

**INTEGRACIÓN TEMÁTICA DEL ALGEBRA Y LA ESTADÍSTICA EN EL
GRADO OCTAVO**

**NILTON RIVERO
GUSTAVO VERGARA
JEAN PABLO VERGARA**

**Asesora:
MELBA VERTEL MONRINSON
Licenciada en Matemáticas y Física
Especialista en Estadística U.N.**

**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SINCELEJO – SUCRE
2005**

**INTEGRACIÓN TEMÁTICA DEL ALGEBRA Y LA ESTADÍSTICA EN EL
GRADO OCTAVO**

**NILTON RIVERO
GUSTAVO VERGARA
JEAN PABLO VERGARA**

**UNIVERSIDAD DE SUCRE
FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SINCELEJO – SUCRE
2005**

PÁGINA DE ACEPTACIÓN

Jurado

Jurado

Jurado

Diciembre 15 de 2005

AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan su más sincero agradecimientos a:

- A Dios por darnos sabiduría y paciencia para llegar a feliz término nuestro trabajo, por despertar nuestra creatividad y regalarnos el maravilloso don de la perseverancia en los momentos más difíciles.
- A nuestros padres por su apoyo incondicional con el que lograron impulsarnos siempre a dar lo mejor de nosotros.
- A Melba Vertel Monrinson, Licenciada en matemática y física, especialista en estadística por su asesoría, acompañamiento permanente y paciencia durante todo el proceso.

- A la Universidad de Sucre por contribuir a la formación de un mejor país.
- A la Institución Educativa Antonio Lenis, por darnos la oportunidad de ejecutar la propuesta y aceptarla con agrado.
- A todas aquellas personas, que de una u otra forma nos apoyaron y confiaron en nuestras capacidades.

Mil Gracias

DEDICATORIA

- A Dios por darme fortaleza y sabiduría para obtener este triunfo.
- A mis padres Carmen López y Cesar Rivero, porque me acompañaron con amor, empeño y confianza en la consecución de este logro.
- A mis hermanos Ingrid, Elina, Eibys y Oscar por comprenderme y apoyarme.

- A Reginaldo y Norma por el apoyo brindado y la paciencia durante todo este tiempo.

Nilton

DEDICATORIA

- A mis padres por haber creído en mí.
- A tío José, por ayudarme siempre que necesité de él.
- A Rodrigo y Aury por su apoyo.
- A la profesora Carmen Payares por estar pendiente de mis estudios.

- A todas las personas que gozan con mis triunfos, también a las que sufren por ellos, para que sigan sufriendo.

Gustavo

DEDICATORIA

- A Dios por darme sabiduría y fortaleza en este camino que apenas comienza.
- A mis padres Pablo Vergara y Danith Galván, por brindarme su apoyo y haber creído en mí.
- A mis hermanos Inalides y Kevin, por haberme tenido paciencia.

- A mi amigo Manuel Gastelbondo por ayudarme y orientarme siempre que lo necesité.

Jean

“Únicamente los autores son responsables de las ideas expuestas en el presente trabajo”

CONTENIDO

	pág
1. INTRODUCCIÓN	13
2. ESTADO DEL ARTE	16
2.1 MARCO TEORICO	16
2.1.1 Antecedentes.....	16
2.2 BASES TEÓRICAS.....	19
2.2.1 La Interdisciplinariedad	19
2.2.2 Aprendizaje significativo (Ausubel)	20
2.2.3 Etapa formal según Piaget (1971).	20
2.2.4 Etapas del desarrollo cognitivo	20
2.2.5 Situaciones problemas.....	20
2.2.6 Aprendizaje colaborativo y trabajo en grupo.....	21
2.2.7 Fundamentos para la incorporación de conceptos estadísticos.....	21

2.2.8 ¿Cómo enseñar Estadística?	22
2.3 BASES LEGALES	23
2.3.1 Ley General de la Educación (1994)	23
2.3.2 Decreto 1860 del 3 agosto de 1994.	23
 CAPITULO V	
Orientaciones curriculares	19
2.3.3 Resolución 2343 (1996)	25
2.3.4 Lineamientos Curriculares (1998)	26
2.3.5 Estándares para la excelencia en la Educación	26
2.4 MARCO CONCEPTUAL	27
2.4.1 Pensamiento aleatorio y sistemas de datos	27
2.4.2 Pensamiento estadístico	28
2.4.3 Pensamiento numérico.	29
 3. METODOLOGÍA	30
3.1 TIPO DE ESTUDIO	30
3.1.1 Sugerencias metodológicas para el desarrollo de las Unidades Integradas	30
3.1.2 Sugerencias metodológicas para la aplicación de las unidades integradas	25
3.2 Instrumentos	31
3.2.1 Unidad de análisis	31
3.2.2 Unidad de trabajo	31
3.2.3 Aplicación	31
 4. PROPUESTA	33
 5. RESULTADOS	78
5.1 RESULTADOS EN LA ETAPA DIAGNÓSTICA	78
5.2 ANALISIS DE RESULTADOS	80
 CONCLUSIONES	81
 RECOMENDACIONES	77
 BIBLIOGRAFÍA	83
 ANEXOS	82

RESUMEN

Teniendo en cuenta lo establecido por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) nos vemos en la necesidad de crear una propuesta curricular para el área de matemáticas, enmarcada en la estructura curricular dada en los lineamientos curriculares (1998). Donde proponemos considerar tres grandes aspectos para organizar el currículo: procesos generales; conocimientos básicos que tiene que ver con procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y con sistemas propios de las matemáticas; un contexto, que rodea al estudiante y le dan sentido a las matemáticas que aprenden para aprovechar como recursos en el proceso de enseñanza;

también enfatiza la articulación de estos aspectos en todo momento del acto educativo.

La propuesta como tal tomó como eje articulador el álgebra de octavo grado, para incorporar algunos conceptos de estadísticas y probabilidad a través de situaciones de su vida cotidiana, relacionando así el pensamiento numérico con el pensamiento aleatorio y sistema de datos.

Esta propuesta se divide en cinco unidades integradas: nociones de estadística; medidas de tendencia central; gráficas estadísticas; medidas de dispersión, probabilidad, de los cuales se aplicaron las tres primeras unidades, obteniendo resultados favorables para los estudiantes, de ahí podemos deducir que el aprendizaje fue significativo en estas tres unidades integradas.

ABSTRACT

Keeping in mind that settled down by the Ministry of Nacional Education (MEN) we see each other in the necessity of creating a curricular proposal for the area of mathematics, framed in the curricular structure given in the curricular limits (1998). Where we intend to consider theree big aspects to organize the curriculum: general processes; basic knowledge that he/she has to do with specific processes that develop the mathematical thought and with systems characteristic of the mathematics; a context that surrounds the student and they give sense to the mathematics that you/they learn to take

advantage as resources in the teaching process; it also emphasizes the articulation of these aspects in all moment of the educational act.

The proposal as such took as axis to articulate the algebra of eighth degree, to incorporate some concepts of statistical and probability through situations of its daily life, relating this way the numeric thought with the aleatory thought and system of data.

This proposal is divided in five lessons: statistic notions; measures of central tendency; statistical graphs, dispersion measures, probability, of which the first three lessons were applied, obtaining favourable results for the students, of there we can deduce that learning was significant in these three lessons.

1. INTRODUCCIÓN

Se realizó una encuesta con el objetivo de observar el proceso enseñanza – aprendizaje de la estadística en grado octavo, a docentes del área de matemáticas de instituciones educativas del departamento de Sucre (Ver Anexo B).

Se encontró lo siguiente: en instituciones públicas el 15.79% de los docentes no incluye la estadística en el programa de octavo grado, mientras que el 18.2% de los docentes de instituciones privadas tampoco lo hacen. Ahora, de

los docentes que incluyen la estadística, en instituciones pública el 75% la desarrolla en forma separada de la matemática, mientras que el 77.77% hace lo mismo en instituciones educativa privada, los docentes expresan que no la incluyen debido a que en la institución en que laboran no lo exigen, no obstante los docentes son conscientes de que la estadística es una ciencia fundamental para el desarrollo del pensamiento aleatorio.

Teniendo en cuenta los estándares básicos de calidad (2003) y los lineamientos curriculares (1998) para el área de matemáticas, el Ministerio de Educación Nacional (1996) que en su diseño curricular (en cuanto a la actividad matemática escolar), establece que las instituciones educativas deben propiciar el desarrollo del pensamiento matemático en los alumnos (pensamientos numéricos, espacial, métrico, aleatorio, variacional, entre otros). El hecho de que la estadística no se incluye en la actividad matemática escolar representa un problema tanto para las instituciones educativas como para el estudiante, pues esta propicia un escenario que posibilita el desarrollo del pensamiento aleatorio y el manejo de sistemas de datos.

Para el caso de los programas curriculares de matemática en octavo grado, que en términos generales están formadas por los componentes de: álgebra, geometría y estadística, vemos que en su mayoría dichos componentes se ubican en forma separada, lo cual hace de los mismos un conjunto sin ninguna integración temática.

Ahora, sin pretender cambiar lo dispuesto por las instituciones en su currículo, sino por el contrario buscando una correlación de la estadística con los temas establecidos para cada capítulo en el lugar de ubicación que se les da como unidad separada, surge la presente propuesta que consiste en unificar en forma correlacionada algunos temas de álgebra, con ciertos temas

de estadística en el grado octavo mediante unidades integradas. Nuestra propuesta está de acuerdo con lo que se plantea en los lineamientos curriculares, ya que estos hacen énfasis en promover la actividad matemática como eje que debe articular los procesos enseñanza – aprendizaje.

Por otro lado la presente propuesta, además de contribuir a desarrollar el pensamiento aleatorio y en el manejo de los sistemas de datos por parte de los estudiantes también beneficiaría a los docentes y a la misma institución porque les permite que en las horas estipuladas para el álgebra escolar, aborden temas de estadística descriptiva y probabilidad, cumpliéndose así los lineamientos curriculares en lo que concierne a la ley 115 y a la resolución 2343 (1996).

Para lograr el diseño de esta propuesta nos planteamos los siguientes objetivos:

- Mostrar a los estudiantes la utilidad de la estadística y probabilidad en situaciones de la vida real.
- Unificar en forma correlacionada la estadística descriptiva y la probabilidad con el álgebra de octavo grado.
- Posibilitar en los alumnos el desarrollo de habilidades y destrezas que les permita identificar la relación existente entre la estadística y el álgebra escolar.

2. ESTADO DEL ARTE

2.1 MARCO TEORICO

2.1.1 Antecedentes

- Rojas y Bertel (2003), diseñaron una propuesta titulada "Integración temática de la aritmética escolar y la estadística en el grado séptimo". Tendiente a correlacionar algunos conceptos de Estadística Descriptiva y Probabilidad con la Aritmética escolar
- Avella (1994) propone en su Trabajo de grado " Una visión estadística y probabilística del calculo para el grado undécimo" integrar lógica y conjunto con conceptos de probabilidad, esto lo desarrolló con los alumnos de undécimo grado de bachillerato. El resultado mas interesante fue el mejoramiento de los alumnos en las pruebas de estado (conocimiento matemático), en comparación a años anteriores.
- Rodríguez R. (1986) muestra en su propuesta "Estadística y Probabilidad en secundaria", la unificación correlacionada mediante unidades integradas: de los sistemas de datos y del calculo de probabilidad a nivel elemental, con las componentes tradicionales de los programas (aritmética, álgebra y geometría).
- Batanero y Cobo (2000), en su artículo "La mediana en la educación secundaria obligatoria: ¿ un concepto sencillo?", recomiendan los nuevos diseños curriculares para la introducción del análisis de datos en la enseñanza secundaria, esta nueva filosofía de aplicación de la estadística

es muy apropiada para conseguir algunos de los nuevos objetivos para la interdisciplinariedad (datos reales el uso de sistemas de representación múltiple y el trabajo con ordenadores o calculadoras graficadoras).

- ¿Hacia donde va la educación estadística?, artículo publicado por Batanero (2000), muestra un breve análisis del interés que se ha desarrollado por los problemas de enseñanza y aprendizaje de la estadística en la actualidad en el ámbito internacional, y el aumento notable de publicaciones de diseños curriculares e investigaciones sobre este tema.
- Cuadros Dávila (1993), en su trabajo de grado “Iniciación Estadística en enseñanza media vocacional”. presenta el siguiente plan experimental:
 - Familiarizarse con la terminología de estadística básica.
 - Organizar y representar adecuadamente un conjunto de datos.
 - Medir e interpretar la información que ofrece una muestra representativa de una población.
 - Elaborar tablas estadísticas.
 - Calcular e interpretar estadísticas muestrales.
 - Tomar decisiones razonables una vez aplicados los métodos estadísticos.
- Moreno (2001), propone en el “Desarrollo conceptual de la Estadística en séptimo grado utilizando los medios de comunicación: Experiencia en el aula”. inducir al estudiante al conocimiento de algunos conceptos estadísticos, usando los medios de comunicación escritos (periódicos y revistas); esto le permite al estudiante relacionar la matemática con situaciones de la vida lo cual arroja resultados satisfactorios puesto que fomentó la lectura en los estudiantes, como desarrollo de análisis estadísticos de la noticias

- Puerta, et al (2003), crearon la propuesta metodológica “Proporcionalidad y su aplicaciones”, dirigida a docentes de Matemáticas, esta consiste en la realización de talleres tendientes a la apropiación de los conceptos de proporcionalidad en los educandos, utilizando para ello la Aritmética y la Geometría.

