



ANÁLISIS DE LAS MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL EN DOS LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES DE GRADO SÉPTIMO

LEIDY VANESA OCORÓ

SHIRLEY OCORÓ NAZARITH

**UNIVERSIDAD DEL VALLE - SEDE NORTE DEL CAUCA
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
Santander de Quilichao (Cauca)
2016**




ANÁLISIS DE LAS MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL EN DOS LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES DE GRADO SÉPTIMO

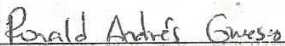


LEIDY VANESA OCORÓ – 1157737
SHIRLEY OCORÓ NAZARITH – 1157706

Trabajo de Grado para optar el título de: Licenciadas en Educación
Básica con Énfasis en Matemáticas

Director:
RONALD ANDRÉS GRUESO

**UNIVERSIDAD DEL VALLE - SEDE NORTE DEL CAUCA
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
Santander de Quilichao (Cauca)
2016**

 INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA Subdirección Académica		ACTA DE EVALUACIÓN DE TRABAJO DE GRADO		
Programa Académico <u>Licenciatura en educación Matemática</u>		Fecha		
Código del programa: <u>3469</u>	Resolución del programa:	Día	Mes	Año
		<u>09</u>	<u>09</u>	<u>2016</u>
Título del Trabajo o Proyecto de Grado				
<u>Análisis de las medidas de tendencia central en dos libros de textos escolares de grado Séptimo</u>				
Se trata de:				
Proyecto <input type="checkbox"/>		Informe Final <input checked="" type="checkbox"/>		
Director				
<u>Ronald Andrés Gueiso</u>				
Nombre del Primer Evaluador				
<u>Diego Díaz Enriquez</u>				
Nombre del Segundo Evaluador				
<u>Adriana García Moreno</u>				
Estudiantes				
Nombres y Apellidos	Código	Plan	E-mail	Teléfonos de contacto
<u>Leidy Vanesa Ocaró</u>				
<u>Shirley Ocaró Nazareth</u>				
Evaluación				
Aprobado <input checked="" type="checkbox"/>	Meritorio <input checked="" type="checkbox"/>	Laureado <input type="checkbox"/>		
Aprobado con recomendaciones <input type="checkbox"/>	No Aprobado <input type="checkbox"/>	Incompleto <input type="checkbox"/>		
En el caso de ser Aprobado con recomendaciones (diligenciar la página siguiente), éstas deben presentarse en un plazo máximo de _____ (máximo un mes) ante:				
Director del Trabajo o Proyecto de Grado <input type="checkbox"/>		Primer Evaluador <input type="checkbox"/>	Segundo Evaluador <input type="checkbox"/>	
En el caso de que el Informe Final se considere Incompleto (diligenciar la página siguiente), se da un plazo máximo de _____ semestre (s) para realizar una nueva reunión de Evaluación el: _____				
En el caso que no se pueda emitir una evaluación por falta de conciliación de argumentos entre Director, Evaluadores y Estudiantes; expresar la razón del desacuerdo y las alternativas de solución que proponen (diligenciar la página siguiente).				
Firmas				
<u>Ronald Andrés Gueiso</u>	<u>Adriana García Moreno</u>	<u>[Firma]</u>		
Director del Trabajo o Proyecto de Grado	Primer Evaluador	Segundo Evaluador		

Recomendaciones <input type="checkbox"/>	Observaciones <input type="checkbox"/>	Razón de desacuerdo - Alternativas <input type="checkbox"/>
Si se considera necesario, usar hojas adicionales.		
<p>En el trabajo se rescata el grado de coherencia entre los objetivos propuestos, el marco teórico y las conclusiones expuestas.</p> <p>Se resalta este tipo de investigación en la incursión dentro del pensamiento estadístico y enseñanza de la estadística. Asimismo, se convierte en un aporte valioso para la práctica de los docentes en formación y en ejercicio.</p> <p>Finalmente, se resalta en este trabajo, las buenas impresiones que causó en el segundo encuentro nacional de pensamiento estadístico realizado en Agosto de 2016.</p> <p>En reconocimiento de todo lo anterior, el trabajo es aprobado con una Sugerencia de Meritorio.</p>		
Firmas		
 Ronald Andrés Guezo Director del Trabajo o Proyecto de Grado	 Mariana García Primer Evaluador	 Segundo Evaluador

DEDICATORIA

A mi madre María Ruby Ocoró Corcino, por ser mi fuente de inspiración y quien me motiva cada día para cumplir cada una de mis metas.

A mis abuelos Ana Rosa Corcino de Ocoró y Azael Ocoró Mina, porque fueron un motivo más para culminar satisfactoriamente esta nueva etapa de mi vida.

LEIDY VANESA OCORÓ

A mi hijo Ian Yosué, por ser el motor de mi vida aun estando en mi vientre.

A mis padres, Guiovanny Ocoró y Maricel Nazarith, por su apoyo incondicional, por su esfuerzo y sacrificio de toda la vida apoyándome siempre para cumplir mis metas.

A mi esposo, José Yerley Díaz por su comprensión, apoyo y dedicación en cada fase de mi formación profesional.

A mis hermanos, Jefferson Ocoró Nazarith e Ivan Giovanny Ocoró Nazarith, porque fueron un motivo más para culminar satisfactoriamente esta nueva etapa de mi vida.

Y finalmente, a mi familia y amigos por sus palabras de aliento en cada momento.

SHIRLEY OCORÓ NAZARITH

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios, por permitirme superar cada uno de los obstáculos y poder culminar esta etapa de mi vida.

A mi madre y hermanas Evelin Danisa Mina Ocoró, Madelin Yireth Mina Ocoró y Yadi Suledy Mina Ocoró, por su amor y apoyo incondicional.

A mi novio, por su apoyo en los momentos difíciles y aliento para que continuara adelante.

A mi director de tesis, Ronald Andrés Grueso, por su guía, paciencia y compromiso en el desarrollo de este trabajo.

A mi familia, por su voz de aliento para seguir adelante en especial a José Edison Mina Carabalí por ser un ejemplo a seguir.

A mi compañera de tesis, por estar presente en cada momento de mi vida y por su esfuerzo y dedicación para realizar este trabajo.

A mis profesores y compañeros, por su amistad y apoyo a lo largo de la carrera.

LEIDY VANESA OCORÓ

Agradezco primeramente a Dios, por ser quien me da paciencia, sabiduría y fortaleza, en los momentos más difíciles y por permitirme terminar mi carrera universitaria.

A mi hijo Ian Yosué, que aún dentro de mí, se ha convertido en el motor de mi vida y me da fuerzas cada día para seguir en este largo camino.

A mi familia, quienes han hecho todo lo posible para que mi función como persona sea cada vez más grande, especialmente a mi madre por su esfuerzo y dedicación.

A mi esposo José Yerley Díaz, por su apoyo incondicional y por su comprensión en cada momento de debilidad.

A mi compañera de Tesis, por estar presente en cada paso que doy y por sus grandes aportes.

A mi director de tesis Ronald Andrés Grueso, por su disposición y aportes tan significativos en este proceso de gran importancia para mi formación profesional, y por sus palabras de ánimo y aliento cada vez que se necesitaban.

A mis amigos, por ser incondicionales en todo momento.

A mis profesores, porque con su esfuerzo, paciencia, sabiduría y excelencia me han sabido guiar en este arduo pero gratificante camino.

Y a mis compañeros, porque fueron una gran voz de aliento cada que se presentaban dificultades.

SHIRLEY OCORÓ NAZARITH

Contenido

Resumen	xiv
Introducción.....	1
1. Aspectos Generales de la Investigación.....	3
1.1 Antecedentes.....	3
1.2 Planteamiento del problema	11
1.3 Justificación	17
1.4 Objetivos.....	27
1.4.1 Objetivo General.....	27
1.4.2 Objetivos Específicos.....	27
2. Referentes Teóricos	28
2.1 Dimensión histórica	28
2.2 Dimensión Matemática.....	32
2.2.1 Medidas de Tendencia Central.	33
2.2.1.1 Moda.	33
2.2.1.2 Mediana.....	37
2.2.1.3 Media.....	42
2.3 Dimensión Curricular.....	51
2.3.1 Marco Legal Vigente.....	51
2.4 Dimensión Didáctica	58
2.4.1 Transposición Didáctica.	58
2.4.2. Los textos como recurso.....	60
3. Análisis de los Textos Escolares.....	69
3.1 Criterios de selección de los libros de textos escolares.....	69
3.2 Referentes para el análisis de los textos.....	71
3.3 Análisis del texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7.....	78
3.3.1 Aspectos generales del libro de texto escolar.....	78
3.3.2 Contenido del libro de texto escolar.	83
3.3.3 El discurso en el libro de texto escolar.....	104
3.3.4 Elementos constitutivos del discurso.....	105
3.3.5 El texto escolar y su relación con los aspectos curriculares de matemáticas	113

3.3.6	Usos de recurso externos al libro de texto escolar	118
3.4	Análisis del libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7	120
3.4.1	Aspectos generales del libro de texto escolar.....	120
3.4.2	Contenido del libro de texto escolar.	125
3.4.3	El discurso en libro de texto escolar.	142
3.4.4	Elementos constitutivos del discurso.....	142
3.4.5	El texto escolar y su relación con los aspectos curriculares.....	147
3.4.6	Usos de recursos externos al texto escolar.....	151
4.	Conclusiones.....	154
5.	Referencias Bibliográficas.....	161
6.	Anexos.....	166

Índice de Ilustraciones.

Ilustración 1. Ejemplo de pregunta realizada en las pruebas SABER 2013, grado noveno.....	21
Ilustración 2. Pregunta realizada a los estudiantes de noveno grado de escolaridad en las pruebas SABER en el año 2015	22
Ilustración 3. Ejemplo de cómo se utilizaban las medidas de tendencia central en la antigüedad.	31
Ilustración 4. Gráfica de la curva de distribución de frecuencias de las medidas de tendencia central	50
Ilustración 5. Resultados de la sistematización de las encuestas	70
Ilustración 6. Carátula frontal del libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7.....	80
Ilustración 7. Carátula posterior del libro de texto escolar Glifos procesos Matemáticos 7.....	80
Ilustración 8. Actividad introductoria de la moda presentada en el libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7.	88
Ilustración 9. Actividad introductoria de la mediana, presentada en el libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7.	88
Ilustración 10. Actividad introductoria de la media aritmética presentada en libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7.....	89
Ilustración 11. Diagrama de barra presente en el libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7.....	92
Ilustración 12. Diagrama de barra presente en el libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7.....	92
Ilustración 13. Diagrama circular presente en el libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7.....	93
Ilustración 14. Tabla presente en el libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7.	93
Ilustración 15. Esquema presente en el libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7..	94
Ilustración 16. Definición del subtema de la moda en el libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7, p. 220	106
Ilustración 17. Ejercicio presente en el libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7.	110
Ilustración 18. Ejercicio presente en el libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7.	112
Ilustración 19. Ejercicio presente en el libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7.	114
Ilustración 20. Ejemplo de la mediana, presentada en el libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7.....	119
Ilustración 21. Carátula frontal del libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7.....	122
Ilustración 22. Contraportada del libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7.....	123
Ilustración 23. Definición de la Media Aritmética del libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7.....	131
Ilustración 24. Ejemplo de las medidas de tendencia central del libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7.....	143
Ilustración 25. Actividades de las medidas de tendencia central y medidas de posición central del libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7.....	145

Ilustración 26. Ejercicio número 10 del taller 7 del libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7.....	145
Ilustración 27. Estándar a desarrollar en la unidad 7 del libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7.....	147
Ilustración 28. Definición de las medidas de tendencia central en la unidad 7 del libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7.....	149

Índice de Tablas.

Tabla 1. Distribución de las preguntas por competencias y componentes en grado noveno.....	20
Tabla 2. Ejemplo del cálculo de la moda a partir de intervalos.	36
Tabla 3. Ejemplo del cálculo de la mediana con intervalos.	41
Tabla 4. Ejemplo para el cálculo de la media aritmética con intervalos.	46
Tabla 5. Rejilla para el análisis de los libros de textos escolares.	77
Tabla 6. Presentación del libro de texto Glifos Procesos Matemáticos 7.	78
Tabla 7. Aspectos físicos del libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7.....	78
Tabla 8. Organización de los contenidos del libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7.	86
Tabla 9. Paralelo entre el saber sabio con el saber transpuesto, en cuanto a la moda en el libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7.	96
Tabla 10. Paralelo entre el saber sabio con el saber transpuesto, en cuanto a la mediana en el libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7.	98
Tabla 11. Paralelo entre el saber sabio con el saber transpuesto, en cuanto a la media aritmética en el libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7.....	100
Tabla 12. Marco definicional del libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7 (unidad 3: medidas de tendencia central)	105
Tabla 13. Marco de ejemplificación del libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7 (unidad 3: medidas de tendencia central).....	108
Tabla 14. Marco de ejercitación del libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7 (unidad 3: medidas de tendencia central).....	111
Tabla 15. Presentación del libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7	120
Tabla 16. Aspectos físicos del libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7.....	121
Tabla 17. Organización de los contenidos del libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7	127
Tabla 18. Paralelo entre el saber sabio con el saber transpuesto en cuanto a la Moda en el libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7	133
Tabla 19. Paralelo entre el saber sabio con el saber transpuesto en cuanto a la Mediana en el libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7	134
Tabla 20. Paralelo entre el saber sabio con el saber transpuesto en cuanto a la Media Aritmética en el libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7	136
Tabla 21. Ejemplo de las propiedades 1 y 2 de la media aritmética.	138
Tabla 22. Datos del ejemplo de la media geométrica.	140
Tabla 23. Marco Definicional del libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7 (Unidad 7: medidas de tendencia central)	142
Tabla 24. Marco de Ejercitación del libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7 (Unidad 7: medidas de tendencia central)	146

Índice de Figuras.

Figura 1. Gráfico de la función de frecuencias poblacional de alguna variable.....	34
Figura 2. Función empírica de densidad. Elementos que intervienen en el cálculo de la moda.	34

Índice de Ecuaciones.

Ecuación 1. Ecuación para el cálculo de la Moda.....	36
Ecuación 2. Ecuación para el cálculo de la Mediana.	39
Ecuación 3. Ecuación para el cálculo de la Media Aritmética.	43
Ecuación 4. Ecuación para el cálculo de la Media Aritmética para variables discretas.	43
Ecuación 5. Ecuación para el cálculo de la Media Aritmética Ponderada.....	47
Ecuación 6. Ecuación para el cálculo de la Media Armónica.	48
Ecuación 7. Ecuación para calcular la media armónica para datos agrupados en una distribución de frecuencias.	48
Ecuación 8. Ecuación para calcular la media geométrica para datos agrupados en una distribución de frecuencias.	49

Resumen

El presente trabajo, inscrito en la línea de investigación en Didáctica de las Matemáticas del Área de Educación Matemática de la Universidad del Valle Sede Norte del Cauca, pretende realizar un análisis de algunos libros de textos de grado séptimo, centrado en la noción de medidas de tendencia central, para lo cual se recurre a diferentes elementos teóricos y metodológicos procedentes del marco legal educativo vigente y de la didáctica de las Matemáticas.

A partir del marco legal educativo vigente se busca establecer si el texto muestra alguna articulación con lo propuesto por el Ministerio de Educación Nacional en lo referente a los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) y los Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas (2006). Desde la Didáctica de las Matemáticas, se recurre al análisis documental, en particular, los referentes teóricos que aportan Arbeláez (et al, 1999) para el análisis de libros de textos matemáticos. También se tienen en cuenta aspectos históricos aportados por Churchill E. (1971) y matemáticos pertenecientes al contenido temático de las medidas de tendencia central, expuestos por Behar R. y Yepes M. (2007) y Pérez, J. (1997). Con esta perspectiva se recogieron elementos constitutivos para la construcción de las rejillas de análisis.

La metodología que se utiliza para el desarrollo de este trabajo se fundamentó en la selección de dos textos escolares de matemáticas de grado séptimo y un posterior análisis del contenido matemático, en este caso las medidas de tendencia central.

Palabras claves: Análisis de textos, media aritmética, medidas de tendencia central, libros de textos.

Introducción

El interés del presente trabajo está centrado en caracterizar las diferentes concepciones de medidas de tendencia central, existentes en algunos libros de texto escolar de grado séptimo y al mismo tiempo establecer la coherencia con la propuesta curricular que presenta el Ministerio de Educación Nacional. Para ello, se analiza si en el aprendizaje de las medidas de tendencia central existen dificultades que impidan la aprehensión de estos de manera correcta y eficaz, ya que, como exponen Batanero y otros autores en sus investigaciones, son muchos los obstáculos que se presentan en la enseñanza de dichas medidas, impidiendo que los estudiantes apliquen de manera adecuada dichos conocimientos y hagan un buen uso de ellos.

Además, este trabajo proporciona algunos criterios importantes a los docentes para puntualizar, si el libro de texto escolar puede ser tomado como una herramienta fundamental en la orientación de la clase o si por el contrario debe ser complementado con otros materiales o sustituido, pues se le brinda aspectos básicos que en cierta medida servirán para realizar análisis generales del libro de texto a trabajar, pues estos son tomados como una herramienta educativa y en algunas ocasiones son los que guían las prácticas de los maestros y al mismo tiempo, sirven como guía para el desarrollo de actividades por parte de los estudiantes.

Para escoger los libros de textos a ser analizados, se realizó una encuesta a docentes de instituciones educativas del casco urbano del municipio de Santander de Quilichao en el norte del Cauca, y a partir de la sistematización de esta, se obtuvo que los libros más utilizados para guiar las clases de estadística son Glifos Procesos Matemáticos 7 de la editorial Libros y Libros e Hipertexto Matemáticas 7 de la editorial Santillana.

Como resultado del análisis realizado, se encontró que los libros de textos analizados exhiben las medidas de tendencia central presentando las definiciones de la moda, mediana y media aritmética. Y aunque no presentan la definición de medidas de tendencia central, se logra observar que estas son tomadas como aquellas medidas de las cuales se puede extraer algunos valores, los cuales serán el centro de la distribución y serán representativos del conjunto de datos.

Por ello, este trabajo de investigación, brinda una serie de criterios y herramientas, que le permiten al docente reflexionar, acerca de qué libro de texto presenta la información de los contenidos de manera más completa, lo cual le servirá para orientar sus clases.

Este trabajo está conformado por cuatro capítulos, en el primer capítulo se presentan los aspectos generales de la investigación, en el segundo capítulo se encuentran los aspectos teóricos y metodológicos que fundamentan dicha investigación, en el tercer capítulo se presenta el análisis realizado a los dos libros de textos escolares escogidos, en el cuarto y último capítulo se exhiben las conclusiones a las que se llegaron a partir del análisis realizado a los textos escolares a la luz de los aspectos teóricos expuestos en el capítulo 2.

1. Aspectos Generales de la Investigación

1.1 Antecedentes

Este trabajo de investigación, se interesa por la poca interpretación¹ que tienen los estudiantes, acerca de las medidas de tendencia central (media, mediana y moda) y cómo es considerada la estadística en la educación matemática. Para ello, se analiza cuál es la concepción de medidas de tendencia central presentes en algunos libros de textos escolares de matemáticas de grado séptimo. Por esto, se ejecuta la búsqueda de algunas investigaciones que sirvan como referencia para este trabajo.

En las siguientes investigaciones se logra evidenciar, que en los últimos años varios investigadores se han preocupado por realizar exploraciones relacionadas con la Estadística y más aún con las medidas de tendencia central. Tal es el caso de Batanero y Cobo (2004), los cuales se interesan por la enseñanza de las medidas de posición central: media, mediana y moda, del segundo ciclo de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO). Para ello, realizan un análisis seleccionando 22 libros de textos publicados entre 1994 y 1999 correspondientes a 17 editoriales diferentes, que incluyen en sus temas, contenidos relativos a las medidas de posición central, en concreto la media. A partir de los análisis se concluyó que aunque los libros de textos muestran una gran diversidad en la idea presentada de media, presentan poco interés por las propiedades y algunos elementos que podrían hacer una enseñanza más significativa, ya que solo se centran en presentar definiciones y ejercitación en los cálculos, lo cual formará en los estudiantes un

¹ Este juicio de valor es interpretado de algunas investigaciones que se han interesado por esta temática. Dichas investigaciones son presentadas más adelante.

perfecto manejo en los procedimientos, pero no alcanzarán una completa comprensión de dicho concepto ni su aplicabilidad.

Otra investigación, la de Bohórquez y Rivera (s.f), titulada *Dificultades en el aprendizaje del objeto matemático media aritmética* la cual tiene el propósito de dar a conocer las dificultades que se presentan en el aprendizaje de la media aritmética, producto de algunas investigaciones a nivel internacional, como la de Batanero (2001); Mayén, Cobo, Batanero y Balderas (2007), interesadas por las dificultades que enfrentan los estudiantes cuando abordan el tema de los promedios. Esta investigación, toma como referencia algunos trabajos (en varias ocasiones los de Batanero), lo cual le permite llegar a varias conclusiones, entre ellas, el que la enseñanza de los conceptos basada en la definición algorítmica y el cálculo, en colecciones de datos descontextualizados, no permite que el alumno llegue a una comprensión integral del concepto promedio. De modo que, proponer el algoritmo de cálculo prematuramente, puede influir negativamente en la comprensión de los conceptos estadísticos, al no propiciar que sea el estudiante, quien por sí mismo, construya su conocimiento, ocasionando que no le atribuya significado alguno al concepto en consideración.

Así mismo, Bichler & Strauss (1988), investigaron el desarrollo evolutivo de la comprensión de la noción de media, en alumnos de 8 a 12 años, en donde distinguieron las siguientes propiedades de la media aritmética.

- a) La media es un valor comprendido entre los extremos de la distribución.
- b) La suma de las desviaciones de los datos respecto de la media es cero.
- c) El valor medio es influenciado por los valores de cada uno de los datos.
- d) La media no tiene por qué ser igual a uno de los valores de los datos.

- e) El valor obtenido de la media puede ser una fracción (ello puede no tener sentido para la variable considerada).
- f) Hay que tener en cuenta los valores nulos en el cálculo de la media.
- g) La media es un “representante” de los datos a partir de los que ha sido calculada.

A partir de estas, concluyeron que, generalmente los educadores, en la enseñanza de la media aritmética, solo potencian su aspecto algorítmico y se trabaja en situaciones descontextualizadas, enfocadas únicamente a su uso algorítmico.

Otra investigación es el trabajo de García I., y García C. (2004), realizado con el propósito de dar una visión de algunos estudios realizados sobre la media aritmética, escogen 3 artículos sobre la media aritmética, en los cuales se han marcado distintas pautas de investigación sobre dicho concepto. Estos artículos, (Bichler y Strauss (1988); Mokros y Russell (1995); Batanero, Godino y Navas (1997)), aunque tienen finalidades distintas, tienen una preocupación en común, y son las dificultades que tienen los alumnos con el concepto de media aritmética y todo a lo que estas dificultades conllevan.

El primer artículo, Bichler & Strauss (1998) es llevado a cabo en Israel con el propósito de analizar las propiedades del concepto de promedio. Este artículo se desarrolla a partir de la metodología denominada “modelo de desarrollo evolutivo”, la cual consiste en conocer cómo van evolucionando los elementos claves del concepto a lo largo de una etapa. Para esto, se escogieron 80 alumnos entre los 8, 10, 12 y 14 años. Lo primero que se plantearon los investigadores, fue conocer las propiedades de la media aritmética, afirmando que si estas se conocen se puede construir mejor el concepto y caracterizar las dificultades que se presentan en la construcción. Luego, y teniendo en cuenta estas propiedades, presentaron a los estudiantes

varios ítems, para distinguir aquellas dificultades presentes en ellos, que obstaculizan el aprendizaje de la media aritmética. A partir del análisis realizado a las respuestas que dieron los alumnos a los ítems propuestos, concluyeron que, es importante conocer las diferentes dificultades que conllevan las propiedades de la media y su desarrollo por los alumnos, ya que así se puede establecer un currículo adecuado, teniendo en cuenta el grado de dificultad.

