

**DISEÑO DE UNA PROPUESTA PEDAGÓGICA SOBRE RAZÓN Y
PROPORCIÓN A PARTIR DE NOCIONES GEOMÉTRICAS**

GABITH PRETEL BAENA

**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SINCELEJO
2006**

**DISEÑO DE UNA PROPUESTA PEDAGÓGICA SOBRE RAZÓN Y
PROPORCIÓN A PARTIR DE NOCIONES GEOMÉTRICAS**

GABITH PRETEL BAENA

Trabajo final para optar título de Lic en Matemáticas

**Asesor Metodológico
ALONSO ACEVEDO ROCHA
Magíster en Educación**

**Asesor Matemático
FELIX ROZO
Especialista en Educación Matemática**

**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SINCELEJO
2006**

**“ÚNICAMENTE LOS AUTORES SON RESPONSABLES DE LAS IDEAS
EXPUESTAS EN EL PRESENTE TRABAJO”**

DEDICATORIA

A Dios por darme todo lo que soy y lo que tengo.

*A mis padres GLORIA Y MANUEL , quienes me han apoyado y
brindado una educación ejemplar.*

A mis hermanos por ser mis mejores amigos.

A mi esposa SANDRA por hacer parte de mi vida.

A mis abuelas por inmenso amor

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad de Sucre.

A los profesores Alonso Acevedo y Felix Rozo por sus aportes al presente trabajo.

A mis compañeros Jaider Figueroa y José Bertel, por su valiosa colaboración.

A todas las personas que me brindaron el apoyo para alcanzar este logro , en especial a Aracely, Paola y Agueda.

ABSTRACT

This is a proposal of a classroom project related to the context of proportion where diagnostic workshops of reinforcement are tackled in order to describe students, difficulties, advances and contributions regarding the implied cognitive process into the comprehension of concept of proportion (comparison, classification, spaces of measure) and those typical in maths (magnitude, reason, proportion), this is didactic proposal that has as a main goal to make aware the learning of reason and proportion concepts, starting in Euclides geometric notion and the word with measurement situations. In this work students from eight grade from Gimnasio del Rosario high school in Sincelejo city took participation. From these students interesting results were got with regard to the acquisition of certain cognitive categories linked to the comprehension of these concepts and categories such as distinguish different forms in a family of figure with similar characteristics.

Compare long ~ long and wide ~ wide identify resemblance among figures, identify measurement spaces, compare measures of known segments. Identify resemblances through a multiplicative relationship.

Formulate multiplicative relationships given among measurement of segments.

Maintain the unity of invariant measure associate a number with the segment's longitude among others.

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN	
ABSTRACT	Pág.
INTRODUCCIÓN	
CAPITULO I	15
1. PRECEDENTES HISTÓRICOS ACERCA DE LA PROPORCIONALIDAD	15
1.1. MEDICIÓN DEL RADIO DE LA TIERRA	18
1.2. LA DUPLICACIÓN DEL CUBO	21
1.3. EL POLÍGONO ESTRELLADO Y EL NÚMERO DE ORO	22
2. TEORÍA DE RAZÓN Y PROPORCIÓN	27
3. BASES TEÓRICAS	30
3.1. LA INVESTIGACIÓN DE PIAGET SOBRE PROPORCIÓN	30
3.1.1. El desarrollo del conocimiento de proporcionalidad.	32
3.2. PROCESOS QUE SE ANALIZAN EN UNA PROPUESTA DE TIPO GEOMÉTRICO PARA TRABAJAR LOS CONCEPTOS DE RAZÓN Y PROPORCIÓN.	34
3.3. MODELO DE ANÁLISIS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	35

3.3.1. Situaciones didácticas de Brousseau	37
3.4. PLANTEAMIENTO DE ACTIVIDADES Y SITUACIONES DE APRENDIZAJE	39
4. PRUEBAS DIAGNOSTICAS.	44
4.1. PRUEBA DIAGNOSTICA 1	45
4.2. PRUEBA DIAGNOSTICA 2	46
4.3. PRUEBA DIAGNOSTICA 3	47
4.4. RESULTADOS DE LAS PRUEBAS DIAGNOSTICAS:	48
4.4.1. Análisis por situaciones planteadas	48
CAPITULO II	54
5. PROPUESTA: ASPECTOS METODOLÓGICOS	54
5.1. TALLER No. 1	56
5.2. TALLER No. 2	58
5.3. TALLER No. 3	60
5.4. TALLER No. 4	61

5.5.TALLER No. 5	63
5.6.TALLER No. 6	65
5.7.TALLER No. 7	66
5.8.TALLER No. 8	69
5.9.TALLER No. 9	70
5.10. TALLER 10	71
6. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	72
7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.	83
BIBLIOGRAFÍA	85

NOTA DE ACEPTACIÓN

JURADO

JURADO

JURADO

DIRECTOR

SINCELEJO, MAYO ____ DE 2006

RESUMEN

Se presenta a continuación una propuesta de trabajo de aula relacionada con el contexto de la proporción, en la que se abordan talleres diagnósticos, de afianzamiento y profundización y en la que se describen las dificultades, avances y aportes de los estudiantes en cuanto a los procesos cognitivos implícitos en la comprensión del concepto de proporción (comparación, clasificación, espacios de medida) y aquellos propios de las matemáticas (Magnitud, razón, proporción). Es una propuesta didáctica que tiene como objetivo primordial posibilitar el aprendizaje de los conceptos de razón y proporción a partir de nociones geométricas Euclidianas y el trabajo con situaciones de medición. En este entorno de trabajo participaron estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa Gimnasio del Rosario de la ciudad de Sincelejo y con los que se obtuvieron resultados interesantes en cuanto a la adquisición de ciertas categorías cognitivas ligadas a la comprensión de estos conceptos, categorías como: Distingue formas diferentes en una familia de figuras con características parecidas, compara largos ~ largos y anchos~anchos, identifica semejanzas entre figuras, identifica el espacio de medida, compara medidas de segmentos, identifica la semejanza a través de una relación multiplicativa mantiene la unidad de medida invariante, asocia un número a la longitud del segmento, entre otras.

INTRODUCCIÓN

El proceso de aprendizaje de las matemáticas ha sido a través de los tiempos uno de los mayores obstáculos para muchos estudiantes, es así como la orientación de cada uno de los temas a desarrollar en esta área requiere del maestro un mayor empeño en cuanto a la creación de estrategias metodológicas, de tal forma que permitan al estudiante apropiarse de la realidad y el verdadero sentido de las matemáticas y sus múltiples aplicaciones y uso en la solución de problemas.

La proporcionalidad es uno de los temas que desde la antigüedad han utilizado diferentes culturas en diferentes campos del saber, como la pintura, la música, la arquitectura entre otras, para intentar mostrar imágenes o construcciones cuyas estructuras o bocetos tengan implícito los más mínimos detalles en cuanto al manejo de los espacios; además es pieza fundamental en la enseñanza de las ciencias, empieza a utilizarse desde muy temprana edad y se presenta desde finales de la primaria y en toda la secundaria en nociones como: razón y proporción, cambio de escala, problemas de repartos proporcionales, problemas de regla de tres, porcentajes, probabilidad, grafico de funciones, teorema de Thales, semejanza de figuras, problemas de mezclas y aleaciones, funciones trigonométricas, velocidad, aceleración, densidad, presión, leyes de Ohm y Hook, densidad de

población, tasa de natalidad, entre otros temáticos.

Desafortunadamente a nuestros estudiantes se les dificulta comprender este concepto, quizás por el desconocimiento de algunos docentes sobre las múltiples situaciones cotidianas donde se hizo y se hace uso del concepto de proporción o por la manera en que se presente en el aula de clases. Prueba de estas dificultades son los resultados de investigaciones que muestran el bajo nivel de los estudiantes colombianos en la comprensión de este concepto (Tercer Estudio de Matemáticas y Ciencias)¹.

Atendiendo a que la proporcionalidad contiene aspectos cognitivos y matemáticos indispensables en la elaboración, desarrollo y consolidación de una estructura multiplicativa que hacen del sujeto una persona capaz de abordar y solucionar una gran cantidad de situaciones involucradas en ella. La comparación clasificación y los espacios de medida son los aspectos cognitivos involucrados, mientras que la magnitud, la razón y la proporción definen en su interrelación con lo cognitivo los aspectos matemáticos de la proporcionalidad². Surge la propuesta, de abordar los conceptos de razón y proporción partiendo de nociones geométricas fundamentada en el libro V de Euclides, que muestra como a partir de la geometría y obviando lo numérico

¹ ROZO, Félix. SEGURA, Mónica y Otros. La proporcionalidad como parte fundamental en el desarrollo del pensamiento multiplicativo. Pág. 11. Trabajo de grado para optar título en Esp. En educación matemática.

² Ibid. Pág. 115

se construyen los conceptos de razón y proporción. Tomando como referencia de estudio a los estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa Gimnasio del Rosario de la ciudad de Sincelejo los cuales, a través de un estudio de tipo diagnostico presentaron “espacios de dificultad en la comprensión de los conceptos de razón y proporción”. Con ello se pretende observar los avances adquiridos después de la ejecución de las actividades que hacen parte de esta propuesta metodológica.

CAPITULO I

1. PRECEDENTES HISTÓRICOS ACERCA DE LA PROPORCIONALIDAD

Proclo, filósofo del siglo V de nuestra era afirma que a Pitágoras se le deben dos descubrimientos matemáticos: la construcción de los poliedros regulares y la teoría de las proporciones, aunque exista seguridad de que este aprendió en Mesopotamia las medias aritmética, geométrica, la subcontraria y la armónica. No hay seguridad si el estudio de las proporciones formó parte de la teoría de números Pitagóricos tampoco cuando las cantidades que se involucran en ellas fueron consideradas magnitudes geométricas, sin embargo parece plausible que el desarrollo de esta teoría en los pitagóricos esté conectada con la conmensurabilidad ya que el carácter realista de su matemática es responsable de que puedan ser interpretadas con independencia del sujeto como las construcciones con regla y compás.

Con un segmento de recta que se puede tomar como unidad, la regla y el compás, se puede construir otro segmento de recta que tenga por longitud un número (natural); en esta forma se estaría asociando números a elementos de la geometría y si “todo es un numero” dados dos segmentos cualesquiera con un proceso inverso de sustracción usando la regla y el

compás se podría construir una unidad común que la contuvieran en un número exacto de veces dando así origen a una pareja de números (y no un número racional) como resultado de esa comparación, la cual se puede tomar como una razón.

La aparición de los inconmensurables provoca la primera crisis al tomarse como un camino sin salida, pero los trabajos de Hipócrates sobre la cuadratura del círculo y la perspectiva Platónica permiten el reingreso de los inconmensurables a la matemática, pues comparación entre dos magnitudes inconmensurables del mismo tipo, se establece a través de una nueva formulación de igualdad entre dos razones dada por Eudoxo y usada en el Libro V de los elementos de Euclides, la cual sirve en el siglo XIX a Dedekind para dar su definición de número real como una cortadura independizando definitivamente el concepto de número de la magnitud geométrica.

El inicio de los conceptos matemáticos está en la realidad del hombre, lo que nos lleva a poder hablar de su origen empírico³.