- Los Licenciados en Educación Básica con Énfasis en Lengua Castellana, Betty Pérez, Maria Roncallo y Licenia Pérez (1998) de CECAR, en su investigación denominada “Dificultades Metodológicas de los maestros en la integración de las áreas de Lengua Castellana, Ciencias Sociales y Naturales en el segundo grado de la escuela Santa Marta del Municipio de Sampues”, describen la problemática presentada por los maestros de esta escuela al realizar la integración de áreas específicamente Lengua Castellana, Ciencias Sociales y Naturales. Luego del análisis de la misma y con una excelente fundamentación teórica sobre integración, dan sugerencias metodológicas desarrollando una guía para elaborar unidades integradas por actividad y así mismo presentan varios ejemplos de lecciones de integración de estas áreas.

- Conde M, Naguib T y Arteta V, mostraron la importancia de la Interdisciplinariedad desde la investigación, como una alternativa pedagógica que contribuye al mejoramiento de la calidad de la educación, la interdisciplinariedad como propuesta para el estudio de las ciencias de la Facultad de Ingeniería de la CUC.

Esta propuesta “La interdisciplinariedad desde la investigación, como propuesta pedagógica para la enseñanza de las ciencias naturales en la facultad de ingenierías de la Corporación Universitaria de la Costa (C.U.C.)” arrojó excelentes resultados como la elaboración de cinco investigaciones

con carácter interdisciplinario por los estudiantes de las Facultades de Ingeniería de la CUC.

2.2 BASES TEÓRICAS

2.2.1 La Interdisciplinariedad: La Interdisciplinariedad debe ser entendida como: “**Concurrencia, simultanea o sucesiva, de saberes sobre un mismo problema, proyecto o área temática**”. Es decir, deberá ser asumida como una exigencia real para la construcción de currículos integrables¹

Una de las bases esenciales y obligatorias en el proceso de la enseñanza consiste en agrupar las condiciones de **integración** y fijación de lo que los alumnos hayan aprendido. Así, después de los planes de **motivación**, presentación de la materia y dirección de actividades de los alumnos, fáltale al profesor aplicar procedimientos especiales destinados a integrar y fijar el contenido del aprendizaje de los alumnos, consolidando el trabajo realizado.

Una de las críticas más legítimas contra la escuela tradicional es la de que, al insistir demasiado en la cantidad de pormenores y minucias analíticas, no lleva a los alumnos a integrar, en síntesis comprensivas y unificadoras toda esa abundancia de datos informáticos, fragmentales y diseminados, enseñados en porciones durante el año escolar. Con la mente repleta de gran número de información, los alumnos pierden la capacidad de situar debidamente los conjuntos parciales en su todo y de percibir sus relaciones básicas; en virtud de la gran cantidad de árboles que lo rodean, son incapaces de ver el bosque y de orientarse en él. (De Mattos 1963).

¹ Nelson López (1996). Retos para la construcción curricular. Cooperativa Editorial Magisterio Bogotá.

2.2.2 Aprendizaje significativo (Ausubel): Según Ausubel (1978), el aprendizaje debe ser una actividad significativa para la persona que aprende y dicha significancia esta directamente relacionada con la existencia de interacciones entre el conocimiento nuevo y el que ya posee. Ausubel, no esta de acuerdo con la forma mecánica en que el alumno aprende las cosas o como se le enseña, según Ausubel, el aprendizaje debe estar relacionado con el medio, de tal manera que el alumno pueda estructurar el conocimiento y tener en cuenta la aplicabilidad de este, unificando los conceptos nuevos con los previos.

2.2.3 Etapa formal según Piaget (1971): De los 11 años en adelante el niño ya puede manejar conceptos abstractos, lo que le permite pensar sin la presencia de los objetos. Puede buscar relaciones y proponer hipótesis explicativas sin tener que utilizar objetos concretos.

2.2.4 Etapas del desarrollo cognitivo: Según Piaget en lo que se denomina etapas del desarrollo cognitivo tenemos²:

- Etapa de las operaciones concretas (de los 7 a los 11 años). El niño comienza a comprender y utilizar conceptos que le ayudan a manejar el ambiente inmediato.
- Etapa de las operaciones formales (de los 12 a los 15 años y durante toda la vida adulta). El individuo puede pensar ahora en términos abstractos manejar situaciones hipotéticas.

2.2.5 Situaciones problemas: Se puede interpretar como un contexto de participación colectiva para el aprendizaje, en el que los estudiantes, al interactuar entre ellos mismos, y con el profesor, a través del objeto de conocimiento, dinamizan su actividad matemática, generando procesos

² Diane E. Papalia. Psicología del desarrollo, Mc Graw Hill. Pag 31-32

conducentes a la construcción de nuevos conocimientos. Así, ella debe permitir la acción, la exploración, la sistematización, la confrontación, el debate, la evaluación, la auto evaluación, la heteroevaluación. (Munera, J; Obando, G, 2003)³.

2.2.6 Aprendizaje colaborativo y trabajo en grupo: Se da un aprendizaje colaborativo con la adquisición y construcción de conocimientos o destrezas con la ayuda y la interacción con los compañeros, bien sea esta interacción en forma de críticas, comparación, discusiones sobre los distintos puntos de vistas, etc. Se ha demostrado en varias ocasiones que el trabajo en grupo es favorable al aprendizaje, ya que facilita cambios cognitivos, que conlleva a discusiones que surgen de los distintos puntos de vista de los compañeros y además, los distintos razonamientos que se exponen conllevan a un aprendizaje y una interacción constructivista. (Joiner, Miyake, 1990).

De manera general, las investigaciones realizadas concluyen que el trabajo colectivo es un factor de progreso cognitivo, sin embargo, en ciertas ocasiones de co-acción, los aportes de cada uno de los miembros del grupo son menores que las de los sujetos cuando trabajan solos. (Figuerola y Muños, trabajo de grado; Problemas de optimización con Cabri, Pag. 23, 2002).

2.2.7 Fundamentos para la incorporación de conceptos estadísticos: El proyecto del consejo escolar de educación estadística presenta tres principios que se pueden tener en cuenta al introducir los conceptos:

- Los conceptos y las técnicas deben introducirse dentro de un contexto práctico.

³ En memoria del V encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Procesos de aprendizaje y Estándares básicos de Matemáticas. Octubre 2,3 y 4 del 2003
ASOCOLME

- No es necesario desarrollar completamente las técnicas en el momento en que se presenta por primera vez.
- No es necesario ni deseable una justificación teórica completa de todos los temas, algunos de ellos se tratan dentro de un problema particular, otros se consideran mediante experiencias y no se justifican teóricamente.

Los docentes, además de considerar situaciones de aplicación reales para introducir los conceptos aleatorios, deben preparar y utilizar situaciones de enseñanza abierta, orientadas hacia proyectos y experiencias en el marco aleatorio y estadístico, susceptibles de cambios y de resultados esperados e imprescindibles. Las experiencias y proyectos estadísticos resultan interesantes y motivadores para los estudiantes, que generalmente consideran temas externos a las matemáticas lo cual favorece procesos interdisciplinarios de gran riqueza. (Lineamientos Curriculares, 1998).

2.2.8 ¿Cómo enseñar Estadística?: Carmen Batanero en artículo "¿Hacia donde va la Educación Estadística?", dice que en la metodología de enseñanza de la Estadística "cobran entonces un papel primordial los proyectos estadísticos y la experimentación con fenómenos aleatorios. Los proyectos permiten a los alumnos elegir un tema de su interés en el cual precisen definir los objetivos, elegir los instrumentos de recogida de datos, seleccionar las muestras, recoger, codificar, analizar e interpretar los datos para dar respuesta a las preguntas planteadas. Los proyectos introducen a los alumnos en la investigación, les permite apreciar la dificultad e importancia del trabajo del estadístico y les hace interesarse por la Estadística como medio de abordar problemas variados de la vida real⁴.

⁴ Carmen Batanero. www.urg.es/batanero/ARTICULOS/BLAIX.htm

2.3 BASES LEGALES

2.3.1 Ley General de la Educación (1994): En el capítulo 2, Art. 77.

Autonomía escolar.

Dentro de los límites fijados por la presente ley el Proyecto Educativo Institucional (P.E.I), las instituciones de educación formal, gozan de autonomía para organizar las áreas fundamentales de conocimiento definidas para cada nivel, introducir áreas y asignaturas optativas, adoptar algunas áreas a las necesidades y características regionales, adoptar métodos de enseñanza y organizar actividades formativas, culturales y deportivas dentro de los lineamientos que establezca el Ministerio de Educación Nacional.

2.3.2 Decreto 1860 del 3 agosto de 1994: Por lo cual se reglamenta parcialmente la Ley 115 de 1994 en los aspectos pedagógicos y organizativos generales.

Decreta

Artículo 1 – Ámbito y naturaleza.

Las normas reglamentarias contenidas en el presente decreto se aplican al servicio público de educación formal que prestan los establecimientos educativos del Estado, los privados los de carácter comunitario, solidario, cooperativo o sin ánimo de lucro. Su interpretación debe fortalecer la calidad, continuidad y universalidad del servicio público de la educación, así el mejor desarrollo del proceso de formación de los educandos.

De donde tomamos:

CAPITULO V

Orientaciones curriculares

Artículo 33. Criterios para la elaboración del currículo. La elaboración del currículo es el producto de un conjunto de actividades organizadas y conducentes a la definición y actualización de los criterios, planes de estudio, programas, metodologías y procesos que contribuyen a la forma integral y a la identidad cultural nacional en los establecimientos educativos.

El currículo se elabora para orientar el quehacer académico y debe ser concebido de manera flexible para permitir su innovación y adaptación a las características propias del medio cultural donde se aplica.

Artículo 34. Áreas. En el plan de estudio se incluirán las áreas del conocimiento definidas como obligatorias y fundamentales en los nueve grupos enumerados en el artículo 23 de la Ley 115 de 1994. Además, incluirán grupos de áreas o asignaturas que adicionalmente podrá seleccionar el establecimiento educativo para lograr los objetivos del Proyecto Educativo Institucional, sin sobrepasar el veinte por ciento de las áreas establecidas en el plan de estudio.

Artículo 35. Desarrollo de las asignaturas. Las asignaturas tendrán el contenido, la intensidad horaria y la duración que determine el Proyecto Educativo Institucional, atendiendo los Lineamientos del presente decreto y los que para su efecto expida el Ministerio de Educación Nacional.

En el desarrollo de una asignatura se deben aplicar estrategias y métodos pedagógicos activos y vivenciales que incluyan la exposición, la observación, la experimentación, la práctica, el laboratorio, el taller de trabajo, la informática educativa, el estudio personal y los demás elementos que

contribuyan a un mejor desarrollo cognitivo y a una mayor formación de la capacidad crítica, reflexiva y analítica del educando.

Artículo 37. Adopción del currículo. El currículo o sus modificaciones serán formalmente adoptados por el concejo Directivo de cada establecimiento Educativo, con la participación técnica del Consejo Académico en todo el proceso. Como parte integrante del Proyecto Educativo Institucional, su adopción seguirá el procedimiento prescrito para este, cumplido el cual, se registrará en la Secretaría de Educación Departamental o Distrital o los Organismos que hagan sus veces para ser incorporados al Sistema Nacional de Información y para comprobar su ajuste a los requisitos legales y reglamentarios que los rigen y en particular a los Lineamientos generales fijados por el Ministerio de Educación Nacional.

2.3.3 Resolución 2343 (1996): Nos acogemos también a la Resolución 2343, por el cual se adopta un diseño de Lineamientos generales de los procesos curriculares para la educación formal y establece los indicadores de logros curriculares para que en todas las Instituciones Educativas del país, se asegure la formación integral de los educandos, dentro del los que se encuentran los siguientes para el grado octavo:

- Investiga y comprende contenidos y procedimientos matemáticos, a partir de enfoques de tratamientos y resolución de problemas y generaliza soluciones y estrategias para nuevas situaciones.
- Formula inferencias y argumentos coherentes, utilizando medidas de tendencia central y de dispersión para el análisis de los datos, interpreta informes estadísticos y elabora críticamente conclusiones.

2.3.4 Lineamientos Curriculares (1998):

HACIA UNA ESTRUCTURA CURRICULAR

De acuerdo con esta visión global e integral del quehacer matemático proponemos considerar tres grandes aspectos para organizar el currículo en un todo armonioso.

- **Procesos generales:** Que tiene que ver con procesos específicos que desarrollan el razonamiento, el planteamiento y resolución de problemas, la comunicación, comparación y ejercitación de procedimientos.
- **Conocimientos básicos:** Que tiene que ver con procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y con sistemas propios de las Matemáticas. Estos procesos específicos se relacionan con el desarrollo del pensamiento variacional, entre otros.

Los sistemas son aquellos propuestos desde la renovación curricular: Sistemas numéricos, Sistema geométrico, Sistemas de medidas, Sistemas de datos y Sistemas algebraicos y analíticos.

- **El contexto:** Tiene que ver con los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las Matemáticas que aprende. Variables como las condiciones sociales y culturales tanto locales como internacionales, el tipo de interacciones, los intereses que se generan, las creencias, así como las condiciones económicas.

2.3.5 Estándares para la excelencia en la Educación: Se toma como base los estándares que como mínimo se deben tener en cuenta para propiciar el desarrollo del pensamiento aleatorio y sistemas de datos de octavo.

- Reconocer que, diferentes maneras de presentar la información, pueden dar origen a distintas interpretaciones.

- Interpretar analítica y críticamente información estadística provenientes de diversas fuentes (Prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).
- Interpretar conceptos de media, mediana y moda.
- Seleccionar y usar algunos métodos estadísticos adecuados, según el tipo de información.
- Comparar resultados experimentales con probabilidad matemática esperada.
- Resolver y formular problemas seleccionando información relevante en conjuntos de datos provenientes de fuentes diversas (Prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas).
- Calcular probabilidad de eventos simples usando métodos diversos (Listado, diagramas de árbol, técnicas de conteo).
- Usar conceptos básicos de probabilidad (Espacio muestral, evento, independencia, . . .).