El segundo artículo, Mokros y Russell (1995), llevado a cabo en Australia y Tasmania, se realizó con la intención de profundizar en la característica de la media aritmética, *la representatividad*. Para ello se plantean dos cuestiones principales a las que quieren dar respuesta: 1. Cuando se pide describir un conjunto de datos reales, ¿cómo construyen e interpretan los estudiantes la representatividad?; y 2. ¿Cómo entienden los estudiantes este objeto matemático y cómo lo conectan con su comprensión matemática informal?

Para dar respuesta a estas preguntas proponen a 21 estudiantes de 9, 11 y 13 años, 7 problemas y a partir del análisis realizado a las respuestas obtenidas, concluyeron que la *introducción prematura* del algoritmo de cálculo de la media hace que los estudiantes pierdan el significado de *representatividad* que conlleva este parámetro. Los estudiantes poseen estrategias para resolver los problemas de promedios, las cuales pierden desde el momento que conocen el algoritmo. Además se ven imposibilitados para desarrollar de manera correcta el concepto de *representatividad*. Concluyendo que:

Trabajo con estudiantes así como con adultos nos llevan a sospechar que la media aritmética es un objeto matemático de inapreciada complejidad (que se esconde tras un sencillo algoritmo de cálculo) y que debería introducirse relativamente

tarde, después de que los estudiantes hayan desarrollado una buena base de la idea de representatividad. (p. 16)

El tercer artículo tomado como objeto de estudio, (Batanero, Godino y Navas (1997)), es realizado con la finalidad de adecuar la enseñanza de los promedios, a los estudiantes de Magisterio, ya que estos presentan dificultades similares a las que aparecerán en sus futuros alumnos. Se les presenta un cuestionario elaborado por Konold y Garfield (1993) de evaluación de conocimientos sobre nociones estadísticas y probabilísticas elementales, a estudiantes de 1º de Magisterio y de 2º de Pedagogía.

Después del análisis de las respuestas ofrecidas por los estudiantes al cuestionario, se llegaron a varias conclusiones, entre ellas que no es fácil para los alumnos el tratamiento de valores atípicos. Esta conclusión, apuntaba a una descontextualización de la enseñanza de la estadística recibida y a una falta de conocimiento funcional. Al mismo tiempo, las posiciones relativas de la media, moda y mediana resultaron complicadas, pues los alumnos suponían todas las distribuciones simétricas. Esto se debe a la falta de contextos realistas. Y además, cuando realizaban comparaciones de distribuciones, solían tomar sólo parámetros centrales; no tenían en cuenta la dispersión.

Son varias las investigaciones interesadas en analizar aquellas desventajas que son consecuencia de la forma de enseñanza de la media aritmética en el aula de clases, entre ellas, la de Rodríguez y Cabrera (2010), en la cual se realiza una intervención de aula con un ejercicio práctico, familiar a la mayoría de los alumnos. En aquel ejercicio se hace evidente y se muestra la importancia de conocer y manejar las medidas de tendencia central y las propiedades de la media aritmética.

A partir del análisis y de esta experiencia de clase, se ultimó que la media aritmética es muy útil, pero hay que tener en cuenta que ante la presencia de datos extremos, la media deja de ser un buen representante del comportamiento medio de la variable, siendo necesario entonces su cálculo con exclusión de parte de la información, o la utilización de otros estadísticos de tendencia central.

Además, a nivel internacional también se encuentra como referente un artículo realizado por Batanero, Godino, Green, Holmes y Vallecillos (2009) titulado *Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales*, el cual se interesa por contribuir a la difusión de los resultados de la investigación sobre ciertas dificultades y errores, que no son suficientemente conocidos por los profesores, donde finalizan con una cita de Green (1992):

Los conceptos estadísticos proporcionan un área de exploración fascinante. Lo que parece tan obvio y sencillo a los estadísticos (términos como promedio, variabilidad, distribución, correlación, sesgo, aleatoriedad,...) ha sido el producto de la experiencia de varias generaciones de las mentes más capaces. Es demasiado esperar que esta herencia nos pueda ser transmitida sin esfuerzo por nuestra parte.
(p. 15)

A partir de lo anterior se puede observar, que aunque hay términos estadísticos que aparentemente son fáciles de comprender, en sí no lo son, pues estos términos han sido contruidos y adaptados a diferentes situaciones problemáticas, permitiendo enriquecer la enseñanza de la estadística a partir de la exploración y sus aportaciones en distintos campos.

Por otra parte, se encuentra la investigación realizada por Juan J. Ortiz; Vicenç Font & Silvia Mayén (2009); titulada *Significados personales de la media aritmética de profesores en*

formación, la cual se interesa por determinar el significado personal declarado del objeto matemático “media aritmética” de los profesores en formación de Educación primaria, resaltando que el significado de media aritmética que los profesores en formación asumen será un factor clave más adelante en la enseñanza del concepto a sus estudiantes, por ello es pertinente que desde la formación del docente se tenga un conocimiento claro de la media aritmética, sus características, propiedades, definiciones, algoritmos, entre otros. En dicha investigación, para evaluar el significado personal que poseen los futuros profesores, utilizaron el cuestionario propuesto en Batanero (2000), donde también se determina el significado de referencia del objeto matemático “media aritmética”. Aquel cuestionario consta de cinco problemas, siendo el tercero el que analizan en ese trabajo. Este consiste en medir la altura en cm. que pueden saltar un grupo de 10 escolares, antes y después de haber efectuado un cierto entrenamiento deportivo.

Este es un ejemplo el cual muestra una de las aplicaciones en que la media aritmética es la medida más adecuada en el momento de comparar dos distribuciones, ya que es usada como centro de gravedad por ser simétrica, del espacio de valores muestrales.

Los resultados del análisis muestran, que muchos errores continúan hasta la universidad, apuntando a la necesidad de reforzar la formación estadística elemental de los futuros profesores de Educación primaria, los cuales difícilmente podrán enseñar un tema en el que se muestran dificultades tan notables. Como consecuencia, el formador de profesores debe tenerlos en cuenta esta clase de errores, además del razonamiento estadístico, al abordar la enseñanza de la estadística en las Facultades de Educación, redefiniendo no solo los contenidos sino la metodología.

A nivel nacional, se encuentran varios trabajos de grados, uno de ellos es el titulado *Dificultades que presentan los estudiantes de educación básica en la obtención e interpretación de las medidas de tendencia central*, realizado por Cubides, K. & Rosada L. (2011), interesados por evidenciar las dificultades que tienen los estudiantes en la obtención e interpretación de las medidas de tendencia central, con ayuda de un taller diagnóstico que permitirá arrojar unos resultados y desarrollar así un documento que sirva en un futuro a los docentes en formación, que en su práctica enseñen estadística, esto con el propósito de que los docentes puedan reflexionar acerca de distintas estrategias que motiven al estudiante, y formen en él, el pensamiento estocástico, logrando un aprendizaje verdaderamente significativo. El taller diagnóstico fue aplicado a 53 estudiantes, sus edades oscilan entre 9 y 14 años los cuales cursan grado sexto, de un colegio privado de la ciudad Santiago de Cali del departamento del Valle. En el taller diagnóstico realizado se evidenció el desarrollo del tema de medidas de tendencia central (media, mediana y moda). En las conclusiones de dicho trabajo de grado se presentan varias conclusiones una de ellas exponen las dificultades que poseen los estudiantes para diferenciar qué medida de tendencia central es más representativa para un problema en particular, por ello se puede deducir que los estudiantes no conocen o tienen escasos conocimientos en las propiedades que cumplen cada medida de posición central.

A partir del estudio de las anteriores investigaciones, se puede deducir que aunque son muchos los trabajos de investigación que se preocupan por la enseñanza y el aprendizaje de las medidas de tendencia central, y otros por el uso del texto escolar, ninguno de ellos se ha indagado por las medidas de tendencia central en los libros de textos escolares de educación secundaria en Colombia. Por lo anterior, este trabajo de investigación se llevará a cabo con esta

intención, mostrando cómo algunos libros de textos escolares de educación secundaria trabajan las medidas de tendencia central.

1.2 Planteamiento del problema

La estadística y sus aplicaciones están presentes en varios aspectos de nuestra vida, por ejemplo, en el momento en que se desea escoger un gobernante, se realizan unas votaciones en las cuales, se hace necesario la utilización de la estadística para la obtención de los resultados. Este es solo uno de los ejemplos en que la estadística está presente y se logra observar su carácter interdisciplinario. Esta también se encuentra inmersa en aspectos sociales, políticos, económicos, físicos, entre otros; desde el ámbito social se entiende que como seres humanos que somos, estamos inmersos en una sociedad, en la cual suceden una variedad de situaciones impredecibles, y al mismo tiempo como personas sociales en diferentes ocasiones, se hace uso de juegos de azar o estamos presentes en situaciones de riesgos, las cuales presentan un gran nivel de incertidumbre.

Específicamente, en lo que a la escuela se refiere, el aprendizaje de la estadística está direccionado por lo que en los lineamientos curriculares de Matemáticas se conoce como Pensamiento Aleatorio y sistemas de datos, mediante este conocimiento básico se pretende que los estudiantes logren acercamientos significativos de la modelación o matematización de fenómenos cotidianos. Para esto, se proponen ciertos estándares básicos asociados a unos contenidos específicos e igualmente a unos procesos y contextos. Particularmente, dentro de los contenidos usuales a ser enseñados, están las medidas de tendencia central, dicho contenido se aborda desde los primeros grados de la básica primaria hasta el último de la educación media,

claro está, guardando las proporciones y grados de complejidad para cada nivel o grado de escolaridad. Particularizando un poco más, se va a considerar el conjunto de grados sexto-séptimo, una de las clasificaciones definidas por los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (en adelante, EBCM). En este conjunto de grados se tomará como referencia al grado séptimo, teniendo en cuenta que los EBCM, proponen estándares de tal manera que den cuenta de lo que un estudiante debe saber finalizando ese conjunto de grados. Además, es el último grado donde se hace alusión a medidas de tendencia central para datos discretos que no requieren ser organizados en intervalos.

Lo anterior toma mayor importancia al revisar investigaciones sobre las dificultades que se presentan en la organización (en cuanto a tiempo y planeación) de contenidos asociados al pensamiento aleatorio y otras dificultades, cuando los estudiantes enfrentan tareas que requieren el uso o interpretación a partir de las medidas de tendencia central. Además, a partir de varias investigaciones como la de Estrada M. (2002)², se puede observar que en el caso de muchos colegios, en el grado séptimo se enseña el contenido temático concerniente a las medidas de tendencia central en el último periodo del año escolar o en circunstancias extremas no es enseñado. El dejar dicho contenido para ser enseñado en la finalización del año escolar o en el peor de los casos, el de no ser enseñado, en algunos casos, puede ser un impedimento para la enseñanza y el aprendizaje del contenido, debido a que por falta de tiempo, no se le brinda la

² En palabras de María Asunción Estrada: Asistimos, por tanto, a un círculo vicioso, en el que los profesores, faltos de formación, van generando actitudes negativas hacia la materia infravalorando su utilidad, percibiéndolo como un contenido difícil que no pueden llegar a dominar, dudando de su capacidad cognitiva y asumiendo que este tema no debe incluirse en la formación básica de los alumnos. Estos sentimientos de rechazo le lleva inconscientemente a posponer su autoformación estadística, a prescindir del uso de instrumento que podría mejorar muchos aspectos de su actuación profesional y, en lo posible, a omitir su enseñanza. Así mismo como mi experiencia docente en el área de estadística me ha concienciado de las dificultades de conceptos aparentemente sencillos así como la inexistencia de investigaciones relacionadas con las actitudes de los profesores frente al tema. Análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del profesorado. (2002, p. 8).

intensidad horaria indicada para que el estudiante logre la aprehensión de dicho conocimiento, como es el caso de algunos colegios de la zona norte en el departamento del Cauca. Sin embargo, actualmente se está haciendo una estructuración y ajustes para que la estadística quede con una intensidad horaria semanal, aparte de lo propiamente matemático (entendiendo esto como los contenidos asociados explícitamente a los otros cuatro tipos de pensamientos matemáticos).

Como consecuencia de lo anterior, muchos contenidos del pensamiento aleatorio no están siendo bien comprendidos por los estudiantes en el momento de su aprendizaje, lo cual caracteriza el segundo aspecto de dificultades mencionado anteriormente. Un caso particular es lo que se presenta con las medidas de tendencia central; por ejemplo, las dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje de dichos conceptos. Como lo muestran Batanero, C.; Godino, J. & Navas, F. (1997), en su trabajo “Concepciones de maestros de primaria en formación sobre los promedios”

El concepto de media aritmética es aparentemente simple, pero en Batanero y Cols (1994) y Tormo (1995) se presenta una síntesis de investigaciones que muestran dificultades procedimentales y conceptuales relacionadas con la media, en alumnos de diferentes edades. Respecto a los errores de cálculo, Pollatsek y Cols. (1981) sugieren que un porcentaje importante de estudiantes universitarios calculan incorrectamente la media ponderada y la media simple a partir de una tabla de frecuencias. Asimismo, Mevarech (1983) encontró estudiantes universitarios que atribuían propiedades inexistentes a la operación de hallar la media aritmética, como la asociatividad, existencia de elemento neutro y elemento inverso. Recientemente Cai (1995) indica que muchos estudiantes de primaria,

que son capaces de calcular correctamente la media, no comprenden su algoritmo de cálculo y lo aplican de forma mecánica. (p. 1)

Así mismo, algunas investigaciones citadas por Batanero (2001), ofrecen un claro ejemplo de aquellas dificultades correspondientes a las medidas de tendencia central presentes en los estudiantes, más aún en los profesores tanto en ejercicio como en formación. Carvalho (1998), describe un error frecuente en sus estudiantes con respecto a los valores de las frecuencias y de no tener en cuenta la frecuencia absoluta de cada valor en el cálculo de la media. Para el caso de la mediana, el algoritmo es distinto al de la media aritmética, pudiendo resultar complejo para el alumno, pues depende si el número total de los datos es par o impar. Por otra parte Gatusso & Mary (1998), han estudiado la comprensión del algoritmo del cálculo de la media ponderada, y detectaron como variables que afectan la dificultad en la resolución de tareas: el formato (tabla, gráfica, serie de números), si los valores de las variables son o no mucho mayores que los de las frecuencias (lo que influye en que el alumno discrimine los dos conceptos) y si una suma de las frecuencias es mucho mayor que en las otras (de modo que se fuerza al estudiante a tener en cuenta las frecuencias).

Estas son solo algunas de las dificultades que se presentan en el momento de manipular las medidas de tendencia central. Estas, son muy comunes en los estudiantes de secundaria, alterando el aprendizaje de los conceptos de las medidas de tendencia central, impidiendo que los estudiantes apliquen de manera adecuada dichos conocimientos y hagan un buen uso de ellos.

Por lo anterior, la preocupación de este trabajo, se inclina por el tema de las medidas de tendencia central, debido a que son muchas las dificultades que se presentan en la enseñanza y aprendizaje de dicha noción estadística y aún más, en el grado séptimo. A través de algunas

investigaciones como la realizada por Díaz D. (2007), *El significado atribuido al concepto de la media aritmética por estudiantes de séptimo grado*, se explora el significado que 105 estudiantes de edades y situación socioeconómica similares, aunque de niveles académicos distintos, atribuyen a la media aritmética y su respectiva correspondencia con el significado institucional. Pues bien, en este estudio el contenido matemático, concerniente a las medidas de tendencia central, en la media aritmética, no presenta un acoplamiento entre el significado institucional y personal³ para estudiantes de nivel avanzado, ya que se observa la existencia de varias dificultades.

Al mismo tiempo se cree fundamental revisar el papel y los aportes que brindan los textos de grado séptimo; puesto que el texto es una herramienta para el docente y al mismo tiempo se convierte en un instrumento de aprendizaje para el estudiante teniendo en cuenta su formación, por medio de los objetivos curriculares. Además, un texto escolar al ser una herramienta educativa que apoya los procesos de enseñanza y aprendizaje, debe ofrecer a los alumnos un soporte formativo y una información relevante sobre las distintas áreas del conocimiento. Por tanto, el libro de texto debe cumplir la función de complemento del trabajo del docente y guiar o dirigir al estudiante en la práctica de la experimentación y de la observación, apartándolo de la simple repetición memorística. Los libros de textos escolares son otro aspecto significativo en este trabajo, ya que son fuentes de recopilación y es aquí donde se plasma la información acerca de las diferentes investigaciones (informes, concepciones ideológicas, entre otros trabajos que se realizan) siendo portadores de diferentes contenidos temáticos que surgen de las diferentes indagaciones.

³ Entiéndase por significado institucional, aquel concepto que es socialmente compartido dentro de una institución, en nuestro caso, la institución didáctica; y por significado personal, el que es adquirido por los estudiantes a lo largo del proceso de estudio (sin desconocer sus preconceptos). (p.22)

Entonces, esta propuesta investigativa parte de reconocer que los textos escolares son fuentes importantes, presentes en la enseñanza y aprendizaje del estudiante, debido a que este puede ser visto como una herramienta educativa, que puede ser adquirido ya sea por estudiantes o docentes.

La propuesta curricular actual en el área de Matemáticas, muestra la importancia de la enseñanza de la estadística y la probabilidad, la cual se sugiere para el desarrollo del pensamiento aleatorio y sistemas de datos. En esta propuesta se destaca el estudio de las medidas de tendencia central haciendo énfasis en la media aritmética. Como lo menciona el Ministerio de Educación Nacional (en adelante MEN)⁴, en los EBCM,

... hoy día ya no es tan importante para los estudiantes el recuerdo de las fórmulas y la habilidad para calcular sus valores, como sí lo es el desarrollo del pensamiento aleatorio, que les permitirá interpretar, analizar y utilizar los resultados que se publiquen en periódicos y revistas, que se presenten en la televisión o que aparezcan en pantalla o en hojas impresas como productos de los distintos programas de análisis de datos. Por ello, no es ya necesario aprender las fórmulas y procedimientos matemáticos para calcular la media o la mediana, la varianza o la desviación estándar, sino avanzar gradualmente en el desarrollo de habilidades combinatorias para encontrar todas las situaciones posibles dentro de ciertas condiciones... (p. 65-66)

Aunque en la propuesta curricular actual se muestra la importancia de la enseñanza de los conceptos estadísticos en la educación matemática, en la realidad escolar estos conceptos no se

⁴ Para más información remítase a los Estándares básicos por competencia en lenguaje, Matemáticas, ciencias y ciudadanas (2006) y a los Lineamientos Curriculares para el Área de Matemáticas (1998).

enseñan con la profundidad e importancia que se merecen, por ello, el interés de los investigadores por la enseñanza de la estadística, dentro de la educación matemática ha ido creciendo y viene ligado al rápido desarrollo de la Estadística como ciencia, por lo tanto, esta investigación es importante, ya que a partir de un estudio que se le realizará a algunos libros de texto de grado séptimo, se quiere evidenciar, aquellas dificultades que pueden estar presentes en la enseñanza y aprendizaje de las medidas de tendencia central.

En concordancia con lo planteado en los párrafos anteriores, este trabajo tiene como propósito fundamental, dar respuesta a la siguiente pregunta: *¿Cuál es la concepción de medidas de tendencia central y posibles dificultades que surgen a partir de lo que se plantea en algunos libros de textos de grado séptimo?*

1.3 Justificación

El MEN, al ver la necesidad de que en la educación básica y media se impartan conocimientos estadísticos, incorpora el pensamiento aleatorio también llamado probabilístico o estocástico, para que este ayude en la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre, de azar o de riesgo al carecer de información confiable, en las que no es posible predecir con seguridad lo que va a suceder.

Los EBCM, exponen que dicho pensamiento

Ayuda a buscar soluciones razonables a problemas en los que no hay una solución clara y segura, abordándolos con un espíritu de exploración y de investigación mediante la construcción de modelos de fenómenos físicos, sociales o de juegos

de azar y la utilización de estrategias como la exploración de sistemas de datos, la simulación de experimentos y la realización de conteos. (p. 64)

Aunque el MEN muestre la importancia del desarrollo del pensamiento aleatorio, por parte de los estudiantes, este sigue siendo uno de los pensamientos menos desarrollados, ya sea porque los profesores no presentan conocimientos suficientes acerca de los temas estadísticos o porque se les dificulta la aprehensión de dichos temas a los estudiantes, entre otros. Cuando se habla de la poca preparación de los docentes en torno a la enseñanza de las medidas de tendencia central, se hace desde el punto de vista cognitivo y didáctico, pues en ocasiones, por la premura del tiempo y/o por subestimar la potencia del concepto, solo se les informa a los estudiantes lo que concierne a lo algorítmico.

El desarrollo de este pensamiento permite a los estudiantes formular y resolver problemas usando la recolección de datos, aprendiendo a coleccionar, organizar, graficar datos, preparándolos para formular preguntas que pueden resolverse mediante el análisis de datos, seleccionar y usar métodos estadísticos apropiados para analizar datos, desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos, entender y aplicar los conceptos básicos de probabilidad.

Batanero y Godino (2002), exponen algunos de los objetivos de la estadística y algunas de las razones fundamentales, por las cuales, debe ser importante en la enseñanza desde la educación primaria:

Las principales razones que fundamentan la enseñanza de la estadística son las siguientes: Es útil para la vida posterior a la escuela, ya que en muchas profesiones se precisan unos conocimientos básicos del tema. Su estudio ayuda al

desarrollo personal, fomentando un razonamiento crítico, basado en la valoración de la evidencia objetiva, apoyada en los datos, frente a criterios subjetivos. Ayuda a comprender los restantes temas del currículo, tanto de la educación obligatoria como posterior, donde con frecuencia aparecen gráficos, resúmenes o conceptos estadísticos. (p. 27)

Desarrollar estos objetivos puede favorecer en los avances de la educación, ya que los estudiantes presentan bajos rendimientos al ser evaluados por las entidades correspondientes.

Los estudiantes colombianos han presentado bajo desempeño en diferentes pruebas, tanto a nivel internacional como nacional, esto se puede observar en las pruebas *Programme for International Student Assessment* que traduce programa internacional de evaluación para estudiantes (en adelante PISA) y su segunda participación en el año 2009 y en las pruebas SABER⁵.

Según los informes de resultados PISA⁶ 2009, citado por Collazos y Girón (2014):

Matemáticas es el área con el más bajo desempeño: el 56% de los jóvenes bogotanos, el 67% de los jóvenes de Medellín y el 69% de los de Manizales tienen desempeños inferiores a los mínimos aceptables. El promedio de

En palabras de Collazos y Girón (2014):

⁵ Pruebas SABER: La aplicación de esta prueba se da con el fin de mejorar la calidad de la educación. Esta aplicación comenzó en 1991 con aplicaciones muestrales y más adelante se hace la aplicación de pruebas censales en el área de matemáticas, ciencias naturales, lenguaje y competencia ciudadanas. Estas pruebas en un principio las presentaban estudiante de grado quinto y noveno y en el año 2012 se hace la implementación para el grado noveno. La aplicación de esta prueba se da con el fin de mejorar la calidad educación. (p.22)

⁶ Pruebas PISA: Este examen se aplica cada tres años, desde su primera aplicación en el año 2000 en ella se evalúan las competencias en ciencias, lectura y matemática de estudiantes en una edad promedio de quince años que cursan los grados octavo y noveno; Colombia ha participado desde el año 2006 en adelante. (p.23)

Bogotá en matemáticas, fue de 410 puntos, y los de Medellín y Manizales de 389, frente a 381 de Colombia. (p. 23)

Lo expuesto anteriormente, en la actualidad es alarmante y causa preocupación en la educación, debido a la baja formación matemática (donde se trabajan aspectos aleatorios) que presentan los estudiantes colombianos frente a estudiantes de otros países según los informes arrojados, a partir de los resultados expuestos a nivel internacional de las pruebas PISA 2009.

