

**DESARROLLO DE HABILIDADES DE PENSAMIENTO A TRAVÉS DE
LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE ESTRUCTURA DE
GRUPO**

MONTES VELÁS QUEZ ROBERTO JAIME

HERRERA MERCADO ELVER ENRIQUE

Trabajo realizado como requisito parcial

Para optar al título de

Licenciado en Matemáticas.

**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SINCELEJO, 2007**

*DESARROLLO DE HABILIDADES DE PENSAMIENTO A TRAVÉS DE
LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE ESTRUCTURA DE
GRUPO*

ROBERTO JAIME MONTES VELASQUEZ

ELVER ENRIQUE HERRERA MERCADO

Director

Esp. Iván Darío Núñez Orozco

*Trabajo de grado para optar el título de
Licenciado en Matemáticas*

*UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACION Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS Y FISICA
PROGRAMA LICENCIATURA EN MATEMATICAS
Sincelejo, 2007.*

*“ÚNICAMENTE LOS AUTORES SON RESPONSABLES
DE LAS IDEAS EXPUESTAS EN EL SIGUIENTE
TRABAJO” (RESOLUCIÓN 02 / 2003).*

NCTA DE ACEPTACIÓN

PRESIDENTE DEL JURADO

JURADO

JURADO

DEDICATORIAS

A Dios por darme la sabiduría y la fortaleza para seguir adelante en las dificultades.

A mis Padres, MARTA e ISAIAS por comprenderme y ayudarme incondicionalmente durante todo este tiempo.

A mis Hermanos MARIO, JADER, DERLYS, por creer en mis capacidades y habilidades

A mis cuñados(as), JULIETA, MILADYS, WILMER, ELSY, SIRLEY, JHONY por confiar en mí en todo momento

A mis tíos abuelos primos y a todos mis amigos por apreciarme.

A mis sobrinos: DAHANA, JHON MARIO, JHONATAN y KAREN, por sentirse orgullosos de mí

A mis suegros, ERCILIA y RAFAEL por colaborar en los momentos que más los necesité

A mis hijas DERLIS y KIMBERLYN que son lo más bello que me ha dado Dios

*Al ser que cambio mi vida y que llegó en el momento más difícil de mi proceder, que con su ayuda, cariño y ternura supo ganarse mi amor.
Para ti DIANA.*

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por darme confianza en mi mismo y así encontrar el medio que me ayudó a llegar al éxito.

A mi director de tesis, ESP. IVAN LARIO NÚÑEZ ORCZCO que nos colaboró incondicionalmente.

Al profesor MARCOS BETTIN SEVERICHE (Q. E. P. D.). Que gracias a él armamos este trabajo

A la universidad de SUCRE Por darme esta oportunidad de hacerme un profesional

Al profesor ROBINSON BUELVAS por ayudarme a transcribir este trabajo

Al profesor ROGER PEÑASTES por facilitarme el computador donde se realizo el trabajo.

A mis profesores, SILVER, ROSO, JAMES, CHAUCANES, JUSTINO, VILLAMIL, SEPECA, ACEBEDO, CORTINA, entre otros; por ser los guías en este proceso.

A los jurados, SILVER, JAMES, y CESAR CSORIO, por darle viabilidad a este proyecto.

Roberto Jaime Montes Velásquez

DEDICATORIAS

A Dios padre, que siempre ilumina mis senderos hacia el éxito

*A mis padres Enrique Manuel y Dora Rocío, seres queridos que
siempre me brindaron cariño, amor, afecto y confianza.*

*A mis tíos Laureano Mercado, Gustavo Mercado, Marienis Paternina,
que en una etapa difícil de mi vida me ayudaron incondicionalmente a
hacer realidad un sueño, profesionalizarme como Licenciado en
Matemática.*

*A mi compañera Enka Yépez y mi hija Doris Adriana por ser mis musas
en cada momento de mi vida.*

Elver Enrique Herrera Mercado

AGRADECIMIENTOS

Al profesor IVAN NUÑEZ por su asesoría y ayuda profesional

*A MARCOS BETTÍN SEVERICHE por su poca pero valiosa ayuda
antes de su deceso*

A Roberto Montes compañero de tesis

A todos mis amigos que creyeron en mí

Elver Enrique Herrera Mercado

TABLA DE CONTENIDOS

<i>RESUMEN</i>	<i>11</i>
<i>INTRODUCCIÓN</i>	<i>15</i>
<i>1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</i>	<i>17</i>
<i>2. JUSTIFICACIÓN</i>	<i>19</i>
<i>3. OBJETIVOS</i>	<i>23</i>
<i>3.1 OBJETIVO GENERAL</i>	
<i>3.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS</i>	
<i>4. ESTADO DEL ARTE</i>	<i>24</i>
<i>4.1. ANTECEDENTES</i>	
<i>4.2. BASES TEÓRICAS</i>	
<i>4.3. MARCO CONCEPTUAL</i>	
<i>5. METODOLOGIA</i>	<i>50</i>
<i>5.1. ENFOQUE</i>	
<i>5.2. DISEÑO</i>	
<i>5.3. POBACIÓN YMUESTRA</i>	
<i>5.4. FASES DE LA INVESTIGACIÓN</i>	
<i>6. ORGANIZACIÓN, SISTEMATIZACIÓN Y ANALISIS DE LA INFORMACIÓN</i>	<i>57</i>
<i>6.1. INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS</i>	
<i>6.2. ANALISIS DE LOS RESULTADOS</i>	
<i>6.3. EVALUACIÓN DE LOS RESULTADOS</i>	
<i>7. CONCLUSIONES</i>	<i>87</i>
<i>8. RECOMENDACIONES</i>	<i>89</i>
<i>9. BIBLIOGRAFIA</i>	<i>90</i>
<i>ANEXOS</i>	

*DESARROLLO DE
HABILIDADES DE
PENSAMIENTO, A
TRAVÉS DE LA
CONSTRUCCIÓN DEL
CONCEPTO DE
ESTRUCTURA DE
GRUPO*

RESUMEN

El álgebra es una línea fundamental en la matemática, formativa por excelencia, tiene como objeto de estudio las estructuras generales que se observan en sistemas de conjuntos y operaciones, también se considera importante en las investigaciones matemáticas habituales ya que sirve como hilo unificador que entrelaza a casi todas la matemáticas (geometría, teoría de números, análisis topológico e incluso matemáticas aplicadas).

Para la comprensión de estructuras algebraicas como: anillos, espacios vectoriales, campos, módulos, entre otros, es preciso tener en cuenta como base fundamental la estructura de grupo. Naturalmente este concepto se estudia desde perspectivas netamente abstractas, para muchos, por esta razón el concepto se les torna confuso y complejo; existen aportes de docentes y estudiantes que comentan dificultades presentadas para comprender este concepto y la necesidad que hay de implementar estrategias de enseñanzas que favorezcan el aprendizaje significativo.

A raíz de las dificultades detectadas en el segundo semestre de LEBEM de la Universidad de Sucre, relacionados con el concepto de estructura de grupo; se diseña esta propuesta pedagógica encaminada a posibilitar el desarrollo de habilidades de pensamiento.

Este trabajo de investigación consiste en aplicar y evaluar estrategias de enseñanza aprendizaje utilizadas en álgebra; en el concepto de estructura de grupo para desarrollar procesos de pensamiento.

Para su ejecución se enfatiza en una serie de talleres organizados, iniciando con un taller exploratorio y terminando con talleres de profundización.

Una vez aplicado los talleres, se hace un análisis de los resultados obtenidos, se sacan conclusiones y se formulan recomendaciones; que proponen a quienes entran a estudiar en la red conceptual de la estructura de grupo.

SUMMARY

The algebra is par excellence a fundamental line in the mathematical, formative, he/she has like study object the general structures that are observed in systems of groups and operations, are also considered important in the habitual mathematical investigations since serves like thread unifier that intertwines to almost all the mathematics (geometry, theory of numbers, analysis topológico and even applied mathematics).

For the understanding of algebraic structures as: rings, vectorial spaces, fields, modules, among other, it is necessary to have in bill like fundamental base the group structure. Naturally this concept is studied highly from perspectives abstract, for many, for this reason the concept you them confused and complex restitution; contributions exist of educational and students that comment difficulties presented to understand this concept and the necessity that it is necessary of implementing strategies of teachings that favor the significant learning.

Soon after the difficulties detected in the second semester of LEBEM of the University of Sucre, related with the concept of group structure; this pedagogic proposal is designed guided to facilitate the development of thought abilities.

This investigation work consists on to apply and to evaluate strategies of teaching learning used in algebra; in the concept of group structure to develop thought processes.

For their execution it is emphasized in a series of organized shops, beginning with an exploratory shop and finishing with profundización shops.

Once applied the shops, an analysis of the obtained results is made, conclusions are reached and recommendations are formulated; that propose to those who enter to study in the conceptual net of the group structure.

INTRODUCCIÓN

Por años la enseñanza de la matemática ha privilegiado el desarrollo parcelado y secuencial de contenidos propios de cada currículo como medio para lograr una formación integral requerido por la sociedad.

Con la aparición de la psicología cognitiva y los resultados en las investigaciones en educación matemática, se proponen nuevas estrategias de enseñanzas y aprendizajes que privilegian el abordaje interdisciplinar de los diferentes conceptos matemáticos desarrollados en el aula, con el fin de favorecer su comprensión y asimilación.

La presentación del concepto de estructura de grupo no ha escapado a lo inicialmente dicho. Ha sido común encontrar egresados del programa de licenciatura en matemáticas y estudiantes de LEBEM¹ de la Universidad de Sucre que han tenido la experiencia de tratar el concepto de estructura de grupo a partir de situaciones abstractas, experimentando confusión, inseguridad y pronto olvido. La falta de conocimiento de ejemplos particulares a partir de situaciones concretas, podría constituirse en causa para que los alumnos no comprendan este concepto.

Esta didáctica de estudiar el concepto de estructura de grupo deja de lado lo planteado por los lineamiento curriculares en matemáticas, la meta cognición y las habilidades para tener un pensamiento crítico; como es la necesidad de estudiar los conceptos desde diferentes interpretaciones, desarrollando en el estudiante procesos de

pensamiento, (el razonamiento, la modelación, la resolución y planteamientos de problemas).

En vista de los anteriores aspectos se ha concebido en la elaboración de esta propuesta pedagógica, fundamentada en la teoría de procesos de pensamiento, meta cognición y en algunos trabajos ya realizados en otras Universidades en el área de Análisis Matemático, con lo que se pretende que los estudiantes comprendan el concepto de estructura de grupo y al mismo tiempo desarrollen habilidades de pensamiento.

Finalmente todo esto contribuye a la posibilidad de que un mayor número de personas conozcan las ideas fundamentales del álgebra moderna.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Es común escuchar a los docentes quejarse de las dificultades que los estudiantes manifiestan en los procesos de enseñanza aprendizaje en las distintas áreas que comprenden el plan de estudio.

Particularmente en matemáticas (álgebra) se presentan dificultades en el proceso de enseñanza aprendizaje en los conceptos y procedimientos, quizás debido a la simbología, estructuras y formas de razonamientos empleados.

A través del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Sucre se evidenció dificultades en el aprendizaje de temas relacionados con el Álgebra Abstracta y en especial en el concepto de estructura de grupo, ya que hubo altos niveles de repitencia en los cursos de Álgebra Moderna I y II, es común encontrar estudiantes e incluso egresados de este programa, que comentan sus dificultades en estas asignaturas quizás debido a la naturaleza abstracta de la misma, manifestando su poco conocimiento de ejemplos particulares de operaciones concretas, hasta tal punto que sólo asocian “operación” con las operaciones básicas de números reales, únicos ejemplos conocidos por ellos.

Similar situación ocurre en LEBEM, que mediante la realización de una prueba exploratoria hecha a estudiantes del segundo semestre del proyecto de álgebra II, se pudo notar que presentan dificultades en relación a los elementos básicos para la construcción del concepto de una estructura de grupo.

Por otra parte, los textos especializados que profundizan en la teoría de grupos, estructuran su discurso desde una perspectiva abstracta que demanda para su comprensión, relativa experiencia y bagaje en el ramo, dejando de lado la oportunidad de proponer y desglosar ejemplos concretos que permitan tener la experiencia de manipular, observar, comparar y desarrollar diversos tipos de habilidades.

Quienes tienen un acercamiento a la temática, se les dificulta diseñar y plantear situaciones nuevas y originales que permitan utilizar lo concreto como instrumento metodológico conceptual en el abordaje del tema de estructura de grupo que tradicionalmente se abordan desde perspectivas netamente abstractas.

Todo esto conlleva a que el estudiante vea el concepto de estructura de grupo como un conjunto de operaciones mecánicas y sin sentido, dejando a un lado los planteamientos actuales que enfatizan el desarrollo de procesos de pensamiento y competencias cognitivas.

Por lo anterior, nos proponemos determinar:

¿Cómo desarrollar habilidades de pensamiento y posibilitar la comprensión conceptual de los estudiantes del segundo semestre de LEBEM, en la presentación de la noción del concepto de estructura de grupo en situaciones concretas relacionadas con movimientos rígidos de polígonos o sólidos regulares?

2. JUSTIFICACION

La educación, como las instituciones culturales, tiende a estancarse en sus esquemas que a medida que se decantan y consolidan, van perdiendo la flexibilidad y el dinamismo necesario para mantener el paso, cada día más acelerado, de las transformaciones y cambios que nos impone el desenvolvimiento de nuestra vida. Es por ello que mucho de los esfuerzos actuales, para mejorar la calidad de la educación se basan en conocimientos más avanzados acerca de los principios de aprendizaje.

En gran parte el enfoque dado a la enseñanza de la matemática (en nuestro caso el álgebra) está dirigida hacia la formación de conceptos y a la elaboración de estrategias y conductas más elaboradas y complejas, como la resolución de problemas y actividades del pensamiento simbólico. Para esto, existe gran evidencia que demuestra que aquellos que perseveran en la solución de problemas y que pueden aplicar conscientemente sus habilidades intelectuales son los que poseen habilidades meta cognitivas bien desarrolladas (Bloony Bloder 1950, Broon 1978, Winbley 1980) y que manipulan recursos u objetos intelectuales de una manera efectiva, creando estrategias determinadas y concientes destinadas a la obtención del resultado deseado.

Por tal razón las nuevas teorías pedagógicas y algunos documentos sobre el área de matemáticas (pedagogía problemática, Metacognición, lineamientos curriculares en el área de matemáticas, entre otras), tienen como norte preparar al estudiante para que desarrolle

estructuras cognitivas que le permitan ser constructor de su propio conocimiento. De aquí que la pedagogía problémica lo que busca es cualificar desempeños y desarrollar competencias cognitivas básicas. Estas estrategias pedagógicas reevalúan metodologías y la forma de operar procesos de enseñanza-aprendizaje, evitando que a menudo los estudiantes sigan procedimientos sin preguntar lo que hacen, donde pocas veces cuestionan sus estrategias de aprendizaje o dan clara recomendación a cerca del tema en estudio; sobre todo es en el nivel de educación superior donde se notan estas falencias dándose de una manera frecuente.

