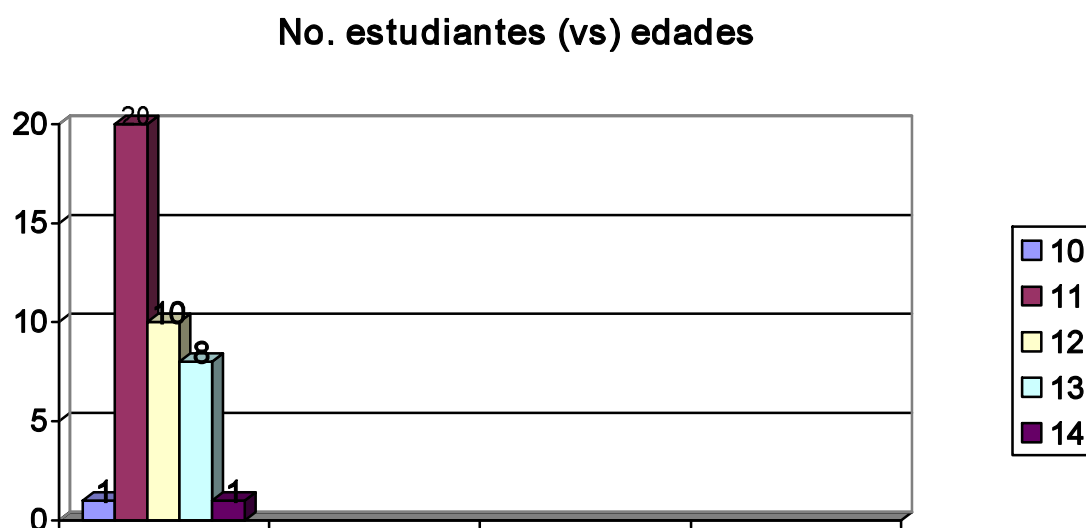


Gráfico 1. Distribución de la muestra por edades.

3.3 INSTRUMENTOS

Para el desarrollo de la propuesta se tiene en cuenta:

- Pruebas de habilidades en el cálculo aditivo, las cuales se dividen en dos: la prueba diagnóstica que consta de 4 ítemes (anexo 1) y la prueba exploratoria que contiene 5 situaciones problemas aditivas (anexo 2).
- Talleres de desarrollo (anexos 3 y 4), los cuales desarrollan los procedimientos para la construcción de cuadrados mágicos de ordenes par e impar, y las denominaciones: cuadrados diabólicos, diagramas geométricos de cuadrados mágicos, para que el estudiante ponga en juego el cálculo mental aditivo, la

habilidades de inducción-deducción, la identificación, el análisis y para seguir instrucciones.

3.4 TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Los resultados provenientes de:

- Las pruebas diagnóstico de dificultades (1).
- Talleres de desarrollo (2).

Se someten a análisis cualitativo para describir la forma cómo el estudiante enfrenta los problemas aditivos, cómo aplica el cálculo mental aditivo para la revisión de las características de un cuadrado mágico dado, las estrategias que usan para efectuar adiciones y sustracciones, sus actitudes, cómo se enfrentan a situaciones problema relativas a la solución de cuadrados mágicos y su capacidad de interacción entre ellos.

3.5 ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

La información obtenida es condensada en tablas de datos con sus categorías (manejo de la habilidad para efectuar adiciones y sustracciones, habilidad para verificar cuadrados mágicos, grado de interés), subcategorías (estrategias de calculo aditivo, dificultades surgidas, habilidad de análisis, hábitos de trabajo), resultados y porcentajes, con base en la muestra. Se elaboran

diagramas estadísticos, donde sea posible y se hacen las respectivas explicaciones.

3.6 RESULTADOS DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA DE DIFICULTADES ADITIVAS (ANEXO 1).

Los resultados se condensan en la siguiente tabla:

ITEM	NUMERO DE ESTUDIANTES				PORCENTAJES (%)	
	LO HACE BIEN (LHC)	Descripción de las fortalezas.	NECESITA MEJORAR (NM)	Descripción de los espacios de dificultad.	LHB	NM
1. Problemas que se resuelven por medio de sumas.	32	Los estudiantes se enfrentan a un problema de combinación (relaciona una colección y dos o más subcolecciones), optando por la forma vertical para efectuar la suma, correctamente.	8.	Algunos de estos estudiantes, disponían los guarismos, ubicando unidades, bajo decenas... lo que deja entrever el deficiente manejo del sistema posicional decimal. Otros, colocaban bien las cifras, pero, omitían las unidades que se llevaban.	80	20
2. Hallando el valor numérico por sustitución atrás.	26	Este interesante problema, permitió que los estudiantes exploraran varias alternativas, de solución por tanteo, dándole valores a la incógnita. Anotaron como soluciones: 14, 20, 7 y 21; empezando por encontrar un número que restado con 10 dé 11.	14	Dieron múltiples repuestas, que satisfacían un caso pero, no en otros. Ello se refleja en que no iban encadenando o sustituyendo en las diferentes figuras o incógnitas.	65.	35

3.Triángulo mágico: ubicación libre de los dígitos conservando la regla.	34	Por tanteo, los estudiantes, colocaban los dígitos, sin repetirlos de tal forma que se ajustaran a la constante (9).	6	Estos, estudiantes, optaron por enumerar los respectivos círculos en orden, siguiendo giros (+ ó -) o cualquier otra figura geométrica; sin embargo, no, era un triángulo mágico.	85	15
4. Cálculo aditivo en el menor tiempo posible.	16	Tuvieron en cuenta la ubicación correcta de: las unidades, y resultado de la suma. Necesitaron más del tiempo estipulado (1 a 2 min).	24.	Tuvieron en cuenta la posición de las unidades respectivas, pero, no coincidieron con la suma correcta. También, en la estructura aditiva del literal a) de la forma $A + x = B$, necesitaron ayuda de los consejeros, puesto que están acostumbrados a las de la forma $A+B=x$.	40	60

Tabla 1. Resultados de la prueba diagnóstica.

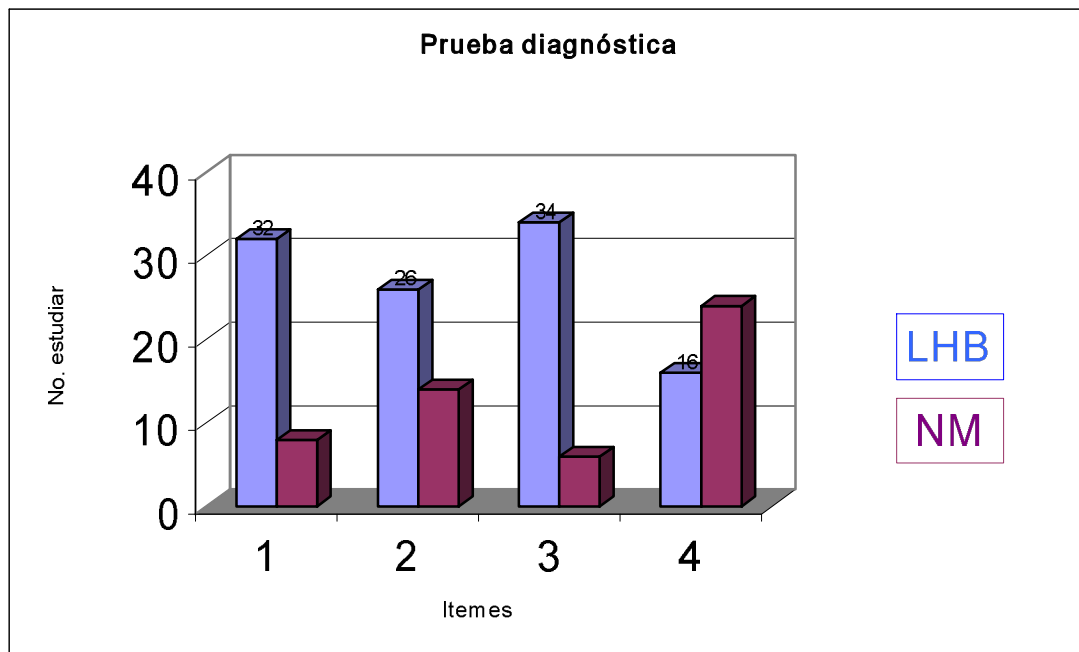


Gráfico 2. Resultados de la Prueba Diagnóstica.

Con base en la tabla 1 y su respectivo, gráfico 2, se puede decir lo siguiente:

- La mayoría de las dificultades surgen de las incoherencias conceptuales en el manejo del sistema posicional decimal, puesto no sólo es necesario que el niño cuente, lea y escriba los números, o que maneje las casillas de unidades, decenas, centenas... para tener un conocimiento adecuado del sistema decimal de numeración; ya lo expresa J. Castaño: "El aprendizaje del sistema decimal de numeración no se reduce a conocer una sintaxis; es un proceso más global que está ligado a la ampliación del concepto de número".¹⁶

- En cuanto al manejo de estructuras aditivas¹⁷ -de acuerdo con Vergnaud (1991) son relaciones ternarias que pueden encadenarse de diversas maneras- se enfrentaron con la forma $x \mp A = B$, donde se presentó dificultad debido a que la incógnita aparece al principio, caso con el cual, no estaban muy familiarizados. Por ejemplo en el ítem 2, escribían: $\star -10 = 11$, entonces $\star = 27$ ó 26 (los niños: R. Serpa y D. Ortega).
- La utilización del conteo con los dedos, que es usual en los niños en los primeros años de escolaridad, se hace muy frecuente.

3.6 RESULTADOS DE LA PRUEBA EXPLORATORIA: SITUACIONES PROBLEMAS ADITIVAS (ANEXO 2)

ÍTEM	No estudiantes				Porcentajes(%)	
	Lo hacen bien	apreciaciones	Necesita mejorar	apreciaciones	LHB	NM
1. Disposición de las fichas de	4	Esta interesante actividad, permitía que los estudiantes	36	Hallaron difícil esta actividad, porque en	10	90

¹⁶ CASTAÑO CARCÍA, Jorge. El Sistema decimal de numeración. Colección matemáticas, Serie lo numérico No. 6 abril-junio de 1997.