Esta observación se pone de manifiesto en temas relacionados como el de nuestro trabajo en particular, cuando estudiamos algunos de los aspectos de medida, abstracción de conceptos relativos al tema, vivencias propias,

³ ACEVEDO, Miriam. HUERTAS Crecencio. El conocimiento profesional, una mirada a la aritmética de la escuela. Asociación Colombiana de Matemática Educativa. (ASOCOLME) Grupo Editorial GAIA. 1999. Pág.54.

necesidad de dar respuesta a determinada situación de la vida cotidiana etc., que forman parte de la idea básica de las Razones y las Proporciones.

Recurrimos pues a algunas de los múltiples hechos que la historia nos cuenta sobre ciertos acontecimientos que aparecen en el inicio de algunos conceptos o problemas matemáticos. Precisamente este aspecto que justifica el nacimiento de ciertas actividades matemáticas y geométricas, puede señalar un cierto sentido estético del hombre para disfrutar de la forma. Así los dibujos, y diseños, que aparecen en la decoración de superficies como paredes y vasijas, desde los primeros pueblos primitivos, manifiestan ciertos trazos geométricos o versiones muy esquemáticas de las formas naturales que pudieran representar. Este interés por las formas y por las relaciones espaciales, está en el origen, al igual que el aspecto práctico señalado anteriormente, por los primeros conceptos geométricos abstraídos.

Es la propia realidad la que ha servido de modelo al hombre para crear y abstraer nuevas formas o para describir y señalar diversas relaciones que, deducidas de las reales, han podido encontrar mediante un proceso de experimentación, reflexión y generalización.

Aceptando estas ideas para el desarrollo de la propia matemática, debemos considerar que su apreciación en la enseñanza debe ser eje importante para poder plantear actividades que ayuden a nuestros alumnos a lograr un buen

aprendizaje de esta materia, y a favorecer, en ellos, la comprensión de la realidad que les rodea.

En este sentido hacemos algunas consideraciones sobre determinados aspectos históricos, anecdóticos o de uso de ciertos instrumentos que nos pueden ayudar a favorecer el aprendizaje de nuestros alumnos sobre la base de algunas actividades que consideramos interesantes y que les ayudarán a comprender mejor las distintas variables que encierran los conceptos derivados de las Razones y las Proporciones.

1.1. MEDICIÓN DEL RADIO DE LA TIERRA

Ciertamente no eran inmediatas algunas de las conclusiones obtenidas por los griegos, por métodos geométricos, acerca de la forma y medida de la Tierra. Ponemos, por ejemplo, a Erastotenes de Siena (276 - 196 a C), quien hace algunas observaciones sobre la forma y algunos cálculos sobre el tamaño de la superficie terrestre, con un margen de error relativamente pequeño si consideramos el método empleado y los medios de medición con que contó, y hasta que en la Edad Media no se tienen pruebas de la redondez de la tierra, demostrada prácticamente por los españoles que supervivieron de la expedición de Magallanes que rodearon al mundo con la nave *Victoria*, capitaneada por Juan Sebastián Elcano, partiendo de Sanlúcar

de Barrameda en agosto de 1519, arribando en el mismo lugar en septiembre de 1522, no son aceptadas como ciertas.

Observó Eratóstenes en Siena que la dirección de los rayos solares era perpendicular a la superficie terrestre en el solsticio de verano, mientras que en Alejandría tenían una cierta inclinación; pensó que este fenómeno podría ser debido a la redondez de la tierra.

Para demostrar sus pensamientos viajó siguiendo el curso del río Nilo, de una ciudad a otra, recorriendo en su camino aproximadamente la distancia de un meridiano, midió el espacio de la separación de las dos poblaciones y lo fijó en unos 790 Km. (5000 estadios).

En Alejandría midió el ángulo θ , que en pleno solsticio de verano formaban los rayos solares de la vertical, utilizando un *gnomon* obteniendo la quincuagésima parte de la circunferencia, $7^\circ 12'$. Este ángulo resultaba igual al ACS de las verticales de Alejandría y Siena debido a que los rayos solares en ambas poblaciones podría considerarlos paralelos dada la gran distancia al Sol (Figura 1).

Con estas mediciones, resolvió el problema mediante una regla de tres:

Comparó la longitud total de la circunferencia total de la circunferencia

meridiana ASB con la del arco meridiano AS:

$$\frac{2\pi R}{AS} = \frac{360^\circ}{\delta} \Rightarrow 2\pi R = \frac{360^\circ \cdot AS}{\delta} \Rightarrow R = \frac{360^\circ \cdot AS}{2\pi \cdot \delta} = \frac{180^\circ \cdot AS}{\pi \cdot \delta}$$

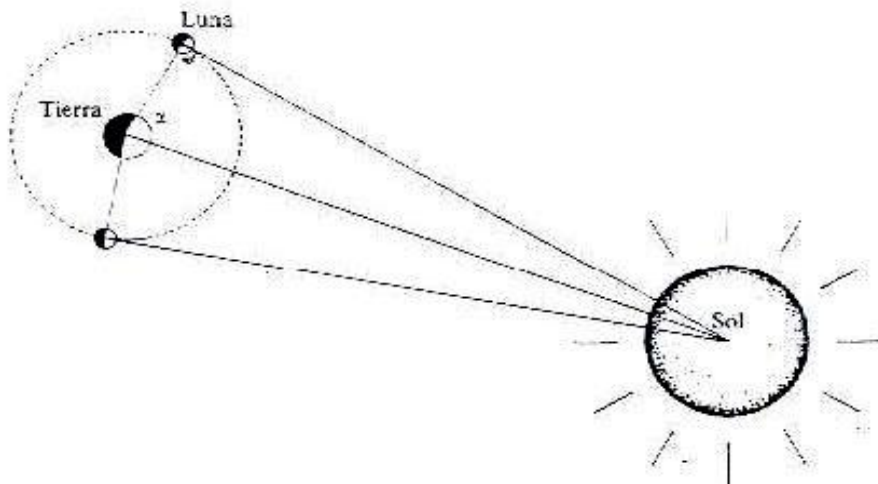


Fig.1.

Con lo que llegó a calcular la longitud del radio terrestre en función de la distancia de Alejandría a Siena, del ángulo de declinación de los rayos del sol y del valor de π .

Actualmente podemos aprovechar una forma más sencilla de comprobar la redondez de la Tierra fijándonos en los eclipses de Luna, qué se producen cuando la Tierra sobre la Luna es de forma circular, y para que esto pueda

ocurrir es necesario que la Tierra sea esférica⁴.

1.2. LA DUPLICACIÓN DEL CUBO

Uno de los problemas clásicos estudiados es el llamado de la duplicación del cubo.

Cuentan los historiadores que a la muerte de Peñoles, por causa de la peste, se produjo tal revuelo en Atenas que llevó al Oráculo de Apolo en Délos a sugerir la necesidad de duplicar el altar cúbico dedicado a Apolo. Aunque los atenienses duplicaron rápidamente todas las «dimensiones» del altar, no cumplieron con el deseo expresado.

Evidentemente, la solución ideada para resolver el problema, no era tal. Sin embargo, esta anécdota histórica da lugar a plantear algunas preguntas que se derivan de la consideración de este problema ¿Cuántas veces había aumentado el volumen del altar?, ¿es posible obtener a partir de un cubo, otro de volumen doble que el primero?, ¿las relaciones de medida entre figuras semejantes son iguales en el plano que en el espacio? Son algunas de las cuestiones que aparecen en este problema, que es también conocido como el problema de Délos⁵.

⁴ LUENGO GONZÁLEZ, Ricardo y otros. Proporcionalidad geométrica y semejanza. Grupo BETA. Madrid: Editorial Síntesis. 1990

⁵ Ibíd. Pág. 120.

1.3. EL POLÍGONO ESTRELLADO Y EL NÚMERO DE ORO

Los griegos utilizaron los números para buscar con ellos proporciones armoniosas en las esculturas humanas. A estas proporciones ideales las llamaron *canon*. Uno de estos cánones fue el del escultor griego Lisipo que consideraba que la estatura completa de un hombre era de ocho cabezas (figura 2)

Las proporciones humanas fueron objeto sistemático de estudio por parte de arquitectos, escultores, pintores y matemáticos:

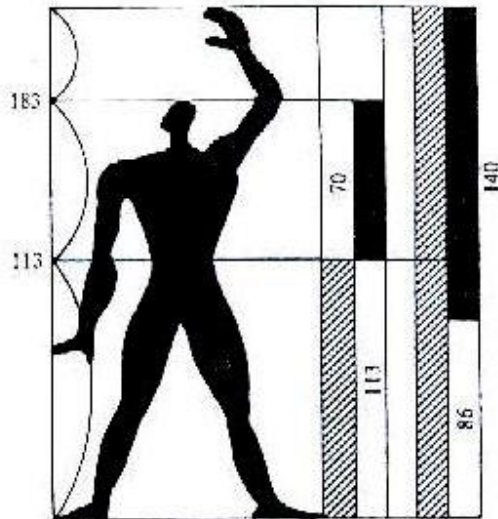


Fig. 2

En los inicios del renacimiento, el monje italiano Luca Pacioli, publicó su libro *Divina Proportion* (Venecia, 1509), en el que aparece la figura hecha por Leonardo da Vinci del hombre inscrito en un cuadrado

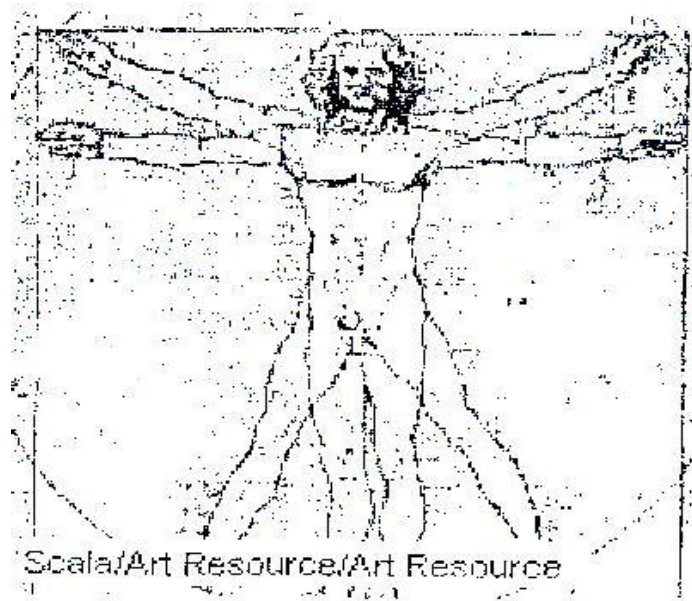


Fig.3

Leonardo Da Vinci dice *“si abres las piernas hasta reducir tu altura en una décima cuarta parte, y si extiendes y levantas las manos hasta que los dedos corazón lleguen al nivel de la cima de la cabeza, verás que el centro de los miembros extendidos se hallan en el ombligo, y que el espacio entre las piernas formara un triángulo equiátero”*.

