

**ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS PARA LA COMPRENSIÓN Y
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ADITIVOS EN EL SISTEMA
NUMÉRICO DE LOS ENTEROS EN ESTUDIANTES DE 7° DEL
COLEGIO DULCE NOMBRE DE JESÚS DE SINCELEJO.**

**YARELIS PATRICIA OSSMA SIERRA
NELLY DEL SOCORRO TEHERÁN VILLA**

**Trabajo de grado para optar al título de
Licenciado en Matemáticas**

**Director
MARCOS BETIN SEVERICHE**

**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA
SINCELEJO**

2003

**ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS PARA LA COMPRENSIÓN Y
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ADITIVOS EN EL SISTEMA
NUMÉRICO DE LOS ENTEROS EN ESTUDIANTES DE 7° DEL
COLEGIO DULCE NOMBRE DE JESÚS DE SINCELEJO.**

**YARELIS PATRICIA OSSMA SIERRA
NELLY DEL SOCORRO TEHERÁN VILLA**

**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA
SINCELEJO**

2003

Página de Aceptación

Presidente del Jurado

Jurado

Jurado

Sincelejo, Mayo 28 de 2003

DEDICATORIA

A Dios por darme fortaleza, amor y sabiduría para seguir adelante.

A mi hijo Jesús David Corrales Ossma quien se ha convertido en el motor de mi existencia y quien me demuestra su amor sincero y transparente con sus travesuras y picardía.

A Laciara Corrales por motivarme a seguir adelante en mi carrera y por compartir conmigo la alegría de tener un hijo, quien hoy es nuestro más grande tesoro.

A mi madre Carmen Sierra, a la familia Corrales Aldana y a mis hermanas Angélica y Tania por apoyarme incondicionalmente.

YARELIS OSSMA.

DEDICATORIA

A Dios, por iluminar cada paso que doy en esta hermosa vida.

A mi hijo Diego Armando por ser mi motivo de superación.

A Tulio Buelvas, por compañía y por compartir conmigo la felicidad de conformar hoy una pequeña pero hermosa familia al lado de nuestro hijo.

A mis padres Germán y Nelly, por sus incansables sacrificios para brindarme la mejor educación del mundo.

A mis sobrinas y hermanas, por su alegría y su apoyo incondicional.

NELLY TEHERÁN.

AGRADECIMIENTOS

Las autores expresan sus más sinceros agradecimientos a:

***Dios**, por ser nuestro guía principal, por darnos sabiduría y fortaleza para afrontar los momentos más difíciles de nuestra carrera.*

*A la **Universidad de Sucre** por darnos la oportunidad de superarnos y formarnos como personas capaces de afrontar las exigencias de nuestra sociedad.*

*A **Marcos Bettin**, por compartir sus conocimientos con nosotras, por su colaboración, apoyo, comprensión y el deseo que siempre tuvo de ayudarnos en la culminación de nuestra carrera.*

*A la comunidad educativa del **Colegio Dulce Nombre de Jesús**, por habernos brindado sus instalaciones para ejecutar nuestro trabajo de grado y llevar a feliz término este logro.*

*A la familia **Teherán Villa**, la familia **Corrales Aldana** y a nuestras amigas **Osiris Acosta**, **Sandra Santos**, **Yenis Martínez** y **Lilia Ríos** por el apoyo constante e incondicional que nos brindaron para seguir adelante y culminar con éxito una meta más en nuestra vida.*

A todas aquellas personas que de una u otra forma hicieron posible esta realidad.

*"Únicamente los autores son
responsables de las ideas expuestas
en el presente proyecto de investigación"*

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	10
1. PROBLEMA	14
1.1 PLANTEAMIENTO	14
1.2 DESCRIPCIÓN Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	14
2. JUSTIFICACIÓN	20
3. OBJETIVOS	23
3.1 GENERAL	23
3.2 ESPECÍFICOS	23
4. MARCO TEÓRICO	24
4.1 ANTECEDENTES	24
4.2 BASES TEÓRICAS Y CONCEPTUALES	27
5. MARCO LEGAL	41
6. METODOLOGÍA	44
6.1 TIPO DE ESTUDIO	44
6.2 POBLACIÓN Y MUESTRA	44
6.3 INSTRUMENTOS	45
6.4 TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE DATOS	46
6.5 ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN	48
6.5.1 Resultados prueba exploratoria	48
6.5.2 Análisis descriptivo de las actividades	50
CONCLUSIONES	86
RECOMENDACIONES	88
BIBLIOGRAFÍA	90
ANEXOS	91

RESUMEN ANALÍTICO DE LA INVESTIGACIÓN

Este trabajo promueve la incorporación y desarrollo de estrategias metacognitivas como herramientas didácticas para la comprensión y resolución de problemas aditivos en el sistema numérico de los enteros.

El trabajo de aula consistió en proponer situaciones problemas aditivas de tipo verbal con diferentes estructuras, a 5 estudiantes de 7° del Colegio Dulce Nombre de Jesús de Sincelejo, en cuyo abordaje y desarrollo se ponen en juego estrategias metacognitivas como control, monitoreo, revisión y autoevaluación a fin de posibilitar la comprensión y resolución de los problemas planteados.

Se destaca el papel mediatizador del docente, y la interacción con homologos, en dicho proceso, pues gracias a dicha interacción, a través del diálogo, fue posible que los estudiantes incorporaran algunas de dichas estrategia a su hacer.

Partimos del precepto que los profesores pueden ayudar a que los alumnos aprendan a pensar, a desarrollar estrategias básicas de pensamiento, a que se conviertan en personas autónomas, críticas, activas, cooperativas y responsables.

Concluimos que a partir de la práctica sistémica con diferentes problemas se adquiere experiencia y se conocen diferentes estrategias para resolverlos. Cuanto mayor es el repertorio de estrategias mayor es la probabilidad de identificar una para resolver un problema nuevo. Además discutir las estrategias utilizadas y aprender de los errores, ayuda a desarrollar habilidades que facilitan el razonamiento y comprensión de los problemas

INTRODUCCIÓN

Entre los propósitos de la matemática escolar expuestos en los Lineamientos Curriculares para el área, está el de coadyuvar a potenciar el razonamiento matemático de los estudiantes, consistente en:

La acción de ordenar ideas en la mente para llegar a conclusiones, y tiene que ver con:

- Dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones.
- Justificar las estrategias y los procedimientos puestos en acción en el tratamiento de problemas.
- Formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones, encontrar contraejemplos, usar hechos conocidos, propiedades y relaciones para explicar otros hechos.
- Encontrar patrones y expresarlos matemáticamente.
- Utilizar argumentos propios para exponer ideas, comprendiendo que las matemáticas más que una memorización de reglas y algoritmos, son lógicas y potencian la capacidad de pensar¹.

Se privilegia el papel que cumple el razonamiento matemático en la actividad de resolver problemas, pues se considera un elemento importante en el desarrollo de las matemáticas, en el estudio del conocimiento matemático y últimamente gracias a las investigaciones hechas en el campo de la educación matemática se destaca su papel para el aprendizaje de las mismas, debido a que:

“En la medida en que los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel”²

Este hecho ha dado origen a variados enfoques didácticos y metodológicos centrados en la resolución de problemas en el aula de clases. En este contexto surge esta propuesta pedagógica tendiente a posibilitar la comprensión y resolución de problemas aditivos en el sistema numérico de los enteros en los estudiantes de séptimo grado (7°) del Colegio Dulce Nombre de Jesús de Sincelejo a través de la incorporación y desarrollo de estrategias metacognitivas en dicho proceso.

Dentro de las estrategias metacognitivas que se desean incorporar y desarrollar están: la revisión del proceso, la toma de decisiones, el monitoreo y la auto evaluación.

La propuesta se fundamenta en los trabajos sobre resolución de problemas adelantados, entre otro, por Polya y Schoenfeld, Luz Manuel Santos Trigo, quienes destacan en sus estudios el uso de la

¹ MINISTERIO DE EDUCACIÓN. **Lineamientos curriculares**. Santafé de Bogotá: M.E.N., 1998.

² Ibid.

metacognición como medio de control y autorregulación en la resolución de problemas. La importancia de incorporar y desarrollar estrategias cognitivas, metacognitivas y motivacionales en los procesos de resolución de problemas se debe a que desde de la psicología cognitiva se plantea que los profesores pueden ayudar a que los alumnos aprendan a pensar, a desarrollar estrategias básicas del pensamiento, a que se conviertan en personas autónomas, críticas, activas, cooperativas y responsables.

También, se resalta la importancia del concepto de *zona de desarrollo próximo*, propuesta por Vygotski, pues gracias a las mediaciones de los docentes, de otros compañeros, los estudiantes pueden progresar en el proceso de resolución de problemas, tareas que por sí solos no pueden realizar, son capaces de hacerlo con una buena mediación

La propuesta se desarrolla atendiendo a tres fases:

Fase I: Exploratoria

Fase II: Fundamentación teórica y diseño de talleres

Fase III: Aplicación y descripción de resultados obtenidos

En la fase I, se aplica una prueba exploratoria para identificar las dificultades y fortalezas de los estudiantes en la resolución de problemas aditivos, lo cual nos permitirá establecer el tipo de problemas aditivos en los que se hará énfasis en las fases II y III.

En la fase II, se hace una revisión del soporte teórico que sustenta nuestra propuesta y se diseñan talleres de desarrollo de estrategias metacognitivas, de los cuales se hará uso en la fase III.

La fase III, se desarrolla a través de talleres de desarrollo de estrategias metacognitivas, seguida de la descripción de los resultados obtenidos.

Se espera que la propuesta sea acogida con agrado por los estudiantes y profesores de séptimo grado de dicha institución.

1. PROBLEMA

1.1 PLANTEAMIENTO

El problema objeto de estudio del presente proyecto pedagógico son los espacios de dificultad que presentan los estudiantes de séptimo grado del Colegio Dulce Nombre de Jesús para comprender y resolver problemas aditivos de tipo verbal en el conjunto de los números enteros.

1.2 DESCRIPCIÓN Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Es común durante el aprendizaje de las matemáticas que los alumnos estudien conceptos, definiciones, teoremas, algoritmos y desarrollen estrategias para resolver problemas. Esta actividad de resolver problemas, es enfáticamente reconocida como un componente importante en el estudio del conocimiento científico y, en particular, del matemático. Observamos en nuestro medio que en el proceso de resolver problemas, como una actividad importante en el desarrollo de las matemáticas, se ha puesto mayor atención en el diseño y la presentación de problemas que en la incorporación y desarrollo de estrategias metacognitivas para darles solución. Al respecto, retomamos ideas de Luz Manuel Santos cuando plantea que “en este sentido, usualmente se ha hecho énfasis en obtener soluciones, lo cual es desafortunado porque los estudiantes se ven obligados a encontrar

la respuesta sin importar cómo, se aplican fórmulas, teoremas que no son interiorizados significativamente”³.

Las investigaciones de Polya y Alan Schoenfeld develan que el conocimiento previo de resultados, condiciona a los alumnos, en la medida en que tienden a falsear el proceso de resolución con el fin de obtener la solución deseada.

F.J. Perales y A. Cervantes Madrid (1984), en el contexto de la *Resolución de problemas de lápiz y papel*, señalan algunas dificultades a vencer por parte de los estudiantes, tales como:

- **Nivel de lectura y comprensión.** El bajo nivel de lectura en los estudiantes genera la poca comprensión.
- **Formas de los enunciados.** La estructura semántica del problema, ya sea en orden inductivo, deductivo o diluida, implica un análisis confuso del problema presentado, se deben presentar en forma clara, precisa, con términos y situaciones contextuales.
- **Ausencia de una idea directriz.** El estudiante, una vez identificado el tipo de problema, comienza a manipular una serie de fórmulas,

³ SANTOS T., Luz M. **Resolución de problemas** : El trabajo de Alan Schoenfeld : Una propuesta a considerar en el aprendizaje de las matemáticas. En : **Educación Matemática**. V.4 N° 2. Iberoamericana. México D.F., p. 16-24.

teoremas y procedimientos con los cuales pretende llegar a una solución; se nota la incapacidad de planeación o ejecución de un plan.

- **El sentido de las operaciones.** Muchos estudiantes son capaces de resolver operaciones sin entender el significado y sentido de las respuestas y, en otros casos, los estudiantes se le presentan dificultades al precisar las operaciones pertinentes.
- **Medios intelectuales del alumno.** Hace alusión al uso y aplicación de habilidades cognitivas y metacognitivas que favorezcan el pensamiento crítico.

Se puede apreciar que el proceso de resolver problemas ha sido considerado a través del tiempo por muchos investigadores como un elemento primordial para el desarrollo, estudio y aprendizaje de las matemáticas. Últimamente en nuestro medio, la resolución de problemas se ha constituido en el eje direccionador del currículo y en el medio fundamental para la evaluación por competencia en esta área, razón por la cual, quizás hoy día, es una de las actividades primordiales en el aula de clases.

No podemos ocultar que el proceso de resolver problemas se constituye en uno de los mayores dolores de cabeza, no sólo de estudiantes, sino de docentes de nuestro medio.

Un hecho importante que confirma lo anterior lo constituye los resultados de las Pruebas de Estado y Prueba SABER, debido a que reafirman que los estudiantes presentan dificultades en cuanto a la resolución de problemas.

A escala local, en el Colegio Dulce Nombre de Jesús de Sincelejo (Sucre) se han efectuado durante los meses de octubre y noviembre de 2001 unas visitas de carácter pedagógico por parte de los proponentes, con el fin de detectar algunos espacios de dificultad en el aprendizaje de las matemáticas escolares. Como resultado de las visitas adelantadas a cada uno de los diferentes cursos de séptimo grado (1, 2, 3, 4 y 5), se puede inferir que:

- La metodología inherente en la enseñanza de las matemáticas es de corte tradicional, caracterizada por: exposición magistral como técnica habitual y manejo del texto como único material curricular; el único aprendizaje efectivo y correcto es el que proviene de un proceso deductivo, no se obtiene información personalizada del estudiante a lo largo del proceso.
- La mayoría de los estudiantes, según manifiestan los profesores titulares del área, presentan dificultades para la comprensión y resolución de problemas de lápiz y papel en el sistema de los enteros y racionales.