2.4 MARCO CONCEPTUAL

2.4.1 Pensamiento aleatorio y sistemas de datos: “Una tendencia actual en los currículos de matemática es la de favorecer el desarrollo del pensamiento aleatorio, el cual ha estado presente a lo largo de este siglo, en la ciencia y aun en la forma de pensar cotidiana. La teoría de la probabilidad y su aplicación a los fenómenos aleatorios, han construido un andamiaje matemático que de alguna manera logra dominar y manejar acertadamente la *incertidumbre*. Fenómenos que en un comienzo parecen caóticos, regidos por el azar, son ordenados por la estadística mediante leyes aleatorias de una manera semejante a como actúan las leyes determinísticas sobre otros fenómenos de las ciencias. Los dominios de la estadística han favorecido el tratamiento de la incertidumbre en ciencias como la biología, la medicina, la

economía, la psicología, la antropología, la lingüística ..., y aun mas, han permitido desarrollos al interior de la misma matemática.

Las investigaciones de shaughnessy (1985) le han llevado a establecer que en las matemáticas escolares el desarrollo del pensamiento aleatorio, mediante contenido de la probabilidad y la estadística debe estar imbuido en un espíritu de exploración y de investigación tanto por parte de los estudiantes como de los docentes. Debe integrar la construcción de modelos de fenómenos físicos y del conteo. También han de estar presente los problemas con el objeto de monitorear posibles concepciones y representaciones erradas. De esta manera el desarrollo del pensamiento aleatorio significa resolución de problemas”.

2.4.2 Pensamiento estadístico:

DEFINICIÓN: “Una habilidad que le permite a los individuos realizar juicios utilizando criterios apoyados en el análisis de datos un contexto determinado”. Los elementos centrales de pensamiento estadístico pueden reunirse de la siguiente manera⁵:

- La omnipresencia de la variación en los procesos. Los individuos son variables: Las mediciones repetidas del mismo individuo son variables. Los dominios del determinismo estricto en la naturaleza y en los asuntos humanos son bastantes restringidos.
- La necesidad de datos acerca de procesos. La estadística es resueltamente empírica, no especulativa. La atención a los datos tiene prioridad máxima.

⁵ Memoria del IV encuentro colombiano de Matemática Educativa. Diseño, desarrollo y evaluación curricular. Octubre 3,4 y 5 del 2002. ASOCOLME.

- La cuantificación de la variación. La variación aleatoria se describe matemáticamente por la probabilidad.

2.4.3 Pensamiento numérico: Se refiere a la comprensión en general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esa comprensión en forma flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones (Mcintosh 1992).

3. METODOLOGÍA

3.1 TIPO DE ESTUDIO

Este trabajo es de tipo descriptivo, se diseñó una propuesta curricular que permita correlacionar conceptos del álgebra con ciertos conceptos de estadística descriptiva y probabilidad en el grado octavo, por lo cual fue necesario identificar, analizar y relacionar estos conceptos. Por otra parte también se presenta en el mismo trabajo los resultados de aplicar tres unidades integradas de álgebra- estadística.

3.1.1 Sugerencias metodológicas para el desarrollo de las Unidades Integradas: Las sugerencias metodológicas que se tuvieron en cuenta para el desarrollo de las unidades Integradas del álgebra con la estadística en el grado octavo de la básica, son los siguientes:

- Establecimiento de la correlación temática.
- Identificación de los componentes de las unidades.
- Establecimiento de los objetivos específicos para cada unidad Integrada del módulo.
- Desarrollar las unidades Integradas a partir de situaciones interdisciplinarias.
- En cada unidad Integrada se utilizó ejemplos y situaciones cotidianas para el estudiante, algunas de estas propuestas a nivel individual y grupal por medio de talleres.

3.1.2 Sugerencias metodológicas para la aplicación de las unidades Integradas: Proponemos una serie de actividades que conduzcan a la

apropiación de los conceptos de estadísticas y su integración con algunos temas de álgebra de una manera significativa.

Se propone realizar la aplicación de las actividades en tres etapas:

- Etapa diagnóstica.
- Etapa familiarización.
- Etapa profundización.

Además se busca que cada una de estas etapas tengan las características y las condiciones necesarias para potenciar la enseñanza significativa.

3.2 Instrumentos

- Revisión bibliografía a nivel disciplinario, legal, pedagógico y curricular, para la elaboración de la propuesta alternativa.
- Encuesta realizada a diferentes docentes del área de matemática del grado octavo (ver anexo B).

3.2.1 Unidad de análisis: Institución educativa Antonio Lenis de la ciudad de Sincelejo

3.2.2 Unidad de trabajo: Estudiantes del grado octavo E de la Institución Educativa Antonio Lenis de la ciudad de Sincelejo.

3.2.3 Aplicación: Se llevo a cabo la aplicación de las unidades Integradas 1,2 y 3 a través de la propuesta de la siguiente manera:

- **Etapa diagnóstica:** En esta etapa se pretende conocer los conceptos básicos que tienen los estudiantes sobre la estadística, teniendo en cuenta el plan curricular de la Institución, consulta verbal con los docentes y los estudiantes.

- **Etapla de familiarización:** En esta etapa se presento la propuesta de integración a los estudiantes, inmediatamente se conceptualizo los temas de álgebra mediante una actividad en clase, por lo cual es necesario tener en cuenta los siguientes recursos:
- Revistas, periódicos, recibos con datos estadísticos.
- Elaboración de carteles que resuman un conjunto de datos y tablas de frecuencia.

En esta etapa se busco lograr que los estudiantes asimilen conceptos de estadística y lo relacionen con los del álgebra.

- **Etapla de profundización:** En esta etapa los estudiantes trabajaron por grupos o de forma individual, teniendo en cuenta, situaciones cotidianas que impliquen interdisciplinariedad para hacer la integración temática a través de talleres, el docente solo será un orientador y se puede hacer uso de los recursos mencionados en la etapa anterior.

Con esta etapa se busca afianzar los conceptos de estadística aprendidos y tratar más a fondo su integración con temas de álgebra.

4. PROPUESTA

INTEGRACIÓN TEMÁTICA DEL ÁLGEBRA Y LA ESTADÍSTICA EN OCTAVO GRADO



UNIDAD INTEGRADA N°1

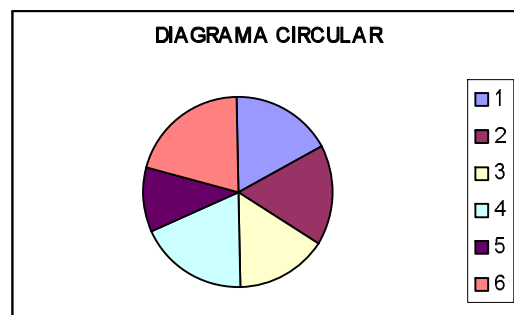
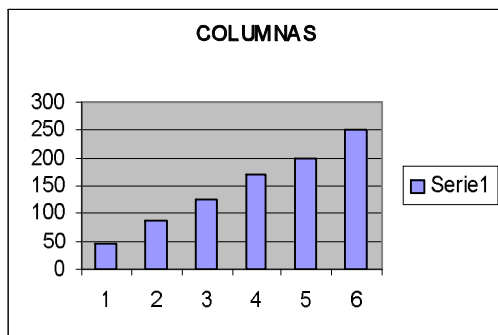
NOCIONES DE ESTADÍSTICA.

OBJETIVOS

- Estudiar conceptos básicos de estadística.
- Reforzar los conceptos de número real, fracción, porcentaje.
- Elaborar tablas de frecuencias a partir de los datos recolectados de una muestra.
- Representar la frecuencia relativa en diferentes expresiones matemáticas.

LA ESTADÍSTICA

Cada día, cuando leemos periódico, vemos televisión, escuchamos radio, nos enfrentamos a mucha información numérica a cerca de política, deporte, farándula, economía, etc. La interpretación de esta información, es de mucha importancia si queremos saber y entender lo que esta sucediendo a nuestro alrededor. Una rama de la matemática llamada estadística te proporciona métodos de recopilación, organización e interpretación de datos.



POBLACIÓN: Es un conjunto de medidas o el recuento de todos los elementos que presentan una característica común.

MUESTRA: Es cualquier subconjunto de la población.

VARIABLE: Es un símbolo que representa, indistintamente, a uno cualquiera de los elementos de un conjunto de datos.

DATOS CUALITATIVOS: Son valores asignados a cada elemento de la población mediante un atributo, por Ej. Sexo, Color, etc.

DATOS CUANTITATIVOS: Son valores que se obtienen mediante mediciones o conteo, por tanto, son valores numéricos asignados a cada elemento de la población o muestra, por Ej. Altura, Edad, Peso, etc.

CONJUNTO DE DATOS: Es el conjunto de todos los valores asignados a cada uno de los elementos de la población o muestra.

FRECUENCIA ABSOLUTA: Es el numero de veces que se repite cada valor de la variable.

FRECUENCIA ABSOLUTA ACUMULADA: Es la suma de las frecuencias absolutas hasta el ultimo valor.

FRECUENCIA RELATIVA: Es el cociente entre las frecuencias absolutas y el numero total de datos.

FRECUENCIA RELATIVA ACUMULADA: Es la suma de las frecuencias relativas hasta el ultimo valor.

EJEMPLO

Supóngase que se tiene 200 televisores y se desea examinarlos, determinándose el número de piezas defectuosas que contiene cada televisor, relacionamos 20 televisores, correspondiente a una investigación parcial.

Realizada la investigación se obtuvieron los siguientes datos:

3	2	0	2	3
3	1	1	0	1
3	3	4	4	3
2	4	2	4	2

Para este caso determinemos cada concepto estudiado.

Población. 200 televisores.

Muestra: 20 televisores.

Los datos son cuantitativos porque se obtuvieron por conteo.

Variables: numero de piezas defectuosas. Esta variable es cuantitativa discreta por tomar valores enteros, que son 0, 1, 2, 3 y 4.

Consideremos la siguiente tabla de frecuencias:

Variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa acumulada
0	2	$2/20 = 0.10$	2	0.10
1	3	$3/20 = 0.15$	5	0.25
2	5	$5/20 = 0.25$	10	0.50
3	6	$6/20 = 0.30$	16	0.80
4	4	$4/20 = 0.20$	20	1.00
Total	20	1.00		

TALLER EN CLASE

Analicemos el número de hermanos de cada uno de los estudiantes del curso.

1. Determine: población, Muestra, Conjunto de datos; La Variable, y el tipo de Variable.
2. Realice una tabla de frecuencias.
3. Observe que la frecuencia relativa se puede ver como un número Real.
 - a) ¿Por qué?
 - b) Si al resultar ser fracción, ¿se podría decir que son homogéneas o heterogéneas?
 - c) Realice la suma total de esas fracciones
4. ¿Al resultar una frecuencia relativa una fracción se puede ver como un número decimal?, ¿Por qué?
5. Al multiplicar estos decimales por 100 obtenemos la forma porcentual de las frecuencias relativas. Halle cada uno de estos porcentajes.
6. organice toda esta información en una tabla.

TALLER GRUPAL

Investiguen por grupos sobre cualquier situación cotidiana Ej. Numero de personas que habitan en la casa, Edad, música preferida, etc.

Determinar: Muestra, variable, tipo de variable y realizar una tabla de frecuencias.

TALLER INDIVIDUAL

En una Institución Educativa de Sincelejo con 350 estudiantes, se tomo un subconjunto de 50 estudiantes de distintos cursos, los cuales fueron ubicados por su edad y se les pregunto, ¿cuál era su deporte favorito?, entre las opciones estaban, Fútbol, básquet, Voleibol, de los cuales 25 contestaron Fútbol, 15 contestaron Básquet, 10 Voleibol.

Estos deportes se les enumeraron como 1, 2, 3 respectivamente. Así las respuestas serian

1	2	3
25	15	10

Se alcanza ha observar que D1 (deporte 1) fue escogido por 25 estudiantes, si dividimos esto entre el numero total de estudiantes que es 50 obtenemos una fracción $25/50$ que expresada en forma porcentual indicaría que un 50% de los estudiantes encuestados prefieren el fútbol.

Así mismo D2 fue escogido por 15 estudiantes, y lo dividimos por el numero total de respuestas, esta a razón de $15/50$ y en su forma porcentual indicaría que el 30% de los estudiantes encuestados prefieren el deporte 2.

Siguiendo con el D3, fue escogido por 10 estudiantes, si dividimos esto entre el numero total de estudiantes encuestados, obtenemos la fracción $10/50$ que representa un porcentaje del 20%.

Del anterior estudio identifique en su lectura:

1. ¿Cuál es la población y la muestra?.
2. ¿Qué tipo de datos son?.
3. ¿Cuál es la variable?.

4. ¿Cuál es la frecuencia absoluta del D1?
5. ¿Cuál es la frecuencia absoluta del D2?
6. ¿Cuál es la frecuencia relativa del D3?
7. ¿Cuál es la frecuencia acumulada hasta d2?
8. ¿Cuál es la frecuencia relativa de D1?

UNIDAD INTEGRADA Nº 2

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL, PERMUTACIONES Y COMBINACIONES

OBJETIVOS

- Estudiar conceptos básicos de álgebra.
- Reforzar los conceptos de variables, expresión algebraica, monomio, binomio, trinomio, polinomio, permutaciones, combinaciones. Moda, mediana, media aritmética.
- Establecer relación entre los conceptos dados y las medidas de tendencias central, las permutaciones y combinaciones.

