

UNA VISIÓN ESTADÍSTICA PARA EL ÁLGEBRA DEL GRADO NOVENO

JOSE ENRIQUE GUEVARA DAVILA

IGNACIO ANTONIO PEREZ PATERNINA

**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SINCELEJO
2005**

UNA VISIÓN ESTADÍSTICA PARA EL ÁLGEBRA DEL GRADO NOVENO

JOSE ENRIQUE GUEVARA DAVILA

Código 11380091211045

IGNACIO ANTONIO PEREZ PATERNINA

Código 11379072530727

**Trabajo presentado como requisito parcial para optar al título
de Licenciado en Matemáticas**

Directora:

MELBA LILIANA VERTEL MORINSON

Lic. Matemática y Física

Especialista en Estadística

**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SINCELEJO
2005**

JURADO No.

JURADO No.

JURADO No.

DEDICATORIA

A DIOS, por ser el eje fundamental de nuestras vidas y es quien me emana su sabiduría y conocimiento.

A MIS PADRES, Ignacio Pérez Chamorro, y Tania Paternina Rodríguez que con sacrificio me apoyaron y me impulsaron a ser una gran persona.

A MIS HERMANOS, Daniel Pérez y Carlos Pérez quienes me acompañaron y apoyaron en este proceso.

A mis demás familiares quienes me estuvieron colaborando.

NACHO.

A Dios porque definitivamente él es lo máximo.

A mi familia, por estar siempre conmigo.

A mis pastores Emisael y Ludis porque han sido de gran apoyo y ayuda.

A todos mis amigos por su motivación y ayuda.

JOSE

AGRADECIMIENTOS

A Dios porque definitivamente él es lo máximo.

A LA UNIVERSIDAD DE SUCRE

*A LA LICENCIADA, Melba Liliana Vertel Morinsón porque fue quien nos
ayudo a la ejecución de este.*

*A LOS DOCENTES, Yolanda, Rafael y Guillian y a los estudiantes del grado
noveno ocho de la Institución Educativa Dulce Nombre de Jesús.*

**“Únicamente los autores son responsables de las ideas
expuestas en el presente trabajo”**

CONTENIDO

Pág.

RESUMEN

ABSTRACT

1. INTRODUCCIÓN	11
2.ESTADO DEL ARTE	14
2.1MARCO TEORICO	14
2.1.1 Antecedentes	14
2.1.2 Bases teóricas	17
2.1.2.1 La interdisciplinariedad	17
2.1.2.2 Naturaleza del aprendizaje de las Matemáticas.	18
2.1.2.3 Aprendizaje significativo (Ausubel)	19
2.1.2.4 Situación problema	20
2.1.2.5 El trabajo en grupo	21
2.2 BASES LEGALES	22
2.3 MARCO CONCEPTUAL	26
2.3.1 Integración temática	26
2.3.2 Motivación	27
2.3.3 Participación activa	27
2.3.4 Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos	28
2.3.5 Pensamiento aleatorio y sistemas de datos	28

3. METODOLOGÍA	29
3.1 Estrategias metodológicas para la aplicación de las lecciones	30
4. PROPUESTA	34
5. RESULTADOS	84
5.1 Resultados de la aplicación de las dos primeras lecciones	84
5.2 Análisis de resultados	86
CONCLUSIONES	
RECOMENDACIONES	
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	
ANEXOS	

RESUMEN

Esta investigación promueve el desarrollo del pensamiento variacional y el aleatorio mediante una integración temática de algunos temas de Álgebra de 9º con Estadística, así mismo busca dar una herramienta al docente que fomente el aprendizaje significativo de las Matemáticas y ampliar en el educando un concepto integral de las Matemáticas. Para esto se tuvo presente los lineamientos dados por el M.E.N, organizando un módulo basado en la correlación temática de éstas asignaturas, la identificación de los contenidos de las mismas en este grado y su ajuste a diversas estrategias pedagógicas para su aplicación, este a su vez fue compuesto por cinco lecciones secuenciales que abarcan esta integración y puesto en práctica en dos lecciones a través de tres etapas: diagnóstica, familiarización y aplicación, con los estudiantes del grado 9ºB de la Institución Educativa Dulce Nombre de Jesús de la Ciudad de Sincelejo.

La aplicación de este trabajo produjo gran motivación y participación activa en los estudiantes, debido a la utilización de situaciones cotidianas obteniéndose con este trabajo también un camino abierto para la formación más general de un núcleo temático para estas dos asignaturas y la creación de un innovador escenario para el desarrollo del pensamiento matemático y la destrucción de barreras que impedían en el educando ver la Matemática de una forma integral.

ABSTRACT

This investigation promotes the development of the thought variation and the random one by means of a thematic integration of some topics of Algebra of 9º with Statistic, likewise search to give a tool to the educational one that foments the significant learning of the Mathematics and to enlarge in the educating an integral concept of the Mathematics. For this one had present the limits given by the M.E.N, organizing a module based on the thematic correlation of these subjects, the identification of the contents of the same ones in this grade and their adjustment to diverse pedagogic strategies for their application, this in turn was composed by five sequential lessons that embrace this integration and position in practice in two lessons through three stages: diagnostic, familiarization and application, with the students of the grade 9º8 of the Institution Educational Candy Name of Jesus of the City of Sincelejo.

The application of this work produced great motivation and active participation in the students, due to the use of daily situations being also obtained with this work an open road for the most general formation in a thematic nucleus for these two subjects and the creation of an innovative scenario for the development of the mathematical thought and the destruction of barriers that impeded in the educating to see the Mathematics in an integral way.

1. INTRODUCCIÓN

La Matemática como tal es un sistema de disciplinas que están estrechamente relacionadas entre sí, pues ellas tienen como fin común relacionar y operar objetos¹. Establecer estas relaciones entre disciplinas que representan formas de pensamiento matemático, a través de una integración temática es algo que pocos docentes de Matemática se han interesado hacer, esto crea en la mayoría de los educandos cierta dificultad y desmotivación por el aprendizaje de las Matemáticas pues además de que algunos no logran asimilar los conceptos propios de una asignatura se le suma el hecho de no poder relacionarlos con los conceptos de otras asignaturas, requisito necesario en la solución de situaciones problemas y por ende de la vida real .

Esto claramente, no promueve los propósitos generales del currículo de Matemáticas dados por el Ministerio de Educación Nacional “M.E.N” (2003) entre los cuales están:

- ◀ Desarrollar en los estudiantes una sólida comprensión de los conceptos, procesos y estrategias básica de la Matemática e igualmente, la capacidad de utilizar todo ello en la solución de problemas.

1.A.D Aleksandro, A.N Kolmogorov. (1973). La Matemática, su contenido, método y significado. Madrid, Alianza Editorial.

◀ Desarrollar en los estudiantes la habilidad para reconocer la presencia de la Matemática en diferentes situaciones de la vida real (Estándares Curriculares, 2003).

En el caso particular de la Estadística que promueve el pensamiento aleatorio y el Álgebra de 9º, que promueve el pensamiento variacional en los educandos, nuestra ciudad Sincelejo no es ajena a esta problemática, pues los resultados de una muestra piloto hecha a docentes de noveno grado (ver anexo A), muestra que un 30% incluye la Estadística, mientras que el 70% no la incluye en el programa curricular de Matemáticas. Este 30% que incluye la Estadística la desarrolla en forma separada de su programa curricular de Matemáticas, por lo general al finalizar el programa.

Al no incluir la Estadística en el programa de Matemáticas de grado Noveno, obedece en un 20% a que la institución no se lo exige y el 80% restante se debe a otras circunstancias (por desconocimiento de la materia, naturaleza e importancia de la misma), cohíbiendo a los estudiantes de alcanzar los requerimientos mínimos para este grado establecidos por el Ministerio de Educación en los Estándares Curriculares (2003).

Ante esta problemática es evidente la necesidad de incluir en el programa de Matemáticas la integración temática de asignaturas como Álgebra y Estadística, centro y base de nuestra investigación, de modo que muchos educandos alcancen

de una manera mas eficaz el desarrollo del pensamiento variacional y el pensamiento aleatorio, logren los fines requeridos por el MEN y despertar en ellos la motivación por esta área pieza clave en su aprendizaje.

Así, presentamos la siguiente investigación consistente en reorganizar los contenidos del programa de Matemáticas de 9º grado en la asignatura de Estadística, en una unidad que contenga elementos sólidos de integración entre algunos temas del Álgebra con la Estadística.

Para lo cual nos trazamos los siguientes objetivos:

- Establecer la correlación existente entre algunos temas del Álgebra y la Estadística.
- Ampliar en el educando un concepto integral de las Matemáticas.
- Brindarle al docente una herramienta que promueva de manera significativa el aprendizaje de las Matemáticas.
- Desarrollar el pensamiento aleatorio y variacional del estudiante a través de situaciones cotidianas, integrando algunos temas de Álgebra y Estadística.

Está investigación que fue elaborada teniendo en cuenta las directrices dadas por el M.E.N y la Ley General de Educación; responde a una problemática de nuestra ciudad, pudiendo también ser usada a través de todo el contexto regional y nacional.

2. ESTADO DEL ARTE

2.1 MARCO TEORICO

2. 1.1 Antecedentes

Estas fueron las fuentes consultadas sobre trabajos realizados en torno a investigaciones de este tipo.

- El Lic. en Matemáticas Martín Avella en su trabajo para optar al título de especialista en Estadística, “Una Visión Estadística y Probabilística del Cálculo para el Grado undécimo” de la Universidad Nacional de Colombia, presentó una propuesta para integrar lógica y conjuntos con conceptos de probabilidades para desarrollar con los alumnos del grado undécimo de bachillerato. En esta elabora una unidad integrando estos temas y la desarrollo en forma experimental con los estudiantes de undécimo grado del colegio departamental Sergio Camargo de Iza, en las que obtuvo resultados interesantes como el mejoramiento de estos alumnos en el área de Matemáticas de las pruebas ICFES en comparación con el curso del año anterior.

•

- Los Especialistas en Educación Matemáticas de la Universidad de Antioquia, Erasmo Puerta, Jesús Rodríguez y Héctor Emilio Correa, crearon una propuesta metodológica dirigida a los docentes de Matemáticas, titulada “proporcionalidad y sus aplicaciones” que tiene como objetivos:
 - Integrar la Aritmética y la Geometría en la Enseñanza de las Matemáticas a través de las proporciones.
 - Diseñar situaciones problemas que permitan al alumno apropiarse del pensamiento proporcional de manera significativa.
 - Resaltar la importancia de la proporcionalidad en la aplicación a situaciones de la vida real.

Esta consiste en la realización de una serie de cuatro talleres tendientes a la apropiación de los conceptos de proporcionalidad en los educandos, utilizando para ello la Aritmética y la Geometría.

La propuesta resulta ser muy acogedora por lo que propicia el trabajo en equipo, permite un enriquecimiento con las observaciones de los demás y ejercita la capacidad de síntesis en los alumnos.

- El Especialista en Educación Matemática Daniel Moreno Caicedo, egresado de la Universidad Industrial de Santander (UIS) y miembro del grupo de educación Matemática de la misma; en su propuesta “Desarrollo conceptual de la Estadística en séptimo grado utilizando los medios de comunicación:

Experiencia en el aula”. Tuvo como fin diseñar una propuesta metodológica que permite desarrollar los conceptos estadísticos, interpretación de gráficas, porcentajes y medidas de tendencia central en los estudiantes de séptimo grado utilizando los medios de comunicación escritos. Lo cual le permite al estudiante relacionar la Matemática con situaciones de la vida y su entorno, arrojando unos resultados satisfactorios puesto que fomentan la lectura en los estudiantes, además que se realizan análisis estadísticos de las noticias.

Convirtiéndose así ésta propuesta metodológica factible de aplicar en todos los establecimientos educativos por la facilidad en la consecución de los recursos didácticos.

- Los licenciados en Matemáticas Sandra Rojas y Eider Bertel en su trabajo de grado denominado “Integración Temática de la Aritmética Escolar y la Estadística en el Grado Séptimo”, diseñaron una propuesta para el área de Matemática en el grado séptimo tendiente a correlacionar algunos conceptos de estadística descriptiva y probabilidad a partir de la aritmética escolar teniendo como objetivo los siguientes:
 - Relacionar la Estadística descriptiva y la probabilidad con la Aritmética en el grado séptimo.