En atención a este último aspecto, nos dimos a la tarea de diseñar una prueba exploratoria (anexo 1), la cual se aplicó a 35 estudiantes del grado séptimo “5” de dicha institución con el fin de confirmar este hecho e identificar el tipo de problema aditivo en el que los estudiantes presentaban mayor dificultad para resolverlo.

Dentro de los resultados que arrojó esta prueba podemos destacar que el 71.6% correspondiente a 26 estudiantes presentaron dificultades a la hora de resolver un problema compuesto verbal sumados a un 5,7% correspondiente a 2 estudiantes que no resolvieron el problema. Seguido a este tipo de problema se encuentran los problemas de tipo compuesto gráfico, donde un 65,9% correspondiente a 23 estudiantes presentaron dificultades a la hora de resolverlos.

Entre las dificultades detectadas tenemos:

- No interpretan lo que el problema dice (no decodifican).
- No establecen relaciones entre el lenguaje cotidiano y el matemático.
- No son capaces de diseñar estrategias de resolución y ejecución de un plan.

- No son capaces de resolver en forma correcta problemas aditivos en el sistema numérico de los enteros debido a que presentan dificultades en el uso de la ley de los signos.

Es por tanto que el grupo de proponentes de la Universidad de Sucre ve la necesidad de estructurar un proyecto pedagógico centrado en la resolución de problemas, para que los estudiantes de cualquier grado, en particular séptimo (7°), puedan incorporar habilidades metacognitivas (toma de decisiones, solución de problemas, diseño de un plan), durante el aprendizaje de la aritmética, adquiridas a través de un proceso de interacción con otros individuos que haga posibles nuevos aprendizajes.

De acuerdo a lo anterior se plantea la siguiente cuestión: ¿Cómo posibilitar la comprensión y resolución de problemas aditivos en el sistema de los enteros a través de la incorporación de estrategias metacognitivas en estudiantes de séptimo grado (7°) del Colegio Dulce Nombre de Jesús de Sincelejo (Sucre)?.

2. JUSTIFICACIÓN

Sin duda alguna, la enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar constituye una dura tarea que presupone la aprobación y manejo por parte del docente de recursos didácticos y metodológicos que le faciliten su labor. Constantemente se producen cambios, innovaciones pedagógicas y didácticas, lo educativo se mueve incesantemente; sólo resta la inercia de muchos profesores y estudiantes al cambio.

Al plantear un proyecto pedagógico en la incorporación y desarrollo de estrategias metacognitivas para la resolución de problemas aditivos en el sistema de los números enteros, en estudiantes de séptimo grado del Colegio Dulce Nombre de Jesús de Sincelejo (Sucre), se ofrece una herramienta didáctica de la que pueden disponer facilitadores y aprendientes en la resolución de problemas aditivos.

La propuesta es relevante porque:

- Se incursiona en la didáctica de la matemática, de vital importancia durante el trabajo en el aula, ya que se involucra al docente en indagaciones sistémicas sobre cómo podrían ayudar las estrategias metacognitivas a la comprensión de problemas aditivos y su posterior solución por parte de los alumnos.

- Los estudiantes ponen en juego sus habilidades cognitivas y metacognitivas en la resolución de problemas a través de un proceso de acompañamiento por parte del docente.
- El profesor se convierte en un facilitador, orientador, gestor de procesos de pensamiento en lugar de un transmisor de conocimientos.

La propuesta es pertinente por cuanto:

- Aportaría una herramienta didáctica a los estudiantes para la comprensión de una situación problema, en este caso, de resolución de problemas aditivos en los enteros, permitiéndoles seleccionar e implementar sus propios caminos de solución y proporcionarles ayuda cuando ésta sea necesaria.
- Desplazaría lo monótono, el método tradicional, dando paso a la actividad protagónica del aprendiente.
- Se haría énfasis en el desarrollo de los procesos de pensamiento durante la resolución de problemas aditivos en el sistema numérico de los enteros.

De igual manera es viable, puesto que no implica grandes costos en materiales didácticos, cuenta con el aval del Núcleo de Ciencias y

Tecnología del Colegio Dulce Nombre de Jesús de Sincelejo (Sucre), y es ejecutable porque los estudiantes han logrado comprender los contenidos temáticos de la transición aritmética-algebraica, es decir, son un poco más maduros intelectualmente (operaciones formales), más disciplinados, más responsables y con voluntad e interés.

Se propone la incorporación y desarrollo de estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas pensando en aquella frase de LAWRENCE M.K.: “Si la única herramienta con que cuentas es un martillo, tiendes a tratar todo como si fuera un clavo”⁴. Ciertamente las estrategias metacognitivas como herramienta didáctica, incorpora a la estructura metodológica de los aprendientes (ahí está el profesor) una nueva alternativa para la comprensión y resolución de situaciones problemas.

⁴ KRAUSS, Lawrence M. **Miedo a la Física**. Santiago de Chile: Editorial Andrés Bello. 1995. P. 24

3. OBJETIVOS

3.1 GENERAL

Posibilitar la comprensión y resolución de problemas aditivos en el sistema de los enteros, en estudiantes de séptimo grado (7°) del Colegio Dulce Nombre de Jesús de Sincelejo, a través de la incorporación y desarrollo de estrategias metacognitivas para ayudarlos en su proceso de razonamiento.

3.2 ESPECÍFICOS

- Identificar tipos de problemas aditivos con mayor espacio de dificultad.
- Desarrollar con los estudiantes estrategias metacognitivas en los procesos de resolver problemas aditivos a fin de incorporarlos en sus actividades de aprendizaje.
- Diseñar talleres de aplicación para que los estudiantes hagan uso de las estrategias metacognitivas al momento de resolver problemas aditivos en el sistema numérico de los enteros.

4. MARCO TEÓRICO

4.1 ANTECEDENTES

Al indagar sobre la relación entre la resolución de problemas, las estrategias metacognitivas y el aprendizaje de las matemáticas, se ha podido establecer que se han realizado estudios importantes referentes a estos temas, entre los cuales destacamos:

El trabajo de Santos Trigo Luz Manuel, *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas* que entre sus conclusiones podemos destacar las siguientes:

En el estudio de las matemáticas es necesario que el alumno represente la información de algún concepto o problema matemático, que reformule el problema o que utilice algún problema similar para avanzar en una propuesta de resolución, que use tablas o diagramas, o que descomponga el problema en casos más simples. Estas estrategias no son solamente importantes en la fase de entendimiento del problema, sino también en el diseño de un plan de solución y su implantación.

Schoenfeld (1992) indica que el uso eficiente de recursos y estrategias al resolver un problema o entender un concepto matemático debe estar acompañado de un monitoreo constante o autorreflexión del proceso que utiliza el individuo al trabajar en su intento de resolución (reflexión metacognitiva)⁵.

⁵ SANTOS T., Luz M. **Principios y métodos de resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas**. Grupo Editorial Iberoamericana, México, D.F.

De igual forma también concluye que el aprendizaje en la resolución de problemas posee diferentes objetivos:

- i) Los estudiantes llegan a entender los propósitos y usos del conocimiento que están aprendiendo;
- ii) Aprenden activamente utilizando un conocimiento y no pasivamente sólo recibéndolo;
- iii) Aprenden las diferentes condiciones bajo las cuales sus conocimientos pueden ser aplicados, aprender cuándo utilizar cierta estrategia y cuándo no utilizarla;
- iv) Aprender en contextos múltiples induce una abstracción de los conocimientos ligada a sus usos, esto ayuda a que los estudiantes enfoquen su atención a la estructura profunda de la situación problema (Schoenfeld, 1994)⁶.

El Ministerio de Educación Nacional se ha encargado de ofrecer a los educadores y estudiantes colombianos una serie de documentos, tales como las Hojas Pedagógicas y la revista Alegría de Enseñar, como herramientas de fácil acceso en las principales áreas del conocimiento de Educación Básica.

Se destacan así la serie Numérico y las Hojas Pedagógicas N° 1, 2, 5, 8 y 9, relacionadas con el tratamiento de problemas aritmético-aditivos, objeto de nuestra propuesta. Además, ofrecen herramientas a los maestros que permitirá ayudar a los niños a desarrollar su pensamiento aditivo, de tal manera que lleguen a resolver y comprender problemas.

⁶ Íbid.

A escala local cabe destacar que son escasos los proyectos de investigación a nivel de pregrado que guarden relación con el tema.

Entre estas propuestas encontramos el trabajo de CABRERA, Víctor y JIMÉNEZ, Jhon, quienes presentaron a la Universidad de Sucre una propuesta pedagógica titulada “Los cuadrados mágicos para aprender a aprender la aditividad en los naturales en estudiantes de sexto grado de la Escuela Normal Superior de Corozal (Sucre)”, quienes presentan las siguientes conclusiones:

- En los estudiantes se presentan las dificultades en la comprensión de lectura, en especial, cuando se enfrenta a situaciones problemas aditivas, hecho evidenciado por la persistente necesidad de colaboración u orientación de la Consejería Académica.
- El desarrollo de habilidades y destrezas para efectuar adiciones, es una tarea constante, gradual que debe cultivarse con la utilización de diferentes recursos. Con ello se desprende que los cuadrados mágicos no son suficientes para tal efecto⁷

También hallamos el trabajo de MUNZON, Vladimiro y SALTARÍN, Yacaira, presentado a la Universidad de Sucre y titulado “Pensamiento aditivo, un estudio exploratorio a nivel de sexto grado (2000)”, quienes dentro de sus conclusiones generales destacan que los niños de sexto grado de la escuela seleccionada “no son capaces de solucionar problemas que involucren las diferentes estructuras aditivas, debido a que en su proceso de formación no han sido familiarizado con las mismas, quizá por que los docentes no

⁷ CABRERA, Víctor y JIMÉNEZ, John. **Los cuadrados mágicos para aprender a aprender la aditividad en los naturales en estudiantes de sexto grado de la Escuela Normal Superior de Corozal (Sucre)**. 2001, UNISUCRE.

cuentan con el referente conceptual que les permiten construir de manera consciente problemas aditivos que involucren las diferentes estructuras”⁸

4.2 BASES TEÓRICAS Y CONCEPTUALES

Esta propuesta para la comprensión y resolución de problemas aditivos en números enteros, a través de la incorporación de estrategias metacognitivas, se fundamenta en los resultados de las investigaciones de tipo metacognitivo realizadas en psicología, que apuntan a que si se mejoran los procesos de pensamiento, así como el control y regulación de los mismos en los estudiantes, se mejoran sus procesos de aprendizaje. Es decir, el estudiante debe concientizarse de los pasos y estrategias realizadas durante el proceso de solución de problemas y de evaluar la productividad de su propio pensamiento. La metacognición es la habilidad que tenemos para saber lo que sabemos y lo que ignoramos.

En el campo de la psicología se ha producido un cambio en cuanto a la concepción del aprendizaje, en efecto, la idea de que el conocimiento del sujeto era una simple repetición de la realidad basada en la práctica, cambia a posiciones de acuerdo con las cuales el conocimiento alcanzado por el sujeto es producto de la interacción entre la información presentada y los conocimientos anteriores que posee. De este modo, “las teorías psicológicas del aprendizaje se

⁸MUNZON, Vladimiro Y SALTARÍN, Yacaira. **Pensamiento aditivo:** Un estudio exploratorio a nivel de sexto grado. 2000, UNISUCRE, p. 113, 114

orientan cada vez más al análisis de la interacción entre la información que se ha de aprender y los procesos psicológicos mediante los cuales la información es procesada por el sujeto”⁹.

Consecuente con este cambio, las investigaciones acerca del aprendizaje humano dirigen su atención hacia las actividades mentales que tienen que ver con la conciencia: el monitoreo y la regulación de los procesos cognitivos; las cuales son precisamente las dimensiones constitutivas de la metacognición.

En la resolución de problemas se entiende la metacognición como la capacidad que tiene el estudiante de observar los procesos de pensamientos propios que él implica en la realización de la tarea y de razonar sobre los mismos.

Razonar en matemáticas tiene que ver con:

- Dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que siguen para llegar a conclusiones.
- Justificar las estrategias y los procedimientos puestos en acción en el tratamiento de problemas.
- Formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones, encontrar contraejemplos, usar hechos conocidos, propiedades y relaciones para explicar otros hechos.
- Encontrar patrones y expresarlos matemáticamente.
- Utilizar argumentos propios para exponer ideas, comprendiendo que las matemáticas más que una

⁹ POZO, J.L. **Estrategias de Aprendizaje**. En : Palacios, J.; Marchesi, A. y Coll, C. **Desarrollo psicológico y educación. Tomo 1. Psicología Evolutiva**. Madrid: Alianza Editorial S.A., cap. 12, p. 199.

memorización de reglas y algoritmos, son lógicas y potencian la capacidad de pensar¹⁰

Para Martín y Marchesi (1990)¹¹, los procesos metacognitivos en la resolución de problemas cumplen una función autorregulatoria, la cual permite a la persona: a) planificar la estrategia de acuerdo con la cual desarrollará el proceso de búsqueda de la solución del problema; b) aplicar la estrategia y controlar su proceso de desarrollo o ejecución; c) evaluar el desarrollo del plan, es decir, de la estrategia diseñada, a fin de detectar posibles errores que se hayan cometido; y d) modificar el curso de la acción cognitiva en función de los resultados de la evaluación.

A partir de esto se han establecido diferencias entre los expertos solucionadores de problemas y los novatos (deficientes solucionadores de problemas), así:

- La ejecución de los expertos tiene más aspectos metacognitivos que la de los novatos; los expertos planean más efectivamente, monitorean (vigilan, supervisan) cuidadosamente y tienen un mayor sentido de sus propias capacidades y limitaciones como solucionadores de problemas.

¹⁰ MINISTERIO DE EDUCACIÓN, Op. cit.