MEDIDA DE TENDENCIA CENTRAL

La tabla de frecuencia y su representación gráfica nos permite tener una idea global de la distribución de frecuencias, dentro de la población considerada, pero esta idea es mas bien cualitativa, también nos interesa un resumen cuantitativo del fenómeno estadístico, de tal manera que nos sirva para estudios posteriores y para comparación con otras distribuciones.

Moda: Es por definición, el valor mas frecuente de la variable, es decir, el que más se repite en la muestra.

Mediana: Es el número medio de los números del conjunto una vez que estos se organizan en orden numérico.

Media aritmética: Es la suma de los números del conjunto dividida entre el número de datos del mismo.

Ejemplo de historia:

1. Después de Jorge III, Gran Bretaña tuvo siete monarcas antes que la reina Isabel II fuera coronada en 1952. La tabla de la izquierda muestra el número de años que reino cada monarca ¿Calcula la media, la mediana y la moda?.

IDENTIDAD	MONARCA	REINADO EN AÑOS
1	Jorge III	59
2	Jorge IV	10
3	Guillermo IV	7
4	Victoria	63
5	Eduardo VII	9
6	Jorge V	25
7	Eduardo VIII	1
8	Jorge VII	15

$$\text{Media } \bar{X} = \frac{59+10+7+63+9+25+1+15}{8} = \frac{189}{8}$$

= 23.625 la media es 23.625 años.

Mediana: 1 7 9 10 15 25 59 63

La mediana es $\frac{10+15}{2}$ o 12.5 años.

2. En una encuesta realizada en el año 2004 a 39 alumnos del grado 8ºE de la Institución Educativa San Antonio Club de Leones, respecto a su estatura arrojó los siguientes datos:

Estatura (metros)	Número de alumnos
Entre 1,35 y 1,39	6
Entre 1,40 y 1,44	7
Entre 1,45 y 1,49	13
Entre 1,50 y 1,54	10
Entre 1,55 y 1,60	3
Total	39

			Frecuencia relativa		
Estatura Metros	Frec. Absoluta	Frec. Absoluta Acumulada	Racional	Decimal	Porcentaje
Entre 1,35 y 1,39	6	6	6/39	0.15	15%
Entre 1,40 y 1,44	7	13	7/39	0.179	17.4%
Entre 1,45 y 1,49	13	26	13/39	0.33	33%
Entre 1,50 y 1,54	10	36	10/39	0.256	25.6%
Entre 1,55 y 1,60	3	39	3/39	0.0769	7.69%
Total	39		1	1.00	100

Variable: Es un símbolo que representa, indistintamente a uno cualquiera de los elementos de un conjunto de datos.

Expresión Algebraica: En la escritura combinada de signos de operación +, -, x, ., de relación =, <, > y agrupación [], (), { }, con símbolos tanto numéricos como literales.

Monomio: Es la expresión algebraica que consta de un término.

Binomio: Es la expresión algebraica que consta de dos términos (dos monomios).

Trinomio: Es la expresión algebraica que consta de tres términos (3 monomios).

Polinomio: Es la expresión algebraica que consta de dos o más términos, además los términos están separados por los signos (+), (-).

Permutaciones: Cada permutación es una ordenación específica de los elementos de un conjunto, en que se asigna a cada uno un orden determinado, de tal manera que uno de ellos es el primero, otro el segundo, otro el tercero y así sucesivamente.

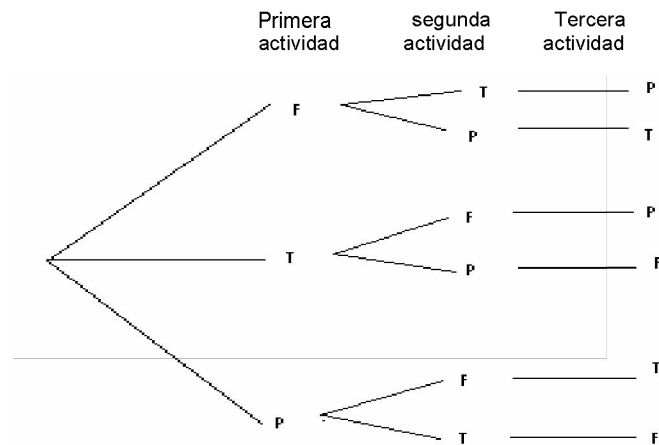
El número total de permutaciones de un conjunto de n elementos se acostumbra a denotarlo por el símbolo $P(n)$ donde:

$$P(n) = n(n-1)(n-2)\dots \times 2 \times 1 = n!$$

Supongamos que queremos indicar nuestra preferencia para realizar tres actividades en unas vacaciones del colegio: asistir a fútbol, ir al teatro y salir de paseo, actividades que designaremos con las letras F, T y P, respectivamente. Podemos asignar nuestra preferencia en el orden primero, segundo y tercero. La lista de todas las posibilidades es:

FTP, FPT, TFP, TPF, PFT, PTF.

Correspondiente a cada una de las ramas del diagrama en árbol de la figura que sigue a continuación:



Cada una de estas ordenaciones de los tres elementos, F, T, P, es una permutación de ellos.

Si nos hubiesen preguntado ¿De cuántas maneras diferentes podríamos realizar las tres actividades? La respuesta sería la siguiente: $P(3)=3(3-1)(3-2)=3 \times 2 \times 1=6$. Podríamos realizar las actividades de 6 maneras diferentes.

Podemos representar la permutación como el producto de monomios, binomios y trinomios, de tal manera que:

Definición de n, r, p p = permutación r = subconjunto de n con $n > r$
 n = elementos del conjunto

$$P(n, r) = n(n-1)(n-2) \dots (n-r+1) \\ = n(n-1)(n-2) \dots (n-r+1)! = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Donde $n! = n(n-1)(n-2) \dots 3 \times 2 \times 1 =$

Ilustración

$$5! = 5(5-1)(5-2)(5-3)(5-4) \\ = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

Ejemplo: Cuántas permutaciones de 3 objetos a, b, c pueden formarse?

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

Estas serían acb, abc, bac, bca, cab, cba

Ejemplo: encontrar el polinomio correspondiente para la siguiente permutación

$$(i) P(n,2) = 72 \quad (ii) 42 P(n,2) \quad (iii) 2 P(n,2) + 50$$

Solución

$$(i) P(n,2) = n(n-1) = n^2 - n$$

$$(ii) 42 P(n,2) = 42(n^2 - n)$$

$$= 42n(n-1)$$

$$(iii) 2P(n,2) + 50 = 2(n^2 - n) + 50$$

$$= 2n^2 - 2n + 50$$

COMBINACIONES

Son arreglos entre los elementos, sin expresar el orden en que se dispongan. Las combinaciones, se representan por el símbolo nCr ; donde n representa el número de elementos que conforman el grupo y se lee “combinaciones” de n elementos tomados de r en r.

Luego el número de combinaciones de n elementos tomados en grupos de r elementos, viene dado por la fórmula:

$$nCr = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

¿Cuántas combinaciones diferentes de 3 banderas se pueden obtener con 6 banderas de distintos colores?

Según el ejemplo: $n = 6$ y $r = 3$

Por lo tanto:

$${}_6C_3 = \binom{6}{3} = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6!}{3!3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1} = 20$$

Se pueden obtener 20 combinaciones diferentes de 3 banderas con 6 banderas de distintos colores:

Por medio de un arreglo triangular de números llamadas triangulo de Pascal podemos resolver ejercicios que tienen que ver con las combinaciones, para mayor ilustración lo siguiente:

Ejemplo: para determinar $\binom{6}{2}$, vamos al renglón correspondiente a $n=6-1=5$

y sumamos 5 y 10. Por lo tanto, $\binom{6}{2}=15$. Para encontrar $\binom{6}{5}$ sumamos 5 y 1.

el proceso de sumar números del renglón anterior continuarse para construir tanto renglones como desee:

n	0	1	2	3	4	5	6
ensayos							
0	1						
1	1	1					
2	1	2	1				
3	1	3	3	1			
4	1	4	6	4	1		
5	1	5	10	10	5	1	
6	1	6	15	20	15	6	1
.	.						
.	.						

Podemos utilizar las combinaciones para encontrar los coeficientes del binomio de Newton, y este puede escribirse de la forma siguiente:

$$(a+b)^1 = a+b$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab+b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3+3 a^2b+3ab^2+b^3$$

$$(a+b)^4 = a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$$

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^2b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$$

.

.

.

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{n}b^n$$

Ejercicio: Encontrar los coeficientes de $(a+b)^6$ por combinación.

$$\binom{6}{0} =$$

$$\binom{6}{3}$$

$$\binom{6}{1} =$$

$$\binom{6}{4}$$

$$\binom{6}{2} =$$

$$\binom{6}{5}$$

$$\binom{6}{6}$$

TALLER

(DEMOGRAFIA) la tabla muestra la población de diez países suramericanos según el censo de 1990.

PAIS	POBLACION EN MILLONES
Argentina	32
Bolivia	7
Brasil	150
Chile	13
Colombia	33
Ecuador	10
Paraguay	5
Perú	22
Uruguay	13
Venezuela	19

- a) Calcula la moda, mediana y media de este conjunto de datos.
- b) Si dieras cuentas de estos datos en un artículo de periódico ¿Qué medida usarías y por qué?.

(BIOLOGIA) El Manatí, un mamífero acuático, se considera en peligro de extinción. Aunque los Manatíes fueron en alguna época comunes en las áreas costeras del norte de América hoy se les encuentra principalmente en Florida.

En la siguiente tabla se presenta el número de Manatíes que se han encontrado muertos desde 1976.

MORTALIDAD DE MAMIFEROS EN FLORIDA									
Año	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984
Número de Mamíferos	62	114	84	77	63	116	114	81	128
Año	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993
Número de Mamíferos	119	122	114	133	168	206	174	163	145

FUENTE: Instituto de investigaciones Marina de Florida.

- a) Calcula la moda, la mediana y la media de este conjunto de datos.
- b) Realiza la tabla de distribución de frecuencias.

3. Encontrar los coeficientes $(x + y)^9$ por combinaciones.

4. ¿Cuántas combinaciones se pueden hacer con las 11 letras de la palabra Mississippi si solo se toman 5 de ellas?

5. Encontrar el polinomio correspondiente para las siguientes permutaciones:

a) $P(n, 5)$

b) $2n P(n, 4)$

c) $4n P(n, 3) + 15n$

UNIDAD INTEGRADA N°3

GRAFICAS ESTADISTICAS

OBJETIVOS:

- Determinar la importancia de las graficas en la visualización de la información
- Identificar el concepto de función en situaciones que impliquen la relación entre variables.
- Reconocer los distintos tipos de funciones dado un gráfico cualquiera
- Elaborar gráficas estadísticas a partir de una tabla de datos
- Desarrollar problemas de aplicación práctica con funciones y gráficas de datos

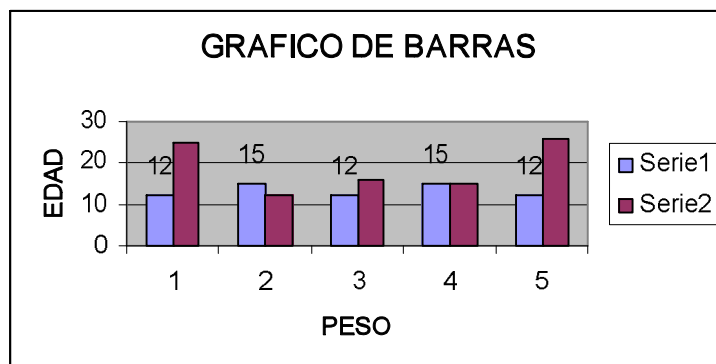
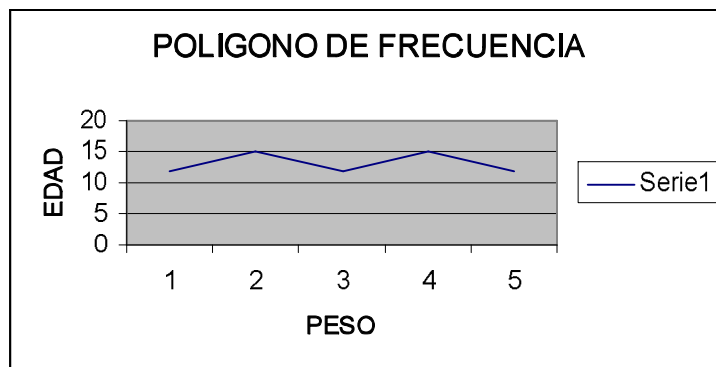
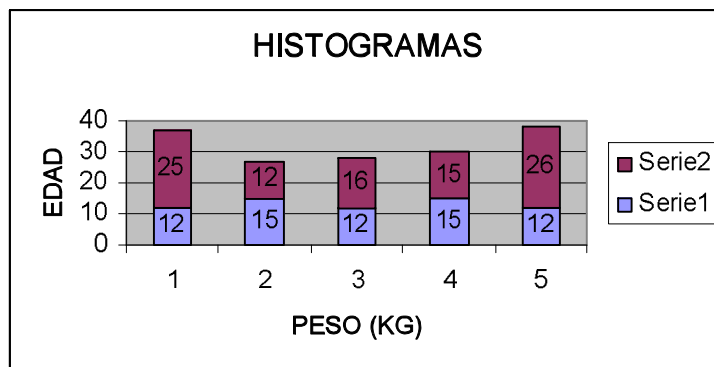
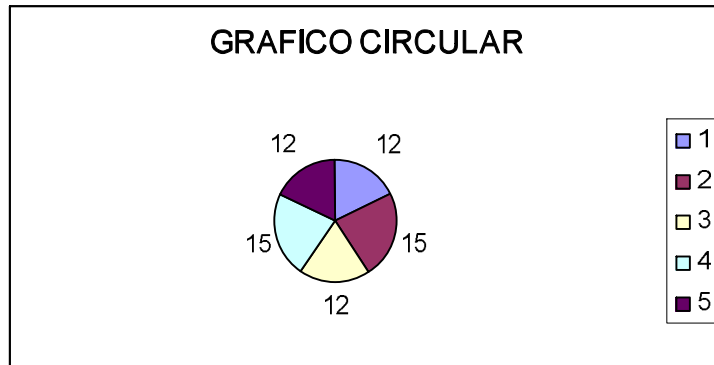
GRAFICOS ESTADISTICOS

Los gráficos estadísticos sirven para mostrar en forma visual, tanto una situación de una muestra o de una población, como la diferencia de las frecuencias.