- Posibilitar en los estudiantes la habilidad para conocer la estrecha relación que guarda la Aritmética escolar con la Estadística descriptiva y probabilidad.
- Suministrar a los estudiantes la Estadística y probabilidad como herramienta que les permita reconocer la presencia de las Matemáticas en diversas situaciones de su entorno.

Esta propuesta se desarrolló en 4 niveles y cuyos resultados de la aplicación en el nivel 1 mostraron una gran aceptación en los estudiantes y efectividad por el uso entre otros, de situaciones que les eran familiares a estos.

- Las licenciadas en educación básica con énfasis en lengua castellana, Betty Pérez, María Roncallo y Licenia Pérez (1998) de CECAR, en su investigación denominada “Dificultades Metodológicas de los Maestros en la Integración de la Áreas de Lengua Castellana, Ciencias Sociales y Naturales en el Segundo Grado de la Escuela Santa Marta del Municipio de Sampues” , describen la problemática presentada por los maestros de esta escuela al realizar la integración de estas áreas, luego del análisis de la misma y con una excelente fundamentación teórica sobre integración, dan sugerencias metodológicas desarrollando una guía para elaborar unidades

integradas por actividad y así mismo presentan varios ejemplos de lecciones de integración de estas áreas.

- Los especialistas en la enseñanza de las Ciencias Naturales, Marcial Conde, Tomas Naguib y Víctor Arteta (1997) de la Universidad del Atlántico en su trabajo de grado “ La Interdisciplinariedad desde la investigación, como propuesta pedagógica para la enseñanza de las Ciencias Naturales en la facultad de ingenierías de la Corporación Universitaria de la Costa (CUC) “ mostraron la importancia de la interdisciplinariedad desde la investigación como una alternativa pedagógica que contribuye al mejoramiento de la calidad de la educación, algunos de sus objetivos básicos son:

- Realizar prácticas pedagógicas interdisciplinarias desde la investigación con la participación de los profesores para consolidar un nuevo enfoque metodológico que este acorde con las exigencias científicas y tecnológicas actuales.
- Establecer acuerdos que posibiliten la implementación de la interdisciplinariedad como propuesta pedagógica.

La propuesta arroja excelentes resultados como la elaboración de cinco investigaciones con carácter interdisciplinario por los estudiantes de la facultad de ingeniería de la CUC, como respuesta a la implementación de esta propuesta pedagógica por parte de los docentes de esta facultad.

2.1.2 Bases teóricas

2.1.2.1 La Interdisciplinariedad.

La Interdisciplinariedad debe ser entendida como:

“Concurrencia, simultánea o sucesiva, de saberes sobre un mismo problema, proyecto o área temática”.

Es decir, deberá ser asumida como una exigencia real para la construcción de currículos integrales².

Una de las bases esenciales y obligatorias en el proceso de la enseñanza consiste en asegurar las condiciones de integración y fijación de lo que los alumnos hayan aprendido. Así, después de los planes de motivación, presentación de la materia y dirección de actividades de los alumnos, fáltale al profesor aplicar procedimientos especiales destinados a integrar y fijar el contenido del aprendizaje de los alumnos, consolidando el trabajo realizado.

Una de las críticas más legítimas contra la escuela tradicional es la de que, al insistir demasiado en la cantidad de pormenores y minucias analíticas, no lleva a los alumnos a integrar, en síntesis comprensivas y unificadoras, toda esa pléthora de datos informativos, fragmentales y diseminados, enseñados en porciones durante el año escolar.

2.Nelson López, retos para la construcción curricular. Cooperativa Editorial Magisterio. Bogotá 1996.

Con la mente repleta de gran número de información, los alumnos pierden la capacidad de situar debidamente los conjuntos parciales en su todo y de percibir sus relaciones básicas; en virtud de la gran cantidad de árboles que los rodean, son incapaces de ver el bosque y de orientarse en él. (Luiz De Mattos 1963).

2.1.2.2 Naturaleza del aprendizaje de las matemáticas.

El aprendizaje de las Matemáticas, al igual que el de otras áreas, es más efectivo cuando el estudiante está motivado. Por ello resulta fundamental que las actividades de aprendizaje despiertan su curiosidad y correspondan a la etapa de desarrollo en la que se encuentran. Además, es importante que esas actividades tengan suficiente relación con experiencias de su vida cotidiana. Para alimentar su motivación, el estudiante debe experimentar con frecuencia el éxito en una actividad matemática. El énfasis en dicho éxito desarrolla en los estudiantes una actitud positiva hacia la Matemática y hacia ellos mismos (Estándares Curriculares, 2003).

2.1.2.3 Aprendizaje significativo (Ausubel).

Ausubel (1978), propone una explicación teórica del proceso de aprendizaje según el punto de vista cognoscitivo, pero tomando en cuenta además factores afectivos tales como la motivación. Para él, el aprendizaje significa la organización e integración de información en la estructura cognoscitiva del individuo.

Ausubel, centra su atención en el aprendizaje tal como ocurre en la sala de clases, día a día en la mayoría de las escuelas. Para él, la variable más importante que influye en el aprendizaje es aquello que el alumno conoce ("determíñese lo que el alumno ya sabe y enséñese en consecuencia). Nuevas informaciones e ideas pueden ser aprendidas y retenidas en la medida en que existan conceptos claros e inclusivos en la estructura cognoscitiva del aprendiz, que sirvan para establecer una determinada relación con la que se suministra.

Ausubel (1978) simboliza el proceso en la siguiente forma:

$$\begin{array}{ccccccc} A & + & a & = & A'a' \\ \text{Concepto existente} & & \text{Información nueva} & & \text{Concepto} \\ \text{en la estructura} & & \text{que va a ser aprendida} & & \text{modificado} & & \text{en} \\ \text{cognoscitiva del} & & & & & & \\ \text{aprendiz.} & & & & & & \text{Cognoscitiva} \end{array}$$

(Arancibia. V; Herrera, 1999)

2.1.2.4 Situación problema

Las situaciones problemas son consideradas por los Lineamientos Curriculares, por los Estándares Curriculares y por el Decreto 2343 (1996) para el área de Matemáticas, como ámbitos privilegiados para la enseñanza de la Estadística, tal afirmación se evidencia en el siguiente párrafo:

“Las situaciones problemáticas: Un contexto para acercarse al Conocimiento Matemático en la escuela”.

El acercamiento de los estudiantes a las matemáticas a través de situaciones problemáticas procedentes de la vida diaria de las matemáticas y de las otras ciencias es el contexto más propicio para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente al sentido común a la utilidad de las matemáticas” (Lineamientos Curriculares, 1998).

Y más aún “El desarrollo del pensamiento aleatorio significa resolución de problemas”(Lineamientos Curriculares, 1998).

Miguel de Guzmán (2002) plantea:

“La enseñanza por resolución de problemas pone énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizajes y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe dejar en absoluto de un lado, como campo de operaciones privilegiados para la tarea de hacerse con formas de pensamientos eficaces.”

2.1.2.5 Trabajo en grupo.

El desarrollo de una situación problema es más efectiva si se trabaja en grupos, ya que esto proporciona posibilidades de enriquecimiento. Por las distintas formas de afrontar el trabajo, se puede aplicar el método de diferentes perspectivas; un grupo proporciona apoyo y estímulo, además el trabajo con otros permite contrastar los progresos y da la posibilidad de prepararse mejor para ayudar a nuestros estudiantes a mejorar sus conocimientos³.

2.2 BASES LEGALES

La Ley General de Educación (1994): En el capítulo II, artículo 27, Autonomía Escolar, afirma que dentro de los límites fijados por la presente Ley y el PEI, las instituciones de educación formal, gozan de autonomía para organizar las áreas fundamentales de conocimientos definidas para cada nivel, introducir áreas y asignaturas optativas, adoptar algunas áreas a las necesidades y características regionales, adoptar métodos de enseñanza y organizar actividades formativas, culturales y deportivas dentro de los lineamientos que establezca el Ministerio de Educación Nacional.

3. CE ID . Lecciones del área de matemáticas número dos. Proporcionalidad y sus aplicaciones. 2002

Decreto 1860 del 3 de Agosto de 1994.

Por el cual se reglamenta parcialmente la Ley 115 de 1994, en los aspectos pedagógicos y organizativos generales, afirma:

Art 1: Ámbito y Naturaleza.

Las normas reglamentarias contenidas en el presente decreto se aplican al servicio público de educación formal que presten los establecimientos educativos del Estado, los privados, los de carácter comunitario, solidario, cooperativo o sin ánimo de lucro. Su interpretación debe favorecer la calidad, continuidad y universalidad del servicio público de la educación, así como el mejor desarrollo del proceso de formación de los educandos.

En el Capítulo V, Artículo 35. Desarrollo de las asignaturas. Las asignaturas tendrán el contenido, la intensidad horaria y la duración que determine el proyecto educativo institucional, atendiendo los lineamientos del presente decreto y los que para efecto expida el Ministerio de Educación Nacional.

En el desarrollo de una asignatura se deben aplicar estrategias y métodos pedagógicos activos y vivenciales que incluyan la exposición, la observación, la experimentación, la práctica, el laboratorio, el taller de trabajo, la informática educativa, el estudio personal y los demás elementos que contribuyan a un mejor

desarrollo cognitivo y a una mejor formación de la capacidad crítica, reflexiva y analítica del educando.

Resolución 2343 (1996).

Nos acogemos también a la Resolución 2343, por el cual se adopta un diseño de lineamientos generales de los procesos curriculares para la educación formal y establece los indicadores de logros curriculares para que en todas las instituciones educativas del país, se asegure la formación integral de los educandos, dentro de los que se encuentran los siguientes para el grado noveno:

- Investiga y comprende contenidos y procedimientos matemáticos, a partir de enfoques de tratamientos y resolución de problemas y generaliza soluciones y estrategias para nuevas situaciones.

- Formula inferencias y argumentos coherentes, utilizando medidas de tendencia central y de dispersión para el análisis de los datos, interpreta informes estadísticos y elabora críticamente conclusiones.

Lineamientos Curriculares (1998):

HACIA UNA ESTRUCTURA CURRICULAR

De acuerdo con esta visión global e integral del quehacer matemático proponemos considerar tres grandes aspectos para organizar el currículo en un todo armonioso.

Procesos generales: Que tiene que ver con el aprendizaje, tales como el razonamiento, el planteamiento y resolución de problemas, la comunicación, comparación y ejercitación de procedimientos.

Conocimientos básicos: Que tiene que ver con procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y con sistemas propios de las Matemáticas. Estos procesos específicos se relacionan con el desarrollo del pensamiento numérico, pensamiento espacial, pensamiento métrico, pensamiento aleatorio y pensamiento variacional, entre otros.

Los sistemas son aquellos propuestos desde la renovación curricular: Sistemas numéricos, sistemas geométricos, sistema de medida, sistema de datos, y sistemas algebraicos y analíticos.

El contexto: Tiene que ver con los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las Matemáticas que aprende.

Variables como las condiciones sociales y culturales tanto locales como internacionales, el tipo de interacciones, los intereses que se generan, las creencias, así como las condiciones económicas.

Estándares para la excelencia en la educación.

Se toman como base los estándares que como mínimo se deben tener en cuenta para propiciar el desarrollo del pensamiento aleatorio y sistema de datos de Octavo y Noveno grado.

- Reconocer que, diferentes maneras de presentar la información, pueden dar origen a distintas interpretaciones.
- Interpretar analíticamente y críticamente información estadística proveniente de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas)
- Interpretar conceptos de media, mediana y moda.
- Seleccionar y usar algunos métodos estadísticos adecuados, según el tipo de información.
- Comparar resultados experimentales con probabilidad matemática esperada.
- Resolver y formular problemas seleccionando información relevante en conjuntos de datos provenientes de fuentes diversas (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).

- Reconocer tendencias que se presentan en conjuntos de variables relaciones.
- Calcular probabilidad de eventos simples usando métodos diversos (listado, diagramas de árbol, técnicas de conteo).
- Usar conceptos básicos de probabilidad (espacio muestral, evento, independencia, ...).

2.3 MARCO CONCEPTUAL.

2.3.1 Integración temática:

Proceso que consiste en proporcionar unidad a una serie de datos o de clases que, muchas veces debido a un aspecto parcial, van sobrecargando la memoria del alumno cuando no confundiéndolo. La integración procura unificar esas múltiples informaciones para que ganen sentido y unidad. Gracias a ella, los informes de las diversas clases, que por lo general toman el aspecto de datos sueltos, pasan a articularse los unos con los otros, adquiriendo sentido y constituyendo un todo unificado.