La teoría de las proporciones jugo un papel importante en el conocimiento pitagórico, la proporción de segmentos y superficies subyace a algunos de los problemas por ellos planteados. Se cree que fue en la escuela pitagórica

donde surgió la sección Áurea, puesto que el símbolo de esta escuela – **la estrella de cinco puntas**- está lleno de razones áureas.

Uno de los aspectos mas debatidos en la geometría pitagórica tiene relación con la construcción y estudio del pentágono estrellado.

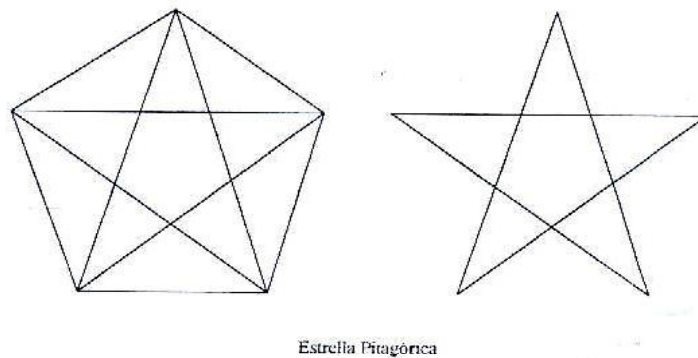


Fig.4

La relación áurea más importante en la estrella pitagórica es, que *en todo pentágono regular, la diagonal d y su lado 1 están en razón áurea.*

El mismo sentido de auto reproducción tan bien aparece en el rectángulo dibujado. Este se reproduce llevando al lado pequeño (a) sobre la base (b) y considerando el rectángulo complementario. En la figura 3, numeramos las sucesivas reproducciones del rectángulo. En este caso también aparece esa proporción mágica conocida, así mismo, como el **número de oro**.

Un rectángulo construido con los segmentos a y b esta en proporción áurea si verifica:

$$b/a = a/b-a$$

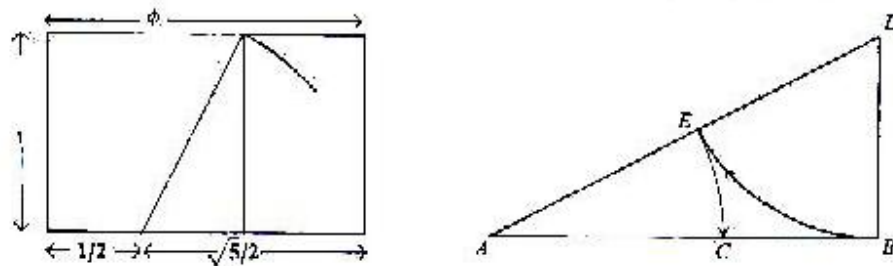


Fig.5

Es decir que la relación entre el lado mayor y el menor es la misma que existe entre el lado menor y la diferencia de ambos, como lo es el caso del rectángulo con medidas:

$$a:4 \text{ y } b:6,472135955$$

Van siendo numerosos los trabajos que hacen referencia a la proporción áurea. El número de oro ($\Phi = 1.61803$) ha sido origen de diversas publicaciones que ponen de manifiesto como esta proporción aparece en muchos elementos de la vida humana. Así, Ghyka (1978 - 1983) pone de manifiesto esta proporción en circunstancias distintas como la figura humana,

el crecimiento de las caracolas y conchas, y en diversas espirales que se dan en la naturaleza.

Esta divina proporción ha sido utilizada en la construcción de algunos edificios clásicos como el Partenón o en la confección de algunas pinturas como en la Gioconda⁶.

⁶ LUENGO GONZÁLEZ, Ricardo y otros. Proporcionalidad geométrica y semejanza. Grupo BETA. Madrid: Editorial Síntesis. 1990. Pág. 121

2. TEORÍA DE RAZÓN Y PROPORCIÓN

EUCLIDES (300 a. de C).

Las bases de la idea general de razón son expuestas en el libro V de los Elementos Euclides⁷.

1. Se dice que una magnitud es parte de otra mayor cuando la mide. (La magnitud es una cantidad que puede medirse)
2. Se dice que una magnitud es múltiplo de otra menor cuando es medida por ella.
3. Razón es una relación cualquiera entre dos magnitudes homogéneas respecto de su cantidad.
4. Se dice que dos magnitudes tienen razón cuando se pueden multiplicar una de ellas de modo que supere a la otra. (Si es $a > b$, es siempre $c : a < c : b$ cualquiera que sea la magnitud).
5. Se dice que la razón de una primera magnitud con una segunda es la misma que la de una tercera con una cuarta cuando, tomando cualquier múltiplo de la primera y de la tercera y de la segunda y cuarta el múltiplo de la primera es mayor, igual no menor que el de la segunda, según que el de la tercera sea mayor, igual o menor que el de la cuarta. (Dos razones, a / b y c / d , son iguales si, dados dos números enteros cualesquiera m y n , es $ma > \text{ó} < mb$ cuando sea $mc > \text{ó} < md$)

⁷ Euclides. Científicos Griegos. Elementos de geometría Tomo I. Pág. 786 a 804. Ed. MacGraw Hill.

6. Las magnitudes que tienen la misma razón se llaman proporcionales.
7. Si entre magnitudes igualmente multiplicadas el múltiplo de la primera supera al de la segunda, pero el de la tercera no supera al de la cuarta, se dice que la razón de la primera a la segunda es mayor que la de la tercera a la cuarta. (Es $a : b > c : d$ si se pueden encontrar dos números enteros m y n tales que siendo $ma > nb$, sea $mc \leq nd$).
8. Una proporción tiene, por lo menos, tres términos distintos.
9. Si tres magnitudes están en proporción (continua), se dice primera tiene con la tercera una razón duplicada de la que tiene segunda". (Es $a : b = b : c$, de donde $a : c = (a : b)^2$, la razón $a : c$ es duplicada de la $(a : b)^2$).
10. Si cuatro magnitudes están en proporción (continua), se dice la primera tienen con la cuarta una razón triplicada de la que tiene la segunda. (De la igualdad $a : b = b : c = c : d$ se deduce que es $a : d = (a : b)^3$).
11. Se dicen magnitudes correspondientes en una proporción antecedentes entre si y los consecuentes entre si.
12. Alternar una proporción es tomar los antecedentes y los consecuentes. (De la proporción $a : b = c : d$, se deduce $a : c = b : d$)
13. Invertir una proporción es comparar cada consecuente con antecedente. (O sea, escribir la proporción $a : b = c : d$ bajo la forma $b : a = d : c$).
14. Componer una razón es tomar el antecedente junto con su

consecuente para el mismo consecuente. (De $a : b$ se deduce, componiendo, $(a + b) : b$).

15. Separar una razón es tomar el exceso del antecedente sobre su consecuente para el mismo consecuente. (De $a : b = c : d$ se deduce, separando, $(a - b) : b$)

16. Convertir una razón es tomar el exceso del antecedente sobre su consecuente para el mismo antecedente. (De $a : b = c : d$ se deduce, convirtiendo, $a : (a - b)$).

17. Se dice razón igual o por equidad de varias magnitudes, proporcionadas de dos en dos a otras magnitudes, cuando las razones de la primera a la última de cada grupo de magnitudes son iguales. (Es decir, si se tiene $a / a' = b / b' = c / c' = \dots m / m'$, se verifica $a : m = a' : m'$).

18. Una magnitud se dice perturbada cuando, dados dos grupos de tres magnitudes, el antecedente y el consecuente de las primeras magnitudes son como el antecedente y el consecuente de las segundas, y el consecuente es a la tercera de las primeras magnitudes como el primer antecedente de las segundas a su consecuente. (Equivale a decir que si $ma, mb, mc, \dots, ml$, son equimúltiplos de las magnitudes $a, b, c, \dots, l$, se tiene: $ma + mb + mc + \dots ml = m(a + b + c + \dots l)$).

3. BASES TEÓRICAS

3.1. LA INVESTIGACIÓN DE PIAGET SOBRE PROPORCIÓN

A lo largo de sus trabajos, Piaget estudio diversos aspectos y presentaciones del concepto de proporcionalidad.

Así Piaget, en 1946 estudia el movimiento y la velocidad. La noción de proporción interviene cuando se trata de comparar dos movimientos siendo distintos los espacios recorridos y los tiempos empleados. Piaget e Inhelder, en 1951 estudiaron el desarrollo de la noción de azar en el niño. La idea de probabilidad aparece, por ejemplo, cuando se atribuye el mismo valor a dos casos favorables sobre cuatro posibles o a tres casos favorables sobre seis posibles. En Piaget y otros, 1968, se centraron en el estudio de las funciones y entre ellas el de la función lineal, estudiada en unos ejemplos hoy ya clásicos (peces que comen según su longitud), considerando primero ejemplos de magnitudes discontinuas, y según lugar, de magnitudes, continuas. Analizaron también la influencia de los números en los tipos de resolución dados por los alumnos. En 1955, Inhelder y Piaget estudiaron, entre otros problemas, el del equilibrio de la balanza y el problema de la proyección de sombras para llegar a formalizar acerca de las proporciones como uno de los esquemas operativos fundamentales (combinaciones,

proporción, coordinación de los sistemas de referencia, probabilidad, etc.), que hacen acceder al niño del estadio de las operaciones concretas al de las operaciones formales.

En la "*Représentation de l'espace chez l'enfant*" Piaget e Inhelder investigaron, entre otras cuestiones, el problema de las proporciones métricas respecto a los triángulos y a los rectángulos.

Por otra parte se había llegado a que la construcción de las rectas paralelas es psicológicamente complementaria a la de los ángulos. Así que se pasó a estudiar cómo el niño utiliza el paralelismo de los lados con la igualdad de los ángulos.

La razón principal para el estudio de las proporciones en el dominio espacial es que, según Piaget, el análisis de los estadios es mucho más fácil que en el terreno no geométrico. Esto ya que antes de saber razonar sobre figuras semejantes, el niño tiene que saber discernir, solo por simple percepción, si determinadas figuras están en la misma razón o no así (Pág. 379), afirma "la génesis de la proporción se tiene que buscar en la percepción de las figuras" (véase también Freudenthal, 1980).

En realidad, el problema es saber como la percepción de las proporciones

queda prolongada en la inteligencia de las proporciones. Y se parte de que el niño sabrá dibujar una figura proporcional a un modelo dado, en la medida en que sabe reconocer figuras semejantes.

3.1.1. El desarrollo del conocimiento de proporcionalidad.

El estadio del desarrollo, que empieza a los once años, constituye una culminación respecto al estadio anterior (siete a once), que es básicamente de elaboración de las operaciones concretas del niño, periodo de formación que culminara en un periodo de equilibrio alrededor de los catorce a quince años o quizás mas adelante.

Ya que la proporción es una relación que se establece entre relaciones, el niño no puede construirlas en el estadio de las operaciones concretas.

Desde la enseñanza de las matemáticas (tanto en el trabajo en clase, como en el laboratorio o taller), se puede ir avanzando en este camino desde los siguientes aspectos:

- I. *Buscando que variables intervienen* en los distintos fenómenos, y determinando cuales de ellos se tienen en cuenta y cuales de ellos se anulan por negación o por compensación.