Existen varios tipos de gráficos para la representación de datos:

- Gráficos de barras o diagramas de barras
- Gráfico circular o pastel
- Histograma
- Gráfica poligonal

Ejemplos:



GRAFICA DE BARRAS O DIAGRAMAS DE BARRAS

La gráfica de barras es una representación de parejas ordenadas en el primer cuadrante del plano cartesiano que se muestra por medio de rectángulos verticales.

Pasos para realizar la grafica de barras

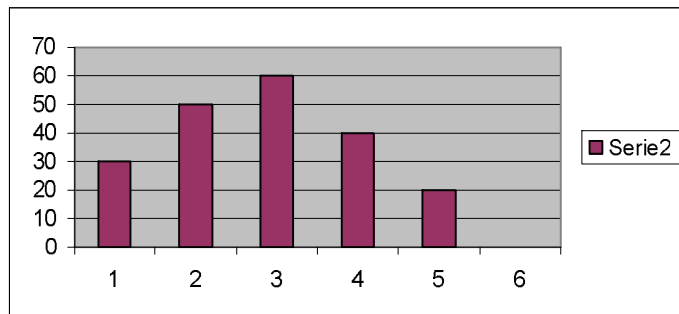
- Formamos parejas ordenadas
- Se traza el primer cuadrante del plano cartesiano
- Llevamos las parejas ordenadas al grafico
- Trazamos los rectángulos verticales equitativamente

Ejemplo:

Los datos siguientes representan las edades de una población infantil de 200 niños comprendidas entre 3 y 7 años en la siguiente forma: 30 tienen 3 años, 50 tienen 4 años, 60 tienen 5 años, 40 tienen 6 años y 20 tienen 7 años.

Edades	Fr absoluta	Fr relativa	Fr absoluta acumulada	Fr ralativa acumulada
3	30	$30/200=0.15$	30	$30/200$
4	50	$50/200=0.25$	80	$80/200$
5	60	$60/200=0.3$	140	$140/200$
6	40	$40/200=0.2$	180	$180/200$
7	20	$20/200=0.1$	200	$200/200$
	200	1.00		

La grafica de barras de la frecuencia absoluta es :



GRAFICA CIRCULAR O PASTEL

El gráfico circular sirve para representar variables cualitativas o cuantitativas, pero es más utilizado para representar variables cualitativas.

Para su representación se utiliza el círculo, el cual se reparte proporcionalmente su área de acuerdo a la frecuencia con que aparezcan las distintas características de la variable.

PASOS PARA REALIZAR LA GRAFICA CIRCULAR

Las edades en una población infantil de 200 niños, están comprendidos entre 3 y 7 años en la siguiente forma:

3 años	30
4 años	50
5 años	60
6 años	40
7 años	20

Los datos anteriores representados en forma porcentual, dan el siguiente resultado

3 años	$30/200 \times 100 = 15\%$
4 años	$50/200 \times 100 = 25\%$
5 años	$60/200 \times 100 = 30\%$
6 años	$40/200 \times 100 = 20\%$
7 años	$20/200 \times 100 = 10\%$

Luego se hace el repartimiento proporcional en la forma siguiente:

Al 100% corresponden 360°

Al 15% corresponden X;
$$X = \frac{15 * 360}{100} = 54^\circ$$

Al 100% corresponde 360°

Al 25% corresponde X;
$$X = \frac{25 * 360}{100} = 90^\circ$$

Al 100% corresponde 360°

Al 30% corresponde X;
$$X = \frac{30 * 360}{100} = 108^\circ$$

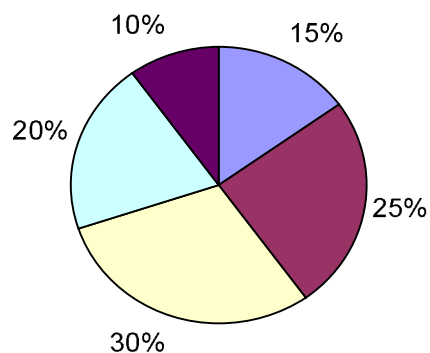
Al 100% corresponde 360°

Al 20% corresponde X;
$$X = \frac{20 * 360}{100} = 72^\circ$$

Al 100% corresponde 360°

Al 10% corresponde X;
$$X = \frac{10 * 360}{100} = 36^\circ$$

GRAFICO



HISTOGRAMAS

El histograma es una gráfica de rectángulos de altura igual a la frecuencia correspondiente. Cuando la variable es discreta y la muestra no ha sido agrupada, en el punto medio de la base del rectángulo se señala el dato muestral o valor de la variable.

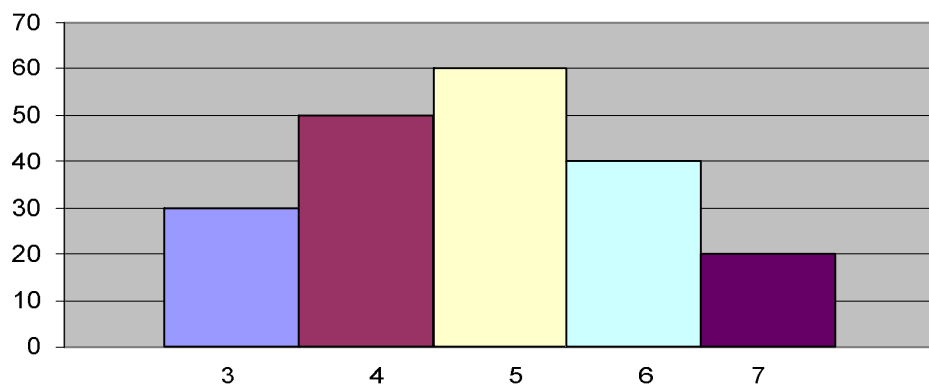
Cuando la variable es continua (o discreta agrupada) la base del rectángulo corresponde a lo que se llama longitud del intervalo de clase y sus extremos son el límite inferior y superior del intervalo. En el eje de las abscisas se señalan los intervalos que constituyen la base del rectángulo, y el eje vertical u ordenada corresponde a las frecuencias absolutas o número proporcional de ellas, formando la altura del rectángulo.

PASOS PARA REALIZAR EL HISTOGRAMA

- Se traza el primer cuadrante del plano cartesiano
- En las abscisas ubicamos los valores de la variable y en las ordenadas los de la frecuencia
- Trazamos los rectángulos verticales equivalente.

Del ejemplo anterior tenemos:

GRAFICA



GRAFICA POLIGONAL:

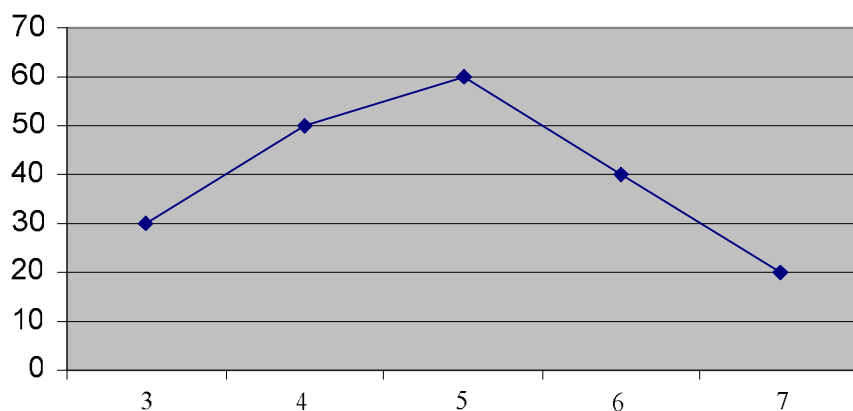
La gráfica poligonal al igual que la gráfica de barras es una representación de parejas ordenadas en el primer cuadrante del plano cartesiano que se unen a continuación de otra para formar líneas. En comparación con la gráfica de funciones **las abscisas** serían las variables estadísticas (cualitativas, cuantitativas) y **las ordenadas** serían las frecuencias que hemos estudiado.

PASOS PARA REALIZAR LA GRAFICA POLIGONAL

- Formamos las parejas ordenadas
- Se traza el primer cuadrante del plano cartesiano
- En las abscisas ubicamos los valores de la variable y en las ordenadas los de la frecuencia
- Ubicamos las parejas ordenadas en el gráfico
- Unimos los puntos de las parejas para formar la gráfica

Del ejemplo anterior tenemos:

GRAFICA



A partir de las gráficas podemos hacer la siguiente conclusión:

Al observar todas las gráficas vemos que existe mayor frecuencia en el punto (5,60), así podemos decir que de los 200 niños encuestados el mayor número de ellos tiene 5 años. De igual forma en el punto (7,20) que corresponde a la menor frecuencia obtenida, así afirmamos que de los 200 niños el menor número de ellos tiene 7 años, es decir, 20 niños.

TALLER EN CLASE 1

1. Una encuesta realizada a 130 familias; para determinar, cuantas personas la conforma, arrojó los siguientes datos:

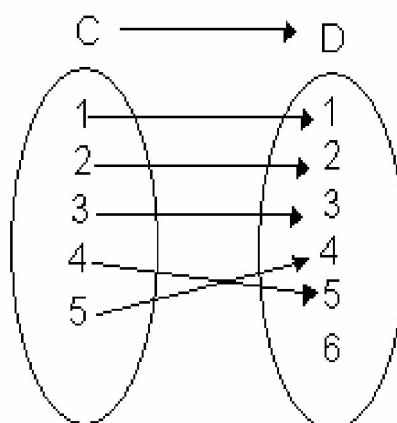
No. De personas	Frec. absoluta	FREC. Relativa	Frec. absoluta acumulativa	Frec. relativa acumulativa
3	25	$25/130=0,19$	25	$25/130$
4	30	$30/130=0,23$	55	$55/130$
5	35	$35/130=0,27$	90	$90/130$
6	40	$40/130=0,31$	130	$130/130$
	130	1,00		

Construir:

- a. Gráfico de barra
- b. Gráfico de pastel
- c. El histograma
- d. Gráfico poligonal

2. Representemos en forma cartesiana la función $G:C \rightarrow D$ definida por el siguiente diagrama sagital ubicando "C" en la abscisa y "D" en las ordenadas.

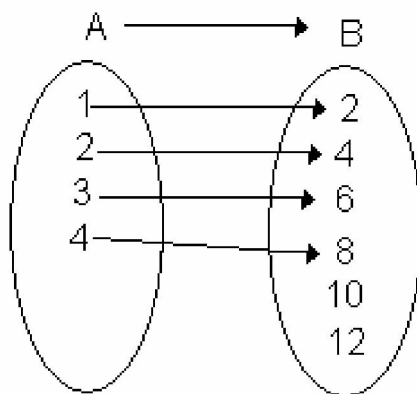
GRAFICO



3. Dada la función $G:A \rightarrow B$, definida mediante el diagrama sagital indicado. Hallar:

- a) dominio
- b) codominio
- c) rango
- d) conjunto solución

GRAFICO



- 4. Utilizando el concepto de función ¿Podemos decir que $g:D \rightarrow C$ del ejercicio 2 es función?
- 5. Realiza un diagrama sagital y el diagrama cartesiano para las siguientes funciones. Halla dominio y rango
 - a. $S = \{(3,2), (1,4), (2,1), (4,3)\}$
 - b. $S = \{(1,4), (2,5), (3,6), (4,7), (5,8)\}$

TALLER EN CLASE 2

Observemos la gráfica poligonal obtenida de la tabla en el taller anterior, para un mayor énfasis en gráficas poligonales.

No. de datos	No. de personas	Frec.Absoluta	Frec. Relativa	Frec. Absoluta acumulativa	Frec. Relativa acumulativa
1	3	25	$25/130=0,19$	25	$25/130$
2	4	30	$30/130=0,23$	55	$55/130$
3	5	35	$35/130=0,27$	90	$90/130$
4	6	40	$40/130=0,31$	130	$130/130$
		130	1,00		

Con esta información:

1. ¿Cómo es la gráfica No. de personas Vs Frecuencia absoluta?
2. ¿A qué tipo de función se asemeja esta gráfica poligonal?
3. Dibuje en el 1er cuadrante del plano cartesiano la función $y=5x+20$
4. Observe las parejas ordenadas de la gráfica poligonal, ¿Cuáles de estos puntos concuerdan con los puntos de la función $y = 5x+20$
5. Si comparamos las dos gráficas podemos afirmar que:
 - a. ¿Las gráficas son distintas?, ¿por qué?
 - b. ¿La gráfica poligonal está contenida en la función $y=5x+20$?, ¿por qué?
 - c. ¿La gráfica poligonal es más extensa que la gráfica de la función $y = 5x+20$?, ¿por qué?