Las anteriores situaciones nos motiva a realizar una investigación en álgebra y en especial en el concepto de estructura de grupo, que se presenta de una forma abstracta generando actitudes no deseadas en el educando. Es por ello que nuestro trabajo propone una forma didáctica de hacer corta y entendible la brecha entre lo abstracto y lo concreto, apuntando al desarrollo de procesos de pensamiento crítico, habilidad mental y aumentar el potencial de aprendizaje en la construcción del concepto de estructura de grupo, a partir de los movimientos rígidos de polígonos o sólidos regulares, entendido estos como acciones bien determinadas y de naturaleza tangible que guardan en su esencia propiedades que son de relativa facilidad para su percepción, tipifican la estructura de grupo y posibilitan proponer actividades lúdicas que puedan resultar entretenidas, llamando la atención y despertando curiosidad en los estudiantes. Describir los efectos de un movimiento rígido demanda desarrollar procesos de observación, manipulación, comparación, entre otras. Por ello nuestra hipótesis de que estas pueden utilizarse como mentefactos para la

construcción del concepto de estructura de grupo de manera dinámica y entretenida que aporte al fortalecimiento en los estudiantes la capacidad para pensar y enfrentar nuevas situaciones; para cambiar esa concepción negativa que se crea en el estudiante de que el maestro es quien debe siempre facilitar el conocimiento; es quizás por esto que no siente la necesidad de ir a la búsqueda del saber, de construir conceptos, de trascender conocimientos. En general, su papel se torna activo en el proceso, mejorando su desarrollo armonioso y exitoso.

Esta investigación se considera importante porque:

- Con su desarrollo el estudiante tendrá la posibilidad de visionar el concepto de estructuras de grupo de manera práctica y así hacerlo más entendible.
- Le brinda al estudiante estrategias (por medio de las actividades propuesta) que le permitan llegar a la construcción y por consiguiente la comprensión de las propiedades que se cumplen para que un conjunto bajo una operación sea grupo.
- Su desarrollo busca que el estudiante se convierta en un sujeto activo del proceso enseñanza – aprendizaje por medio de las actividades programadas por los investigadores referidos a movimientos rígidos que le faciliten la comprensión del concepto de estructura de grupo y el manejo de otras operaciones (rotación, reflexión entre otras).

Se considera que la investigación es pertinente, ya que su desarrollo está enfatizado en estudiar el concepto de estructura de grupo a través de los movimientos rígidos de polígonos o sólidos regulares;

potenciando con ellos el desarrollo de habilidades de pensamiento necesarios para resolver problema de ocurrencia cotidiana lo cual implica el uso fundamental de algunas operaciones, (rotación, reflexión, simetría entre otras). Finalmente se pretende establecer nexos con lo abstracto.

3. OBJETIVOS

3.1. Objetivo General

Desarrollar una propuesta didáctica basada en la manipulación de situaciones concretas referidas a movimientos rígidos de polígonos o sólidos regulares para posibilitar la construcción del concepto de estructuras de grupo y el desarrollo de habilidades de pensamiento.

3.2. Objetivos Específicos

- Estudiar las habilidades mentales que desarrollan procesos de pensamiento
- Diseñar y aplicar actividades basadas en situaciones concretas con movimientos rígidos de polígonos y sólidos regulares que coadyuven a la comprensión de las propiedades básicas de la estructura de grupo.
- valorar y analizar los resultados obtenidos luego de la realización de las actividades programadas.

4. ESTADO DEL ARTE

4.1. ANTECEDENTES

Teniendo en cuenta la revisión bibliográfica existente sobre el tema, objeto de estudio, son muy pocos los trabajos realizados concerniente al desarrollos de habilidades de pensamiento para la construcción del concepto de estructura de grupo. Conocemos de una investigación que se llevo a cabo en la facultad de ingeniería en la Universidad de Carabobo en Valencia Venezuela, durante el segundo periodo lectivo de 1999 (noviembre1999- marzo 2000), que estuvo a cargo de Laura Guerra. Titulado “Técnicas de Desarrollo de Habilidades de Pensamiento en Análisis Matemático para Contribuir con el Perfil del Ingeniero deseado” Esta investigación consiste en aplicar y evaluar estrategias de enseñanzas aprendizaje utilizadas en Análisis Matemático II, para contribuir con el nuevo perfil del ingeniero. La metodología utilizada está enmarcada sobre los principios de la investigación acción. Las estrategias metodológicas implementadas fueron: técnica de la pregunta, interacción verbal, modelado y dinámicas de grupo, durante siete sesiones de clase consecutivas. Los resultados obtenidos fueron mayor participación, enriquecimiento del aprendizaje; mejoramiento de las relaciones interpersonales, aumento de la seguridad en si mismo de los estudiante, creación de un ambiente cordial y ameno; lo que condujo a un incremento del rendimiento académico.

4.2. BASES TEORICAS

Para el desarrollo de esta propuesta que enfatiza el estudio del concepto de estructura de grupo, mediante los movimientos rígidos de polígonos o sólidos regulares, es necesario la revisión de algunos elementos teóricos.

4.2.1. LA APARICIÓN DEL ALGEBRA

Según Carl B Boyer en su libro Historia de las Matemáticas, la gran variedad de tipos de algebra a lo largo del siglo XIX pudo haber producido en la matemática una peligrosa tendencia centrifuga, de no haber sido por el desarrollo simultaneo de ciertos conceptos estructurales básicos, uno de los mas importantes fue el concepto de grupo.

En Algebra el concepto de grupo fue sin duda el que ejerció una fuerza de cohesión mas importante, a la vez que era uno de los factores esenciales que promovieron la aparición y el rápido desarrollo de los conceptos abstractos.

Ningún matemático puede considerarse como el responsable del origen de la idea de grupo, pero, la figura que nos presenta inevitablemente como la importante en este contexto es la del hombre que dio el nombre a este concepto, el joven Evaristo Galois (1811-1832) quien murió trágicamente antes de cumplir los 21 años.

Galois nació en las cercanías de Paris, en el pequeño pueblo de Bourg la reine, donde su padre era alcalde. Pocos días antes de morir confió

al destinatario de su última carta unos manuscritos destinados a la Academia, y en 1846 Liouville seleccionó algunos de ellos y los publicó en *Journal*. Liouville encontró la tarea difícil debido a que Galois había cumplido sistemáticamente el concepto de descartes. “Cuando se discute cuestiones trascendentales hay que ser trascendentalmente claro” pero Liouville se sintió recompensado cuando después de realizar algunas demostraciones vio el método que había seguido Galois para demostrar su bello teorema:

“Para que una ecuación irreducible de grado primo sea resoluble por radicales, es necesario y suficiente que todas sus raíces sean funciones racionales de dos cualesquiera de ellas”.

El objeto principal de las investigaciones de Galois había sido el de determinar cuando son resolubles por radicales las ecuaciones polinómicas.

Gauss en su criterio para la constructibilidad de los polígonos regulares había resuelto esencialmente el problema de la resolución de una ecuación polinómica en términos de operaciones racionales y de raíces enésimas sobre los coeficientes.

Lo que se conoce hoy como “*TEORÍA DE GALOIS*” fue otra de las contribuciones completamente originales del siglo XIX al Álgebra, en este trabajo, Galois penetra profundamente en las propiedades generales de la estructura de grupo. Es a Galois a quien se le atribuye el concepto de subgrupo normal y las primeras ideas sobre representación lineal de grupos, con lo cual nos damos cuenta de que el trabajo la noción de isomorfismo.

W. Burnside (1852-1927) demostró que todo grupo de orden $n=pq$ donde p y q son números primos es soluble.

Con los trabajos de Ernest Steinitz (1871-1918) entra la teoría de grupo en su fase moderna. De 1910 hacia adelante la teoría de grupo esta ligada a todos los matemáticos de este siglo. En teoría de grupos abelianos finitos los resultados hasta hoy son bastante complejos, sin embargo dos libros sobre grupos abelianos, FUSHER ABELIAN GROUPS (Publishing House of Hungarian Academy of Sciences Budapest 1958) y el hermoso libro J. KAPLAN Infinite Abelian Groups (University of Michigan 1954) muestra que la situación de grupos abelianos de orden finito no lo es.

En general la Teoría de grupos abstractos, muestra la existencia de muchos problemas de enunciados sencillos los cuales están aun sin resolver. Por ejemplo,

- 1.) ¿Es todo grupo periódico finitamente generado de orden finito?
¿Un grupo cuyos elementos son todos de orden finito es periódico?
- 2.) ¿Existen grupos infinitos no abelianos cuyos subgrupos propios son todos finitos?

Pero en 1963 un importante problema clásico, la conjetura de BURNSIDE fue resuelto “ todo grupo simple finito debe ser de orden par” problema resuelto por W. FEIT y J. THORNSON en el artículo Solvability Groups of Order, Pac. Jour, math (1963) Pág. 775-1029)

Después de los trabajos W. FEIT y J. THORNSON sobre grupos de orden impar y trabajos de Thonson sobre grupos simples minimales,

han aparecido los trabajos de Suzuki con numerosos teoremas de clasificación. El resultado actual de la teoría de clasificación de grupos finitos es bastante deficiente, hay muchos problemas en la caracterización de los grupos simples.

UNA NOCIÓN DE GRUPO.

Históricamente el hombre ha evolucionado muchos conceptos en todos los campos de las ciencias. El concepto de grupo es uno de ellos en el campo matemático, tratando de extender los procedimientos clásicos de resolución de ecuaciones polinómicas de grado mayor o igual que cuatro, a ecuaciones de grado superior, debido a que varios matemáticos indujeron implícitamente el concepto de grupo a través de estudios de otros conceptos matemáticos que desarrollaron, y que son vital e importante por que sirven de cimiento en el abordaje del concepto de grupo. Así ocurrió que los grupos fueran concebidos originalmente como grupo de permutaciones (Grupo de transformaciones de conjuntos finitos.) En el “Erlanger Programm” de Klein los grupos aparecen de nuevo como transformaciones y la geometría se define como el estudio de las invariantes (subconjunto del espacio de coordenadas reales.) Bajo un grupo dado de transformaciones, actualmente, la noción de grupo se ha abstraído de sus realizaciones completas.

Para comprender mejor este concepto lo podemos abordar relacionando elementos como: conjuntos ($\mathbf{N}$, $\mathbf{Z}$, $\mathbf{Q}$...), operaciones (+, -, $\times$...) y propiedades (Asociativa, modulativa, reciproco), luego interactuamos entre si estos elementos y constituimos un grupo, por tanto grupo no es mas que un conjunto con una operación y que

cumple unas propiedades elementales como las anteriores mencionadas, la notación es $\langle G, \cdot \rangle$ donde G representa un conjunto y $\cdot$ es la operación definida en ese conjunto.

Ahora daremos la definición clásica y las propiedades elementales: Un grupo $\langle G, \cdot \rangle$ es un conjunto G , junto con una operación binaria que satisface los siguientes axiomas:

1. La operación binaria es asociativa.

2. Existe un elemento e en G tal que:

$$e x = x e = x.$$

Para todas las x en G . El elemento e es un elemento identidad para la operación en G .

3. Para todo a en G existe un elemento b en G con la propiedad de que

$$a b = b a = e.$$

(El elemento b es un elemento inverso de a).

LA TEORIA DE GRUPOS Y SU IMPORTANCIA

En la actualidad, la teoría de grupos ocupa un lugar muy destacado, por ejemplo:

- La teoría de grupos de permutaciones, según los especialistas en mecánica cuántica, es la adecuada para el análisis e interpretación de espectros y otros aspectos relacionados con la estructura atómica.

- En cristalografía es bastante conocida su utilidad para la clasificación de cristales, hoy es usada en antropología y en biología.
- La utilidad de la teoría de grupos en otras ramas de la matemática es notable, en topología algebraica para el estudio de homotopía, es de vital importancia el concepto de grupo libre, en la teoría de grupo de homología, el concepto de grupo cociente es importante en el estudio y clasificación de superficies.

4.2.2. BASES TEORICAS PEDAGOGICAS

Como todo conocimiento los conceptos algebraicos se adquieren y se desarrollan mediante aprendizaje, los grandes conceptos del algebra como lo es LA ESTRUCTURA DE GRUPO, forma parte de un equipo de instrumentos que sirven para pensar.

PENSAMIENTO: es la actividad mental mas importante del hombre, a través de ella podemos tratar símbolos y conceptos y utilizar en situaciones nuevas o distintas. La importancia del pensamiento se pone de manifiesto en toda actividad del ser humano. Para realizar cualquier acción que no sea vegetativa o refleja estamos obligados a pensar, a veces con detenimiento, para resolver una cuestión delicada; otras, rápidamente porque la actuación no se hace esperar, y en la mayoría de los casos simplemente pensar para resolver un problema de la vida práctica. Pero cuando mas se obliga la mente es cuando se encuentra ante una tarea para la cual no se tienen hábitos y destrezas adquiridos.

CARACTERISTICA DEL PENSAMIENTO MATEMATICO

El pensamiento matemático (Bruner, 1971), tiene unas características a saber muy importantes:

- Es abstracto y estudia relaciones de tipo general
- Se expresa mediante un lenguaje formal
- Utiliza un razonamiento axiomático y hacen un amplio uso de las técnicas y procedimiento de la lógica.

Si se considera que el pensamiento es más el proceso mental que el producto ha alcanzar, esto también tiene su repercusión en la forma de concebir la matemática. En este caso se enfatizan las estrategias generales o procedimientos a emplear en el desarrollo del razonamiento; ya que la matemática es algo a realizar y construir, interesa la invención y el descubrimiento, pero es más importante la actividad creativa que el producto final formalmente establecido. Bajo este punto de vista hay dos formas principales de pensamiento que se desarrollan mediante la matemática:

- El pensamiento relacional, que enfatiza la descripción, construcción y clasificación de relaciones.
- El pensamiento instrumental, que abarca los cálculos, trabajo algorítmico y resolución de problemas.

Esta segunda concepción del pensamiento, que surge de la psicología, más dinámica, nos parece de especial importancia para la educación matemática en la actualidad.

Tradicionalmente se ha considerado que el álgebra favorece el pensamiento instrumental, ya que hace un empleo sistemático del mismo. Una visión más amplia utilizará también el pensamiento relacional en álgebra de forma sistemática.