A nivel nacional, como se ha dicho anteriormente, está la prueba Saber 2013 y su aplicación a los estudiantes que cursaban los grados 3, 5 y 9; los resultados de la aplicación de esta prueba en cuanto a matemática tampoco son muy alentadores. En cuanto a matemáticas, la distribución de las preguntas por competencias y componentes en grado noveno se puede observar en la siguiente tabla

Tabla 1. Distribución de las preguntas por competencias y componentes en grado noveno

Componente	Competencia			TOTAL
	Razonamiento y Argumentación	Comunicación, representación y modelación	Planteamiento y resolución de problemas	
N Numérico variacional	11	13	11	35
Geométrico – métrico	15	11	9	35
Aleatorio	11	10	9	30
Total	37	34	29	100

Tomado de las Pruebas Saber 9° del 2013. p. 73

En la anterior tabla se muestra, que para evaluar lo que concierne al área de matemáticas, se tienen en consideración tres componentes los cuales son: el numérico-variacional, geométrico-métrico y aleatorio. Al observar el componente aleatorio en las pruebas de matemáticas de una u otra forma causa preocupación y al mismo tiempo motivación para realizar este trabajo, ya que se puede observar que los conceptos estadísticos están inmersos en las preguntas que se realizan

en dicha prueba y especificando un poco más se encuentra el concepto de medidas de tendencia central, un ejemplo de preguntas es la siguiente:

Ilustración 1. Ejemplo de pregunta realizada en las pruebas SABER 2013, grado noveno.

RESPONDE LA PREGUNTA 8 DE ACUERDO CON EL SIGUIENTE TEXTO:

Se les preguntó a 32 estudiantes de un colegio por el número de horas que dedican a ver televisión diariamente. Los resultados aparecen en la siguiente lista.

0, 2, 4, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 0, 2, 4, 2, 2, 4, 0, 4, 2, 2, 4, 2, 2, 3, 3, 2, 2, 2, 2, 4, 4, 0

8. ¿Cuál es la moda de esta lista?

A. 0
B. 2
C. 3
D. 4

Tomado de Pruebas Saber 9° del 2013. p. 98

Se puede observar que, para que el estudiante resuelva acertadamente la anterior pregunta debe hacer uso del concepto de medidas de tendencia central.

Esta clase de preguntas son presentadas con mayor frecuencia en este tipo de pruebas, pues en la aplicación de la pruebas Saber a los estudiantes del grado noveno en octubre del año 2015 se observan varias preguntas relacionadas con el concepto de medidas de tendencia central y específicamente la media aritmética como se muestra en el siguiente ejemplo.

Ilustración 2. Pregunta realizada a los estudiantes de noveno grado de escolaridad en las pruebas SABER en el año 2015

15. En la tabla están los puntos obtenidos por los competidores en un campeonato. Solamente los que tengan un puntaje superior al promedio de puntos competirán en una carrera que define al campeón.

Nacionalidad del competidor	Puntos
Español	18
Francés	16
Australiano	14
Alemán	11
Estadounidense	15
Brasileño	10

Tabla. Puntos de pilotos

La nacionalidad de los pilotos que competirán en la carrera final son

A. español, francés y estadounidense solamente.
 B. alemán, brasileño y australiano solamente.
 C. español y francés solamente.
 D. alemán y brasileño solamente.

Matemáticas  MSI

Tomado de pruebas Saber 9° del 2015. p. 11

De cierta forma, los resultados obtenidos por los estudiantes en dichas pruebas, reflejan el desempeño de cada estudiante en las diferentes áreas de conocimiento, viéndose reflejada la calidad de la educación. Por esto, es importante mejorar o elevar el nivel de resultados de los estudiantes colombianos y para ello este trabajo servirá de ayuda para contrarrestar algunas de esas dificultades que presentan los estudiantes para la aprehensión de temas estadísticos y más el de las medidas de tendencia central.

Algunos investigadores se han preocupado por indagar en aspectos estadísticos relacionados con las medidas de tendencia central y especificando un poco más, por la media aritmética. Aunque dicho concepto es catalogado por muchas personas como un concepto fácil de enseñar en sí no lo es, debido a que presenta una variedad de formas de cálculo y también se presentan una serie de propiedades, aquellas que se deben tener en cuenta al momento de solucionar cualquier problema relacionado con dicho concepto, evitando así la generación de algunas dificultades en torno a la enseñanza y aprendizaje de este. Garfield y Ahlgren (citado por Díaz,

2007) exponen que algunas razones para explicar algunas de las dificultades que surgen en la enseñanza de los conceptos estadísticos pueden ser:

La diferencia fundamental entre la naturaleza de las matemáticas y de la estadística, ya que los estudiantes con frecuencia esperan una solución única a los problemas en lugar de la mayor variabilidad necesaria en estadística.

El énfasis que se da en la enseñanza a los cálculos estadísticos, con una menor preocupación por la comprensión conceptual.

La existencia de intuiciones falsas que los estudiantes llevan a la clase de estadística y que no se tienen en cuenta en la enseñanza.

Estas razones proporcionan información relevante, las cuales, se deben tener en cuenta para mejorar la enseñanza de la estadística, por ello, se considera que este trabajo es importante para brindar aportes que ayuden en el mejoramiento de la calidad educativa de nuestro país, debido a que en este se analizan los conceptos de las medidas de tendencia central presentes en algunos libros de textos.

Cobo B. (2003) en su tesis doctoral plantea una serie de hipótesis de las cuales parte su investigación, en ellas expone las expectativas iniciales sobre los resultados de su trabajo. En sus conclusiones, presenta la conclusión de la hipótesis tres, la cual expresa que al plantear a los estudiantes tareas no convencionales (en el sentido de que requieren interpretación y no sólo cálculo) encontrarán una extensa gama de dificultad, incluso para los estudiantes que ya han tenido instrucción sobre el tema. A partir de la anterior hipótesis concluye que:

La relación entre la dificultad de determinados grupos de tareas, que incluyen elementos de significado relacionados, tiende a mantenerse en los dos cursos, a

pesar de la enseñanza recibida, lo que nos lleva a afirmar que algunos de los elementos de significado que incluyen las medidas de tendencia central, como el cálculo de la mediana de una distribución, especialmente si los datos aparecen en forma de gráfico, el cálculo de medias ponderadas, la búsqueda de una distribución de media conocida o la estimación del promedio más adecuado para una distribución, presentan dificultades importantes que se mantienen después de la enseñanza y que, por tanto habrá que tener en cuenta al planificarla. (p. 289)

Se observa que los estudiantes vienen presentando altas dificultades para poder resolver tareas después de habersele enseñado el concepto, por eso es importante recurrir a la revisión de los libros de texto, ya que estos son una de las principales herramientas que poseen los profesores para impartir la enseñanza de dicho concepto.

El texto escolar es importante en la labor pedagógica, al ser un material educativo que apoya y guía los procesos de enseñanza y aprendizaje, además, es visto como aquel elemento que permite transmitir conocimientos y constituir un depósito o reserva de ejercicios, transmitiendo valores sociales y culturales; por tanto es necesario que el docente le realice una revisión, logrando inferir qué tan apropiado es al tomarlo como herramienta fundamental en la enseñanza de nuevos conocimientos. Asimismo, es el pedagogo del estudiante fuera de la clase, ya que ellos lo utilizan directamente (ya sea para repasar, realizar tareas, o ampliar el saber enseñado). Por ende, hay que tener en cuenta sus peligros, como lo menciona Arbeláez y otros, 1999:

La utilización del texto por parte del alumno tiene también sus peligros, que sin una terapia preventiva por parte del maestro son casi insalvables. La credulidad a lo que dice el texto; el aprendizaje de memoria; la falta de confrontación y

extensión de lo que dice el texto con otros textos, con enciclopedias, con libros y personas eruditas; la limitación a las preguntas y ejercicios del libro que van a salir en el examen, hacen que el uso del texto escolar cierre la mente del alumno y fundamentan la desconfianza y la crítica a los textos de que hablamos inicialmente. (p. 11).

Algunos trabajos investigan las medidas de tendencia central en algunos libros de texto, tal es el caso de Batanero y Cobo (2004), los cuales se interesan en este tema en el segundo ciclo de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO). Para ello realizan un análisis seleccionando 22 libros de textos, concluyendo que aunque los libros de textos muestran una gran diversidad en la idea presentada de media, presentan poco interés por las propiedades y algunos elementos que podrían hacer una enseñanza más significativa, ya que solo se centran en presentar definiciones y ejercitación en los cálculos, lo cual formará en los estudiantes un perfecto manejo en los procedimientos, pero no alcanzarán una completa comprensión de dicho concepto ni su aplicabilidad.

En las investigaciones realizadas se han observado algunas de las dificultades que se presentan en el momento de la enseñanza de las medidas de tendencia central, la cual es una temática que se dificulta tanto a los estudiantes como a los mismos docentes. Es allí donde el libro de texto pasa de ser una herramienta a ser una guía estricta del proceso de la clase. Arbeláez y otros (1999) lo expresan de la siguiente manera

La esclavitud al texto es bien conocida en las aulas escolares, desde el señalamiento de lecciones de memoria con marcas de lo que "toca" y de lo que "no toca", hasta el dictado y copiado en los cuadernos de frases y párrafos

tomados al pie de la letra del texto respectivo. Apenas en algunos colegios se empiezan a usar diversos textos en una misma materia, para asignar a los alumnos el estudio de las diferencias entre los distintos tratamientos del mismo tema. De nuevo, aun esa estrategia se malogra si no hay verdadera diversidad en los enfoques de los temas importantes entre los diversos textos. (p. 11)

Por lo tanto, es de gran importancia analizar los libros de textos escolares, debido a que, de alguna manera, inciden en la enseñanza de diferentes conceptos y en algunos casos pueden ser tomados como herramienta pedagógica para el docente, facilitándole a este la orientación de la clase. Además, el libro de texto escolar también es una herramienta para el estudiante, ya que este lo usa de una forma directa o indirectamente, es decir, el estudiante no solo le da un uso al texto escolar cuando se provee de él directamente, pues aunque no lo maneje por él mismo, el docente en algunos casos se apoya en este para preparar y guiar sus clases. Por ello, es importante analizar cuál es la concepción de medidas de tendencia central que poseen los libros de textos escolares, ya que de una u otra forma afectaría la enseñanza del docente y al mismo tiempo el aprendizaje del estudiante debido a que gran parte del saber puesto en juego es guiado por el libro de texto escolar.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo General.

Caracterizar las diferentes concepciones de medidas de tendencia central, existentes en algunos libros de texto escolar de grado séptimo.

1.4.2 Objetivos Específicos.

- Explicitar, a partir de los elementos teóricos, categorías de análisis que permitan configurar una rejilla con criterios específicos para elaborar el análisis de los textos escolares.
- Establecer la coherencia entre la propuesta curricular que presenta el MEN con lo que se plantea en algunos libros de textos escolares de grado séptimo, en torno a las medidas de tendencia central. Permitiendo, de esta forma, poder catalogar algunas posibles dificultades, si es el caso.

2. Referentes Teóricos

2.1 Dimensión histórica

Al querer abordar la parte histórica de las medidas de tendencia central, en especial la media aritmética surgen algunas dificultades, debido a que se encuentran pocos artículos o documentos que den cuenta de esta, por esto, en este trabajo se tendrá en cuenta el libro *The development of the concept of the best mean of a set of measurements from antiquity to the present day* escrito por Churchill Eisenhart (1971), en el cual se encuentran aspectos históricos de las medidas de tendencia central.

Aunque algunas veces la elección de la media aritmética de un conjunto de datos, es vista como algo simple y sencillo realmente no lo es, ésta realmente implica en los estudiantes algunas dificultades. Para minimizar estas dificultades se requiere investigar un poco acerca de su historia, lo cual, permite hacerse una idea general de como surgen y de donde pueden proceder las dificultades. Sin embargo no es fácil de rastrear la historia de la media aritmética, debido a que esta ha sido un poco confusa.

Uno de los obstáculos presentes al indagar en la concepción de la media, es que los términos media y promedio, que son de gran importancia en el recorrido histórico son tomados en nuestra actualidad como sinónimos, pero sus significados originales eran muy diferentes. Otro obstáculo es la falta de artículos que permitan dar cuenta de los escritos científicos y técnicos hasta el siglo XIX, debido a esto se hace difícil decidir cuándo se está hablando de un promedio y cuándo de la media de un conjunto de medidas u observaciones que se describen.

A partir de lo que expone Churchill Eisenhart (1971) se logra extraer que la diferencia entre promedio y media es que el primero sirve para dar una idea del conjunto de datos pero su resultado puede no ser uno de los datos en particular, a diferencia del segundo donde su resultado es una cantidad fija del conjunto de datos.

Es difícil encontrar ejemplos en la ciencia antigua que hagan referencia a la media aritmética, debido a que la ciencia cuantitativa y las matemáticas en la antigüedad eran poco precisas. La media aritmética aparece por primera vez en la segunda mitad del siglo XVI con la aparición de una serie de ejemplos del uso de esta, pero solo hasta el siglo XVII parece haberse dado una práctica común.

Aunque sí se encuentran algunos ejemplos que hacen referencia a la moda como lo son los relacionados con las votaciones y el del conteo repetido de los ladrillos, que consistía en que una cantidad de habitantes que estaban cautivos en una ciudad, y ya no poseían alimentos decidieron salir de la ciudad trepando por las paredes del enemigo, haciendo escaleras de igual altura a la pared. Para ello, contaron los ladrillos de la pared varias veces, tomando como referencia para construir su escalera el dato que más se repetía a partir de los datos que obtuvieron cada uno, logrando construir una escalera apta para escapar de sus enemigos, por lo tanto, en la antigüedad el conteo múltiple o repetido da paso a la adopción de la moda.

Si se quiere hablar de un antecesor de la media se puede referir al rango medio como lo hace Al Biruni, quien fue uno de los más grandes científicos de su época (1018) y establece una regla del rango medio, la cual se refiere a la reducción a la mitad del intervalo entre los dos tiempos, se trata de una norma procedimental, que ha sido adoptada por las calculadoras con el propósito de

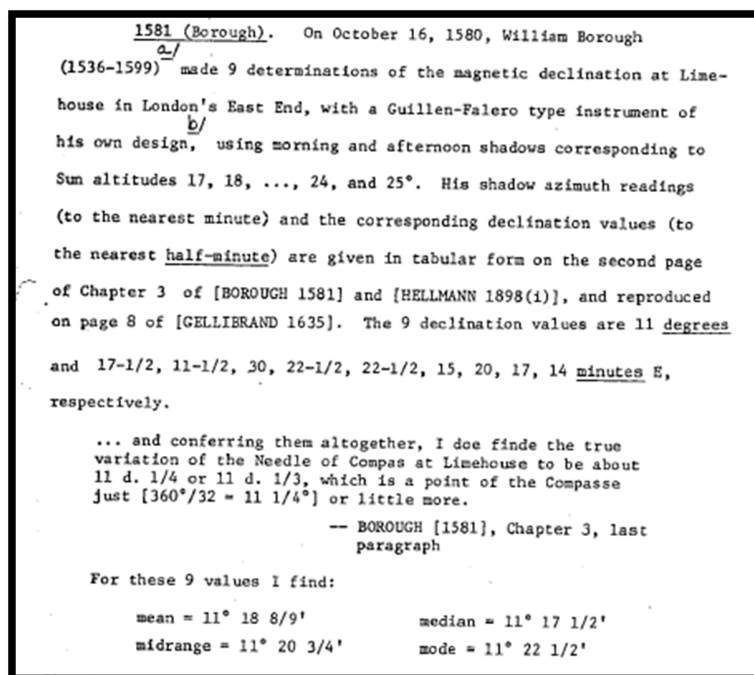
reducir al mínimo los errores de observación, tal que el tiempo calculado estará entre los límites superior e inferior.

En cuanto a la navegación, se dice que la historia de Europa mediterránea y occidental desde la antigüedad hasta el siglo XVIII está contenida en el *The Haven-Finding Art* escrita por Taylor (1956) y otro volumen útil que puede ser un complemento del anterior es el *The Art of navigation in England in Elizabethan and Early Stuart Times* escrita por Waters (1958), al realizar un estudio de los primeros capítulos de los anteriores volúmenes se observa que las prácticas de navegación por parte de las personas que navegaban por el mar Mediterráneo y de Europa Occidental eran completamente no numéricas, por lo tanto es prácticamente seguro afirmar que los marineros no utilizaban ni la media aritmética o el rango medio en sus prácticas antes del siglo XV.

La aritmetización de navegación, comenzó cuando los portugueses cayeron fuera de la estrella del norte, viéndose forzados a utilizar los nombres de cuadrantes, grados y latitudes para poderse desplazar de un lugar a otro, ya en el siglo XVI se quiere hacer un acercamiento a la media aritmética, sin embargo no se encuentran ejemplos claros.

William Borough (1581), presenta el siguiente ejemplo donde hace uso de la expresión punto medio o rango medio, moda, media y además introduce la expresión mediana, la cual, es otra medida de tendencia central.

Ilustración 3. Ejemplo de cómo se utilizaban las medidas de tendencia central en la antigüedad.



Tomado de The development of the concept of the best Mean of a Set of Measurements from Anthiquity to the Present Day. p. 62

En el ejemplo anterior, Borough muestra los valores de 9 determinaciones de la declinación magnética. Aunque no se presenta la manera de encontrar cada una de las medidas, con la solución del ejemplo se puede deducir cual es la concepción de medidas de tendencia central que se trabajaba en la antigüedad.

A partir de esto, se logra evidenciar que en la antigüedad la moda es tomada como el dato más frecuente en una distribución. Para encontrar la mediana, se debe organizar los datos de menor a mayor y seleccionar el de la posición central. La media aritmética es el dato resultante de sumar los valores y dividirlos por el número total de los datos. Por ello, se hace notorio que la definición tomada en la antigüedad es muy cercana a la utilizada hoy en día, pues con las definiciones que se poseen en la actualidad se logra resolver el ejemplo.

Más adelante, Gauss (1777), da una importante apreciación acerca de la media, y quiso considerar como un axioma la hipótesis de que si cualquier cantidad que ha sido determinada por varias observaciones directas realizadas en las mismas circunstancias y con la misma solicitud, la media aritmética de los valores observados proporciona la mayor parte del valor probable.

Para finalizar, en la antigüedad no se encuentran muchos escritos que permitan evidenciar cómo hacían uso de la media aritmética, sin embargo, se logra observar que esta fue creciendo poco a poco, siendo utilizada en varios campos como lo fue la navegación la astronomía entre otros, ayudando en el mejoramiento de sus labores.

2.2 Dimensión Matemática

En este apartado se presentará lo que desde la teoría matemática, se concibe del concepto matemático, aspecto que es relevante como aporte al análisis de los textos escolares, de tal manera que se pueda contrastar el tratamiento que se le da en el contexto escolar, y poder considerar, inclusive el papel de la transposición didáctica que se le ha realizado en torno a las medidas de tendencia central.

En este orden de ideas, los libros que se usarán para caracterizar las medidas de tendencia central desde el saber sabio⁷ son: *un enfoque descriptivo* (2007) de Roberto Behar y Mario Yepes y *Estadística I* (1997) de Jaime E. Pérez R.

⁷ Aunque estos libros ya han sido objeto de transposición didáctica por el hecho de que son propuestos para la enseñanza, el contenido que proporcionan en relación con las MTC, lo vamos a considerar como saber sabio en la medida en que son libros usados para enseñar estadística a aquellos estudiantes que cursan carreras relacionadas con las ciencias e inclusive la misma estadística.

Se presentan las teorías por conceptos haciendo énfasis en la Media Aritmética, y a su vez realizando una comparación entre los dos libros, mirando sus diferencias y similitudes.

2.2.1 Medidas de Tendencia Central.

Son medidas estadísticas que resumen en un solo valor a un conjunto de valores. Se ubican en el centro del conjunto de datos ordenados según su magnitud. Sirven para mostrar en qué lugar está el dato promedio o representante del conjunto de datos.

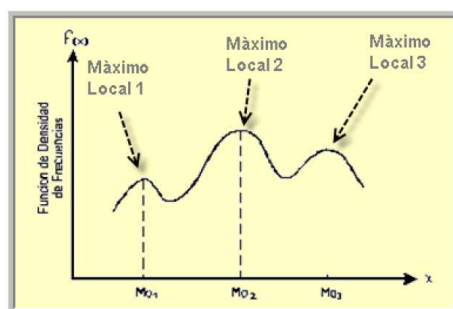
2.2.1.1 Moda.

Cuando la variable de interés, es de naturaleza discreta, la moda M_o corresponde al dato de la muestra que tiene mayor frecuencia, por ejemplo, en la muestra: 2, 3, 1, 1, 1, 4, 3, 1, 5, 1, 5, 2, la moda es $M_o = 1$ puesto que posee la mayor frecuencia (aparece 5 veces).

Cuando se trata de una variable de naturaleza continua, la moda corresponde al(os) valor(es) alrededor del(os) cual(es) se produce una mayor concentración de datos, es decir a los puntos de mayor densidad de frecuencia. En lenguaje matemático diríamos, refiriéndonos a la función de densidad de frecuencia o de probabilidad, que la(s) moda(s) corresponden a los puntos que son máximos locales, como muestra la figura 1.

Si se conociera la función de densidad poblacional (Figura 1) la moda corresponde a sus máximos relativos; en la función que muestra el gráfico se aprecian 3 modas.

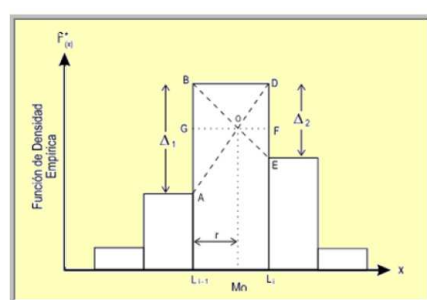
Figura 1. Gráfico de la función de frecuencias poblacional de alguna variable



Tomada de Estadística un enfoque Descriptivo de Behar y Yepes, 2007, p. 119

Los tres puntos que muestra la figura 1, son puntos de máxima densidad en sus entornos respectivos. Si se conociera la función de densidad en forma analítica, podríamos encontrar la(s) moda(s), por derivación de la función $f(x)$; pero como sólo se dispone de la función de densidad empírica que se construyó a partir de la muestra, se debe definir un procedimiento que permita acercarse a la determinación de los mencionados máximos relativos, para ello se hace referencia a la figura 2.

Figura 2. Función empírica de densidad. Elementos que intervienen en el cálculo de la moda.



Tomada de Estadística un enfoque Descriptivo de Behar y Yepes, 2007, p. 120

Se supone que la moda de mayor densidad se encuentra en el intervalo $(L_{i-1}, L_i]$ que posee la mayor densidad de frecuencia (el rectángulo más alto). Si las dos clases adyacentes: la anterior y

la siguiente, tienen igual densidad de frecuencias, se puede suponer que la moda (máximo relativo) se encuentra en el punto medio de la clase que contiene la moda; en caso contrario la moda estará desplazada un poco hacia la clase adyacente de mayor densidad de frecuencia.

Por esta razón se conviene que la moda corresponde a la proyección del punto O , ver la figura 2, observe que con este procedimiento la moda estará siempre más cerca de la clase adyacente con mayor densidad de frecuencia.