Para discusión general, podemos concluir que para este ejemplo:

- ✓ La frecuencia absoluta está en función de la variable # de personas mediante la ecuación:

$$F_a(Y_i)=5Y_i+20$$

Donde Y_i es la posición que representa el dato respecto al número de personas.

- ✓ La variable # de personas está en función de la frecuencia absoluta mediante la ecuación: $Y_i(f_a) = \frac{Fa - 20}{5}$

Nos podemos dar cuenta; mediante el ejemplo anterior la relación que existe el concepto de función y la gráfica poligonal.

TALLER INDIVIDUAL

Investigar con sus compañeros de curso el número de personas que conforman su familia:

1. Organice una tabla de frecuencia con los datos obtenidos
2. Mediante los datos obtenidos realice las gráficas de:
 - a. Barras
 - b. Circular o de pastel
 - c. Histograma
3. Utilizando la frecuencia absoluta acumulada realice la gráfica poligonal
4. Tomando la variable y la frecuencia absoluta acumulada: ¿Podemos decir qué es función? Justifique su respuesta.

UNIDAD INTEGRADA N° 4

MEDIDAS DE DISPERSION

OBJETIVOS:

- Establecer relación existente entre algunos conceptos de medidas de dispersión y funciones cuadráticas.
- Determinar cada medida de dispersión dado un conjunto de datos
- Interpretar en situaciones prácticas la relación existente entre varianza y los puntos de una función cuadrática.
- Introducirnos al concepto de función a través de la integración temática entre función cuadrática y medidas de dispersión.

MEDIDAS DE DISPERSION

Las medidas de tendencia central, no siempre nos dan una información suficiente acerca de la distribución de los datos o sucesos, como podemos observarlo en el siguiente ejemplo:

Las edades de dos equipos juveniles de baloncesto son:

Equipo A: 16 15 14 14 13 15 16 16 15

Equipo B: 17 16 16 14 14 13 13 18 13

Edad promedio o media aritmética del equipo A es:

$$\overline{X}_A = \frac{\sum X_i f_i}{N} = \frac{16 * 3 + 15 * 3 + 14 * 2 + 13 * 1}{9} = \frac{134}{9} = 14.88 \text{ años}$$

Edad promedio o media aritmética del equipo B es:

$$\overline{X}_B = \frac{\sum X_i f}{N} = \frac{18*1 + 17*1 + 16*2 + 14*2 + 13*3}{9} = \frac{134}{9} = 14.88 \text{ años}$$

Observemos que la edad promedio de los dos equipos es la misma 14.88 años, sin embargo la edad promedio del equipo A es más representativa que la del equipo B. es decir que en el equipo B las estaturas son más dispersas que las del equipo A.

Las medidas más utilizadas para esta dispersión son rango o recorrido; desviación media; desviación Standard o desviación típica y la varianza.

Rango o recorrido:

Es la diferencia entre el mayor y el menor valor de los datos observados. El rango o recorrido en nuestro ejemplo es:

Rango del equipo A: $16 - 13 = 3$

Rango del equipo B: $18 - 13 = 5$

El rango o recorrido es la medida de dispersión menos utilizada.

Desviación Media:

Es el valor absoluto de la diferencia entre el valor de cada uno de los datos observados y su media aritmética dividido por el número total de datos.

Por ejemplo, en el caso del equipo A la desviación media es:

$$D_A = \frac{|16 - 14.88| + |15 - 14.88| + |14 - 14.88| + \dots}{9} = 0.817$$

Para el caso del equipo B la desviación es:

$$D_B = \frac{|17 - 14.88| + |16 - 14.88| + |16 - 14.88| + \dots}{9} = 1.65$$

Podemos ver que la desviación media del equipo B es mayor que la del equipo A:

$$D_B > D_A \quad (1.65 > 0.817)$$

Desviación Típica o Desviación Standard y Varianza

La desviación típica es la raíz cuadrada de la media aritmética de los cuadrados de la desviación respecto a la media. La simbolizamos por σ

Por ejemplo, calculamos la desviación típica para el caso de los equipos A y B.

Equipo A.

. Calculamos la varianza

$$\frac{(16 - 14.88)^2 * 3 + (15 - 14.88)^2 * 3 + (14 - 14.88)^2 * 2 + (13 - 14.88)^2 * 1}{9} = 0.9877$$

Calculamos la raíz cuadrada de la varianza (desviación típica)

$$\sigma_B = \sqrt{\text{varianza}} = \sqrt{0.9877} = 0.9938$$

Equipo B

Calculamos la varianza

$$\frac{(17 - 14.88)^2 * 1 + (16 - 14.88)^2 * 2 + (14 - 14.88)^2 * 2 + (13 - 14.88)^2 * 3 + (18 - 14.88)^2 * 1}{9} = 3.21$$

Calculamos la raíz cuadrada de la varianza (desviación típica)

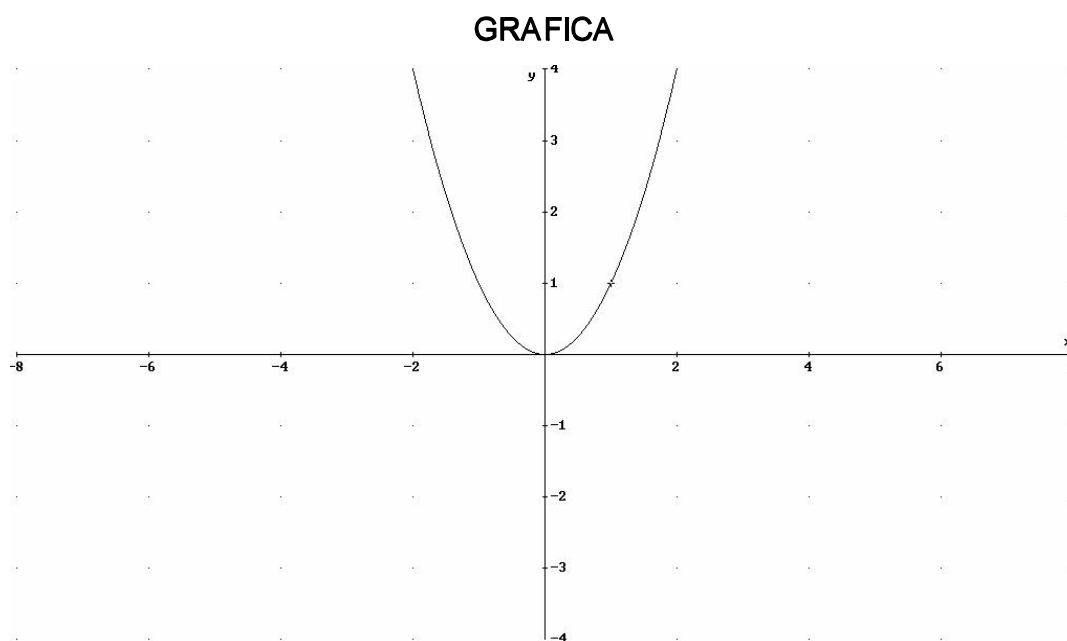
$$\sigma_B = \sqrt{\text{varianza}} = \sqrt{3.21} = 1.7916$$

Podemos observar que la desviación típica en el equipo B es mayor que en el equipo A, es decir, $\sigma_B > \sigma_A$ esto quiere decir que la dispersión de las edades en el equipo B es mayor que en el equipo A.

Por consiguiente, la desviación típica aumenta a medida que aumenta la dispersión de datos.

Al analizar los conceptos de polinomio y de función, para obtener la noción de función polinómica de segundo grado o, sencillamente función cuadrática en el curso de algebra, podemos establecer una estrecha relación entre sus conceptos y los de medida de dispersión, para una mayor ilustración analizaremos una función cuadrática con algunos de sus puntos simétricos a medida que estos se acerquen al vértice.

Ejemplo: Ubiquemos los puntos en la función $F(x) = X^2$ con $X \in A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$



En esta función cuadrática que es una parábola comparándola con la función general $f(x) = ax^2 + bx + c$ tendríamos $a=1$, $b=0$, y $C=0$. Así el vértice sería

$$V\left(\frac{-b}{2a}, \frac{b^2 + 4ac}{4a}\right); V(0,0)$$

1. A cada uno de estos puntos simétricos graficados le asociamos su componente en X, el promedio de estos componentes en cero, asociado con el vértice de cada función cuadrática.

$$\bar{x} = \frac{(-3) + (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3}{7} = \frac{0}{7} = 0$$

2. La desviación de estos puntos es:

$$d_1 = (-3) - 0 = -3$$

$$d_2 = (-2) - 0 = -2$$

$$d_3 = (-1) - 0 = -1$$

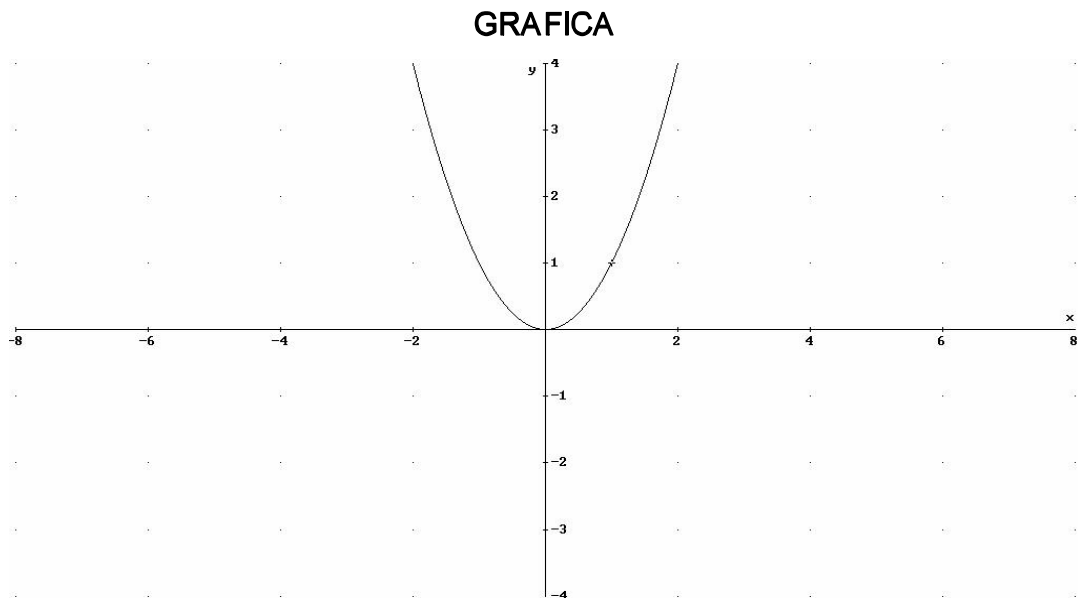
$$d_4 = 0$$

$$d_5 = 1 - 0 = 1$$

$$d_6 = 2 - 0 = 2$$

$$d_7 = 3 - 0 = 3$$

3. Si $X \in B = \{-2, -1.5, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, 2\}$ los puntos $F(x) = x^2$ quedaría graficada así:



Observe que el conjunto B:

*Determina puntos simétricos igual que A.

**Estos puntos se encuentran entre los extremos de la grafica determinada por el conjunto A (esta condición es necesaria para nuestra relación). Así tendríamos que el promedio sigue siendo cero asociado con el vértice.

$$\bar{X} = \frac{(-2) + (-1,5) + (-1) + (-0,5) + 0 + 0,5 + 1 + 1,5 + 2}{9} = \frac{0}{9} = 0$$

4. La desviación de estos puntos sería:

$$\begin{array}{lll} d_1 = (-2) - 0 = -2 & d_2 = (-1,5) - 0 = -1,5 & d_3 = (-1) - 0 = -1 \\ d_4 = (-0,5) - 0 = -0,5 & d_5 = 0 & d_6 = 0,5 - 0 = 0,5 \\ d_7 = 1 - 0 = 1 & d_8 = 1,5 - 0 = 1,5 & d_9 = 2 - 0 = 2 \end{array}$$

$$D_A = \frac{|-3| + |-2| + |-1| + |0| + |1| + |2| + |3|}{7} = \frac{12}{7} = 1,714$$

$$D_B = \frac{|-2| + |2| + |1,5| + |2| + |0,5| + |0|}{9} = \frac{10}{9} = 1,11$$

Por tanto $D_A > D_B$, lo cual sugiere que los datos del conjunto A tiene un grado de superación del promedio mayor que los datos del conjunto B.

Todos estos datos al estar asociado con los puntos simétricos de las gráficas, sugieren una relación similar de estos puntos con el vértice de la gráfica. Así como se puede observar fácilmente al comparar ambas gráficas, los puntos de la gráfica B. Esta separación disminuye en la medida en que se añada más elemento al conjunto B dadas las condiciones * Y**, lo que significaría en nuestra correspondencia la disminución de la desviación media.

TALLER

1. Ubique los puntos de la función $f(x) = -x^2 + 1$ donde
 $X \in A, A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
 - a. Halle el vértice de esta función.
 - b. A cada uno de estos puntos asócielo su componente en X.
 - c. Halle el promedio de estos componentes.
 - d. Con qué puntos de la gráfica se asoció este promedio.
 - e. Halle la desviación de estos valores.
2. Si $X \in B, B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$
 $X \in B, B = \{-4, -3.5, -3, -2.5, -2, -1.5, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4\}$
 - a. Como quedan las graficas en ambos casos.
 - b. Cuál es el promedio de los componentes asociados en ambos casos.
 - c. Con qué puntos de la gráfica se asocian ambos promedios.
 - d. Halle la desviación en cada uno de estos casos.
3. Halle la varianza para A, B y B' de los conjuntos anteriores.
4. Interprete de acuerdo al concepto de varianza las respuestas de los datos de los conjuntos A, B, B'

UNIDAD INTEGRADA N° 5

PROBABILIDAD

OBJETIVOS:

- Determinar la probabilidad de un suceso particular en cualquier situación experimental.
- Identificar los conceptos de variable aleatoria y su función de probabilidad en un suceso particular
- Elaborar la distribución de probabilidad dado un suceso particular
- Identificar la importancia del binomio de Newton en la distribución de probabilidad por medio de los productos y cocientes notables.