¹⁷ Se generan 6 sentencias abiertas en la suma y otras 6 en la resta:

$a \pm b = ?$	$? = a \pm b$
$a \pm ? = c$	$c = ? \pm b$
$? \pm b = c$	$c = a \pm ?$

dominó, de tal manera que se obtenga la sumas horizontales y verticales requeridas.		pusieran en juego sus habilidades de cálculo mental aditivo, para obtener las constantes dadas vertical y horizontalmente, a manera de cuadro mágico. Solamente algunos estudiantes, lograron disponer las 8 fichas del dominó así: $\begin{array}{r} 5\ 5\ 1\ 6\ 17 \\ 2\ 5\ 5\ 1\ 13 \\ 5\ 0\ 1\ 5\ \text{igual}\ 11 \\ 1\ 5\ 6\ 2\ 14 \\ \hline \text{igual } 13\ 15\ 13\ 14 \end{array}$		algunos casos, "cuadraban" la constante horizontal, pero no encajaba con la vertical o viceversa. En otros casos, se observó que primero cuadraban las constantes verticales y, luego las horizontales.		
2.Diferentes maneras de cambiar un billete de \$20.000 en billetes de \$10000, \$5000 y \$2000.	34	Los niños en su ambiente cotidiano vivencian esta actividad, la que resultó fácil de asimilar en la escuela. Cuando se enfrentan a esta situación aditiva (relación parte-todo) presentaron la gran mayoría de las combinaciones posibles.	6	Unos Presentaron solamente algunas de las posibles combinaciones, mientras que otros, no presentaron las debidas opciones.	85	15
3. Situación problema de Mará, Clara y José.	20	Cuando los estudiantes se enfrentaron a esta situación aditiva de comparación (compara dos colecciones y contiene tres cantidades: el referente, el referido y la comparación), a pesar de no estar tan familiarizados con ellas, lograron obtener las correspondientes cantidades por sumas parciales y arrojar la suma total, igual a 4.274 <i>diginon</i> entre las tres personas.	20	La dificultad se observa cuando se le presentan comparaciones entre las cantidades, la cantidad, por ejemplo, para hallar de Clara (345 más que María) o la de José (tantas como la de Clara y María juntas).	50	50

4.Recorri endo el trayecto de mínima o máxima longitud, dado en una figura.	14	Anotaron que los trayectos mínimo para ir de A hasta B, son: $AC+CF+FB=21$; y el camino máximo, corresponde a: $AC+CD+DE+EF+FB=33$. La mayoría de ellos, anotaron los diferentes trayectos de acuerdo a la notación geométrica.	26	Presentaron dificultades con la interpretación visual de figuras geométricas, anotando que "el más largo, por ejemplo, es 21; el más corto es: $AF=7$ $FB=7$ y, $7+7=14$ ". Otros, parece no haber comprendido que las longitudes de los segmentos también se pueden sumar.	35	65
5. Situación del número de revistas; descomposic ión de un número expresado como adiciones y sustracciones.	28	Presentaron varias posibilidades de descomposición de un número en sumandos diferentes, así, por ejemplo: $36=12+11+13$; $36=21+12+3$ $36=10+10+16...$ $120=200-80$; $120=140-20$; ... lo que permitió a los estudiantes poner en práctica su habilidad deductiva, para expresar una cantidad como la sumatoria de varias cantidades.	12	Unos, porque no presentaron las diferentes posibilidades de descomposición aditiva y, otros porque omitían el signo de la operación que se le presentaba (po r ejemplo: $120=80$ <u>menos</u> <u>40</u> ;).	70	30

Tabla 2. Resultados Prueba exploratoria.

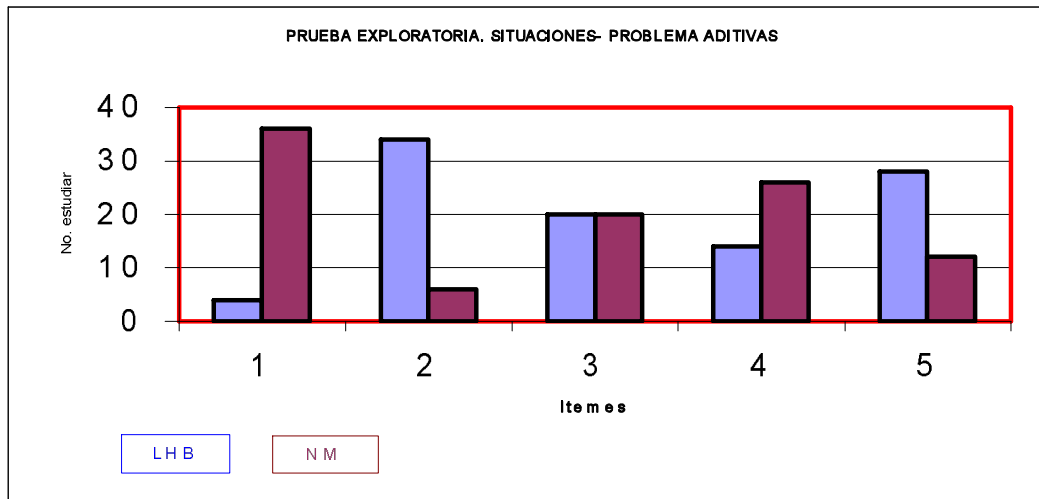


Gráfico 3. Prueba exploratoria sobre situaciones problema aditivas.

De acuerdo con la tabla 2 y el gráfico 3, se puede decir que:

- En el ítem 1, más del 50% tuvieron dificultad para disponer las fichas de dominó, siguiendo la regla. Quizás la dificultad se halló en que los estudiantes están habituados a la forma tradicional de sumar, independientemente de situaciones contextuales. Se aprecia en este punto, la heteronomía del alumno hacia el docente.
- En el ítem 2, el 85% de los estudiantes, lo hizo bien y el resto representa \$20000, sólo de dos formas diferentes a pesar de ser una situación aditiva que se espera que los estudiantes resuelvan fácilmente.
- En el ítem 3, se presentó una situación problema en la que se debía adicionar cartas o "digimón" (que vienen con los empaques de yupis), para calcular su totalidad; el 50% lo hizo bien y el resto, tuvo dificultad. La dificultad que se pudo observar consistió en que, para calcular el elemento referido

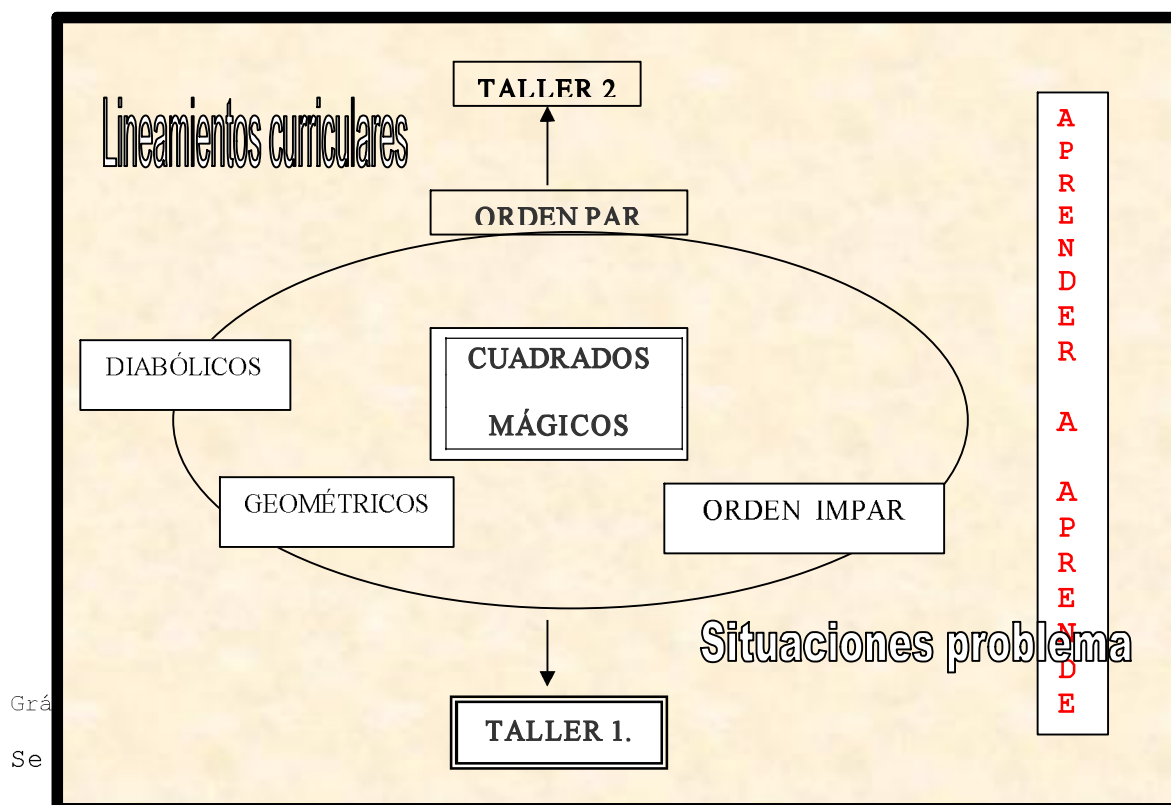
tenía que adicionar el referente con el exceso, lo cual es equivalente a traducir las expresiones "...más que..." o "...menos que...".

- En el ítem 4, el 35% lo hizo bien, el resto tuvo dificultad para interpretar la figura. Quizás no se les ha estimulado su inteligencia visual- espacial, o no están familiarizados con este tipo de situaciones- problema.
- En el ítem 5, el 70% de los estudiantes lo hizo bien, pues, vienen familiarizados con este tipo de situaciones desde la primaria. Se observó que utilizaban diferentes combinaciones de números, para adicionarlos o sustraerlos. El resto presentó casos de omisión del signo de las operaciones de (+) ó (-).

4. PROPUESTA

4.1 ESTRUCTURA CONCEPTUAL DE LA PROPUESTA

Con base en el análisis de las pruebas, diagnóstica y exploratoria, a continuación, se presenta la correspondiente propuesta, basada en el trabajo con los cuadrados mágicos:



aditivo, los cuadrados mágicos de ordenes par e impares; los cuales pueden ser diabólicos, de diagramas geométricos.

4.2 DESARROLLO DE LA PROPUESTA

Al planear y evaluar una estrategia didáctica para aprender a aprender la aditividad en los naturales mediante cuadrados mágicos

en estudiantes de sexto grado de la Escuela Normal Superior de Corozal, se estructuran tres momentos:

- **Momento uno:** Parte de la aplicación de las pruebas, diagnóstica y exploratoria (anexos 1 y 2), diseñadas con el fin indagar, verificar los posibles espacios de dificultad que manejan los estudiantes alrededor de la habilidad para el cálculo mental y a lápiz, al efectuar adiciones y sustracciones.

- **Momento dos.** Aplicación de las actividades diseñadas en la propuesta. Su propósito es fomentar el desarrollo de las habilidades para efectuar adiciones y sustracciones. En cada actividad se requiere de orientación y dirección del aprendizaje, tomando como genéricas, el trabajo

individual, el trabajo a distancia, en grupo y la socialización de resultados o productos. Parte de la construcción de los cuadrados mágicos de órdenes par e impar, diabólicos y geométricos. Los estudiantes en las sesiones de trabajo completan, reconstruyen de acuerdo al procedimiento y refuerzan el cálculo mental aditivo (anexos 3 y 4).

- **Momento tres.** Conclusión de la propuesta: Consiste en una actividad de socialización de los resultados de la evaluación, realizadas durante el proceso y presentación del informe final escrito.

4.3 METODOLOGÍA DEL TRABAJO EN EL AULA

Con las actividades diseñadas se busca posibilitar la comprensión de la adición con naturales, reconocimiento de estructuras aditivas y el desarrollo del cálculo mental en los estudiantes, así como disminuir las dificultades encontradas en la prueba diagnóstica. Por consiguiente, el trabajo metodológico en el aula, se orienta desde lo: dialógico, activo y participativo. Las tareas aplicadas fueron la lectura autorregulada, el trabajo individual, presencial y a distancia; el trabajo en pequeño y gran grupos (plenarias), manejo del portafolio y la consejería académica (orientaciones de los proponentes y docente titular).

4.4 EVALUACIÓN

Se atiende de acuerdo a los criterios del aprender a aprender, es decir, se valora la autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación (oportunidades de evaluación).