Cuando los psicólogos estudian el pensamiento que se produce al trabajar en matemáticas, tienen en cuenta el proceso y no el producto, lo cual es importante en educación. Así, Piaget, sostiene que el pensamiento surge de las acciones, en particular, los conceptos matemáticos tienen su origen en los actos que el niño lleva a cabo con los objetos y no en los objetos mismos.

Por otra parte, Dienes hace una distinción entre dos tipos de pensamientos. El pensamiento analítico, en donde el individuo utiliza la lógica para formar conceptos, de tal manera que estos quedaran claramente formulados antes de usarlos; y el pensamiento constructivo, en el que sujeto adquiere una percepción intuitiva de algo que no está totalmente entendido, lo cual lo obliga a dar vida a esa intuición por medio del razonamiento lógico. El pensamiento constructivo se desarrolla antes que el analítico.

NOCION DE CONCEPTO

Para K. Novell, un concepto es una generalización a partir de datos relacionados que hacen posible responder a estímulos o percepciones de una manera determinada y admite, con Piaget, que las clasificaciones son la base de la generalización. Esto sostiene especial interés en los conceptos matemáticos básicos, entre los que se encuentran los conceptos algebraicos de número y operación. Para que

un concepto se haya formado en una persona, ésta ha de ser capaz de diferenciar y reconocer las cualidades comunes y distinguirlas de aquellas otras que son diferentes. El proceso para la formación de un concepto pasa por tres fases: percepción, abstracción y generalización. Este proceso es mas rápido en el adulto, que puede adecuarse a un medio determinado el cual le ayudara a progresar, que en el niño, que tendrá que pasar de la percepción al concepto por si mismo.

APRENDIZAJE DE CONCEPTOS: se suele reservar el termino aprendizaje de conceptos para aquellos cambios que se producen en periodos de tiempo cortos y que afectan a un aspecto concreto de la conducta; por el contrario, cuando se refieren a un periodo de tiempo mas largo y la conducta afectada está compuesta de varios aspectos, se suele llamar desarrollo.

Para Piaget, el desarrollo da lugar al aprendizaje; éste se produce inmerso en el conjunto del desarrollo, en el cual parte como elemento.

Formalmente el aprendizaje de conceptos, es una actividad en la cual se llega a clasificar objetos o situaciones con características comunes, que solo se deduce a través de una manera práctica y que está obligado a ejecutarlo

En resumen, se trata de un proceso ininterrumpido en personas normales, no se puede observar directamente, sólo se infiere a través de su aplicación práctica, y está obligado a su ejecución lo que no quiere decir que se igual a su ejecución.

El aprendizaje resulta necesario para desenvolverse en un mundo excesivamente complejo, formado por multitud de hechos específicos. No es posible imaginar fácilmente que supondría en los seres humanos el tener que inventar la respuesta a cada uno de los estímulos que se le presentan. El aprendizaje permite elaborar y codificar la conducta para actuar.

La importancia del aprendizaje se pone de manifiesto si se piensa que todos los valores que definen el estilo de vida de cada persona, como pueden ser sus gustos, opiniones, formas de ser y de pensar, son el resultado de sus experiencias y aprendizaje.

HIPOTESIS GNOSEOLOGICA (QUE ES EL CONOCIMIENTO)

La primera de las hipótesis sobre la naturaleza del conocimiento, que constituye la hipótesis central de todo acercamiento constructivista es la llamada hipótesis fenomenológica. Se trata de un extracto de la construcción de lo real del estudiante. Según Kant, “el fenómeno es el objeto de la experiencia posible frente a lo que es simple apariencia ilusoria y frente a lo que está más allá de la experiencia misma”.

La hipótesis fenomenológica es una expresión más coloquial, supone que el conocimiento tiene su origen en la acción mutua del individuo, pero, esta experiencia no es sola experiencia vivida, sino que incluye también la práctica cognitiva y en general las experiencias posibles en el sentido de Kant.

Una segunda hipótesis referente a la naturaleza del conocimiento es la hipótesis tecnológica, donde no solo el comportamiento cognitivo del sujeto se interpreta en “causas finales” y en términos de “causa

eficiente” sino también en términos endógenos, auto producidos por el mismo sujeto o por el medio sociocultural en el que él está inmerso.

HIPOTESIS METODOLOGICAS (¿CÓMO SE CONSTRUYE EL CONOCIMIENTO?)

Pese a las diferencias entre los distintos enfoques constructivistas, en todos ellos se encuentra implícitos dos principios metodológicos que rigen la construcción del saber, estos son el principio de la “acción inteligente” y el principio de la “modelación sistémica” la primera se refiere a la capacidad de un sistema cognitivo que explora y construye las representaciones simbólicas del conocimiento que trata.

El filósofo, pedagogo y psicólogo Dewey, la designaba como el proceso cognitivo por el cual si el intelecto percibe una disonancia entre sus comportamientos y sus proyectos, entonces construye una representación de esta disonancia y busca inventar algunas respuestas o planes de acción susceptibles de restaurar la consonancia deseada(búsqueda de la coherencia)

La segunda sostiene que el comportamiento cognitivo tiende a buscar explicaciones holísticas que pongan en concordancia el mayor numero de experiencias y fenómenos conocidos y la relación articulada de conceptos, nociones e ideas de la estructuras cognitivas ya conocidas o constituidas.

CONSTRUCTIVISMO EN LOS TEXTOS Y MATERIALES DIDACTICOS DE MATEMATICAS

Los libros de texto, la computadora, la calculadora, los materiales didácticos y manipulativos, los apoyos y medios audiovisuales son desde el punto de vista constructivista, mediadores entre el objeto de estudio y el estudiante. En mayor o menor medida, estos materiales se han adaptado y desarrollado en esta dirección, borrando las dudas que en todo tiempo han existido, sobre el peligro que sustituyan habilidades básicas del estudiante o de que desplacen al maestro.

Si bien es cierto que estos mediadores tienen un papel importante en los procesos educativos, el papel individual de cada uno de ellos debe irse definiendo paulatinamente, principalmente a partir de los resultados de la investigación educativa; no podemos reducir la calculadora a un simple sustituto de las tablas numéricas; así como no podemos utilizar la computadora como un sustituto electrónico del libro de texto; ni los recursos audiovisuales como maestros electrónicos " sin intercambio personal de sus alumnos. El potencial de estos recursos en el diseño de situaciones problemáticas y de conflictos cognitivos detonadores del aprendizaje significativo es enorme, principalmente por su gran capacidad para la representación y la visualización de relaciones y estructuras conceptuales, para proveer al estudiante de experiencias posibles " (según Kant).

La función de estos intermediadores es de posibilitar el intercambio personal con el estudiante mediante la experiencia y la actividad cognitiva del mismo. Este papel de ninguna manera, es despreciable; de hecho es indispensable. Si bien es cierto que existen estos

elementos, en que el estudiante tenga la posibilidad de visualizar y manipular en situaciones concretas; a continuación daremos una descripción de tales situaciones:

MOVIMIENTOS RÍGIDOS: se llaman movimientos rígidos a las traslaciones, rotaciones, reflexiones y a todas las composiciones que se puedan hacer entre ellos.

TRANSFORMACIONES EN EL ESPACIO

Continuamente estamos observando, moviendo, imaginando y representando los objetos que nos rodean. Algunas veces los trasladamos o los rotamos y nos movemos junto con ellos, otras veces los representamos cambiándoles la forma y el tamaño. Este continuo movimiento que hacemos de los objetos y el estudio de las propiedades que no cambian después de moverlos; constituyen la base de la geometría de las transformaciones o de las invarianzas.

Las transformaciones son las funciones que cambian la posición de una figura en otra, haciendo corresponder cada punto de la figura inicial con uno y solo uno de la figura resultante. Algunos ejemplos de transformación son: Traslación (un carro que se desplaza), rotación (el movimiento del aspa de un molino o el de las manecillas del reloj), reflexión (árboles que se reflejan en el agua).

Pero en realidad nuestro objeto de estudio son los polígonos o sólidos regulares. A continuación daremos una descripción de las transformaciones que ocurren en un polígono regular al cambiarlo de posición.

MOVIMIENTOS RIGIDOS DE UN POLIGONO REGULAR

Consideremos un polígono regular de n lados, cuyos vértices designamos $A_1...A_n$. Nos interesa aquellos movimientos del plano que llevan al polígono a coincidir consigo mismo; estos aplican cada vértice con otro vértice, cada lado pasa a ocupar el lugar del otro y el centro del polígono queda fijo, después dejamos fijos cada uno de los ejes del polígono y los giramos para obtener una nueva posición; estos movimientos mencionados anteriormente tienen un respectivo nombre que daremos a continuación:

ROTACION DE UN POLIGONO REGULAR: Una rotación de un polígono regular es un giro en el plano alrededor del punto de intersección de todos los ejes de simetría.

TRASLACION DE UN POLIGONO REGULAR: Una traslación de un polígono regular es un deslizamiento que consiste en empujar desde una posición hasta la otra sin dejarlo rotar al mismo tiempo.

REFLEXION DE UN POLIGONO REGULAR: La reflexión de un polígono regular es un giro en el espacio alrededor de uno de sus ejes de simetría.

4.2.3. TEORIAS COGNITIVAS DEL APRENDIZAJE

Como todo proceso de enseñanza- aprendizaje, necesita como base unas teorías que los fundamenten y den fuerza a su desarrollo; Para la realización de esta propuesta pedagógica se tuvo en cuenta las siguientes teorías cognitivas del aprendizaje.

4.2.3.1 METACOGNICION: EVOLUCION HISTORICA DEL CONOCIMIENTO

Según Artur I. Costa en el artículo sobre desarrollo de habilidades de pensamientos define Metacognición como:

META: prefijo griego que denota, traslación, cambio, posterioridad, transformación, en cambio en matemática se usa para hacer referencia a los tipos de razonamientos y demostraciones de las matemáticas, en metafases se hace la interpretación de una obra y en lo meta infectivo significa consecutivo y posterior a una infección de esta manera meta cognición es un vocablo que hace referencia a lo que viene después o acompaña a la cognición. Sus primeros estudios lo hicieron Tulving y Maldigan a finales de los años 60 (1969) cuando hicieron un estudio sobre la memoria y decían que una de las capacidades del ser humano era de tener memoria de su propia memoria es decir, que cada persona esta en capacidad de someter a escrutinio sus propios procesos memorísticos y de aquí comenzar por la meta memoria hasta llegar a la meta cognición.

Después de los trabajos pioneros de Tulving, Maldigan y Clavel, la meta cognición ha sido objeto de estudio de varios autores entre ellos cabe mencionar los siguientes: Antonijevicky Chadwicck (1981-1982), Costa(s/f) Chadwick (1985). García y la Casa(1990), Haller, Chir y Walberg (1988), Niquerson ,(1958), Oteros(1990) ,Ríos(1990) , swason(1990), Vestir y Wayer(1986) , Yusen (1986).

Una vez hecho todo el estudio de los diferentes puntos de vista de cada uno de estos señores se llegó a una definición actual del concepto de meta cognición.

METACOGNICION: es un conjunto de operaciones cognoscitivas ejercidas por un interiorizado conjunto de mecanismos que permiten recopilar, producir y evaluar información así como también controlar y autorregular el funcionamiento intelectual propio, además también puede notarse que parece existir cierto acuerdo de la meta cognición considerándola como un constructor tridimensional que acarrea:

- a) conciencia.
- b) Monitoreo.(supervisión ,control y regulación)
- c) Evaluación de procesos cognitivos propios.

En la metacognición se debe tener conciencia de las fortalezas y debilidades de nuestro propio funcionamiento intelectual y de los tipos de errores de razonamiento que generalmente cometemos y que dicha conciencia nos ayudaría a explotar nuestras fortalezas, compensar nuestras debilidades y evitar muchos errores comunes mas generales(nikerson1984).

Los déficit meta cognitivo que exhibe una persona en su dominio particular del conocimiento causan dificultad en su ejecución, ahora es probable que al aumentar el nivel de la metacognición de dicha persona si mejora su aprendizaje o ejecución Baker (1982); se puede afirmar que si una persona tiene conocimiento de sus procesos psicológicos propios podrá usarlo mas eficaz y flexiblemente en la manipulación de sus estrategias de aprendizaje, Pozo (1990).

Por otro lado el desarrollo de la metacognición de una persona puede incrementar significativamente su capacidad de aprender independientemente por si mismo (Chadwick 1985).

CATEGORIAS BASICAS DE LA METACOGNICION

La metacognición está atada a cuatro categorías básicas de las funciones cognitivas, entre estas categorías están:

1. Procesos básicos de aprendizaje como:
 - a) Mecanismo de percepción
 - b) Atención
 - c) Memorización a corto y largo plazo.
2. Conocimientos específicos o conocimientos previos.
3. Estrategia de aprendizaje significa la forma como se va a planear las actividades para aprender un determinado conocimiento
4. El meta conocimiento es el conocimiento que el sujeto posee acerca de sus propios procesos psicológicos que le ayudaran a usarlo de un modo más eficaz y flexible en la planificación de las estrategias de aprendizaje.

INDICADORES DEL FUNCIONAMIENTO METACOGNITIVO

Los indicadores del funcionamiento meta cognitivo son:

- a) Planear el curso de la acción cognitiva
- b) Tener conciencia del grado en que la meta esta siendo lograda
- c) Modificar el plano o estrategias en caso de que no haya sido efectiva

Para alcanzar una meta fijada hay que tener en cuenta la habilidad para usar lo que se conoce y acceder a la información relevante o pertinente para realizar una tarea o resolver un problema.

DIMENSIÓN DE LA METACOGNICIÓN

Cabe resaltar las dimensiones de la meta cognición:

Primero tenemos la supervisión, la cual se reflexiona sobre las acciones cognitivas (operaciones mentales) que están en marcha examinando sus consecuencias, después se hace la regulación y control que no es más que la obtención de alguna dificultad y de aquí se ajustan los esfuerzos cognitivos que hay que desarrollar y se mantiene una flexibilidad de pensamiento de tal manera que pueda ensayar diferentes operaciones y caminos hacia la solución de un problema y cuando éste es difícil de resolver se debe controlar la ansiedad y la angustia.

4.2.3.2. HERRAMIENTAS DEL PENSAMIENTO CRÍTICO

Según Priesley M. en Técnicas y Estrategias del Pensamiento Crítico, Las principales etapas para tener un pensamiento crítico son:

HABILIDAD DE PERCIBIR: percibir es ser conciente de algo a través de los sentidos, de lo que escuchamos, vemos, tocamos, olemos y degustamos. Es tener conciencia de la estimulación sensorial. La percepción es el primer paso en el camino que conduce al pensamiento crítico; primero debemos percibir la información antes de hacer algo con ella.

La capacidad de percibir algo nos permite iniciar el procesamiento de la información, es decir; en el se considera toda la información sensorial que registramos y muy especialmente la que se refiere al oír , ver y tocar.