La integración temática tiene por objeto dar sentido unitario de correlación de las partes, con relación a una serie de hechos aparentemente dispersos pero que en verdad, forman una totalidad. (Isidro Giuseppe Nerici, 1973).

2.3.2 Motivación:

“Proceso que provoca cierto comportamiento, mantiene la actividad o la modifica”. Motivar es predisponer al alumno hacia lo que se quiere enseñar; es

llevarlo a participar activamente en los trabajos escolares. Así, motivar es conducir al alumno a que se empeñe en aprender, sea por ensayo y error, por imitación o por reflexión.

La motivación consiste en el intento de proporcionar a los alumnos una situación que los induzca a un esfuerzo intencional, a una actividad orientada hacia determinados resultados queridos y comprendidos. Así, motivar predisponer a los alumnos a que aprendan y, consecuentemente, realice un esfuerzo para alcanzar los objetivos previamente establecido. (Isidro Giuseppe Nerici, 1973).

2.3.3 Participación activa:

Toda enseñanza debe ser activa, es decir debe solicitar la atención, la participación y la reacción del alumno, y ningún aprendizaje puede dejar de ser activo, pues el mismo solo se hace efectivo mediante el esfuerzo personal del que aprende, dado que nadie puede aprender por otro. Así pues, el maestro debe solicitar constantemente ya sea al comienzo o durante el transcurso de cualquiera actividad escolar, la opinión, la colaboración, la iniciativa y el trabajo del alumno. (Irene Mello Carvalho, 1974).

2.3.4 Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos:

Este componente del currículo tiene en cuenta una de las aplicaciones más importantes de la matemática, cual es la formulación de modelos matemáticos para diversos fenómenos. Por ello, este currículo debe permitir que los estudiantes adquieran progresivamente una comprensión de patrones, relaciones y funciones, así como desarrollar su capacidad de representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas mediante símbolos algebraicos y gráficas apropiadas. Así mismo, debe desarrollar en ellos la capacidad de analizar el cambio en varios contextos y de utilizar modelos matemáticos para entender y representar relaciones cuantitativas.

2.3.5 Pensamiento aleatorio y sistemas de datos:

El currículo de matemáticas debe garantizar que los estudiantes sean capaces de plantear situaciones susceptibles de ser analizadas mediante la recolección sistemática y organizada de datos. Los estudiantes, además deben estar en capacidad de ordenar y presentar estos datos y en grados posteriores, seleccionar y utilizar métodos estadísticos para analizarlos y desarrollar y evaluar inferencias y predicciones a partir de ellos.

De igual manera, los estudiantes desarrollaran una comprensión progresiva de los conceptos fundamentales de la probabilidad.

3. METODOLOGIA

Este trabajo es de tipo descriptivo (Activo-Participativo), se diseño una propuesta metodológica que permitió correlacionar algunos temas de Álgebra de 9º con Estadística, por lo que se hizo necesario identificar, analizar y correlacionar los conceptos de ambas asignaturas.

Para la realización de esta investigación se hizo una encuesta a una muestra piloto de docentes de 6º a 8º grado (ver anexo B), para observar las tendencias actuales de como están abordando la Estadística en el currículo de Matemáticas para estos grados. Con este mismo propósito se le realizó la misma encuesta a una muestra piloto de docentes de Noveno grado (ver anexo A) y se les preguntó también que les parecía desarrollar la Estadística de manera integrada con el Álgebra, también se hizo la revisión bibliográfica a nivel disciplinar, pedagógico y curricular para la elaboración de la propuesta de nuestra investigación (ver anexo C).

Así mismo, esta propuesta se implementó en forma práctica en una de las instituciones encuestadas, tomando como unidad de investigación el curso de 9º grado del Colegio Municipal Dulce Nombre de Jesús de la ciudad de Sincelejo Jornadamatinal.

Para el desarrollo de esta propuesta objeto de nuestra investigación, se construyó un modulo compuesto por cinco lecciones secuenciales de Estadística que contienen elementos sólidos de integración con algunos temas de Álgebra y teniendo en cuenta para su elaboración lo siguiente:

- Establecimiento de la correlación temática.
- Identificación de sus contenidos.
- Establecimiento de los objetivos específicos para cada lección del módulo.
- En cada lección se utilizó ejemplos y situaciones cotidianas para el estudiante, algunas de estas propuestas a nivel individual y de grupos de trabajo por medio de talleres.
- En estos talleres se produce la mayor parte de nuestra integración temática, dada a través de un proceso constructivo.

3.1 Estrategias metodológicas para la aplicación de las lecciones

Nuestro método consiste en proponer una serie de actividades que conduzcan a la apropiación de los conceptos de Estadística y su integración con algunos temas de Álgebra de una manera significativa.

Estas actividades estuvieron dadas en tres etapas:

I. ETAPA DIAGNÓSTICA.

En esta se pretende conocer los conceptos básicos que tienen los estudiantes de Estadística teniendo en cuenta el programa de la institución, consulta verbal con el docente y los mismos estudiantes a través de una dinámica que contiene preguntas verbales y escritas de Estadística y que nos van señalando la identificación de los estudiantes con sus conceptos.

La dinámica fue la siguiente:

“DINAMICA DEL SABER”

- Se dividirá el curso en 5 grupos mixtos.
- Se llevará una bolsa llamada bolsa del saber que tuvo 10 puntos a realizar por los estudiantes, 2 por cada grupo, escogidos al azar en dos rondas. Cada punto tendrá un valor específico dependiendo el grado de dificultad; ganará el grupo que mayor punto posea.

Los puntos son los siguientes:

1. Que entienden por Estadística.
2. Escoge un grupo cualquiera y pregúntale algún concepto de Estadística.
3. De este recibo de luz identifica las partes que estén relacionada con Estadística.
4. Tienen 5 minutos para decir el promedio de sus edades.

5. Que entienden por Población.
6. Escoge un grupo para que les realice una pregunta de Estadística.
7. Que entienden por muestra de una población.
8. Memorice en 3 minutos el siguiente concepto.

Datos Cuantitativos: Son valores que se obtienen mediante mediciones o conteo, por tanto son valores numéricos asignados a cada elemento de la población, por ejemplo edad, peso, estatura.

9. Que entiendes por Datos Cualitativos.
10. Preséntese en el curso de la siguiente manera:

“Hola, soy la frecuencia relativa y me obtienen mediante el cociente de las frecuencias absolutas y el número total de datos; voy hacer estudiada por ustedes en este curso”.

II. ETAPA DE FAMILIARIZACIÓN.

En esta se presentó la propuesta de integración a los estudiantes, inmediatamente se conceptualizó los temas de Estadística y se inició en conjunto con el docente la integración con los temas de Álgebra, mediante un taller en clases; el docente dirá y ejecutará en conjunto con los estudiantes las directrices necesarias para hacer la integración, por lo cual es necesario tener en cuenta estos recursos:

- Revistas, periódicos, recibos con datos estadísticos.
- Elaboración de carteles que resuman un conjunto de datos y las tablas de frecuencias.

- Uso del proyector de acetatos para la presentación de gráficas.
- Uso de la calculadora T.I 92., etc.

En esta etapa se buscó dos objetivos básicos: que el estudiante asimile algunos conceptos de Estadística y comiencen a relacionarlos con otros de Álgebra.

III. ETAPA DE APLICACIÓN.

En esta etapa los estudiantes trabajarán en forma grupal e individual teniendo en cuenta situaciones cotidianas de sí mismos para hacer la integración temática a través de talleres, el docente solo será un orientador, se pueden hacer uso de los recursos mencionados en la etapa anterior.

Con esta se busca afianzar los conceptos de Estadística aprendidos en la etapa anterior y tratar mas a fondo su integración con los temas de Álgebra.

4. PROPUESTA

UNA VISIÓN ESTADÍSTICA PARA EL ÁLGEBRA DEL GRADO NOVENO.



LECCIÓN Nº _____ NOCIONES DE ESTADÍSTICAS

OBJETIVOS

- Estudiar conceptos básicos de Estadística.
- Reforzar los conceptos de fracción, porcentaje, notación científica y números decimales.
- Elaborar tablas de frecuencias a partir de los datos recolectados de una muestra.
- Representar la frecuencia relativa en diferentes expresiones matemáticas.

LA ESTADÍSTICA

Casi toda persona está familiarizada con frases como:

Las Estadísticas muestran que el costo de vida esta subiendo.

Los salarios aumentaron un promedio del 9% este año.

El promedio de los puntajes del grupo fue 6,8 sobre 10.

Yo creo que lloverá hoy porque ha llovido en esta fecha casi siempre en los últimos años.

Todas estas frases y muchas otras que se nos presentan a diario, son situaciones que obligatoriamente se desprenden del conocimiento que tenemos con anterioridad de las mismas y aunque en forma empírica, son ejemplos de situaciones estadísticas.

Muy generalmente se dará una definición de Estadística.

La **Estadística** es la parte de las matemáticas que se encarga de recolectar, clasificar, describir e interpretar datos.

-POBLACIÓN: La población es el conjunto de objetos bajo investigación.

-MUESTRA: Una muestra es cualquier subconjunto de la población.

Dada la investigación que se haga sobre la población se obtienen los datos de los cuales fundamentalmente hay dos:

-DATOS CUALITATIVOS: Son valores asignados a cada elemento de la población mediante un atributo, por ej: color, sabor, sexo.

-DATOS CUANTITATIVOS: Son valores que se obtienen mediante mediciones o conteo, por tanto son valores numéricos asignados a cada elemento de la población o muestra, por ej: edad, peso, estatura.

-CONJUNTO DE DATOS: El conjunto de todos los valores asignados a cada uno de los elementos de una población o muestra, es un conjunto de datos.

-VARIABLE: Una variable es un símbolo que representa, indistintamente, a uno cualquiera de los elementos de un conjunto de datos.

La variable cuantitativa puede ser *continua* si toma valores reales y *discreta* si toma valores enteros.

-FRECUENCIA ABSOLUTA: Es el número de veces que se repite cada dato.

-FRECUENCIA ABSOLUTA ACUMULADA: La frecuencia absoluta acumulada en X_p ; es la suma de las frecuencias absolutas hasta el valor X_p ; es decir $X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_{p-1} + X_p$, siendo X_i los valores de las frecuencias absolutas.

-FRECUENCIA RELATIVA: Es el cociente entre las frecuencias absolutas y el número total de datos.

-FRECUENCIA RELATIVA ACUMULADA: La frecuencia relativa acumulada en X_p es la suma de las frecuencias relativas hasta el valor X_p ; es decir $X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_{p-1} + X_p$, siendo X_i los valores de las frecuencias relativas.

EJ1: En un barrio X de la ciudad de Sincelejo de aproximadamente 100 familias, se toma una muestra al azar de 30 familias para determinar el número de mascotas que tienen.

Hecha la investigación se obtuvieron los siguientes datos:

0	3	5	1	0	2
3	2	0	2	1	0
4	5	1	1	1	3
4	4	1	0	2	1
1	1	2	2	3	1

Para este caso determinemos cada concepto estudiado.

- Población: 100 familias del barrio X de la ciudad de Sincelejo
- Muestra: 30 familias del barrio X de la ciudad de Sincelejo.

Los datos son cuantitativos porque se trata de datos obtenidos por conteo.

Variable: Número de mascotas.

Esta variable es cuantitativa discreta por tomar valores enteros que son 0,1,2,3,4 y

5. Consideremos la siguiente tabla de frecuencias:

Tabla 1

Variable $X_{(i)}$	Frecuencia Absoluta f_a	Frecuencia Relativa f_r	Frecuencia Absoluta Acumulada F_a	Frecuencia Relativa Acumulada F_r
0	5	$\frac{5}{30}$	5	$\frac{1}{6}$
1	10	$\frac{10}{30}$	15	$\frac{1}{2}$
2	6	$\frac{6}{30}$	21	$\frac{7}{10}$
3	4	$\frac{4}{30}$	25	$\frac{5}{6}$
4	3	$\frac{3}{30}$	28	$\frac{14}{15}$
5	2	$\frac{2}{30}$	30	1
Total	30	1		

TALLER DE CLASE.

Investigaremos el deporte preferido de cada uno de los estudiantes del curso 9.