¹¹ MARTÍN, E. Y MARCHESI, A. **Desarrollo metacognitivo y problemas de aprendizaje. Tomo II: Necesidades educativas especiales y aprendizaje escolar.** Madrid: Alianza Editorial S.A. Cap 2: pag.35

- En el dominio de contenidos específicos se diferencian no tanto en el manejo de una cantidad de información (conceptos, reglas, principios), sino en su habilidad para reconocer y seleccionar entre la información que posee, aquella que resulta pertinente al problema, es decir que, aún cuando se tenga cierto conocimiento, si no se poseen habilidades metacognitivas, frecuentemente se falla en utilizarlo, o no se es capaz de resolver un problema aunque se posea el conocimiento que resulta adecuado para su correspondiente solución.
- En cuanto a destrezas metacognitivas existen las siguientes diferencias:

Los expertos: a) pueden reflexionar sobre sus propias actividades de resolución de problemas; b) disponen de estrategias para abordar problemas nuevos, y c) supervisan y regulan dichas estrategias efectivas y eficientemente.

Los novatos: a) están menos conscientes de las estrategias que poseen y de la utilidad de las mismas; b) disponen de menos estrategias para solucionar problemas; y c) no usan flexiblemente las estrategias que poseen.

Es así como la importancia de la metacognición radica en que sus resultados apuntan a que “el aprendizaje mejora, si mejoramos las estrategias de procesar la información”.

La actividad de resolver problemas ha sido considerada como un elemento importante en el desarrollo de las matemáticas. “En la medida en que los estudiantes van resolviendo problemas, van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel”¹².

Este reconocimiento que se le ha dado a esta actividad en el desarrollo de las matemáticas ha originado algunas propuestas sobre su enseñanza, entre las más conocidas tenemos las de los investigadores Polya y Alan Schoenfeld.

Para Polya, “resolver un problema es encontrar un camino, allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados”¹³.

Polya describió cuatro fases para resolver problemas:

- Comprensión del problema
- Concepción del plan

¹² MINISTERIO DE EDUCACIÓN, Op. cit.

¹³ Ibid.

- Ejecución del plan
- Visión retrospectiva

Además propone utilizar el razonamiento heurístico, el cual se considera como las estrategias para avanzar en problemas desconocidos y no usuales, como dibujar figuras, introducir una notación adecuada, aprovechar problemas relacionados, explorar analogías, trabajar con problemas auxiliares, reformular el problema, generalizar, especificar, variar el problema, etc.

El trabajo de Alan Schoenfeld juega un papel importante en la implementación de las actividades relacionadas con el proceso de resolver problemas en el aprendizaje de las matemáticas y se fundamenta en las siguientes ideas:

Schoenfeld mencionó que los estudiantes necesitan aprender matemáticas en un salón de clases en donde los valores de las matemáticas como una disciplina con sentido sean reflejados en la práctica cotidiana.

- Para entender cómo los estudiantes intentan resolver problemas y para proponer actividades que puedan ayudarlos es necesario discutir problemas en diferentes contextos y considerar que en el proceso de resolver problemas influyen los siguientes factores:

- El dominio del conocimiento: recursos matemáticos (intuiciones, definiciones, hechos, procedimientos, conocimiento informal del tema) con los que cuenta el estudiante y que pueden ser utilizados en el problema.
- Estrategias cognoscitivas: que incluyen métodos heurísticos, como descomponer el problema en simples casos, establecer metas relacionadas, dibujar diagramas, el uso de material manipulable, etc.
- Estrategias metacognitivas: se relacionan con el monitoreo y el control. Están en las decisiones globales con respecto a la selección e implementación de recursos y estrategias, acciones tales como planear, evaluar y decidir.
- El sistema de creencias se compone de la visión que se tenga de las matemáticas y de sí mismo. Las creencias determinan la manera cómo se aproxima una persona al problema, las técnicas que usa o evita, el tiempo y el esfuerzo que le dedica, entre otras.

Las creencias establecen el marco dentro del cual se utilizan los recursos, las estrategias cognitivas y las metacognitivas (Santo Luz Manuel, 1992).

Resaltamos para el desarrollo de la propuesta, el papel del docente para coadyuvar el paso de los estudiantes de estados de menor

conocimiento a otros de mayor conocimiento, apoyados en Vygotski, a través del concepto de *zona de desarrollo próximo* (Z.D.P.), definida como “la distancia que hay entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independiente un problema, y el nivel de desarrollo potencial determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz” (Vygotski, 1998).

Desde esta perspectiva el papel del docente será de propiciar una atmósfera cooperativa que conduzca a una mayor autonomía de los alumnos frente al conocimiento.

Desde la perspectiva matemática de la propuesta, se hace necesario plantear algunos elementos teóricos que servirán de soporte para nuestra propuesta, dados a continuación:

- **Pensamiento numérico.** De acuerdo con Macintosh (1992)¹⁴, define el pensamiento numérico como la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones. Este pensamiento se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los estudiantes estén en

¹⁴ Íbid.

contacto con actividades aritméticas que requieran el uso de números, operaciones y problemas.

El pensamiento aditivo, un aspecto particular del pensamiento numérico, se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre la adición y las operaciones (suma, resta, las habilidades y destrezas para resolver problemas aditivos).

El docente debe ayudar al estudiante a construir su pensamiento desde que inicia la escolaridad; esto se consigue mediante la vivencia de situaciones significativas que le ayuden al aprendiente a encontrar sentido a lo que hace, permitiéndole ejecutar múltiples acciones y resolver la variedad de preguntas necesarias para desarrollar su pensamiento aditivo.

- **Problemas aritméticos.** Se entienden por problemas aritméticos aquellos problemas en los que se involucran para su solución operaciones aritméticas (especialmente suma, resta, multiplicación y división), estos problemas representan situaciones que se resuelven utilizando procedimientos en una o varias etapas.

La comprensión y resolución de problemas aritméticos son procesos complejos vinculados a múltiples factores; entre ellos merecen destacarse:

- Posibilidades lógicas del pensamiento de quien trata de resolverlo, que en el caso de los problemas aditivos tiene que ver con la capacidad de coordinar la composición de las

partes para obtener la totalidad y la descomposición de la totalidad en partes.

- El sentido que se le encuentre a la acción misma de resolverlo y el significado que pueda asignársele al contenido particular a que hace referencia el problema.
- El ingenio y la creatividad del niño¹⁵.

La clasificación entre problemas de tipo verbal y problemas de tipo gráfico y/o numérico. Un problema de tipo verbal es aquel en el que se describen con palabras situaciones que plantean relaciones entre las cantidades propuestas y son posibles de resolver mediante una expresión aritmética. Los problemas numéricos piden al resolutor que realice cálculos entre las cantidades (sin medidas) planteadas en las expresiones dadas sin que tenga que interpretar textos.

Los problemas de tipo gráfico son aquellos que mediante una representación se le pide al resolutor realizar una operación determinada.

- **Problemas de enunciado verbal.** Los criterios que posibilitan analizar los problemas de enunciado verbal, descritos a continuación, los podemos comprender bajo diferentes perspectivas, se abordarán tres de ellas: las palabras involucradas en el enunciado, el análisis de tipo global o semántico y el análisis de tipo sintáctico.

¹⁵ CASTAÑO, Jorge. **Hojas pedagógicas 1**. Santafé de Bogotá, 1997.

El análisis centrado en las palabras involucradas consiste en centrar la atención en el tipo de palabras y las funciones que ellas desempeñan en el enunciado. En los problemas verbales se distinguen dos tipos de palabras: las que informan sobre el contexto de la situación y las que determinan el tipo de operación a realizar.

El análisis semántico se centra sobre el análisis teórico de las estructuras aditivas y multiplicativas, así como la adquisición de los conceptos y relaciones que estos conceptos implican en dichas estructuras.

a) Estructura aditiva. Se dice que un problema aritmético comporta una estructura aditiva si para su solución se requiere del uso de una adición. En este contexto la resta se clasifica como un tipo especial de adición. Se asume que una estructura aditiva es aquella estructura o relación que sólo está formada por sumas o sustracciones.

Según Vergnaud:

Las estructuras aditivas son relaciones ternarias que pueden encadenarse de diversas maneras, así:

- Dos medidas se componen para dar lugar a una medida. Por ejemplo: Manuel tiene 5 manzanas y 4 peras. ¿Cuántas frutas tiene en total?
- Una transformación opera sobre una medida para dar lugar a una medida. Por ejemplo: Antes de empezar a jugar María tiene 8 bolitas, ganó 6. ¿Cuántas bolitas tiene ahora?

- Una relación une dos medidas. Por ejemplo: Gloria tiene 14 lápices, Luis tiene 4 menos. ¿Cuántos lápices tiene Luis?
- Dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación. Ejemplo: Carlos ayer ganó 6 dulces y hoy perdió algunos. Si al final ganó 3 dulces. ¿Cuántos perdió en total?
- Una transformación opera sobre un estado relativo para dar lugar a un estado relativo. Ejemplo: Juan debe \$ 1600, abona \$ 600. ¿Cuántos debe ahora?
- Dos estados relativos se componen para dar lugar a un estado relativo. Ejemplo: Diana le debe a José \$ 2400, y éste a su vez le debe \$ 1500 a Diana. ¿Cuánto le debe Diana a José?”¹⁶.

Nesher elabora una clasificación basada en la estructura semántica, que le permite clasificar los problemas de estructura aditiva en: cambio, combinación, comparación e igualación.

- Cambio. Ejemplo: Jorge tiene 8 cuadernos, le regalan 2 más. ¿Cuántos cuadernos tiene ahora?
- Combinación. Ejemplo: En una reunión hay 15 mujeres y 16 hombres. ¿Cuántas personas hay en la reunión?
- Comparación. Ejemplo: Juana tiene 9 hebillas y Julia tiene 8 más que Juana. ¿Cuántas hebillas tiene Julia?
- Igualación. Ejemplo: Jesús David tiene 9 lápices. Si Carlos pierde 2 tendrá tantos como Jesús David. ¿Cuántos lápices tiene Carlos?”¹⁷.

Continuando con la exposición se entra a considerar el análisis de la sintaxis que consiste en describir o encontrar el lugar de la variable

¹⁶ La mayoría de estos problemas son tomados textualmente de BONILLA ESTÉVEZ, Martha, *et al.* **La enseñanza de la aritmética escolar y la formación del profesor**. P. 58-60.

¹⁷ NESHER. **La enseñanza de la aritmética escolar y la formación del profesor**. Bogotá, 1999, p. 60-61,

desconocida (incógnita) en el problema. Cambiando la incógnita se generan seis sentencias abiertas para la adición y otras seis para la sustracción, como se ilustran a continuación en el siguiente cuadro:

Para la adición	Para la sustracción
$A + B = ?$	$A - B = ?$
$A + ? = C$	$A - ? = C$
$? + B = C$	$? - B = C$
$? = A + B$	$? = A - B$
$C = ? + B$	$C = ? - B$
$C = A + ?$	$C = A - ?$

Las hojas pedagógicas nos ofrecen algunos problemas aditivos, tales como:



Ejemplo 1. Problema simple y sin evento. María tiene 18 colores y Tomás 9 colores. ¿Cuántos le faltan a Tomás para tener la misma cantidad de colores de María?

Ejemplo 2. Problema compuesto y con evento. Pedro sale de su casa con \$ 75.000, en el camino se encuentra \$ 20.000, hace compras por un valor desconocido. Si después de la compra se queda con \$ 25.000. ¿Cuánto le costó lo que compró?¹⁸.

¹⁸CASTAÑO, Op.Cit., **Hojas pedagógicas 1 y 2**, 1997.

- **Problemas de varias etapas.** Entendidos estos problemas como situaciones que se resuelven utilizando procedimientos varios y en los cuales se involucran diferentes operaciones aritméticas, en nuestro contexto se hace referencia especialmente aquellos problemas que para su solución requieren más de una operación (suma o resta), es decir reflejan más de una situación en un mismo enunciado.

“Los problemas de varias etapas pueden ser solucionados de diferentes maneras y requieren de la suficiente atención y elaboración de un plan para resolverlo. El proceso de resolución y las posibles estrategias que usan los niños deben ser una cuestión que los profesores puedan anticipar a la hora de proponer problemas a sus alumnos”¹⁹.

Ejemplo: Amparo tiene ahorrada cierta cantidad de dinero. Con ese dinero más los \$ 2.000 que le regala su tía, compra una hamburguesa que le cuesta \$ 2.800. Si después de la compra tiene \$ 700. ¿Cuánto dinero tenía ahorrado Amparo?

En atención al marco teórico expuesto y a los resultados de la prueba exploratoria aplicada, en el presente trabajo se hará énfasis en la resolución de problemas aditivos compuestos de tipo verbal, a través de la incorporación y desarrollo de estrategias metacognitivas, con el fin de ayudar a los estudiantes del Colegio Dulce Sincelejo a posibilitar dicho proceso.

¹⁹BONILLA ESTÉVEZ, Op.Cit., p. 67

5. MARCO LEGAL

Esta propuesta para la incorporación y desarrollo de estrategias metacognitivas para la comprensión y solución de problemas aditivos en los enteros, se fundamenta legalmente en:

- Artículo 5, fines de la educación, Ley 115 de 1994. destaca el numeral 5: “la adquisición y generación de los conocimientos científicos y técnicos más avanzados, humanísticos, históricos, sociales, geográficos y estéticos, mediante la apropiación de hábitos intelectuales adecuados para el desarrollo del saber”.
- Artículo 20, objetivo general de la educación básica, literal “a” “proporcionar una formación general mediante el acceso, de manera crítica y creativa, al conocimiento científico, tecnológico, artístico y humanístico y de sus relaciones con la vida social y con la naturaleza, de manera tal que prepare el educando para los niveles superiores del proceso educativo y para su vinculación con la sociedad y el trabajo”. Literal c, “ampliar y profundizar el razonamiento lógico de los problemas y solución de los problemas de la ciencia, la tecnología y de la vida cotidiana”.

- Artículo 22, objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de secundaria, se destacan:

Los literales empezando con el (e): “el desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos, de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana.

Literal (f): “la comprensión de la dimensión práctica de los conocimientos teóricos, así como la dimensión teórica del conocimiento práctico y la capacidad para utilizarla en la solución de problemas”.

Literal (n): “la utilización con sentido crítico de los distintos contenidos y formas de información y búsqueda de nuevos conocimientos con su propio esfuerzo.

En el Decreto 1860 reglamentario de la Ley 115 de 1994 se tiene:

- Artículo 35, desarrollo de asignaturas. Es importante puesto que expresa: “...en el desarrollo de una asignatura se deben aplicar estrategias y métodos pedagógicos, activos y vivenciales... que contribuyan a un mejor desarrollo cognitivo y a una mayor formación de la capacidad crítica, reflexiva y analítica del educando”.