4.5 RESULTADOS OBTENIDOS CON EL DESARROLLO DE LA PROPUESTA

4.5.1 Resultados de la aplicación del taller 1 (Anexo 3). Este taller tiene como propósito analizar algunos procedimientos para la construcción de cuadrados mágicos de orden impar para

utilizarlos en el fomento del cálculo mental aditivo, en los naturales. Se tuvo en cuenta en su diseño las estrategias de atención al estudiante [trabajo individual, a distancia, trabajo en pequeño grupo y consejería académica]. El taller consta de 6 actividades las cuales se analizan e interpretan como sigue.

4.5.1.1 Inducción. Esta actividad tuvo como objetivo, ambientar, captar la atención del estudiante y se hizo mediante dos lecturas relativas a la historia de los cuadrados mágicos.

a. En el **anexo 7**, se hizo una lectura comprensiva sobre "Cuadrados mágicos de orden par" de manera individual y su respectivo registro en los portafolios (libretas de apuntes donde se registra todo el proceso). En esta actividad se necesitó de la consejería académica, pues, los estudiantes, no están acostumbrados a leer haciéndose preguntas, o comentar, respecto de una lectura, en matemáticas. Inicialmente, se observó desmotivación, desinterés, impaciencia e indisciplina. Lo que más les llamó la atención, fueron los diagramas geométricos de cuadrados mágicos.

b. **Anexo 8.** Lectura comprensiva. Esta se hizo atendiendo algunas instrucciones sugeridas por la lectura autorregulada (método IPLER):

	CATEGORÍAS	
Lectura autorregulada	LHB	NM
1. Hace preguntas durante la lectura.	31	4
2. Hace preguntas inteligentes.	5	35
3. Resume lo que le llama más la atención.	7	33
4. Explora los cuadrados mágicos de Leonard Euler (1707-1783), Benjamín Franklin y Albert Durer, para verificar sus propiedades.	17	23

convertir en Tabla 3. Resultados de la comprensión Lectural.

preguntas, predecir resultados y recuperar lo aprendido.

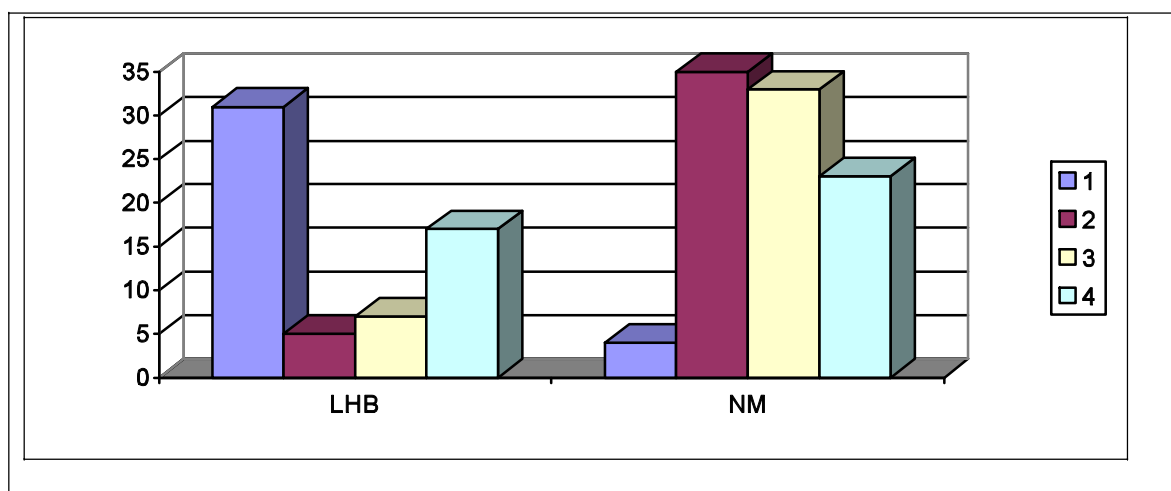


Gráfico 5. Resultados de la comprensión lectural.

En cuanto al respecto de comprensión de lectura, en los estudiantes de 6° E, es necesario y urgente redundar en este proceso, pues, un buen matemático es también un buen lector e interprete con capacidad crítica. Se observó desinterés y desmotivación en algunos estudiantes. Estos niños y niñas están acostumbrados a la resolución de los algoritmos básicos de la

aritmética, sin el apoyo de otras actividades creativas que dinamicen el aprendizaje de la matemática escolar.

4.5.1.2 Trabajo En Pequeño Grupo. (Se organizaron grupos de 4 estudiantes, y se enfatizó en la metodología propuesta). Esta actividad consistía en colocar los números del 1 al 9 cada uno en una casilla de modo que los de la misma recta tenga igual suma. Los resultados fueron estos:

ÍTEM	NO. ESTUDIANTES			PORCENTAJES (%)		
	EXCELENTES	BUENO	INSUFICIENTES	E	B	I
# 2 (anexo 3)	35	2	3	87.5	5	7.5

Tabla 4. Resultados de la actividad, ítem 2 (anexo 3).

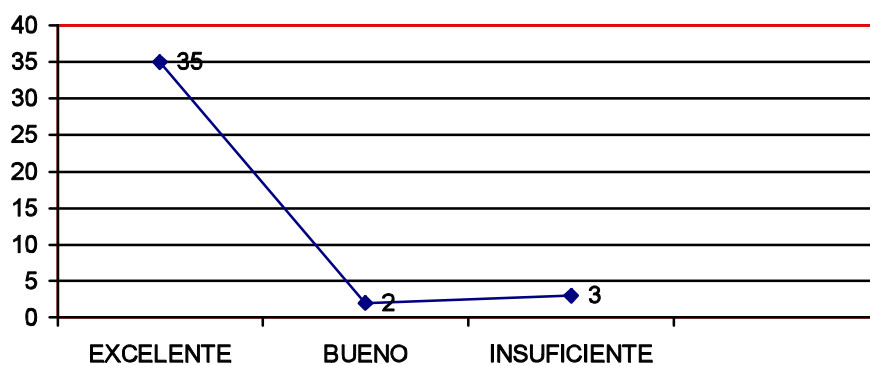
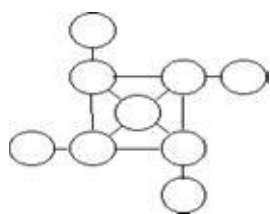


Gráfico 6. Colocando los números del 1 al 9 en la figura.



Esta actividad permite que los estudiantes jueguen con los dígitos para que al adicionarlos cumplan determinada suma o constante; desarrolla el cálculo mental aditivo, al tratar de

cumplir con la regla de construcción, surgiendo múltiples alternativas, pues si se toma 9 objetos o dígitos, de 3 en 3, tenemos que, el número de combinaciones diferentes es:

$$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!r!} = 84 \text{ combinaciones.}$$

Las constantes mágicas identificadas por los estudiantes, fueron 12 y 15. La dificultad observada se halló en la deficiente interpretación gráfica. Es necesario en este grado, combinar el trabajo algorítmico con los modelos gráficos.

4.5.1.3 Trabajo Individual (actividad 3). Se evalúa en el estudiante, la habilidad para seguir instrucciones. Se le distribuye a cada uno de ellos, el material fotocopiado para construir fácilmente cuadrados mágicos de orden impar, dándoles la correspondiente consejería académica [por los proponentes]. Se observó nuevamente desinterés mostrando dificultad para trabajar independientemente sin la ayuda de los orientadores.

También en el **anexo 5** (actividad 3.1). Se evalúa en los estudiantes, la habilidad para seguir instrucciones. La actividad consistía en construir un cuadrado mágico de orden 7

(procedimiento de Louberre), utilizando casillas adicionales. Se le distribuye a cada estudiante el material fotocopiado tratando de trabajar individualmente. Los resultados se presentan de manera tabular y gráfica así:

ÍTEM	NO. ESTUDIANTES			PORCENTAJE (%)		
	EXCELENTE	BUENO	INSUFICIENTE	E	B	I
# 3.1	16	13	11	40	32.5	27.5

Tabla 5. Resultados ítem 3.1 (anexo 5).

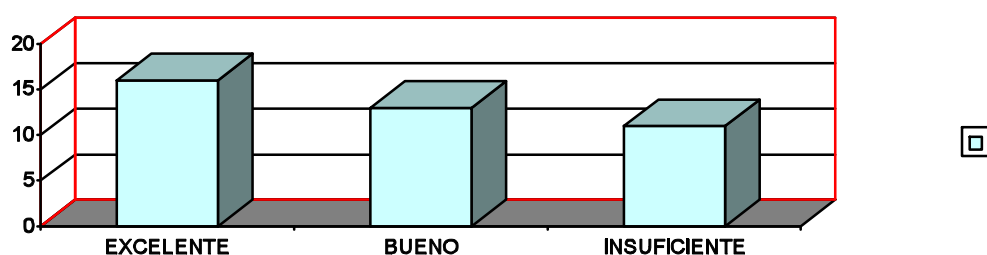


Gráfico 7. Construcción de un cuadrado mágico de orden 7.

Cursa inicialmente, la consejería académica por los proponentes quienes estuvieron atentos a las inquietudes de los estudiantes.

Fueron capaces de llevar a cabo la construcción del cuadrado de orden 7 aunque con algunas dificultades:

- Para ubicar los números que se ubican en las casillas adicionales [todo número de la casilla adicional sin salirse de su fila o columna se coloca en la casilla libre más alejada de donde estaba].
- Para colocar los números en la casilla libre más alejada de donde estaba.

La gran mayoría realizan las sumas a lápiz y papel correctamente. Sólo algunos niños (20%) fueron capaces de efectuar las adiciones por cálculo mental. Verifican sin problemas, las características de un cuadrado mágico, hallando su constante mágica. También se observó en algunas niñas, el copiado y, la pereza hacia el cálculo mental aditivo.

4.5.1.4 Construcción del Conocimiento. En esta parte, se reúnen (por parejas), para compartir y comentar el trabajo realizado hasta ahora. Se planteó la actividad 4, donde debían completar algunos cuadrados mágicos impares y calcular su constante mágica, con lápiz y papel y/o mentalmente. Los resultados de esta actividad se tabulan y grafican así:

ÍTEM	No. estudiantes			Apreciaciones	Insuficientes	Apreciaciones	Porcentajes (%)		
	Excelentes	Apreciaciones	Bueno				E	B	I
Actividad 4	23	Optaron por la suma vertical para hallar la constante mágica y siguieron el debido procedimiento para la construcción de un cuadrado de orden 7	15	Presentaron algunas dificultades para seguir el procedimiento, aunque sumen correctamente. Utilizan casi siempre el lápiz y papel, para efectuar las adiciones.	2	Adicionaron unidades con decenas... por ejemplo: 3 22 23. Tienen deficiencias en el manejo del sistema posicional decimal.	57. 5	37. 5	5

Tabla 6. Resultados de la actividad 4 (anexo 5).