HABILIDAD DE OBSERVAR: observar se entiende aquí en el sentido de advertir o estudiar algo con atención cualesquiera que sean los sentidos que en ellos se empleen. Es lo que nos permiten obtener información para identificar cualidad, cantidad, textura ,color , forma , numero, posición entre otros .

Observar es importante porque nos ayuda a adquirir mayor conciencia de las características especiales de los objetos que percibimos.

HABILIDAD DE DISCRIMINAR: discriminar es ser capaz de reconocer una diferencia, de separar las partes o los aspectos de un todo. La capacidad de discriminar requiere de la habilidad de observar y reconocer las semejanza y las diferencias entre dos o mas objetos. Para discriminar es necesario procesar la información y por ello , es el primer paso que se da en la dirección de conferirle un sentido a la enorme cantidad de estímulo que nos rodean.

HABILIDAD DE NOMBRAR - IDENTIFICAR: nombrar algo consiste en utilizar una palabra para identificar una persona un lugar , una cosa o un concepto; es saber designar un fenómeno.

Nombrar las cosas nos ayuda a organizar y codificar la información para que esta pueda ser utilizada en el futuro ; La habilidad de nombrar e identificar tendrá lugar una vez que se haya percibido, observado y discriminado para así poder identificar detalles.

HABILIDAD DE EMPAREJAR: emparejar o unir parejas consiste en la habilidad de reconocer dos objetos cuyas características son similares, separarlos de los demás y formar con ellos una pareja o par. Emparejar es importante por que requiere que la persona repase la información y haga algo con ella en este caso encontrar un par, para ello, la persona debe ser capaz de distinguir las características sobresalientes y establecer un paralelo con otro objeto parecido.

HABILIDAD DE IDENTIFICAR DETALLES: la habilidad de identificar detalles implica reconocer los aspectos específicos de un todo, puede ser que los alumnos necesiten recordar detalles e información específica de un tema.

Ser capaz de identificar y recordar detalles ayuda a que los alumnos obtengan una idea acerca de una ilustración completa, también ayudan a percatar de cómo los detalles acceden un todo.

HABILIDAD DE RECORDAR: recordar algo requiere extraer de la memoria ideas, hechos, terminología, formulas entre otros. Consiste en el acto de incorporar a la conciencia la información del pasado que puede ser necesaria e importante para el momento presente.

Recordar información facilita considerablemente nuestra habilidad de pensar con rapidez y eficiencia, si hemos codificado y ensejado adecuadamente la información recibida nos será mucho mas fácil recordarla y recuperarla.

HABILIDAD DE SECUENCIAR (ORDENAR): secuenciar la información consiste en disponer las ideas de acuerdo con un orden cronológico, alfabético o según su importancia. Ordenar la información y establecer prioridades es muy útil en la organización del pensamiento, nos ayuda a reconocer la disposición de los objetos en serie por medio de un criterio determinado, lo cual a su vez facilita el acceso de información a nuestro banco de memoria y sirve también para tener a nuestro alcance la información que necesitamos en un momento dado.

HABILIDAD DE INFERIR: en este punto del procesamiento de la información comenzamos a ascender hacia el nivel de inferencias. Aquí utilizaremos todos nuestros conocimientos previos y las habilidades adquiridas y aplicaremos esta información a nuevas situaciones. En este nivel ya comenzamos a observar que nuestros alumnos hacen realmente algo con la información que están recibiendo. La capacidad de inferir consiste en utilizar la información que disponemos para procesarla con miras a emplearla de una manera nueva y diferente. Por ejemplo basándose en determinados datos podemos suponer como sucedieron ciertos hechos.

Cuando hacemos inferencias estamos haciendo algo con la información que hemos recibido y tratar de ejercerlas y al mismo tiempo aplicarla.

HABILIDAD DE COMPARAR - CONTRASTAR: comparar y contrastar consiste en examinar los objetos con la finalidad de reconocer los atributos que los hacen tanto semejante como diferente, contrastar

es oponer entre si los objetos o compararlo haciendo hincapié en sus diferencias. Esta habilidad le permite al alumno la oportunidad de investigar cual son los pormenores que permite utilizar la discriminación entre dos fuentes de información y así procesar datos, lo cual constituye el antecedente de su capacidad para disponer la información de acuerdo con grupos o categorías.

HABILIDAD DE CATEGORIZAR- CLASIFICAR: clasificar y categorizar la información consiste en agrupar ideas u objetos con base en un criterio determinado, es decir, nos permite acceder fácilmente a la información y a los estímulos de que somos receptores para así disponer a que grupo o categoría corresponde.

HABILIDAD DE DESCRIBIR – EXPLICAR: la descripción consiste en enumerar características de un objeto, hecho o persona. Para describir algo podemos valernos de palabras o imágenes. Explicar consiste en la habilidad de comunicar como es y como funciona algo. Ser capaz de describir y explicar algo en forma coherente requiere un alto nivel de organización y planificación.

HABILIDAD DE IDENTIFICAR CAUSA – EFECTO: identificar la relación causa – efecto consiste en vincular la condición en virtud de la cual sucede o existe con la consecuencia de algo. Esto les ayuda a los estudiantes a anticipar los resultados de ciertas conductas y actividades entre otras cosas para encaminar hacia las operaciones mentales de mayor complejidad tales como planear la solución de un problema y presidir los resultados.

HABILIDAD DE PREDECIR – ESTIMAR: para predecir –estimar es preciso utilizar los datos que tenemos a nuestro alcance, para formular con base en ellas sus posibles consecuencias esto requiere de practica y el uso adecuado de la información con la que contamos, al prestar atención a los detalles , comprender el significado de los datos y requerir cierta practica por lo que se refiere a pensar acerca de las posibilidades y la información con la que contamos y así ir con mas seguridad.

HABILIDAD DE ANALIZAR: analizar es separar un todo en sus partes con base a un plan de acuerdo con determinado criterio. Para hacer mas fácil la solución de un problema, teniendo en cuenta todos los factores que concurren en él y los que han de considerarse para una buena solución.

HABILIDAD DE RESUMIR: resumir consiste en exponer el núcleo de una idea compleja de manera concisa, es decir, resumir presupone la capacidad de entender lo que se ha leído de modo que resulte exponerlo sucintamente, requiere asimismo que la información se procese de manera que resulte accesible; por ejemplo podemos representar la idea resumida por medio de un dibujo u ofrecer de ella un reporte verbal o escrito .

4.3. MARCO CONCEPTUAL

La forma como se estudia el concepto de estructura de grupo tiende a que el estudiante llegue casi siempre a concluir que este concepto se torne complejo.

El estudio del concepto de estructura de grupo como una propuesta meta cognitiva (propia actividad del sujeto) para su enseñanza y aprendizaje, pretende lograr que sea el estudiante quien a través de la realización de las actividades didácticas y con el uso de los conocimientos adquiridos con anterioridad, sea capaz de construir otros conceptos que le sirvan para resolver situaciones que lo lleven a nuevas situaciones de tipo más general y con mayor grado de complejidad.

Con el desarrollo de esta propuesta no se pretende dar formulas para que estos problemas se resuelvan en su totalidad; el fin es analizar las perspectivas que al respecto dan algunos autores y proponer algunas situaciones didácticas (Estudiar el concepto de estructura de grupo a partir de movimientos rígidos de polígono o sólidos regulares), que ayuden a resolver en parte la labor de los docentes en el aula con respecto a la interpretación de la noción de estructura de grupo.

Compartimos con Herstein, Francisco Caicedo y Carl B Boyer el concepto e importancia de las estructuras de grupo. Otras ideas que se tuvo en cuenta fueron las de Fredys E. González, Artur L Costa, Priesly M. y Guillermina Waldegg quienes realizaron estudios amplios acerca de las diferentes interpretaciones que se pueden tener acerca del desarrollo de habilidades del pensamiento y de como se construye el conocimiento.

En las actividades de laboratorio que enfatice la presentación del concepto de estructuras de grupo, es donde se tendrá en cuenta las ideas tomadas por Priesly M en lo referente a técnicas y estrategias del pensamiento crítico.

Por último se realizarán actividades de auto aprendizaje y de profundización; en las primeras se tendrá en cuenta las pautas dadas por Fredys E. Gonzáles en su artículo acerca de la Metacognición, y en las actividades de profundización servirán para fortalecer el trabajo realizado con las actividades de laboratorios. Se tendrá en cuenta lo dicho por Néstor Graus Salinas en pedagogía problemática acerca de los nuevos paradigmas en educación.

5. METODOLOGIA

5.1. ENFOQUE

Esta Investigación se encuentra encaminada a favorecer la comprensión del concepto de estructura de grupo; y está basada en posturas epistemológicas constructivista (Meta cognitivas). La cual tiene un enfoque cualitativo hecho mediante la estadística descriptiva

5.2. DISEÑO

La investigación se clasifica dentro del tipo de investigación descriptiva puesto que pretende valorar las acciones que los estudiantes realizan en el trabajo de aula , tanto en forma individual como en forma grupal en el proceso de comprender el concepto de estructura de grupo; mediante el desarrollo de procesos de pensamientos (meta cognición-habilidades de pensamiento crítico), a través de los movimientos rígidos de polígonos o sólidos regulares.

5.3. POBLACIÓN Y MUESTRA

La población y muestra objeto de estudio está compuesta por 20 estudiantes de LEBEM de la Universidad de Sucre; sede Puerta Roja, la cual se encuentran matriculados en el segundo semestre, (proyecto de algebra II); a quienes se les aplicó una prueba exploratoria, presentando dificultades en la comprensión del concepto de estructura de grupo; con el fin de realizar un estudio de currículo.

5.4. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS

La principal técnica que se utilizó para el desarrollo de este trabajo fue la observación directa en el aula de clases, que nos permitió tomar datos de las diferentes acciones hechas por los estudiantes, referidas mediante las categorías de análisis que más adelante le daremos a conocer a través de los siguientes instrumentos:

EL DIARIO DE CAMPO

En este trabajo los investigadores llevan el control de lo ocurrido en el aula de clases, guardando cada actividad en carpetas, para así llevar un registro y hacer los respectivos análisis de acuerdo a las categorías planteada para cada taller.

LOS TALLERES

Los talleres que conforman la propuesta didáctica fue la fuente más valiosa con la que se pudo contar, pues gracias a ella observamos la forma como los estudiantes procesaban la información y las acciones, para llegar al significado del tema en estudio.

5.5. FASES PARA EL DESARROLLO DEL PROYECTO

El proyecto se desarrolló teniendo en cuenta las siguientes fases:

° **Revisión teórica y apropiación de las bases que sustentan el trabajo (problema).** Esta se llevó a cabo durante los meses de octubre del 2005, enero del 2006, en la cual los investigadores encontraron las teorías que hablan acerca del tema en estudio, luego en el mes de febrero una vez hecha la prueba exploratoria donde se determinaron las

dificultades que presentaron los estudiantes en la comprensión del concepto de estructuras de grupo, se buscaron las estrategias o alternativas que algunos autores proponen para dar solución a esta problemática (Metacognición-Habilidades de pensamiento critico). Durante este tiempo los investigadores reflexionan a interrogantes como:

¿Por qué tantas dificultades con el concepto de estructura de grupo?

¿Qué estrategias pueden dar solución a esta problemática?

¿Qué tanto repercuten en la forma de llevarlo al aula?

° Preparación de los instrumentos para la intervención en el aula.

Los talleres se hicieron atendiendo las nuevas teorías educativas (Meta cognición-Habilidades de pensamiento critico-Lineamientos curriculares y Estándares curriculares en matemáticas). Siguiendo un orden conveniente para lograr el objetivo principal del trabajo. Los talleres que se desarrollaron los clasificamos en tres grupos los cuales daremos a continuación:

Taller exploratorio: se hizo con el fin de determinar las dificultades que presentan los estudiantes en la comprensión del concepto de estructuras de grupo.

Talleres de laboratorio: estos talleres son diseñados con el fin de que el estudiante se familiarice con la temática en estudio. En nuestro caso mas exactamente con el número de elementos del conjunto de los movimientos rígidos del triangulo equilátero de tal manera que mejoren sus habilidades y haga una descripción de cada movimiento para encontrar cada elemento, además se socializa al estudiante con el lenguaje común de los movimientos rígidos como un conjunto de

operaciones donde se cumplen ciertas propiedades formando así el concepto de estructuras de grupo.

Talleres de socialización o familiarización

Estos tipos de talleres tienen como propósito crear equipos de estudio que favorezcan la discusión entre los estudiantes con el fin de que el concepto se construya en forma grupal. Se crean situaciones que deberán resolver a partir de conocimientos adquiridos en la realización de los talleres de familiarización. En estos talleres el investigador dirige, aclara dudas y formaliza los conceptos. En fin propicia situaciones que posibiliten discusiones en el curso acerca de la temática que concierne al taller.

Talleres de autoaprendizaje: este tipo de actividades tiene como finalidad estimular al estudiante a un auto aprendizaje, aquí se consideran las actividades propuestas o de profundización cuyo objetivo es reforzar el trabajo realizado en las actividades exploratorias y de laboratorios. El conjunto de actividades descritas anteriormente tienen como propósito el abordaje del concepto de estructura de grupo y de sus propiedades a partir de las habilidades de pensamientos, que servirá para afianzar al estudiante con el concepto y trascender por fases como:

- ❖ De lo concreto a lo abstracto.
- ❖ Desarrollo de habilidades de pensamiento.
- ❖ Trabajar las operaciones con la utilización de polígonos o sólidos regulares, hasta llegar a la construcción y por lo siguiente

a la comprensión de las propiedades que se debe cumplir para que un conjunto bajo esa operación sea grupo.

ORDEN CONSIDERADO PARA LOS TALLERES: el conjunto de talleres mencionados anteriormente, tiene como propósito el abordaje del concepto de estructuras de grupo observando cada operación y comprobando que se cumplen ciertas propiedades mediante los movimientos rígidos de polígono o sólidos regulares.

° **En primera instancia**, se hizo conveniente hacer una prueba exploratoria con el fin de mirar como se encontraban los estudiantes en la comprensión del concepto de grupo, que consistía en una serie de problemas o situaciones que conllevan a mirar conjuntos con ciertas operaciones y tratar de mirar que se cumplen ciertas propiedades para así llegar al concepto de estructura de grupo. Tal escrito nos mostró el camino que debíamos seguir en la elaboración de las demás actividades o talleres que permitirán alcanzar el objetivo principal de la propuesta de investigación.

° **En segunda instancia**, se construyeron dos actividades de familiarización que enfatizan en la adquisición de los elementos y operaciones de los movimientos rígidos de un polígono regular (triángulo equilátero). Estos talleres propician la discusión de los atributos planteado por Priesley en técnicas y estrategias del pensamiento crítico y según Artu I. Costa, en desarrollo de habilidades de pensamiento (Metacognición). Quienes sugieren comenzar el estudio de cualquier concepto desde un punto de vista práctico, manipulable y concreto.