- Artículo 36, proyectos pedagógicos, los define como “actividad dentro del plan de estudios que de manera planificada ejercita al educando en la solución de problemas cotidianos, seleccionados por tener relación directa con el entorno social, cultural, científico y tecnológico del alumno cumple la función de correlacionar, integrar y hacer activos los conocimientos, habilidades, destrezas, actitudes y valores...”

Y los criterios curriculares contemplados en el proyecto educativo institucional del Colegio Dulce Nombre de Jesús que subyacen en la construcción de conocimientos y la actividad protagónica del aprendiente en virtud de su desarrollo integral.

6. METODOLOGÍA

6.1 TIPO DE ESTUDIO

Este trabajo para la comprensión y resolución de problemas aditivos en el sistema numérico de los enteros, se puede enmarcar dentro del paradigma cualitativo y se constituye ante todo en un trabajo de carácter descriptivo, puesto que pretendemos detallar la actuación de los estudiantes, sus habilidades y actitudes a la hora de resolver problemas, y en el proceso, ayudarles a ser conscientes de lo que hacen y dejan de hacer, a fin de que puedan integrar estrategias de automonitoreo y control al proceso en cuestión.

6.2 POBLACIÓN Y MUESTRA

La población de este estudio está constituida por los alumnos del grado 7° de la jornada matinal del Colegio Dulce Nombre de Jesús de Sincelejo (Sucre).

La muestra seleccionada se toma atendiendo a criterio de dificultad presentado en la prueba exploratoria, dificultad para la adición y sustracción de números enteros y en especial la comprensión y resolución de problemas aditivos en el sistema numérico de los enteros, entre los cuales se toma un número de cinco (5) estudiantes

del grado séptimo “5” de dicha institución, que oscilan en edades de 12-14 años.

6.3 INSTRUMENTOS

Se utilizan:

- ♦ Una prueba exploratoria que permite indagar aspectos del conocimiento de los estudiantes (conceptos, procedimientos, actitudes, concepciones, etc.) que de una u otra manera influyen en los procesos de enseñanza y de aprendizaje, además de identificar el tipo de problema aditivo en los que existe mayor dificultad y en los cuales se hará énfasis en las fases II y III.

Para el diseño y elaboración de esta prueba se seleccionaron 10 problemas aditivos de acuerdo a las clasificaciones de tipo: verbal, gráfico y numérico, y problemas simples y/o compuestos expuestos en las hojas pedagógicas. Para su aplicación se utilizó una muestra de 35 estudiantes del grado séptimo “5” del Colegio Dulce Nombre de Jesús de Sincelejo, correspondiente a la totalidad de los estudiantes del grado en mención.

- ♦ TALLERES DE DESARROLLO ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS. (anexo 3) A través de los cuales se pretende que el estudiante desarrolle estrategias metacognitivas (monitoreo, control y autorregulación) en los procesos de comprensión y resolución de

problemas aditivos en el sistema de los enteros, acompañados de un profesor que a través de preguntas estimulaba procesos de reflexión que les permitieran evaluar el camino seguido para abordar problemas aditivos.

La planeación de los talleres atiende a los resultados de la prueba exploratoria implementada, en especial el tipo de problemas en los cuales los estudiantes presentaron mayor dificultad. Para el diseño y elaboración de éstos talleres se armó un banco de problemas aditivos simples y compuestos (anexo 2) dentro de los cuales se clasificaron 10 problemas de acuerdo a sus características.

La implementación de estos talleres se lleva a cabo en 10 sesiones, un problema por sesión, con el fin de recoger la mayor información posible sobre el desempeño de cada estudiante en la resolución de dichos problemas y poder colaborarles al máximo de nuestras posibilidades en el desarrollo de estrategias metacognitivas.

6.4 TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Los datos a analizar y describir se obtienen de la aplicación de la prueba exploratoria y en especial de los talleres de desarrollo de estrategias metacognitivas.

Con el fin de obtener la mayor información posible acerca del desempeño del estudiante y reconstruir el proceso de comprensión y

resolución de problemas que éste desarrolla durante los talleres de desarrollo de estrategias metacognitivas, se combinan dos (2) formas complementarias de obtener la información.

- **OBSERVACIÓN DEL PROFESOR.** Lograda a través del contacto permanente que establece con el estudiante durante el proceso, lo que permite tener una apreciación sobre los avances que éstos van logrando.

- **ENTREVISTA.** El maestro planea una situación que el niño debe resolver para observarlo y hacerle preguntas que le ayuden a precisar qué y cómo lo hace.

A través de la entrevista y las observaciones se pueden conocer además de los procedimientos que siguen los estudiantes, el verdadero nivel que éstos han logrado, así como también se logra establecer el tipo de ayuda que éstos requieren en un momento dado durante el proceso.

Como es imposible en la práctica reconstruir este proceso paso a paso, sin que se escapen detalles de lo que va ocurriendo, se hace necesario llevar **LAS NOTAS DE CAMPO**, a través de una libreta de apuntes, en la cual se registran las observaciones hechas durante el desarrollo de cada sesión, en especial el proceso desarrollado por los estudiantes en cada una de ellas.

6.5 ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN

6.5.1 Resultados prueba exploratoria: muestra: 35 estudiantes.

TIPO DE PROBLEMA		NÚMERO DE PROBLEMAS	ÍTEM	PORCENTAJE
SIMPLE	VERBAL	3	A	65,7%
			B	32,4%
			C	1,9%
	NUMÉRICO	1	A	64,3%
			B	34,3%
			C	1,4%
	GRÁFICO	2	A	61,4%
			B	38,6%
			C	0%
COMPUUESTO	VERBAL	1	A	22,7%
			B	71,6%
			C	5,7%
	NUMÉRICO	1	A	37,2%
			B	57,2%
			C	5,6%
	GRÁFICO	2	A	34,1%
			B	65,9%
			C	0%

ÍTEM

A: Los estudiantes resuelven los problemas sin dificultades

B: Los estudiantes presentan dificultades para resolver los problemas

C: Los estudiantes no resuelven el problema

ANÁLISIS

Los porcentajes relacionados con el ÍTEM “A” corresponden a estudiantes que a la hora de resolver los problemas de la prueba diagnóstica, no presentaron mayor dificultad para resolverlos, obtuvieron respuestas acertadas, y en la mayoría de los casos lograron

explicar sus procedimientos y argumentar sus respuestas, aunque fue claro que con poca fluidez verbal.

Los porcentajes relacionados con el ÍTEM “B” corresponden a estudiantes que presentaron mayores dificultades a la hora de resolverlos. Se destacan entre ellos los porcentajes obtenidos para los problemas compuestos tanto verbal, numérico y gráfico, en donde se presentaron dificultades tales como:

- 1) No interpretar lo que el enunciado del problema quiere decir.
- 2) Dificultad para operar datos numéricos debido al uso de la ley de signos.
- 3) No son capaces de diseñar estrategias de resolución.
- 4) No son capaces de explicar el procedimiento a través del cual obtuvieron las respuestas.

Los porcentajes relacionados con el ÍTEM “C” corresponden a estudiantes que no lograron dar solución a los problemas, en la mayoría de los casos simplemente no los resolvían y argumentaban no entenderlos.

A través de la prueba se obtiene que los problemas simples son el tipo de problema en donde se presentan menores dificultades, a diferencia de los problemas compuestos, en especial los de tipo verbal y gráfico, donde las dificultades fueron notorias.

6.5.2 Análisis descriptivo de las actividades.

A continuación se hace una descripción de las actividades desarrolladas, tendientes a posibilitar la comprensión y resolución de problemas aditivos en el sistema de los números enteros, a través de la incorporación y desarrollo de estrategias metacognitivas con los cinco (5) estudiantes (ver lista anexa) del grado 8-5 del Colegio Dulce Nombre de Jesús.

La siguiente descripción corresponde al análisis de 5 problemas, debido a que el trabajo sobre la totalidad de talleres desarrollados requiere un tiempo demasiado extenso, los problemas seleccionados son los que consideramos más interesantes y a través de ellos podemos dar cuenta de lo que sucedió en general en el proceso.

PROBLEMA N° 1

Fabio tiene \$2000 y los gasta todos menos \$100 ¿cuántos pesos le quedan a Fabio?.

Con respecto al enunciado del problema, esperamos que el estudiante exprese dificultades en su comprensión asociadas con el vocabulario y

palabras claves involucradas en el problema, pues, se ha podido observar en otros ámbitos que los estudiantes “pueden responder 1.900 pesos, que corresponde a lo literalmente dicho en el enunciado 2.000 ‘menos 100’ ¿Cuántos pesos le quedan a Fabio? Lo que unido a la falta de atención en el momento de interpretar el problema y al afán de dar una respuesta lo lleva a una respuesta incorrecta”²⁰

Para desarrollar esta primera actividad se permitió a cada estudiante resolver el problema individualmente, con el fin de discutir abiertamente los procesos desarrollados por cada uno de los estudiantes e incorporar estrategias metacognitivas para posibilitar su comprensión y resolución.

Dificultades generales presentadas por los estudiantes. Se observó notablemente que tres (3) estudiantes leyeron el enunciado de manera rápida, literal y mecánica, tomando la palabra “menos” como la palabra clave que indica la operación a realizar, sin tener en cuenta el contexto en que ésta se encuentra, lo cual conlleva a operar con los valores numéricos dados en éste, así: $2.000 - 100 = 1.900$; que es la respuesta que responde a lo literalmente dicho en el enunciado.

Ante estos hechos se inició un diálogo con los estudiantes, a través del cual se recomienda leer detenidamente el problema tantas veces como

²⁰ GRUPO DE MATEMÁTICAS ESCOLARES DE LA UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS. **La enseñanza de la Aritmética Escolar y la formación del profesor.** Santafé de Bogotá : Gaia, 1999, pág. 54.

sea necesario para identificar los datos, palabras claves del problema, así como las relaciones existentes entre los mismos, a fin de encontrar la idea de la solución y poder trazar un plan.

Después de haber seguido la recomendación, los estudiantes pueden percatarse que a los datos del problema no era necesario operarlos, que la palabra “menos” no determina la operación en dicho problema, sino que hace referencia a la exclusión del valor 100, por lo tanto encontraron que la respuesta al problema es que a Fabio le quedan 100 pesos.

Los dos (2) estudiantes restantes hallaron la respuesta correcta al problema, sin embargo al solicitarles justificaciones, no fueron capaces de explicar las estrategias utilizadas para resolver el problema. A estos estudiantes se les recomienda que lean nuevamente el problema y traten de argumentar el procedimiento utilizado para resolverlo.

Después de haber seguido la recomendación los estudiantes expresan que para resolver el problema no es necesario utilizar operaciones sino que es evidente de la lectura, que la respuesta se daba allí mismo.

PROBLEMA N° 2

Pablo y Tomás tienen la misma edad. Pablo es mayor que Juanita, esta última nació después que Alberto. Entre Pablo y Alberto ¿quién es mayor?

Escogimos este problema porque no tiene datos numéricos, no tiene única respuesta y por tanto no tiene estrategia única de solución, además es un problema que para su solución involucra la relación de orden. Por lo cual esperamos que los estudiantes presenten dificultades en su comprensión debido a que no están acostumbrados a trabajar este tipo de problemas, el cual para muchos ni así es considerado “porque no tiene datos y entonces no se puede saber cuál operación aplicar para resolverlo”²¹.

Estudiante 1.

A través de la lectura repetida del enunciado tiene claro el interrogante del problema, sin embargo el estudiante manifiesta que a pesar de la información suministrada en el problema se le dificulta trabajar con ella para obtener una solución, además manifiesta que a éste le hacen falta datos.

Consecuente con ello, se trata de ayudar al estudiante discutiendo ideas alrededor de ciertas preguntas, así:

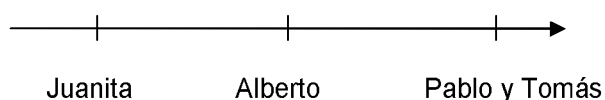
¿Alguna vez has resuelto problemas de este tipo?

De la cual se obtiene la siguiente respuesta: No, porque los problemas que me han colocado tienen números y yo puedo realizar cualquier operación para obtener la respuesta.

²¹ Ibid.

¿Se te ocurre alguna estrategia que ilustre la situación?

La estudiante trata de ilustrar el problema a través de una recta teniendo en cuenta la información y condiciones dadas en el problema de la siguiente manera:



Tiene en cuenta que los valores de la izquierda son menores y hacia la derecha son mayores, y por tanto concluye que Pablo es mayor que Alberto.

Se le pide que verifique su respuesta y la sustente:

La estudiante responde que la solución es esa, porque en el problema primero le dicen que Pablo es mayor que Juanita, pero dicen que Juanita nació después que Alberto, o sea que entre Pablo y Juanita nació Alberto, y por eso ella los ubicó así en la recta.

Estudiante 2.

Después que el estudiante lee el enunciado en tres (3) ocasiones, logra identificar la exigencia del problema, pero no tiene clara la información que éste le ofrece. Por tal motivo se dispone realizarles las siguientes preguntas con el fin de ayudarla a comprender el problema:

**¿Tienes alguna dificultad para entender alguna parte del problema?
Explica qué no entiendes.**

Sí tengo dificultad, porque no sé cuántos años tiene Pablo, Tomás, Juanita y Alberto, entonces por eso no sé decir quién es mayor; yo pienso que el problema no tiene solución porque le hacen falta datos.

¿Has resuelto algún problema similar a éste? Trata de pensar en un problema que te sea familiar y que tenga el mismo interrogante.

La verdad es que no encuentro un problema parecido a éste, porque los problemas que he resuelto tienen números con los que puedo realizar operaciones para encontrar la respuesta, aunque se parece a cuando me ha tocado determinar quién es mayor entre mis compañeros.

¿Cómo puedes relacionar estas dos situaciones?

Dándole valores a cada uno de los personajes del problema, puedo establecer las relaciones *mayor que* y *menor que* para encontrar la solución.

La solución que plantea la estudiante es la siguiente:

Pablo y Tomás tienen 20 años;

Alberto tiene 15 años;

Juanita tiene 10 años;

Luego, Pablo es mayor que Alberto.