- II. *Buscando, experimentalmente, relaciones cualitativas de dependencia* (por ejemplo: mas lejos la pantalla, mayor la sombra de un objeto, mayor la altura, mayor el área de un rectángulo, siempre, claro esta, que mantengamos las otras variables fijas).
- III. *Tanteando, experimentalmente, con el material, para conseguir la conservación de un resultado, y reflexionando, posteriormente, sobre ello.*
- IV. *Siempre que el material experimental lo permita, obtener datos numéricos*, los cuales, a veces, nos permitirán trazar graficas.
- V. Asumiendo las matemáticas *como un lenguaje semántica, o sea, "dice" algo de una cosa.*
- VI. *Buscando una prudente y progresiva utilización de las fórmulas.* No puede pedirse que los niños plasmen los resultados obtenidos durante el trabajo experimental en formulas, o que deduzcan algebraicamente una formula a partir de otras si antes, no se han hecho ejercicios de codificación como: representar variables utilizando diversas letras, cambio de notación para las variables y expresión de la interrelación entre ellas por un determinado algoritmo⁸.

⁸ FIOL MORA, Maria y FORTUNY AYMEMI, Joseph. Proporcionalidad directa., la forma y el numero. Editorial Síntesis S.A. Madrid 1990

3.2. PROCESOS QUE SE ANALIZAN EN UNA PROPUESTA DE TIPO GEOMÉTRICO PARA TRABAJAR LOS CONCEPTOS DE RAZÓN Y PROPORCIÓN.

Existen dos categorías que se deben tener en cuenta en cualquier propuesta que tengan la intención de abordar temas relacionados con la proporcionalidad, categorías cognitivas (comparación, clasificación y determinación de espacios de medida) y categorías matemáticas (magnitud)⁹.

- ◆ En lo comparativo se identifica dos categorías: comparación perceptual y por relaciones. En lo perceptual se hace por tamaño, forma y diagonal, en lo relacional se establece por la geometría y por la métrica.
- ◆ En la identificación del espacio de medida se determinan cuántos y cuales son los espacios involucrados.
- ◆ En la clasificación se establecen cuantos y cuales son los criterios clasificatorios.
- ◆ En la categoría magnitud se mira la presencia de la unidad de medida y si la magnitud hace referencia a la longitud o al área. (la proporcionalidad como parte fundamental en el desarrollo del pensamiento multiplicativo.

⁹ ROZO, Félix. SEGURA, Mónica y Otros. La proporcionalidad como parte fundamental en el desarrollo del pensamiento multiplicativo. Pág. 11. Trabajo de grado para optar título en Esp. En educación matemática. **Pág. 102 y 103.**

3.3. MODELO DE ANÁLISIS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

El análisis de cómo la gente resuelve problemas matemáticos ha generado información valiosa no solo para entender el proceso de las diversas fases de la solución, sino también para proponer algunas líneas de instrucción. Para llevar a cabo tal análisis, es necesario recurrir a diversos métodos de recolección de información y basarse en modelos, los cuales permitan identificar categorías o dimensiones, que expliquen el comportamiento de los individuos al resolver problemas. Estas categorías caracterizan los elementos que influyen en la resolución de problemas. Estas categorías caracterizan los elementos que influyen en la resolución de problemas y constituyen un intento de explicar algunas dificultades que el individuo puede mostrar al resolver problemas. Aun cuando desde Polya se empiezan a localizar algunos aspectos centrales relacionados con diversos momentos del proceso de resolver problemas, el trabajo Eschoenfeld (quien retoma algunas de las ideas de Polya) muestra un gran avance en cuanto a la presentación de categorías mas detalladas.

Polya, (1945) quien documenta su propia experiencia como matemático y educador, resalta la identificación de varias etapas o categorías en el proceso de resolver problemas. Inicialmente habla de la fase del entendimiento del problema, es aquí donde es importante entender la información del enunciado del problema y las posibles relaciones, luego

ubica la etapa relacionada con la concepción de un plan y el proceso de llevarlo a cabo, es decir, después de haber entendido el problema el siguiente plazo es presentar un plan e implantarlo para resolver el problema. Finalmente, polya identifica la fase de evaluación de la solución o soluciones y el llevar a cabo una visión retrospectiva del potencial del problema. Es decir, aquí no solamente se incluye la actividad de revisar los cálculos y operaciones sino también evaluar el sentido de la solución y el análisis de las posibles extensiones o conexiones del problema¹⁰.

Mason (1947) identifica, en el proceso de resolver problemas, tres fases importantes: el entrar (abordar) al problema, el atacar el problema y el revisar o evaluar el proceso.

En la fase de entrada se sugiere discutir tres preguntas: ¿Que es lo que sé?, ¿Qué es lo que quiero? Y ¿Qué es lo que puedo usar? La parte de atacar el problema es en la cual se discute ideas en cuanto a actividades que incluyen conjeturar, convencer, justificar, y como reaccionar ante posibles dificultades. Para la parte de revisión, Mason sugiere analizar la solución, revisar las operaciones, reflexionar acerca de las ideas y momentos importantes del

¹⁰ POLYA, George. Como plantear y resolver problemas. Serie de matemáticas. México. Editorial Trillas. 2001, Pág.6

proceso, y extender el problema a contextos más amplios¹¹.

Polya presenta una lista de preguntas, asociadas a cada una de las fases que incluyen ideas acerca del uso de diversos métodos heurísticos. Las heurísticas son estrategias que pueden ayudar a avanzar a resolver un problema. Por ejemplo, el pensar en un problema en una forma más simple, el buscar algún patrón, el usar diagramas o gráficas, y el usar tablas son ejemplos de algunos métodos o estrategias heurísticas.

3.3.1. Situaciones didácticas de Brousseau

Otro contemporáneo que aporta a la teoría de resolución de problemas, es el matemático francés Brousseau que nos presenta la siguiente clasificación de situaciones didácticas para trabajar en la resolución de problemas¹².

1. Situaciones de acción:

Situaciones de descubrimiento y experimentación en las cuales se ponen a los alumnos en contacto con una actividad o problema, cuya solución es precisamente el conocimiento que se quiere enseñar; el actuar directamente sobre esta situación o problema permite al estudiante recibir

¹¹ SANTOS, Luz Manuel. La resolución de problemas; el trabajo de Alan Shoenfeld: Una propuesta a considerar en el aprendizaje de las matemáticas. México. Edición matemática. V4. 1996. Pág. 33.

¹² ANTÓN BOZAL, J. L. y otros. Taller de matemáticas. Madrid, Editorial Nancea S.A. 1994. Pág. 16.

información sobre el resultado de su acción. Su objetivo básico es establecer interacciones entre el sujeto y el medio, pero no es imprescindible la manipulación física de objetos.

2. Situaciones de formulación:

Situaciones en las que el estudiante formula “hipótesis”, estas situaciones obligan al estudiante a poner de manifiesto sus preconcepciones sobre determinados conceptos construyendo una descripción o representación de los mismos.

3. Situaciones de validación:

Estas situaciones tienen por objetivo que el estudiante pruebe que la hipótesis formulada por ellos mismos, es verdadera, es decir, ellos deben defender sus puntos de vista acerca de una determinada actividad realizada probando que lo que dice es verdadero o dándose cuenta que es falso.

4. Situaciones de formalización:

Estas situaciones sirven para explicar formalmente el conocimiento construido, luego de haberlo formulado, validado y aceptado por todos. Conocimiento que deberá ser interiorizado por los alumnos que participan de la actividad.

5. Situaciones de consolidación:

Estas situaciones tienen como objetivo fijar ese conocimiento interrelacionándolo con los demás conocimientos de las estructuras conceptuales que posea el alumno.

6. Situaciones de aplicación:

Estas situaciones tienen como objetivo detectar el grado de significación que estos conocimientos tienen para el alumno, evidenciándose en su capacidad de adaptar un procedimiento a una situación nueva. Los estudiantes deberán aplicar los conocimientos y el lenguaje que acaban de adquirir a otras situaciones problemáticas en otras áreas del conocimiento.

3.4. PLANTEAMIENTO DE ACTIVIDADES Y SITUACIONES DE APRENDIZAJE

A la hora de elegir las actividades tienen que ser pensadas en función de unos objetivos, cuya finalidad es lograr las pretensiones iniciales. Para ello tendremos muy en cuenta el estudio de las relaciones entre los elementos: *alumnos, profesores, matemáticas; estrategias y recursos* y por último *el entorno*.

Las actividades deben plantear situaciones de aprendizaje que conlleven una

participación activa del alumno, preferiblemente de tipo mental, alejándonos de los ejercicios rutinarios, que aunque dan algún tipo de beneficio no son lo suficientemente importantes en el proceso de enseñanza y de aprendizaje, pues al ser por lo general mecánicos y repetitivos, poco aportan al alumno para la construcción de sus conocimientos matemáticos.

Particularmente trabajaremos con *actividades* entendidas estas inicialmente como *Situaciones problemáticas* y siguiendo el modelo de Brousseau, del cual utilizaremos solo las situaciones de acción, situaciones en las que el estudiante sienta la *necesidad* de algún conocimiento clave y suficiente para atacar una situación dada y en particular la nuestra referente a Razones y Proporciones. La teoría acerca del conocimiento y estudio matemático en particular que utilizaremos serán la teórica sobre la resolución de problemas, surge entonces, desde esta perspectiva las siguientes preguntas:

¿Qué es un problema?

La dificultad de definir el término problema está ligada con la relatividad del esfuerzo de un individuo cuando éste intenta resolver “un problema”. Es decir, que mientras que para algunos estudiantes puede representar un gran esfuerzo el intentar resolver un problema, para otros puede ser un simple ejercicio rutinario. Así, el que exista un problema no es una propiedad inherente de la tarea matemática: la palabra está ligada a la relación o

interacción entre el individuo y esa tarea. Schoenfeld usa el término problema para referirse a una tarea que es difícil para el individuo que está tratando de hacerla. Además, la dificultad debe ser un contratiempo pasajero intelectual y no solamente a nivel operacional o de cálculo. Schoenfeld afirma que virtualmente todos los problemas que se le plantean a los estudiantes en sus estudios de las matemáticas no son realmente problemas, sino ejercicios que pueden ser resueltos en un corto tiempo. Raramente la presentación de la solución de un problema por parte del maestro dura más de cinco o diez minutos. A los estudiantes nunca les queda la impresión de que no puede dedicar horas (mucho menos días, semanas o meses) trabajando en un problema... Se les priva de la oportunidad de demostrar algún progreso en la resolución de problemas complicados y como consecuencia se les reprime de la esperanza de atacarlos a aquellos que son capaces de trabajar estos problemas.

En este contexto, un componente esencial en la propuesta de la resolución de problemas, es la concepción que se tenga de lo que es un problema. Los diversos puntos de vista acerca de lo que es un problema, ocasiona que las actividades de clase implantadas durante la instrucción promuevan diversas actitudes y conductas. Por ejemplo, el uso de problemas no rutinarios (problemas con varios métodos de solución o que requieran mas de solamente la aplicación de reglas, formulas o algoritmos para resolverlos) puede constituir un recurso natural para discutir actividades que ilustren el

uso de conjeturas, contra ejemplo, aproximaciones y, en general, estrategias de carácter cognoscitivo. Por otra parte, el uso de problemas rutinarios encontrados en los libros de texto se identifica más con el empleo de procesos mecanizados o memorísticos. Por lo tanto, la selección de los problemas para discutir dentro y *fuera* del salón de clase, establecen la relación y el tipo de actividades que deben desarrollarse durante el curso¹³.