PROBABILIDAD

Es el cociente de dividir al número de éxitos o total de casos favorables por el total de casos posibles. Está dado mediante la fórmula $P = \frac{\text{No. de éxitos}}{\text{total casos posibles}}$

Ejemplo: el lanzamiento de un par de dados donde solo nos interesa el puntaje total, entonces tendremos once resultados diferentes, o sea que el espacio muestral es:

$$S = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

Definimos suceso a un subconjunto del espacio muestral: "Que salga un número menor que ocho"

Los valores para este son: 2, 3, 4, 5, 6, 7

Representemos en forma de conjunto el caso anterior

$$B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

Hallamos la probabilidad del ejemplo anterior.

B tiene seis éxitos que son 2,3,4,5,6 y 7, por tanto $N(B)=6$; hay once casos posibles en este experimento por tanto $N(S) = 11$. Así: $P(B) = \frac{N(B)}{N(S)} = \frac{6}{11}$

VARIABLE ALEATORIA

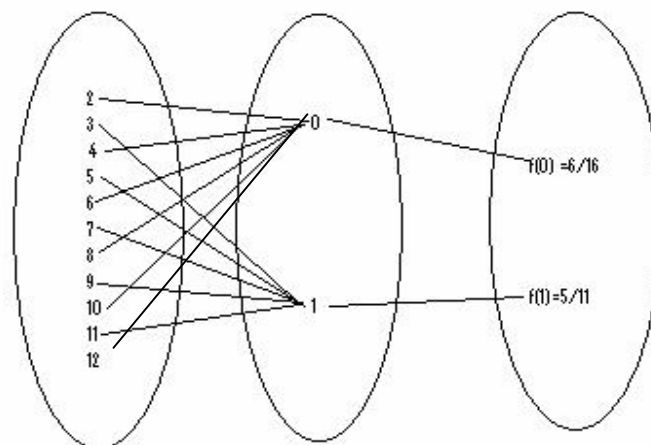
Es cualquier experimento real o imaginario que pueda dar lugar a varios resultados sin que sea posible afirmar con certeza cuál de estos resultados se va a obtener.

Esta variable aleatoria la podemos ver como una función que consta de un dominio y un rango que tiene asociada en su conjunto de valores una función de probabilidad.

Analicemos esto con el ejemplo anterior.

Ej: El lanzamiento de un par de dados donde solo nos interesa que el puntaje total sea par. La variable aleatoria X le asignamos los valores 0 ó 1; es decir, 1 si no es par y 0 si es par.

$$S \xrightarrow{x} X(s) \subseteq \mathbb{R} \xrightarrow{F} F(x)$$



Verifique que efectivamente $X(S)$ es una función

DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD

Si una variable X puede tomar una serie de valores $X_1, X_2, \dots, X_k$ con probabilidades respectiva $P_1, P_2, \dots, P_k$, se dice que ha sido definida para X una distribución de probabilidad.

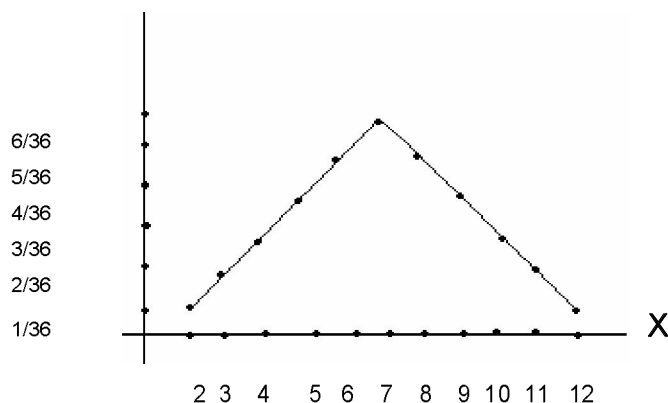
El conjunto de pares ordenados $(X, P(x))$, donde X es el conjunto de valores de una variable aleatoria y $P(x)$ las probabilidades asignadas a X se llama función de probabilidad en el caso que la variable aleatoria X es discreta; y función densidad de probabilidad en el caso que la variable aleatoria X sea continua.

Nota: para nuestro análisis estudiaremos la primera.

Ejemplo: Sea X la variable que denota la suma de puntos obtenidos al lanzar un par de dados. Entonces la distribución de probabilidad viene dada por la siguiente tabla.

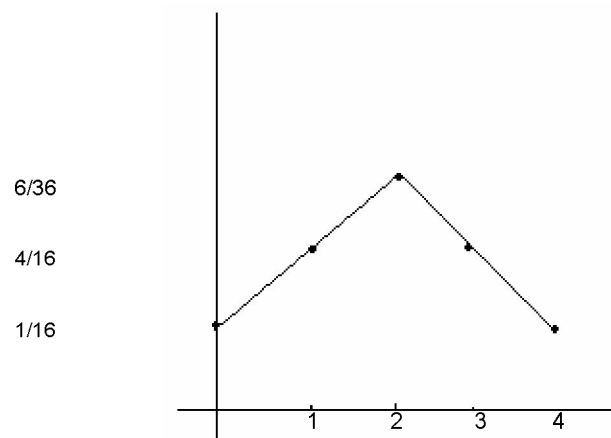
X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X)$	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36

Utilicemos la gráfica poligonal para la representación de la distribución de probabilidad:



Ej: Si x es la variable aleatoria que representa el número de niños en familias con 4 hijos. Construir una tabla que muestre la distribución de probabilidad de x , y representar en una gráfica poligonal la distribución de probabilidad.

X	0	1	2	3	4
P(X)	1/16	4/16	6/16	4/16	1/16



Ej: El lanzamiento de 4 monedas y elaboremos en primer lugar un espacio muestral.

ssss sssc sscs sscs cccc s = sello
 sscc scsc cscs cccc c = cara
 scss cssc ccsc
 csss cscs cccs
 sccs
 ccss

$$1/16 + 4/16 + 6/16 + 4/16 + 1/16 = 16/16 = 1$$

En el anterior espacio muestral se puede observar que la probabilidad de obtener exactamente 3 caras en el lanzamiento de 4 monedas es igual a $4/16 = 1/4 = 0,25$.

Si consideramos como “éxito” la aparición de cara y lo simbolizamos por P, siendo su probabilidad igual a 0,5, mientras que $q=0.5$ es la probabilidad de fracaso o sea la aparición de sello, se tendrá que:

$$\begin{array}{lcl}
 P(ssss) = qqqq = q^4 & \} \longrightarrow & q^4 \\
 P(sssc) = qqqp = q^3p & & \\
 P(sscs) = qqpq = q^3p & \} \longrightarrow & 4q^3p \\
 P(scss) = qpqq = q^3p & & \\
 P(csss) = pqqq = q^3p & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 P(sscc) = qqqp = q^3p^2 & & \\
 P(scsc) = qpqp = q^3p^2 & & \\
 P(cssc) = pqqp = q^3p^2 & \} \longrightarrow & 6q^3p^2 \\
 P(cscs) = pqpq = q^2p^2 & & \\
 P(ccss) = ppqq = q^2p^2 & & \\
 P(sccs) = qppq = q^2p^2 & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 P(sccc) = qppp = qp^3 & & \\
 P(csc) = pqpp = qp^3 & & \\
 P(ccsc) = ppqp = qp^3 & \} \longrightarrow & 4qp^3 \\
 P(cccs) = pppq = qp^3 & & \\
 P(cccc) = pppp = p^4 & \} \longrightarrow & p^4
 \end{array}$$

Reemplazamos la anterior información en su cuadro más sencillo que nos permita visualizar mejor las probabilidades para cada suceso.

Éxitos Caras	Probabilidades	P(x)
0	$q^4 = (1/2)^4 =$	0,0625
1	$4q^3p = 4(1/2)^3(1/2) =$	0,2500
2	$6q^2p^2 = 6(1/2)^2(1/2)^2 =$	0,3750
3	$4pq^3 = 4(1/2)(1/2)^3 =$	0,2500
4	$P^4 = (1/2)^4 =$	0,0625
		1,0000

Vemos que $q^4 + 4q^3p + 6q^2p^2 + 4pq^3 + p^4 = 1,0$

Es decir que sumando todas las probabilidades dadas cuando $X = 0, 1, 2, 3, 4$, es igual a uno. Además, recordemos el desarrollo del binomio de Newton cuando $n=1, 2, 3, 4$

Siendo $(a+b)^n$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

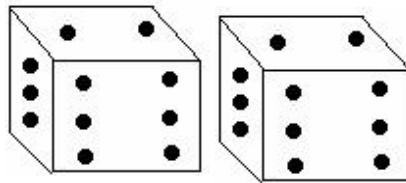
$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

En la anterior expresión reemplacemos la "a" por "q" y la "b" por p:

$$(q+p)^4 = q^4 + 4q^3p + 6q^2p^2 + 4qp^3 + p^4$$

TALLER

1. Dado un experimento “lanzar un par de dados”. Supongamos que nos interesa saber el puntaje total, pero cuyo puntaje sea divisible por 3.



- a. ¿Cuál es el espacio muestral de dicho experimento?
 - b. Hallar la probabilidad del experimento
2. Representar en una tabla la distribución de probabilidad del experimento anterior y realizar su gráfica poligonal.
3. En la Institución Educativa Antonio Lenis de la ciudad de Sincelejo, se decidió realizar una encuesta en dos cursos de la institución para determinar cuál es el grupo sanguíneo al que pertenecen la mayoría de los estudiantes de la institución. Para tal propósito seleccionaron a 84 estudiantes a los que sólo se les aplicó la encuesta. Los resultados se muestran a continuación:

A	A	A	O	AB	O	AB	A	B	B	A	A	O	O
AB	O	AB	B	A	A	A	B	B	AB	A	AB	B	B
B	B	B	A	AB	A	AB	AB	B	B	B	O	O	B
A	A	A	A	B	O	O	A	A	O	AB	A	A	A
B	AB	AB	AB	AB	A	A	A	B	O	O	AB	AB	AB
A	A	A	B	B	B	AB	AB	O	O	O	O	A	B

- a. Hallar la probabilidad de cada grupo sanguíneo y ver cuál es mayor

b. Representar en una tabla la distribución de probabilidad de la encuesta anterior y realizar su gráfica poligonal.

4. Elaborar el espacio muestral para el lanzamiento de 5 monedas y desarrollar el binomio de Newton.

5. RESULTADOS

a. RESULTADOS EN LA ETAPA DIAGNÓSTICA

Al revisar el programa curricular del grado octavo de la Institución Educativa Antonio Lenis de la ciudad de Sincelejo (ver Anexo C), se observa que la estadística la presentan como una unidad aparte y al final del programa. Así mismo, en conversación con el docente del área matemática, nos manifestó no haber iniciado con la unidad de estadística ya que a los estudiantes en cursos anteriores no habían tenido la oportunidad de trabajar con esta área, lo cual se pudo confirmar con diálogo sostenido con los estudiantes al someterlos a una prueba diagnóstica, que arrojó los siguientes resultados:

- Las respuestas en la que coincidieron la mayoría, era que nunca habían escuchado esos conceptos básicos de la estadística.
- Al brindarle diferentes recortes de periódicos con mucha información estadísticas, solo pudieron identificar el diagrama de barra como elemento relacionado con la estadística.

Etapas de familiarización: Después de darle a conocer a los alumnos el objetivo de nuestra presencia, de la investigación y su importancia, se procedió a trabajar con ellos las tres unidades integrales llamadas "Nociones de Estadística", "Medidas de tendencia central, permutaciones y combinaciones" y "gráficos estadísticos".

Luego de explicar los conceptos de estos temas, socializar los ejemplos y desarrollar los talleres, se observó y determinó que:

- Los estudiantes presentaron una participación activa y estuvieron muy motivados en la formulación de situaciones cotidianas.
- Un 70% determinó la población y la muestra.
- Un 45% determinó la variable y el tipo de variable.
- Un 60% realizó una buena tabla de distribución de frecuencias.
- Un 40% relacionó la frecuencia relativa, con la fracciones
- El 85% calculó correctamente la moda, media y media
- El 65% representó correctamente un polinomio, utilizando permutaciones
- El 55% calculó bien los coeficientes del teorema del binomio de Newton a través de las combinaciones
- Un 80% relacionó el concepto de función con la relación existente entre variable y la frecuencia acumulada
- El 60% interpretó muy bien la información, desde los diferentes gráficos estadísticos
- El 55% elaboró correctamente gráficos estadísticos a partir de una tabla de datos.

Etapas de Profundización

- Ochenta y cinco (85% determinó correctamente la población, la muestra, la variable y el tipo de variable
- Ochenta (80%) realizó una buena tabulación
- Sesenta y cinco (65%) comprende la frecuencia relativa como fracción
- Noventa y dos (92%) reconoce la relación existente entre la variable y la frecuencia acumulada como una función
- Cincuenta y cinco (55%) de este porcentaje justifica correctamente este hecho.