¿Le puedes dar otros valores a las edades?

Sí, pero teniendo en cuenta que Pablo es mayor.

Estudiante 3.

Se observa que en la primera fase de entendimiento general del enunciado del problema, el estudiante logra percatarse que se trata de un problema de edades y que además se requiere establecer relaciones como “mayor que” y “después que” para poder darle solución. Sin embargo, manifiesta que se le hace difícil resolver el problema por la falta de datos.

Aquí se le pregunta:

¿Qué datos crees que hacen falta?

Los valores de las edades de cada uno de los personajes del problema.

¿Qué podrías hacer para tratar de darle solución al problema?

Puedo colocarle valores a las edades de cada uno.

¡Intenta hacerlo!

Pero sé que Juanita es menor que Pablo y que Alberto, pero en el problema no me dan claridad sobre quién nació primero, si Pablo o Alberto. ¿Puedo colocar los valores que yo quiera?

Sí puedes hacerlo.

El estudiante presenta los siguientes valores:

- Alberto: 16
- Pablo y Tomás: 11
- Juanita: 6

Luego, su respuesta es que Alberto es mayor.

Estudiante 4.

Después de haber leído el enunciado un par de veces, la estudiante se siente desmotivado para desarrollar la actividad, por lo que se dispone hacerle las siguientes preguntas:

¿Has hecho algo de lo que estás orgullosa? ¿Piensas que el problema va a ser difícil para ti? Explica por qué.

Creo que sí va a ser difícil porque no hay números para operar y así no entiendo qué hacer para solucionarlo.

¿Tienes alguna dificultad para entender alguna parte del problema? Explica qué es lo que no entiendes.

Mediante el diálogo se observa que la mayor dificultad radica en establecer las dos relaciones presentes en el problema

simultáneamente para poder hallar su solución. A partir de este hecho se le sugirió desglosar el problema o dividirlo en problemas más sencillos donde aplicará cada una de las condiciones que establece el problema, como:

- Pablo y Tomás tienen la misma edad, ¿quién es mayor?
- Pablo es mayor que Juanita, ¿qué quiere decir esto?
- Juanita nació después que Alberto, ¿quién es menor?

Pablo y Tomás tienen la misma edad: 30 años. Pablo es mayor que Juanita, o sea que Juanita puede tener 18 años. Juanita nació después que Alberto, o sea que Alberto es mayor, que Juanita puede tener 25 años, entonces Pablo es mayor.

Estudiante 5.

Al leer el problema por primera vez el estudiante se encuentra confundido, con el fin de ayudarlo se le sugiere que lea el enunciado por oraciones, tantas veces como sean necesarias para explicar claramente lo que sucede y apropiarse finalmente del problema, a fin de implementar un plan de acción que le permita hallar la solución de dicho problema, a partir de estas recomendaciones se observó lo siguiente:

- El estudiante repite aproximadamente dos o tres veces cada oración.

- Da ejemplos claros y cotidianos de las relaciones “mayor que” y “menor que” y estipula edades para cada uno:

Pablo → 18

Juanita → 18

Tomás → 16

Alberto → 15

De esta manera logra dar solución al problema, pues su respuesta es que Pablo es mayor, puesto que $18 > 16$.

Al finalizar esta sesión se le hace el siguiente comentario a los estudiantes. El problema tiene varias soluciones, pues el mayor puede ser Pablo o Alberto de acuerdo a las estrategias que utilicemos para resolverlo.

PROBLEMA N° 3

¿Cuánto costó lo que al venderse en \$12.500 deja una pérdida de 41.350?

Esperamos que los estudiantes presenten dificultades asociadas con la comprensión de la estructura aditiva involucrada en el problema, debido a que tradicionalmente en la escuela se privilegia el trabajo con problemas cuya estructura es de la forma $S_1 + S_2 = ?$, además, algunas investigaciones han concluido que los estudiantes no son capaces de

solucionar problemas que involucren estructuras aditivas diferentes a las que comúnmente se usa, pues, sólo manejan de manera parcial algunas de ellas, especialmente aquellas en donde la pregunta se encuentra al final del enunciado, por lo cual es posible que los estudiantes solucionen el problema así: $12.500 - 1.350 = 11.150$, se puede observar que esta solución no corresponde a lo planteado en el problema. Veamos que hacen nuestros estudiantes.

Estudiante 1.

Como se había pensado, el estudiante 1 presentó dificultades al expresar la estructura aditiva asociada a este problema, pues, la solución hallada por el estudiante es: $12.500 - 1.350 = 11.150$; la cual obedece al siguiente análisis que hace el estudiante en busca de tratar de traducir el problema para encontrar la operación aritmética que sirve para resolver la pregunta planteada.

“Al venderse en \$12.500” “deja una pérdida de” “de \$1.350”. ¿Cuánto costó? Vemos cómo el estudiante cambia la estructura del problema.
 “12.500” “pérdida” “1.350”

$$12.500 - 1.350 = 11.150$$

Es claro que con la reflexión hecha, la respuesta no corresponde a la solución del problema.

A partir de las dificultades manifestadas por el estudiante se le recomienda leer el problema y explicar el significado de cada uno de los valores que conforman la estructura, seguida la recomendación y después de haber leído varias veces el problema el estudiante realiza el siguiente análisis:

Se compra un artículo que no sé cuánto vale, pero que al venderlo en \$12.500 deja una pérdida de \$1.350. Simbólicamente lo realiza de esta forma:

	-	12.500	=	\$ 13.850
Costo		Venta		Pérdida

Comenta que tiene que buscar un número que al restarle 12.500 el resultado es 1.350 y que eso es lo mismo que sumar $12.500 + 1.350 = 13.850$, es la respuesta dada por el estudiante.

Se le pregunta se está seguro de lo que ha hecho y trata de explicar de la siguiente forma:

Si yo compro un lápiz por 500 y lo vendo en 350 tengo una pérdida de 150; para saber que el lápiz me costó 500, yo debo sumar $350 + 150 = 500$.

Ahora yo puedo rectificar el problema así: al costo le puedo restar la pérdida y si obtengo la venta la respuesta está buena.

$$13.850 - 1.350 = 12.500$$

Estudiante 2.

Este estudiante al igual que el primero manifiesta dificultades en la comprensión de la estructura del problema y a pesar de leer repetidas veces el enunciado, no logra organizar sus ideas y diseñar un plan para resolverlo.

Ante estos hechos se le sugiere al estudiante que trate de imaginarse una situación similar a la planteada en el problema.

El estudiante después de leer varias veces hace el siguiente comentario: es como si comprara algo y después lo vendo pero más barato y por eso deja una pérdida y se quiere saber el valor por el que se compró por que sé en cuánto lo vendió y la pérdida que dejó.

Muy bien, veo que tienes clara la información suministrada en el problema y ahora qué harías para encontrar la respuesta.

Yo creo que puedo sumar los dos valores que me dan en el problema y así puedo obtener la solución.

$$12.500 + 1.350 = \$ 13.850$$

Al solicitarle que revise y verifique la estrategia y la respuesta dada el estudiante expresa lo siguiente:

Como ya había dicho antes lo que se compró debe tener un valor mayor que 12.500, que es el valor en lo que se vende, y 13.850, que es la respuesta es mayor que 12.500 y para verificarlo a 13.850 le resto 12.500 y el resultado debe ser el valor de la pérdida que es 1.350.

$13.850 - 12.500 = 1.350$, como me da exactamente el valor de la pérdida yo creo que mi solución está bien.

Estudiante 3.

Al leer el problema varias veces el estudiante identifica las palabras costo, pérdida y venta como palabras claves del problema y las dispone de la siguiente forma:

Venta: 12.500

Pérdida: 1.350

Costo: ?

Vemos cómo el estudiante cambia el orden de las acciones para ordenarlas él de la forma a la cual está acostumbrado y es la de dejar el interrogante al final, pues él nos comenta que de esta manera se le hace más fácil resolver el problema. Además de esto el estudiante realiza el siguiente análisis: para saber en cuánto lo compró, debo sumar el valor de la venta más el de la pérdida y así puedo encontrar la solución. $\$ 12.500 + \$ 1.350 = \$ 13850$

En aras de conducir al estudiante a que haga el proceso de revisión se le hace la siguiente pregunta:

¿Crees que el problema tiene esa única solución? A la pregunta el estudiante responde que no sabe y se le sugiere que encuentre otra solución. Al cabo de un tiempo prudente el estudiante nos comenta que de la única forma que el problema tenga otra solución es que cambie los datos dados, o sea que cambie el problema, pero el problema así como está tiene una sola solución, que es 13.850 porque al operar con los datos dados en el problema de varias formas:

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Costo} & & \text{Pérdida} & & \text{Venta} \\
 13.850 & - & 1.350 & = & 12.500 \\
 \\
 13.850 & - & 12.500 & = & 1.350 \\
 \\
 \text{Costo} & & \text{Venta} & & \text{Pérdida}
 \end{array}$$

El número que no permite obtener respuesta diferente a estos datos es 13.850.

Estudiante 4.

Se observa que el estudiante después de leer varias veces el problema expresa la siguiente solución:

$$\begin{array}{r}
 12.500 \\
 + \underline{1.350} \\
 \hline
 13.850
 \end{array}$$

Ante esta situación, se hace una etapa de acompañamiento intentando dar respuesta a interrogantes como:

¿Piensas que la solución es correcta?

Sí porque si hay una pérdida es porque el costo del artículo es mayor, y en mi respuesta obtengo que el costo del artículo es mayor.

¿Qué estrategias utilizaste?

En esta pregunta el estudiante se muestra pensativo y poco puede explicar acerca de su estrategia.

Por tal motivo se le sugirió al estudiante, además de leer nuevamente el enunciado, intentar dar nuevas reformulaciones al problema, con el fin de que él mismo lograra percatarse que sus explicaciones no corresponden a una interpretación correcta del problema.

Tiempo después el estudiante presenta el siguiente análisis:

Costo	Pérdida	Venta
?	- 1.350	= 12.500

Como el estudiante tiene nociones de ecuaciones hace lo siguiente:

$$? = 12.500 + 1.350$$

$$? = 13.850$$

En estos momentos el estudiante tiene claro que lo que desea saber es el costo del artículo, mientras que anteriormente sólo había sumado los dos valores dados en el problema sin encontrarle el sentido a la operación y sin interiorizar el interrogante que plantea el problema.

Estudiante 5.

Se logró observar que una vez leído el problema, el estudiante tiende a dar respuesta al problema, descartando la posibilidad de tener que operar los valores encontrados en el problema, debido a que en la resolución de los anteriores, éste era el ritmo más marcado; quizás por esta razón el estudiante en busca de una respuesta rápida guiada por la tónica de los dos problemas anteriores no se percató de la estructura del problema, ni siquiera intentó hacer la estructura del problema en la forma como lo han hecho comúnmente ($S_1 + S_2 = ?$).

En vista de esta situación se le sugiere al estudiante leer el problema varias veces y expresar con sus propias palabras el significado de cada valor presente en el enunciado, para luego de extraer esta información pensar en un ejemplo cotidiano o en una situación similar de tal forma que pudiera relacionarla y así hallar solución. A partir de esto el estudiante logró hacer el siguiente ejemplo:

Yo compro un lápiz y luego se lo vendo a usted señor, por \$ 100. Si al venderlo yo perdí \$ 50. ¿Cuánto me costó el lápiz a mí?

Vemos que la situación planteada por el estudiante no se sale de la estructura con la que a diario trabaja.

Luego de haber enunciado el ejemplo el estudiante expresa, es claro que me costó \$150 porque si perdí \$50 al venderlo es porque lo vendí más barato del valor en el cual lo compré, es decir le rebajé \$50 al valor de compra, entonces:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Compra} & - & 50 & = & 100 \\ \boxed{} & & \text{Rebaja} & & \text{Venta} \end{array}$$

Luego para obtener el valor de la compra puedo sumar $100 + 50 = 150$ que es lo que yo sé que costó el lápiz.

Así puedo hacer en el problema, sumo el valor de la venta más el valor de la pérdida y obtengo el valor de la compra: $12.500 + 1.350 = 13.850$.

Dada esta solución al estudiante se le pregunta si está seguro de ella, él responde que sí, que al principio no comprendía el problema pero que al hacer el ejemplo lo comprendió y lo solucionó, sin embargo comenta que si se quiere verificar al valor del costo se le resta la pérdida y el resultado debe ser el valor de la venta $13.850 - 1.350 = 12.500$.

PROBLEMA N° 4

Amparo tiene ahorrada cierta cantidad de dinero. Con ese dinero más los \$ 2.000 que le regala su tía, compra una hamburguesa que le cuesta \$ 2800. Si después de la compra tiene \$ 700, ¿cuánto dinero tenía ahorrado Amparo?

Este es un problema que para su solución requiere más de una operación (suma o resta), es decir se refleja más de una situación en el mismo enunciado, además, por ser un problema de varias etapas puede ser solucionado de diferentes maneras y requiere de la suficiente atención y la elaboración de un plan para resolverlo. Con respecto a esto se espera que los estudiantes manifiesten dificultades asociadas tanto a la comprensión de la estructura del problema, así como con el diseño e implementación del plan para resolverlo, debido a la demanda lógica que éste exige expresada en la dificultad para establecer las relaciones y operaciones que se requieren para resolverlo correctamente.

Estudiante 1

Después de haber leído varias veces el problema, el estudiante propone la siguiente solución:

$$? + 2000 - 2800 = 700$$

$$? + 800 = 700$$

$? = -100$

Se puede ver que el planteamiento del estudiante no es errado, pues él explica que si al sumar los ahorros con los \$ 2.000 que le regala la tía y restando a esta suma \$ 2.800, el resultado es \$ 700, pero que al momento de realizar las operaciones el estudiante se confunde debido a que muestra dificultad para trabajar esta clase de estructuras, pues, está acostumbrado a operar estructuras más sencillas y su afán por obtener la solución lo desconcentra y se confunde, obteniendo una respuesta errónea.

Ante esta situación se establecen algunas preguntas con el fin de que el estudiante lograra percatarse de su dificultad e implementara nuevamente su plan de acción, invitándolo a hacer constantemente una revisión de su proceso de resolución.

- ¿Cómo sabes que la solución que obtuviste es correcta?