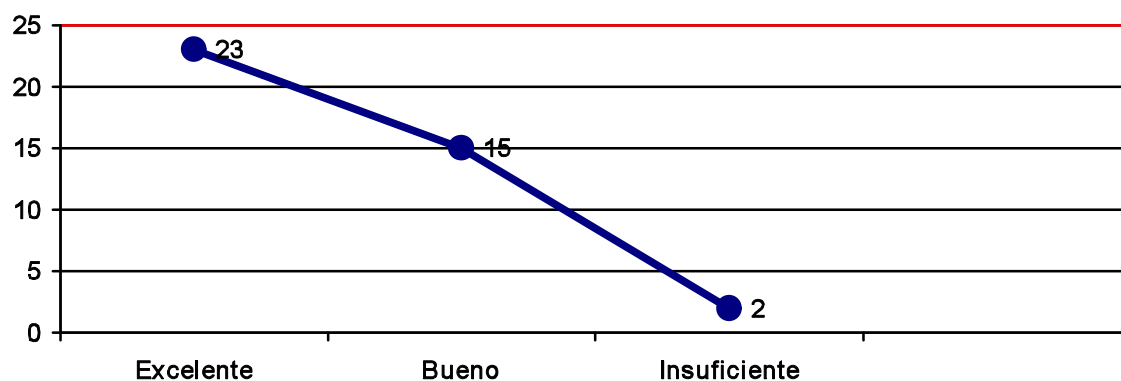


Grafico 8. Actividad para completar cuadrados mágicos de orden 3.

En esta actividad (anexo 3) realizada en parejas (binas), se debía completar 4 cuadrados mágicos de orden 3, en los cuales, el primero y segundo tenían su constante mágica, facilitándose así, su construcción; el tercero y cuarto, se prestaban para muchas alternativas, utilizando los números dados, presentándose por ello algunas dificultades para "cuadrar" la constante del cuadrado mágico, cuando se daba de manera abierta, no explícita. Ello deja claro que necesitan reforzar sus habilidades mentales para efectuar adiciones y/o sustracciones.

4.5.1.5 Plenaria (actividad 6, anexo 3). Se reúnen a los estudiantes en la cafetería de la Escuela Normal Superior de Corozal, sentados en el suelo en círculos, para compartir experiencias durante el desarrollo del taller 1. Se nombran un moderador y un relator. Dentro de algunos aspectos que se trataron sobresalen:

- La descripción de los procedimientos utilizados para construir cuadrados mágicos de orden impar, por los estudiantes.
- El agrado por permitir que entre ellos mismos, se pudiera dar paso a la conversación, el comentario, las preguntas dirigidas, la libertad para dialogar con los demás compañeros, aspecto que no se les permitía anteriormente [ciertamente, pues, los profesores en general, tratan de tener el control máximo del grupo].
- Autonomía para realizar las actividades siguiendo la secuencia sugerida u otras alternativas propias.

Ciertamente, es importante desarrollar en el estudiante, las habilidades de comunicación desde el inicio de su formación básica, para explorar y evaluar sus potencialidades. De acuerdo con lo observado, la mayoría de los niños y niñas de 6° E, socializan o manifiestan sus inquietudes, porque se ven obligados por la situación, y no, espontáneamente.

4.5.2 Resultados de la aplicación del Taller 2 (anexo 6). El propósito de este taller es afianzar el cálculo aditivo (en particular la habilidad para efectuar adiciones) mediante la construcción de cuadrados mágicos de orden par, diabólicos y geométricos. Se atiende a los momentos de cada sesión:

4.5.2.1 Inducción. Dentro del área de la cafetería y sentados en círculos, una charla a los estudiantes de 6° E, sobre la historia de los cuadrados mágicos y orden par y diabólicos. Se comentó el propósito del taller, la forma en que se trabajaría y

lo que se esperaba de ellos. Los estudiantes tomaban algunas anotaciones en sus libretas.

4.5.2.2 Actividades iniciales. Sirven para motivar a los estudiantes hacia las metas. Inicia con dos preguntas (¿qué término sigue en la sucesión?, de cuántas maneras diferentes puedes adicionar las cantidades...?) para que cada estudiante las desarrolle individualmente. En esta actividad no se presentaron dificultades significativas.

4.5.2.3 Construcción del conocimiento. Reunidos en parejas o binas, se analizó el cuadrado de Euler. Los proponentes presentan el cuadrado de Euler (s. XVIII) para que los estudiantes los plasmen en sus libretas de apuntes. La gran mayoría verificó sus propiedades, siguiendo el recorrido de un caballo de ajedrez. Sólo el 22.5% de los estudiantes utilizaron el cálculo mental para determinar la constante mágica; el resto, utilizaron lápiz y papel.

Temática	Estrategia de Atención
Método de inversión de las diagonales	Actividad individual y orientaciones de los proponentes.

Se le entregó a cada uno de los estudiantes el material fotocopiado para que con la orientación de los proponentes, asumiera el procedimiento para seguir instrucciones (habilidad en la que se han presentado dificultades). La actividad se llevó a

cabo por el 100% de los estudiantes, aunque, con mucha ayuda. Es interesante observar que los niños y niñas, les gusta que les “digan” que van a hacer, a desarrollar, mas no tomarlo directamente del texto; entonces, ¿hay persistencia de las conductas heterónomas o, es simplemente, que no quieren pensar en aprender?.

En la actividad de *completar un cuadrado mágico* de constante 34 (anexo 6), se obtuvo la siguiente tabla:

ITEM	Satisfactorio (S)	Necesita mejorar (NM).	% S	% NM
Completar el cuadrado mágico.	34	6	85	15

Tabla 7. Tabulación actividad de completar cuadrado mágico.

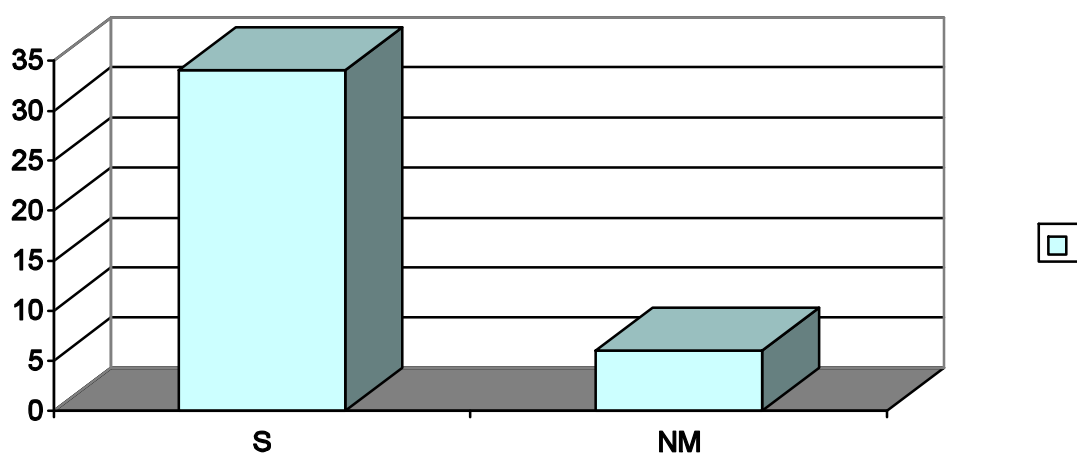


Gráfico 9. Actividad de completar cuadrado mágico.

La gran mayoría de los estudiantes completó satisfactoriamente, el cuadrado mágico de orden 4 (anexo 6), sin ayuda de los

orientadores y/o de los compañeros. El resto presentó dificultad para su construcción, puesto no se les dio la constante mágica, siendo así más exigente.

También se planteó a los estudiantes, una actividad de colocar los números del 1 al 16, sin repetir ninguno, de tal forma que se obtenga una constante mágica de 34. Se distribuyeron tarjetas con la figura dada a cada uno de ellos, y se dio un tiempo de 45 minutos para su solución. Después de analizar las diferentes tarjetas, se pudo verificar que el 100% intentó de variadas formas, pero sólo el 42.5% de la muestra, cumplió algunas de las condiciones correctamente debido a que es una actividad desafiante en la que debían "cuadrar" mediante el tanteo y el calculo mental, la constante del polígono mágico (34).

TRABAJO EN GRAN GRUPO. Se hizo mediante plenaria. Se reúnen a los estudiantes, inicialmente, en sus grupos, para que revisen las actividades desarrolladas, intercambiándose los trabajos de sus compañeros y puedan elaborarse juicios críticos de cada uno.

4.5.3 Resultados de la aplicación del procedimiento para evaluación del trabajo en equipo. Se entrega a cada uno, un formato de acuerdo con el anexo 9, "Procedimiento para evaluación del trabajo en equipo"; sus resultados se establecen en la tabla siguiente:

ÍTEM	ESCALA DE CALIFICACIÓN				
	1	2	3	4	5
1. ¿Sinceridad, franqueza, apertura?	10	0	10	0	20
2. ¿...todos los recursos del grupo?	10	0	5	5	20
3. ¿Máxima participación?	0	5	5	10	20
4. ¿Habilidad para el cálculo mental?	0	5	10	20	5
5. ¿Respeto mutuo?	5	5	10	5	15
6. ¿Escucha atenta?	10	5	10	10	5
7. ¿Manejo de los cuadrados mágicos?	0	5	0	15	20
8. ¿Agrado?	0	10	0	15	15
9. Actuación de los orientadores.	0	0	15	15	10
10. Interés	0	0	5	10	25
11. Habilidad para efectuar adiciones...	5	0	15	10	10

Tabla 8. Resultados de la actividad de coevaluación.

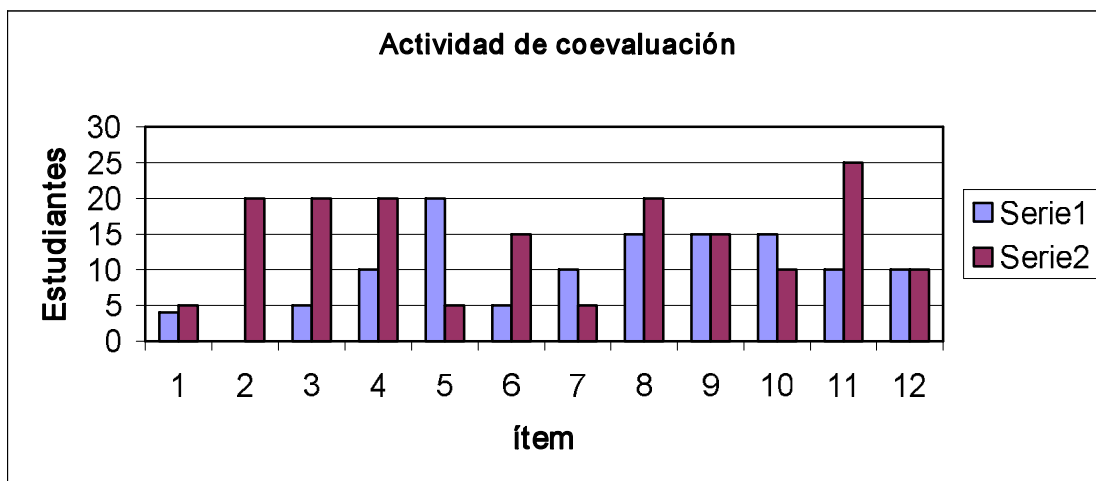


Gráfico 10. Calificación de 4 (azul) y de 5 (rojo).

Con él se infiere que el 50% de los estudiantes, por los menos, contestó que se trabajó en sus diferentes grupos con sinceridad, se utilizaron todos los recursos del grupo, se trató de dar la

máxima participación, manejaron los cuadrados mágicos y se mostró interés.