Con la notación que aparece en el gráfico y sabiendo que los triángulos AOB y DOE son semejantes, se puede escribir:

$$M_o = L_{i-1} + r$$

Además

$$\frac{\Delta_1}{\Delta_2} = \frac{OG}{OF} = \frac{r}{C_i - r}$$

De donde:

$$r = \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times C_i$$

De esta manera:

$$M_o = L_{i-1} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times C_i \quad *$$

Como puede apreciarse del grafico Δ_1 y Δ_2 corresponden a las diferencias de densidad de frecuencia de la clase $(L_{i-1}, L_i]$ con la anterior y con la siguiente respectivamente, ésto es:

$$\Delta_1 = \frac{f_i}{C_i} - \frac{f_{i-1}}{C_{i-1}}$$

$$\Delta_2 = \frac{f_i}{C_i} - \frac{f_{i-1}}{C_{i-1}}$$

Reemplazando Δ_1 y Δ_2 en la expresión (*) tenemos:

Ecuación 1. Ecuación para el cálculo de la Moda.

$$M_o = L_{i-1} + \frac{\frac{f_i}{C_i} - \frac{f_{i-1}}{C_{i-1}}}{\frac{2f_i}{C_i} - \frac{f_{i-1}}{C_{i-1}} - \frac{f_{i+1}}{C_{i+1}}} \times C_i$$

Donde $(L_{i-1}, L_i]$: clase que contiene la moda

f_j = frecuencia relativa del intervalo $(L_{j-1}, L_j]$

$C_j = L_j - L_{j-1}$ longitud del intervalo j-ésimo

Ejemplo:

Calcular la moda, a partir del siguiente cuadro de frecuencias:

Tabla 2. Ejemplo del cálculo de la moda a partir de intervalos.

Intervalo de Clase	Frecuencia Absoluta (n_i)	Frecuencia Relativa (f_i)	Densidad de Frecuencia f^*_i
(10, 20]	15	7.5	0.75%
(20, 40]	40	20	1%
(40, 70]	90	45	1.5%
(70, 75]	5	2.5	0.5%
(75, 100]	50	25	1%
	200	100%	

Como puede apreciarse la clase de mayor densidad de frecuencia es $(40, 70]$ así pues que:

$$M_0 = 40 + \frac{1.5\% - 1\%}{(1.5\% - 1\%) + (1.5\% - 0.5\%)} \times 30$$

$$M_0 = 50$$

La moda se usa con mucha frecuencia como indicador de centralidad en características que tienen escala nominal débil, como la escala nominal u ordinal, no obstante tiene grandes aplicaciones en variables continuas de escala fuerte, por ejemplo en biología, cuando se quiere asociar por ejemplo edad y longitud de peces, seguir el comportamiento de la moda en el tiempo, es una manera de hacer seguimiento a una cohorte de peces. Una aplicación extraordinariamente importante de la moda, la constituye el llamado método de la máxima verosimilitud para construir estimadores, que es muy usado por sus importantes propiedades asintóticas. El resultado de estos métodos es el hallazgo de la moda de una función de probabilidad o de densidad, llamada función de verosimilitud.

Finalmente se puede decir que la Moda será tomada como aquel valor o valores con mayor frecuencia.

2.2.1.2 Mediana.

Dado un conjunto de observaciones y_1, y_2, \dots, y_n definimos como valor mediano o simplemente mediana a todo valor M_e que supere a no más de la mitad de las observaciones y sea simultáneamente superado por no más de la mitad de las observaciones. Dadas las siguientes observaciones

5 3 9 7 11 8 1

Para encontrar la mediana ordenamos los datos de menor a mayor y tenemos:

1 3 5 7 8 9 11

La mediana será 7, ya que supera a 3 $\left(3 < \frac{7}{2}\right)$ de las observaciones y es superado por 3 $\left(3 < \frac{7}{2}\right)$ de las observaciones. Ningún otro valor satisface en este caso la definición de mediana.

Si el número de observaciones es par, por ejemplo,

1 3 5 7 8 9 11 17

Observamos que cualquier valor comprendido entre 7 y 8 (incluidos los extremos, es decir 7 y 8) es un valor mediano. En efecto el número 7 supera a 3 observaciones siendo este número no mayor que $\frac{n}{2} = 4$ y es superado por 4 observaciones siendo este número no mayor $\frac{n}{2} = 4$. El valor 8 cumple también la definición de mediana, pues supera a 4 observaciones y es superado por 3 observaciones. Cualquier valor comprendido entre 7 y 8 supera a 4 observaciones y es superado a la vez por 4 observaciones. Hay pues, en este caso, infinitas medianas y sus valores son mayores o iguales a 7 y menores o iguales que 8. Para simplificar la situación, convenimos tomar como mediana a la media aritmética de 7 y 8 o sea 7.5.

Podemos resumir lo anterior diciendo que calcular la mediana de las observaciones $y_1, y_2, y_3 \dots, y_n$ se empieza por ordenarlas según sus valores. Si n es un número impar, habrá una observación central y esta es la mediana. Si n es un número par, habrá dos observaciones centrales y la mediana es su media aritmética.

Veamos ahora como calculamos la mediana cuando los datos agrupados en una distribución de frecuencias, para este cálculo hacemos uso de las frecuencias acumuladas.

Sea f_i la menor frecuencia acumulada que supera a $\frac{n}{2}$ es decir

$$F_{i-1} \leq \frac{n}{2} \leq F_i$$

Behar & Yepes (2007) complementan esta definición con la siguiente fórmula

Ecuación 2. Ecuación para el cálculo de la Mediana.

$$M_e = \begin{cases} X_{\frac{n+1}{2}} & n \text{ es impar} \\ \frac{X_{\frac{n}{2}} + X_{(\frac{n}{2}+1)}}{2} & n \text{ par} \end{cases}$$

Cálculo de la mediana cuando los datos están agrupados en intervalos de clases.

Supóngase que se tienen m intervalos: $(L_0, L_1], (L_1, L_2], \dots, (L_{m-1}, L_m]$, la mediana es el punto cuya frecuencia absoluta acumulada es $n/2$ o la relativa acumulada es 0.50, es decir la mediana es el valor x tal que:

$$N(x) = \frac{n}{2}$$

O en forma equivalente:

$$F(x) = 0.50$$

De acuerdo con esto el intervalo $(L_{i-1}, L_i]$ que contiene la mediana es tal que:

$$N(L_{i-1}) < \frac{n}{2} \quad y \quad N(L_i) \geq \frac{n}{2}$$

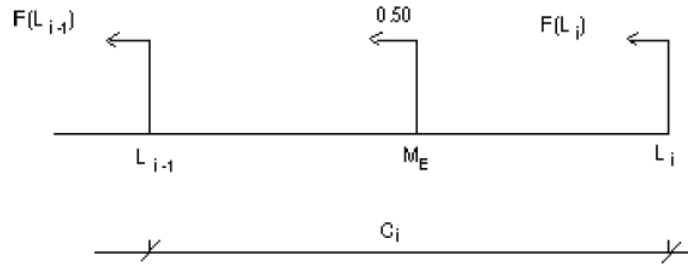
O lo que es equivalente:

$$F(L_{i-1}) < 0.50 \quad y \quad F(L_i) \geq 0.50$$

Una vez localizado el intervalo que contiene la mediana, se encuentra por interpolación el valor M_e , tal que:

$$M_e = N^{-1} \left(\frac{n}{2} \right) = F^{-1}(0.50)$$

Y puede procederse con base en la definición de la función de distribución empírica vista anteriormente.



$$F(M_e) = 0.50 = F(L_{i-1}) + \frac{f_i}{C_i} (M_e - L_{i-1})$$

Despejando M_e de la anterior expresión tenemos:

$$M_e = L_{i-1} + \frac{0.50 - F(L_{i-1})}{f_i} \times C_i \quad (2.7)$$

Donde f_i es la frecuencia relativa del intervalo de clase que contiene la mediana.

Expresada en términos de la frecuencia absoluta:

$$M_e = L_{i-1} + \frac{\frac{n}{2} - N(L_{i-1})}{n_i} \times C_i \quad (2.8)$$

Ejemplo:

Tabla 3. Ejemplo del cálculo de la mediana con intervalos.

Intervalo de Clase	Frecuencia Absoluta n_i	Frecuencia Relativa f_i	Frecuencia Acumulada	
			Absoluta N_i	Relativa F_i
(10, 20]	6	0.12	6	0.12
(20, 40]	8	0.16	14	0.28
(40, 60]	21	0.42	35	0.70
(60, 70]	13	0.26	48	0.96
(70, 100]	2	0.04	50	1.00
	50	1.00		

Si se observan las frecuencias acumuladas puede notarse que el 28% de los datos son menores o iguales que 40 y que el 70% son menores que 60, lo cual implica que debe existir un punto en el intervalo (40, 60] tal que el 50% de los datos sean menores o iguales que él; lo cual indica que el intervalo (40, 60] contiene la mediana. De acuerdo con la expresión (2.7), se tiene que:

$$L_{i-1} = 40$$

$$F(L_{i-1}) = 0.28$$

$$M_e = 40 + \frac{0.50-0.28}{0.42} \times 20 = 50.5$$

$$f_i = 0.42$$

$$C_i = 20$$

Ahora se exponen los usos de la mediana propuestos por Jaime Pérez.

Comparada con la media aritmética, la mediana tiene las siguientes ventajas.

- No está influenciada por los valores anormales excesivamente grandes o pequeños de la variable.

- b) Puede calcularse cuando existen intervalos de clases abiertos, en estos casos la media aritmética no se puede calcular. Como un ejemplo en el cual la mediana puede ser una medida más significativa de tendencia central, está la distribución de ingresos.

En cuanto a las propiedades se manifiestan la siguiente:

- La suma de las distancias de los datos a un punto “ a ” es mínima cuando ese punto es la mediana, es decir:

Si $f(a) = \sum_{i=1}^n |x_i - a|$, entonces $f(a)$ tiene un mínimo en

$$a = M_e$$

- La sensibilidad es una cualidad deseable en un indicador, puesto que ello implica qué cambios producidos en la muestra pueden ser detectados por el indicador; pero mucha sensibilidad en un indicador puede ser contraproducente, puesto que cambios irrelevantes en la muestra pueden producir grandes cambios en el indicador, lo cual puede prestarse para interpretaciones equivocadas, esto ocurre con la media aritmética, cuando la distribución es asimétrica, es decir cuando hay unos pocos valores muy grandes o muy pequeños, la media es muy afectada por ellos.

Entonces la Mediana será aquella medida que divide el conjunto de datos exactamente en dos, teniendo en cuenta el número de estos.

2.2.1.3 Media.

A continuación se presenta los diferentes tipos de medias y las propiedades pertenecientes a esta, abordadas en los dos libros de textos escogidos anteriormente.

2.2.1.3.1 Media Aritmética.

La media aritmética de una muestra de datos: x_1, x_2, \dots, x_n , se define como:

Ecuación 3. Ecuación para el cálculo de la Media Aritmética.

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Si los datos corresponden a una variable discreta que está organizada en un cuadro de frecuencias, se puede escribir:

Ecuación 4. Ecuación para el cálculo de la Media Aritmética para variables discretas.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i x_i}{n} = \sum_{i=1}^m \frac{n_i}{n} \times x_i = \sum_{i=1}^m f_i x_i$$

Ejemplo

Sean 2, 3, 2, 2, 2, 3, 1, 3, 3, 4, una muestra de tamaño $n = 10$; su media aritmética será:

$$\bar{X} = \frac{2 + 3 + 2 + 2 + 2 + 3 + 1 + 3 + 3 + 4}{10} = 2.5$$

Si la muestra se presenta en un cuadro de frecuencias tenemos:

x_i	n_i	f_i
1	1	0.1
2	4	0.4
3	4	0.4
4	1	0.1

Y la media puede calcularse como:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i x_i}{n} = \frac{1 \times 1 + 4 \times 2 + 3 \times 4 + 1 \times 4}{10} = 2.5$$

O lo que es exactamente lo mismo como

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^m f_i x_i = 0.1 \times 1 + 0.4 \times 2 + 0.3 \times 4 + 0.1 \times 4 = 2.5$$

Propiedades de la media aritmética:

1. La suma de las desviaciones de los datos con respecto a la media es cero

❖ Definimos desviación del dato x_i con respecto al valor “ a ” como:

$$d_i = x_i - a$$

Así que la propiedad puede escribirse como:

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$$

Esta propiedad refuerza la media como indicador de tendencia central.

2. La media de los cuadrados de las desviaciones de los datos con respecto a un valor “ a ” es mínima, cuando $a = \bar{x}$, es decir:

$$f(a) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - a)^2}{n} \text{ tiene mínimo en } a = \bar{x}$$

3. Si $x_i = k$, para todo i , o sea que si todos los datos son iguales a k , entonces $\bar{x} = k$

Veamos:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n k}{n} = \frac{nk}{n} = k$$

4. Si todos los datos de una muestra se multiplican por una constante, el promedio de dicha muestra resulta multiplicado por la misma constante, es decir:

Si $y_i = ax_i$, $i = 1, 2, \dots, n$; entonces $\bar{y} = a\bar{x}$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n ax_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = a\bar{x}$$

5. Si $Z_i = ax_i + by_i$, $i = 1, 2, \dots, n$; donde a, b son constantes, entonces

$$\bar{z} = a\bar{x} + b\bar{y}$$

Veamos:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n z_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (ax_i + by_i)}{n} = a \frac{\sum x_i}{n} + b \frac{\sum y_i}{n}$$

$$\bar{z} = a\bar{x} + b\bar{y}$$

Esta propiedad puede generalizar a la combinación lineal de k variables y puede reunirse diciendo que la media aritmética es un operador lineal.

Cálculo de la media aritmética para los datos agrupados en intervalos de clase.

Se sabe que cuando los datos están agrupados en clases, se pierde la individualidad de la información, así por ejemplo puede conocerse que en el intervalo $(10,20]$ hay 3 datos, pero no conocemos cuál es el valor de cada uno de estos datos; esto plantea una dificultad para el cálculo de la media usando la definición presentada.

Se puede calcular en este caso la media, en forma aproximada, usando la propiedad 6 y el supuesto de que los datos en cada intervalo están uniformemente distribuidos, puesto que si esto sucede, la media aritmética de los datos del intervalo i , coincide con el punto medio del intervalo (marca de clase), de esta manera se puede considerar la muestra total, dividida en " m "

submuestras constituidas por los datos que pertenecen a cada uno de los intervalos, así aplicando la propiedad 6, se obtiene que:

$$\bar{x} = \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2 + \cdots + n_m\bar{x}_m}{n}$$

Como $\bar{x} \equiv x_i$; entonces:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i x_i}{n} = \sum_{i=1}^m h_i \times x_i$$

Ejemplo

Dada la siguiente distribución de frecuencias:

Tabla 4. Ejemplo para el cálculo de la media aritmética con intervalos.

Intervalo de Clase	Marca de Clase	Frecuencia absoluta (n_i)	Frecuencia relativa (f_i)
(10,20]	15	12	0.12
(20,40]	30	16	0.16
(40,60]	50	42	0.42
(60,70]	65	25	0.25
(70,100]	85	5	0.05

La media aritmética de esta distribución será:

$$\bar{x} = \frac{12 \times 15 + 16 \times 30 + 42 \times 50 + 25 \times 65 + 5 \times 85}{100} = 4.81$$

O en forma equivalente:

$$\bar{x} = 0.12 \times 15 + 0.16 \times 30 + 0.42 \times 50 + 0.25 \times 65 + 0.05 \times 85$$

$$\bar{x} = 48.1$$

Por tanto, la Media Aritmética será tomada como aquella medida que permite encontrar el promedio, utilizando la siguiente fórmula:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Las Medidas de Tendencia Central que se presentan a continuación (Media Aritmética Ponderada y la Media Geométrica) son presentadas por Jaime Pérez.

2.2.1.3.2 Media Aritmética ponderada.

En algunos casos es necesario darle a ciertos valores de una serie de observaciones, alguna “importancia” con respecto a los demás valores. Por ejemplo, cuando queremos calcular el promedio de calificaciones de un estudiante, existen unas materias más importantes que otras, esta importancia se obtiene dándole un “peso” o “ponderación” a los valores correspondientes. Si al valor Y_i le damos un “peso” w_i , la media ponderada sería:

Ecuación 5. Ecuación para el cálculo de la Media Aritmética Ponderada.

$$\bar{Y}_w = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

2.2.1.4 Media Armónica.

La *media armónica* de una serie de observaciones $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ se define como el recíproco de la media aritmética de sus recíprocos, o sea, llamado M.H. a la media armónica tenemos:

Ecuación 6. Ecuación para el cálculo de la Media Armónica.

$$M. H. = \frac{1}{\frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i}}{n}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i}}$$

Cuando los datos están agrupado en una distribución de frecuencias, la media armónica se calcula con la siguiente formula:

Ecuación 7. Ecuación para calcular la media armónica para datos agrupados en una distribución de frecuencias.

$$M. H. = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{f_i}{x_i}}$$

Usos de la media armónica

La *media armónica* es utilizada cuando se trata de tasas medias de tiempo, o cuando las observaciones se expresan inversamente a lo que se requiere en el promedio.

Ejemplo: Un vehículo hace los siguientes recorridos: 20 kmts a 25 kmts/hora; 10 kmts a 30 kmts/hora; 50 kmts a 50 kmts/hora; 10 kmts a 40 kmts/hora; y 10kmts a 12 kmts/hora. ¿Cuál es la velocidad promedio del vehículo en los 100 Kmts?

Para este caso, un valor lógico y consistente es la media armónica ponderada, ponderando las velocidades con sus recorridos.

$$M. H. = \frac{100}{20 \left(\frac{1}{25} \right) + 10 \left(\frac{1}{30} \right) + 50 \left(\frac{1}{50} \right) + 10 \left(\frac{1}{40} \right) + 10 \left(\frac{1}{12} \right)} = 31,1 \text{ Kmts/Hora}$$

2.2.1.5 Media Geométrica.

La *media geométrica*, **M.G.** de una serie de valores $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ se define como la raíz n -ésima del producto de las n observaciones.

$$M. G. = \sqrt[n]{y_1 y_2 y_3 \dots y_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^m y_i}$$

Cuando los datos están agrupados en una distribución de frecuencia, la media geométrica se calcula según la siguiente formula:

Ecuación 8. Ecuación para calcular la media geométrica para datos agrupados en una distribución de frecuencias.

$$M. G. = \sqrt[n]{x_1^{f_1} x_2^{f_2} \dots x_m^{f_m}} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^m x_i^{f_i}}$$

El cálculo de la media la media geométrica se facilita usando la siguiente propiedad: el algoritmo de la media geométrica de una serie de observaciones, es igual a la media aritmética de los logaritmos de las observaciones.

$$M. G. = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^m x_i^{f_i}} = \left(\prod_{i=1}^m x_i^{f_i} \right)^{\frac{1}{n}}$$

Usos de la media geométrica:

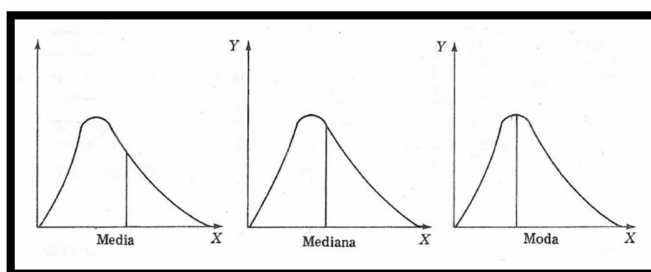
La *media geométrica* tiene aplicación en algunos casos en que se trata de una cantidad cuyas variaciones tienden a ser directamente proporcionales a la cantidad misma, por ejemplo, cuando

se promedian tasas de cambio (incremento de población), o cuando se trata de un promedio de cocientes, como en los números índices de precios.

A partir de un pequeño análisis, realizado a lo presentado anteriormente en cuanto a las definiciones de las medidas de tendencia central más significativas, tomadas de los libros de Behar y Yepes y de Jaime Pérez, se puede deducir que para este trabajo las *medidas de tendencia central*, serán tomadas como aquellas medidas de las cuales se puede extraer un valor, el cual será el centro de la distribución siendo este representativo del conjunto de datos. Entre las más significativas se encuentran *la media* (Aritmética, Ponderada, Geométrica y Armónica), *la mediana* y *la moda*.

La Moda será aquel valor con más frecuencia en un conjunto de datos. Esta puede ser unimodal o bimodal según su distribución, es decir, si tiene una o varias modas. Además, esta medida es posible localizarla tanto en variables cuantitativas como en variables cualitativas. *La mediana* es el valor que ocupa el valor central de todos los datos, cuando estos están ordenados de mayor a menor. La mediana divide la población o el conjunto de datos en dos. *La media aritmética* es aquella que nos permite encontrar el promedio o el dato más significativo del grupo.

Ilustración 4. Gráfica de la curva de distribución de frecuencias de las medidas de tendencia central



La imagen anterior, permite ilustrar las tres medidas en las que se han trazado las ordenadas correspondientes a la media, la mediana y la moda.

La media aritmética ponderada es aquella utilizada cuando en un conjunto de datos cada uno de ellos tiene una importancia relativa (o peso) respecto de los demás datos. *La media armónica* es el recíproco de la media aritmética de sus recíprocos, utilizada cuando se trata de tasas medias de tiempo, o cuando las observaciones se expresan inversamente a lo que se requiere en el promedio. *La media geométrica* en un conjunto de n observaciones, será la raíz n -ésima del producto de las n observaciones. Normalmente es usada cuando se promedian tasas de cambio (incremento de población), o cuando se trata de un promedio de cocientes, como en los números índices de precios.

Por tanto, es así como serán tomadas las medidas de tendencia central más significativas para el siguiente trabajo, lo cual será fundamental para el desarrollo de los análisis propuestos para los dos textos escolares escogidos para dicha finalidad.

2.3 Dimensión Curricular

2.3.1 Marco Legal Vigente.

Dentro del marco legal normativo vigente de Colombia se contemplan los lineamientos curriculares de matemáticas y los EBCM propuestos por el MEN, como aspectos teóricos que permiten fundamentar la dimensión curricular de este trabajo investigativo.

2.3.1.1 Lineamientos Curriculares.

El MEN en 1998 expide los lineamientos curriculares de matemáticas y con ellos busca promover, aclarar y orientar a las diferentes entidades que hacen parte del sector educativo. En este sector, reconoce que el área de matemáticas debe de ser integrada con las demás áreas de conocimiento y con el contexto que nos rodea.

La estructura curricular que utilizan las instituciones colombianas en la educación matemática deben de hacer uso de tres aspectos: procesos, contextos y conocimientos básicos, que presentan los lineamientos curriculares de matemáticas.

Procesos generales: son aquellos que tienen que ver con los procesos de aprendizaje de los estudiantes y se pueden identificar los siguientes cinco procesos generales que están presentes en la actividad matemática:

- Razonamiento
- Resolución y planteamiento de problemas
- Comunicación
- Modelación
- Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos

Contextos: tienen que ver con el ámbito cotidiano en el que estudiante está inmerso, en el cual se le da sentido y valida las matemáticas aprendidas, por ello el diseño de una situación problemática puede proceder de la vida cotidiana, de las matemáticas y de las otras ciencias.

Conocimientos básicos: en este se realiza una integración de los contenidos matemáticos a ser enseñados y las habilidades a desarrollar, estos tienen que ver con procesos específicos que

desarrollan el pensamiento matemático y con sistemas propios de las matemáticas (MEN, 1998, p. 35)

En este aspecto se pueden identificar los siguientes cinco conocimientos en compañía de sus sistemas, aquellos que movilizan en el estudiante el desarrollo del conocimiento matemático:

- Pensamiento numérico y sistemas numéricos
- Pensamiento espacial y sistemas geométricos
- Pensamiento métrico y sistema de medidas
- Pensamiento aleatorio y sistemas de datos
- Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos

A partir de la anterior clasificación se tomará el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos como el principal pensamiento que se tendrá en cuenta en esta investigación.