En este orden de ideas, consideramos que la resolución de problemas juega un papel importante en nuestra concepción metodológica sobre la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, entendiéndola no sólo como un objetivo a conseguir, sino como un instrumento metodológico.

Los problemas y su resolución, como instrumento metodológico, no serán solo de aplicación directa de los conceptos o conocimientos matemáticos ya aprendidos y que por lo general se proponen a partir de un problema ya trabajado. Proponemos problemas que originen situaciones nuevas y sean punto de partida que guíe a los estudiantes a través de la discusión y debates e intercambio de ideas, creatividad, análisis etc., a la adquisición nuevos conceptos. Es una situación que implica un objetivo o propósito que hay que conseguir, y que es aceptada como problema por alguien, sin esa

¹³ SANTOS, Luz Manuel. La resolución de problemas; el trabajo de Alan Shoenfeld: Una propuesta a considerar en el aprendizaje de las matemáticas. México. Edición matemática. V4. 1996. Pág.37.

aceptación no hay problema. Un problema debe representar un reto adecuado a las capacidades de quien intenta resolverlo. Además debe tener interés en sí mismo, estimular el deseo de proponerlo a otras personas, no debe ser un problema con trampa o un acertijo, ni dejar bloqueado inicialmente a quien lo ha de resolver. No debemos confundir problema con ejercicio; estos son cuestiones que desde un principio se ve en qué consisten y cuál es el medio para resolverlos.

¿Qué se aprende resolviendo problemas?

Se aprende fundamentalmente a entender el funcionamiento de nuestro propio razonamiento, a dominar nuestros estados de ánimo y a aumentar la confianza en nosotros mismos, es decir nuestra autoestima.

Es por esto y mucho más por lo que debemos proponer situaciones problemáticas motivadoras que promuevan intereses de aprendizaje. y que se encuentren cerca del conocimiento de los alumnos, o sea, que puedan ser abordadas por ellos y que. Como lo hemos dicho antes, no conlleven a un fracaso anticipado.

El aprendizaje debe producir un proceso de interacción entre el alumno y la propia situación planteada, en este proceso de interacción tiene lugar un sistema de validación dinámico como consecuencia de la comunicación de las representaciones que vayan haciéndose del propio proceso y de las conclusiones.

4. PRUEBAS DIAGNOSTICAS.

Se considera este diagnóstico para identificar conocimientos del alumno con relación a los conceptos de razón y proporción.

Es de gran importancia el aspecto de los conocimientos matemáticos previos que tienen los alumnos, obtenidos en sus etapas anteriores. Por tal fin es necesaria la realización de actividades que nos marquen esta situación de partida en cuanto a conocimientos de matemáticas se refiere,

Cabe destacar que un estudiante de octavo grado ya ha debido desarrollar temas relacionados con razón y proporción en el curso anterior, es decir, en séptimo grado. Con este estudio diagnóstico se busca entre otros aspectos evidenciar si el estudiante sabe o no aplicar los conocimientos matemáticos que posee; esto es lo que muchos llaman saber matemáticas y saber hacer con las matemáticas.

Además busca identificar como están frente a las categorías que se necesitan para formalizar los conceptos de razón y proporción.

4.1. PRUEBA DIAGNOSTICA 1

INSTITUCIÓN EDUCATIVA:

ÁREA DE MATEMÁTICAS

GRADO:

FECHA:

JORNADA:

PRUEBA DIAGNOSTICA DE PRECONCEPTOS:

Lee con atención la siguiente situación y después contesta.

A mediados del siglo **XIX** Don **Tomas Cipriano de Mosquera** era dueño de la hacienda “los cocos” ubicada en el estado soberano del cauca; allí introdujo semillas de pasto y especies ovinas diferentes conocidas en la región, con el fin de mejorar la productividad en sus hacienda. **Juan Maria**, el capataz de la hacienda, debió enfrentarse con la siguiente situación:

Don **Tomas Cipriano de Mosquera** entrega a su capataz tres bandejas con abonos especiales y distintos, en cada una de ellas a colocado semillas para que germinen.

En la primera bandeja coloca **30** semillas y germinan **18**; en la segunda bandeja colocan **53** y germinan **27** y en la tercera bandeja coloca **40** y germinan **22**.

La gran pregunta que Don **Tomas** hace a su capataz es:

¿En cual de las tres bandejas ha tenido más éxito la germinación de las nuevas semillas?

4.2. PRUEBA DIAGNOSTICA 2

INSTITUCIÓN EDUCATIVA:

ÁREA DE MATEMÁTICAS

GRADO:

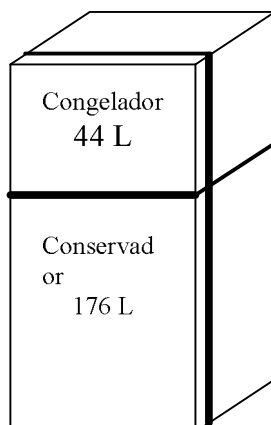
FECHA:

JORNADA:

PRUEBA DIAGNOSTICA DE PRECONCEPTOS:

Lee con atención la siguiente situación y después contesta.

En una fábrica de congeladores construyen neveras como la representada en el dibujo. En el manual de instrucciones de esta nevera se menciona, el volumen en litros por compartimiento, el cual es de 44 litros para el congelador y 176 litros para el conservador; también se menciona que la proporción entre el volumen del congelador y el del conservador es de 1 a 4, respectivamente. ¿Qué significa esto?



4.3. PRUEBA DIAGNOSTICA 3

INSTITUCIÓN EDUCATIVA:

ÁREA DE MATEMÁTICAS

GRADO:

FECHA:

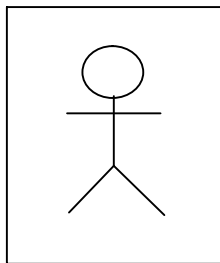
JORNADA:

PRUEBA DIAGNOSTICA DE PRECONCEPTOS:

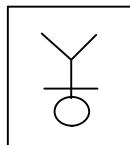
Observa con atención la siguiente figura y después contesta.

¿Cuál de los siguientes cuadros es semejante al primero? Explica claramente
¿porque?

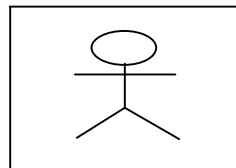
1



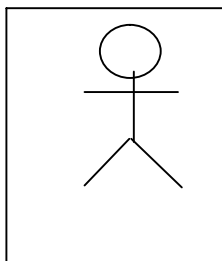
a



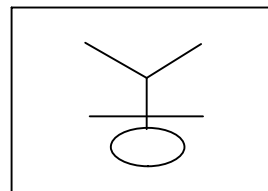
c



b



d



4.4. RESULTADOS DE LAS PRUEBAS DIAGNOSTICAS:

Luego de analizar los resultados de la prueba diagnostica, se observo lo siguiente:

Se puede afirmar que los estudiantes, a este nivel, no han tenido experiencia consiente sobre actividades de resolución de problemas. Parten de la nada y llegan a algo, independientemente de lo correcto, con lo cual se sienten satisfechos; con algunas excepciones, teniendo en cuenta algunos estudiantes que han trabajado de una manera más elaborada, consiente y no tan a la ligera.

Se presentaron bloqueos de origen cognitivo como dificultades en la percepción, en la comparación, en las nociones básicas de matemática. Lo que les impedía enfrentar el problema.

4.4.1. Análisis por situaciones planteadas

En la situación problema No. 1

Presentaron dificultades en la comprensión de lectura, los estudiantes constantemente preguntaban ¿y que hay que hacer?, y luego de hacerles unas pequeñas aclaraciones, en cuanto al objetivo de la actividad, iniciaron

su trabajo de manera individual. De los 32 estudiantes que presentaron la prueba 18 coincidieron en decir que la bandeja que ha tenido mas éxito en la germinación es la numero 1, mientras que 10 estudiantes coincidieron con la bandeja número 2, y los restantes estudiantes con la bandeja numero 3.

Estas son las diferentes respuestas justificadas de porque fue la primera, segunda o tercera bandeja:

Tipos de respuestas para la primera bandeja:

“La 1 ha tenido mas éxito porque siembran 30 germinan 18 y 12 quedan sin germinar, la segunda se siembran 53 y germinan 27 y 26 quedan sin germinar, la tercera, se siembran 40 germinan 22 y sobran 18”

“La 1 porque fue la que germino acercándose al numero de sembradas”

“En la primera bandeja porque:

Primero: la mitad de 30 es 15 entonces germinaron 3 mas de la mitad.

Segundo: la mitad de 53 es 26,5 entonces solo germino 0,5 mas de la mitad.

Tercero: la mitad de 40 es 20 entonces germina 2 mas de la mitad”

“Porque germino la mayoría de semillas para haber mas pocas que las de las otras bandejas”

“Subraye la 1 porque apenas se perdieron 12 semillas y en las otras mas y germinaron mas que la mitad y en las otras menos. Se perdió dinero en las otras 2”

“La 1 porque es en la que menos se desperdiciaron”

Tipos de respuesta para la segunda bandeja:

“Primera bandeja $30-18=12$

Segunda bandeja: $53-27=26$

Tercera bandeja: $40-22=18$ por lo tanto en la bandeja en la que mas germina es en la segunda.”

“En la segunda bandeja han germinado 27 semillas mientras que en las otras dos germinaron 18 y 22”

“En la segunda y la primera la germinación fue mas baja porque es mas que en la tercera”

“Yo creo que en la segunda bandeja porque haciendo cuentas la primera bandeja tiene $30-18=12$ y perdieron 12 semillas. En la segunda bandeja tiene $53-27$ y perdieron 26 o sea que solo perdieron una semilla. En la tercera bandeja $40-22=18$, perdieron 22 semillas”

“La numero dos porque es la que mas semillas tiene y la que mas germinaron”.

Tipos de respuesta para la tercera bandeja:

“La tercera germina la mitad mas otras dos”

“La tercera porque de 40 semillas quedaron 18 sin germinar”

En la situación problema No. 2

Al revisar las respuestas que dieron los estudiantes, encontramos problemas claros de conceptualización, comprensión de la pregunta, manejo de la información suministrada para dar las respuesta, reflejado esto en el tipo de respuesta que escribieron; algunos estudiantes que durante la prueba pidieron mas tiempo mostraron un poco mas de claridad en sus respuestas.

Hubo variedad de respuestas, se escribirán, según la frecuencia de la respuesta,

“Que al sumarse el volumen del congelador con el del conservador da el volumen de la nevera”. (6)

“Que el volumen del conservador es mayor que el del congelador” (12)

“Que el volumen del congelador es $\frac{1}{4}$ en comparación al volumen del conservador” (3).