Ante esta pregunta el estudiante no contesta, por tal razón se hace la siguiente:

- Si -100 representa la cantidad de dinero ahorrada por Amparo ¿qué significado tendrá el signo $(-)$ en esta respuesta?

El estudiante responde: El signo menos indica que esta cantidad no está ahorrada, sino que Amparo la debe.

- ¿Se habla de alguna deuda en el enunciado del problema?

No.

- Entonces, qué tienes que decir con relación a tu respuesta.

Que la respuesta no es -100 , sino 100 .

- Nuevamente te pregunto, ¿qué harías para saber que la solución que obtuviste es correcta?

Coloco 100 en donde está el signo de interrogación y realizo las operaciones.

- Muy bien, hazlo.

$$? + 2000 - 2800 = 700$$

$$100 + 2000 - 2800 = 700$$

$$2100 - 2800 = 700$$

$$-700 = 700$$

- ¿Estás de acuerdo en que -700 es igual a 700 ?

No.

- ¿Por qué?

Porque tienen signos diferentes.

- ¿Qué puedes concluir?

Que la respuesta tampoco es 100.

- ¿Qué puedes hacer al respecto?

Mirar en qué me equivoqué y volver a hacer el problema.

$$? + 2000 - 2800 = 700$$

$$? - 800 = 700$$

$$? = 700 + 800$$

$$? = 1500$$

- ¿Puedes verificar tu respuesta y de qué forma?

Sí, en donde está el interrogante coloco 1500, así:

$$? + 2000 - 2800 = 700$$

$$1500 + 2000 - 2800 = 700$$

$$3500 - 2800 = 700$$

$$700 = 700$$

- ¿Qué puedes concluir?

Que la respuesta al problema sí es 1500.

Estudiante 2

Una vez leído el problema, el estudiante propone el siguiente planteamiento:

$$? + 2000 = 2800$$

$$? = 2800 + 2000$$

$$? = 4800$$

Se puede observar que el estudiante no ha comprendido el problema; ante esta situación se le recomienda leer nuevamente el problema y darle significado a cada uno de los datos presentes en éste.

De acuerdo a esto, el estudiante presenta la siguiente información:

?: dinero que tiene Amparo ahorrado

2000: dinero que le regala la tía

2800: precio de la hamburguesa

700: dinero que tiene Amparo después de la compra.

- ¿Qué harías con estos datos para encontrar la solución?

Yo puedo sumar $2800 + 700 = 3500$ y obtengo el total de la plata.

Para saber cuánto tenía ahorrado Amparo, a 3500 le resto los 2000 que le regaló la tía.

$$3500 - 2000 = 1500$$

Amparo tenía ahorrado 1500.

- ¿Estás seguro que esa es la respuesta?

No.

- ¿Cómo podrías verificarla?

Si sumo los 1500 más los 2000 que le regala la tía y a esta suma le resto los 2800, el resultado debe ser 700, sino está malo.

$$\begin{array}{r} 1500 \\ + 2000 \\ \hline 3500 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3500 \\ - 2800 \\ \hline 700 \end{array}$$

La respuesta es 1500.

Estudiante 3

Se observó que el estudiante logró comprender el problema y además ideó un plan para resolverlo. Desglosando cada oración del enunciado y traduciendo literalmente expresó lo siguiente:

☐ → ahorro

☐ + 2.000 → dinero para comprar

☐ + 2.000 – 2.800 → dinero que tiene menos la compra

☐ - 800 = 700 → ahorro – compra debe dar \$700

☐ ? = 1.500 → es la cantidad ahorrada por Amparo

Argumentando su respuesta a través de un diálogo logra expresar lo siguiente:

Sí a lo que tiene Amparo ahorrado primero se le suma \$2.000 y luego le resto \$2.800, es como si sólo hubiese restado \$800 inicialmente. Así un número que al restarle 800 da 700 es precisamente 1.500, que es la cantidad de dinero ahorrado por Amparo.

Estudiante 4

Después de haber leído el problema realiza el siguiente procedimiento: $2.000 - 700 = 1.300$, y responde: Amparo tenía ahorrado 1.300 porque su tía le regala 2.000 y después de comprar la hamburguesa que le cuesta 2.800 le quedan 700, entonces Amparo tiene ahorrado 1.300.

Se puede ver que la estudiante obvia datos y construye una estructura sencilla para resolver el problema, obteniendo de esta manera una respuesta errónea. Ante esta situación se desarrolla una etapa de acompañamiento con el fin de modelar una estrategia para la resolución del problema.

- Se le pide que lea nuevamente el problema y trate de comprenderlo.

Después de haber leído el problema se le realizan las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es el interrogante del problema?

¿Cuánto dinero tenía ahorrado Amparo?

- ¿Qué podrías hacer para hallar la solución del problema?

Supongamos que Amparo tiene cierta cantidad de dinero ahorrado y su tía le regala 2.000, Amparo compra una hamburguesa en 2.800 y le quedan 700, entonces Amparo tenía ahorrado 1.500, porque $800 + 700 = 1.500$.

Se puede ver cómo la estudiante da una respuesta espontánea que al preguntarle si está segura de esta respuesta, se muestra dudosa debido a que no sabe explicar el procedimiento utilizado.

De acuerdo a esto se le pide que se devuelva en el proceso y haga una revisión de su plan con el fin de encontrar la explicación correspondiente a su accionar.

Al cabo de un tiempo la estudiante realiza la siguiente explicación: Su tía le regala 2.000 y la hamburguesa cuesta 2.800, esos 800 pertenecen a sus ahorros, al igual que los 700 que les sobran; por eso lo que ella tiene ahorrado son la suma de los \$ 800 más los \$ 700, y eso es igual a \$ 1.500. Para verificar realiza el siguiente proceso:

$$\begin{array}{r}
 2800 \\
 + \underline{700} \\
 3500, \text{ a esto le resto los } 2000 \text{ que le regala su tía} \\
 - \underline{2000} \\
 1500
 \end{array}$$

Estudiante 5

La estudiante afirma haber leído el problema cuatro (4) veces y aún manifiesta encontrarse un poco confundida. Se le realiza la siguiente entrevista:

- ¿Alguna vez has escuchado problemas de este tipo?

Sí.

- ¿Puedes explicar con tus propias palabras de qué trata el problema?

El problema trata de Amparo, que tiene un dinero ahorrado, su tía le regala \$ 2000 y se compra una hamburguesa que le cuesta \$ 2.800 y le sobran \$ 700.

- ¿Qué quieres saber?

Cuál es la cantidad de dinero que Amparo tiene ahorrado?

- ¿Tienes alguna idea sobre qué tipo de estrategias puedes utilizar para resolver el problema?

Yo pienso hacer una suma.

- ¿Qué vas a sumar?

Los \$ 2.800 que le cuesta la hamburguesa con los \$ 700 que le quedan.

- ¿Para qué realizas esta suma?

Para obtener el total de lo que tiene Amparo, que son \$ 3.500, ya que $2.800 + 700 = 3.500$.

- ¿Y ésta es la respuesta al problema?

No, ahora a estos \$ 3.500 voy a restarle los \$ 2.000 que le regala su tía, para así obtener la cantidad que Amparo tiene ahorrada.

$$3.500 - 2.000 = 1.500$$

- ¿Estás segura que ésta es la respuesta?

Sí, porque la suma y la resta que realicé ya las he verificado varias veces y siempre obtengo el mismo valor.

PROBLEMA N° 5

Felipe tiene 9 monedas y Pedro tiene 3 monedas menos que Felipe, y además se sabe que ambos tienen la misma cantidad de dinero. María desea saber sobre cuánto dinero tiene cada uno de sus compañeros. ¿Cómo lo haría? Ayúdale a María a obtener esta información.

Este problema es compuesto y tiene más de una solución, aquí se espera que los estudiantes al leer el problema piensen que hacen falta datos; esto es común, ya que los estudiantes están acostumbrados a

resolver problemas de una solución sin darse cuenta que ellos deben darle valores a las monedas para obtener tantas soluciones como puedan, además es probable que el estudiante muestre dificultad en la comprensión del problema relacionada con el vocabulario, debido a que la palabra menos en este caso puede ser obviada sin tener en cuenta que ésta condiciona la cantidad de monedas que tiene Felipe.

Estudiante 1

Después de haber leído el problema varias veces se muestra confundido, por tal razón se le realiza las siguientes preguntas:

- ¿Qué dice el problema?

El problema habla de Felipe y Pedro, dice que Felipe tiene nueve (9) monedas y Pedro tres (3) monedas menos que Felipe, y que ambos tienen la misma cantidad de dinero.

- ¿Cuál es el interrogante?

¿Cuánto dinero tiene cada uno?

- ¿Puedes saber cuántas monedas tiene Pedro?

Sí.

- ¿Cómo?

Realizando una resta: $9 - 3 = 6$; obtengo que Pedro tiene seis (6) monedas.

- ¿Crees que al problema le faltan datos?

Sí, le hace falta el valor de las monedas que tiene cada quien.

- Si no tiene ese dato es porque tú tienes la libertad de colocarle a las monedas el valor que tú quieras, teniendo en cuenta las condiciones dadas en el problema.

Ah, ahora sí puedo resolver el problema.

Al resolver el problema presenta lo siguiente:

Felipe tiene nueve (9) monedas de \$ 200, que le da una suma de \$1800 y Pedro tiene dos (2) monedas de \$ 500 y cuatro (4) monedas de \$ 200.

María tenía que hacer lo siguiente: escoger las monedas de \$ 200, que le daban la suma de \$ 1800, y para Pedro dos (2) monedas de \$ 500 y cuatro (4) monedas de \$ 200, que también dan la suma de \$ 1800. Para verificar este resultado el estudiante realiza el siguiente procedimiento:

Felipe

$$200 + 200 + 200 + 200 + 200 + 200 + 200 + 200 + 200 = 1800$$

Pedro

$$500 + 500 + 200 + 200 + 200 + 200 = 1800$$

- ¿Crees que el problema tiene otra solución?

Sí, si le damos otros valores a las monedas, se pueden obtener otras soluciones diferentes.

Estudiante 2

Después de haber leído el problema varias veces, comenta que en el problema hacen falta datos. Se le pregunta cuál y responde: el valor de las monedas de Felipe y de Pedro.

Se le dice que intente resolver el problema, dándole ella el valor a las monedas, y saca las siguientes conclusiones:

Si realiza una resta: $9 - 3 = 6$; obtiene que Pedro tiene seis (6) monedas.

Si realiza una suma: $9 + 6 = 15$; obtiene que entre los dos tienen 15 monedas, y resuelve el problema de la siguiente manera:

Pedro

$$200 + 200 + 200 + 100 + 100 + 100$$

Felipe

$$100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100$$

Si sumo los valores de las monedas de Pedro, me da \$ 900, y si sumo los valores de las monedas de Felipe, también me da \$ 900; por lo tanto, Pedro y Felipe tienen \$ 900. Para llegar a la respuesta tuve que probar con varios valores de monedas.

Estudiante 3

Al principio no entendía el problema y pensaba que le hacían falta datos.

Ante esta situación se le pide que lea detenidamente el problema y trate de darle significado a cada uno de los datos presentados en éste. Atendiendo a esta sugerencia la estudiante realiza lo siguiente:

9 = número de monedas que tiene Felipe

6 = número de monedas que tiene Pedro

15 = número de monedas que tienen entre los dos

Con el fin de ayudarle un poco a encontrar una estrategia que le sirva para solucionar el problema se le hace la siguiente explicación: este problema es un problema que tiene varias soluciones y que por lo tanto tiene muchas maneras de solucionarlo. Pregunta la estudiante:

- ¿Cómo puedo solucionarlo si no sé cuáles son los valores de las monedas que tiene Felipe y Pedro?

Se le explica que para resolver el problema ella puede darle los valores a las monedas.

Empezó a darle valores a las monedas y realizaba las sumas para comprobar que estaba bueno, pues si al sumar los valores de las monedas de Felipe y los valores de las monedas de Pedro, los resultados eran diferentes, entonces la solución del problema estaba mala.

Pedro	Felipe
1000	1000
1000	1000
500	1000
1000	1000
1000	500
<u>500</u>	200
5000	100
	100
	<u>100</u>
	5000

Estudiante 4

En la primera lectura concluye que Pedro tiene seis (6) monedas y justifica que lo encuentra de esta manera: $9 - 3 = 6$; porque el problema dice que Pedro tiene tres (3) monedas menos que Felipe.

Se puede ver que este estudiante no presentó la dificultad en la comprensión del problema relacionada con el vocabulario y que además de esto la estudiante comenta que este problema se parece al

problema dos (2), en donde no se dan datos y puede tener varias soluciones, por lo tanto la estudiante soluciona el problema de la siguiente forma:

Le da valores de 100 a las monedas de Felipe y dice que Felipe en total tiene \$ 900, y después empezó a darle monedas a las seis (6) monedas de Pedro de tal forma que las sumas de estos valores también le diera \$ 900, porque Pedro y Felipe tienen la misma cantidad de dinero. Al final concluye que Pedro tiene cuatro (4) monedas de \$ 200 y dos (2) de \$ 50.

Estudiante 5

Como era de esperarse, la estudiante al leer el problema comenta que al problema le hacen falta datos y que esos datos son los valores de las monedas que tienen cada uno.

Ante esta situación, a la estudiante se le comenta que el problema es así y que aunque a ella le parezca que hacen falta datos, debe idear un plan para obtener la solución.

Después de volver a leer el problema dice que lo puede solucionar si ella le da los valores a las monedas.

- Bueno, puedes hacerlo.

Al cabo de un tiempo presenta el siguiente planteamiento:

Felipe tiene nueve (9) monedas, como Pedro tiene tres (3) monedas menos que Felipe, entonces Pedro tiene seis (6) monedas.

Felipe puede tener cinco (5) monedas de \$ 10 y cuatro (4) de \$ 5, esto da \$ 70.

Pedro puede tener una (1) de \$ 20, cinco (5) de \$ 10 y da \$ 70.

- ¿Crees que tu respuesta es correcta?

Sí.

- ¿ Por qué?

Porque no importa el valor que le dé a las monedas, lo que debo tener pendiente es que ambos tienen el mismo dinero.

- ¿Por qué tu respuesta no es igual a la de tus compañeros?