Los proponentes orientan para que elijan un moderador y relator (ver anexo 10). En esta actividad de socialización de productos, los relatores (8) presentaron sus resultados de manera muy superficial, limitándose a hacer una descripción de las actividades con sus respectivas soluciones. Es importante destacar, que critican fuertemente el trabajo de sus compañeros (si/ no trabajó) y sugieren valoraciones para cada uno de ellos (E, B e I).

Los proponentes hacen énfasis en el manejo de la habilidad para efectuar las adiciones y sustracciones, mediante los cuadrados mágicos de orden par, por lo que solicitan no salirse del tema. En esto, el 17.5% de los estudiantes (según ellos), mereció una valoración de Excelente (destreza para verificar la constante mágica por cálculo mental y /o a lápiz); EL 70% de Bueno y sólo el 12.5 % merece Insuficiente (demoran mucho tiempo en adicionar, cuenta con los dedos, preguntan, pierden el tiempo, no quieren tomarse el trabajo, sino utilizar la calculadora o no ubican bien los números en las casillas de unidades, decenas...).

En la plenaria, el 100% de los estudiantes mostró su inadaptación a este tipo de evento, surgiendo algunas veces, la

falta de escucha, la desatención o indisciplina (se dice que lo traen de las escuelas de primaria).

La gran mayoría de los estudiantes manejó el portafolio [técnica en la cual se utiliza el cuaderno o libreta de apuntes para el registro del proceso dando paso a la autorreflexión] lo que sirvió para que expresaran si estaban bien o mal en las habilidades para efectuar adiciones mental o escrito (habilidad metacognitiva); los proponentes se tomaron el trabajo de revisar cada uno de ellos. Sólo el 37,5% dieron sus calificaciones de 3, o Aceptables en la habilidad para efectuar adiciones. Sólo el 75% obtuvieron calificaciones, a lo sumo, de 4 (bueno- excelente).

Con esta actividad de coevaluación, por primera vez, (expresado por los mismos estudiantes), expresaron su aceptación por este tipo de participación en que se tiene en cuenta, lo realmente experimentado por ellos mismos; sin embargo, manifestaron algunos, espontáneamente que, *¡esto debe ser así siempre!*

Con el desarrollo de las actividades de aprendizajes se pudo apreciar la verdad de Heidegger quien planteó que: *"Enseñar es aún más difícil que aprender, se sabe esto muy bien, más pocas veces se lo tiene en cuenta. ¿Porqué es más difícil enseñar que aprender?. No porque el maestro debe poseer un mayor caudal de conocimientos y tenerlos siempre a disposición. El enseñar es más difícil que aprender porque enseñar significa: Dejar sólo*

aprender [...]. Dejar sólo aprender implica que el estudiante disponga de unas herramientas didácticas ofrecidas por el maestro y que él las utilice cuando sea necesario; también, explorar aquellas que ya posee y que aplica en su contexto.

5. PLAN DE ACCIÓN

ACTIVIDADES	OBJETIVO	METODOLOGÍA	RECURSOS	REPOSABLES	TIEMPO
Socialización de la propuesta a estudiantes de 6°.	Presentar a los estudiantes de 6° E las intenciones de la propuesta.	Charla alrededor de: • Qué se pretende? • ¿Cómo se desarrolla? • ¿Para qué se desarrolla?	Papelógrafo Marcadores Cámara fotográfica Libreta de apuntes.	Proponentes	1a semana
Orientaciones generales y desarrollo del taller 1. Análisis de los talleres.	Afianzar habilidades mentales para efectuar adiciones mediante la construcción de cuadrados mágicos de orden impar.	Se centra en la participación activa de los estudiantes y las preguntas: ¿Cómo adiciono? ¿Qué procedimientos propios manejo? ¿Cómo construyo un cuadrado mágico de orden impar?	Fotocopias del taller 1 y sus anexos. Marcadores, hojas blancas y lápices.	Proponentes y docente titular.	2 ^a y 3 ^{ra} semanas
Desarrollo del taller 2. Análisis de los talleres.	Afianzar habilidades y destrezas en el cálculo mental aditivo mediante la construcción de cuadrados mágicos de orden par.	En torno a las preguntas: • ¿Cómo adiciono? • ¿Qué procedimientos propios manejo? • ¿Cómo construyo un cuadrado mágico de orden par?	Fotocopias del taller 2 y sus anexos. Marcadores, hojas blancas y lápices. Tablero acrílico. PC.	Proponentes y docente titular.	3 ^a y 4 ^a semanas
Conclusión de la propuesta.	Socializar productos.	Plenaria: ¿qué alcances y dificultades?	Tablero acrílico; marcadores, cuaderno de matemáticas.	Proponentes y docente titular.	5 ^a semana.
Informe final.	Elaborar un informe escrito.	Tabulaciones, gráficos y descripciones.	PC, papelería.	Proponentes y docente titular, asesores.	5 ^a y 6 ^a semanas.

CONCLUSIONES

Con el desarrollo y evaluación de la propuesta pedagógica que utiliza los cuadrados mágicos para aprender a aprender la aditividad en los naturales, con la participación de estudiantes de sexto grado de la Escuela Normal Superior de Corozal (Sucre) se pudo inferir lo siguiente:

- En los estudiantes se presentan dificultades en la comprensión de lectura, en especial, cuando se enfrenta a situaciones problemas aditivas, hecho evidenciado por la persistente necesidad de aclaración u orientación de la consejería académica (tablas 2 y 3).
- La gran mayoría de los estudiantes efectúa sus adiciones a través del método de lápiz y papel, en la forma vertical, y sólo algunos ponen en juego su habilidad mental.
- La mayoría de los estudiantes les agradó el conocimiento de los cuadrados mágicos, especialmente, sus construcciones y procedimientos, pues, permitían diversas alternativas (tablas 7 y 8).
- Se pudo ofrecer a los estudiantes de 6° normalista, algunas herramientas como el uso del portafolio, la lectura autorregulada (método IPLER), el trabajo en pequeño y gran grupos y, familiarizarse con otras oportunidades de

evaluación (auto y coevaluación). Esto permitió recrear el aprendizaje y evaluación de la matemática escolar desde otra perspectiva diferente, alcanzándose una mejor aceptación.

- Se considera que los alcances de la propuesta han sido buenos, es decir, se incentivó en los estudiantes el trabajo en equipo (no en la forma tradicional), la socialización de productos y la capacidad de expresar su valoración en el desempeño académico y disciplinario, pero se presentaron algunas limitaciones en sus requerimientos (el desinterés y apatía al principio, indisciplina).
- La utilización de los cuadrados mágicos, su historia, sus construcciones y procedimientos para contribuir a mejorar su cálculo aditivo, en especial, de la habilidad para efectuar adiciones, *se constituyen en una herramienta lúdica* que motiva a los niños y niñas a jugar con los números para conseguir retos (constantes mágicas).
- El desarrollo de habilidades y destrezas para efectuar adiciones, es una tarea constante, gradual que debe cultivarse con la utilización de diferentes recursos y métodos. Con ello se desprende que los cuadrados mágicos no son suficientes para tal efecto.
- La aplicación de estrategias flexibles pero no facilistas, para aprender a aprender la matemática escolar, permitieron

que los estudiantes se auto evaluaran (habilidad metacognitiva), puesto que la mayoría de las veces, el juicio del profesor no es suficiente para describir las condiciones cognitivas del estudiante (dominio del tema, habilidades cohibidas o manifestadas, intereses...) .

RECOMENDACIONES

Los autores presentan las siguientes sugerencias para la ejecución del presente trabajo:

- Efectuar un diagnóstico serio confrontando sus resultados mediante la aplicación de varios instrumentos (pruebas, entrevistas, encuestas, observaciones, charlas informales).
- Revisar detalladamente un paquete de estrategias de enseñanza y clasificar cuál (es) son pertinentes para el tratamiento de las situaciones problema detectadas en el diagnóstico.
- El educador matemático debe comprender la teoría seleccionada y reconceptualizarla, es decir, darle vida dentro del campo donde se aplica. Si desea fomentar el aprender a aprender en la matemática escolar, debe cultivar las actitudes, sentimientos, habilidades y procedimientos flexibles que posibiliten la autorreflexión y autorregulación. Esta visión debe fomentarse significativamente.
- Para el desarrollo de los procedimientos de construcción de los cuadrados mágicos, es bueno utilizar las preguntas dirigidas (por ejemplo: ¿qué número sumado con... da ...? ¿qué constante se

puede obtener en el cuadrado?) que favorezcan la reflexión para que sea el estudiante quien busque otras alternativas de solución.

- Utilizar los cuadrados mágicos de ordenes par e impar, para fomentar el desarrollo del cálculo mental aditivo en los niños y niñas de E.B.S.

BIBLIOGRAFÍA

COLL, Pablo y PINERO, Gustavo. Revista exactamente. F.C.E y N: Argentina.

Cuadernos de matemática Educativa: La Enseñanza de la matemática escolar y la formación del profesor.

DELFIN INSUASTY, Luis. Especialización en Pedagogía para aprender a aprender. Guías de Aprendizaje Autónomo A, B C y D. Santafé de Bogotá: UNAD- CAFAM.

DOCUMENTO DE APOYO TÉCNICO, DAT. Especialización en Pedagogía del Aprendizaje Autónomo. Santafé de Bogotá: UNAD-CAFAM, 1999.

HEIDEGGER, M, ¿Qué significa pensar?. Buenos Aires. Nova .

KAMIL, Constance. La Autonomía como finalidad de la Educación, 1998.

LONDOÑO, Nelson, GUARÍN, Hugo, BEDOYA, Hernando. Dimensión matemática 9. Santafé de Bogotá: Editorial Norma, 1993.

MARTÍNEZ, A. La enseñanza como posibilidad del pensamiento. En Díaz y otros.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Lineamientos curriculares. Santafé de Bogotá: Editorial Magisterio, 1998.

PERKIN, David y otros. Barcelona. Edición paidós, 1994.

TAHAN, Malba. El Hombre que calculaba.

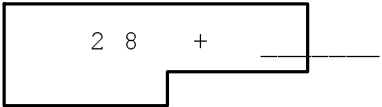
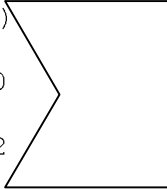
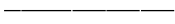
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA. Revista Educación Matemática, 1997.

ANEXOS

ANEXO 1. PRUEBA DIAGNOSTICO DE DIFICULTADES ADITIVAS

Propósito: La prueba diagnóstica pretende identificar e indagar las dificultades que los estudiantes presentan cuando se enfrentan a situaciones problema aditivas, que requieren de las habilidades para efectuar adiciones y sustracciones y aplicación del calculo mental.

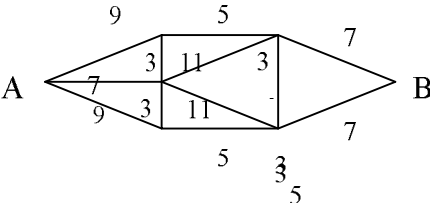
ACTIVIDAD	PROCEDIMIENTO	VALORACIÓN
1. En una compra en el Ley se hicieron los siguientes gastos: el lunes \$ 324, el martes, \$722110, el miércoles \$ 2531, y el viernes \$ 2'101.012. ¿Cuánto se gastó en los cuatro días? Efectúa el procedimiento y escribe en palabras el resultado. 2. En un concurso se propuso hallar el valor numérico* de cada uno de los siguientes símbolos¹⁸. ¿Cómo lo harías?. 3. Pedro juega con los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6 llenando los círculos de la siguiente figura de manera que la suma de cada lado sea 9 y cada dígito se utilice una sola vez.		