Seguidamente, se construye un taller de laboratorio y uno de autoaprendizaje.

En el primero se quiere formalizar nociones e ideas adquiridas con la realización de las primeras actividades de familiarización; es decir se construye el concepto de estructura de grupo una vez encontrado los elementos, las operaciones que se dan en los movimientos rígidos del triángulo equilátero. Con el segundo se busca que el estudiante generalice el concepto de estructura de grupo en otros polígonos o sólidos regulares.

Cabe resaltar que por motivo de tiempo, los investigadores dejan el camino abierto para que cualquier lector, construya otros talleres que refuercen el trabajo hecho hasta el momento.

OBSERVACIÓN. A cada taller se le hizo una guía metodológica que contiene: Síntesis, metodología, evaluación, recursos, bibliografía. Esto se hizo con el fin de que el lector no tenga ningún inconveniente de comprender lo que se quiere con su realización.

FORMAS DE TRABAJO EN EL AULA

El trabajo de aula realizado, parte teniendo en cuenta referentes teóricos que sustenten el proceso de investigación y su ejecución además hará hincapié en las habilidades para tener un pensamiento crítico que posibiliten la comprensión del concepto de estructura de grupo; mediante los polígonos o sólidos regulares.

Teniendo en cuenta las relaciones que se establecen en cualquier proceso de enseñanza-aprendizaje, a saber:

El papel que juega el estudiante es fundamental y necesario; mediante las actividades propuestas y el intercambio de ideas entre compañeros, se alcanza lo propuesto. Por su lado los investigadores, es el ente encargado de presentarle a los estudiantes las situaciones didácticas; en las que el alumno aplicará sus conocimientos y experiencias previas al momento de hacerlas.

Lo anteriormente dicho recoge aspectos esenciales de principios meta-cognitivos, que cumplen tanto estudiantes y docentes en el trabajo de aula. Tal situación se considera de la siguiente manera:

DOCENTE

Ofrecer situaciones interesantes y novedosas, incentivar y guiar los procesos de discusión de los estudiantes que conlleven ha alcanzar lo meta-cognitivo, ampliar los conocimientos hacia otros contextos y establecer relaciones entre ellos.

ESTUDIANTE

Enfrentarse a nuevas situaciones y a partir de estas construir nuevos conceptos, aprender intencionalmente a resolver las situaciones propuestas, valorar su propio aprendizaje y compartirlo con sus compañeros; para llegar a una conclusión.

6. ORGANIZACIÓN, SISTEMATIZACIÓN Y ANALISIS DE LA INFORMACIÓN

Aquí se hará un análisis e interpretación de la información obtenidas de los estudiantes en la realización de los talleres. Este análisis se hará taller por taller; con el fin de establecer conclusiones generales.

CATEGORIAS DE ANALISIS

Para el análisis de la información recolectada se tendrá en cuenta las categorías que se encuentran en cada guía metodológica. Estas categorías se mencionan a continuación:

- Formas de argumentación, comunicación e intercambio de ideas entre los estudiantes.
- Estrategias y procesos implementados por los estudiantes para la solución de las actividades programadas.
- Grado de comprensión por parte de los estudiantes acerca del tema que contiene cada taller.

6.1. ANALISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS

A continuación se presentará cada una de las actividades realizadas en su respectivo orden, donde se le hace el análisis e interpretación de los resultados obtenidos. Comenzando con la prueba exploratoria y culminando con el taller N° 2.

**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACION Y CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMATICAS**

DESARROLLO DE HABILIDADES DE PENSAMIENTO A TRAVÉS
DE LA CONSTRUCCION DEL CONCEPTO DE ESTRUCTURA DE
GRUPO.

Prueba exploratoria a los estudiantes de segundo semestre de
licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas (LEBEM).

*Estimado compañero estudiante, la información recolectada en esta actividad será
manejada con la mayor discreción y será de gran utilidad para la investigación que
desarrollamos como trabajo de grado. Te agradecemos responda con la mayor
sinceridad, seriedad y empeño posible*

ESTUDIANTE _____

TEMA: La Noción de Grupo

OBJETIVO: Describir la concepción que tienen los estudiantes de
segundo semestre de LEBEM en relación con los elementos básicos en
una estructura de grupo.

1. Dado el conjunto $A = (1,2,3,4)$ y la operación $*$ definida en A mediante la siguiente tabla:

$\bullet$	1	2	3	4
1	2	1	3	4
2	3	2	1	4
3	4	3	1	2
4	1	4	4	3

Resuelva:

- a) $2 \bullet 2 =$ -----
- b) $3 \bullet 4 =$ -----
- c) $2 \bullet (2 \bullet 3) =$ -----
- d) $(2 \bullet 2) \bullet 3 =$ -----
- e) Encuentre un elemento b en A tal que $2 \bullet b = 3$
- f) ¿Tiene A un elemento neutro bajo la operación $\bullet$? Explique.

2. Sea $G = \{i, j, k\}$. Definamos en G una operación así:

- a) Todo elemento operado consigo mismo da el mismo elemento.
- b) Para operar un elemento con otro, se recorre el círculo del primero al segundo y el resultado es el tercero.

De acuerdo con lo anterior resuelva:

- Elabore una tabla que describa la operación G
- ¿Es esta operación una operación conmutativa? Explique.

- ¿Existe un elemento neutro en G ? Explique.
- ¿Es la operación definida en G , una operación asociativa? Explique.
- ¿Existe en G un inverso para cada elemento? Explique.
- ¿Existe en G un inverso para cada elemento? Explique.

3. Determine si el conjunto $H = \{x, y, z\}$ con la operación “ $\bullet$ ” dada en la tabla siguiente, es un grupo.

$\bullet$	x	y	z
x	x	y	z
y	y	x	y
z	z	y	x

3. Para los conjuntos con las operaciones indicadas a continuación, indique si corresponden o no a un grupo. Explique.
- a) Los enteros con la multiplicación.
 - b) Los enteros con la suma.
 - c) Los reales positivos con la suma.
 - d) Los reales positivos con la multiplicación
 - e) Los reales con el producto.

INTERPRETACION DE LOS RESULTADOS DE LA PRUEBA EXPLORATORIA

A continuación se describen las experiencias hechas en la implementación del trabajo de aula “Desarrollo de habilidades de pensamiento a través de la construcción del concepto estructura de grupo”. Ejecutada con los estudiantes de segundo semestre de LEBEM (Proyecto de algebra II) de la Universidad de Sucre.

El desarrollo de este trabajo se inició con un taller exploratorio (Ver taller) con el fin de determinar dificultades específicas con el tema en estudio, basadas en la concepción que tienen los estudiantes en relación con los elementos básicos en una estructura de grupo. Para la realización de este taller se procedió de la siguiente manera:

El grupo de investigadores a cargo del proyecto realizamos una breve presentación de los propósitos de la investigación, dando conocer a los estudiantes la forma como se llevaría a cabo los talleres y actividades programadas.

En primer lugar se hizo entrega a los estudiantes el material con que se trabajaría en esta primera sección (Ver taller exploratorio) y se les pidió que leyeran las indicaciones o instrucciones planteadas.

Los estudiantes asumen de manera individual la solución del taller. Se hizo necesario hacer algunas aclaraciones para el desarrollo del mismo.

En términos generales se pudo observar que los estudiantes mostraron Interés para la solución de las situaciones propuesta.

Ahora pasamos a describir lo sucedido en la realización del taller haciendo un análisis detallado de las respuestas que dieron los estudiantes a las situaciones propuestas.

Respecto al primer y tercer inciso (ver taller en anexo) que se refería al análisis e interpretación de tablas de operaciones el 21.05% de los estudiantes no interpretan de una manera correcta, tienen una clara concepción de interpretación; ya que realizan la operación y no hacen una debida justificación de lo que en realidad están haciendo, por otro lado para la realización o construcción de la tabla en el inciso tres no tiene coherencia lo que lee con lo que escribe para llenar la tabla de operaciones.

Destacamos alguna respuesta que dan prueba a tales limitaciones.

Del punto 1 del inciso c, d y e (ver taller en anexo).

c) $2 \bullet (2 \bullet 3) = 3$

d) $(2 \bullet 2) \bullet 3 = 1$

e) Encuentre un elemento b en a tal que $2 \bullet b = 3$.

R/ El elemento es 1.

Del punto 3 inciso (a) se obtuvieron respuesta como:

$\bullet$	i	j	k
i	i	j	k
j	j	k	i
k	k	i	j

Por otro lado se pudo observar que el 42.1% de los estudiantes presenta dificultad para decidir cuando una operación es cerrada en un conjunto ya que solamente se deciden a contestar que es cerrada; en realidad lo que se puede observar es deficiencia en la habilidad de sintetizar y argumentar lógicamente para sustentar su posición.

Ahora para demostrar la existencia de elemento neutro bajo una operación el 78.94% no tienen una concepción clara del concepto por que afirman que cumple la propiedad sin ser contundente en la justificación; es decir lo que hacen es recitar textualmente el concepto y no lo llevan al contexto o al conjunto donde se esta operando, también consideran que el elemento neutro en una tabla de operaciones siempre debe estar en segunda fila, tales evidencia se muestran a continuación.

Del punto 2 incisos c) (del literal c) de 2) del taller (ver taller en anexo) hay respuestas como las referimos a continuación:

- En g no existe elemento neutro ya que en ninguna de las columnas no se encuentran los elementos en el orden que se dieron en el conjunto.
- No existe elemento neutro.
- No existe elemento neutro ya que no hay elemento x operado con un elemento e resulte x .
- No hay elemento neutro ya que no existe en el conjunto un elemento que deje igual a todos los elemento del conjunto.
- No, ya que al operar cada elemento no hay uno que arroje los mismos resultados.

Del punto 4 incisos b (ver taller anexo) para demostrar la existencia del elemento neutro en los $\mathbf{Z}$ bajo la operación suma, se dieron respuesta como: $a+b=a$ donde a,b pertenece a los $\mathbf{Z}$
si $a= 5$ y $b = 0$ luego $5+0=5$ donde $5,0$ pertenecen a los $\mathbf{Z}$ por tanto $(\mathbf{Z},+)$ tiene neutro. Otra respuesta fue

- Si
- Si tiene elemento neutro.

Ahora veamos el análisis para demostrar la existencia del elemento inverso de una operación en un conjunto.

Notamos que el 78.94% de los estudiantes presentan dificultades en la interpretación y justificación del elemento inverso de una operación realizada en un conjunto tales fallas se muestran a continuación :

En el punto 4 inciso a hubo respuestas como los $\mathbf{Z}$ con la multiplicación no es grupo ya que no cumple la siguiente propiedad Inverso: sea $m \in \mathbf{Z}$ no existe $-m$ que pertenezca a los $\mathbf{Z}$ tal que $m \cdot -m = 1$.

La respuesta mas usual fue que la no existencia de elemento inverso
Se debía a que no existía un elemento neutro, también hubo respuestas como.

- No tiene elemento inverso.
- No hay.

Ahora continuamos con la propiedad asociativa, haciendo un análisis notamos que 63.15% de los estudiantes no comprenden la asociatividad en un conjunto ya que lo que hacen es dar la definición de una manera general y en otras ocasiones dan ejemplos particulares con números dependiendo el conjunto donde lo definan, tales fallas se muestran a continuación:

Del punto 4 inciso b para demostrar que $(\mathbf{Z}, +)$ es asociativa hicieron lo siguiente: veamos si $(\mathbf{Z}, +)$ es asociativa

$(1+2)+3=1+(2+3)$ para todo a, b, c que pertenece a los $\mathbf{Z}$ siendo $a=1$, $b=2$

$3+3=1+5$ $c=3$ siendo 6 un $\mathbf{Z}$.

$6=6$

Del punto 2 para demostrar que la operación definida en H es asociativa alguno lo hizo de esta forma: Es asociativa ya que para todo a, b, c que pertenece a H se cumple que:

$(a*b)*c = a*(b*c)$.

Del punto 3 para demostrar que la operación definida en G es asociativa hacen lo siguiente:

Si, por que al observar la tabla, la ultima columna y la ultima fila tienen los mismo elementos y para todo a, b, c que pertenecen a G $a*(b*c) = a*(b*c)$ y lo mas curioso que notamos fue la siguiente demostración.

Del punto 4 para demostrar la asociatividad de $(\mathbf{Z})$ Hace lo siguiente:

Asociatividad: sea a, b, c que pertenece a los $\mathbf{Z}$. $(a, b)+c=a+(b+c)$

$$ab+c = a+bc$$

$$abc = abc.$$

Con respecto a la propiedad conmutativa el 63.15% de los estudiantes no comprenden ni interpreta de una manera correcta la noción del concepto e inclusive no generalizan ya que identifican la propiedad solamente en conjuntos finitos identificando si hay simetría con respecto a la diagonal principal, además confunden la conmutatividad

de los movimientos rígidos del triángulo equilátero con la propiedad conmutativa de la suma y la multiplicación de los números reales.

En conclusión, el 84.21% de los estudiantes no demuestran una clara noción del concepto de estructura de grupo; pues quedan en una fase no adecuada de manejo conceptual de los axiomas que definen la estructura de grupo. Para demostrar cada propiedad lo que hacen es recitar textualmente el enunciado del axioma sin una debida justificación de acuerdo al conjunto donde se encuentran, tales evidencias pueden observarse a continuación:

Del punto 4 para indicar si los conjuntos dados bajo una operación es grupo hay respuestas como:

- ❖ Si
- ❖ No
- ❖ Si, por que cumple las propiedades asociativa, conmutativa, modulativa, inverso y clausurativa.
- ❖ Si, por que cumple las condiciones necesarias para serlo.

A continuación se presentará el taller N° 1 con su respectiva interpretación

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACION Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS Y FISICAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMATICAS

TALLER Nº 1

Movimientos rígidos (girar, rotar, trasladar) a través de manipulaciones concretas en el tangram algebraico.

OBJETIVOS: Reconocer e identificar las diferentes posiciones de un triángulo equilátero al realizar ciertos movimientos rígidos en el tangram algebraico (ver figura uno en anexos).

PROCEDIMIENTO: Coger el tangram y seguir las siguientes instrucciones.

1. Observe el sistema que se le entrego sin separar ningunos de sus componentes. Dibújelo.
2. Haga una descripción del sistema observado.
3. Retire el triángulo del soporte donde esta ubicado y obsérvelo.
4. Coloque nuevamente el triángulo sobre el soporte.
5. Describa el movimiento mas simple que traslado el triángulo de la posición inicial a la posición actual.
6. Haga una lista de las distintas posiciones en la que se puede colocar el triángulo sobre el soporte. seguida mente haremos un

paréntesis para debatir el contenido y la insinuación de este punto.