Los anteriores aspectos se ven vinculados en este trabajo investigativo, en el momento que se quiere catalogar posibles dificultades que pueden presentar los libros de textos y la producción de falencias de tipo cognitivo que los docentes pudieran poseer a la hora de orientar a los estudiantes respecto al conocimiento matemático, en este caso el de las medidas de tendencia central, en el cual, se hace necesario que el docente se comunique, plantee problemas utilizando diferentes situaciones problemáticas que ofrece el contexto que permitan evidenciar la apropiación, por parte del estudiante, acerca de los contenidos matemáticos vistos en clases.

Pensamiento aleatorio

Al querer establecer la coherencia entre la propuesta curricular que presenta el MEN con lo que se plantea en algunos libros de textos escolares de grado séptimo acerca de las medidas de tendencia central, se hace necesario ampliar un poco más el pensamiento aleatorio a partir de lo que propone el MEN para el desarrollo de este.

El pensamiento aleatorio, como conocimiento básico pretende que los estudiantes logren acercamientos significativos de la modelación o matematización de fenómenos cotidianos. Para esto, se proponen ciertos estándares básicos asociados a unos contenidos específicos e igualmente a unos procesos y contextos.

El MEN expone que la búsqueda de respuestas a preguntas que los niños se hacen sobre el mundo físico, resulta ser una actividad rica y llena de sentido si se hace a través de recolección y análisis de datos. Decidir la pertinencia de la información necesaria, la forma de recogerla, de representarla y de interpretarla para obtener las respuestas; lleva a nuevas hipótesis y a exploraciones muy enriquecedoras para los estudiantes. Estas actividades permiten además encontrar relaciones con otras áreas del currículo y poner en práctica conocimientos sobre los números, las mediciones, la estimación y estrategias de resolución de problemas.

Asimismo, el MEN concibe que los docentes, además de considerar situaciones de aplicación reales para introducir los conceptos aleatorios, deben preparar y utilizar situaciones de enseñanza abiertas, orientadas hacia proyectos y experiencias en el marco aleatorio y estadístico, susceptibles de cambios y de resultados inesperados e imprevisibles. Los proyectos y experiencias estadísticos que resultan interesantes y motivadores para los estudiantes, generalmente, consideran temas externos a las matemáticas, lo cual favorece a procesos

interdisciplinarios. Por ello, el docente debe ser creativo y crear situaciones que tengan un gran nivel de incertidumbre, las cuales inciten al estudiante a enfrentarse a dichas situaciones y logren la significación de los diferentes temas movilizados en estas.

Por lo tanto, se hace necesario que los profesores que desempeñan la labor de enseñar las matemáticas deben presentar coherencia con lo que propone el MEN y al mismo tiempo se hace necesario revisar los libros de texto, debido a que sirven como herramienta para que los docentes orienten sus clases y en algunos casos como guías para los estudiantes.

2.3.1.2 Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.

Los EBCM propenden instaurar una serie de niveles que deben de alcanzar los estudiantes al cursar determinados grados (los grados están agrupados en conjuntos de grados de primero a tercero, cuarto a quinto, sexto a séptimo, octavo a noveno y décimo a once), los niveles se organizan de acuerdo a los cinco pensamientos y sistemas los cuales a su vez incluyen el contexto y los procesos generales.

Además, se considera la noción de competencia matemática como indicador del progreso de los estudiantes en cuanto a su aprendizaje, el cual se debe dar de manera gradual. También se considera la complejidad conceptual y la gradualidad del aprendizaje de las matemáticas, no solamente las que ellos pueden expresar verbalmente o de manera escrita, sino también en el tipo de procesos generales de la actividad matemática que pueden realizar con solvencia, eficacia y actitud positiva exigen en los estándares una alta coherencia tanto vertical como horizontal.

La coherencia vertical, está dada por la relación de un estándar con los demás estándares del mismo pensamiento en los otros conjuntos de grados y la coherencia horizontal por la relación

que tiene un estándar determinado con los estándares de los demás pensamientos dentro del mismo conjunto de grados.

A continuación, se presentan los estándares relacionados con el estudio de las medidas de tendencia central pertenecientes al pensamiento aleatorio, tomando como referencia el conjunto de grado sexto- séptimo, debido a que los libros de texto a ser analizados son del grado séptimo, en el cual se pueda observar su coherencia vertical (ésta solo se puede ver desde lo curricular porque desde el libro de texto es necesario tener la colección de todos los grados para la misma editorial, y no se cuenta con ellos), sin embargo la coherencia horizontal, dependerá del tipo de ejercicios y ejemplos que se propongan en los libros de textos, los cuales, deben presentar vínculos con los estándares de otros pensamientos.

Primero a tercero:

- Describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos.
- Identifico regularidades y tendencias en un conjunto de datos.
- Resuelvo y formulo preguntas que requieran para su solución coleccionar y analizar datos del entorno próximo.

Cuarto a quinto:

- Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos.
- Uso e interpreto la media (o promedio) y la mediana y comparo lo que indican.

- Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos.

Sexto a séptimo:

- Uso medidas de tendencia central (media, mediana y moda) para interpretar el comportamiento de un conjunto de datos.
- Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos presentados en tablas, diagramas de barras, diagramas circulares.

Octavo a noveno:

- Interpreto y utilizo conceptos de media, mediana y moda y explico sus diferencias en distribuciones de distinta dispersión y asimetría.

Décimo y Undécimo:

- Interpreto nociones básicas relacionadas con el manejo de información como población, muestra, variable aleatoria, distribución de frecuencias, parámetros y estadígrafos).
- Uso comprensivamente algunas medidas de centralización, localización, dispersión y correlación (percentiles, cuartiles, centralidad, distancia, rango, varianza, covarianza y normalidad).

2.4 Dimensión Didáctica

2.4.1 Transposición Didáctica.

Chevallard, en 1985 da origen al desarrollo de una teoría llamada transposición didáctica, la cual permitirá orientar parte del análisis propuesto en este trabajo, desde esta teoría se tiene en cuenta los saberes científicos propios de una disciplina y algunos fenómenos relacionados con la transformación de aquel saber científico, como lo mencionan Chevallard Y., citado en Arbeláez y Otros 1999,

Los saberes científicos que circulan en los frentes de investigación en una disciplina científica, en un momento de la historia, y los esquemas y resultados consignados en un libro de texto de esa misma disciplina ha sido estudiado incisivamente bajo el nombre de "la transposición didáctica" p. 23

Al observar que la transposición didáctica centra su atención en la reconstrucción y transformación, de aquellos saberes científicos en saberes que puedan ser enseñados en un aula de clase, al querer analizar un texto escolar se hace necesario recurrir a esta teoría , puesto que los saberes matemáticos consignados en el libro de texto no son propios de la disciplina, es decir, no son los mismos saberes científicos manejados en la disciplina, debido a que estos han sufrido algunos cambios desde su origen hasta el conocimiento plasmado en el libro de texto, por eso se hace necesario tener en cuenta el origen de los conocimientos que van a ser transmitidos.

En lo anterior se habla de un saber sabio (o científico) y un saber transpuesto (o a enseñar), haciéndose necesario clarificar cada uno de estos, pues son dos tipos de saberes presentes en esta teoría.

Sobre estos dos tipos de saberes, De Faria, E. (2006) expone:

... *El saber sabio* se refiere al saber que es generado por el matemático profesional, el investigador en matemática. Este saber es desarrollado en los centros o institutos de investigación, laboratorios, Universidades, etc. No está necesariamente vinculado con la enseñanza primaria o secundaria. Es un saber especializado; logrado a partir de un conjunto o procedimientos que se llevaron a cabo en algún lugar, espacio y tiempo. Su reconocimiento y la defensa de los valores son sostenidos por una cultura científica y se encuentran vinculados a otras áreas de interés: política, economía, tecnología, etc. El desarrollo del saber científico y de sus posibles resultados tecnológicos depende principalmente del financiamiento de investigaciones del Estado o bien de otras fuentes del poder económico. Este no puede ser enseñado en la forma como se encuentra redactado en los textos técnicos-científicos y esto constituye un obstáculo a considerar en el proceso de aprendizaje. (p. 2)

Además, para que dicho conocimiento logre ser un saber sabio debe de pasar por un proceso de evaluación en el cual se lo logre determinar su validez como nuevo conocimiento, puesto que este servirá como referencia para nuevos trabajos e investigaciones, como se ha dicho anteriormente este no puede ser enseñado en la forma en que se encuentra científicamente, puesto que presenta un alto grado de complejidad a diferencia de aquel saber que será enseñado en la escuela.

- *El saber a Enseñar*, el cual ocupa lugar en los programas de estudio (currículo).

Se trata de un saber ligado a una forma didáctica que sirve para presentar el saber

al estudiante. Mientras el saber científico se presenta en textos técnicos, el saber a enseñar se limita casi siempre a libros didácticos, programas y otros materiales de apoyo. (p. 2)

De lo anterior, se concluye que el saber que será presentado al estudiante debe de ser entendible para él; además, que el saber sabio o científico tiene una forma distinta al saber que va ser enseñado en la escuela.

Por lo tanto, cuando el docente va a transmitir un conocimiento al estudiante, éste debe contextualizarlo con el fin de que pueda ser útil para él, para ello, el docente debe adaptar dicho conocimiento a las necesidades que presenta el estudiante, las cuales giran alrededor de su entorno. Lo mismo sucede con los libros de textos escolares, estos deben tener en consideración el público a quien va dirigido, es decir al grado de escolaridad que deben tener los lectores para así mismo plasmar los conocimientos que harán parte del libro de texto.

2.4.2. Los textos como recurso.

Cada vez es más evidente que los resultados de la educación colombiana son bajos, haciéndose necesario e indispensable trabajar en pro del mejoramiento de su calidad, Fontaine, L. y Eyzaguirre, B. (1997) exponen que:

Los textos de estudio aumentan las oportunidades de aprender, sea en clases o en el hogar, ya que tienen la capacidad de prolongar el tiempo que los alumnos dedican al aprendizaje. Por lo tanto, afectan positivamente el impacto del currículo. El alumno que tiene un buen texto a su disposición puede trabajar con él en forma relativamente autónoma. De esta forma se posibilita que tanto

los alumnos aventajados como los más retrasados trabajen a su ritmo en aquello que les es más pertinente. p. 361

Por ello, en el momento en que el profesor hace uso de los libros de texto para enseñar y al mismo tiempo este se le proporciona a los estudiantes como guía para que realicen las diferentes tareas expuestas en ellos, permiten que los estudiantes avancen y trabajen de manera grupal o individual dentro y fuera de clase, mejorando así significativamente su aprendizaje y por ende su rendimiento.

Por lo tanto, una de las maneras de trabajar en el mejoramiento de la calidad de la educación es observando y analizando los libros de texto, ya que estos influyen en el aprendizaje y rendimiento del estudiante, debido a que son una de las herramienta que utilizan los profesores para impartir u orientar sus clases.

A partir de lo anterior y teniendo en cuenta que el propósito de este trabajo de investigación es analizar dos textos escolares de matemáticas del grado séptimo, se hace necesario recurrir al análisis documental, el cual permite analizar de manera general cualquier documento, ya sea de corte histórico, filosófico literario entre otros, de dicho análisis se tendrán en cuenta dos componentes, el estructural que está relacionado con las características que posee el documento, ya sean físicas u organizacionales y el funcional que hace referencia a las intencionalidades presentes en el documento.

A continuación, se presentan algunos aspectos generales y de contenido que se deben tener en cuenta en el análisis de los libros de textos escolares; lo siguiente se expone teniendo en cuenta el documento de Arbeláez y Otros (1999).

1. Aspectos generales del texto escolar:

1.1 Presentación del libro: Se miran aspectos como: el nombre del libro, editorial, autores, año en que fue publicado, I.S.B.N, estos datos se pueden encontrar en la portada y contraportada de los libros de textos escolares.

1.2 Aspectos físicos: Estos hacen referencia a los aspectos tecno – gráficos presentes en el libro de texto escolar, los cuales permiten observar algunas particularidades del texto como objeto material que es. Botero W. (1999) en su artículo Evaluación de la calidad de los textos escolares expone algunos aspectos físicos del libro que inciden significativamente en su calidad, en donde se indaga sobre: tipo de letra, márgenes, numeración de las páginas, largo de la línea, tamaño y peso, impresión, página, encuadernación, espaciado, en cada uno de ellos se indaga sobre:

1.2.1 Encuadernación: se observa si la encuadernación permite abrir bien el libro de texto escolar y este es resistente, es decir que se pueden pasar las hojas con facilidad sin que estas se desprendan, el tipo de encuadernación permite almacenar y transportar el libro texto escolar con facilidad.

1.2.2 Tipo de letra: Se observa si el tipo de letra presente en el libro es legible, si su tamaño y puntaje es acorde para el nivel lector del estudiante, además se observa la existencia variaciones tipográficas, es decir si utiliza negrilla o cursiva y en qué aspectos son utilizadas estas (títulos, conceptos, etc.), que tipo de letra y que tamaño se utiliza para el texto, títulos y datos de interés, observando si estos presentan algunas diferencias.

1.2.3 Márgenes: se mira si la anchura o tamaño de las márgenes son adecuadas, las cuales permitan una buena manipulación del libro por parte del lector, es decir

que al momento en que quiera utilizarlo pueda leer su totalidad sin ocultar contenido del texto con las manos.

1.2.4 Numeración de las páginas: se observa si existe una enumeración de las páginas y si estas permiten la consulta y si la ubicación de la información corresponde con la establecida en el índice de la tabla de contenido.

1.2.5 Largo de línea: se observa si el número de caracteres por renglón es el adecuado.

1.2.6 Tamaño y peso del libro: se mira si el tamaño y el peso del libro es adecuado para el lector, permitiendo que su manipulación sea fácil.

1.2.7 Impresión: se observa si la caratula del libro es atractiva si presentan una impresión nítida y legible, si se presenta un adecuado contraste entre las letras y el fondo donde están ubicadas, si el tipo de papel es resistente y permite el paso de las hojas sin dificultad, si el uso del color cumple propósitos estéticos y pedagógicos.

1.2.8 Páginas: se observan cómo está distribuido su contenido y el tipo de elementos que se pueden encontrar en ellas.

1.2.9 Espaciado: se observa si se maneja un espaciado adecuado entre las letras, palabras, renglones y párrafos lo cual facilite la lectura.

2. Contenido del libro de texto escolar:

Aunque la anterior categoría es expuesta por Arbeláez y otros, ésta ha sido creada con criterios específicos establecidos, para elaborar el análisis de los textos escolares.

2.1 Actividades introductorias

Las actividades introductorias, son todo aquello que se exhibe antes de presentar la definición del tema a desarrollar.

Con estas actividades lo que se busca es despertar en el estudiante el interés por el tema que se va a tratar, y al mismo tiempo mostrar el camino que se va a seguir en el desarrollo del mismo.

2.2 Lenguaje

En un libro de texto escolar de matemáticas, se pueden encontrar diferentes tipos de lenguaje, permitiendo que el libro presente de diferentes formas su contenido, estos tipos de lenguaje son:

2.2.1 El *lenguaje escrito*, en el cual encontramos el lenguaje ordinario, que hace referencia al lenguaje cotidiano y el lenguaje formal, que se refiere al lenguaje natural. En algunos casos el lenguaje formal lo podemos ver como una combinación entre el lenguaje natural y el lenguaje simbólico.

2.2.2 El *lenguaje simbólico*, como su propio nombre lo dice hace uso de los símbolos para expresar o materializar un concepto, este tipo de lenguaje es utilizado con frecuencia en los libros de textos escolares de matemáticas.

2.2.3 El *lenguaje gráfico*, también es utilizado por los libros de textos escolares de matemáticas y está constituido por fotografías, tablas, diagramas, iconos, dibujos y esquemas.

3. El discurso en libro de texto escolar de matemáticas y sus tipos

En los libros de texto se pueden encontrar tres tipos de discursos, estos son el discurso expositivo, el discurso heurístico y una combinación de los dos:

3.1 El *discurso expositivo* presenta la característica de que a muy corto tiempo de iniciar la lectura de un texto escolar, el lector encuentra un axioma, un postulado, una definición, un teorema, un lema, un corolario, seguido de varios ejemplos que hacen referencia al tema que se está tratando y posteriormente se presentan una serie de ejercicios que permanecen en el contexto.

En este tipo de discurso la nomenclatura se introduce tempranamente exigiendo al lector conocer previamente el significado de todos y cada uno de los conceptos involucrados en la definición, en el teorema, en el lema, en el axioma, etc., presentes durante el desarrollo del tema.

3.2 El *discurso heurístico* por el contrario presenta la característica a muy corto tiempo de haber iniciado la lectura de un texto escolar, se da a conocer un caso particular que debe ser enfrentado por el lector y este debe de ser desarrollado a partir de referentes matemáticos, luego se introducen nuevos y tantos casos con el fin de que el lector identifique diferencias y semejanzas entre ellos; y a partir de las semejanzas lograr llegar a una conclusión y una serie de ejemplos que suceden a la introducción de la nomenclatura.

Arbeláez *et al* (1999) aclaran que:

El discurso heurístico y su tratamiento de casos particulares no son aceptados como discurso válido para las matemáticas. Estas sólo aceptan las formas deductivas en el marco de un sistema axiomático. Sin embargo en el marco de las matemáticas escolares es pertinente el discurso heurístico como una posibilidad para generar conceptualizaciones sobre objetos matemáticos. p.

4. Elementos constitutivos del discurso

Existen unos elementos que intervienen en la estructuración del discurso estos elementos pueden ser clasificados en diferentes marcos como los son: marco definicional, marco de ejemplificación, marco de ejercitación, marco de generalizaciones y marco de las instancias.

4.1 Marco definicional:

Las definiciones son un elemento principal en la estructuración de los textos escolares de matemáticas y estas se clasifican en:

4.1.1 Nominal: se dice que una definición es nominal cuando se define un término (es decir, una sucesión de términos alfanuméricos) designador del concepto, como por ejemplo: la media aritmética de un conjunto de dato se designa con \bar{x} .

4.1.2 Estructural: se dice que una definición es estructural cuando se construyen bajo una estructura lógica matemática, estas son:

- “si p entonces q” expresada bajo la estructura de condición suficiente.
- “p solo si q” expresada bajo la estructura de condición necesaria.
- “p si y solo si q” esta definición integra los dos tipos de definiciones anteriores de manera simultánea.
- “T es U tal que C1, C2,..., Cn.” en estas definiciones T es un término, u es un conjunto universal y C1, C2,..., Cn son condiciones matemáticas que se aplican al conjunto U.

4.2 Marco de ejemplificación:

El marco de ejemplificación está constituido por ejemplos, no ejemplos y contraejemplos, estos son desarrollados por los autores del texto escolar y están unidos a los marcos definicionales; el marco de ejemplificación permiten mostrar objetos que cumplen con la lógica y las características propias de cada tipo de definición.

4.3 Marco de ejercitación:

El marco de ejercitación está constituido por ejercicios, a diferencia del marco ejemplificatorio en el marco de ejercitación se proponen ejercicios que deberán de ser desarrollados por los lectores del texto escolar de matemáticas. Es pertinente resaltar que los ejercicios se diferencian de lo que se denomina problema, ya que este último se plantea como un reto para el lector y no necesariamente tiene que estar en contexto.

4.4 Marco de generalizaciones:

El marco de las generalizaciones está constituido por teoremas, lemas, corolarios y conjeturas, todos estos plantean relaciones entre los términos implicados en su formulación y bajo el marco de la lógica escogida.

4.5 Marco de las instancias:

Una instancia es similar a las ejemplificaciones conectadas a los marcos definicionales. “lo exhibido es un caso que pone en evidencia las relaciones explícitas e implícitas de la generalización”.

5. Uso de recursos externos al texto

El sistema para-textual son todas las ayudas didácticas que brinda la editorial para complementar o enriquecer los libros de textos escolares, en este se tienen en cuenta los

materiales audiovisuales y auditivos, las guías para el docente, enlaces para ingresar a páginas web, los libros de fuentes, los libros de lectura, los materiales sólidos, los materiales impresos, la utilería de computador, los libros de trabajo o de talleres, todos estos materiales están articulados con el libro de texto escolar.

3. Análisis de los Textos Escolares

3.1 Criterios de selección de los libros de textos escolares

Para la escogencia de los libros de textos escolares de grado séptimo se realizó una encuesta⁸ a seis instituciones educativas, de las cuales cinco instituciones son públicas y una privada, todas las instituciones se encuentran ubicadas en el casco urbano del municipio de Santander de Quilichao Cauca, la cantidad de profesores encuestados en total fueron dieciocho.

Según la Secretaria de Educación y Cultura del municipio de Santander de Quilichao Cauca, en la cabecera municipal existen seis instituciones públicas⁹, siendo así la muestra escogida una muestra significativa, puesto que con las encuestas se alcanzaron abarcar cinco de estas, es decir que más del 80% de la instituciones públicas de la cabecera municipal fueron encuestadas.

Se observa que hay más encuestas de instituciones públicas que privadas debido que en la mayoría de instituciones privadas no permitieron el ingreso a la institución o los profesores carecían de tiempo para diligenciar las encuestas.

La encuesta consta de cuatro preguntas, con estas no solo se pretende saber qué libros utilizan los profesores en las diferentes instituciones para orientar sus clases de matemáticas, sino también adquirir información acerca de otros recursos que los profesores utilizan en clase, como algunos aspectos relevantes del texto escolar para apoyar su proceso de enseñanza y la intensidad horaria que dedican a la enseñanza de la estadística, en particular las medidas de tendencia central.

⁸ Ver anexo 1. Formato de la encuesta realizada a los docentes encuestados.

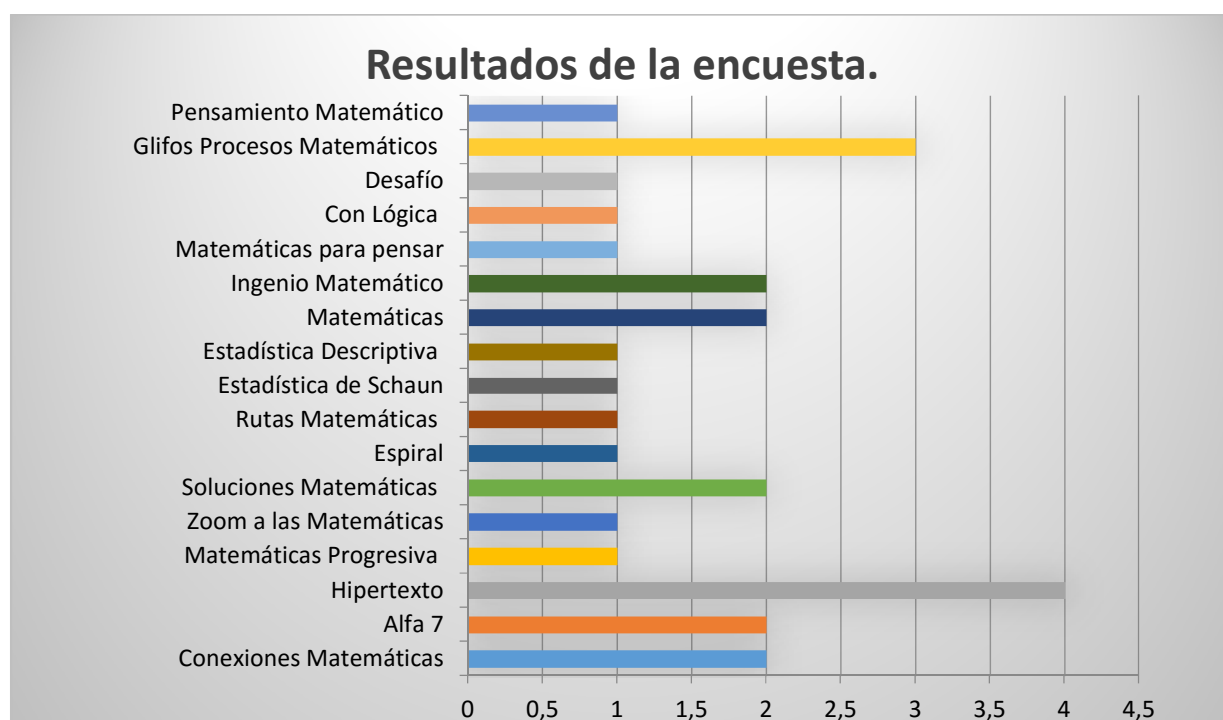
⁹ Ver anexo 2. Es importante resaltar que de las instituciones públicas en el municipio, hay rurales y urbanas, pero sólo se tuvieron en cuenta las últimas para realizar las encuestas.