Porque seguramente ellos le dieron otros valores a las monedas.

Según el análisis anterior, podemos decir que las actividades propuestas en este trabajo ayudan a posibilitar la comprensión y resolución de problemas aditivos en el sistema de los enteros en estudiantes de séptimo grado, a través de la incorporación y desarrollo

de estrategias metacognitivas siguiendo las recomendaciones expresadas después de las conclusiones, sin descartar otras actividades que se puedan realizar y profundizar con otros temas.

CONCLUSIONES

Con el desarrollo, ejecución y evaluación de esta propuesta pedagógica para la comprensión y resolución de problemas aditivos en el sistema numérico de los enteros, a través de la incorporación y desarrollo de estrategias metacognitivas en dicho proceso, se pudo inferir lo siguiente:

- Δ Persisten en los estudiantes conductas asociadas con la metodología tradicional, logran manifestar en reiteradas ocasiones la dependencia hacia el docente, la búsqueda de la aprobación en la exigencia de la consejería académica (orientación del facilitador).
- Δ En general, los estudiantes se motivan o interesan en la resolución de problemas cuando son invitados a desarrollar estrategias como graficar, usar diagramas y en especial al dramatizar, hacer simulacros o ejemplificar una situación problema.
- Δ Atendiendo a que la resolución de problemas es un logro intelectual complejo, fue significativo para nuestro trabajo la incorporación y desarrollo de estrategias metacognitivas en dicho proceso, en especial los aportes de los planteamientos de Vigotsky a través del concepto de zona de desarrollo próximo, ya que a través de éstos el

profesor como agente promotor de desarrollo, dispuesto a ayudar a superar las dificultades de los estudiantes, posibilita la realización de una tarea (resolver problemas aditivos) que primeramente era difícil de realizar por sí solos.

Δ Las técnicas utilizadas en nuestro trabajo para obtener la información limitaron la descripción del proceso de resolución de problemas seguidos por los estudiantes, debido a que se dieron pequeños espacios dentro del proceso que no lograron visualizarse a través de estas técnicas, por tal motivo la descripción del proceso no se presenta de una manera más amplia y rigurosa.

Δ Pese a esta limitación, el hecho de diseñar la propuesta para un grupo pequeño de cinco (5) estudiantes, permitió captar la información necesaria para describir de manera clara el proceso.

RECOMENDACIONES

El grupo de proponentes considera pertinente las siguientes aseveraciones generales:

- △ Se sugiere a docentes facilitadores, incluir en sus métodos de enseñanza y en los procesos de supervisión, estrategias destinadas al desarrollo de las habilidades metacognitivas de los estudiantes, a fin de sesgarlos de la metodología tradicional, siendo capaces de monitorearse y autorregularse durante su propio proceso de aprendizaje.
- △ El docente como agente promotor de desarrollo, debe estar presto a las inquietudes de sus estudiantes, mantener una actitud familiar, expresando en su actuar la disponibilidad para ayudarlos a superar sus dificultades, a fin de crear un ambiente de confianza que motive al estudiante a participar activamente dentro del proceso de aprendizaje.
- △ Se sugiere al docente como investigador permanente del proceso de enseñanza y de aprendizaje, combinar técnicas que le permitan obtener la mayor información posible acerca de dicho proceso, a fin de mejorarlo, brindando oportunamente la ayuda que sus estudiantes

necesitan para superar sus dificultades técnicas, tales como: notas de campo, observaciones directas, entrevistas, diarios de alumnos, grabaciones, entre otras.

- Δ Para posibilitar la comprensión y resolución de problemas aditivos en el sistema de los enteros, se sugiere la incorporación de estrategias cognitivas y metacognitivas, bajo la guía de un docente facilitador o en colaboración con otro compañero más capaz, a fin de que los estudiantes en algún momento se responsabilicen de su propio aprendizaje.

BIBLIOGRAFÍA

- BONILLA, Estévez. **La enseñanza de la aritmética escolar y la formación del profesor**. Santafé de Bogotá, 1999.
- CABRERA, Víctor y JIMÉNEZ, Jhon. **Los cuadrados mágicos para aprender a aprender la aditividad en los naturales en estudiantes de sexto grado de la Escuela Normal Superior de Corozal (Sucre)**. 2001. UNISUCRE.
- CASTAÑO, Jorge. **Hojas pedagógicas 1**. Santafé de Bogotá, 1997.
- GRUPO DE MATEMÁTICAS ESCOLARES DE LA UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS. **La enseñanza de la aritmética escolar y la formación del profesor**. Santafé de Bogotá : Editorial Gaía, 1999.
- KRAUSS, Lawrence M. **Miedo a la física**. Santiago de Chile : Editorial Andrés Bello, 1995, p.24.
- MARTÍN, E. y MARCHESI, A. **Desarrollo metacognitivo y problemas de aprendizaje**. Tomo II. Necesidades educativas especiales y aprendizaje escolar. Madrid : Alianza Editorial, cap. 2, p. 35.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. **Lineamientos curriculares**. Santafé de Bogotá : M.E.N., 1998.
- MUNZON, Vladimiro y SALTARÍN, Yacaira. **Pensamiento aditivo : Un estudio exploratorio a nivel de sexto grado**. 2000. UNISUCRE.
- POZO, J.L. (1990). **Estrategias de aprendizaje**. En : PALACIOS, J.; MARCHESI, A. y COLL, C. **Desarrollo psicológico y educación**. Tomo 1. Psicología Educativa. Madrid : Alianza Editorial, cap. 12, p. 199.
- SANTOS T., Luz M. **Principios y métodos de resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas**. México D.F. : Editorial Interamericana.

ANEXOS

ANEXO 1

UNIVERSIDAD DE SUCRE
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

PROBLEMAS ADITIVOS

La presente prueba exploratoria tiene como objetivo identificar las dificultades y fortalezas que tienen los estudiantes de 7° en la resolución de problemas aditivos. Este cuestionario no hace parte de la evaluación de matemáticas de su curso. Por favor, respóndalo individualmente después de leer muy bien las preguntas. ¡Gracias!

NOMBRE: _____

COLEGIO: _____

1. Gloria tiene una deuda de \$ 800 en la tienda del colegio y le debe a María \$ 1.200. ¿Cuánto debe en total?

2. Escribe en el cuadro el número que hace verdadera la igualdad.

a. $\square + 17 = 36$

b. $7 - \square = 12$

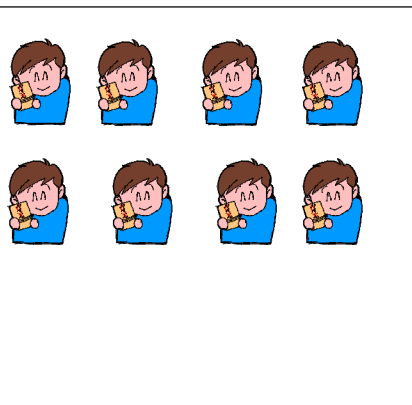
c. $8 - 14 = \square$

3.

NIÑAS



NIÑOS



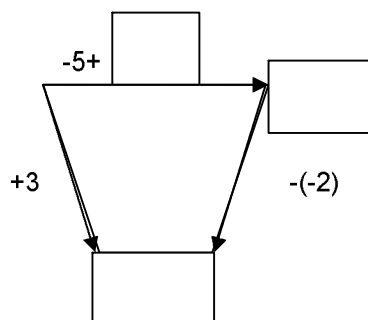
Si la gráfica representa el número de estudiantes que hay en un salón de clases:

¿Cuántos estudiantes hay en total?

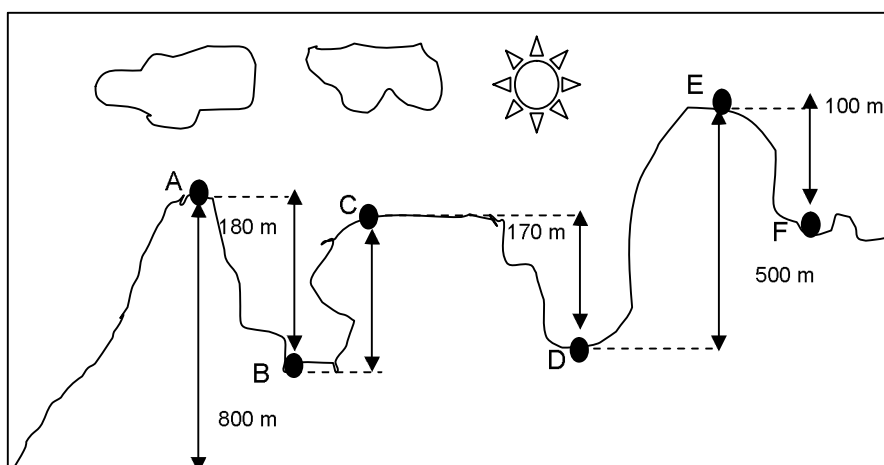
¿Cuántos niños hacen falta para que la cantidad de niños sea igual a la cantidad de niñas?.

4. Sofía recibe de su padre \$ 8.450, sale a realizar compras y regresa a su casa con una deuda de \$ 2.750. ¿Cuál es el valor total de sus compras?

5. Completa los cuadros del diagrama.



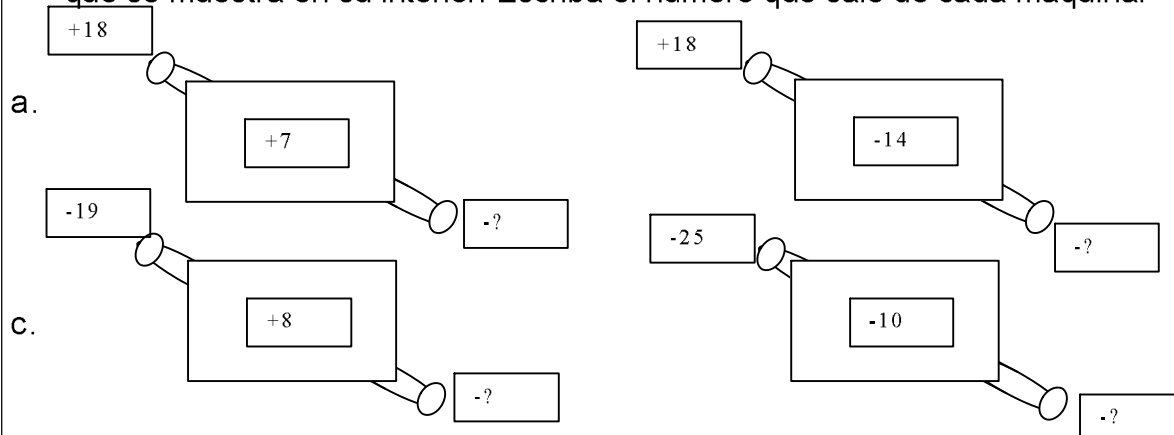
6.



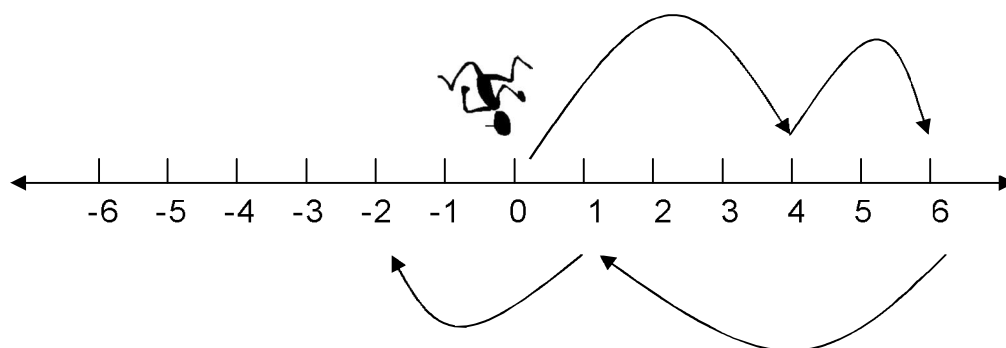
¿A qué altura se encuentra la ciudad F?

7. Fanny va al supermercado y realiza las siguientes transacciones: el lunes hace compras por valor de \$ 1.750 y paga con un billete de \$ 2.000. ¿Cuánto deben devolverle? Además efectúa a crédito las siguientes compras: el martes \$ 2.300, el miércoles \$ 2.000, el jueves abona \$ 1.500 y el viernes hace una compra por \$ 4.750. Si paga el sábado con un billete de \$ 10.000. ¿Cuánto dinero le deben devolver? ¿Cuál fue el valor de las deudas?

8. A cada máquina de la figura entra un número entero y se adiciona con el número que se muestra en su interior. Escriba el número que sale de cada máquina.



9. Un niño está jugando sobre una recta con un dado de la siguiente forma: si el dado cae en número par, avanza tantos pasos como lo indique el número del dado; si cae número impar retrocede el número de pasos indicados. Los lanzamientos obtenidos fueron: 4, 2, 5 y 3. Veamos esto gráficamente:



- ¿Cuántos pasos avanza el niño en total?
 ¿Cuántos pasos retrocede el niño en total?
 ¿Cuántos pasos avanzó o retrocedió el niño respecto a la posición inicial?

10. Pilar tiene 9 hebillas y Julia 7 más que Pilar. ¿Cuántas hebillas tiene Julia?

ANEXO 2**BANCO DE PROBLEMAS SIMPLES Y COMPUESTOS**

1. Luis tiene 9 canicas y Pedro 7, se ponen a jugar y Pedro le gana 8 canicas a Luis. ¿Con cuántas canicas quedó Pedro?
2. Pablo y Tomás tienen la misma edad. Pablo es mayor que Juanita, esta última nació después que Alberto. Entre Pablo y Alberto, ¿quién es mayor?
3. Luis juega canicas con Manuel. En el primer juego Luis gana 8 canicas a Manuel y en el segundo Manuel gana 3 canicas a Luis. ¿Cuántas canicas ganó Luis?
4. En un salón de clases hay 40 niños. La maestra ha colocado la tarea en cuadernos de 15 niños. ¿A los cuadernos de cuántos niños le falta por colocar la tarea?
5. Juan tiene \$ 200 más que Antonio. Si Antonio tiene \$ 1.000. ¿Cuánto dinero tiene Juan?
6. Fabio tiene \$ 2.000 y los gasta todos menos \$ 100. ¿Cuántos pesos le quedan a Fabio?