7. Describa el movimiento mas simple que transforma la posición inicial del triangulo en cada una de las posiciones de la lista

GRACIAS

.....

A continuación se hace la interpretación de los resultados del taller número uno.

INTERPRETACION DE LOS RESULTADO DEL TALLER N 1.

Movimientos rígidos de un triángulo equilátero en el tangram algebraico

En primera instancia se les dio una bienvenida a los estudiantes a hacer parte de este trabajo y se les agradeció por la asistencia, después se les hizo entrega del material con que se iba a trabajar (Tangram algebraico, fotocopia del taller y una hoja en blanco).

En esta primera sección se les pidió que leyeran detenidamente cada una de las instrucciones planteadas en el taller y se hizo necesario hacer algunas aclaraciones para que continuaran con el desarrollo del mismo.

En un principio se les noto muy impresionados con el material de trabajo y gracias a las aclaraciones que se hicieron, decidieron darle solución al taller.

Pero en términos generales se pudo observar que los estudiantes mostraron interés para trabajar las situaciones propuestas.

Respecto a la categoría, formas de argumentación, comunicación e intercambio de ideas; a cada interrogante planteado. Se observó que:

No hacen una descripción clara y coherente de lo que observan debido a que le falta identificar detalles importantes y no tienen claro algunos

conceptos de la geometría; por tal razón la forma con que argumentan algunas respuestas no es la más adecuada.

Destacamos algunas respuestas que dan prueba a las limitaciones mencionadas anteriormente:

Por ejemplo la situación. Haga una descripción del sistema observado; destacamos algunas respuestas como las siguientes:

“Yo pude observar que son figuras geométricas, como muestra la figura un cuadrado con un triángulo en el centro en la cual en la altura tiene un punto eje donde se trazan dos diagonales una en cada extremo de su base”.

“El sistema es un cuadrado que dentro del cuadrado se halla un triángulo rectángulo que esta dividido en 6 partes iguales y que cada parte forman un ángulo.”

“Es un triángulo equilátero que se encuentra en un soporte cuadrado. Al triángulo le han trazado rectas que parten de un punto al punto medio del lado opuesto de dicho punto llamado centro”.

Y la respuesta que mas nos llamo la atención fue:

“es un triángulo que tiene dos ángulos iguales y uno diferente desde cada ángulo hay trazadas unas alturas hasta el otro extremo lo cual divide al triángulo en 6 triángulos rectángulos mas pequeños.”

Por otra parte, en cuanto a las situaciones 5, 6,7 del taller 1(ver taller) se pudo notar que no tienen bien claros los procesos o las acciones realizadas; tales limitaciones se muestran a continuación:

“El movimiento mas simple fue dar un pequeño movimiento a el cual el triangulo cambio la posición la cual el 1 estaba arriba y al momento del movimiento el tres ocupo la posición del uno”.

“cuando retire el triangulo lo mire por ambos lados me di cuenta que es la misma figura como la coloque en la base si la giro o la volteo dará lo mismo

Por que sus partes son simétricas.”

“como lo coloque sus medidas y la figura no van a cambiar.”

“solo rota en su propio eje o lo volteo a la otra cara.”

“el triangulo si cambia de posición por que al girar el triangulo sus extremos cambian si esta en el extremo uno al girarlo cae en el extremo dos y por eso se nota la diferencia de los extremos al girarlo.”

Se puede observar que el proceso realizado es aceptable, pero es claro que no hay coherencia para expresar de forma escrita las acciones realizadas.

En cuanto a la categoría de estrategias y procesos implementados por los estudiantes para afrontar cada situación planteada en el taller; se pudo notar que se apoyaron en conceptos de la geometría, que en ocasiones no tenían bien claros.

Terminado el taller por parte de los estudiantes; se procedió a realizar una plenaria para determinar las dificultades que tuvieron en el desarrollo del mismo. Se observó que un estudiante decía de una de una forma oral los diferentes cambios que sufre el triangulo al hacerle una serie de movimientos, mas no de manera escrita.

En general, terminada la plenaria; los estudiantes llegaron a las siguientes conclusiones:

Que en el triángulo equilátero hay seis posiciones diferentes; al moverlo de diferentes maneras.

Las tres primeras posiciones se encuentran girando el triángulo en contra de las manecillas del reloj y las otras tres se encuentran dejando el triángulo en la posición inicial y se le daba vuelta para luego girarlo nuevamente en contra de las manecillas del reloj.

En cuanto al grado de comprensión acerca del tema que contiene el taller; terminada la plenaria, se puede decir que se logró que los estudiantes pudieran tener un acercamiento de las diferentes posiciones que se dan en un triángulo equilátero después de realizar ciertos movimientos.

En general se logró el objetivo propuesto para este taller; hecho que consideramos importante para la elaboración de los próximos talleres a ejecutar.

Pero vimos la necesidad de hacer una socialización con los estudiantes acerca de algunos conceptos que no tenían bien claros; tales conceptos se mencionan a continuación.

ACTIVIDAD No. 2

MOVIMIENTOS RIGIDOS DE POLIGONOS REGULARES

OBJETIVO: Identificar algunos conceptos de la geometría en los movimientos rígidos del triángulo equilátero.

TRANSFORMACIONES EN EL ESPACIO

Continuamente estamos observando, moviendo, imaginando y representando los objetos que nos rodean. Algunas veces los trasladamos o los rotamos y nos movemos junto con ellos, otras veces los representamos cambiándoles la forma y el tamaño. Este continuo movimiento que hacemos de los objetos y el estudio de las propiedades que no cambian después de moverlos; constituyen la base de la geometría de las transformaciones o de las invarianzas.

Las transformaciones son las funciones que cambian la posición de una figura en otra, haciendo corresponder cada punto de la figura inicial con uno y solo uno de la figura resultante. Algunos ejemplos de transformación son: Traslación (un carro que se desplaza), rotación (el movimiento del aspa de un molino o el de las manecillas del reloj), reflexión (árboles que se reflejan en el agua).

Pero en realidad nuestro objeto de estudio son los polígonos o sólidos regulares. A continuación daremos una descripción de las transformaciones que ocurren en un polígono regular al cambiarlo de posición.

MOVIMIENTOS RIGIDOS DE UN POLIGONO REGULAR

Consideremos un polígono regular de n lados, cuyos vértices designamos $A_1...A_n$. Nos interesa aquellos movimientos del plano que llevan al polígono a coincidir consigo mismo; estos aplican cada vértice con otro vértice, cada lado pasa a ocupar el lugar del otro y el centro del polígono queda fijo, después dejamos fijos cada uno de los ejes del polígonos y giramos para obtener una nueva posición. Cada uno de los anteriores movimientos tiene un respectivo nombre que daremos a continuación:

ROTACION DE UN POLIGONO REGULAR: Una rotación de un polígono regular es un giro en el plano alrededor del punto de intersección de todos los ejes de simetría. (Esta rotación se puede hacer a favor o en contra de las manecillas del reloj).

TRASLACION DE UN POLIGONO REGULAR: Una traslación de un polígono regular es un deslizamiento que consiste en empujar desde una posición hasta la otra sin dejarlo rotar al mismo tiempo.

REFLEXION DE UN POLIGONO REGULAR: La reflexión de un polígono regular es un giro en el espacio alrededor de uno de sus ejes de simetría.

La interpretación hecha a la socialización de los conceptos anteriores la daremos a continuación.

Después de realizado el primer taller, vimos la necesidad de implementar una actividad de familiarización sobre algunos conceptos de geometría, ya que el análisis hecho a la actividad N° 1 del taller 1

notamos que los estudiantes no tenían claros algunos conceptos en la cual fundamentaban los movimientos rígidos del triángulo equilátero.

Una vez entregado el material de apoyo se les pidió que retomaran lo hecho en la actividad N° 1 e iniciaran sus respectivas aclaraciones sobre las respuestas dadas en el taller anterior.

En un principio hubo la necesidad de aclarar algunas dudas que tenían los estudiantes sobre estos conceptos, pero una vez se relacionaron con los movimientos que hacían en el TANGRAM ALGEBRAICO. Notamos que se logró que los estudiantes pudieran tener acercamientos correctos con los movimientos rígidos del triángulo equilátero.

Al final se dieron cuenta que en el triángulo equilátero una vez lo movieran de la posición inicial a la posición final muchas veces y en distintas posiciones ejecutaban acciones tales como: Traslaciones, rotaciones, reflexiones y todas las posibles combinaciones entre estas. Así pudimos notar que fue aceptable la comprensión de estos conceptos, la mayoría de los estudiantes tuvieron un buen acercamiento de los conceptos de geometría y los movimientos rígidos del triángulo. Esto debido a la forma de cómo ellos observaban, manipulaban y sacaban sus propias conclusiones una vez hecho estos movimientos en el tangram algebraico.

Ahora se dará a conocer el taller N° 2 y luego su respectiva interpretación.

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS
LICENCIATURA EN MATEMATICAS

DESARROLLO DE HABILIDADES DE PENSAMIENTO A TRAVÉS DE
LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE ESTRUCTURA DE
GRUPO

TALLER Nº 2
COMPOSICION DE MOVIMIENTOS RÍGIDOS DEL
TRIANGULO EQUILATERO COMO OPERACIÓN

TEMA: Construcción del concepto de estructura de grupo a través de los movimientos rígidos del triangulo equilátero.

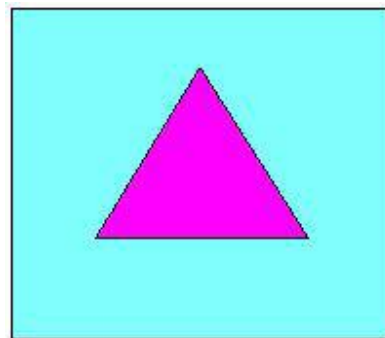
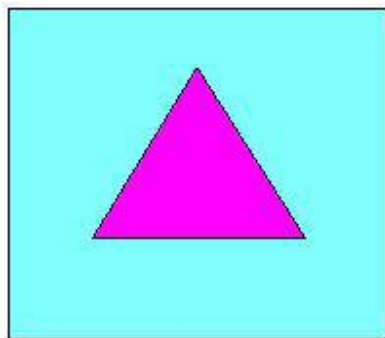
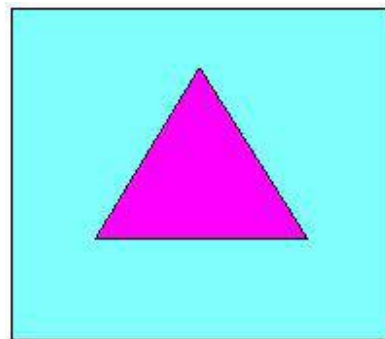
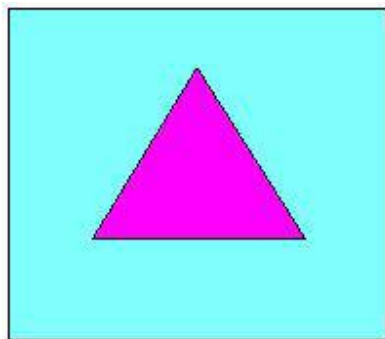
OBJETIVO GENERAL: Identificar la estructura de grupo en los movimientos rígidos del triangulo equilátero mediante la manipulación del tagram algebraico desarrollando habilidades de pensamiento en el estudiante.

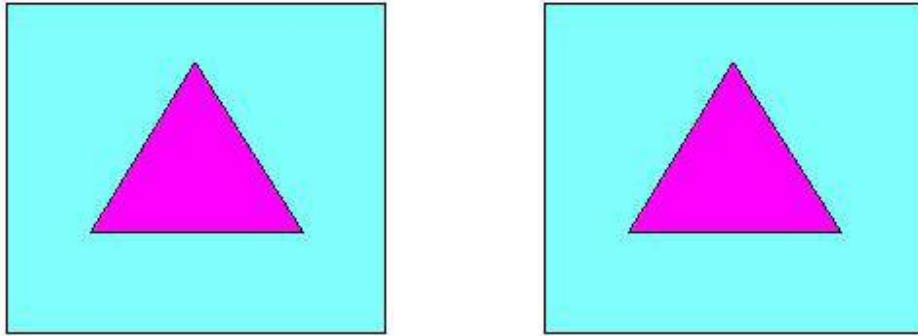
OBJETIVOS ESPECIFICOS:

- Realizar la composición de movimientos rígidos del triangulo equilátero mediante el uso del tamgram algebraico.

- Establecer la composición de movimientos rígidos del triángulo equilátero como una operación, mediante la manipulación del tangram algebraico.
- Observar los axiomas que definen la estructura de grupo en la composición de movimientos rígidos del triángulo equilátero.

PRESENTACIÓN: En actividad anterior, encontramos que las posibles posiciones en las que puede colocarse el triángulo equilátero en el tangram algebraico son las siguientes:





Cada una de las seis posiciones anteriores se consigue partiendo de la posición inicial, realizando los movimientos rígidos o transformaciones que siguen:

ρ_0 : No cambiar de posición.

ρ_1 : Girar 120° en el sentido contrario al que lo hacen las manecillas del reloj.

ρ_2 : Girar 240° en el sentido contrario en el que lo hacen las manecillas del reloj.

μ_1 : Rotar 180° en torno al eje E1.

μ_2 : Rotar 180° en torno al eje E2.

μ_3 : Rotar 180° en torno al eje E3.

Al conjunto formado por los seis elementos, antes descritos, se representa usualmente por S_3 y se denomina el conjunto de los movimientos rígidos del triángulo. Es decir,

$$S_3 = \{ \rho_0, \rho_1, \rho_2, \mu_1, \mu_2, \mu_3 \}$$

Habitualmente ρ_0, ρ_1, ρ_2 , se les llama rotaciones y a μ_1, μ_2 y μ_3 , reflexiones. A la aplicación de la combinación de dos de estos

movimientos al triángulo, se denomina una composición. Cualesquiera sean los elementos α y β de S_3 , escribimos $\alpha\beta$.

Para representar el movimiento que resulta de aplicar primero el movimiento Alfa y a continuación, el movimiento Beta.

ACTIVIDAD PARA EL ESTUDIANTE

1. Tome el triángulo equilátero en la posición inicial. Aplique uno de los seis movimientos rígidos y desde la posición en que queda, aplique otro. ¿Equivale esto a aplicar uno de los seis movimientos rígidos? ¿Cual? Repita este proceso con diferentes escogencias de movimientos rígidos.
2. Teniendo en cuenta que en cada casilla de la Tabla 1, se debe colocar el resultado de aplicar primeramente el elemento que esta en la primera entrada de la fila donde esta la casilla con el elemento de la primera entrada de la columna donde esta la casilla. Así la casilla marcada con el signo “?”, le corresponde $\rho_2\rho_1$.
3. Discutir la veracidad o falsedad de cada una de las siguientes proposiciones:

a) Cualesquiera sean α y β en S_3 , $\alpha\beta$ es nuevamente un elemento de S_3 .

b) Hay un único elemento e en S_3 tal que

$$e\alpha = \alpha e = \alpha$$

Cualesquiera sea el elemento α de S_3 .