Es importante aclarar que en las instituciones públicas no se les pide libro de texto a los estudiantes, estos usan los que el docente haya solicitado para su bibliobanco, o en su defecto, los profesores realizan guías o toman algunas partes del texto como referencia para guiar sus clases. Por esta razón, en la encuesta se le pregunta al profesor, cuál o cuáles libros de texto toma como referencia a la hora guiar una enseñanza controlada en el aula. Además, se pregunta por otros recursos que usen para enseñar las medidas de tendencia central.

Las demás preguntas tienen la intención de que puedan aportar (en la medida de lo posible) al análisis.

A continuación se muestran los resultados de las encuestas.¹⁰

Ilustración 5. Resultados de la sistematización de las encuestas



¹⁰ Estos resultados corresponden a la primera pregunta: libros de texto usados.

A partir de los datos arrojados en la gráfico anterior, se tiene que los dos libros de texto de grado séptimo que fueron objeto de estudio son *Glifos procesos matemáticos 7* de la editorial libros y libros e *Hipertexto 7 matemáticas* de la editorial Santillana; esto, en virtud de que poseen la mayor frecuencia.

3.2 Referentes para el análisis de los textos

Para realizar el análisis de dichos textos, se construye una rejilla de análisis a partir de los criterios recogidos del marco teórico, la cual consta de 6 criterios, estos son: contenido del libro de texto escolar, el discurso en el libro de texto escolar, elementos constitutivos del discurso, el texto escolar y su relación con los aspectos curriculares y los usos de recursos externos al texto escolar. Cada uno de estos, contiene entre 1 y 3 componentes los cuales contienen varios elementos, estos con el fin de analizar de manera completa y exhaustiva los libros de texto escolar escogidos anteriormente.

A continuación se describirá qué se analizará en cada uno de los criterios:

1. Aspectos generales del texto

En este criterio se mirarán tanto la presentación del libro de texto escolar como los aspectos físicos de este.

1.1 Presentación del libro:

En esta parte se observan aspectos habituales en libro de testo escolar como el nombre del libro, editorial, autores, año en que fue publicado, I.S.B.N.

1.2 Aspectos físicos:

Estos hacen referencia a los aspectos tecno – gráficos presentes en el libro de texto escolar, en este apartado se indaga sobre: tipo de letra, márgenes, numeración de las páginas, largo de la línea, tamaño y peso, impresión, página, encuadernación, espaciado, en cada uno de ellos se indaga sobre:

- 1.2.1 Encuadernación:** se observa si la encuadernación permite abrir bien el libro de texto escolar y este es resistente, es decir que se pueden pasar las hojas con facilidad sin que estas se desprendan, el tipo de encuadernación permite almacenar y transportar el libro texto escolar con facilidad.
- 1.2.2 Tipo de letra:** se observa si el tipo de letra presente en el libro es legible, si su tamaño y puntaje es acorde para el nivel lector del estudiante, además se observa la existencia variaciones tipográficas, es decir si utiliza negrilla o cursiva y en qué aspectos son utilizadas estas (títulos, conceptos, etc.), que tipo de letra y que tamaño se utiliza para el texto, títulos y datos de interés, observando si estos presentan algunas diferencias.
- 1.2.3 Márgenes:** se mira si la anchura o tamaño de las márgenes son adecuadas, las cuales permitan una buena manipulación del libro por parte del lector, es decir que al momento en que quiera utilizarlo pueda leer su totalidad sin ocultar contenido del texto con las manos.
- 1.2.4 Numeración de las páginas:** se observa si existe una enumeración de las páginas y si estas permiten la consulta y si la ubicación de la información corresponde con la establecida en el índice de la tabla de contenido.
- 1.2.5 Largo de línea:** se observa si el número de caracteres por renglón es el adecuado teniendo en cuenta que no deben de tener más de 70 caracteres.

- 1.2.6 Tamaño y peso del libro:** se mira si el tamaño y el peso del libro es adecuado para el lector, permitiendo que su manipulación sea fácil.
- 1.2.7 Impresión:** se observa si la caratula del libro es atractiva si presentan una impresión nítida y legible, si se presenta un adecuado contraste entre las letras y el fondo donde están ubicadas, si el tipo de papel es resistente y permite el paso de las hojas sin dificultad, si el uso del color cumple propósitos estéticos y pedagógicos.
- 1.2.8 Páginas:** se observan cómo está distribuido su contenido y el tipo de elementos que se pueden encontrar en ellas.
- 1.2.9 Espaciado:** se observa si se maneja un espaciado adecuado entre las letras, palabras, renglones y párrafos lo cual facilite la lectura.

2. Contenido del libro de texto escolar

2.1 Organización de los contenidos

Esta parte centra la atención en observar la manera en que se organizan los contenidos presentes en el texto escolar, además se quiere caracterizar los contenidos, observando su relación con los temas que están antes y después del tema que será objeto de análisis.

2.2 Actividades introductorias

Se observa si el libro de texto escolar, presenta actividades que contextualicen el tema que se va a tratar y al mismo tiempo observar si estas despiertan en el estudiante el interés por él.

2.3 Lenguaje

En un libro de texto escolar de matemáticas, se pueden encontrar diferentes tipos de lenguaje, permitiendo que el libro presente diferentes formas en su contenido. Estos tipos de lenguaje son: el lenguaje escrito, gráfico y simbólico, observando cuál de los tipos se

encuentran presentes en el libro de texto y cual prevalece más. Además en este apartado se observa si el vocabulario utilizado es adecuado para el nivel académico al cual va dirigido el libro, si las figuras, párrafos y áreas en blanco están bien distribuidos dentro de la página, si las imágenes complementan o permiten entender de mejor manera el contenido del texto, si las paginas no están saturadas de solo texto.

2.4 Saber sabio- saber transpuesto

Se realizará un paralelo entre el saber sabio, en cual se tomara como referente algunos de los libros de textos abordados en la dimensión matemática del capítulo dos, con el saber transpuesto que será abordado desde cada uno de los libros de textos escolares a ser analizados.

3. El discurso en el libro de texto escolar

En los libros de texto se pueden encontrar tres tipos de discursos, estos son el discurso expositivo, el discurso heurístico y una combinación de los dos, a partir de esta clasificación se analizará que tipo de discurso se observa en el libro de texto escolar.

4. Elementos constitutivos del discurso

Existen unos elementos que intervienen en la estructuración del discurso estos elementos pueden ser clasificados en diferentes marcos como los son: marco definicional, marco de ejemplificación, marco de ejercitación, marco de generalizaciones y marco de las instancias.

4.1 Marco definicional: se observa el tipo de definición que presenta el libro de texto escolar, estos pueden ser:

4.1.1 Nominal

4.1.2 Estructural:

- “si p entonces q ”
- “ p solo si q ”
- “ p si y solo si q ”
- “ T es U tal que C_1, C_2, \dots, C_n .”

También se analiza la cantidad de definiciones y si se puede observar el uso de las propiedades de manera implícita o explícita.

4.2 Marco de ejemplificación: se indaga por el tipo de ejemplificaciones que presenta el libro de texto escolar que pueden ser: ejemplos, no ejemplos y contraejemplos, además se observa si estas ejemplificaciones están ligados al tema que se está tratando, en qué contexto se encuentran ubicados (de la misma matemática, de la vida cotidiana, de las otras ciencias), cuáles son los procesos que prevalecen más o que predominan en ellos, en qué lugar se encuentran ubicados si antes o después de la definición, si se presenta el uso de las propiedades de manera implícita o explícita y la cantidad de ejemplos presentados por cada tema.

4.3 Marco de ejercitación: se observa el tipo de ejercicio que presenta el libro de texto escolar a partir de su nivel de complejidad, para ello, se tendrá en cuenta que hay situaciones que se han titulado *ejercicios* en el cual, se presentan preguntas que valoran la comprensión de la definición y el procedimiento, *ejercicios no rutinarios simples* en estos se presentan preguntas que valoran el manejo de la temática observando características propias de cada una de los subtemas y *ejercicios no rutinarios complejos* son aquellos que le exigen un mayor nivel de razonamiento al estudiante, pues estos no han sido planteados como ejemplos, pero su solución se puede extraer a partir de la aprehensión de

conocimientos que ya han sido presentados. También se analiza, si los ejercicios muestran una relación con la definición, si se presenta el uso de las propiedades de manera implícita o explícita y la cantidad de ejercicios presentados por cada tema.

5. El texto escolar y su relación con los aspectos curriculares

Desde los EBCM se analizará la coherencia entre la propuesta curricular que presenta el MEN con lo que se plantea en los libros de textos escolares de grado séptimo escogidos en relación con el tema seleccionado, para ello se debe de mirar si los libros de textos escolares permiten evidenciar si los libros de textos tienen en cuenta los estándares al presentan sus contenidos y su coherencia tanto horizontal como vertical.

También se tendrán en cuenta los LCM, en el cual se analizaran aspectos como el tipo de contexto en que se encuentran ubicados las actividades presentadas, ya sea de la misma matemática, de la vida cotidiana, de las otras ciencias, además si presentan procesos generales de matemáticas (procesos de comunicación, de razonamiento, de resolución y planteamientos de problemas, de modelación, de elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos) y qué tipo son los que más prevalecen o predominan en el desarrollo de los contenidos.

6. Uso de recursos externos al libro de texto escolar

En este apartado se analizara si el libro de texto escolar presenta un sistema para textual, es decir que materiales acompañan el libro de texto escolar para que este sea más completo, en este se tienen en cuenta los materiales audiovisuales y auditivos, las guías para el docente, enlaces para ingresar a páginas web, los libros de fuentes, los libros de lectura, los materiales sólidos, los materiales impresos, la utilería de computador, los libros de trabajo o de talleres.

Tabla 5. *Rejilla para el análisis de los libros de textos escolares.*

Criterios de análisis	Componentes	Elementos
Aspectos generales del texto	Presentación del libro	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Nombre ▪ Autores ▪ Editorial ▪ Impresión ▪ Año de publicación ▪ I.S.B.N
	Aspectos físicos del libro	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Tipo de letra ▪ Márgenes ▪ Numeración de las paginas ▪ Largo de línea ▪ Impresión ▪ Paginas ▪ Encuadernación ▪ Espaciado
Contenido del libro de texto escolar	Organización de los contenidos	
	Actividades introductorias	
	Lenguaje utilizado	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Escrito ▪ Simbólico ▪ Grafico
	Saber sabio- saber transpuesto	
El discurso en el libro de texto escolar	Expositivo	
	Heurístico	
	Combinación (expositivo-heurístico)	
Elementos constitutivos del discurso	Marco definicional	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Tipos de definición ▪ Cantidad ▪ Uso de las propiedades
	Marco de ejemplificación	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Cantidad ▪ Uso de las propiedades ▪ Contexto ▪ Tipo de pensamiento
	Marco de ejercitación	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Tipos de ejercicio ▪ Cantidad ▪ Uso de las propiedades
El texto escolar y su relación con los aspectos curriculares	Coherencia con los estándares publicados por el MEN	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Coherencia del texto con los estándares ▪ Coherencia horizontal ▪ Coherencia vertical
Uso de recursos externos al texto escolar		

3.3 Análisis del texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7

En este apartado, se analiza el libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7 de la editorial Libros y Libros, con el fin de caracterizar las diferentes concepciones de medidas de tendencia central, existente en dicho libro de texto. Para ello, el análisis se llevará a cabo a partir de los siguientes criterios: *los aspectos generales, el contenido, el discurso y los elementos que lo constituyen, el texto y su relación con los aspectos curriculares y los usos de recursos externos.*

3.3.1 Aspectos generales del libro de texto escolar.

3.3.1.1 Presentación del libro de texto escolar

Tabla 6. Presentación del libro de texto Glifos Procesos Matemáticos 7.

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • <i>Nombre:</i> Glifos procesos matemáticos 7 • <i>Autores:</i> Sandra Patricia Arévalo Ramírez, Luz Constanza Garzón Cortés, Betsy Yadir Perafán Liévano, Juan Samuel Rangel Luengas, Sonia Esmeralda Chávez Pulido, Omar Silva Sánchez, Ricardo Alejandro Díaz Dueñas, Javier Mauricio Jiménez Guevara, Manuel Mauricio López Muñoz, William Bautista Perdomo. • <i>Editorial:</i> Libros y libros. • <i>Impresión:</i> Editorial linotipia Bolívar. • <i>Año de publicación:</i> 2008 • <i>I.S.B.N:</i> 978-958-8270-77-7 |
|--|

3.3.1.2 Aspectos físicos del libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7

Tabla 7. Aspectos físicos del libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7.

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • <i>Formato:</i> 21 cm por 25.5 cm • <i>Tipo de encuadernación:</i> Encuadernación rústica con sus hojas pegadas al lomo. • <i>Tipo de cubierta:</i> cartulina plastificada. • <i>Tipo de impresión:</i> nítida y legible. • <i>Tipo de papel:</i> bond. • <i>Partes del libro:</i> carátula; portada; contenido; 4 unidades, cada una contiene los cinco |
|---|

pensamientos y al final de cada unidad se presenta una diversidad de preguntas divididas en tres partes “Me preparo para el saber”, “Competencias matemáticas” y “competencias ciudadanas”; bibliografía; finalmente se presenta un apartado “Pruebas saber” el cual presenta una serie de preguntas tipo ICFES.

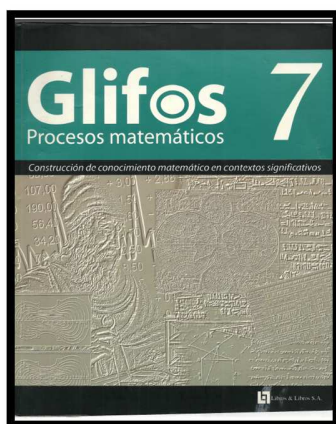
- *Tipo de Letra:* Times New Roman
- *Tamaño de la letra:* 11 en el contenido, para los títulos 16 y subtítulos 14.
- *Títulos:* resaltados con negrilla y color azul.
- *El máximo número de caracteres por renglón:* 60 caracteres, sin contar los espacios.
- *Espacio entre renglones:* 1,15 cm.
- *Espacio entre párrafos:* 2 cm.
- *Uso de la negrilla:* en título, subtítulos, títulos de ejemplo, los conceptos nuevos, los nombres de las figuras, los recuadros, las definiciones alternas del glosario.
- *Uso de la letra cursiva:* en algunos subtítulos, conceptos y en las preguntas de las situaciones problemas.
- *Las márgenes:* Margen superior 1,7 cm
Margen inferior 1,5 cm,
Margen izquierda 1,5 cm
Margen derecha 1,5 cm.
- *Número de páginas:* 312.
- *Numeración de las páginas:* todas las páginas se encuentran enumeradas.
- *Numeración de las unidades:* todas las unidades están enumeradas y ubicadas en páginas enumeradas con números pares.
- *Ubicación de la numeración:* parte inferior derecha.
- *Páginas:* algunas páginas se encuentran divididas en dos columnas.

3.3.1.2.1 Encuadernación:

El libro de texto Glifos Procesos matemáticos 7 presenta una buena encuadernación; aunque sus hojas no están cosidas al lomo, lo cual le podría dar una mayor consistencia y durabilidad, su cubierta consiste en una cartulina plastificada que facilita su manejo.

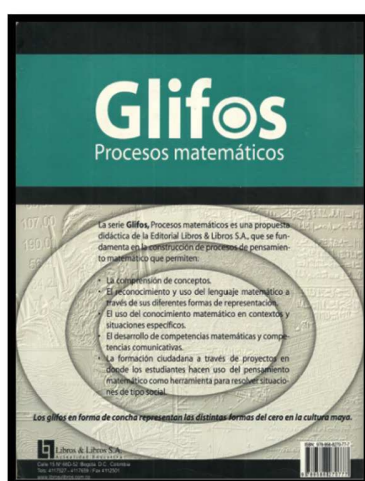
En la parte del dorso aparece el grado escolar al que va dirigido el libro de texto, el nombre y el logo de la editorial.

Ilustración 6. Carátula frontal del libro de texto escolar *Glifos Procesos Matemáticos 7*.



Como se puede observar, la carátula del libro tiene en la parte superior el nombre de éste y el grado al cual va dirigido, acompañado de un lema con letras color blanco, cuyo tamaño y estilo varía en contraste con su fondo siendo agradable a la vista por la combinación de sus colores y en su parte inferior se encuentra una imagen relacionada con varios aspectos matemáticos, y finaliza con el logo y el nombre de la editorial.

Ilustración 7. Carátula posterior del libro de texto escolar *Glifos procesos Matemáticos 7*



En la parte trasera se presenta el título del libro y un pequeño texto sobre una figura que simboliza la palabra “Glifos”. En el texto se exhibe, lo que el libro pretende que el lector o el estudiante amplíe a medida que desarrolle cada uno de los contenidos. Además, se presenta un enunciado donde se menciona la relación del nombre con la figura, el I.S.B.N, el logo y el nombre de la editorial, acompañado de la dirección, teléfono y la página web de esta.

3.3.1.2.2 Tipo de letra:

En el texto, para las definiciones y ejemplos se usa el tipo de letra Times New Roman cuyo tamaño es 11; para los títulos y subtítulos y otros encabezados se observan variaciones de éste, en cuanto al tamaño y otros tipos de letra. (Ver anexo 3), se observa que para el subtítulo de la mediana se utiliza un tamaño de letra más grande, al que se maneja en el contenido, además en las tablas se usa un tipo de letra más pequeño, por otra parte en los subtítulos prácticas y amplia se utiliza un tipo de letra diferente a Times New Roman y con tamaño menor a 11.

3.3.1.2.3 Largo de la línea:

El número de caracteres por renglón en todo el texto para los temas es de 60; el espacio entre renglones es de 1,5.

3.3.1.2.4 Tamaño y peso:

El tamaño y el peso del libro son apropiados para la portabilidad y lectura del mismo por parte del lector.

3.3.1.2.5 Numeración de las páginas:

El texto consta de 312 páginas dentro, del contenido se enumeran todas las páginas, lo que permite la búsqueda rápida de los temas. Todas las unidades comienzan en números pares y toda la numeración se encuentra en la parte inferior izquierda y al lado exterior de la página.

3.3.1.2.6 Partes del libro:

Carátula; portada; contenido; 4 unidades cada una contiene los cinco pensamientos y al final de cada unidad se presenta una diversidad de preguntas divididas en tres partes “Me preparo para el saber”, “Competencias matemáticas” y “competencias ciudadanas”; bibliografía; finalmente se presentan un apartado “Pruebas saber” el cual presenta una serie de preguntas tipo ICFES.

3.3.1.2.7 Impresión:

El texto escolar presenta una impresión nítida y legible. Las fotografías, gráficas y dibujos han sido impresos en una gama de colores muy variada, lo que le permite ser atractivo a la vista del lector. Presentan diferentes tipos de letras con una variedad de colores, poseen buen contraste con los fondos utilizados, en su generalidad de color blanco.

3.3.1.2.8 Páginas:

La mayoría de las páginas se hallan divididas en dos columnas que varían de ancho dependiendo de la necesidad de los autores: por ejemplo: la columna más angosta se encuentra destinada para los glosarios, retos, algunas prácticas, entre otros; además algunas hojas se dividen en dos columnas de igual tamaño para la asignación de *ejercicios y problemas resueltos* y *ejercicios y problemas propuestos*. En general las páginas presentan una buena organización.

Generalizando, el libro de texto escolar hace una buena presentación de su obra y sus aspectos físicos, permitiendo que el estudiante maneje el libro sin ninguna dificultad, además la forma en que presenta la información en cada una de las paginas, permite que el lector entienda sus contenidos, ya que presenta una buena utilización de los espacios y la impresión de cada una de las paginas presentan una buena nitidez.

3.3.2 Contenido del libro de texto escolar.

3.3.2.1 Organización de los contenidos

El libro de texto *Glifos Procesos matemáticos 7* presenta cuatro unidades y cada unidad está estructurada por los cinco pensamientos matemáticos (numérico, geométrico, métrico, aleatorio y variacional), de las cuales, en la unidad 3 se encuentran referenciadas las medidas de tendencia central, que son el objeto de análisis de este trabajo.

Al inicio de cada unidad, en una página se exhibe el título *desarrollo del pensamiento matemático*, esta se presenta de manera vertical; empezando se encuentra el pensamiento matemático a desarrollar y un estándar relacionado con este, luego se muestra lo que se aprende con dicho pensamiento; de allí se presenta una relación con los procesos matemáticos que presenta el libro, en el cual se encuentran situaciones problemas, comunicación matemática, razonamiento matemático y evaluación cualitativa. Al finalizar la página presentan unas competencias (*comunicativas, matemáticas y ciudadanas*) presentando un objetivo en cada una de ellas, y unos indicadores de logro por cada pensamiento.

Al iniciar cada pensamiento, se muestra una página, en la cual se presenta un ejemplo acorde al pensamiento matemático que se va a trabajar, a partir de esta situación se muestran dos

componentes, en los cuales se exhiben preguntas relacionadas con el contexto de la situación. El primer componente se titula *analiza*, y las preguntas formuladas son planteadas de modo que el estudiante pueda extraer las respuesta si realiza un análisis a la situación problema, y el otro componente se titula *explora tus conocimientos matemáticos*; a diferencia del primer componente, las preguntas formuladas son para verificar y completar, y aunque tienen relación con la situación presentada, algunas de las preguntas hacen más alusión a los conocimientos que posee el estudiante acerca de algunos de los temas a desarrollar en el pensamiento.

Al finalizar cada pensamiento, en cada una de las unidades, se encuentran las siguientes actividades: *afianza tus logros*, esta se presenta en dos páginas divididas en columnas cada una, dentro de esta se presentan actividades como *Repasa*, *Aclara tus conocimientos*, *Usa*, *transfiere*, y *Profundiza*; la otra actividad es *¿Qué más puedo aprender?*, en donde se muestra un subtema diferente a los tratados en el pensamiento, pero presenta una relación muy estrecha con ellas; dicho subtema presenta una estructura similar a los subtemas anteriores (un ejemplo como actividad introductoria, la definición del subtema seguida de un ejemplo y una práctica).

Además al final de cada unidad se presentan unos anexos, que consisten en pruebas tipo evaluativas, entre ellos están:

- *Me preparo para la prueba saber*: en esta se exhiben pruebas, en la cuales, varias de las preguntas dependen de un solo enunciado, la cantidad de preguntas por enunciado oscilan entre 3 y 4. (Ver anexo 4).
- *Competencias matemáticas*: aquí se plantea una situación de la vida real, en ella el estudiante o el lector, debe resolver algunas preguntas de acuerdo a una situación, por ejemplo la unidad 3 contiene 6 preguntas que giran, alrededor de una situación, en la cual

un ingeniero requiere programar los semáforos de una esquina y estos deben de cumplir unas condiciones. Estas situaciones son tituladas de forma diferente en cada unidad, por ejemplo en la unidad 1 la competencia matemática recibe el nombre de *Prueba de resistencia*, en la unidad 2 *De camino al colegio. El movimiento del auto*, en la unidad 3 *Semáforos* y en la unidad 4 *Reunión de amigos*. (Ver anexo 5).