1. Determine: La población, la muestra, el conjunto de datos, la variable y el tipo de variable.
2. Realice una tabla de frecuencias.
3. Observe que la frecuencia relativa se puede ver como una fracción.
 - a. Estas fracciones son propias o impropias, ¿Por qué?
 - b. Al compararlas entre sí, ¿podrías decir que son fracciones homogéneas o heterogéneas?.
 - c. Haga la suma total de estas fracciones.
4. La frecuencia relativa también se puede ver como un número decimal dado que ella es una fracción.
 - a. Convierte cada frecuencia relativa en un número decimal.
 - b. Halle la suma de estos números decimales
5. Al multiplicar estos decimales por 100 obtenemos la forma porcentual de la frecuencia relativa. Halle cada uno de estos porcentajes.
6. De igual modo la frecuencia relativa se puede expresar en notación científica. Halle cada una de estas notaciones.

Organice toda esta información en una tabla.

TALLER GRUPAL

Investigue por grupos sobre cualquier situación cotidiana (comida preferida, # de hijos, peso, edad, etc) a una muestra cualesquiera de cualquier población.

Realice cada uno de los puntos del taller de clase.

TALLER INDIVIDUAL

De un conjunto de 10 personas que componen una familia se tomó un subconjunto de 5 personas ubicadas en las etapas de la Vejes, Adulta, Juventud, Adolescencia y Niñez respectivamente y se les preguntó su programa preferido: 3 contestaron el desafío 2004, 1 deportes y otro noticias.

A estos programas se le asignaron los valores 1, 2 y 3 respectivamente. Así las respuestas serían: 1 2 1

3 1

Se observa en estas respuestas que P1 (Programa 1) fue escogido 3 veces, si dividimos esto entre el # total de respuestas que es 5 obtenemos la fracción propia $3/5$ que expresado en forma porcentual indicaría que en un 60% de estas 5 personas prefiere al P1.

Así mismo P2 (Programa 2) fue escogido 1 vez, en comparación con el # total de respuestas esta a razón de $1/5$ (fue expresado en notación científica sería 2×10^{-1})

que en su forma porcentual indicaría que un 20% de estas 5 personas prefiere a P2.

De igual modo que P2 sucede con el P3 (Programa 3).

También al sumar estas fracciones $3/5+1/5=4/5$ obtenemos una fracción propia que expresada en su forma porcentual indicaría que en un 80% del total de respuestas prefiere a los P1 y P2.

Del anterior estudio identifique en su lectura (sin resolver).

1. Cual es la población y la muestra
2. Que tipo de datos son?
3. Cual es la variable?
4. Cual es la frecuencia absoluta del P1?
5. Cual es la frecuencia absoluta del P3?
6. Cual es La frecuencia relativa del P2?
7. Cual es la frecuencia acumulada hasta P2?
8. Cual es la frecuencia relativa de P1?

LECCIÓN Nº _____ GRÁFICA POLIGONAL

OBJETIVOS

- Identificar el concepto de función en situaciones que impliquen la relación entre variables.
- Reconocer los distintos tipos de funciones dado un gráfico cualquiera.
- Elaborar gráficos estadísticos a partir de una tabla de datos.
- Desarrollar problemas de aplicación práctica con funciones y gráfica de datos.

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE DATOS.

Las representaciones gráficas de datos se utilizan en las Estadística, para representar y analizar datos que se obtengan de cierta información.

TIPOS DE GRÁFICOS

Existen varios tipos de gráfica para representar datos entre los cuales están:

- Histograma
- Gráfica Poligonal
- Pictograma
- Gráfica Circular
- Diagrama de Barras.

Para nuestro estudio utilizaremos la Gráfica Poligonal.

✓ GRAFICA POLIGONAL.

La gráfica poligonal es la representación de parejas ordenadas en el primer cuadrante del plano cartesiano que se unen una a continuación de otra para formar líneas. En comparación con la gráfica de funciones las abscisas serían las variables estadísticas (cualitativa, cuantitativa) y las ordenadas serían las frecuencias que hemos estudiado.

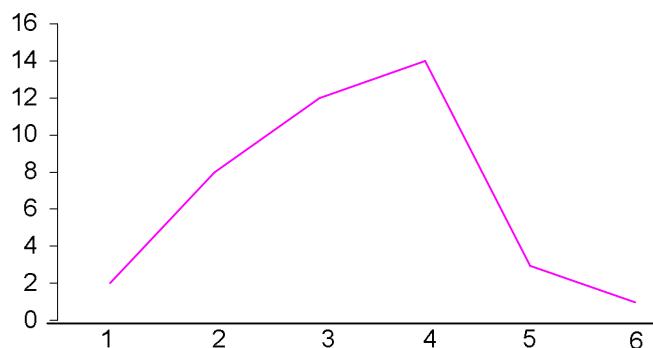
Pasos para realizar la gráfica poligonal.

- Formamos las parejas ordenadas.
- Se traza el primer cuadrante del plano cartesiano.
- En las abcisas ubicamos los valores de la variable y en las ordenadas los de la frecuencia.
- Ubicamos las parejas ordenadas en el gráfico.
- Unimos los puntos de las parejas para formar la gráfica poligonal.

EJ 2: Se realiza una encuesta a 40 familias para saber el número de hijos que tienen cada uno. Los datos obtenidos arrojan la siguiente tabla.

# de hijos	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
1	2	0.05
2	8	0.20
3	12	0.30
4	14	0.35
5	3	0.075
6	1	0.025

La gráfica poligonal de la frecuencia absoluta es:



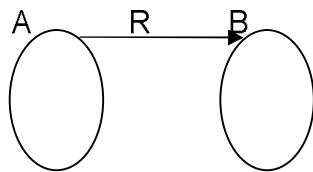
Grafica a

Podemos hacer algunas conclusiones a partir de esta gráfica:

1. El punto más alto (4,14) de esta gráfica corresponde a la mayor frecuencia obtenida con respecto a la variable, en nuestro caso esta frecuencia es 14 y la variable Número de hijos 4, así decimos que de las 40 familias encuestadas el mayor número de ellas posee 4 hijos. De la misma manera el punto más bajo (6,1) de la gráfica corresponde a la menor frecuencia obtenida, respecto a la variable. Así afirmamos que de las 40 familias el menor número de ellas posee 6 hijos, es decir, una sola familia.
2. Hasta el punto (4,14) la gráfica (que puede representar una función, observe nota del taller 1) es creciente, lo cual indica que hay una marcada preferencia en las familias encuestadas a tener entre 1 y 4 hijos, a partir de allí esta función es decreciente lo que indica que esta preferencia disminuye cuando son mas de 4 hijos.

TALLER DE CLASE 1

1. Ubique en el conjunto A y B las abcisas y ordenadas de la gráfica **a** respectivamente.



2. ¿Cada elemento del dominio A tiene su imagen en el codominio B?
3. ¿Está imagen es única, para cada elemento del dominio?
4. Utilizando el concepto de función, ¿Podemos concluir que la relación que une a A con B es una función?

Para discusión general, podemos concluir que:

- a. La relación que existe entre la variable y la frecuencia absoluta no es la de una función.
- b. La gráfica de la relación que existe entre la variable y la frecuencia absoluta se comporta como una función cuadrática.
- c. La relación entre la variable y la frecuencia absoluta es una función.

- d. La gráfica de la relación que existe entre la variable y la frecuencia absoluta se comporta como una función logarítmica.

Nota: Observe que la gráfica poligonal **a** no es el resultado de un número infinito de parejas ordenadas como sucede en las funciones continuas, si no de algunas parejas unidas estratégicamente para estudiar el comportamiento de las variables; si suponemos que si, podemos considerarla como una función con dominio desde 1 hasta 6 y con codominio desde 2 hasta 14, para la cual no está definida su ecuación.

TALLER DE CLASE 2.

Observe nuevamente la gráfica a.

EJ 3: Supóngase que la encuesta fue realizada a 102 familias y que obtuvo los siguientes resultados.

# de hijos	Frecuencia. Absoluta
1	2
2	8
3	14
4	20
5	26
6	32

Con estos datos

1. Como queda la gráfica a.
2. ¿A qué tipo de función se asemeja esta gráfica poligonal?
3. Dibuje en el 1^{er} cuadrante del plano cartesiano la función $Y = 6X-4$
4. Observe las parejas ordenadas de la gráfica poligonal, ¿Cuáles de éstos puntos pertenece a la función $Y=6X-4$
5. Al comparar estas dos últimas gráficas podemos afirmar que:
 - a. Las gráficas son totalmente distintas.
 - b. La gráfica poligonal esta contenida en la gráfica de la función

$$Y= 6X-4$$

c. La gráfica poligonal es más extensa que la gráfica de la función

$$Y=6X-4$$

Para discusión general, podemos concluir que para este ejemplo:

- a. No se puede definir una ecuación de la variable # de hijos con la frecuencia absoluta.
- b..La frecuencia absoluta esta en función de la variable # de hijos mediante la ecuación.

$$f_a(Y_i) = 6 Y_i - 4$$

- c. La variable # de hijos esta en función de la frecuencia absoluta mediante la ecuación:

$$Y_i(f_a) = 6f_a - 4.$$

NOTA. No siempre se podrá establecer dada una tabla de valores una ecuación que relacione a F_a con Y_i como se observó en el ejemplo, pero este último ejemplo es una muestra evidente de la estrecha relación del concepto de función con la gráfica poligonal.

TALLER INDIVIDUAL

Investigar con sus demás compañeros de su curso el número de hijos que hay en su familia:

1. Determine la Población y la Muestra.
2. Con los datos obtenidos organice una tabla de frecuencia.
3. Realice la gráfica poligonal de la variable con la frecuencia absoluta acumulada.
4. La relación que existe entre la variable y la frecuencia absoluta acumulada:
¿Es una función? Justifique su respuesta.

TALLER GRUPAL

1. Lea la definición de frecuencia relativa acumulada y observe los datos de la tabla 1.
2. Realice una grafica poligonal de F_a contra F_r .
3. Realice la grafica de la función $f(x) = x / 30$.
4. Compare estas graficas y diga que grafica contiene a la otra grafica.
5. Demuestre que cada punto de la grafica poligonal contiene a la grafica de la función f .
6. De acuerdo a lo obtenido en los puntos 4 y 5 , establezca una ecuación lineal que defina la F_r en función de F_a .

Obs. : El hecho de encontrar para este caso particular (que se cumple también a nivel general) una ecuación lineal que relaciona a F_r con F_a nos indica que a partir del concepto de función se puede construir otra forma de definir la frecuencia relativa acumulada.

LECCIÓN Nº _____ MEDIDAS DE DISPERSIÓN

OBJETIVOS.

- Establecer la relación existentes entre algunos conceptos de medidas de dispersión y paráolas.
- Determinar cada medida de dispersión dada un conjunto de datos.
- Interpretar en situaciones prácticas la correspondencia existente entre varianza y la distancia entre los puntos simétricos de una parábola.
- Introducirnos al concepto de función continua a través de la integración temática entre paráolas y medidas de dispersión.

MEDIDAS DE DISPERSIÓN

Con el conocimiento de los valores centrales se tiene una buena información de la tendencia central de la distribución. Sin embargo, las medidas de tendencia central proporcionan una descripción incompleta de la distribución; así, puede haber dos distribuciones que tengan iguales uno o varios promedios y ser completamente diferentes.

Por ejemplo, en una ciudad hay dos coros A y B formados por 9 personas cada uno. Las edades de estas personas son las siguientes.

Coro A

Edades en años	10	10	20	30	30	30	40	50	50
----------------	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Coro B

Edades en años	25	25	30	30	30	30	30	35	35
----------------	----	----	----	----	----	----	----	----	----

- La media aritmética de las edades de los coros A y B es:

$$\bar{X}_A = \frac{\sum X_i f_i}{N} = \frac{10 \cdot 2 + 20 \cdot 1 + 30 \cdot 3 + 40 \cdot 1 + 50 \cdot 2}{9} = \frac{270}{9} = 30 \text{ años}$$

$$\bar{X}_B = \frac{\sum X_i f_i}{N} = \frac{25 \cdot 2 + 30 \cdot 5 + 35 \cdot 2}{9} = \frac{270}{9} = 30 \text{ Años}$$

- La mediana en los dos casos es 30, pues este número ocupa el lugar central de las dos series ordenadas.
- La moda(dato de mayor frecuencia) es en los dos casos 30.

Se observa que estos coros, que tienen los tres promedios iguales, son en cuanto a las edades muy desiguales. El coro A tiene dos niños de 10 años y dos personas mayores de 50 años, es decir, hay 4 valores muy alejados de la edad media, en cambio, en el coro B las edades son mas homogéneas, todas están próximas a la media.

De esto se deduce que es necesario, si se quiere tener en cuenta este aspecto, medir el grado de separación de los datos respecto a la media.