“Si yo multiplico 44 por 4 me da 176” (2)

En la situación problemática No 3

Esta prueba fue la que dio aparentemente más confianza a los estudiantes para dar sus respuestas, aunque estas hayan sido correctas o incorrectas, sustentadas de alguna manera pareciéndoles muy fácil para contestar. Hubo la necesidad de insistir en dar el porque a sus respuestas, a los estudiantes les cuesta mucho trabajo respaldar de manera matemática una respuesta. Entre las respuestas que los estudiantes dan al problema planteado encontramos:

”El segundo por que los demás tienen el cuerpo diferente”

“El primero por que no importa que este volteado y que sea mas pequeño”

“El tercero por es el que esta mas cerca”

“El tercero por que tiene la misma posición que el primero tiene la misma proporción del cuerpo, por esto se dice que es el mas parecido al primero en lo único que se diferencia es en que tiene un brazo mas largo”

“La cuarta es la mas semejante porque es la mas parecida lo único diferente es que esta volteado”

“La tercera figura como podrá observar yo hice unas rayitas hacia arriba la que mas se parece en la distancia y en tamaño”

“El primero tiene mas semejanza porque son iguales sólo que este es mas pequeño y esta volteado”

“El semejante al primeo es el ultimo”

Se puede entonces apreciar por estas respuestas que las habilidades, como el saber leer, analizar, comparar, justificar etc., no han sido desarrolladas lo suficiente; lo cual implica dificultades para resolver problemas.

CAPITULO II

5. PROPUESTA MATEMÁTICA PEDAGÓGICA: USO DE CATEGORÍAS COGNITIVAS Y MATEMÁTICAS QUE LLEVAN A FORMALIZAR EL CONCEPTO DE RAZÓN Y PROPORCIÓN.

Los estudiantes a este nivel como se pudo ver en los resultados del diagnóstico, no están familiarizados con las categorías que conllevan a formalizar el concepto de razón y el concepto de proporción; por lo que cada taller tiene implícito las categorías cognitivas (comparación, clasificación y determinación del espacio de medida) y las categorías matemáticas (magnitud: mirando la presencia de la unidad de medida y si la magnitud hace referencia a la longitud o al área). Así mismo no están familiarizados con la resolución de situaciones problemas de donde surge la intención más importante de este trabajo que es lograr que los estudiantes aprendan los conceptos de razón y proporción partiendo de nociones geométricas para destacar el uso de esta como fuente primaria de la proporcionalidad (freudenthal), mediante situaciones problemas.

Por lo dicho en los párrafos anteriores la estructuración de la metodología intrínseca en los talleres propuestos requiere hacer una brecha en el trabajo

cotidiano en el aula y enfatizan el proceso de aprendizaje al hecho de aprender y saber hacer con lo que se aprende por lo que en los talleres se refleja la necesidad de:

- ◆ Buscar los puntos centrales de un concepto, para conectarlos con aspectos del entorno (sean geométricas, numéricos, funciones,...)
- ◆ Graduar el trabajo según el procedimiento o habilidades que se requieran.
- ◆ Y finalmente poner a los alumnos en situación de plantearse problemas y buscar respuestas.

Porque no se trata de manipular el material, aspecto que en cierta forma corre el peligro de resultar anecdótico, sino que lo más importante es que el material sirva de vehículo para que el alumno pueda poner palabras al conocimiento intuitivo del mundo que lo rodea.

Se trata de poner un puente de relación entre lo que intuye con lo que puede llegar a explicitar a través de la manipulación y del trabajo en grupo, especialmente a través del lenguaje.

5.1. TALLERES.

A continuación se presentan talleres requeridos para poner en marcha la propuesta.

Taller No. 1: Comparación entre figuras semejantes.

Objetivo: ubicar figuras de acuerdo a medidas de lados y ángulos.

Se ampliarán y reducirán las figuras originales en una fotocopidora.

- Observa cada una de las figuras originales y las de las fotocopias.
- Toma las medidas de la figura 1 y 2 y anótalas.
- Haz lo mismo con las de la fotocopia.
- Compara las medidas de la original con las de la fotocopia.
- Anota lo que observas.
- Repite lo mismo con la figura 3.
- Anota lo que observas.
- En la figura 4 toma las medidas de los lados y mide también los ángulos.
- Compara la medida de los lados de la figura original con los de la fotocopia.
- Compara los ángulos de la figura original con los de la fotocopia.

- Anota lo observado.
- Resume las observaciones que has hecho y escribe en tu informe algunas conclusiones.

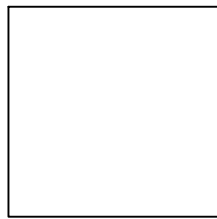


Figura 1

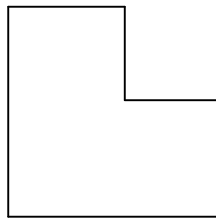


Figura 2

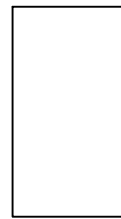


Figura 3

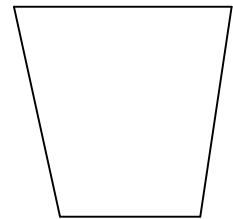


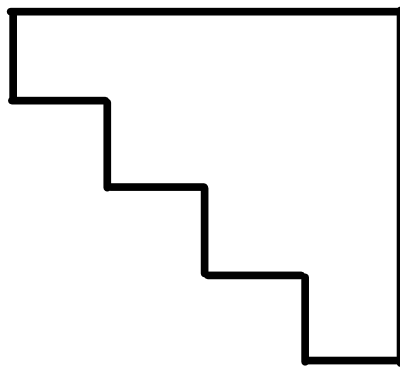
Figura 4

ESTA ACTIVIDAD SE PUEDE HACER TAMBIÉN CON MATERIAL CONCRETO, ES DECIR, VALERNOS DE LAS MEDIDAS OBTENIDAS DE LAS FIGURAS ORIGINALES Y LAS OBTENIDAS POR MEDIO DE LA FCTOCOPIADORA y TRAER EL MATERIAL HECHO EN CARTULINA, MADERA O ACRÍLICO.

Taller No. 2: Ampliación y reducción de figuras.

Objetivo: tomar medidas y usarlas en el aumento y disminución de figuras presentadas.

Observa la siguiente figura:



- Toma sus medidas.
- En otra hoja aumenta la figura al doble de su tamaño original.
- Describe como lo haces.
- Las medidas de la figura que has obtenido podrías predecirlas, porqué.
- En otra hoja reduce la figura a la mitad de su tamaño original.
- Describe como lo haces.

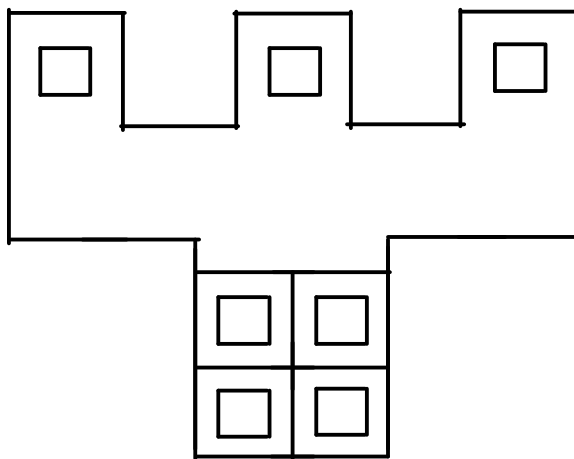
- Realiza el cociente entre los lados homólogos de las figuras (La original y la aumentada al doble) y (la original con la disminuida a la mitad).
- ¿Qué observas en los resultados?

A este cociente lo llamaremos *razón de proporcionalidad*. ¿Cuál ha sido la razón de proporcionalidad en nuestro caso?

Taller No. 3: Ampliación y reducción de figuras con factor multiplicativo.

Objetivo: tomar medidas, aumentar y reducir figuras al doble o triple del tamaño original.

Observa la siguiente figura:



- Toma sus medidas.
- En otra hoja aumenta la figura al doble de su tamaño original.
- Describe como lo haces.
- Sin tomar las medidas de la figura que has obtenido podrías predecirlas, porqué.
- En otra hoja reduce la figura a la mitad de su tamaño original.
- Describe como lo haces.
- ¿Serás capaz de aumentar esta figura al triple y después reducirla a la tercera parte?
- En este caso ¿cual seria la razón de proporcionalidad?

TALLER No. 4: Representación de conceptos.

Objetivos:

- Representar el concepto de *razón* como el cociente de dos magnitudes.
- Deducir, a partir de una situación problemática, el concepto de *razón* como herramienta útil y necesaria para interpretar el mundo físico.
- Identificar la escala como una representación particular del concepto de *razón* y de *proporción*.

Ejes temáticos:

- Sistema Métrico Decimal: interpretación de medidas y conversión de unidades.
- Razón: Escalas, Proporción: Razonamiento espacial.

Situación:

Necesitamos hacer un mapa del colegio lo más claro posible para contarle a nuestros familiares, que están en el exterior la ubicación de nuestro salón de clases durante este año y así hacerse una muy clara idea de que tan grande es el nuestro Colegio.

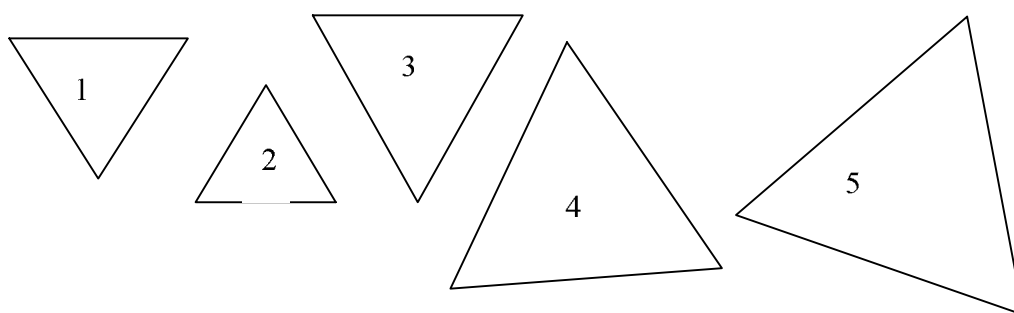
Contamos con nuestro ingenio, imaginación y nuestra inteligencia para, de alguna manera representar nuestro colegio en una hoja de papel cuadriculado, utiliza regla o escuadras.

Recuerda que la persona que va a ver el mapa (plano) debe tener una idea bastante aproximada de las dimensiones del colegio y de nuestro salón de clases.

TALLER No. 5: Comparación entre triángulos semejantes.

Objetivo : Hallar razones de semejanza entre triángulos.