7. Luis tiene 8 canicas, jugó y ganó algunas más. Al regresar a casa tenía 12. ¿Cuántas canicas debió ganar Luis en el juego?
8. Fanny tenía 25 bombas. Se le reventaron algunas y ahora tiene 10. ¿Cuántas se le reventaron?
9. Miguel presta a su compañero de puesto 9 colores y a su profesora 7 más que los que prestó a su compañero. ¿Cuántos colores presta Carlitos a su profesora?
10. Laura al salir de su casa tenía 16 caramelos y regresó con 7. ¿Cuántos caramelos le hacen falta?
11. Gloria tiene 12 dulces, Luis tiene 7 menos. ¿Cuántos dulces tiene Luis?
12. Juan ganó 8 caramelos ayer y hoy perdió algunos. Si al final ganó 3 caramelos, ¿cuántos perdió en total?
13. Julio le debe \$ 2.000 a José y éste a su vez le debe \$ 1.500 a Julio. ¿Cuánto le debe Julio a José?
14. Julián tiene 16 lápices. Si Julián pierde 13 tendrá tantos como Antonia. ¿Cuántos lápices tiene Antonia?

15. Como todas las noches, Luis guarda sus gallinas en el corral. Al otro día Luis encuentra sólo 28. ¿Cuántas gallinas se salieron del corral si se sabe que son 45 por todas?
16. Orlando trajo 9 carritos para regalar entre los niños del salón. ¿A cuántos niños le tiene que traer la próxima vez que nos visite si en total hay 16 niños?
17. Una volqueta sale del depósito a repartir los pedidos de ladrillos que le habían hecho hasta el momento, el primer pedido que dejó fue de 2.995 ladrillos, en el segundo pedido deja 505 ladrillos menos que el primero y en el tercer sitio deja 355 ladrillos menos de los que había dejado en los dos sitios anteriores juntos. ¿Cuántos ladrillos ha dejado en cada uno de los tres sitios? ¿Con cuántos ladrillos salió del depósito?
18. Amparo tiene ahorrada cierta cantidad de dinero. Con ese dinero más los \$ 2.000 que le regala su tía, compra una hamburguesa que le cuesta \$ 2.800. Si después de la compra tiene \$ 700, ¿cuánto dinero tenía ahorrado Amparo?
19. Entre Mario, Pedro y Jesús fundan una compañía. Mario aporta \$ 897.000 y Jesús la misma cantidad que Mario más \$ 58.950. Si el aporte de los tres en total fue \$ 4'873.000, ¿cuánto aportó Pedro?

20. Un gusano sube por una pared lisa. Si por cada 3 cm que sube se desliza 2 cm, ¿al cabo de cuántos intentos logra escalar 9 cm?
21. Un termómetro marca a partir de 4° (grados) bajo cero, las siguientes temperaturas: 3° , -2° , 5° , -8° , -2° , 6° . ¿Cuál es la temperatura final marcada por el termómetro?
22. Gloria tiene una deuda de \$ 800 en la tienda de su colegio y le debe a María \$ 1.200. ¿Cuánto dinero quedará debiendo en total, si piensa ahorrar \$ 500 a sus deudas?
23. Fanny va al supermercado y realiza las siguientes transacciones: el lunes hace compras por valor de \$ 1.750 y paga con un billete de \$ 2.000. ¿Cuánto deben devolverle? Además efectúa a crédito las siguientes compras: el martes \$ 2.300, el miércoles \$ 4.000, el jueves abona \$ 2.500 y el viernes hace una compra de \$ 4.750. Si paga el sábado con dos billetes de \$ 5.000, ¿cuánto dinero le deben devolver? ¿Cuál fue el valor de sus deudas?
24. ¿Cuánto costó lo que al venderse en \$ 12.500 deja una pérdida de \$ 1.350?
25. El mayor de 4 hermanitos tiene 21 años, y cada uno se lleva 3 años con el anterior. ¿Cuál es la suma de las edades de los 4 hermanos?

26. Si del minuendo se resta la diferencia y de esta resta se quita el sustraendo. ¿Cuánto se obtiene?
27. Luis tiene \$ 5.730, Juan \$ 350 menos que Luis, y Enrique tiene \$ 1.300 más que Juan. ¿Cuánto dinero tienen entre los tres?
28. Paulina compra un televisor, un VHS y un equipo de sonido por \$ 2'000.000 y el televisor con el equipo costaron \$ 1'100.000. Si el VHS costó \$ 6000.000 más que el equipo y \$ 100.000 más que el televisor. ¿Cuánto costó cada electrodoméstico?
29. Una factura se cancela con \$ 20.000. Totaliza y averigua cuánto dinero sobró o cuánto dinero se queda debiendo, si el monto de las compras es el siguiente: medias \$ 1.990, camiseta \$ 10.550, cordones \$ 250, zapatos \$ 14.900 y corbata \$ 8.750.
30. Un estanque se llena con tres llaves, así:

Una llave A, de la que salen 25 litros de agua por hora

Una llave B, de la que salen 107 litros de agua por hora, y

Una llave C, de la que salen 105 litros de agua por hora.

En el estanque hay un desagüe por el que salen 84 litros de agua por hora.

- a. En una hora, ¿cuántos litros de agua entran al estanque?
 - b. Una hora después de abrir las llaves, ¿qué cantidad de agua hay en el estanque?
31. De la suma de los primeros 10 números negativos resta la suma de los primeros 10 números positivos. ¿Qué resultado se obtiene?
32. El perímetro de un triángulo es 89 cm. La longitud de un lado es 35 cm y la del otro es 25 cm. ¿Cuál es la longitud del tercer lado?
33. Carlos tiene 60 gallinas e Isabel 20. ¿Cuántas gallinas más tiene Carlos que Isabel? ¿Cuántas menos tiene Isabel que Carlos? ¿Qué diferencia hay entre el número de gallinas que tiene Carlos y el número de las que tiene Isabel?
34. Felipe tiene 9 monedas y Pedro tiene 3 monedas menos que Felipe, y además se sabe que ambos tienen la misma cantidad de dinero. María desea saber sobre cuánto dinero tiene cada uno de sus compañeros. ¿Cómo lo haría? Ayúdale a María a obtener esta información.
35. María recibe de su mamá \$ 1.900 para comprar un marcador que necesitaba para una actividad. Al momento de cancelarlo en la tienda obtiene una rebaja de \$ 300. Una vez llega a casa se

percata que su hermano podría facilitarle un marcador y dispone vendérselo a José por \$ 2.200. Sólo se necesitó de minutos para necesitarlo nuevamente porque el que ella tenía se acabó y le solicitó a José la venta del marcador, quien decidió vendérselo por \$ 2.500. ¿Cómo estuvo este negocio? ¿Quién obtuvo mayor ganancia?

ANEXO 3

TALLERES DE DESARROLLO DE ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS

UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA
ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

NOMBRE: _____ FECHA: _____

COLEGIO: _____ GRADO: _____

La presente actividad tiene como objetivo desarrollar con los estudiantes estrategias metacognitivas en los procesos de resolver problemas aditivos a fin incorporarlas en sus actividades de aprendizaje.

El éxito de esta actividad depende de tu disposición y deseos de superación.

1. Fabio tiene \$2000 y los gasta todos menos \$100. ¿Cuántos pesos le quedan a Fabio?



**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA
ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**

NOMBRE: _____ FECHA: _____

COLEGIO: _____ GRADO: _____

La presente actividad tiene como objetivo desarrollar con los estudiantes estrategias metacognitivas en los procesos de resolver problemas aditivos a fin incorporarlas en sus actividades de aprendizaje.

El éxito de esta actividad depende de tu disposición y deseos de superación.

2. Pablo y Tomás tienen la misma edad. Pablo es mayor que Juanita, esta última nació después que Alberto. Entre Pablo y Alberto, ¿quién es mayor?



**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA
ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**

NOMBRE: _____ FECHA: _____

COLEGIO: _____ GRADO: _____

La presente actividad tiene como objetivo desarrollar con los estudiantes estrategias metacognitivas en los procesos de resolver problemas aditivos a fin incorporarlas en sus actividades de aprendizaje.

El éxito de esta actividad depende de tu disposición y deseos de superación.

3. ¿Cuánto costó lo que al venderse en \$12.500 deja una pérdida de \$1.350?



**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA
ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**

NOMBRE: _____ FECHA: _____

COLEGIO: _____ GRADO: _____

La presente actividad tiene como objetivo desarrollar con los estudiantes estrategias metacognitivas en los procesos de resolver problemas aditivos a fin incorporarlas en sus actividades de aprendizaje.

El éxito de esta actividad depende de tu disposición y deseos de superación.

4. Amparo tiene ahorrada cierta cantidad de dinero. Con ese dinero más los \$2.000 que le regala su tía compra una hamburguesa que le cuesta \$2.800. Si después de la compra tiene \$700, ¿cuánto dinero tenía ahorrado amparo?



**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA
ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**

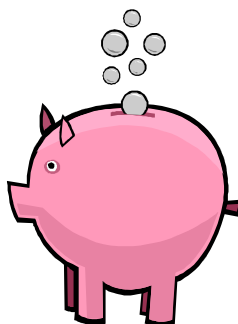
NOMBRE: _____ FECHA: _____

COLEGIO: _____ GRADO: _____

La presente actividad tiene como objetivo desarrollar con los estudiantes estrategias metacognitivas en los procesos de resolver problemas aditivos a fin incorporarlas en sus actividades de aprendizaje.

El éxito de esta actividad depende de tu disposición y deseos de superación.

5. Felipe tiene 9 monedas y Pedro tiene 3 monedas menos que Felipe, y además se sabe que ambos tienen la misma cantidad de dinero. María desea saber sobre cuánto dinero tiene cada uno de sus compañeros. ¿Cómo lo haría? Ayúdale a María a obtener esta información.



**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA
ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**

NOMBRE: _____ FECHA: _____

COLEGIO: _____ GRADO: _____

La presente actividad tiene como objetivo desarrollar con los estudiantes estrategias metacognitivas en los procesos de resolver problemas aditivos a fin incorporarlas en sus actividades de aprendizaje.

El éxito de esta actividad depende de tu disposición y deseos de superación.

6. Un gusano sube por una pared lisa. Si por cada 3 centímetros que sube se desliza 2 centímetros, ¿al cabo de cuántos intentos logra escalar 9 centímetros?



**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA
ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**

NOMBRE: _____ FECHA: _____

COLEGIO: _____ GRADO: _____

La presente actividad tiene como objetivo desarrollar con los estudiantes estrategias metacognitivas en los procesos de resolver problemas aditivos a fin incorporarlas en sus actividades de aprendizaje.

El éxito de esta actividad depende de tu disposición y deseos de superación.

7. Paulina compra un televisor, un VHS y un equipo de sonido por \$2'000.000 y el televisor con el equipo costaron \$1'100.000. si el VHS costó \$600.000 más que el equipo y \$100.000 más que el televisor, ¿cuánto costó cada electrodoméstico?



**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA
ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**

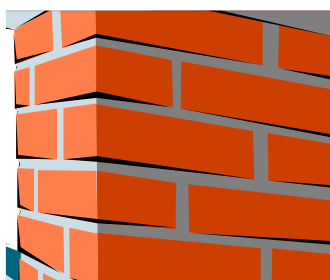
NOMBRE: _____ FECHA: _____

COLEGIO: _____ GRADO: _____

La presente actividad tiene como objetivo desarrollar con los estudiantes estrategias metacognitivas en los procesos de resolver problemas aditivos a fin incorporarlas en sus actividades de aprendizaje.

El éxito de esta actividad depende de tu disposición y deseos de superación.

8. Una volqueta sale del depósito a repartir los pedidos de ladrillos que le habían hecho hasta el momento, el primer pedido que dejó fue de 2.995 ladrillos, en el segundo pedido deja 505 ladrillos menos que el primero y en el tercer sitio deja 355 ladrillos menos de los que había dejado en los dos sitios anteriores juntos. ¿Cuántos ladrillos ha dejado en cada uno de los tres sitios? ¿Con cuántos ladrillos salió del depósito?



**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA
ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**

NOMBRE: _____ FECHA: _____

COLEGIO: _____ GRADO: _____

La presente actividad tiene como objetivo desarrollar con los estudiantes estrategias metacognitivas en los procesos de resolver problemas aditivos a fin incorporarlas en sus actividades de aprendizaje.

El éxito de esta actividad depende de tu disposición y deseos de superación.

9. Fanny va al supermercado y realiza las siguientes transacciones: el lunes hace compras por valor de \$1.750 y paga con un billete de \$2.000. ¿Cuánto deben devolverle?; además efectúa a crédito las siguientes compras: el martes \$2.300, el miércoles \$4.000, el jueves abona \$2.500 y el viernes hace una compra de \$4.750. si paga el sábado con dos billetes de \$5.000, ¿cuánto dinero le deben devolver? ¿Cuál fue el valor de sus deudas?



**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA
ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**

NOMBRE: _____ FECHA: _____

COLEGIO: _____ GRADO: _____

La presente actividad tiene como objetivo desarrollar con los estudiantes estrategias metacognitivas en los procesos de resolver problemas aditivos a fin incorporarlas en sus actividades de aprendizaje.

El éxito de esta actividad depende de tu disposición y deseos de superación.

10. María recibe de su mamá \$1.900 para comprar un marcador que necesitaba para una actividad, al momento de cancelarlo en la tienda obtiene una rebaja de \$300. Una vez llega a casa se percata que su hermano podría facilitarle un marcador y dispone vendérselo a José por \$2.200. Sólo se necesitó de minutos para necesitarlo nuevamente por que el que ella tenía se acabó, y le solicitó a José la venta del marcador, quien decidió vendérselo por \$2.500. ¿Cómo estuvo este negocio? ¿Quién obtuvo mayor ganancia?



ANEXO 4**LISTA DE ESTUDIANTES INVOLUCRADOS EN LA ACTIVIDAD**

Estudiante 1: César Carvajal

Estudiante 2: Yenis Ladeus

Estudiante 3: Xiomara Ríos

Estudiante 4: Sandra Padilla

Estudiante 5: Audy Rojas

ANEXO 5**EVIDENCIA**