Esto se logra con las medidas de dispersión: el recorrido, la desviación media y la desviación típica o estándar.

Recorrido o rango.

Se llama recorrido o rango de una distribución a la diferencia entre el dato mayor y el dato menor.

El rango en el caso del coro A es $50-10=40$ y en el caso del coro B es $35-25=10$.

El recorrido da una primera idea de que en el coro A las edades están más dispersas que en el coro B.

Desviaciones.

Se llama desviación de un valor con respecto de un promedio, a la diferencia entre ese valor y el promedio.

Las desviaciones más usadas se realizan respecto de la media aritmética.

Para los componentes del coro A algunas de las desviaciones son:

$$d_1 = 10 - 30 = -20, d_2 = 10 - 30 = -20, d_3 = 20 - 30 = -10, d_4 = 30 - 30 = 0, \dots$$

Desviación media.

Se llama desviación media de un conjunto de valores a la media aritmética de los valores absolutos de todas las desviaciones.

Denotaremos a la desviación media por D.

Por ejemplo, en el caso del coro A la desviación media es:

$$D_A = \frac{|-20| + |-20| + |-10| + |0| + |0| + |10| + |20| + |20|}{9} = \frac{100}{9} = 11,11$$

En el caso del coro B la desviación media es:

$$D_B = \frac{|25 - 30| \cdot 2 + |30 - 30| \cdot 5 + |35 - 30| \cdot 2}{9} = \frac{20}{9} = 2,22$$

Observa que la desviación media en el coro A es mayor que la del coro B:

$$D_A > D_B (11,11 > 2,22)$$

Desviación típica o desviación estándar.

Se llama desviación típica a la raíz cuadrada de la media aritmética de los cuadrados de las desviaciones. Denotaremos a la desviación típica por σ

El cálculo de la desviación típica se puede hacer en dos pasos, a saber:

1. Se calcula la media aritmética de los cuadrados de las desviaciones. Esta media recibe el nombre de varianza.
2. Se calcula la raíz cuadrada de la varianza.

Por ejemplo, calculamos la desviación típica para el caso de los coros A y B.

Coro A.

- Calculamos la varianza.

$$\text{Varianza} = \frac{(-20)^2 \cdot 2 + (-10)^2 \cdot 3 + 0^2 \cdot 3 + 10^2 \cdot 2 + 20^2 \cdot 2}{9} = \frac{1.800}{9} = 200$$

- Calculamos la raíz cuadrada de la varianza(desviación típica)

$$\sigma_A = \sqrt{\text{Varianza}} = \sqrt{200} = 14,14$$

Coro B.

- Calculamos la varianza.

$$\text{Varianza} = \frac{(-5)^2 \cdot 2 + 0^2 \cdot 5 + 5^2 \cdot 2}{9} = \frac{100}{9} = 11,11$$

- Calculamos la desviación típica.

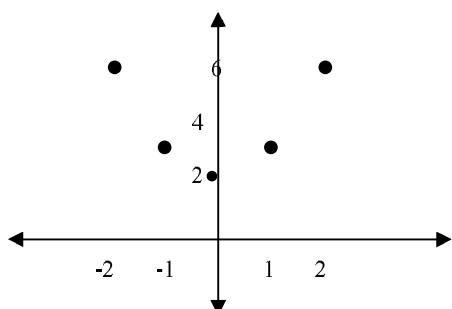
$$\sigma_B = \sqrt{\text{Varianza}} = \sqrt{11,11} = 3,33$$

Se observa que la desviación típica en el coro A es mucho mayor que en el coro B, es decir $\sigma_A > \sigma_B$. Esto refleja que la dispersión de las edades en el caso A es mayor que en el caso B.

Por consiguiente, la desviación típica aumenta a medida que aumenta la dispersión de los datos.

Al analizar las parábolas estudiadas en el curso de Álgebra, podemos establecer una estrecha relación de sus conceptos y los de medida de dispersión; para lo cual, dado una parábola cualquiera analizaremos su gráfica con algunos de sus puntos simétricos (los puntos de una parábola equidistantes a la recta vertical que pasa por el vértice) en la medida que estos se acerquen al vértice.

Ej: Ubiquemos los puntos de la función $F(x)=x^2+2$ con $X \in A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$



En esta función cuadrática que es una parábola comparándola con la función general $f(x) = ax^2 + bx + c$ tendríamos que $a=1$, $b=0$, y $c=2$. Así el vértice sería

$$V\left(\frac{-b}{2a}, \frac{b^2 + 4ac}{4a}\right); V(0, 2)$$

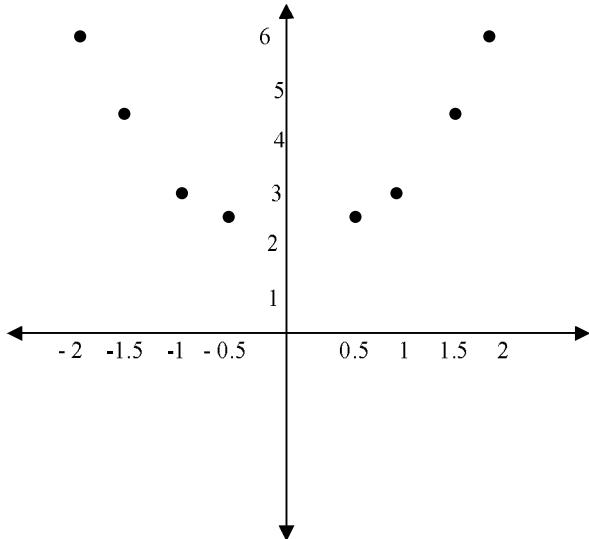
1.A cada uno de estos puntos simétricos graficados le asociamos su componente en X, el promedio de estos componentes es Cero, asociado con el vértice de esta parábola.

$$X = \frac{(-2) + (-1) + 0 + 1 + 2}{5} = \frac{0}{5} = 0$$

2.La desviación de estos puntos es:

$$d_1 = (-2) - 0 = -2 \quad d_2 = (-1) - 0 = -1 \quad d_3 = 0 \quad d_4 = 1 - 0 = 1 \quad d_5 = 2 - 0 = 2$$

3.Si $X \in B = \{-2, -1.5, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, 2\}$ los puntos de la función $F(x) = X^2 + 2$ quedaría graficada de esta manera.



Observe que el conjunto B:

* Determina puntos simétricos al igual que A.

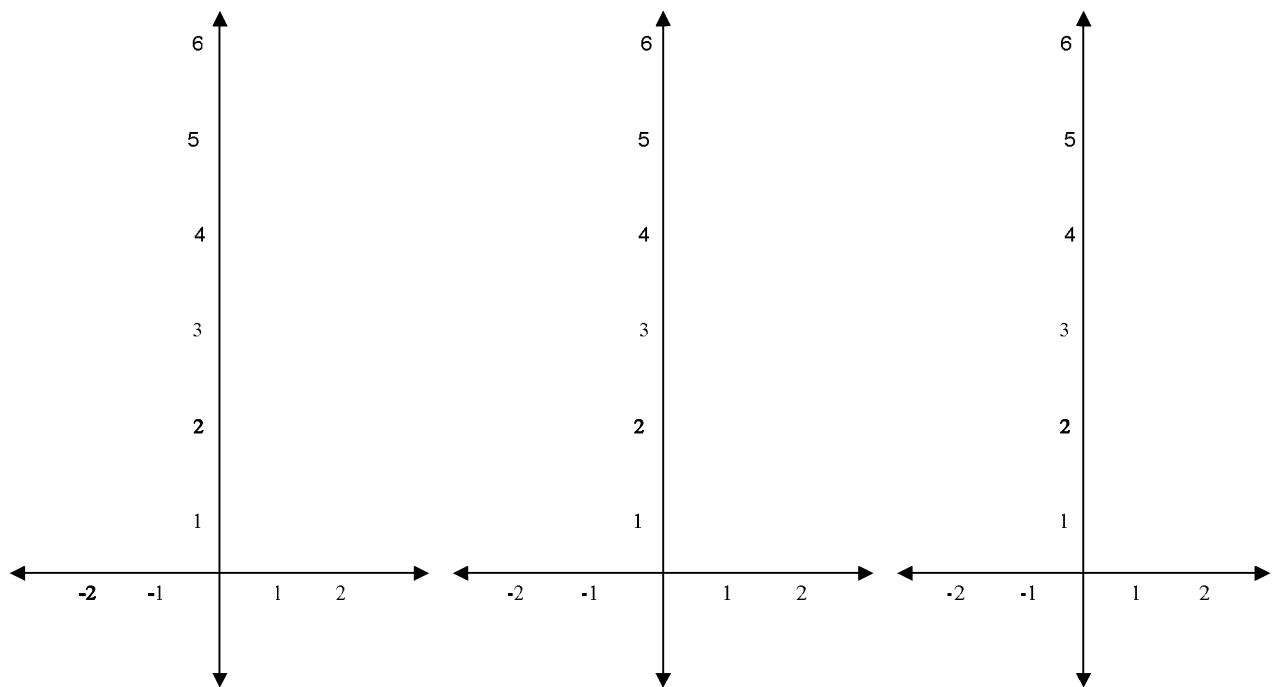
** Estos puntos se encuentran entre los extremos de la grafica determinada por el conjunto A (esta condición es necesaria para nuestra correspondencia). Así tendríamos que el promedio sigue siguiendo cero asociado con el vértice.

$$X = \frac{(-2) + (-1.5) + (-1) + (0.5) + 1 + 1.5 + 2}{9} = \frac{0}{9} = 0$$

dadas las condiciones * y ** , lo que significaría en nuestra correspondencia la disminución de la desviación media.

Concluyendo, podemos afirmar que en la medida en que D_B es mas pequeño, la separación de estos puntos simétricos con el vértice es más pequeña, lo que implica que la separación entre estos mismos puntos se reduce también, de modo que si D_B es muy próximo a cero, los puntos entre sí tendrían una separación muy pequeña introduciéndonos de esta manera al concepto de función continua que será estudiado con mayor profundidad en 11º.

Observe este proceso en la figura c:



TALLER

1. Ubique los puntos de la función $F(x)=2x^2+1$

donde $X \in A$, $A=\{-4, -2, 0, 2, 4\}$

2. Si 4 y -4 son componentes de punto simétrico se tendría que $f(4)=f(-4)$.

Demuestre que esto es así y que de igual modo sucede con 2 y -2.

3. Halle el vértice de esta función.

4. A cada uno de estos puntos asóciele su componente en X.

a) Halle el promedio de estas componentes;

b) Con que punto de la gráfica se asoció este promedio;

c) Halle la desviación de estos valores.

5. Si $X \in B$, $B=\{-4, -3, -2, 2, 2, 3, 4\}$ ó

$X \in B'$, $B'=\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

a) Como quedan las gráficas en ambos casos

b) Cuál es el promedio de las componentes asociados en ambos casos

c) Con que punto de la gráfica se asocian ambos promedios

d) Halle la desviación en cada uno de estos casos.

6. Halle la varianza para A, B y B'

7. Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera.

a) $S_A > S_B > S_{B'}$ b) $S_A > S_B$ y $S_{B'} > S_A$ c) $S_A < S_B < S_{B'}$

8. Teniendo en cuenta lo que es la varianza que sugiere esta respuesta respecto a los datos de conjuntos A, B y B'

9.Dado que estos datos están asociados con los puntos de la gráfica; que conclusión podrías sacar entonces para los puntos de las tres gráficas.

10.Observe las tres gráficas. Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

a)En la medida en que se añadieron mas elementos al conjunto A los puntos de la gráfica se mostraron más separados entre sí.

b)En la medida en que se aumentan los elementos del conjunto A los puntos de la gráfica tienden a ser más cercanos entre sí.

c)Los puntos determinados por el conjunto B en la gráfica son los más cercanos entre sí.

LECCIÓN Nº_____PROBABILIDAD

OBJETIVOS.

- Determinar la probabilidad de un suceso particular en cualquier situación experimental.
- Identificar los conceptos de variable aleatoria y su función de probabilidad en un suceso particular.
- Elaborar la distribución de probabilidad dado un suceso particular.
- Identificar la relación de la función lineal ($F(x) = mx+b$, $F(x)=C$, $F(x) = x$) , con la grafica poligonal de una distribución de probabilidad.
- Comparar situaciones prácticas de distribución de probabilidad con un sistema de ecuaciones de 2x2.

PROBABILIDAD

Es el mayor o menor grado de ocurrencia de un determinado suceso, al cual es

asignado un valor numérico mediante la formula: $P(A) = \frac{N(A)}{N(S)}$.