- c) Para cualquier elemento α de S_3 , se consigue un elemento β en S_3 tal que $\beta \circ \alpha = \alpha \circ \beta = e$.
- e) Cualesquiera sean α y β en S_3 . $\alpha \circ \beta = \beta \circ \alpha$.

INTERPRETACION DE LOS RESULTADOS DEL TALLER N° 2

Luego de haber realizado las actividades 1 y 2 del taller N° 1 el grupo investigador presta a desarrollar el segundo taller, con la cual se busca familiarizar las ideas y nociones adquiridas en las dos primeras secciones, en la primera se hizo entrega a los estudiantes las fotocopias del taller N° 2 el tangram algebraico y una hoja en blanco para que respondieran las actividades propuestas, en la cual se daban una serie de instrucciones y recomendaciones para el desarrollo del mismo y en la segunda sección se paso a discutir, intercambiar ideas y plantear ideas que conllevaran a alcanzar el objetivo general del taller N° 2 (ver objetivos en el taller N° 2)

Una vez leyeran los objetivos del taller y escucharan las instrucciones a seguir observamos más motivados a los estudiantes que en las actividades anteriores e intrigados de cómo era posible que pudiéramos llegar a mirar el concepto de estructura de grupo en los movimientos rígidos del triangulo equilátero. Se mostró más independencia para realizar las actividades propuestas ya que cada estudiante procede a dar respuestas de una manera segura, debido a la naturaleza observable y manipulable del tangram algebraico.

Con respecto a la forma de argumentación, comunicación e intercambio de ideas a cada interrogante planteado, notamos que los estudiantes familiarizaron cada movimiento rígido con su nombre

respectivos y al mismo tiempo se dieron cuenta que los movimientos rígidos en el triángulo equilátero era una operación donde se cumplen ciertas propiedades.

En cuanto a las estrategias y procesos implementados por los estudiantes para dar respuestas a las actividades propuestas. Implementaron y argumentaron basándose en la manipulación del tangram algebraico donde notaron que era de fácil uso para encontrar la respuestas a cada interrogante excepto la visualización donde se cumplía la propiedad asociativa, una vez hecho el uso del tangram algebraico procedieron a llenar la tabla de Caley propuesta en el punto dos donde a un solo estudiante se le dificultó llenarla totalmente ; pero una vez aclarado la forma de operar este estudiante se sintió motivado porque se dio cuenta de que en realidad podía observar lo que estaba pasando en cada movimiento en los incisos del punto 3 para discutir la veracidad o falsedad de cada proposición los estudiantes se apoyaron en la tabla que llenaron en el punto dos y además observaron cada composición de los movimientos rígidos del tangram algebraico algunas respuestas son:

- Del inciso a) del punto 3 si es un elemento de S_3 ya que al hacer varios combinaciones siempre es un elemento del conjunto.
- Para cualquier movimiento que se haga en el triángulo equilátero siempre es un elemento de S_3 .
- Todo movimiento que se haga en el triángulo equilátero es nuevamente un elemento de S_3 .
- Es verdad, se cumple que un movimiento con otro me va a dar otro movimiento de este conjunto

- Al operar de diferentes formas con el triángulo nos damos cuenta que es un elemento del mismo conjunto.

Del inciso b) del punto 3 hay respuestas como:

- ❖ Si hay un elemento e en el conjunto y es ρ_0
- ❖ Para cualquier movimiento existe un movimiento ρ_0 que lo deja igual
- ❖ Si es verdad porque ρ_0 combinado con $\rho_1 = \rho_1$ o ρ_1 combinado con $\rho_0 = \rho_1$
- ❖ existe ρ_0 en el conjunto que al aplicarle cualquier movimiento siempre da el mismo resultado
- ❖ Si porque si miramos en el cuadro (2) que al convertirlo con el otro ρ_0 da como resultado el otro.

Del inciso c) del punto 3 a continuación algunas respuestas

- ❖ Si existe un movimiento que lleva nuevamente a la misma posición inicial ejemplo $\mu_1 \circ \mu_1 = \rho_0$ o si hay un elemento en S_3 tal que al operarlo con otro me da como resultado ρ_0 es decir $\rho_1 \circ \rho_2 = \rho_0$
- ❖ En $\mu_1, \mu_2, y \mu_3$ el elemento es el mismo para que de la posición del comienzo
- ❖ Si es verdad por que para cualquier movimiento que hagamos siempre existe otro que la lleva a la misma posición donde comenzamos
- ❖ Si por que $\rho_0 \circ \rho_0 = \rho_0$
 $\rho_1 \circ \rho_2 = \rho_0$

$$\rho_2 \circ \rho_1 = \rho_0$$

$$\mu_1 \circ \mu_1 = \rho_0$$

$$\mu_2 \circ \mu_2 = \rho_0$$

$$\mu_3 \circ \mu_3 = \rho_0$$

Del inciso d) del punto 3 se dieron respuestas como:

Si es asociativa ya que: $\rho_0 \circ (\rho_1 \circ \rho_2) = (\rho_0 \circ \rho_1) \circ \rho_2$

$$\rho_0 \circ \rho_0 = \rho_1 \circ \rho_2$$

$$\rho_0 = \rho_0$$

$$(\mu_2 \circ \mu_1) \circ \rho_0 = \mu_2 \circ (\mu_1 \circ \rho_0)$$

$$\rho_2 \circ \rho_0 = \mu_2 \circ \rho_0$$

$$\rho_2 = \rho_0$$

Y así sucesivamente hasta llegar a completar todas las opciones

- Si se cumple por que si agrupamos de diferentes formas cada movimiento siempre vamos a tener el mismo movimiento al final
- Si se da la propiedad asociativa por que si hacemos en primer lugar

$a = \mu_1$, $b = \mu_2$ y $r = \rho_0$ tenemos que $(\mu_1 \circ \mu_2) \circ \rho_0 = \rho_1 \circ \rho_0 = \rho_1 \circ \mu_1$

$\circ (\mu_2 \circ \mu_1) = \mu_1 \circ \mu_2 = \rho_1$, da lo mismo así hacemos con las probabilidades que se puedan dar.

6.2. ANALISIS DE LOS RESULTADOS

Si analizamos las respuestas dadas por los estudiantes podemos ver que, en un principio tuvieron muchas dificultades que al final se trataron

de mejorar. Se pudo notar que en un 90% de los estudiantes no encontraron las 6 posiciones en la cual se puede colocar el triángulo equilátero en el tangram algebraico e inclusive hubo un estudiante que afirmó “que el triángulo isóscele se puede colocar de una sola forma en el tangram algebraico, haciéndolo de la siguiente manera, sacarlo y meterlo nuevamente”. Nótese que ni siquiera se dio cuenta que era un triángulo equilátero y que el único movimiento que hizo fué el de traslación.

Por otro lado observamos que no tenían bien claros algunos conceptos a la hora de relacionarlos con los movimientos rígidos que hacían en el tangram algebraico, como eran rotar, trasladar, reflejar y todas las posibles combinaciones entre estos.

Dadas las anteriores circunstancias nos damos cuenta que la mayoría de los estudiantes no tenían conciencia de las características especiales del triángulo y de las transformaciones que se daban una vez hicieran ciertos movimientos en el tangram algebraico. Esto trajo como consecuencia que no identificaran las diferencias y semejanzas entre una posición y otra, cuando se hacían los movimientos rígidos del triángulo equilátero en el tangram algebraico; por eso hubo la necesidad que los estudiantes sustentaran ante sus compañeros (y ante el profesor) las conclusiones a las que habían llegado cada uno individualmente de las actividades programadas y contrastarlas con la de sus otros compañeros; todo esto llevo a que los estudiantes al final mostraran más seguridad al momento de argumentar y verificar las seis posiciones en la que se puede colocar el triángulo equilátero en el tangram algebraico, una vez se mueva de la posición inicial a la posición final respectiva realizando los movimientos rígidos.

Las actividades programadas y ejecutadas hasta el momento contribuyeron a formar en los estudiantes seguridad en sus decisiones para defender su posición al respecto, de aquí que ellos mismos corregían sus errores para finalmente llegar a un consenso con el oportuno reforzamiento del docente por eso se puede decir que hubo un aprendizaje cooperativo.

En cuanto al grado de comprensión por parte de los estudiantes, se puede establecer que observaron en los movimientos rígidos del triángulo equilátero (como operación) en tangram algebraico, una nueva forma de mirar otras operaciones y propiedades diferente a la de los números reales. De lo anterior nos damos cuenta que los estudiantes utilizaron y observaron una forma práctica para encontrar los elementos del conjunto de los movimientos rígidos de triángulo equilátero y así verificar el cumplimiento de ciertas propiedades (cerradura, elemento neutro, elemento inverso, asociatividad y conmutatividad), que al final los llevo a formar el concepto de estructura de grupo.

NOTA

Por razones de disponibilidad de tiempo de los estudiantes y el docente de la asignatura, no nos fué posible realizar el taller de Autoaprendizaje y el de Profundización. Sin embargo, estos talleres los dejamos preparados para su ejecución.

6.3. EVALUACION DE LOS RESULTADOS

A través de los talleres ejecutados se pudieron evidenciar los siguientes logros:

- ✓ Los estudiantes tuvieron la oportunidad de percibir en el tangram algebraico de una manera práctica lo que es una traslación, una rotación, una reflexión y todas las posibles transformaciones entre estas, aunque en un principio tuvieron mucha confusión pero una vez hecha la socialización de cada movimiento para encontrar las posibles posiciones en las que se puede colocar el triangulo equilátero en el tangram algebraico, se dieron cuenta que solamente hay seis (6) formas diferentes y que todas esas formas son el conjunto de las simetrías del triangulo equilátero o el conjunto S_3 .
- ✓ Los estudiantes tienen experiencias conducentes a un aprendizaje meta cognitivo, debido a que en un principio se dedicaron a recopilar la información es decir comienzan a buscar en el tangram algebraico todas las posibles posiciones en las que se puede colocar el triangulo equilátero; esto los llevó a tener conciencia de las fortalezas y debilidades en encontrar estos elementos y una vez hallados procedieron a buscar y verificar el cumplimiento de las propiedades en los movimientos rígidos las cuales forman el concepto de estructura de grupo, es aquí donde tuvieron la oportunidad de ensayar diferentes opciones hacia la obtención de resultado deseado.
- ✓ El desarrollo de las actividades relacionadas con el campo del algebra, permitió que los estudiantes identificaran de una manera observable y manipulable los movimientos rígidos del triangulo equilátero en el tangram algebraico y a partir de aquí buscar la manera de ir formando la noción del concepto de estructura de grupo desde una perspectiva diferente, estableciendo nexos con lo abstracto.

7. CONCLUSIONES

La experiencia en el proceso de ejecución del trabajo de campo, “ Desarrollo de habilidades de pensamiento a través de la construcción del concepto de estructura grupo ”, nos permiten llegar a las siguientes conclusiones, las cuales se harán apoyándose en las categorías que hicimos en cada guía metodologica sugeridas en cada taller propuesto

- La implementación de esta forma de iniciar el estudio del concepto de estructura de grupo, nos permitió un logro considerable a la hora de motivar a los estudiantes, dándole la oportunidad de crear estrategias y procesos para posibilitar el desarrollo de habilidades de pensamiento.
- El sentido alcanzado sobre la comprensión del concepto de estructura de grupo, mediante la manipulación del tangram algebraico para encontrar y observar los movimientos rígidos del triangulo equilátero se puede decir que fue aceptable; pues hubo estudiantes que tuvieron dificultades de pasar de una forma correcta de lo concreto a lo abstracto y viceversa.
- Se logró mediante los movimientos rígidos en el tangram algebraico un acercamiento real de que en verdad existen otras operaciones diferentes a las que se dan en el conjunto de los números reales y además se cumplen ciertas propiedades (cerradura, elemento neutro, elemento inverso y asociativo). Tales evidencias se muestran a continuación: hágase cualquiera transformación de un movimiento rígido siempre será un elemento que está en las seis posiciones que se puede colocar

el triángulo equilátero en el tangram algebraico, al realizar un movimiento rígido desde cualquiera posición este lo lleva nuevamente a la misma posición este elemento se le conoce como el inverso de ese movimiento, también observaron que al no mover el triángulo equilátero en cualquiera posición que se encontrara en tangram algebraico esta transformación lo dejaba de igual forma; a este elemento se le conoce como elemento neutro, en lo que hubo mayor dificultad fue en verificar el cumplimiento de la propiedad asociativa en los movimientos rígidos del triángulo en el tangram algebraico ya que no se dieron cuenta de que existen 216 formas para verificar que se cumple la propiedad asociativa.

De lo anterior nos damos cuenta que la mayoría de los estudiantes tuvieron dificultades de transferir conocimientos de una posición a otra, demostrado en sus intervenciones para cada uno de los planteamientos realizados; que al final gracias a las aclaraciones hechas tomaron conciencia de los errores cometidos.

8. RECOMENDACIONES

- Para la realización y ejecución de una propuesta didáctica, se debe crear un ambiente, de tal manera de que el estudiante se encuentre motivado con las actividades programadas.
- Para comprender los conceptos, hay que tener dominio de los preconceptos, para evitar confusiones al momento de utilizarlos, ya sea en forma teórica, práctica o ambas.

9. BIBLIOGRAFIA

1. Lineamientos curriculares de matemáticas, Santa Fe de Bogotá D. C. Cooperativa editorial, 1988.
2. I. N. Herstein, Algebra Moderna, segunda edición, México, Trillas 1976.
3. Waldegg, Guillermina, Principios Constructivista para la educación Matemática.
4. Bravo, salinas Néstor H. Pedagogía Problémica, segunda edición, Cali Faid editores, 2002.
5. Gonzáles, Freddy. Acerca de la Metacognición, Universidad Pedagógica Experimental Libertador.
6. Costa, Artur, L. Desarrollo de habilidades de pensamientos. Mediación del Metaconocimiento.
7. Boyer, Carl. Historias de las Matemáticas.
8. Caicedo, Francisco. Introducción a la teoría de grupo.
9. Balderas. Matemáticas para el diseño, Introducción a la teoría de la simetría, Monroy, Limusa. México D. f. Noriega editores 1995.

10. Castro Encarnación, Rico Luís, Castro Enrique. Números y Operaciones, editorial síntesis.

11. Revista Magisterio. Educación y Pedagogía, El debate sobre las competencias, Reportaje la expedición Pedagógica Nacional, Colombia 2004.