5.2 ANALISIS DE RESULTADOS

El hecho de que los estudiantes no tuvieran una noción de los conceptos básicos de la estadística, no fue inconveniente, para crear un ambiente de aprendizaje propicio, donde el estudiante estuvo en todo momento motivado y participando activamente en la formulación de situaciones cotidianas e interdisciplinarias, donde involucraban áreas predilectas por los estudiantes, en este caso ciencias naturales, sociales y educación física, también el uso de recursos didácticos, produjo en la mayoría de los estudiantes el afianzamiento de los conceptos de estadística, y que reconocieran la estrecha relación entre el álgebra y la estadística, ya que en los resultados de los talleres individuales y grupales se observa que la mayoría realizó interpretaciones correctamente de los datos.

Finalmente por los resultados, los estudiantes alcanzaron un aprendizaje significativo de estas tres lecciones

CONCLUSIONES

La culminación del siguiente trabajo arrojó lo siguientes conclusiones:

- Al trabajar la estadística desde el punto de vista del álgebra, nos ayuda al desarrollo del pensamiento matemático, que abarca específicamente el pensamiento variacional y aleatorio
- Al tomar como referente la interdisciplinaridad para el proceso de la enseñanza de la estadística, nos damos cuenta de la importancia que este tiene, en otras áreas básicas.
- El trabajo en el aula a través de situaciones – problemas del contexto del alumno, genera un ambiente propicio, que posibilita la discusión y argumentación de sus ideas.
- La integración realizada de algunos temas de álgebra con estadística deja un cambio abierto para la formación mas general de un núcleo temático entre estas dos asignaturas y si bien se hace un esfuerzo con geometría también.

RECOMENDACIONES

- Implementar la propuesta “INTEGRACIÓN TEMATICA DEL ALGEBRA Y LA ESTADISTICA EN EL OCTAVO GRADO”.
- En posteriores trabajos relacionados con este, promover durante la enseñanza de los conceptos, mediante el uso de ordenadores, experiencias que ayuden a pensar a los alumnos estadísticamente

BIBLIOGRAFÍA

ASOCIACIÓN COLOMBIANA DE MATEMÁTICAS EDUCATIVA (ASOCOLME). (2002). Memorias del 4º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa: Diseño, desarrollo y evaluación curricular. Manizales, octubre 3 al 5. Primera Edición.

AVELLA, M. (1994); "Una visión estadística y probabilística del calculo para el grado undécimo". Trabajo presentado como requisito para optar el titulo de especialista en estadística. Universidad Nacional (Boyacá).

AUSUBEL, D. (1978). Educational psychology: a cognitive view, New York.

BATANERO, C. (2000). "¿Hacia donde va la Educación estadística?". Disponible en la pagina www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/BLAIX.htm.

BATANERO, C y otros. (1994). "Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales". Disponible en la pagina www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/erroresestadis.doc.

BATANERO, C; COBO, B. (2000) "La mediana en la educación secundaria obligatoria: ¿Un concepto sencillo?". Disponible en www.ugr.es/~batanero/articulo/blaix.htm.

BERTEL, E.A Y ROJAS, S.P (2003). "Integración temática de la aritmética escolar y la estadística en el grado séptimo". Trabajo presentado como requisito para optar el titulo de "Licenciatura en matemáticas de la Universidad de Sucre"

CONDE, M; NAGUIB, T; ARTETA V. (1997). "La interdisciplinariedad desde la investigación, como propuesta pedagógica para la enseñanza de las ciencias naturales en la facultad de ingeniería de la Corporación Universitaria de la Costa (CUC)".

CUADROS, J. (1993). "Iniciación Estadística en enseñanza Media Vocacional". Trabajo de grado para optar título de especialista en estadística, convenio U.T.P.C y U.N.

De ZUBIRÍA, J. (1994). "Tratado de pedagogía conceptual 4". Los modelos pedagógicos. Fundación Alberto Merani. Fondo de publicaciones Bernardo Herrera Merino.

De MATTOS, L. (1963). "Compendio de didáctica general". Editorial Buenos Aires.

FIGUEROA, J. Y MUÑOS, J. (2002). "problemas de optimización con Cabri". Trabajo presentado como requisito para optar el título de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Sucre.

MCINTOSH, A. ; REYS, B.J.Y REYS. R.E. "A proposed framework for examining Basic Number Sense". For the learning of Mathematics 12,3 (November 1992), FLM Publishing Association, White Rock, British Columbia, Canadá, (1992).

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (2003). "Estándares curriculares para el área de matemáticas, documento de estudio". Primera edición. (2002)

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (M. E. N)."Nueva ley general de la educación" (115) de febrero 8 de (1994).

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (M.E.N) "Lineamientos curriculares para el área de matemática (1998)".

MORENO, C. D. (2001) "Desarrollo conceptual de la estadística en séptimo grado utilizando los medios de comunicación: Experiencia en el aula", volumen 3. Asociación Colombiana de Matemática Educativa. Octubre del 3-5. Santa Marta.

MUNERA, J. Y OBANDO, G. (2003). "Las situaciones problemas como estrategia para la conceptualización Matemática". En: Revista Educativa y Pedagógica. VOL 15, Nº. 35, (enero-abril). Universidad de Antioquia, Facultad de Educación.

PAPALIA, D. (1985). "Psicología del desarrollo".Editorial Mc Graw-Hill.

PEREZ, B; RONCALLO, M; PEREZ, L. (1998) "Dificultades metodológicas de los maestros en la integración de las áreas de lengua castellana, ciencias sociales y naturales en el segundo grado de la escuela Santa Marta del Municipio de Sampedra". Trabajo de grado para optar el título de licenciado en Educación básica con énfasis en lengua castellana (Cecar).

PIAGET, J. (1971). "Genetic Epistemology", New York.

RODRÍGUEZ, J.F (1986) MONOGRAFÍA. "Estadística y probabilidad en secundaria". Universidad Nacional de Colombia, Bogotá

SERRANO, L; BATANERO, C; J.O; y Cañizares, J. (2001). "Concepción de los alumnos de secundaria sobre modelos probabilísticos en las secuencias de resultados aleatorios".

Disponible en la pagina www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/sumas01.pdf.

SHAUGHNESSY (1985). "Research in Probability and statistics: Reflections and Directions". En GROUWS, D.A. Handbook of Research on Mathematics teaching and learning, New Cork, Macmillam, pp 465-490.

VASCO, C. (1994) "Un enfoque para la didáctica de las matemáticas volumen II". Ministerio de Educación Nacional. Bogota D.C

WALPOLE, R. (1999). "Probabilidad y Estadística". McGraw-Hill. México. 3^a Edición.

ANEXOS

ANEXO B
ENCUESTA A DOCENTES DE OCTAVO GRADO
UNIVERSIDAD DE SUCRE

INSTITUCIÓN: _____

TIPO: PUBLICA _____ PRIVADA _____

DOCENTE: _____

JORNADA: _____

Conteste con una X la respuesta

1. Incluye usted la estadística en su programa de matemática para el grado octavo.

Si _____

No _____

2. Si incluye usted la estadística en su programa de matemática la desarrolla en forma integrada o separada del álgebra.

Integrada _____

Separada _____

No incluye _____

3. Al no incluir la estadística en su programa de matemática obedece a:

a) La institución no lo exige.

b) Usted no lo ve necesario.

c) Ambas

d) Otras.

¿cuál?

4. Es fundamental para usted desarrollar la estadística de manera integrada con el álgebra.

Si _____

No _____

5. Cree usted que la estadística tiene que ser una asignatura base para el programa curricular de la institución.

Si _____

No _____

ANEXO A TABULACION DE DATOS

Instituciones publicas

Pregunta #1

Frecuencia	Ni	%
Respuesta		
Si	16	84.21
No	3	15.79
Total	19	100

Pregunta #2

Frecuencia	Ni	%
Respuesta		
Separada	10	52.63
Integrada	6	31.58
No la incluye	3	15.79
Total	19	100

Pregunta #3

Frecuencia	Ni	%
Respuesta		
A	3	15.8
B	0	0
C	0	0
D	0	0
No responde	16	84.2
Total	19	100

Pregunta #4

Frecuencia	Ni	%
Respuesta		
Si	11	57.9
No	8	42.1
Total	19	100

Pregunta #5

Frecuencia	Ni	%
Respuesta		
Si	18	94.7
No	1	5.3
Total	19	100

ANEXO A TABULACION DE DATOS

Instituciones privadas
Pregunta #1

Frecuencia	Ni	%
Respuesta		
Si	9	81.8
No	2	18.2
Total	11	100

Pregunta #2

Frecuencia	Ni	%
Respuesta		
Separada	9	81.8
Integrada	1	9.1
No la incluye	1	9.1
Total	11	100

Pregunta #3

Frecuencia	Ni	%
Respuesta		
A	1	9.1
B	0	0
C	0	0
D	1	9.1
No responde	9	81.8
Total	11	100

Pregunta #4

Frecuencia	Ni	%
Respuesta		
Si	7	63.6
No	4	36.4
Total	11	100

Pregunta #5

Frecuencia	Ni	%
Respuesta		
Si	11	100
No	0	0
Total	11	100

ANEXO C

ESTANDARES BÁSICOS

ESTANDARES		PENSAMIENT O Y SISTEMAS	TEMAS O UNIDADES
001	Identifica y emplea los números reales en todo los contextos, lo representa en diferentes formas y establece relaciones entre ellos	Pensamiento numérico y sistemas numéricos.	números reales
002	Reconoce las experiencias algebraicas, realiza operaciones entre ellas y obtiene su valor numérico. Identifica y maneja los diferentes casos de factorización y los aplica en diversas situaciones matemáticas. Maneja las ecuaciones lineales con una variable y las aplica en la resolución de problemas de la vida cotidiana.	Variacional y analítico	Expresiones algebraicas Operaciones factorización Ecuaciones
	reconoce el concepto de ángulo, lo clasifica y aplica sus propiedades. identifica los puntos y líneas notables del triángulo, y los utiliza en la demostración elemental de teoremas y propiedades de congruencia. identifica y establece relaciones entre polígonos y usa de fórmulas para el cálculo de perímetro, área y volumen Reconoce y ejecuta transformaciones de estiramiento (homotecias), traslación, reflexión y rotación en el plano.	Pensamiento espacial y sistemas geométricos	Perpendicularidad y paralelismo Congruencia Triangular transformaciones
	Comprende y usa las medidas de tendencia central en un conjunto de datos pequeños extraídos de problemas de la vida real.	Aleatorio y datos	Medidas de tendencia central

ANEXO C
PLAN CURRICULAR DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO
LENIS
PLAN ESPECÍFICO POR UNIDADES

UNIDAD 1 EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES

- 1.1. Retroalimentación sobre el conjunto de los números reales naturales y enteros.
- 1.2. Introducción a los números racionales.
- 1.3. Expresión decimal de los números racionales.
- 1.4. Expresión racional de decimales finitos en infinitos periódicos.
- 1.5. Representación de racionales en la recta numérica.
- 1.6. Operaciones con números racionales.
- 1.7. El conjunto de los números irracionales Q' .
- 1.8. Teorema de Pitágoras.
- 1.9. El conjunto de los números reales.
- 1.10. La recta real.
- 1.11. Orden en los reales.
- 1.12. Operación con números reales.

UNIDAD 2 EXPRESIONES ALGEBRAICAS

- 2.1. Introducción.
- 2.2. Nomenclatura.
- 2.3. Valor numérico de expresiones algebraicas.
- 2.4. Monomios. Grado.
- 2.5. Polinomios.
- 2.6. Polinomio Completo.
- 2.7. Grado de un polinomio.
- 2.8. Adición y sustracción de polinomios.
- 2.9. Adición y sustracción de polinomios.
- 2.10. Multiplicación y división de polinomios.
- 2.11. Productos notables.
- 2.12. Triángulo de pascal.
- 2.13. Cocientes notables.

UNIDAD 3 FACTORIZACIÓN

- 3.1. Factor común monomio.
- 3.2. factor común monomio
- 3.3. Factor común por agrupación de términos.

- 3.4. Trinomio cuadrado perfecto
- 3.5. Diferencia de cuadrados.
- 3.6. Combinación de cuadrados perfectos con diferencias de cuadrados.
- 3.7. Trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción.
- 3.8. Suma de cuadrados.
- 3.9. Trinomio de la forma $X^2 + BX + C$; $AX^2 + BX + X$
- 3.10. Cubos perfectos.
- 3.11. Suma o diferencia de cubos perfectos.
- 3.12. Binomios de la forma $X^n \pm Y^n$
- 3.13. Factorización total.
- 3.14. Ecuación de primer grado con una variable.
- 3.15. Problemas que se resuelven con ecuaciones de primer grado de una variable.

UNIDAD 4 EXPRESIONES RACIONALES

- 4.1. Definición.
- 4.2. Cambio de signos en una expresión racional.
- 4.3. Simplificación de expresiones racionales.
- 4.4. MCM de polinomios.
- 4.6. Multiplicación.
- 4.7. División de expresiones racionales.
- 4.8. Expresiones complejas.

UNIDAD 5 ECUACIONES LINEALES CON UNA VARIABLE

- 5.1. Producto cartesiano.
- 5.2. Relaciones. Tipo de relaciones.
- 5.3. Gráficas de relaciones en los números reales.
- 5.4. Función lineal y su representación gráfica.
- 5.6. Función constante.
- 5.7. Ecuación de la recta.
- 5.8. Pendiente de la recta.
- 5.9. Retas paralela y perpendiculares.

UNIDAD 6 GEOMETRIA

- 6.1. Ángulo y su geometría.
- 6.2. Relaciones de tipo geométrico (paralelismo y perpendicularidad)
- 6.3. Congruencia.
- 6.4. Movimiento en el plano.
- 6.5. Perímetro y áreas de figuras geométricas.
- 6.6. Volumen de cuerpos geométricos.

UNIDAD 7 ESTADISTICA

7.1. Media aritmética.

7.2. Mediana.

7.3. Moda.