Donde A es un suceso particular y N(A) representa el número de casos favorables para ese suceso y N(S) el número total de casos posibles en el experimento aleatorio.

'A' sería un suceso en particular y S todos los sucesos posibles. Por tanto $A \subseteq S$; S también lo llamamos Espacio Muestral.

EJ: Definamos el experimento “lanzar un dado legal y leer el valor que queda en la cara superior”.

El dado tiene seis caras, cada una de ellas marcada con un número diferente del 1 al 6, por lo tanto, tenemos seis resultados posibles: 1, 2, 3, 4, 5 y 6, es decir, el espacio muestral es.

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Ahora definimos el suceso: “El número de la cara superior es par”. Los valores para este son; 2, 4 y 6.

Si el caso anterior lo representamos en forma de conjunto, obtenemos $A = \{2, 4, 6\}$. Observamos que $A \subseteq S$; (el suceso A es un subconjunto del espacio muestral).

Hallemos su probabilidad.

A tiene tres casos favorables que son 2,4 y 6, por tanto $N(A)=3$; hay seis posibles casos en este experimento por tanto $N(S)=6$. Así:

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

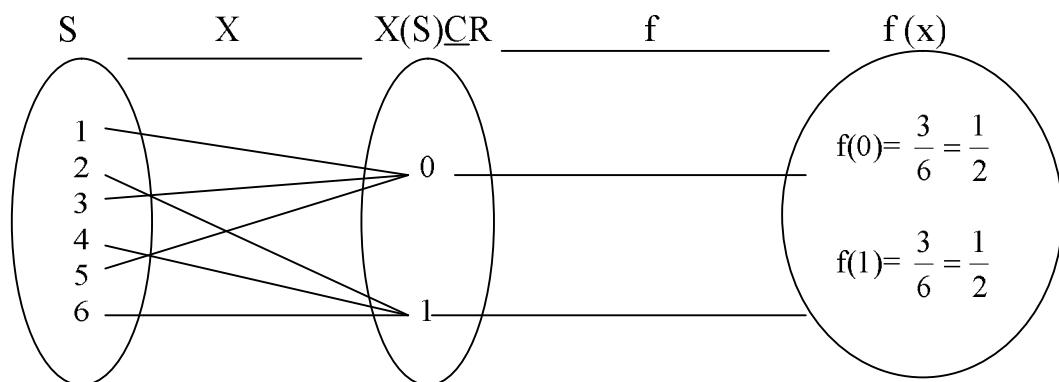
VARIABLE ALEATORIA.

La variable aleatoria X es un valor numérico determinado por un suceso particular A, en el caso que A no se dé en términos de número, podemos asignarle números y reducirla así al caso cuantitativo.

Esta variable aleatoria X también la podemos ver como una función cuyo dominio es el espacio muestral S y cuyo rango es un subconjunto de los números reales R. Que tiene asociada a su conjunto de valores una función de probabilidad. Analicemos esto con el ejemplo anterior.

Nuestro suceso particular A es que al lanzar un dado legal la cara superior sea par. La variable aleatoria X le asignamos los valores 0 ó 1; es decir, 0 si no es par y 1 si es par.

Obtenemos así el siguiente diagrama:



Verifique que efectivamente $X(s)$ es una función.

Distribución de probabilidad.

Una tabla, gráfica o expresión matemática (fórmula) que de las probabilidades con que una variable aleatoria toma diferentes valores, se llama distribución de probabilidad de la variable aleatoria.

Al conjunto de pares ordenados ($X, f(X)$) donde X es el conjunto de valores de una variable aleatoria y $f(X)$ las probabilidades asignadas a X se le llama función de probabilidad en el caso que la variable aleatoria X es discreta; y función densidad de probabilidad en el caso que la variable aleatoria X sea continua.

Observación: para nuestro análisis estudiaremos la primera.

Ej. Supongamos que nos interesamos por el número de varones X en el experimento de observar al azar dos niños recién nacidos (sean H:Hombres y M:Mujer).

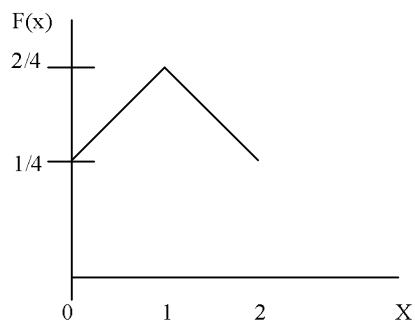
S/: Nuestro suceso particular A es el número de niños varones. Todos los casos posibles de S son: Ambos niños mujeres, Mujer-Hombre, Hombre-Mujer, o ambos Hombres.

Dada nuestra variable aleatoria X toma los valores de cero si ninguno de los dos recién nacidos es varón, uno si uno de los dos es varón y dos si ambos son varones.

Así tendríamos el siguiente cuadro.

S	Valores de X: x_i	$F(x_i)$
MM	0	$F(0)=1/4$
MH	1	$F(1)=2/4$
HM		
HH	2	$F(2)=1/4$
Total = $4/4=1$		

Utilicemos la gráfica poligonal para la representación de la distribución de probabilidad.



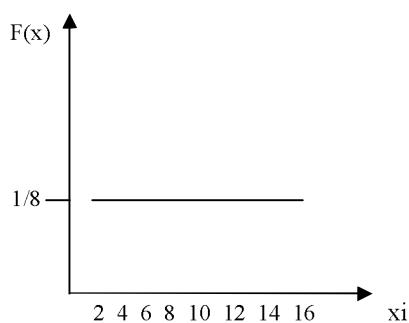
EJ: Se tiene un octaedro con los 8 primeros números pares en N; supongamos que nos interesamos en cualquiera de las caras que salgan al arrojarlo.

S/: Nuestro suceso particular A es cualquiera de los valores es decir 2,4,6,8,10,12,14 y 16, observamos que en este ejemplo que A es igual al espacio muestral S.

Además A define una variable cuantitativa a la cual no hay que asignarle números como en los ejemplos anteriores , obtendremos así la siguiente tabla.

S	Variable de X: x_i	$F(x_i)$
2	2	$f(2)=1/8$
4	4	$f(4)=1/8$
6	6	$f(6)=1/8$
8	8	$f(8)=1/8$
10	10	$F(10)=1/8$
12	12	$F(12)=1/8$
14	14	$F(14)=1/8$
16	16	$F(16)=1/8$
		Total=8/8=1

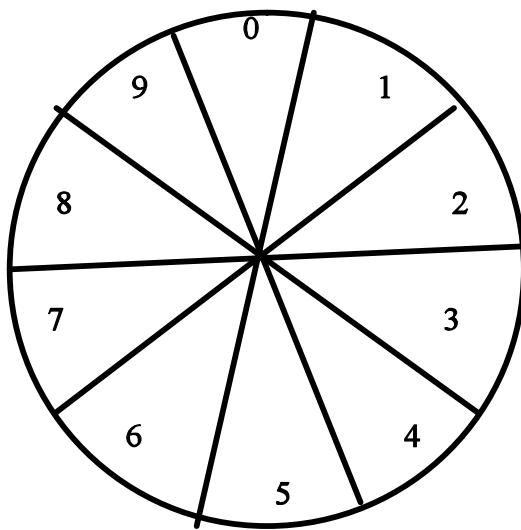
Utilicemos la gráfica poligonal para la representación de la distribución de probabilidad.



TALLER DE CLASE

Dado el experimento “hacer girar la ruleta” (fig1). Supongamos que nos interesamos por cualquier número indicado por el marcador.

Figura 1



1. Defina S, A y su variable aleatoria X .
2. Ubique estos datos en una tabla.
3. Hemos dicho que la variable aleatoria X se puede ver como una función, observe los valores que van de S a X y diga a que clase de función se asemeja X (Ayúdese realizando una gráfica poligonal de S en X).

4. Realice la gráfica poligonal para la representación de la distribución de probabilidad.

5. A que tipo de función se asemeja esta gráfica, podrías expresar su formula.

6. Grafique la función $f(x) = X; G(x) = \frac{1}{10}$

7. Podemos concluir que: (Señale la respuesta correcta)

a. La gráfica poligonal de la función de probabilidad se asemeja a la gráfica de una función logarítmica.

b. La gráfica $g(x)$ esta contenida en la gráfica poligonal de la función de probabilidad.

c. La gráfica poligonal de S en X esta contenida en la función $f(x)=x$

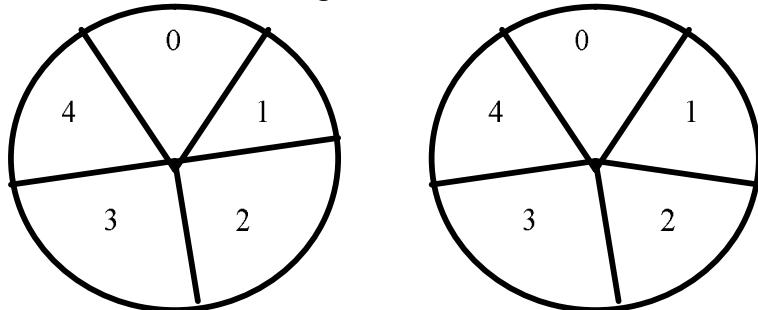
d. La gráfica poligonal de la función de probabilidad está contenida en la gráfica de $g(x)$.

e. La gráfica $f(x)$ está contenida en la gráfica poligonal de la función de S en X..

TALLER INDIVIDUAL

Dado el experimento "hacer girar las ruletas" figura 2: Supongamos que nos interesamos en las parejas cuya suma de los dígitos que muestra el indicador es menor que 6.

figura 2



1. Dado que:

$$A = \{(0,0), (0,1), (0,2), (0,3), (0,4), (1,0), (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,0), (2,1), (2,2), (2,3), (3,0), (3,1), (3,2), (4,0), (4,1)\}$$

Defina S y los valores que toma la variable aleatoria X.

2. Ubique estos datos en una tabla.
3. Realice la gráfica poligonal para la representación de la distribución de probabilidad.
4. A que tipo de función se asemeja esta gráfica poligonal.
5. Realice la gráfica de la función $G(x) = \frac{X+1}{25}$
6. Cual de las siguientes linealidad es verdadera y explique porque?
 - a. La gráfica $g(x)$ no se asemeja en nada a la gráfica poligonal
 - b. La función de probabilidad se puede definir en este caso como $f(x_i) = \frac{X_i + 1}{25}$
 - c. La gráfica poligonal se asemeja a una función lineal de pendiente negativa

TALLER GRUPAL

Definamos el experimento lanzar los dados. Supongamos que nos interesamos en:

- b. Las parejas cuya suma es menor o igual que 7
 - c. Las parejas cuya suma es mayor o igual que 7
-
1. Defina para ambos casos A, S y los valores que toma la variable X
 1. Haga una tabla para ambos casos.
 2. Ubique en un mismo plano la gráfica poligonal de ambos casos.
 3. Grafique las funciones $g(x) = \frac{X-1}{36}$; $h(x) = \frac{13-X}{36}$
 4. Haciendo el mismo análisis de los talleres anteriores. Podemos afirmar que hay una estrecha semejanza entre las gráficas poligonales y las funciones $g(x)$ y $h(x)$ pues las primeras están contenidas en las segundas; así las funciones de probabilidad se pueden ver como:

$$\text{Caso a. } f(x_i) = \frac{X_i - 1}{36}$$

$$\text{Caso b. } f(x_i) = \frac{13 - X_i}{36}$$

O de otra manera.

$$36y - x_i = -1 \quad \text{y} \quad 36y + x_i = 13$$

donde $y = f(x_i)$.

Utilice cualquier método para resolver este sistema de ecuaciones de 2x2.

OBS: Como se puede ver este punto hallado es el punto de corte de las gráficas poligonales y de las funciones $g(x)$ y $h(x)$.

El hecho de hallar este punto de corte en las gráficas poligonales se debe a:

1. Ambos casos hacen parte de un mismo experimento.
2. En ambos casos se tomó el 7 como referencia para determinar cada suceso particular.

Finalmente afirmamos que el punto de corte $(x_i, f(x_i))$, que es el punto más alto de las gráficas poligonales, nos indica que ambos sucesos particulares tienen su mayor probabilidad en la variable x_i ; es decir, la suma que más probabilidad tiene de salir para ambos casos es precisamente x_i

LECCIÓN Nº _____ REGRESIÓN LINEAL SIMPLE

OBJETIVOS

- Estudiar los conceptos de regresión lineal simple.
- Interpretar la pendiente de una línea recta en situaciones que usen variables aleatorias.
- Reforzar los conceptos de ecuación lineal a través de sus aplicaciones en situaciones que usen variables aleatorias.