- *Competencia ciudadanas*: en este último, se encuentran proyectos y preguntas para unas matemáticas ciudadanas; en esta competencia se presenta un proyecto en cada unidad, donde cada uno de ellos consta de un objetivo, un problema, un propósito ciudadano, un conocimiento matemático, los cuales, son importantes para el proyecto (relacionadas con 2 pensamientos, estos cambian y varían en las unidades) y Actividades del proyecto. (Ver anexo 6).

Al finalizar el libro, se presenta una bibliografía (ver anexo 7) que consta de 26 citas, entre ellas se señalan los lineamientos curriculares para el área de matemáticas de 1998 y los estándares básicos de calidad de matemáticas del MEN 2003. Por otra parte, se presenta un apartado que se titula Pruebas SABER Matemáticas (ver anexo 8) elaboradas con base en el modelo adoptado por el Ministerio de Educación Nacional, dentro del programa “Revolución Educativa”. Este programa se aplica en todo el país a través del ICFES, como prueba censal. Esta prueba saber aparece como anexo, consta de 51 preguntas o problemas y finalmente se presenta una hoja de respuestas tipo ICFES permitiendo que el lector elija cual es la respuesta acertada, a partir de los conocimientos obtenidos.

A continuación se presenta una tabla, en la cual se muestran los pensamientos y los temas que van a ser desarrollados en cada una de las unidades.

Tabla 8. Organización de los contenidos del libro de texto escolar *Glifos Procesos Matemáticos 7*.

	UNIDAD 1°	UNIDAD 2°	UNIDAD 3°	UNIDAD 4°
PENSAMIENTO NUMÉRICO	1. Números enteros. 2. Operaciones de números enteros.	1. Números Racionales. 2. Operaciones con Números Irracionales. 3. Polinomios Aritméticos.	1. Números Racionales expresados en forma decimal. 2. Operaciones con números decimales.	1. Razón y proporción. 2. Magnitudes y proporciones.
PENSAMIENTO GEOMÉTRICO	1. Rectas planos en el espacio. 2. Distancias 3. Ángulos en el espacio.	1. Ángulos 2. Círculo y circunferencia. 3. Polígonos. 4. Triángulos. 5. Cuadriláteros.	1. Movimiento en el plano.	1. Semejanza
PENSAMIENTO MÉTRICO	1. Unidades de Medidas 2. Sistema Métrico Decimal	1. Perímetro. 2. Área y superficie.	1. Poliedros y cuerpos redondos.	1. Unidades de tiempo.
PENSAMIENTO ALEATORIO	1. Población y muestra. 2. Registro y Datos. 3. Variables Aleatorias.	1. Representación gráfica de Datos.	1. Frecuencias. 1.1 Frecuencia absoluta. 1.2 Frecuencia relativa 1.3 Frecuencias porcentuales. 2. <i>Medidas de tendencia central.</i> 2.1 <i>Moda.</i> 2.2 <i>Mediana.</i> 2.3 <i>Media.</i>	1. Experimentos Aleatorios. 2. Probabilidad.
PENSAMIENTO VARIACIONAL	1. Situaciones de Cambio.	1. Gráficas Cartesianas.	1. Introducción al álgebra.	1. Relaciones Funcionales.

Tomado del libro de texto escolar *glifos procesos matemáticos 7*. p. 2 - 3

La forma en que el libro organiza los contenidos temáticos a desarrollar permite que el estudiante tenga una guía para encontrar los diferentes temas, además se encuentra una conexión entre los temas pertenecientes a la misma unidad y al mismo tiempo dicha conexión presenta un orden, pues tienen en cuenta que temas deben de ir primero, ya que para comprender algunos temas se deben tener en cuenta algunos conocimientos previos, un ejemplo son las medidas de tendencia central donde se muestra primero el tema de las frecuencias, aquellas que son importantes para entender las medidas de tendencia central, pues para hallar la moda necesitamos saber cuál es el dato más frecuente, igualmente en la media y la mediana es necesario conocer la frecuencia de cada dato para poder determinar su valor.

A partir de la anterior tabla, se puede observar que la celda que corresponde al pensamiento aleatorio con relación a la unidad 3 está compuesta por dos temas como lo son: las frecuencias y las medidas de tendencia central. En este trabajo fijaremos la atención en el último tema.

3.3.2.2 Actividades introductorias

Cada unidad presenta los cinco tipos de pensamiento matemático y al inicio de cada pensamiento, se presenta una *Situación problema* que permite contextualizar al lector con los conceptos que se presentarán en dicho apartado. Al empezar, la situación está acompañada de gráficas, fotografías, dibujos relacionados con el problema, además aparece una tabla titulada *Analiza* en donde aparecen varias preguntas y *Explora tus conocimientos matemáticos* donde el lector verifica y completa lo que ha resuelto con algunas preguntas que se plantean.

El tema *medidas de tendencia central*, tiene 3 subtemas *la moda*, *la mediana* y *la media*; cada uno de ellos inicia con una actividad introductoria, en donde los datos son presentados a partir de una tabla correspondiente al subtema que se está presentado.

Ilustración 8. Actividad introductoria de la moda presentada en el libro de texto escolar *Glifos Procesos Matemáticos 7*.

2.1 Moda

Los siguientes datos representan las edades de los compañeros de María:

a. ¿Qué edad tiene la mayoría de amigos de María?

12	11	10	12	13	14	15	13	15
13	10	13	11	13	12	15	13	13
10	13	11	13	15	12	10	11	13
13	11	12	14	13	13	12	11	15
10	11	13	14	13	15	13	14	13

b. ¿La mayoría de los amigos de María tiene 11 años?

Tomado del libro de texto escolar *glifos procesos matemáticos 7*. p. 220

En la *moda*, la actividad introductoria es presentada por medio de una tabla, en donde se muestran los datos correspondientes a la actividad propuesta. Esta actividad consta de dos preguntas, las cuales presenta su solución, acercando al estudiante sobre el tema que se le va a presentar.

Ilustración 9. Actividad introductoria de la mediana, presentada en el libro de texto escolar *Glifos Procesos Matemáticos 7*.

2.2 Mediana

El monitor del curso 702 preguntó a algunos de sus compañeros sobre la frecuencia de realización de tareas. Observa los resultados:

Siempre	Nunca	Algunas veces	Casi siempre
6	2	6	5

¿Qué debería decir el monitor sobre la frecuencia con que sus compañeros realizan tareas?

En este caso la *moda* no serviría, porque habría dos respuestas no cercanas: siempre y algunas veces.

Por tal razón, es necesario el uso de otra medida de tendencia central, llamada la mediana (*Me*).

Tomado del libro de texto escolar *glifos procesos matemáticos 7*. p. 221

En la *mediana*, pasa algo similar que en la moda, se presenta una actividad al principio del tema que consta de una pregunta, y los datos de esta actividad son representados en una tabla. En esta actividad se le pregunta al estudiante o al lector sobre la frecuencia de realización de tareas, en donde los estudiantes deben recordar una temática que ya se ha trabajado anteriormente empezando la unidad y haciendo contraste con la medida de tendencia central ya trabajada que, en este caso, es la moda.

Además, el libro de texto le da herramientas al estudiante, para que este pueda definir cuándo es más importante el uso de determinada medida de tendencia central en comparación con otra, pues en la anterior imagen se observa que se hace la aclaración del porque no es viable utilizar la moda para dar solución a la pregunta. Pues la moda no da solución a la pregunta, debido a que arrojarían dos respuestas contradictorias, ya que no sería coherente decir que los estudiantes realizan las tareas “siempre” y “algunas veces”, tampoco se podría encontrar la media, ya que los datos son cualitativos (siempre, nunca, algunas veces y casi siempre), sin embargo algunas veces los estudiantes podrían confundirse y tomar las frecuencias (6, 2, 6 y 5) como los datos, lo que les arrojará una respuesta incorrecta. Estas confusiones suceden algunas veces, debido a que los estudiantes se acostumbran o tienen la idea errada acerca de que los datos solo deben ser numéricos, debido a esto, al encontrarse con ejercicios como el anterior ejemplo, no podrán solucionar el ejercicio de manera acertada.

Ilustración 10. Actividad introductoria de la media aritmética presentada en libro de texto escolar *Glifos Procesos Matemáticos 7*.

2.3 Media

1. Este es el reporte de ventas de algunos vendedores durante una semana en el almacén "Garabatos":

Diego	Julián	Carolina	Diana	Amanda	Carlos	Alberto
\$135 000	\$230 000	\$200 000	\$150 000	\$300 000	\$195 000	\$270 000

El gerente afirma que el promedio de ventas durante la semana fue de aproximadamente \$ 211 450. ¿Qué operación realizó para hacer esa afirmación?

La **media aritmética** es un valor numérico definido como el cociente entre la suma de los valores de las variables y el número total de ellas. La media aritmética se denota por \bar{x} y se lee "equis barra".

Tomado del libro de texto escolar glifos procesos matemáticos 7. p. 223

A diferencia de la *moda* y la *mediana*, en la *media*, las actividades introductorias le establecen un reto al lector o al estudiante, pues como se puede observar se le da la respuesta pero no se le presenta el procedimiento y es este el que ellos deben descubrir. El estudiante o el lector debe analizar e intentar revelar, qué operación se ha utilizado para llegar a la respuesta y a partir de esto poder inferir o hacer un acercamiento a la fórmula de la media aritmética.

3.3.2.3 Lenguaje utilizado

Como se ha dicho en capítulo anterior, los libros de textos escolares pueden presentar distintos lenguajes, entre ellos están: lenguaje escrito, simbólico y gráfico.

- **El lenguaje simbólico:**

A partir del análisis realizado, se logra observar que el libro de texto escolar, en la parte que atañe al tema de las medidas de tendencia central, carece de un lenguaje simbólico, pues no hacen uso de ninguna fórmula, la cual en la mayoría de los casos está compuesta por símbolos o expresiones lógicas. Aunque los autores han realizado una transposición didáctica al presentar cada una de las definiciones, deberían presentar sus fórmulas, ya que son importantes para dar

solución a posteriores ejercicios. Si bien explican el procedimiento a seguir para hallar algunas de las medidas, sería pertinente presentar las formulas, pues esta podrían ayudarles a comprender mejor la definición.

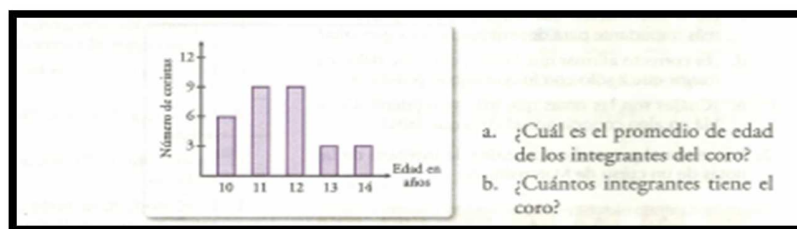
- **Lenguaje gráfico:**

El libro de texto presenta, en las mayorías de las páginas, un lenguaje gráfico, puesto que utiliza fotografías, tablas, diagramas, iconos, dibujos y esquemas. En lo que corresponde al tema de las medidas de tendencia central se encuentran:

Los *diagramas*, son presentados en la moda y la media como gráficos que permiten extraer información, la cual podrá ser usada para solucionar los diferentes ejercicios, ejemplos y problemas. En la temática abordada se presentan dos tipos de diagramas: el circular, que es utilizado en situaciones problemas pertenecientes a la moda y el de barra, relacionado con la media aritmética, pues en estos se encuentran estipulados los datos necesarios con sus respectivas frecuencias, para encontrar alguna de las medidas anteriores en una distribución, aquello que permite complementar las definiciones, hacer más llamativo la lectura y mejorar la comprensión de estas, y al mismo tiempo le proporciona al estudiante la oportunidad de examinar nuevas formas de visualizar los datos.

Sin embargo, este tipo de diagramas puede ser utilizado en cualquiera de las medidas de tendencia central como elementos visuales que contengan los datos y sus respectivas frecuencias, sirviendo de acompañamiento de la situación problema que se presente.

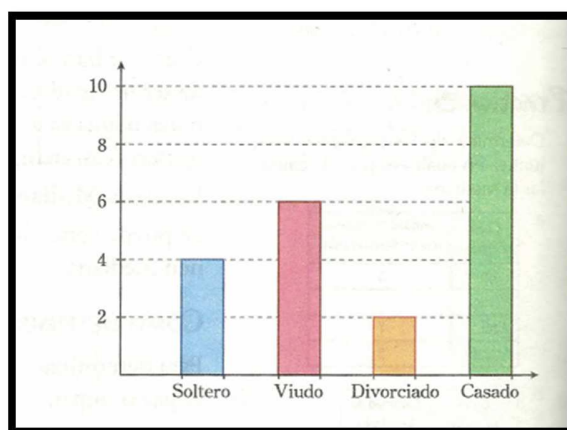
Ilustración 11. Diagrama de barra presente en el libro de texto escolar *Glifos Procesos Matemáticos 7*.



Tomado del libro de texto escolar *glifos procesos matemáticos 7*. p. 223

Como se puede observar, en la anterior ilustración se hace uso de un diagrama, en el cual utilizan colores para representar las barras de este, y al mismo tiempo es utilizado para extraer información, la cual permitirá dar respuesta a las preguntas planteadas.

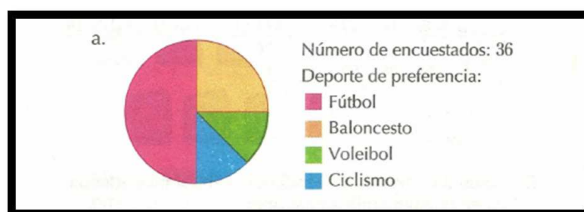
Ilustración 12. Diagrama de barra presente en el libro de texto escolar *Glifos Procesos Matemáticos 7*.



Tomado del libro de texto escolar *glifos procesos matemáticos 7*. p. 222

En la anterior ilustración se muestra un diagrama, donde los colores de las barras son utilizadas para diferenciar las diferentes categorías, las cuales pertenecen al estado civil de unos trabajadores, también se observa que los colores son llamativos presentando un buen contraste con el color de las hojas.

Ilustración 13. Diagrama circular presente en el libro de texto escolar *Glifos Procesos Matemáticos 7*.



Tomado del libro de texto escolar glifos procesos matemáticos 7. p. 226

En la ilustración anterior, se observa la utilización de un diagrama circular, del cual, se debe de extraer la moda, en él se presentan una variedad de colores para diferenciar las categorías, este diagrama es diferente al diagrama de barra y por eso debe ser interpretado de manera diferente por parte del lector, debido a que en él no se presentan las cantidades que hay por cada categoría, pues el estudiante debe de realizar una comparación entre los espacio que ocupan los colores.

Las *tablas*, están presentes en el desarrollo de las medidas de tendencia central y aún más en los ejemplos y ejercicios presentados, estas presentan una variedad de colores, los cuales son llamativos a la vista, además son utilizadas para mostrar información de manera organizada como se muestra a continuación.

Ilustración 14. Tabla presente en el libro de texto escolar *Glifos Procesos Matemáticos 7*.

3. Observa la siguiente tabla

Edad en meses	Nº de personas
151 – 153	10
154 – 156	20
157 – 159	8

Halla el intervalo o clase mediana.

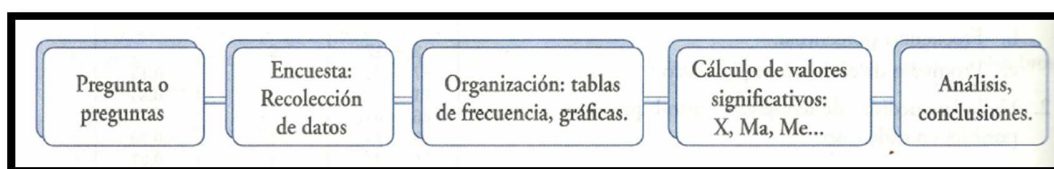
Solución
Este intervalo agrupa la mitad de las frecuencias absolutas:
 $\frac{38}{2} = 19$, entonces, Me = 154 – 156 ← Intervalo

Tomado del libro de texto escolar glifos procesos matemáticos 7. p. 225

A partir de la tabla anterior, se logra observar que la tabla es fundamental para poder dar solución al interrogante, pues en ella están expresados los datos que serán utilizados al momento de realizar las operaciones, también se observa que el color utilizado es llamativo y permite realizar la lectura de sus datos sin ningún inconveniente.

Los *esquemas* solo se presentan al final del pensamiento aleatorio y solo se presenta uno, como parte de un tema que es sugerido para ampliar la información.

Ilustración 15. Esquema presente en el libro de texto escolar *Glifos Procesos Matemáticos 7*.



Tomado del libro de texto escolar *glifos procesos matemáticos 7*. p. 228

En la anterior ilustración se muestra la utilización de un *esquema*, el cual pertenece al tema proceso estadístico, el cual hace parte de la estadística descriptiva que tiene como finalidad organizar, estudiar y presentar información con el fin de aportar conclusiones, los autores proponen este tema para ampliar los contenidos expuestos en la unidad tres relacionada con el pensamiento aleatorio. También, se puede observar que el *esquema* es organizado por etapas que se deben realizar para terminar el proceso estadístico, aquellos que deben estar enlazados entre sí. Además, se observa que su presentación es llamativa y al mismo tiempo presenta un orden ascendente, debido a que empieza desde la formulación de preguntas para llegar al análisis de unas conclusiones.

Además, en el esquema se plantea que el proceso estadístico debe de partir de una o varias preguntas, aquello que le permitirá hacer una serie de observaciones y finalmente llegar a unas conclusiones a partir de la información encontrada.

Es importante mencionar, que el libro de texto trabaja imágenes, graficas, dibujos e ilustraciones muy llamativas; las tablas, los esquemas y los diagramas muestran colores que atraen al lector y permiten que este establezca diferencias entre categorías y la información presentada en cada una de estas.

- **Lenguaje escrito**

Se observa que el libro de texto escolar maneja un lenguaje escrito que es acorde al nivel o grado académico en que está el estudiante, pues el vocabulario utilizado es el apropiado para los estudiantes que cursan el grado séptimo, además, los párrafos son cortos y puntuales, también se observa, que su escritura es sencilla presentando cada uno de sus contenidos de manera concreta, lo que permite realizar una ligera lectura.

Este libro de texto, en lo que concierne a las medidas de tendencia central, utiliza diferentes tipos de letras con diversos tamaños, pues en las tablas se utiliza un tipo de letra más pequeño que el utilizado en los párrafos.

También se utiliza la cursiva y la negrilla para resaltar aspectos importantes en cada página, además se hace uso de los colores en las letras para diferenciar los títulos, los ejercicios y los ejemplos. Por otra parte, se encuentran títulos con mayúsculas sostenidas, que permiten resaltar cada una de las temáticas, y minúsculas en el desarrollo de los párrafos, estos aspectos permiten diferenciar la escritura de los contenidos presentes en cada tema.

Para finalizar, la mayor parte del libro de texto escolar está constituido por un lenguaje gráfico y un lenguaje natural, los cuales comunican ideas complementarias o de ratificación de los conceptos que los autores han decidido poner en juego en la formulación de los contenidos del texto.

3.3.2.4 Saber Sabio – Saber Transpuesto

El libro *Glifos procesos matemáticos 7* en la unidad 3, relacionada con el pensamiento aleatorio, presenta el tema de Medidas de Tendencia Central, el cual es objeto de análisis en este trabajo. Este tema posee tres subtemas los cuales son: *la moda, la mediana y la media*.

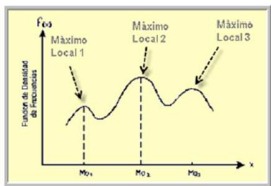
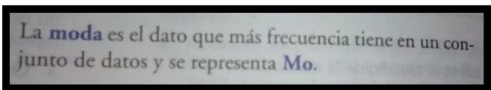
Para analizar si los autores han realizado una transposición didáctica y de que forma la han ejecutado, se tomó como fuente el libro *Estadística: Un enfoque descriptivo* y su tema *Indicadores de Tendencia Central* de Roberto Behar y Mario Yepes, en el cual, se presentan la definición formal y la fórmula de cada una de las medidas de tendencia central. Sin embargo, hay que aclarar que los autores de este libro han realizado una transposición didáctica al presentar cada uno de las definiciones, ya que este libro es utilizado para orientar clases universitarias. Por lo tanto, para abordar la parte científica se toma como referente este libro.

A continuación se presenta una tabla para cada uno de los subtemas, las cuales permitirán realizar un paralelo entre la definición científica y la que presenta el libro de texto analizado.

MODA:

Tabla 9. Paralelo entre el saber sabio con el saber transpuesto, en cuanto a la moda en el libro de texto escolar *Glifos Procesos Matemáticos 7*.

DEFINICION CIENTIFICA QUE PRESENTA EL LIBRO ESTADÍSTICA: UN ENFOQUE DESCRIPTIVO	DEFINICIÓN QUE PRESENTA EL LIBRO DE TEXTO ESCOLAR GLIFOS PROCESOS MATEMÁTICOS 7
---	---

<p>2.4.1.3 La moda</p> <p>Cuando la variable de interés, es de naturaleza discreta, la moda M_0 corresponde al dato de la muestra que tiene mayor frecuencia, por ejemplo, en la muestra: 2, 3, 1, 1, 1, 4, 3, 1, 5, 1, 5, 2, la moda es $M_0 = 1$ puesto que posee la mayor frecuencia (aparece 5 veces).</p> <p>Cuando se trata de una variable de naturaleza continua, la moda corresponde al (os) valor(es) alrededor del (os) cual(es) se produce una mayor concentración de datos, es decir a los puntos de mayor densidad de frecuencia. En lenguaje matemático diríamos, refiriéndonos a la función de densidad de frecuencia o de probabilidad, que la(s) moda(s) corresponden a los puntos que son máximos locales, como muestra la figura 2.111.</p> <p>Si se conociera la función de densidad poblacional (ver Fig.2.111) la moda corresponde a sus máximos relativos; en la función que muestra el gráfico se aprecian 3 modas:</p>  <p>Fig. 2.111. Gráfico de la función de densidad de frecuencia poblacional de alguna variable X.</p> <p>Roberto Belar y Mario Yepes</p>	 <p>Tomado del libro de texto escolar glifos procesos matemáticos 7. p. 220</p>
--	---

Se puede observar que los autores de este libro de texto han realizado una transposición didáctica, pues al presentar la definición de la noción matemática no la hacen de manera formal. Esto no implica que la noción se haya modificado científicamente, solamente que se ha realizado una transformación para que el estudiante o lector aprendan y comprendan lo necesario para su grado de escolaridad de una manera más sencilla, así como el texto escolar presente la definición.

Sin embargo, al realizar la transposición didáctica se dejan de lado algunos aspectos importantes, como el de explicar qué procedimiento utilizar para hallar la moda de datos agrupados, es decir datos que se encuentran en un intervalo, puesto que para hallar la moda en estos casos, es necesario encontrar la frecuencia absoluta, la frecuencia relativa y la densidad de frecuencia, lo cual hace más complejo el cálculo de la moda cuando los datos están agrupados en intervalos. Por lo tanto la definición que se presenta para esta medida es incompleta, sin embargo, cabe aclarar que al revisar los estándares que plantea el MEN para el conjunto de grado

sexto y séptimo no se contempla los datos agrupados, lo cual puede ser motivo para que los autores tampoco lo exhiban en el desarrollo de este contenido temático.

MEDIANA:

Tabla 10. Paralelo entre el saber sabio con el saber transpuesto, en cuanto a la mediana en el libro de texto escolar *Glifos Procesos Matemáticos 7*.