ACTIVIDAD	POR QUÉ	PROCEDIMIENTO
4 En una competencia en matemáticas, se propone efectuar en el menor tiempo posible las siguientes adiciones. Mide el tiempo que te tardas en ello. a)  = 56 b) $358 + 213$  c)  1 3 6 0 4 1 1 2 1 0 9 1 1 0 9 1 d) $79193 + 76947$  e) $19 + 90407 + 1091$ $7 + 248 + 706 + 252$ 6=		Si gasta de un minuto a un minuto y medio tu agilidad mental es excelente. Si gastas de un minuto y medio a dos tu agilidad mental es buena. Si gastas de dos minutos y medio a tres minutos y medio tu agilidad mental es aceptable. Si gastas de tres minutos y medio en adelante necesitas mejorar tu agilidad mental.

ANEXO 2
PRUEBA EXPLORATORIA. SITUACIONES- PROBLEMA ADITIVAS

Propósito: La prueba exploratoria pretende verificar las dificultades que los estudiantes presentan cuando se enfrentan a situaciones problema que involucran estructuras aditivas, interpretación de figuras, efectuar adiciones y sustracciones por tanteo y aplicación del calculo mental.		
ACTIVIDAD	PROCEDIMIENTO	VALORACIÓN
1) En el siguiente juego matemático disponga las siguientes ocho fichas de dominó* de manera que se obtengan las sumas horizontales y verticales: 		

* LONDOÑO, Nelson, GUARÍN, Hugo, BEDOYA, Hernando. Dimensión matemática 9. Santafé de Bogotá. Editorial: Norma, 1993.

ACTIVIDAD	PROCEDIMIENTO	VALORACIÓN
2) ¿ Dé cuántas formas diferentes podrás cambiar un billete de \$ 20.000 en billetes de \$ 10.000. \$ 5.000 o \$ 2000?. 3) María posee una colección de 896 <i>diginon</i>, Clara tiene 345 más que María y José tiene tantos como María y Clara juntas.¿ Cuántos <i>diginon</i> poseen entre los tres? 4) Halla un camino de longitud 36 kms para ir desde A hasta B.* 	• Escribe cada una de las formas posibles. • Analiza la situación y escribe la solución correspondiente . • Escribe, en el orden deseado, las cantidades que cumplen la condición.	

ACTIVIDAD	PROCEDIMIENTO	VALORACIÓN
Jenny tiene dos conjuntos de 36 y	■ Piensa en	

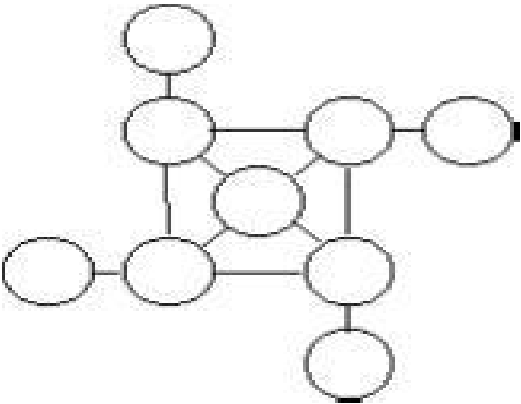
* MEN. Lineamientos curriculares, 1998.

120 revistas diferentes. Ayúdale a expresar como adiciones y sustracciones, las cantidades que posee: 36=_____ más _____ más _____ 36 =_____ menos _____ 120=_____ más _____ más _____ 120= _____ menos _____	tres números que sumados, den 36. ▪ Piensa en dos números que restados, den 36. ▪ Piensa tres números que sumados den 120. ▪ Piensa en dos números que restados den 120.	
--	---	--

ANEXO 3
ACTIVIDADES DE LA PROPUESTA
TALLER 1. CUADRADOS MÁGICOS DE ORDEN IMPAR

PROPÓSITO: Analizar algunos procedimientos para: la construcción de cuadrados mágicos de orden impar, seguir instrucciones, autovalorarse y utilizarlos en el fomento del cálculo mental

ACTIVIDADES	PROCEDIMIENTO	ESTRATEGIA DE ATENCIÓN
1. INDUCCIÓN: Revisión de los anexos 7 y 8.	1) Anotación en la libreta, revisión de las condiciones que debe tener un cuadrado mágico. 2) Llevar anotaciones claras, legibles y bien organizadas. 3) Utilizar escuadras, reglas, y lápices de colores. 4) ¿Cómo hacían los europeos para diseñar estos cuadrados? Piensa.	Orientación por el profesor o consejería académica y trabajo individual de cada estudiante.

ACTIVIDAD	PROCEDIMIENTO	ESTRATEGIA DE ATENCIÓN
2, En la siguiente figura  Coloca los números del 1 al 9, cada uno en una casilla de modo que los de la misma línea sumen lo mismo. 3. Desarrollo de la actividad en el anexo 4.	Reúnete en binas y comparte con tu compañero (a). Ver procedimineto implícito para la construcción de un cuadrado mágico de orden impar.	Trabajo en binas. Estudio Individual presencial.

ACTIVIDAD	PROCEDIMIENTO	ESTRATEGIA DE ATENCIÓN
4. Desarrollo del anexo 5.	Ver procedimiento implícito de la actividad para construir un cuadrado mágico de orden 7.	

- ❖ **5. Construcción del conocimiento.** Reunidos por parejas, realiza la actividad, completa los siguientes cuadrados y calcula su constante mágica:

6					10		14	3			11	1	
7	5	3		7					13		9		7
				4	5		8	15				15	5

6. Plenaria	a) Nombrar moderador y relator. b) Presentar los procedimientos utilizados para el cálculo mental-aditivo, ante el grupo: Adicionando filas, columnas y diagonales	Socialización en clase
-------------	--	------------------------

ANEXO 4

PROCEDIMIENTO PARA CONSTRUIR UN CUADRADO MÁGICO DE ORDEN IMPAR

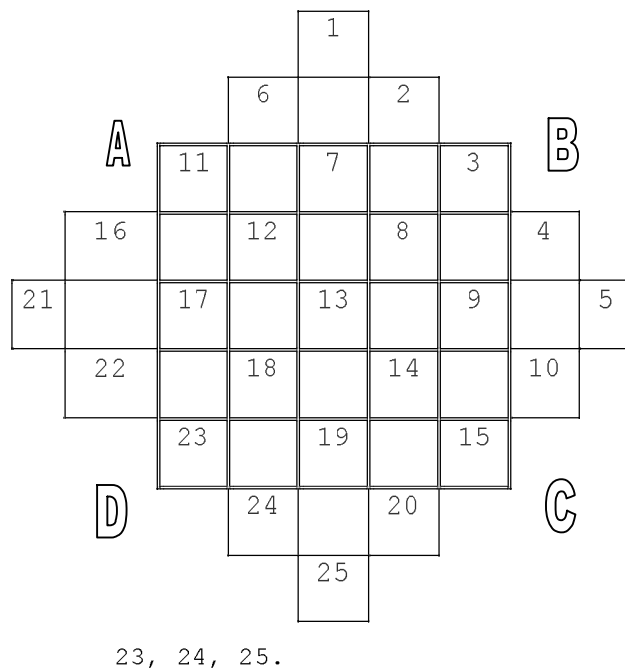
Actividad individual. Veamos un modo de construir fácilmente cuadrados mágicos de orden impar:

1. Tomemos una serie aritmética cualquiera, para mayor comodidad la serie de los números naturales, y coloquemos el número uno (1) en la celda central de la fila superior.
2. La cifra consecutiva a una cualquiera debe colocarse en la celda que le sigue diagonalmente hacia arriba y hacia la derecha.
3. Si al hacer esto se sale del cuadrado por el límite superior del contorno del mismo, saltaremos a la celda de la columna siguiente hacia la derecha y en su fila inferior, si se sale por la derecha, se sigue por la primera celda, a partir de la izquierda, de la fila superior.
4. Cuando la celda siguiente está ocupada, el número consecutivo de la serie se coloca en la celda inmediatamente inferior a la del número precedente, comenzando así un nuevo camino en la dirección de la diagonal.

Como ejemplo, realicemos un cuadrado mágico de quinto orden:

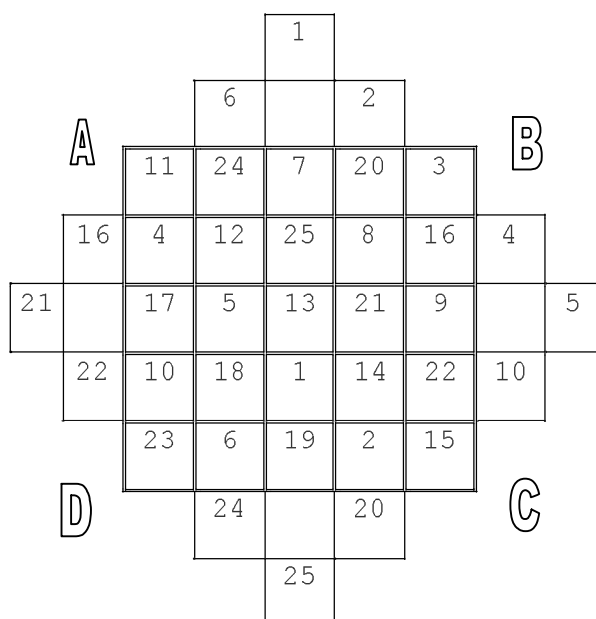
17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

Veamos otro procedimiento utilizado para construir el cuadrado mágico impar de orden cinco*:



1. Se construye el cuadrado ABCD con 25 casillas.
2. A cada lado de dicho cuadrado se agregan filas (columnas) de tres y de una casilla.
3. En la casilla más alta se ubica el número 1 y a partir de él por la diagonal hacia la derecha se ubican 2, 3, 4, 5.
4. En las siguientes casillas debajo de las anteriores colocamos 6, 7, 8, 9, 10.
5. Siguiendo el procedimiento anterior ubicamos los números 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22,

Ahora llenamos las casillas que quedan vacías dentro del cuadrado ABCD con los números de las casillas adicionales (las enunciadas en 2) así:



1. Todo número de la casilla adicional, sin salirse de su fila o columna se coloca en la casilla libre más alejada de donde estaba, cuidando de comenzar esta operación por las bandas adicionales más cercanas al cuadrado ABCD.

En la diagonal principal quedan 11, 12, 13, 14, 15 y en la diagonal secundaria 3, 8, 13, 18, 23 (que presentan una diferencia de cinco unidades entre sí).