REGRESIÓN LINEAL SIMPLE

En muchos problemas de Estadísticas se emplean dos o más variables para lo cual es necesario un modelo que nos ayude a explorar la relación inherente entre éstas dos o más variables. Para el caso específico de dos variables se utiliza la regresión lineal simple. Ella permite la estimación de un promedio de una variable denominada dependiente, $\hat{Y} = B_0 + B_1 X$

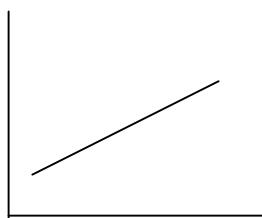
$$\hat{Y} = bX + C$$

Donde:

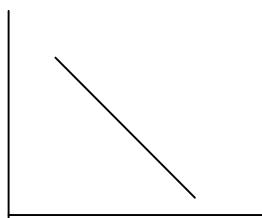
\hat{Y} : se le denomina también como variable dependiente, explicada o predictando.

X: Se le denominará variable independiente, predictar o explicativa.

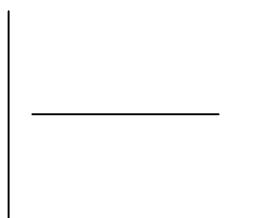
$b = B_1$ es la pendiente, que cuantifica la cantidad que aumenta o decrece \hat{Y} por cada unidad que aumente o disminuya la variable independiente (x).



Si $b > 0$, es decir positivo, nos indicará que la recta es ascendente



Si $b < 0$, es decir negativo, nos indica que la recta es descendente



Si $b = 0$, será una paralela al eje horizontal.

$C = B_0$ Corresponde al coeficiente de origen en la ordenada (eje y).

Hallar estos coeficientes de regresión lineal dependerá lineal dependerá de la forma en que estén distribuidos los pares de observación que se tengan (x_i, y_i) , gráficamente se pueden representar a través de un diagrama de esparcimiento o nube de puntos como lo muestra este ejemplo:

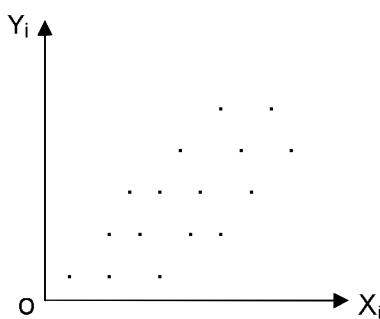


Figura 1.

La idea es poder encontrar la mejor línea que represente al conjunto de puntos, que matemáticamente nos indicará la recta cuyos valores de \hat{Y} , dado un valor x_i y que a su vez nos sirva para estimar un "y" para una variable X que no este en la observación. Así de éstas líneas:

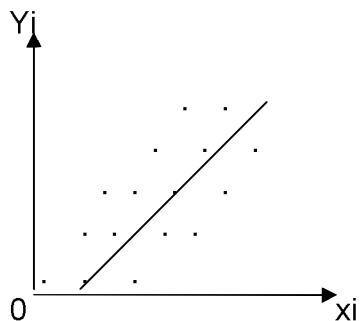


Figura a.

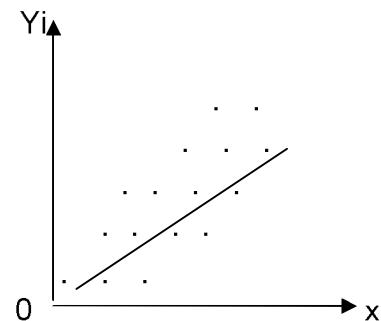


Figura b.

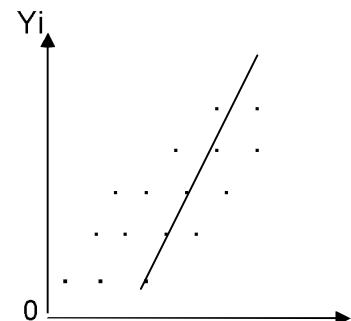


Figura c

La que más se ajustaría sería la gráfica a.

Para el cálculo de los coeficientes de regresión utilizaremos el siguiente procedimiento:

De acuerdo a la ecuación general de la recta $y = bx + c$, en la cual tenemos como incógnitas b y c, requiere para su solución de dos ecuaciones especiales, en que

la primera ecuación es: $T_y = T_x \cdot b + T \cdot C$ (1) y

la segunda ecuación es: $T_{xy} = T_x^2 \cdot b + T_x \cdot C$ (2)

Donde: T_y = Total de y T_x^2 = Total de x^2

T_x = Total de x T_{xy} = Total de $x \cdot y$

T = Tamaño de la muestra.

T_x^2 , T_y , T_x , T, T_{xy} son valores que se pueden hallar fácilmente y por tanto no son desconocidos, así obtendríamos un sistema de 2x2 con los términos desconocidos b y c, que se pueden resolver por cualquier método.

TALLER DE CLASE 1.

Supongamos una distribución dos incógnitas) sobre las edades de cinco parejas, donde “x” corresponde a hombres y “y” a mujeres que han contraído matrimonio y que fueron seleccionados mediante una muestra aleatoria.

x_i	y_i	x_i^2	$x_i \cdot y_i$
29	33		
35	34		
29	26		
38	30		
40	45		
$T_x =$	$T_y =$	$T_x^2 =$	$T_{xy} =$

1. Completa el cuadro anterior.
2. Halla las ecuaciones
3. Resuelve las anteriores ecuaciones por cualquier método que conozcas para hallar los valores de b y c.
4. Realiza un diagrama de dispersión
5. Si $\hat{Y} = bx + c$ es el modelo matemático que describe una relación lineal.

Cómo queda este modelo con los valores obtenidos de b y c; halla el valor sustituyendo los valores de x mostrado en la siguiente tabla:

X	Ŷ
29	
35	
29	
38	
40	

6. Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:

- a) Que si un hombre se casa a la edad de 25 años, se estima le corresponderá una mujer con edad de 21.6 años.
- b) Que por cada unidad que toma x , el valor de \hat{Y} se incrementará en -0,15 años.
- c) Que por cada unidad que toma x , el valor de \hat{Y} se incrementará en 0,87 años.

TALLER DE CLASE 2.

En un estudio que midió la incidencia de la edad de una mujer con el número de hijos que ha dado a luz, de una determinada población, mostró resultados interesantes al afirmar que en promedio una joven de 18 años a tenido dos hijos y una de 25 años cuatro hijos.

1. Haga $x_1=18$ $y_1=2$

$x_2=25$ $y_2=4$

Hallé el modelo matemático que describe esta relación lineal, para ello utilice la fórmula para hallar la pendiente entre dos puntos y la de la ecuación de la recta que pasa por ella.

2. Cuántos hijos se estima que tenga una mujer de 21 años (aproxime este resultado).
3. Cuál es la edad en que una mujer en esta población tenga su primer hijo.
4. Un estudio similar realizado por otra firma a esta misma población, mostró que el primer hijo lo tiene a los 21 años y a los 27 sólo han llegado a tener tres hijos.
 - a)Halle el modelo matemático.
 - b)Al comparar las pendientes de éstos dos modelos, diga si la recta son paralelas, perpendiculares u oblicuas.

5. Un grupo de estudiantes de esta población interesados en saber el estudio más certero tomó al azar una muestra que arrojó los siguientes resultados:

EDAD x_i	20	22	24	18	25	31	29	26
Nº de hijos y_i	3	3	4	2	5	6	6	5

- a) Calcula la proximidad de los y_i a \hat{Y}_i en cada una de las rectas $(y_i - \hat{Y}_i)$
- b) Cuál de las dos rectas mostró la mayor proximidad en cada uno de los puntos.
- c) Cuál de las dos rectas considera usted puede tener el mejor ajuste para esta observación.
- d) Verifique esto hallando el modelo matemático de la relación lineal de las variables en esta observación.

TALLER INDIVIDUAL

Investigue en jóvenes varones que estén entre 15 y 25 años, el número total de novias que ha tenido y tome en total 12 observaciones.

x_i =Edad de jóvenes y_i =Número de novias.

- a. Realice los puntos del 1 al 3 del taller de clases número 1.
- b. Conforme a la pendiente que obtuviste de tu estudio podrías concluir que:
 - Indistintamente de la edad el número de novias es el mismo (constante).
 - A mayor sea la edad que tenga el joven se estima que menor será el número de novias que ha tenido.
 - A mayor sea la edad que tenga el joven se estima que mayor será el número de novias que ha tenido.
- c. Ubique un punto cualquiera de sus observaciones que no este incluido en la recta de regresión lineal y encuentre la ecuación de la recta perpendicular que pasa por ese punto.
- d. Supóngase esta recta perpendicular como una estimación a las observaciones halladas en su estudio.
 - ¿Cuántas novias se estima habrá tenido un joven de 18 años?
 - ¿Cuántas un joven de 21 años?
- e. Con esta nueva recta ¿Cuál de las conclusiones del punto b es correcta?.

TALLER GRUPAL

Los métodos de regresión se emplean para analizar los datos de un estudio donde se investigó la relación que existe entre el tiempo gastado en la primera cita por las parejas de enamorados y la máxima frecuencia cardiaca alcanzada por algunos de ellos.

Nota: El estudio se hizo para citas entre 1 y 40 minutos de duración.

El resumen de las cantidades es el siguiente:

$$T = 20 \quad T_Y = 2.600 \quad T_X = 300 \quad T_{xy} = 39.000 \quad T_x^2 = 4.500$$

x_i : Tiempo de la cita. Y_i : máxima frecuencia cardiaca.

1. Calcule la pendiente y la ordenada al origen. Haga una gráfica de la recta de regresión .
2. Luis piensa salir por primera vez con una chica durante 45 minutos y de la cual dice estar muy enamorado. Dada esta recta de regresión, ¿Cuál es el mayor número de palpitos que se estima podría llegar a experimentar por minuto?
3. Mayo cuenta que en su primera cita con su esposo llegó a experimentar palpitos hasta de 130 latidos por minuto. Teniendo en cuenta esta recta de regresión. ¿Qué tiempo se estima pudo durar su cita?
4. Blanca y Alex salieron por primera vez hace una semana, la experiencia de Alex en su cita de treinta minutos fue de llegar a tener hasta 100 latidos por minuto, la de Blanca fue de 80 latidos por minuto. De acuerdo a este estudio:

- a) ¿La frecuencia cardiaca de Alex en su primera cita se ajusta a la de un enamorado?
- b) ¿Sucede lo mismo con la de Blanca? Explique.
5. Observe la pendiente de esta recta de regresión, podemos concluir que:
- a) Entre mayor tiempo pasen juntos los enamorados en su primera cita, mayor será su frecuencia cardiaca.
 - b) Un joven por muy enamorado que este no podrá experimentar en su primera cita más de 160 latidos por minuto.
 - c) Entre mayor sea el tiempo que pasen juntos los enamorados en su primera cita, menor será la frecuencia cardiaca que experimente.
 - d) El mínimo número de latidos que puede experimentar un enamorado en su primera cita es de 160 latidos por minuto.

5. RESULTADOS

5.1 Resultados de la aplicación de las dos primeras lecciones.

Etapa diagnóstica.

Al revisar el programa curricular del grado Noveno (ver anexo c), se observa que la Estadística está dada como una unidad en la parte final de éste programa. Así mismo , en dialogo con el docente encargado de este curso nos manifiesta no haber iniciado con la unidad de Estadística y que dichos alumnos en cursos anteriores no se les había dado Estadística. De igual modo se pudo confirmar esta información con el estudiante; pues la dinámica hecha con este objetivo nos mostró que:

- Tuvieron gran dificultad para responder algunos conceptos básicos de Estadística y las respuestas dadas estaban muy alejados.
- Al entregarle un recibo de luz solo identificaron el diagrama de barras como un elemento relacionado con la Estadística, omitiendo el promedio.
- Les fue fácil sacar el promedio de sus edades, más no explicar su significado.
- Se notó gran dificultad para la formulación de preguntas a sus compañeros.

Etapa de familiarización.

Después de manifestarle al estudiante el objetivo de esta investigación se procedió a trabajar con ellos dos lecciones denominadas “Noción de Estadística” y “Gráfica Poligonal”.