12. O, Brien Horacio Herman, Estructuras algebraicas III, Grupos Finitos, Derechos Reservados 1973.

ANEXOS

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACION Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS Y FISICA
LICENCIATURA EN MATEMATICAS

GUIA METODOLOGICA No 1
MOVIMIENTOS RIGIDOS EN UN TRIANGULO EQUILATERO

OBJETIVO: Reconocer e identificar las diferentes posiciones de un triángulo equilátero al realizar ciertos movimientos rígidos en el tangram algebraico.

DESCRIPCION SINTETICA

El taller busca que mediante la manipulación del tangram algebraico, el estudiante realice movimientos rígidos del triángulo equilátero para encontrar las diferentes posiciones; de esta manera se lleva al estudiante a desarrollar procesos de pensamientos. Por otro lado se comienza a dar noción acerca de los elementos del conjunto donde vamos a trabajar; con el ánimo que interiorice y llegue a dar sus propias conclusiones.

METODOLOGIA

En el taller aparece un procedimiento a seguir, que consta de percibir, observar, manipular y realizar movimientos rígidos en el tangram algebraico para dar respuesta a los interrogantes planteados.

Aquí no se especifican los movimientos que deben hacer los estudiantes; será él quien ponga en juego su propia creatividad.

EVALUACIÓN

A partir de las respuestas dadas y comportamientos mostrados por parte de los estudiantes al momento de responder el taller, se espera evaluar aspectos como:

- *Estrategias y procesos que use el estudiante para afrontar las diferentes situaciones que el taller arroja.*
- *La forma de argumentar el estudiante al responder cada interrogante planteado.*
- *Mirar y sacar conclusiones del intercambio de ideas que resuite una vez respondido el taller.*

RECURSOS

Para la realización del taller, cada estudiante debe tener a la mano:

- *Enunciado del Taller No. 1*
- *Tangram algebraico*
- *Lápiz*
- *Borrador*
- *Una carpeta para guardar la información.*

BIBLIOGRAFIA

- ❖ *Priesley M. Técnicas y Estrategias del Pensamiento Crítico, México, trillas, 1996.*

- ❖ *Costa. Artur L. Desarrollo de Habilidades de Pensamientos, mediación del conocimiento.*
- ❖ *Caicedo Francisco. Introducción a la Teoría de Grupo*

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACION Y CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

GUÍA METODOLOGICA N°2
LA COMPOSICION DE MOVIMIENTOS RIGIDOS DEL TRIANGULO
EQUILÁTERO COMO OPERACIÓN

OBJETIVO: *Identificar la estructura de grupo en los movimientos rígidos del triángulo equilátero mediante la manipulación del tangram algebraico desarrollando habilidades de pensamiento en el estudiante.*

DESCRIPCIÓN SINTÉTICA

En las actividades anteriores encontramos las diferentes transformaciones que sufre el triángulo una vez hechos ciertos movimientos.

Como es usual en matemáticas, se requiere una notación adecuada para estudiar cualquier problema. En este caso es conveniente explicar como se forman las diferentes posiciones, una vez cambiamos el triángulo de la posición inicial a la posición final respectiva.

Por tanto designaremos cada uno de estos movimientos con unas letras griegas dependiendo del movimiento que se hace (ver taller en anexo)

Por otro lado les daremos a esta serie de movimientos el nombre de $S_3 = (\rho_0, \rho_1, \rho_2, \mu_1, \mu_2, \mu_3)$ y definamos una operación para después calcular la totalidad de los elementos y escribirlos en una tabla. Con la operación definida se distinguen dos elementos:

El elemento neutro de la operación y el inverso de cada elemento Dada una operación en un conjunto, un elemento e se llama elemento neutro para la operación si cumple $e \circ a = a \circ e$ para todo a en S_3

El inverso de un elemento a con respecto a una operación dada es otro elemento del conjunto denotado b que cumple: $a \circ b = b \circ a = e$

Por otra parte se dice que una operación es asociativa si cumple: $(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$, para todo a, b, c en el conjunto S_3 .

METODOLOGÍA

Se toma el trabajo iniciado en la actividad N° 1 y N° 2 del taller N° 1 como punto de partida, donde cada estudiante hará una descripción de los movimientos rígidos del triángulo haciéndolo de forma escrita en las hojas entregadas por parte de los investigadores para así tener un punto de apoyo para sacar las respectivas conclusiones de las actividades propuestas.

EVALUACIÓN

Después de haber realizado la actividad N° 2 del taller N° 2 se espera dar cuenta de aspectos como:

- Las estrategias y procesos que use el estudiante para afrontar las diferentes situaciones que el taller arroja.*
- La forma de argumentar el estudiante al responder a cada interrogante planteado.*
- Mirar el intercambio de ideas que resulta una vez respondido el taller*

- *Por último las relaciones que establezcan los estudiantes con lo leído y lo que en realidad está ocurriendo con los movimientos rígidos del triángulo*

RECURSOS

- *Actividad N° 1 del taller N° 2*
- *El triángulo algebraico*
- *Hojas de papel, lápiz, borrador y carpeta.*

BIBLIOGRAFÍA

- *Estructuras algebraicas III. Grupos Finitos. Horacio Herman o Brien.*

Derechos reservados, 1973.

- *Nuevo Pensamiento Matemático 9º. Maria Eugenia Torres- Gustavo Cortina Editorial libros y libros S.A.-2004.*
- *Matemáticas para el diseño. Introducción a la Teoría de la Simetría Monrrcy. Editorial*

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS
LICENCIATURA EN MATEMATICAS
*DESARROLLO DE HABILIDADES DE PENSAMIENTO A TRAVÉS DE
LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE ESTRUCTURA DE
GRUPO*

TALLER Nº 3
COMPOSICION DE MOVIMIENTOS RÍGIDOS
DEL CUADRADO COMO OPERACIÓN.
(Autoaprendizaje)

TEMA: *Construcción del concepto de estructura de grupo a través de los movimientos rígidos del cuadrado.*

OBJETIVO GENERAL: *Identificar la estructura de grupo en los movimientos rígidos del cuadrado, mediante la manipulación del tangram algebraico¹ (ver figura dos en anexos); desarrollando habilidades de pensamiento en el estudiante.*

OBJETIVOS ESPECIFICOS:

- *Realizar la composición de movimientos rígidos del cuadrado mediante el uso del tangram algebraico 1.*
- *Establecer la composición de movimientos rígidos del cuadrado como una operación, mediante la manipulación del tangram algebraico 1.*

- Observar los axiomas que definen la estructura de grupo en la composición de movimientos rígidos del cuadrado.

PRESENTACIÓN: En esta actividad se pretende encontrar las posibles posiciones en las que puede colocarse el cuadrado en el tangram algebraico¹. Cada una de estas posiciones se encuentra respectivamente, a partir de la posición inicial, realizando los movimientos rígidos o transformaciones que siguen:

ρ_0 : No cambiar de posición.

ρ_1 : Girar 90° en el sentido contrario en el que lo hacen las manecillas del reloj.

ρ_2 : Girar 180° en el sentido contrario en el que lo hacen las manecillas del reloj.

ρ_3 : Girar 270° en el sentido contrario en el que lo hacen las manecillas del reloj.

μ_1 : Rotar 180° en torno al eje E1.

μ_2 : Rotar 180° en torno al eje E2.

μ_3 : Rotar 180° en torno al eje E3.

μ_4 : Rotar 180° en torno al eje E4.

Al conjunto formado por los 8 elementos, antes descritos, se denomina el conjunto de los movimientos rígidos del cuadrado. Es decir, $S_4 = (\rho_0, \rho_1, \rho_2, \rho_3, \mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4)$.

Habitualmente a $\rho_0, \rho_1, \rho_2, \rho_3$ se les llama rotaciones y a $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ reflexiones. A la aplicación de la combinación de dos de estos movimientos al cuadrado, se denomina una composición. Cualesquiera sean los elementos α y β de las simetrías del cuadrado escribimos $\alpha\beta$, para representar el movimiento que resulta de aplicar primero el movimiento α y a continuación el movimiento β .

ACTIVIDAD PARA EL ESTUDIANTE

1. Haga un gráfico de cada una de las posiciones en que se puede colocar el cuadrado en el tangram algebraico 1, una vez se mueva de la posición inicial hasta la posición final respectiva.
2. Tome el cuadrado en la posición inicial. Aplique uno de los 8 movimientos rígidos y desde la posición en que queda, aplique otro de los 8 movimientos. ¿Equivale esto a aplicar uno de los 8 movimientos rígidos del cuadrado? ¿Cual? Repita este proceso con diferentes secuencias de movimientos rígidos.
3. Teniendo en cuenta las diferentes posiciones que se obtienen, una vez se realicen las posibles combinaciones o transformaciones de los movimientos rígidos del cuadrado, hacer una tabla de operaciones y llenarla, se debe colocar el resultado de aplicar primeramente el elemento que está en la primera entrada de la fila donde está la casilla con el elemento de la primera entrada de la columna donde está la casilla. Así la casilla 1, le corresponde $\rho \circ \rho = \rho$.

4. Discutir la veracidad o falsedad de cada una de las siguientes proposiciones:

- a) Cuaiesquiera sean α, β de S_4 , $\alpha \circ \beta$ es nuevamente un elemento de S_4 .
- b) Hay un único elemento e en S_4 tal que $e \circ \alpha = \alpha \circ e = \alpha$.
Cuaiesquiera sea el elemento α de S_4 .
- c) Para cualquier elemento α de S_4 , se consigue un elemento β en S_4 tal que $\alpha \circ \beta = \beta \circ \alpha = e$.
- a) Cuaiesquiera sean α y β de S_4 entonces $\alpha \circ \beta = \beta \circ \alpha$.

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS
LICENCIATURA EN MATEMATICAS

DESARROLLO DE HABILIDADES DE PENSAMIENTO A TRAVÉS DE LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE ESTRUCTURA DE GRUPO

TALLER Nº 4 (PROFUNDIZACIÓN)
COMPOSICION DE MOVIMIENTOS RÍGIDOS
DEL CUBO COMO OPERACIÓN.

TEMA: *Construcción del concepto de estructura de grupo a través de los movimientos rígidos del cubo.*

OBJETIVO GENERAL: *Identificar la estructura de grupo en los movimientos rígidos del cubo, mediante la manipulación del tangram geométrico (ver figura tres en anexos); desarrollando habilidades de pensamiento en el estudiante.*

OBJETIVOS ESPECIFICOS:

- *Realizar la composición de movimientos rígidos del cubo mediante el uso del tangram geométrico.*

- Establecer la composición de movimientos rígidos del cubo como una operación, mediante la manipulación del tangram geométrico.
- Observar los axiomas que definen la estructura de grupo en la composición de movimientos rígidos del cubo.

PRESENTACIÓN: En esta actividad se pretende encontrar las posibles posiciones en las que puede colocarse el cubo en el tangram geométrico, cada una de estas posiciones se obtienen respectivamente, a partir de la posición inicial, realizando los movimientos rígidos o transformaciones que siguen:

ρ_0 : Dejarlo quieto

μ_1 : Girar 90° con respecto al eje uno.

μ_2 : Girar 180° con respecto al eje uno.

μ_3 : Girar 270° con respecto al eje uno.

ρ_1 : Girar 90° con respecto al eje dos.

ρ_2 : Girar 180° con respecto al eje dos.

ρ_3 : Girar 270° con respecto al eje dos.

ξ_1 : Girar 90° con respecto al eje tres.

ξ_2 : Girar 180° con respecto al eje tres.

ξ_3 : Girar 270° con respecto al eje tres.

κ_1 : Girar 120° con respecto al eje cuatro.

κ_2 : Girar 240° con respecto al eje cuatro.

Φ : Girar 180° con respecto al eje cinco.

ω_1 : Girar 120° con respecto al eje seis.

ω_2 : Girar 240° con respecto al eje seis.

Π : Girar 180° con respecto al eje siete.

σ_1 : Girar 120° con respecto al eje ocho.

B_2 : Girar 240° con respecto al eje ocho.

Q : Girar 180° con respecto al eje nueve.

T₁: Girar 120° con respecto al eje diez.

T₂: Girar 240° con respecto al eje diez.

Y: Girar 180° con respecto al eje once.

V: Girar 180° con respecto al eje doce.

W: Girar 180° con respecto al eje trece.

Al conjunto formado por los 24 elementos, antes descritos, se denomina el conjunto de los movimientos rígidos del cubo. Es decir,

$$\mathbf{S_5} = (\rho_0, \mu_1, \mu_1, \mu_1, \rho_1, \rho_2, \rho_3, \xi_1, \xi_2, \xi_3, \kappa_1, \kappa_2, \varphi, \omega_1, \omega_2, \Pi, \bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, Q, T_1, T_2, Y, V, W.)$$

A la aplicación de la combinación de dos de estos movimientos al cubo, se denomina una composición. Cualesquiera sean los elementos α y β de las simetrías del cubo escribimos $\alpha \circ \beta$, para representar el movimiento que resulta de aplicar primero el movimiento α y a continuación el movimiento β .

ACTIVIDAD PARA EL ESTUDIANTE

- 1. Haga un gráfico de cada una de las posiciones en que se puede colocar el cubo en el tetragram geométrico, una vez se mueva de la posición inicial hasta la posición final respectiva.*
- 2. Tome el cubo en la posición inicial. Aplique uno de los 24 movimientos rígidos y desde la posición en que queda, aplique otro de los 24 movimientos. ¿Equivale esto a aplicar uno de los 24 movimientos rígidos del cubo? ¿Cual? Repita este proceso con diferentes escogencias de movimientos rígidos.*

3. Teniendo en cuenta cada una de las diferentes posiciones que se obtienen al realizar composiciones de los movimientos rígidos del cubo, haga una tabla de operaciones y encuentre los posibles resultados. Se debe colocar el resultado de aplicar primeramente el elemento que está en la primera entrada de la fila donde está la casilla con el elemento de la segunda entrada de la columna donde está la casilla. Así la casilla 1, le corresponde ρ_0 o μ_1 : μ_1 , Y Así sucesivamente hasta llenar la tabla.

4. Discutir la veracidad o falsedad de cada una de las siguientes proposiciones:

a. Cualesquiera sean α, β de S_5 , α o β es nuevamente un elemento de S_5 .

b. Hay un único elemento e en S_5 tal que

$$e \circ \alpha = \alpha \circ e = \alpha,$$

Para cualquier elemento α en S_5 .

c. Para cualquier elemento α de S_5 , se consigue un elemento β en S_5 tal que $\alpha \circ \beta = \beta \circ \alpha = e$.

d. Cualesquiera sean α y β de S_5 entonces $\alpha \circ \beta = \beta \circ \alpha$.