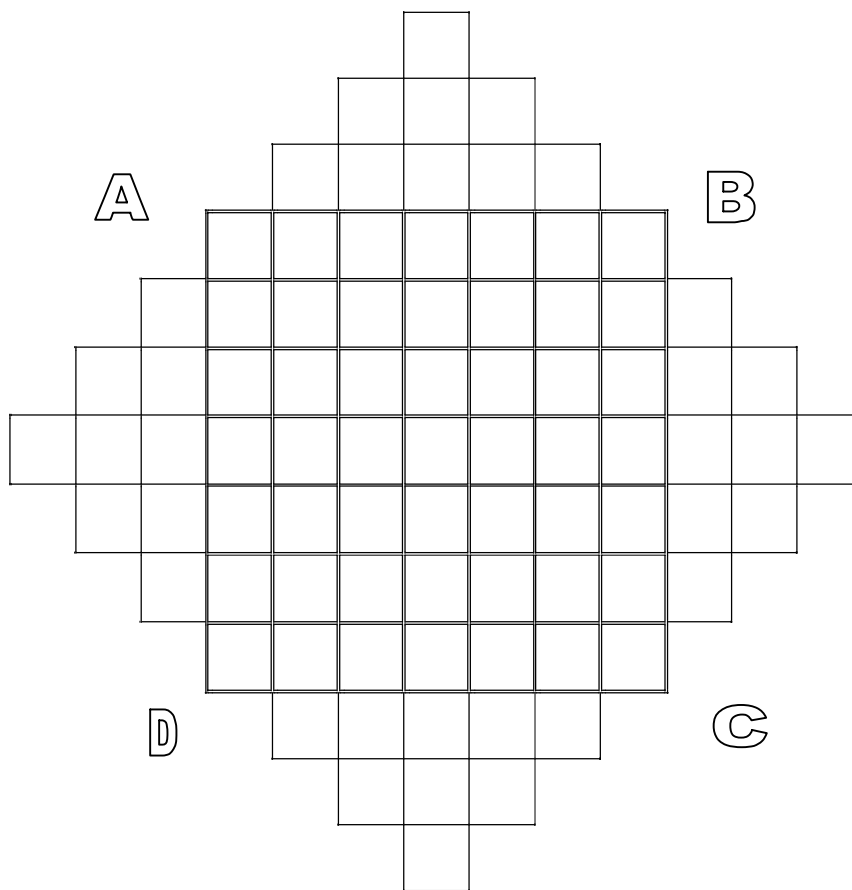
* s c magic.htm.

Finalmente puesto que las sumas siguen siendo iguales entre sí cuando multiplicamos todos los números de las casillas por un mismo factor, o les añadimos un mismo sumando, es claro que podemos alterar fácilmente, en esta forma el llenado de las casillas.

ANEXO 5

PROCEDIMIENTO PARA LA CONSTRUCCIÓN DE UN CUADRADO MÁGICO DE ORDEN 7

Utilizando el procedimiento del anexo anterior, construye ahora, de la misma forma, el cuadrado mágico impar de orden 7:



¿Qué diferencia
existe entre dos
números
consecutivos de
las diagonales
AC y BD?.

ANEXO 6

UNIVERSIDAD DE SUCRE-ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE COROZAL

TALLER 2: CUADRADOS MÁGICOS DE ORDEN PAR, DIABÓLICOS Y GEOMÉTRICOS

Propósito: Afianzar el cálculo aditivo, en especial, las destrezas para efectuar adicciones (o sustracciones) mediante la construcción de cuadrados mágicos de orden par, diabólicos y geométricos y la aplicación de los procedimientos implícitos para seguir instrucciones y autoevaluarse.		
ACTIVIDAD	PROCEDIMIENTO	ESTRATEGIA DE ATENCIÓN
➤ Inducción	Charla a los estudiantes de 6° E sobre la historia de los cuadrados mágicos de orden par y diabólicos. Anotaciones en la libreta. Comentarios y conclusiones.	Orientaciones de los proponentes y observaciones del docente titular del curso.
➤ Actividades Iniciales	Preguntas convergentes y divergentes: a. ¿Qué término sigue en la sucesión? 10135, _____, _____, 10141, 10143. b. ¿De cuántas maneras diferentes puedes adicionar las cantidades 11+9+13+9+10? Efectúa un diagrama o esquema explicativo. Explica con tus palabras la forma que utilizaste para los cálculos aditivos.	Cada estudiante lo desarrolla de manera individual.

➤ **CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO.**

Comentarios acerca del movimiento de algunas figuras del ajedrez. Reunidos en binas analizar detenidamente el cuadrado de Euler. Uno de los problemas más antiguos de la matemática recreativa es averiguar qué camino debe seguir un caballo de ajedrez para recorrer una y sólo una vez todos los cuadros del tablero. La solución dada por Euler en el s. XVIII y es la siguiente:

¿Cómo se mueve un caballo

1	48	31	50	33	16	63	18
30	51	46	3	62	19	14	35
47	2	49	32	15	34	17	64
52	29	4	45	20	61	36	13
5	44	25	56	9	40	21	60
28	53	8	41	24	57	12	37
43	6	55	26	39	10	59	22
54	27	42	7	58	23	38	11

Esta solución es un cuadrado mágico de orden 8. Es interesante ver cómo se mueve el caballo por cada uno de los cuatro cuadrados 4x4 que forman el cuadrado total. Cada uno de estos cuadrados es a su vez "mágico" con constante mágica 130.

PROCEDIMIENTO

- Dibuja en tu libreta el camino que sigue los diferentes desplazamientos del caballo de ajedrez.
- ¿Cuál es su constante mágica?.
- ¿Qué procedimiento mental utilizaste para verificar la constante?

Anota en tu libreta, sin tachones o borrones, conservando su buena presentación.

Temática	Estrategia de atención
Método De Inversión De Las Diagonales.	Actividad individual y orientaciones de los proponentes. Se debe tener en cuenta el procedimiento para seguir instrucciones

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Se utiliza el método de *inversión de las diagonales*, para construir cuadrados mágicos de orden n , con n par. Vamos a aplicarlo al cuadrado mágico de orden 4. Su constante mágica es 34. Empezamos dibujando el siguiente cuadrado más simple: Es fácil observar que las diagonales poseen la suma requerida. Sin embargo, la suma de las filas superiores es demasiado pequeña, mientras que la suma de las filas inferiores es demasiado grande. De igual forma la suma de las primeras columnas es demasiado pequeña, y la de las dos últimas es demasiado grande. Esto sugiere que debemos mantener constante la suma de las diagonales intercambiando los números de las mismas desde la parte superior a la inferior y, simultáneamente, de derecha a izquierda. A una transformación como esta la llamamos inversión de las diagonales. El resultado es el siguiente cuadrado mágico de orden 4:

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

Este no es el único cuadrado mágico de orden 4 que se conoce. Se pueden formar 880 cuadrados mágicos de orden 4 distintos y al menos trece millones de orden 5. Es muy poco lo que se sabe acerca del número exacto de cuadrados mágicos de orden n que se pueden construir.

4	5	14	11		3	2	15	14
1	15	8	10		13	16	1	4
16	2	9	7		10	11	6	7
13	12	3	6		8	5	12	9

Otros cuadrados mágicos de orden cuatro pueden ser, como los que se muestran.

Verifica su constante mágica; efectúa los respectivos cálculos mentales. Puedes si deseas, organizar una

competencia.

1	1	3	6
5	0		
4	5		9
		6	
1	1	2	7
4	1		
1	8	1	1
		3	2

Existen unos cuadrados mágicos denominados "cuadrados diabólicos": aquellos que tienen distintas maneras de sumar, regulares o de tal forma que se puedan unir mediante una figura geométrica. En el siguiente cuadrado diabólico, la constante es 34, se puede obtener agrupando cuatro sumandos, de 86 modos: 70 de ellos tienen disposición geométrica de a pares, uniendo en forma de cuadrilátero y cerrando los 4 números de cada combinación, por ejemplo,

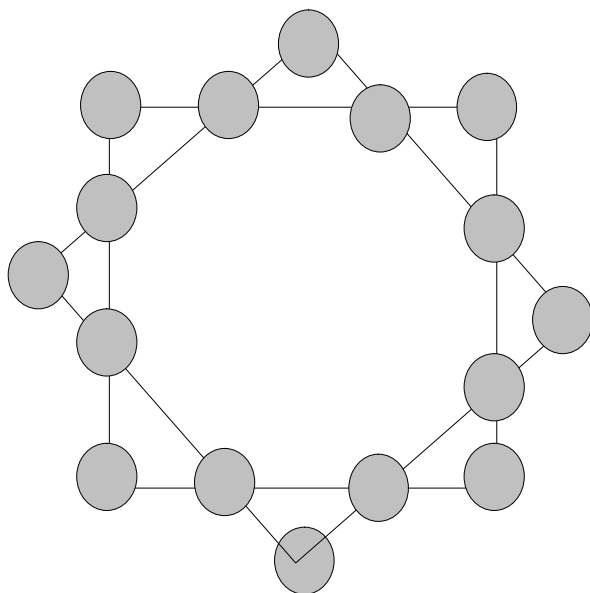
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0

Reuniendo tu grupo de trabajo, no tan grande el equipo, intenta descubrir algunas de las 70 diferentes formas de encontrar la constante mágica; utiliza líneas que al cerrarlas formen polígonos (también se llaman diagramas numéricos de cuadrados mágicos).

		3	6
4			
14	11		7
	8	13	

Actividad. Completar el siguiente cuadrado mágico aditivo, en el cual cada fila, columna o diagonal tiene una suma igual a 34:

Actividad: Coloca los números naturales de 1 a 16, "sin repetir ninguno", en los círculos, de manera que su suma en cada uno de los lados de los de los cuadrados sea 34^* :



Actividad. Desarrollo del anexo 7. Ver procedimiento anterior (anexo 6).

Plenaria	Reunidos en grupitos, van revisando los trabajos de sus compañeros, comentan, critican, solo para mejorar. Presentación de los trabajos por cada grupo, ante la plenaria y de la actividad de coevaluación (anexo 9). Anotación de los resultados conseguidos en la libreta de notas.
----------	--

* LONDOÑO, Nelson, GUARÍN, Hugo y BEDOYA, Hernando. Dimensión matemática 9. Santafé de Bogotá: Editorial Norma, 1994, p. 61.

ANEXO 7

CUADRADOS MÁGICOS DE ORDEN PAR

INSTRUCCIONES: lectura individual y seguimiento en la libreta.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Salvo el cuadrado mágico de orden 4 los demás son generalmente difíciles de construir. Para el de orden 4 ubicamos los 16 números naturales empezando por la primera fila.

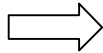
Dejamos fijos los números 1, 6, 11, 16 y 4, 7, 10, 13 ubicados en las diagonales y permutamos los otros 8 números unidos por las cuatro rectas que pasan por el centro así:

$2 \rightarrow 15 \rightarrow 2$

$3 \rightarrow 14 \rightarrow 3$

$8 \rightarrow 9 \rightarrow 8$

$12 \rightarrow 5 \rightarrow 12$



1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

En dicho cuadrado mágico la suma de los elementos en filas, columnas y diagonales es la misma 34.

Uno de los problemas más antiguos de la matemática recreativa es

1	48	31	50	33	16	63	18
30	51	46	3	62	19	14	35
47	2	49	32	15	34	17	64
52	29	4	45	20	61	36	13
5	44	25	56	9	40	21	60
28	53	8	41	24	57	12	37
43	6	55	26	39	10	59	22
54	27	42	7	58	23	38	11

averiguar qué camino debe seguir un caballo de ajedrez para recorrer una y sólo una vez todos los cuadros del tablero. La solución dada por Euler en el siglo XVIII es el que se muestra a la izquierda.

Esta solución es un cuadrado mágico de orden 8. Es interesante ver cómo se mueve el caballo por cada uno de los cuatro cuadrados 4x4 que forman el cuadrado total. Cada uno de estos cuadrados es a su vez "mágico" con constante mágica 130.