Luego de explicar los conceptos de estos temas y desarrollar los talleres de clases se observó y se determinó que:

- Mostraron gran motivación para trabajar con las situaciones cotidianas planteadas en el taller de clases, esto se pudo evidenciar en la participación activa de los estudiantes
- Un 60% de los estudiantes determinó la población, muestra, la variable y el tipo de variable, en una situación particular.
- Un 70% de los estudiantes realizó una buena tabulación de estos datos.
- Un 85% de los estudiantes relacionó la frecuencia relativa con las fracciones.
- Un 70% de los estudiantes relacionó la frecuencia relativa con números decimales y Notación Científica.
- El 80% de los estudiantes relacionó el concepto de función con la relación existente entre la variable y la frecuencia.
- Al crear una situación especial, un 78% de los estudiantes relacionó la gráfica poligonal con la función lineal.
- Al establecer estas relaciones un alto porcentaje relaciona la variable y la frecuencia absoluta mediante una ecuación lineal.

- Las medios utilizados despertaron interés y curiosidades frente al desarrollo de esta aplicación.

Etapa de Aplicación.

- De un texto dado en términos matemáticos, un 82% de los estudiantes relaciono estos términos con algunos conceptos de estadística.
- Un 79% de los estudiantes comprende la frecuencia relativa como una fracción propia.
- Un 65% de los estudiantes relaciona y establece la frecuencia relativa acumulada, como la suma de fracciones homogéneas.
- Un 87% de los estudiantes reconoce la relación existente entre la variable y la frecuencia absoluta acumulada como una función; un 58% de este porcentaje justifica correctamente este hecho.

5.2 Análisis de Resultados

Pese a las deficiencias encontradas en la etapa diagnostica, el ambiente de motivación creado al abordar la estadística con situaciones de su cotidianidad, la aplicabilidad de la misma a otras temáticas de las matemáticas y el uso de recursos didácticos produjo en la mayoría de los estudiantes la asimilación de los conceptos de estadística presentados. Asimismo se logró que estos estudiantes comenzaran a reconocer la relación existentes entre el álgebra y la estadística.

RECOMENDACIONES

- ✓ La aplicación de estas lecciones pueden ajustarse a la creatividad de cada docente, haciendo uso de los recursos didácticos que estén a su alcance.

- ✓ El uso de esta integración temática requiere del conocimiento previo de algunos conceptos de álgebra, el docente debe escoger el momento indicado para iniciar la integración.

CONCLUSIONES

Durante el proceso de construcción y aplicación de este trabajo se llegó a las siguientes conclusiones:

- La correlación de los componentes de Álgebra y Estadística derriba barreras en el educando, que le permiten ver la matemática de una forma integral.
- La utilización de situaciones cotidianas para el estudiante como recurso en el proceso de enseñanza de las matemáticas compromete la efectividad del educando desencadenando procesos de aprendizajes esperados.
- La integración hecha de algunos temas de álgebra con Estadística deja un camino abierto para la formación más general de un núcleo temático entre estas dos asignaturas y si bien se hace un esfuerzo con geometría también.
- Abordar la Estadística a partir del Álgebra crea otro escenario para desarrollar el pensamiento matemático específicamente pensamiento variacional y pensamiento aleatorio.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFÍCAS

Asociación Colombiana de Matemática Educativa (ASOCOLME). Memoria 3^{er} Encuentro Colombiano de Matemática educativa lineamientos Curriculares: Diseño, Desarrollo y Evaluación Matemáticas. Santa Marta, Oct 18, 19,y 20 de 2001

CENTERO, Gustavo; CENTERO, Hollman, Matemática Constructiva. 9º Editorial, Libros y Libres S.A. 1994.

Centro de estudios e investigaciones docentes (CEID) , (2003). Lecciones del área de matemáticas.

CHAVEZ, H; GALINDO, C 2002. Matematica activa 9º ; Editorial Santillana.

CUBILLOS DEL RIO, Martha, LIZARRAGA MUGICA, Juan, Procesos Matemáticos. 9º Editorial Santillana, 2001.

DE MATTOS, L. (1963). Compendio de didáctica genera. Editorial Kapelusz. Buenos Aires.

GIUSEPPE, I. (1973). Hacia una didáctica general dinámica. Editorial Kapelusz. Buenos Aires.

LONDONÓ, N; BEDOYA, H 2003. Matematica Progresiva tomo 2. Editorial Norma.

LOPEZ, N. (1996). Retos para la construcción curricular. Cooperativa Editorial Magisterio. Bogotá.

MARTINEZ, C. 2003. Estadística y Muestreo. Eco Ediciones. Bogota.

MELLO, I. (1974). El proceso didáctico. Editorial Kapelusz. Buenos Aires.

Memoria 4^{to} Encuentro Colombiano de Matemática Educativa Lineamientos Curriculares: Diseño, Desarrollo y Evaluación matemáticas. Manizales, Oct 3,4,y 5 de 2002. Primera Edición.

Ministerio de Educación Nacional (MEN) .Lineamientos curriculares para el área de Matemáticas.

MEN. 2002, MATEMÁTICAS : conceptos básicos. Programa de telesecundaria.

MORA, A; PARDO, F. 1995. Procesos Matemáticos 9º. Editorial Santillana.

Nueva Ley General de la Educación (115) de febrero 8 de 1994.

ANEXOS

ANEXO A
UNIVERSIDAD DE SUCRE
ENCUESTA A DOCENTES DE 9º

Contesta con una X la respuesta.

1. Incluye la estadística en su programa de matemáticas para el grado 9º.

SI _____ NO _____

2. Si incluye la estadística en su programa de matemáticas la desarrolla en forma integrada o separada con el Álgebra.

Integrada _____ Separada _____

3. Al no incluir la estadística en su programa de matemáticas obedece a:

a) La institución no se lo exige ()

b) Usted no le ve necesario ()

c) Ambas ()

d) Otra() _____ ¿Cuál? _____

4. Es para usted de bien parecer desarrollar la estadística de manera integrada con el álgebra.

SI _____ NO _____

RESPUESTAS

1)

Frec / Resp	Ni	%
Si	9	30
No	21	70
Total	30	100

2)

Frec/Resp	Ni	%
Inte.	0	0
Separar	9	30
Total	9	30

3)

Fre/Resp	Ni	%
a	6	20
b	0	0
c	0	0
d	15	50
Total	21	70

4)

Frec/resp	Ni	%
Si	25	83,34
No	5	16,66
Total	30	100

ANEXO B
UNIVERSIDAD DE SUCRE
ENCUESTA A DOCENTES DE 6º A 8º

Conteste con una X la respuesta.

1. Incluye la estadística en el programa de matemáticas de su grado.

SI _____ NO _____

2. Si incluye la estadística en su programa de matemáticas, la desarrolla en forma separada o integrada con otras temáticas de su programa.

Integrada _____ Separada _____

3. Al no incluir la estadística en su programa de matemáticas obedece a:

- a) La institución no se lo exige ()
- b) Usted no le ve necesario ()
- c) Ambas ()
- d) Otra() _____ ¿Cuál? _____

RESPUESTAS

1)

Frec / Resp	Ni	%
Si	10	33.3
No	20	66.7
Total	30	100

2)

Frec/Resp	Ni	%
Inte.	0	0
Separá	10	30
Total	10	30

3)

Fre/Resp	Ni	%
A	9	45
B	0	0
C	0	0
D	11	55
Total	20	100

ANEXO C.

PROGRAMA CURRICULAR DEL GRADO NOVENO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA DULCE NOMBRE DE JESÚS.

LOGROS	TEMAS Y SUBTEMAS	LOGROS	TEMAS Y SUBTEMAS
1.Reconoce cuando una relación entre dos conjuntos es una función.	<ul style="list-style-type: none"> • Relaciones • Funciones 	8.Resuelve problemas utilizando sistemas de ecuaciones.	<ul style="list-style-type: none"> • Problemas que involucran sistemas de ecuaciones lineales $2x2$ y $3x3$.
2.Proporciona ejemplo de funciones entre conjuntos de números reales y si es el caso, la expresa mediante una formula.	<ul style="list-style-type: none"> • Funciones 	9.Reconoce una función cuadrática, construye su gráfica en el plano cartesiano, describe sus principales características e identifica sus componentes principales.	<ul style="list-style-type: none"> • Funciones cuadráticas • Gráfica de funciones cuadráticas • Traslación de paráboles.
3.Reconoce una función lineal y construye su gráfica en el plano cartesiano.	<ul style="list-style-type: none"> • Función lineal • Gráfica de funciones lineales. 	10.Interpreta diagramas, encuestas, gráficas y tablas que recojan datos de asuntos cotidianos y hace inferencias y predicciones a partir de estos.	<ul style="list-style-type: none"> • Interpreta diagramas de barras, circulares, histogramas, etc.
4.Identifica y halla correctamente la pendiente de una recta.	<ul style="list-style-type: none"> • Pendiente de una recta. 	11.Comprende y aplica las medidas de tendencia central en el análisis de datos de diversa índole.	<ul style="list-style-type: none"> • Medidas de tendencia central (media aritmética, mediana, moda).
5.Encuentra la ecuación de una recta.	<ul style="list-style-type: none"> • Ecuación de una recta que pasa por dos puntos. • Ecuación de una recta conocidos un punto y su pendiente. 	12.Reconoce una progresión aritmética, sus propiedades y deduce la fórmula para hallar un término cualquiera y la suma de estos.	<ul style="list-style-type: none"> • Progresiones aritméticas. • Término general de una progresión aritmética.
6.Identifica las características de las rectas paralelas y perpendiculares.	<ul style="list-style-type: none"> • Rectas paralelas y perpendiculares. 	13. Reconoce una progresión geométrica, sus propiedades y deduce la fórmula para hallar un término cualquiera y la suma de estos.	<ul style="list-style-type: none"> • Progresiones geométricas. Término general de una progresión geométrica.
7.Identifica y desarrolla correctamente un sistema de ecuaciones lineales con dos y con tres incógnitas.	<ul style="list-style-type: none"> • Sistemas de ecuaciones lineales $2x2$. • Sistemas de ecuaciones lineales $3x3$. • Métodos para solucionar un sistema de ecuaciones lineales $2x2$ y $3x3$. 		

ANEXO D.
ESTANDARES BÁSICOS DE MATEMÁTICA DE OCTAVO A NOVENO.

Pensamiento numérico y sistemas numéricos	Pensamiento espacial y sistemas geométricos	Pensamiento métrico y sistemas de medidas	Pensamiento aleatorio y sistemas de datos	Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos
1.Utilizar números reales en sus diferentes representaciones en diversos contextos.	1.Hacer conjjeturas y verificar propiedades de congruencia y semejanza entre figuras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas.	1.Reconocer procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y volumen de sólidos.	1.Reconocer que diferentes maneras de presentar la información, pues dar origen a distintas interpretaciones.	1.Identificar relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.
2.Simplificar cálculos usando relaciones inversas entre operaciones.	2.Reconocer y contrastar propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales).	2.Seleccionar y usar técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulo con niveles de precisión apropiados.	2.Interpretar analíticamente y críticamente información estadística proveniente de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas)	2.Construir expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.
3.Utilizar la notación científica para representar cantidades y medidas.	3.Aplicar y ajustar criterios de congruencia y semejanza entre triángulos en la resolución y formulación de problemas.	3.Justificar la pertinencia de utilizar unidades de medida específicas en las ciencias.	3.Interpretar conceptos de media, mediana y moda.	3.Usar procesos inductivos y lenguaje algebraico para verificar conjjeturas.
4.Identificar la potenciación y la radiación para representar situaciones matemáticas y no matemáticas.	4.Usar representaciones geométricas para resolver y formular problemas en la matemática y en otras disciplinas.		4.Seleccionar y usar algunos métodos estadísticos adecuados, según el tipo de información.	4.Modelar situaciones de variación con funciones polinómicas.
			5.Comparar resultados experimentales con probabilidad matemática esperada.	5.Identificar diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.
			6.Resolver y formular problemas seleccionando información relevante en conjunto de datos provenientes de fuentes diversas(prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).	6.Analizar los procesos infinitos que subyacen en las notaciones decimales.
			7.Reconocer tendencias que se presentan en conjuntos de variables relacionadas.	7.Interpretar los diferentes significados de pendiente en situaciones de variación.
			8.Calcular probabilidad de eventos simples usando métodos diversos (listados, diagramas de árbol, técnicas de conteo).	8 Interpretar la relación entre el parámetro de funciones con la familia de funciones que genera.
			9.Usar Conceptos básicos de probabilidad (espacio muestral, evento, independencia)-	9 Analizar en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones polinómicas, racionales y exponenciales.