Observa los siguientes triángulos equiláteros:



- Mide sus ángulos.
- ¿Qué observas?
- Mide sus lados.
- Completa la siguiente tabla:

	Triangulo 1	Triangulo 2	Triangulo 3	Triangulo 4	Triangulo 5
Medida del lado					
Medida del Angulo					

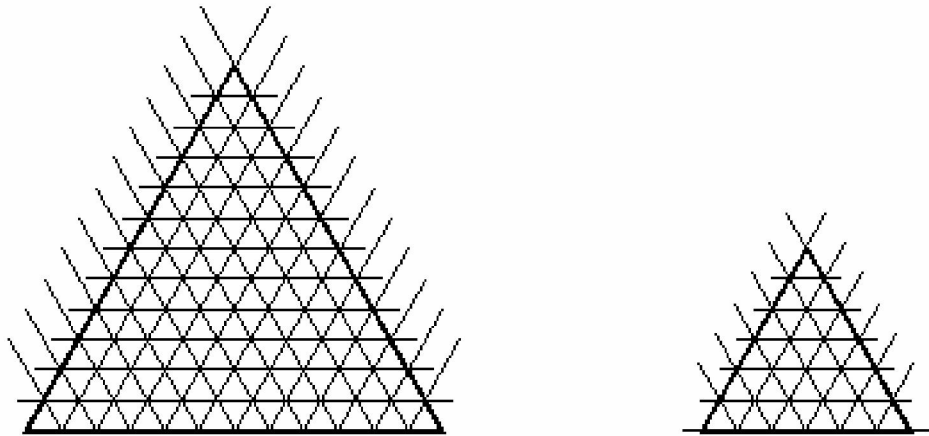
- ¿Qué observas?

- El cociente entre los lados de los triángulos se llama *razón de semejanza* ¿Cuál es la razón de semejanza entre el tercer triángulo y el primero? ¿Y entre el tercero y el quinto?

Taller No. 6: Razón entre áreas.

Objetivos: hallar razón y calcular áreas de triángulos.

Observa los siguientes triángulos semejantes:



- Midiendo según la malla, calcular la razón entre los lados homólogos.
- Calcular cuales son los perímetros, medidos en unidades de malla.
Calcular la razón entre los perímetros.
- ¿Qué observas?
- Midiendo también en unidades de malla calcular las áreas de los triángulos. Calcula ahora la razón entre las áreas.
- ¿Qué relación hay entre la razón de los perímetros y la razón de las áreas?

Taller No. 7: Construcción del prop.

Objetivos:

- construir el Prop usando regletas de madera y recursos del medio.
- Construir el concepto de proporción a partir del trabajo con medidas de segmentos de diferentes tamaños.

Ya hemos resuelto algunos problemas en los cuales teníamos que comparar lados de figura geométricas (triángulos rectángulos etc.) y descubrir lo que es la razón de semejanza entre ellas. Al trabajar con los lados de estas figuras hemos estado trabajando con segmentos de recta.

Vamos a resolver algunas situaciones problemas en las que solo se trabajara con segmentos para llegar luego al concepto de proporción.

Para hacer un poco más divertido nuestro trabajo necesitamos construir un instrumento que nos ha de servir de mucho. Llamado **PROP**, lo necesario para construirlo es:

- 2 Reglas en madera de 100 cm de largo por 2 cm de ancho por 1 cm de espesor.
- $1\frac{1}{2}$ m de tubo P.V.C. de $\frac{1}{2}$ pulgada de diámetro.
- 1 indicador rayo láser.

10 tornillos (hembra-macho) de V4 de pulgada de diámetro por 1 pulgada de largo.

1 mira.

1 triplex de 110 cm de largo por 7 cm de ancho por 3 cm de espesor.

1 triplex de 100 cm de largo por 5 cm de ancho por 2 cm de espesor.

20 varas en madera de:

5,10,15,20,25,30,35,40,45,50,55,60,65,70,75,80,85,90 y 95 cm de largo por 2.5 cm de ancho por 2.5 cm de espesor.

Martillo.

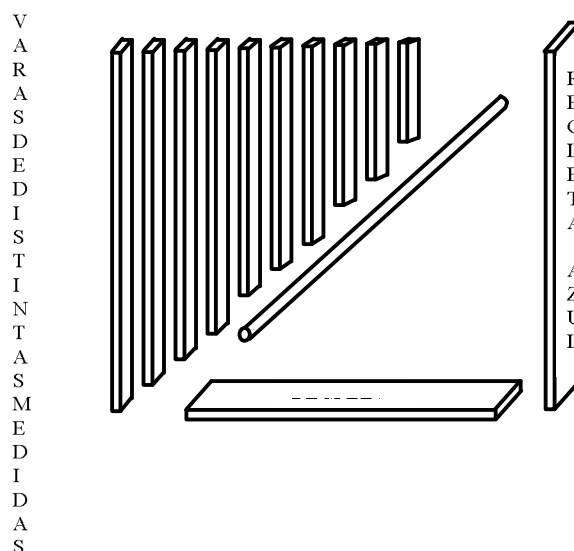
Puntillas de pulgada.

Colbón para madera.

Vinilos azul y rojo.

Lo ensamblaremos guiándonos por la **figura A**, para obtener el instrumento armado como lo muestra la **figura B**. Luego pintamos la regleta horizontal con vinilo de color rojo y la regleta vertical de azul.

FIGURA A



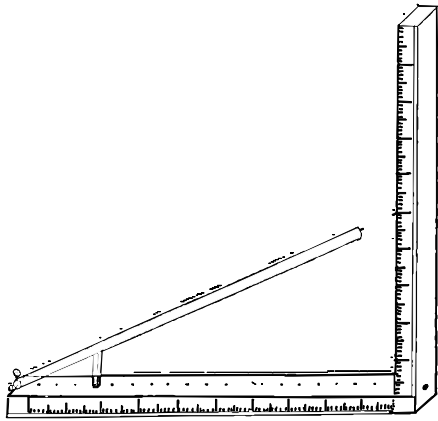


FIGURA B

Taller No. 8: Manejo del Prop.

Objetivo: usar el Prop, para realizar medidas de alturas específicas con respecto a las medidas de las regletas.

A la regleta horizontal, que tiene en nuestro modelo 100 cm, la llamaremos regleta roja y a la regleta vertical, que tendrá 50 cm, regleta azul y a las varillas, que serán de 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45 Y 50 cm" las llamaremos simplemente varilla de **X** cm.

- Situar la varilla de 10 cm a 20 cm de la mira en la regleta roja.
- Utilizando el tubo que tiene el rayo láser y la mira microscópica, como lo indica la figura, se verá proyectada la varilla sobre la regleta azul
- ¿Cuál es la longitud de la proyección?
- Dibuja un esquema con los datos que proporciona la experiencia.
- Repitamos el ejercicio completo situando a 20 cm de la mira en la regleta roja la varilla de 5 cm. y luego lo mismo pero con la varilla de 15 cm y con la de 20 cm.
- Elabora una tabla donde se relacione la longitud de la varilla y la de la proyección.
- Repita todo el ejercicio anterior, situando las varillas utilizadas a 40 cm de la mira en la regleta roja.
- Elabora un informe con la experiencia que haz vivido.

Taller No. 9: Afianzamiento.

Objetivo: afianzar la noción de proporción haciendo uso del Prop y algunos conceptos de aritmética.

Utilizando nuevamente nuestro instrumento elaborado en el taller 7 hagamos ahora lo siguiente:

- Coloca la varilla de 5 cm a 10 cm de la mira en la regleta roja.
- Mide la distancia entre los extremos superiores y la mira.
- ¿A qué distancia, en la regleta roja, colocarías la varilla de 15 cm para que la distancia de su extremo superior a la mira sea el triple a la hallada anteriormente?
- Dibuja un esquema y comprueba que tu predicción es correcta.
- Explica lo que has descubierto.

Taller No 10: Profundización.

Objetivo: avanzar en la construcción del concepto de proporción realizando trabajos con el Prop y algunas situaciones.

Complementemos un poco nuestro trabajo con el siguiente taller:

- Coloca la varilla de 10 cm sobre la regleta roja a 20 cm de la mira.
- ¿Cuál varilla debes colocar a 30 cm de la mira en la regleta roja para que el rayo láser roce a la varilla de 10 cm y a la que coloques.
- Dibuja un esquema de lo que estás haciendo.
- Reconoce algunos triángulos que resulten de esta representación.
Coloca sus medidas.
- Escribe las proporciones que se puedan formar entre los lados de los triángulos formados allí.

6. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Cada taller presenta una tabla donde la última columna expresa la acción exitosa (la que controla el taller) y las columnas precedentes presentan las acciones que se consideran eficaces para la consecución de la acción esperada.

TALLER No 1 COMPARACIÓN DE FIGURAS SEMEJANTES.

La sexta columna representa la acción eficaz que permite dilucidar si el estudiante ha iniciado el proceso cognitivo que lo llevara a la elaboración del concepto matemático de razón.

Las columnas tres y cuatro conllevan a la distinción de dos magnitudes, esto unido con la quinta que establece ya una relación entre magnitudes que constituyen una entrada matemática a la proporcionalidad.

RESULTADOS

Se hace entrega a los estudiantes del material, que consiste en unas figuras las cuales se aplicaron y se redujeron para que los estudiantes pusieran en práctica la observación, medición y comparación, ellos mostraron motivación y dedicación en el trabajo, empezaron a medir las figuras pero los

estudiantes presentaron dificultades ver (tabla 1.a.), no distinguían formas diferentes al interior de una misma familia de formas, no discriminaban lados y median incorrectamente, lo cual no les permitía identificar semejanzas, de donde se evidenció un bloque total, este más que todo se presentó por la cultura que tienen los estudiantes de no trabajar situaciones sin orientación previa del profesor y además como se mostró en los resultados del diagnóstico los estudiantes no están familiarizados con las situaciones problemas. Se procedió entonces a establecer factores de desbloqueo explicando verbalmente la mejor forma de usar el método para solucionar el problema y mostrándoles el error que estaban cometiendo al medir de la forma que lo hacían, se les hizo un ejemplo de un cuadrado en diferente posición para que observaran que este no cambiaba.

Se aplicó nuevamente el taller No 1 obteniéndose los resultados mostrados en la tabla # 1.b.

Resultados del taller No. 1.

TABLA No. 1.a.

1	2	3	4	5	6
ESTUDIANTES	Distingue formas diferentes al anterior de una misma familia de formas	Discrimina lados y los mide identificando la unidad de medidas	Usar la misma discriminación en la otra figura	Compara largos ~ largos y anchos ~ anchos	Identifica semejanza
1.	0	0	0	0	0
2.	0	0	0	0	0
3.	0	0	0	0	0
4.	0	0	0	0	0
5.	0	0	0	0	0
6.	0	0	0	0	0
7.	0	0	0	0	0
8.	0	0	0	0	0
9.	0	0	0	0	0
10.	0	0	0	0	0
11.	0	0	0	0	0
12.	0	0	0	0	0
13.	0	0	0	0	0
14.	0	0	0	0	0
15.	0	0	0	0	0
16.	0	0	0	0	0
	0. NO 1. SI	0. NO 1. SI	0. NO 1. SI	0. NO 1. SI	0. NO 1. SI

RESULTADOS DE APLICAR NUEVAMENTE EL TALLER No. 1

TABLA # 1.b.