14	15	62	63	2	3	50	51
13	61	16	1	64	49	4	52
60	12	17	32	33	48	53	5
59	18	11	34	31	54	47	6
19	58	35	10	55	30	7	46
20	36	57	56	9	8	29	45
37	21	22	23	42	43	44	28
38	39	40	41	24	25	26	27

Otro diagrama geométrico interesante es el del cuadrado mágico de orden 8, dibujado en la figura, y su diagrama geométrico:

14	15	62	63	2	3	50	51
13	61	16	1	64	49	4	52
60	12	17	32	33	48	53	5
59	18	11	34	31	54	47	6
19	58	35	10	55	30	7	46
20	36	57	56	9	8	29	45
37	21	22	23	42	43	44	28
38	39	40	41	24	25	26	27

ANEXO 8

LECTURA COMPRENSIVA

Objetivo: aplicar el método IPLER (inspeccionar, preguntar, leer con proósito, ejercitar lo leído y recuperar lo aprendido) para lectura autorregulada en la comprensión de la historia de los antíquisimos cuadrados mágicos.

INSTRUCCIONES:

Inspecciona la lectura, convierte en preguntas las situaciones que te llamen la atención, respóndelas durante la lectura, predice resultados y comenta con tus compañeros de grupo lo que entendistes.

Origen de los cuadrados mágicos

Es oscuro el origen de los cuadrados mágicos, se cree que la construcción de estas figuras constituía ya en épocas remotas un pasatiempo que atraían la atención de un gran número de curiosos. Como antiguamente se atribuían a ciertos números propiedades cabalísticas o perfectas (se asociaba con el arte de adivinación). Los matemáticos chinos que vivieron 45 siglos antes de Mahoma, ya los conocían. En la India la gente usaba cuadrados mágicos como amuleto. Un famoso sabio de Yemen afirmaba que también servían para prevenir ciertas enfermedades, un cuadrado mágico de plata, colgado al cuello, evitaba según ciertas tribus, el contagio de la peste.

4	5	16	9
14	11	2	7
1	8	13	12
15	10	3	6

Los matemáticos llaman "Diabólico" a este cuadrado mágico de 16 casillas. La constante "34" de este cuadrado mágico no solamente se obtiene a través de la suma de los números de una misma columna, hilera o diagonal sino, también, sumando de otras formas cuatro números del mismo cuadro:

$$4 + 5 + 11 + 14 = 34$$

$$1 + 11 + 16 + 6 = 34$$

$$4 + 9 + 6 + 15 = 34$$

$$10 + 13 + 7 + 4 = 34$$

Y así, de 86 modos diferentes.

Los antiguos magos de Persia, que también ejercían la medicina, pretendieron curar las enfermedades aplicando a la parte enferma un cuadrado mágico, siguiendo el conocido principio¹⁹, "Primum non nocere". O sea: primer principio, no dañar.

¹⁹ . MALBA, Tahan. El hombre que calculaba, p. 91-92 .

Los cuadrados mágicos constituyen un tema trabajado desde la prehistoria de la matemática, pasando por muy diferentes épocas, matemáticos y aficionados. Actualmente se busca desmitificar las propiedades mágicas o cabalísticas de estos cuadrados, de acuerdo con la terminología moderna de isomorfismo, matrices, congruencia y otros conceptos tratando de exhibir el método desarrollado en su construcción.

1	48	31	50	33	16	63	18
30	51	46	3	62	19	14	35
47	2	49	32	15	34	17	64
52	29	4	45	20	61	36	13
5	44	25	56	9	40	21	60
28	53	8	41	24	57	12	37
43	6	55	26	39	10	59	22
54	27	42	7	58	23	38	11

El matemático Leonard Euler (1707-1783) diseñó este cuadrado mágico, en el que cada fila suma 260, al detenerse en la mitad de cada una resulta 130. lo que más intriga es que un caballo de ajedrez puede pasar por las 64 casillas en orden numérico.

52	61	4	13	20	29	36	45
14	3	62	51	46	35	30	19
53	60	5	12	21	28	37	44
11	6	59	54	43	38	27	22
55	58	7	10	23	26	39	42
9	8	57	56	41	40	25	24
50	63	2	15	18	31	34	47
16	1	64	49	48	33	32	17

Benjamín Franklin (1706- 1790) creó este cuadrado mágico lleno de trucos, cada fila y columna suma 260 y deteniéndose en la mitad se obtiene 130. Trazando diagonales se obtienen 260. Si se toman cuatro números cualesquiera equidistantes del centro suman 130.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Albert Durero (1471- 1528) pintor alemán ideó este cuadro y lo incorporó a su famoso grabado "Melancolía". Está dispuesto en forma tal que las filas verticales, horizontales y diagonales suman 34. Las cuatro casillas centrales dan un total de 34. Durero también logró introducir en las casillas centrales, en la parte inferior, la fecha 1514.

ANEXO 9

PROCEDIMIENTO PARA EVALUACIÓN DEL TRABAJO EN EQUIPO

RODEE CON UN CÍRCULO LA PUNTUACIÓN QUE A SU JUICIO LE CORRESPONDA A SU GRUPO EN CADA UNO DE LOS ASPECTOS QUE LE PLANTEAN.					
1. ¿Creen ustedes que en su grupo ha habido sinceridad, franqueza, apertura?	1	2	3	4	5
2. ¿Se usan todos los recursos de las personas del grupo?	1	2	3	4	5
3. ¿Se da en su grupo la máxima participación de todos los miembros en el diálogo, o algunos (as) están muy callados, sin participar en el trabajo matemático?	1	2	3	4	5
4. ¿El grupo suyo se ha mostrado eficaz en la solución de los ejercicios de cálculo mental aditivo?	1	2	3	4	5
5. ¿Se consideran y respetan entre sí los miembros del grupo?	1	2	3	4	5
6 Capacidad para escuchar a los demás de una forma comprensiva	1	2	3	4	5
7.} Manejo de los cuadrados mágicos, pares, impares, diabólicos o geométricos.	1	2	3	4	5
8. Agrado por las actividades de aprendizaje desarrolladas.	1	2	3	4	5
9. Actuación de los estudiantes proponentes en cuanto a la orientación	1	2	3	4	5
10. Grado de Interés, al trabajar con los cuadrados mágicos.	1	2	3	4	5
11. Habilidades para calcular adiciones y sustracciones correctamente, en el menor tiempo posible.	1	2	3	4	5



OPINO

¿Cuál cree Usted que ha sido sus mejores alcances?

ANEXO 10

PROCEDIMIENTO PARA SUSTENTACIÓN EN PEQUEÑO Y GRAN GRUPOS

1. Indicar EL título del tema a sustentar.
2. Indicar el objetivo o propósito de la sustentación.
3. Explicar el proceso realizado.
4. Explicar las ideas planteadas en el resumen.

El sustentador acogerá de buena forma los interrogantes y sugerencias que le hagan sus compañeros del pequeño grupo y responderá a las que se formulen.

Los miembros del grupo que no sustentan deberán cumplir los siguientes roles:

1. Un miembro será moderador con las funciones de organizar la agenda de trabajo u orden del día y presentarla al grupo para su aprobación; autorizar o permitir la palabra a los miembros del grupo, para participar en la discusión, rendir informe escrito del trabajo en pequeño grupo al docente titulado de ciencias naturales.
2. Otros miembros harán las veces de observador con las siguientes funciones, observar cada detalle de trabajo en pequeño grupo, contribuir a que el trabajo se desarrolle en forma dinámica, democrática y disciplinada.

3. Un tercer miembro, será el relator, con las funciones de, estar atento al trabajo y tomar nota de todo lo que ocurra en él, para rendir el informe de lo sucedido.

Anexo 11

LISTADO DE LOS ESTUDIANTES

NO.	APELLIDOS Y NOMBRES	EDAD (años)
1	ACOSTA MENDEZ JOHANA PATRICIA	13
2	ALDANA ORTEGA CRISTO RAFAEL	12
3	ALVARDO BERTEL ROVIRO SAIR	12
4	ARIAS ANGULO FELIPE ANDRES	11
5	ARRIETA QUIROZ CARMELO SEGUNDO	11
6	CONTRERAS VITAL ANGELA PATRICIA	11
7	CORDERO VASQUEZ LOURDES MARIA	10
8	DE LA ROSA RODRIGUEZ FLORALBA	11
9	DEL VILLAR ALMANZA CARLOS ANDRES	11
10	DUARTE ASSIA EVER ALEXANDER	11
11	DURAN YEPES SADIS	13
12	GALVÁN SIERRA ELIANA MARCELA	12
13	GARCÍA TOVAR MATIUS GERMAN	12
14	GIL FARIAS MAURICIO ANDRES	11
15	GIL HERAZO DANIEL EDUARDO	12
16	GIL HERAZO YANINA MARÍA	11
17	GOMEZ CHAVEZ LIZETT CAMILA	11
18	GOMEZ FUNEZ MAURICIO ANDRES	12
19	GÓMEZ PERALTA ANA CAROLINA	11
20	GOMEZ RODRIGUEZ ROYMAN DAVID	11
21	LAZARO AVENDAÑO JAIDER DAVID	12
22	LAZARO ORTEGA NEDIS MARIA	13
23	MARTINEZ BOHORQUEZ DIANA CAROLINA	11
24	MARTINEZ NIETO SARITH YINETH	11
25	MASS TIRADO EYDER	13
26	MORENO ESTRADA RAFAEL EDUARDO	11
27	NIEBLES DÍAZ OSCAR DANIEL	12
28	ORTEGA GUERRERO DANIEL ANDRES	11
29	PEREZ GAMARRA KARINA DEL CARMEN	13
30	PEREZ ORTIZ ETILVIO MANUEL	14
31	SARMINETO ALVAREZ CARLOS DANIEL	11
32	SERPA VERGARA RAÚL DAVID	12
33	SIERRA BETTIN DARWIN DANIEL	13
34	TOUS ROBERT	11
35	URSOLA R. JONATHAN	11
36	VERGARA LÓPEZ MARIA DEL ROSARIO	11
37	VILLAMIZAR GUZMAN JULIO ANDRES	11
38	VILLAVBA LAZARO CARLOS MARIO	12
39	VILORIA PEREZ JHEFFERSEGUNDO	11
40	VIVERO PEREZ CARLOS ALONSO	13

Anexo 12

Corozal-Sucre, lunes 6 de agosto de 2001.

Señores
COMITÉ INVESTIGACIÓN UNISUCRE
Sincelejo

Cordialísimo saludo.

Los infrascritos, docentes de matemáticas y coordinador académico de la Escuela Normal superior de Corozal, manifestamos a Uds. que los estudiantes **CABRERA URZOLA VÍCTOR SIPRIANO y JIMÉNEZ TOVAR JHON JAIRO** ejecutaron y evaluaron la propuesta pedagógica "LOS CUADRADOS MÁGICOS PARA APRENDER A APRENDER LA ADITIVIDAD EN LOS NATURALES EN ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE COROZAL- SUCRE, en el grado sexto, grupo E (6° E), durante el primer y segundo periodos del presente año lectivo.

Sin otro particular, atentamente:

MARCELIANO MERCADO BOHÓRQUEZ
Coordinador académico

RAFAELA NAVARRO G.
Docente de matemáticas 6° E

JOSÉ MENDOZA GONZÁLEZ
Consejero E.N.S.C

ANEXOS. FOTOGRAFIAS

Talleres diligenciados por los estudiantes