1	2	3	4	5	6
ESTUDIANTES	Distingue formas diferentes al anterior de una misma familia de formas	Discrimina lados y los mide identificando la unidad de medidas	Usar la misma discriminación en la otra figura	Compara largos ~ largos y anchos ~ anchos	Identifica semejanza
1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1
5	1	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1
9	1	1	1	1	1
10	1	1	1	1	1
11	1	1	1	1	1
12	1	1	1	1	1
13	1	1	1	1	1
14	1	1	1	1	1
15	1	1	1	1	1
16	1	1	1	1	1
	0. NO 1. SI	0. NO 1. SI	0. NO 1. SI	0. NO 1. SI	0. NO 1. SI

De la tabla anterior se puede concluir que las acciones propuestas en las columnas precedentes, fueron eficaces y pertinentes para la identificación de semejanza a través de una estrategia geométrica

TALLER No. 2 AMPLIACIÓN Y REDUCCIÓN DE FIGURAS

Al igual que en el taller No 1, la última columna es la que contra la acción exitosa de los talleres, las columnas 2,3 y 4 llevan al estudiante a formalizar la semejanza a través de una relación multiplicativa.

RESULTADOS

Se les entrego a los estudiantes la situación problema la cual consistía en ampliar y reducir una figura con características muy particulares que permiten la correlación de elementos geométricos con elementos métricos, lo que favorece el desarrollo de aspectos cognitivos y matemáticos como la comparación y el espacio de medida y la magnitud.

Al igual que en el anterior taller mostraron motivación hacia la actividad, pero presentaron dificultad tales como:

- ◆ El 33% de los estudiantes ampliaban las longitudes externas o las de mayor dimensión y creían que la figura estaba ampliada, no tenían en cuenta toda el área total de la figura.
- ◆ Algunos en un porcentaje mínimo 12 % (solo tuvieron en cuenta lo perceptual y con base en ello trabajaron (por ejemplo: decían que cada cuadro media $\frac{1}{2}$ cm., cuando en realidad no era así)
- ◆ Al reducir la figura presentaron mayor dificultad que al ampliarla.

Luego se procedió a realizar las respectivas aclaraciones como que debían tener en cuenta es espacio de medida y sobre el concepto de razón.

Resultados del taller No. 2.

TABLA No. 2.

1	2	3	4	5
Estudiantes	Identifica el espacio de medida	Compara las medidas de los segmentos conocidos	Formula la relación multiplicativa que se da entre las medidas de los segmentos	Identifica semejanza a través de una relación multiplicativa
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	1	0	0	0
4	0	0	0	0
5	1	1	0	0
6	1	0	0	0
7	1	1	1	1
8	0	1	0	0
9	1	0	0	0
10	1	1	0	0
11	1	1	0	0
12	1	1	0	0
13	1	0	0	0
14	0	1	0	1
15	1	1	0	0
16	1	0	0	0
	0. NO mantiene 1. SI mantiene	0. NO mantiene 1. SI mantiene	0. NO 1. SI	0. NO 1. SI

Al analizar los resultados de la tabla No. 2 se encontró que solo el 25% del total de los estudiantes identificaron la semejanza existente a través de una relación multiplicativa.

Solo 3 estudiantes formaron la relación multiplicativa que se da entre las medidas de los segmentos conocidos lo que equivale al 18,7% fue en donde presentaron mayor dificultad.

Para evidenciar el mejoramiento de los aspectos propuesto en el taller No. 2 se procedió a aplicar nuevamente un taller donde algunas preguntas contienen las mismas características o categorías.

TALLER No. 3 AMPLIACIÓN Y REDUCCIÓN DE FIGURAS CON FACTOR MULTIPLICATIVO

Este taller es complemento del anterior, donde se combinan la observación, la comparación, la medición, el razonamiento lógico y el razonamiento espacial.

RESULTADOS

Se manifiesta el deseo de seguir con actividades y surge entonces de manera impaciente la pregunta ¿y entonces que es razón y que es proporción?; en este momento los estudiantes ya tiene un trabajo cognitivo más conciente que les permite plantearse preguntas de este tipo. Es en este momento donde se empieza a formalizar en los estudiantes el concepto de razón y de proporción evidenciándose la aplicabilidad de los mismos en las actividades realizadas.

RESULTADOS DEL TALLER No. 3

Tabla No. 3

1	2	3	4	5
Estudiantes	Identifica el espacio de medida	Compara las medidas de los segmentos conocidos	Formula la relación multiplicativa que se da entre las medidas de los segmentos	Identifica semejanza a través de una relación multiplicativa
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	1	1	1	1
4	1	1	1	1
5	1	1	1	1
6	1	1	1	1
7	1	1	1	1
8	1	1	1	1
9	1	1	1	1
10	1	1	1	1
11	1	1	1	1
12	1	1	1	1
13	1	1	1	1
14	1	1	1	1
15	1	1	1	1
16	1	1	1	1
	0. NO mantiene 1.SI mantiene	0. NO mantiene 1. SI mantiene	0. NO 1. SI	0. NO 1. SI

De la tabla anterior se puede concluir que las acciones propuestas en las columnas precedentes fueron eficaces y pertinentes para la identificación de semejanza a través de una relación multiplicativa acción que lo conlleva con la adquisición del concepto de razón y proporción.

TALLER No. 4: EVALUATIVO.

Este taller es la generalización de los talleres anteriores se analizan todas los factores mediante una conexión graduada valorando el avance de los estudiantes frente a las categorías cognitivas y matemáticas que ha logrado, la estructura de este taller tiene implícito el concepto de razón como el cociente de dos magnitudes, la escala como una representación particular del concepto de razón y de proporción.

RESULTADOS

Se les entrega la actividad a los estudiantes, la cual consistía en realizar un mapa del colegio para mostrar la ubicación a sus familiares de su salón de clases.

Dicha actividad tiene elementos métricos y geométricos, se pone en juego aspectos cognitivos como la comparación, la identificación de un espacio de medida, la clasificación de figuras semejantes. Aparece en lo matemático, la magnitud y se reafirma la presentación de razones homogéneas entre longitudes.

Los estudiantes inicialmente se mostraron motivados y mostraron gran aceptación en el momento que se les plateó el trabajo con una metodología diferente a la utilizada normalmente en el salón de clases.

Hubo necesidad de mucho trabajo compartido (estudiante – profesor, estudiante – estudiante, estudiante – otros profesores del colegio, entre otros), con lo que se avivó más el ánimo para trabajar.

Los estudiantes evocaron experiencias anteriores en el momento de tomar medidas reales del colegio (utilizando unidades no convencionales para como tubos, pitas, palos de escoba entre otros), sintiendo la necesidad de trabajar aspectos importando del pensamiento métrico como es el de hacer conversión de unidades.

Finalmente, comparó las dimensiones del mapa realizado confrontándolas con la realidad, reconoció la relación existente entre las medidas de los lados homólogos entre el mapa realizado y la realidad, concluyo que la relación se conserva en cada uno de los lados homólogos de las representación, identificó la razón como el cociente entre dos número y a partir de esta situación que un principio manifestaron corresponden más a las ciencias sociales que matemáticas dedujeron el cociente de razón y la miraron como una herramienta útil y necesaria para interpretar el mundo físico.

RESULTADOS DEL TALLER No. 4

Tabla No. 4

1	2	3	4	5	6	7
ESTUDIANTES	Identifica la unidad de medida	Mantiene la unidad de medida invariante	Asocia un numero a la longitud del segmento	Discrimina dos subconjuntos de la misma longitud	Compara dos cantidades del mismo conjunto utilizando una relación multiplicativa	Identifica el factor numérico relacionante
1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1	1
5	1	1	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1	1
9	1	1	1	1	1	1
10	1	1	1	1	1	1
11	1	1	1	1	1	1
12	1	1	1	1	1	1
13	1	1	1	1	1	1
14	1	1	1	1	1	1
15	1	1	1	1	1	1
16	1	1	1	1	1	1
	0. NO mantiene 1.SI mantiene	0. NO mantiene 1. SI mantiene	0. NO 1. SI	0. NO 1. SI	0. NO 1. SI	0. NO 1. SI

De la tabla anterior se puede concluir que las acciones propuestas fueron eficaces para el aprendizaje de las conceptos razón y proporción, por lo cual se argumenta que los estudiantes pueden llegar al manejo de los conceptos razón y proporción mediante la estructuración de una metodología que intrínsecamente requiera de un orden y una secuencia de las acciones de acuerdo a las capacidades de los estudiantes, además de hacer una brecha en el trabajo cotidiano en el aula y enfatizar en el proceso de aprendizaje

7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

Desde nuestra labor como docente de matemática, se nos presenta la oportunidad de identificar dificultades y aptitudes que tienen los estudiantes para el aprendizaje de esta área. De tal forma en el presente trabajo se tuvo en cuenta las dificultades y aptitudes que presentaron los estudiantes para elaborar las siguientes conclusiones:

El estudiante vive las matemáticas y se compromete verdaderamente con él mismo, cuando es él quien protagoniza las actividades que se plantean. Los talleres propuestos muestran un lenguaje más semántico que sintáctico de los conceptos de razón y proporción y guardaron una secuencia en su presentación lo que permitió gran motivación y voluntad de trabajar por parte de los mismos.

Al revisar la teoría de Euclides especialmente las bases de la idea general de razón libro V, se observa una metodología de encadenamiento de Axiomas y definiciones que permite una descripción general de estos conceptos sin utilizar directamente nociones aritméticas, lo hace por un lado partiendo de nociones geométricas; lo que guarda mucha relación con la propuesta.

Los resultados obtenidos del estudio diagnóstico muestra que los estudiantes no están familiarizados con la resolución de situaciones problemas y no tienen desarrollados los aspectos cognitivos y matemáticos indispensables para el desarrollo de los conceptos razón y proporción.

El análisis de los talleres presentados con base en los aspectos cognitivos y matemáticos generados al abordar los conceptos de razón y proporción muestra el intrincado y no casual entretendido de los mismos, lo cual corrobora el origen del fracaso escolar colombiano en la proporcionalidad al realizar las actividades didácticas en el aula sin tener muy en cuenta estas categorías y sus posibles enlaces.

Se recomienda aplicar en su totalidad los talleres propuestos y seguir un trabajo cuya metodología sea similar a la planteada en el presente trabajo.

BIBLIOGRAFÍA

- ACEVEDO, Miriam. HUERTAS Crecencio. El conocimiento profesional, una mirada a la aritmética de la escuela. Asociación Colombiana de Matemática Educativa. (ASOCOLME) Grupo Editorial GAIA. 1999. Pág.54.
- ANTÓN BOZAL, J. L. y otros. Taller de matemáticas. Madrid, Editorial Nancea S.A. 1994
- FIOL MORA, Maria y FORTUNY AYMEMI, Joseph. Proporcionalidad directa., la forma y el numero. Editorial Síntesis S.A. Madrid 1990.
- LUENGO GONZÁLEZ,. Ricardo y otros. Proporcionalidad geométrica y semejanza. Grupo BETA. Madrid: Editorial Síntesis. 1990.
- MANCERA MARTÍNEZ, Eduardo. Problemas, maestros y la resolución de problemas. Educación Matemática V5 Pág. 78-92. 1993
- POLYA, G. Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trillas S.A. de C V. Pág.6
- ROZO, Félix. SEGURA, Mónica y Otros. La proporcionalidad como parte fundamental en el desarrollo del pensamiento multiplicativo. Pág. 11. Trabajo de grado para optar título en Esp. En educación matemática
- SANTOS, Luz Manuel. La resolución de problemas; el trabajo de Alan Shoenfeld: Una propuesta a considerar en el aprendizaje de las matemáticas. México. Edición matemática. V4. 1996