DEFINICION CIENTIFICA QUE PRESENTA EL LIBRO ESTADÍSTICA: UN ENFOQUE DESCRIPTIVO	DEFINICIÓN QUE PRESENTA EL LIBRO DE TEXTO ESCOLAR GLIFOS PROCESOS MATEMÁTICOS 7								
<p><u>2.4.1.2 La mediana (Me)</u></p> <p>La mediana ya fue tratada cuando tocamos el tema de los cuartiles, pues la mediana corresponde con el segundo cuartil. En síntesis la definimos de la siguiente manera.</p> <p>Si X_1, X_2, \dots, X_n corresponde a una muestra de realizaciones (datos) de una variable X y ordenamos dichos valores de la forma: $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$. Ahora hemos colocado los subíndices entre paréntesis para indicar las nuevas posiciones de los datos, es decir que el menor de los datos ahora se llama $X_{(1)}$ van en secuencia no decreciente, hasta llegar a $X_{(n)}$ que es el mayor de todos. Así las cosas la mediana se halla con la siguiente expresión:</p> $M_e = \begin{cases} X_{\frac{n+1}{2}} & n \text{ impar} \\ \frac{X_{\frac{n}{2}} + X_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2} & n \text{ par} \end{cases}$ <p>Propiedad de la mediana</p> <p>La suma de las distancias de los datos a un punto "a" es mínima cuando ese punto es la mediana, es decir:</p> <p>Si $f(a) = \sum_{i=1}^n x_i - a$, entonces $f(a)$ tiene un mínimo en</p> <p>$a = M_e$.</p> <p>Otra propiedad de la mediana se explica a continuación:</p> <p>La sensibilidad es una cualidad deseable en un indicador, puesto que ello implica qué cambios producidos en la muestra pueden ser detectados por el indicador; pero mucha sensibilidad en un</p> <p style="text-align: right;"><i>Roberto Behar y Mario Yepes</i></p> <hr/> <p>118 <i>Estadística. Un Enfoque Descriptivo</i></p> <p>indicador puede ser contraproducente, puesto que cambios irrelevantes en la muestra pueden producir grandes cambios en el indicador, lo cual puede prestarse para interpretaciones equivocadas, esto ocurre con la media aritmética, cuando la distribución es asimétrica, es decir cuando hay unos pocos valores muy grandes o muy pequeños, la media es muy afectada por ellos.</p>	<p>La mediana es el valor que divide los datos en dos partes iguales. Para hallar la mediana, es necesario que los datos estén ordenados.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Cantidad de datos par</th><th>Cantidad de datos impar</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Paso 1 Ordenar los datos de menor a mayor.</td><td>Paso 1 Ordenar los datos de menor a mayor.</td></tr> <tr> <td>Paso 2 Dividir el número de datos entre 2. Luego, contar hasta encontrar este dato.</td><td>Paso 2 Al número de datos adicionarle 1 y luego, dividirlo entre 2.</td></tr> <tr> <td>Paso 3 Adicionar el dato encontrado con el siguiente y dividir entre 2. El resultado es la mediana (Me).</td><td>Paso 3 Contar hasta ubicar el valor entre los datos. Este es la mediana.</td></tr> </tbody> </table> <p>Tomado del libro de texto escolar glifos procesos matemáticos 7. p. 221</p>	Cantidad de datos par	Cantidad de datos impar	Paso 1 Ordenar los datos de menor a mayor.	Paso 1 Ordenar los datos de menor a mayor.	Paso 2 Dividir el número de datos entre 2. Luego, contar hasta encontrar este dato.	Paso 2 Al número de datos adicionarle 1 y luego, dividirlo entre 2.	Paso 3 Adicionar el dato encontrado con el siguiente y dividir entre 2. El resultado es la mediana (Me).	Paso 3 Contar hasta ubicar el valor entre los datos. Este es la mediana.
Cantidad de datos par	Cantidad de datos impar								
Paso 1 Ordenar los datos de menor a mayor.	Paso 1 Ordenar los datos de menor a mayor.								
Paso 2 Dividir el número de datos entre 2. Luego, contar hasta encontrar este dato.	Paso 2 Al número de datos adicionarle 1 y luego, dividirlo entre 2.								
Paso 3 Adicionar el dato encontrado con el siguiente y dividir entre 2. El resultado es la mediana (Me).	Paso 3 Contar hasta ubicar el valor entre los datos. Este es la mediana.								

En la *mediana* se observa que el autor del libro de texto escolar ha realizado una transposición didáctica, pues la definición no se ha presentado formalmente; la definición científica o formal, muestra la fórmula que se debe utilizar en casos en que el número de datos sea impar o par. A diferencia del libro de texto escolar, que muestra una tabla, en la cual el lector o el estudiante cuando se le representa una situación con número de datos impar deben sumarle uno y dividirlo entre dos, para que este número se convierta en un número par y así poder resolver la situación problema. Sin embargo, esto no implica que la noción se haya modificado científicamente, solamente que se ha realizado una transformación para que el estudiante o lector aprendan y comprendan lo necesario para su grado de escolaridad de una manera más sencilla, así como el texto escolar presente la definición.

Además, el libro de texto escolar presenta una serie de pasos a seguir para hallar la mediana, ya sea que el número de datos sea par o impar, lo cual puede ser más entendible para los estudiantes. Si se observa el paso 3, para hallar la mediana cuando hay una cantidad par de datos, el estudiante debe reflexionar y entender que es necesario sumarle el dato siguiente al encontrado, pues si no se hace así el conjunto de datos no quedará dividido en dos, pues habrá más datos hacia el lado derecho.

Por ejemplo hay diez datos, los datos los divide entre dos y toma el quinto dato y le suma el siguiente dato y

Sin embargo algunos de los pasos que hay que realizar para encontrar la mediana cuando los datos son pares no son claros, pues en el paso dos se presentan dos consignas y en la última consigna que dice “*luego, contar hasta encontrar este dato.*” no es claro y puede causar alguna dificultad al estudiante, en la ambigüedad, pues un estudiante de grado séptimo puede no saber

desde que dato empezar a sumar y cuando puede tener confianza de que ya ha encontrado el dato, ya que esto no se le es estipulado con claridad. Observándose que la forma en que se quiere explicar la consigna no es la más acertada.

MEDIA ARITMÉTICA:

Tabla 11. Paralelo entre el saber sabio con el saber transpuesto, en cuanto a la media aritmética en el libro de texto escolar *Glifos Procesos Matemáticos 7*.

DEFINICION CIENTIFICA QUE PRESENTA EL LIBRO ESTADÍSTICA: UN ENFOQUE DESCRIPTIVO	DEFINICIÓN QUE PRESENTA EL LIBRO DE TEXTO ESCOLAR GLIFOS PROCESOS MATEMÁTICOS 7
<div data-bbox="181 853 786 1229"> <p>2.4.1.1 La media aritmética</p> <p>La media aritmética de una muestra de datos: x_1, x_2, \dots, x_n, se define como:</p> $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ $= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ <p>Si los datos corresponden a una variable discreta que está organizada en un cuadro de frecuencias, se puede escribir:</p> $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i x_i}{n} = \sum_{i=1}^m \frac{n_i}{n} \times x_i = \sum_{i=1}^m f_i x_i$ </div> <div data-bbox="181 1256 786 1563"> <p>Propiedades de la media aritmética</p> <p>1. La suma de las desviaciones de los datos con respecto a la media es cero.</p> <p>* definimos desviación del dato x_i con respecto al valor "a" como:</p> $d_i = x_i - a$ <p>Así que la propiedad puede escribirse como:</p> $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$ </div>	<div data-bbox="876 1149 1358 1279"> <p>La media aritmética es un valor numérico definido como el cociente entre la suma de los valores de las variables y el número total de ellas. La media aritmética se denota por \bar{x} y se lee "equis barra".</p> </div> <p>Tomado del libro de texto escolar glifos procesos matemáticos 7. p. 223</p>

2. La media de los cuadrados de las desviaciones de los datos con respecto a un valor "a" es mínima, cuando $a = \bar{x}$. Es decir:

Roberto Behar y Mario Yepes

Estadística. Un Enfoque Descriptivo

$$f(a) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - a)^2}{n} \text{ tiene su mínimo en } a = \bar{x}$$

3. Si $x_i = k$, para todo i , o sea que si todos los datos son iguales a k , entonces: $\bar{x} = k$

Veamos:

Roberto Behar y Mario Yepes

Estadística. Un Enfoque Descriptivo

109

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n k}{n} = \frac{nk}{n} = k$$

4. Si todos los datos de una muestra se multiplican por una constante, el promedio de dicha muestra resulta multiplicando por la misma constante, es decir:

si $y_i = ax_i$, $i = 1, 2, \dots, n$, entonces $\bar{y} = a\bar{x}$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n ax_i}{n} = a \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = a\bar{x}$$

5. Si $Z_i = ax_i + by_i$, $i = 1, 2, \dots, n$, donde a, b son constantes, entonces

$$\bar{Z} = a\bar{x} + b\bar{y}$$

Veamos:

$$\bar{Z} = \frac{\sum_{i=1}^n Z_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (ax_i + by_i)}{n} = a \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} + b \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

$$\bar{Z} = a\bar{x} + b\bar{y}$$

Esta propiedad puede generalizarse a la combinación lineal de k variables y puede resumirse diciendo que la media aritmética es un operador lineal.

6. Si una muestra de n elementos, se divide en k submuestras excluyentes y exhaustivas, que tienen n_1, n_2, \dots, n_k elementos ($n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$), con promedios $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_k$ respectivamente, entonces el promedio de la muestra global estará dado por:

$$\bar{x} = \frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2 + \dots + n_k \bar{x}_k}{n}$$

es decir:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i \bar{x}_i}{n}$$

En este caso, al realizar la transposición didáctica, los autores dejan de lado las propiedades de la media aritmética, las cuales son importantes en la solución de situaciones problemas. Como se puede observar en el siguiente ejemplo.

Juanito asistió a la fiesta de María con sus amigos Lola, Pepito, Jaimito y Sofi. Sobre una mesa hay 25 bombones, de los cuales Juanito tomo 7, Pepito 6, Lola 5 y Jaimito 7. Pero Sofi se quedó sin bombones. Entonces María les dice a sus amigos que deben repartir la cantidad de bombones equitativamente, a lo que Sofi responde que a cada uno le corresponde 5 bombones. ¿Qué debe hacer María para saber si es cierto lo que Sofi dice y que todos quedarán con la misma cantidad de bombones?

Para María saber si Sofi ha dicho la verdad y que a cada de sus amigos le corresponde 5 bombones hace uso de la propiedad 1 de la media aritmética. A partir de lo que dijo Sofi $\bar{X} = 5$, entonces:

$$\sum (7 - 5) + (6 - 5) + (5 - 5) + (7 - 5) + (0 - 5) = 0$$

$$(2 + 1 + 0 + 2 + (-5)) = 0$$

$$0 = 0$$

Como la respuesta es 0, María se da cuenta que Sofi decía la verdad y que a cada uno le corresponde 5 bombones, pues 5 es el promedio de los datos y por ende el centro de gravedad. A lo que María concluye que Juanito debe entregar 2 bombones, Pepito 1 y Jaimito 2, para que cada uno de sus amigos quede con la misma cantidad de bombones.

Es importante aclarar que el libro de texto no presenta ningún ejemplo similar al que se acaba de citar, se trae a colación el ejemplo para poder mostrar la aplicación y uso de algunas propiedades.

También, se observa que el libro de texto no le proporciona herramientas al estudiante, para que reflexione acerca de cómo resolver una situación problema que contenga una distribución con datos asimétricos, es decir, cuando hay unos pocos valores muy grandes o muy pequeños, ya que en los ejercicios y ejemplos presentados solo se trabajan distribuciones con datos simétricos. Igualmente, mucha sensibilidad en el cálculo de la media aritmética en un conjunto de datos, puede ser contraproducente, puesto que cambios irrelevantes en la muestra pueden producir grandes cambios en el indicador, lo cual puede prestarse para interpretaciones erradas. Debido a esto, falta más ilustración al respecto en el texto escolar.

Además, al querer ejemplificar la media aritmética se presenta una equivocación, pues se observa que la situación que presentan los autores para ejemplificar la media aritmética se resuelve con la media aritmética ponderada, lo cual podría generar confusiones más adelante en el estudiante cuando se le vaya a presentar la definición de media aritmética ponderada, pues el estudiante podría tomar la media aritmética y la media aritmética ponderada como si fueran iguales, además de esto en ninguna parte del texto se presenta la definición de la media aritmética ponderada. Este comentario, se hace entendiendo que la media aritmética ponderada no es algo distinto, simplemente es un caso particular, donde las frecuencias de los datos adquieren relevancia al ser distintas y mayores de 1.

Por lo tanto, se puede deducir que el libro de texto no presenta la definición completa y formal de la noción trabajada; y esto no permite que el lector o el estudiante comprenda correctamente la definición presentada.

Aunque en la transposición didáctica que realiza el libro de texto escolar ante el saber científico se dejan de lado algunos aspectos, se puede decir que el texto escolar, en la temática analizada, permite que el lector o el estudiante tengan un acercamiento y algunas particularidades de los conceptos trabajados.

De manera general, este libro de texto escolar presenta una buena organización en cuanto a la manera en que presenta los contenidos, lo cual permite que el estudiante logre encontrar con facilidad los temas y guiarse en él, sin que se confunda al buscar algún contenido temático. Además, la utilización del lenguaje tanto escrito como gráfico, permiten que el estudiante comprenda cada uno de los subtemas, sin embargo sería más enriquecedor si se le mostrara a los estudiantes algunas de las fórmulas y estrategias para encontrar cada una de las medidas.

Por otra parte, se deja de lado las propiedades de las medidas de tendencia central, las cuales además de permitir comprobar la validez del ejercicio, le permite al estudiante tener mejor claridad y mayor apropiación del tema en cuestión.

3.3.3 El discurso en el libro de texto escolar.

Teniendo en cuenta los tipos de discurso explicados en el capítulo dos, se infiere que el tema *medidas de tendencia central*, presentado en el texto *Glifos procesos matemáticos 7*, es heurístico, pues en la temática trabajada siempre se inicia con una situación ejemplificadora, la cual le presenta al lector un acercamiento al tema; luego se presenta la definición del concepto en cuestión y finalmente se presenta la solución de la actividad introductoria o un nuevo ejemplo. Como en el caso de la *media aritmética*, en donde la actividad introductoria no es solucionada completamente, sin embargo más adelante se presenta un nuevo ejemplo en el marco de ejemplificación, donde se le da solución a la actividad introductora.

3.3.4 Elementos constitutivos del discurso.

3.3.4.1 Marco Definicional

El libro de texto escolar presenta una definición para cada una de las medidas de tendencia central, y al mismo tiempo expone la notación para cada una de ellas.

La siguiente tabla, muestra las diferentes definiciones y sus tipos en relación con el uso de propiedades ya sea de manera implícita o explícita.

Tabla 12. Marco definicional del libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7 (unidad 3: medidas de tendencia central)

OBJETO/CONCEPTO	TIPOS DE DEFINICIÓN	USO DE PROPIEDADES (Implícita o explícita)
Moda	T es un U tal que $C_1, C_2, \dots C_n$	No presenta
Media	T es un U tal que $C_1, C_2, \dots C_n$	No presenta
Mediana	T es un U tal que $C_1, C_2, \dots C_n$	No presenta

En la anterior tabla se toman los subtemas como conceptos u objetos, en ella se logra observar, que el tipo de definición que predomina en los tres subtemas es estructural, siendo construidas bajo la estructura lógica matemática “T es un U tal que $C_1, C_2, \dots C_n$ ”.

Por otra parte, los subtemas media y mediana desde su saber científico presentan una variedad de propiedades, las cuales permite tener unos conocimientos más concretos de cada subtema, sin embargo al observar la casilla titulada uso de propiedades, se evidencia que el libro de texto escolar en la presentación de sus definiciones no hace uso de las propiedades ni de manera implícita ni explícita. En cuanto a la moda, no se presenta ninguna propiedad desde su saber científico y tampoco desde el saber transpuesto presentado por el libro de texto escolar, por lo

tanto de aquí en adelante no se tendrá en cuenta el uso de las propiedades para este subtema, en el desarrollo de este trabajo.

Ilustración 16. Definición del subtema de la moda en el libro de texto escolar *Glifos Procesos Matemáticos 7*, p. 220

2.1 Moda

Los siguientes datos representan las edades de los compañeros de María:

a. ¿Qué edad tiene la mayoría de amigos de María?

12	11	10	12	13	14	15	13	15
13	10	13	11	13	12	15	13	13
10	13	11	13	15	12	10	11	13
13	11	12	14	13	13	12	11	15
10	11	13	14	13	15	13	14	13

b. ¿La mayoría de los amigos de María tiene 11 años?

Cuando en un grupo de datos se habla del valor que más se repite, hablamos de la **moda**.

La **moda** es el dato que más frecuencia tiene en un conjunto de datos y se representa **Mo**.

Piensa

Cuando en una tabla se tiene más de una moda, ¿cuál crees que es el valor más representativo?

Tomado del libro de texto escolar *glifos procesos matemáticos 7*. p. 220

Al observar la anterior ilustración, se evidencia que hay un apartado titulado *piensa* en la columna izquierda esta presenta una pregunta relacionada al subtema que se está tratando, se cree que con esta pregunta lo que se quiere es que el estudiante investigue y amplíe la información dada, sin embargo, la pregunta expresada está mal planteada, debido, a que no existe una moda más representativa que otras en conjunto de datos, en caso tal de que aparezcan más de una moda, todas serán representativas y como se ha expresado en el capítulo dos en la dimensión curricular en lo que atañe a la moda, se dirá que la moda es unimodal si el conjunto de datos presenta una sola moda y bimodal si el conjunto de datos presenta dos modas, pero esto no es presentado en ninguna parte del libro de texto escolar.

De manera general, las definiciones deben de ser completadas a partir de los aspectos expuestos anteriormente, pues pueden crearse conocimientos herrados si no se hace dichas aclaraciones y correcciones.

3.3.4.2 Marco de Ejemplificación

Teniendo en cuenta el tema correspondiente a las medidas de tendencia central se presenta un solo ejemplo en cada uno de sus subtemas:

En el primero de sus subtemas que es la *moda* se presenta un ejemplo, aquel ejemplo se compone de dos preguntas y la solución de cada una de ellas, la primera está relacionada con una tabla, de la cual, deben de extraer la moda a partir de los datos presentados en ella, la segunda pregunta está relacionada con un gráfico de barras del cual se debe de identificar cual es el valor de la moda. Dicho ejemplo es presentado como actividad introductoria, el cual da paso a la presentación de la definición.

Un segundo subtema es la *mediana* ésta, también comprende un solo ejemplo que presenta una sola pregunta dicho ejemplo es la solución de la actividad introductoria, en cual se presenta su solución.

Y por último se presenta la *media*, su ejemplo está compuesto por dos preguntas y la solución a cada una de estas, aquellas preguntas están relacionadas con un diagrama de barras. En la primera pregunta se pide encontrar el promedio y en la segunda pregunta se pide el número de integrantes; sin embargo se cree pertinente presentar como primera pregunta la última, debido, que al querer solucionar la primera pregunta planteada se hace necesario un dato que corresponde a la solución de la última pregunta.

En la presentación de los subtemas se presente un solo ejemplo por cada una de estas, ya en posteriores páginas se presentan un apartado que muestran una variedad de ejemplos, que tratan

cada uno de los subtemas, este titula *ejercicios y problemas resueltos* en este se exhiben seis ejemplos, los cuales contienen una variedad de preguntas.

También, se observa que el libro de texto con el único ejemplo que presenta no le proporciona herramientas al estudiante, para que reflexione acerca de cómo resolver otros ejemplos que contengan distribuciones con datos asimétricos, es decir cuando hay unos pocos valores muy grandes o muy pequeños, ya que en el ejemplo presentado solo se trabajan distribuciones con datos simétricos.

Por otra parte, se observa que la situación que presentan los autores para ejemplificar la media aritmética se resuelve con la media aritmética ponderada, lo cual podría generar confusiones más adelante en el estudiante cuando se le vaya a presentar la definición de media aritmética ponderada, pues el estudiante podría tomar la media aritmética y la media aritmética ponderada como lo mismo.

A continuación se presenta la siguiente tabla, en la cual, se analizan los ejemplos presentados.

Tabla 13. Marco de ejemplificación del libro de texto escolar *Glifos Procesos Matemáticos 7* (unidad 3: medidas de tendencia central)

OBJETO/ CONCEPTO	RELACIÓN CON LA DEFINICIÓN	CANTIDAD	USO DE PROPIEDADES (Implícita o explícita)	CONTEXTO	TIPO DE PENSAMIENTO (Procesos generales)
Moda	Ejemplo - definición	4	No presenta	Vida cotidiana	Formulación, comparación y ejercitación de procedimientos
Media	Ejemplo – definición	3	No presenta	Vida cotidiana	Razonamiento
Mediana	Ejemplo – definición	5	No presenta	Vida cotidiana y propios de la matemáticas	Razonamiento

Aunque son seis los ejemplos contados de manera general, en el momento en que se quiere dar solución a las preguntas en algunos casos se hace evidente el uso de varias medidas, por ello en la tabla anterior se observa que el número total de ejemplo es mayor al número que inicialmente se había estipulado.

Al mismo tiempo, se logra observar que la mayoría de las situaciones ejemplificatorias planteadas, se encuentran en el contexto propio de las matemáticas y en el de la vida cotidiana, se presentan aproximadamente nueve en el contexto de la vida cotidiana y las otras en el contexto propio de las matemáticas.

Teniendo en cuenta, que el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos son el principal pensamiento que se desarrolla en este trabajo investigativo, se logra evidenciar en los ejemplos la utilización de todos los procesos generales de matemáticas, sin embargo los procesos que más prevalecen o predominan son el de razonamiento y la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos, aquellos que permiten que el estudiante entienda y razone de manera rápida ante los diferentes ejemplos.

En conclusión, los ejemplos presentados permiten reconocer con antelación algunas de las características presentes en las diferentes definiciones, estableciendo al mismo tiempo una relación con cada una de las definiciones de los subtemas abordados, además se logra observar que en los ejemplos se movilizan diferentes aspectos relacionados con el currículo.

3.3.4.3 Marco de Ejercitación

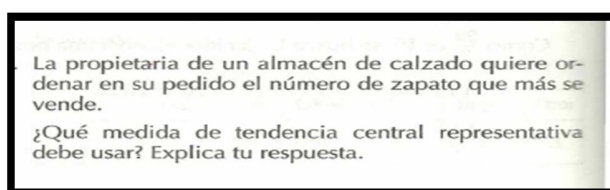
En cada una de los subtemas abordados se presenta máximo dos ejercicios, estos son llamados *práctica* y son presentados en una pequeña columna dentro de la página en que se desarrolla

cada subtema, dichos ejercicios permiten que los estudiantes puedan afianzar cada uno de los subtemas abordados.

En páginas posteriores se presentan los siguientes apartados que también despliegan una serie de ejercicios los cuales son: *ejercicios* y *problemas propuestos* en este se exhiben ocho ejercicios, otro apartado es el de *afianza tus logros*, el cual contiene cuatro categorías la primera se titula repasa esta presenta dos ejercicios, los cuales presentan una serie de consignas, la segunda se titula aclara tus conocimientos en ellas se presentan cinco ejercicios, la tercera se titula usa y transfiere en esta se presenta dos ejercicios, la cuarta se titula profundiza un ejercicio, también se presenta otro apartado titulado *práctica*, la cual contiene cuatro ejercicios y la mayoría de estas contienen una variedad de preguntas.

Aunque el libro presenta una gran variedad de ejercicios, en algunos casos, es explícito el uso que se debe hacer de determinada medida de tendencia central, esto porque dichos ejercicios se encuentran segmentados o separados por cada una de los subtemas pertenecientes a las tres medidas de tendencia central. Sin embargo, aunque al final de la unidad aparecen algunos ejercicios cuya intención es que el estudiante use algunas de las medidas de tendencia central, sin que estén explícitos en la estructuración que hacen de los subtemas (media, mediana y moda), la carga semántica de algunas palabras les sugiere de forma explícita al estudiante cuál de las tres usar. Un ejemplo es el siguiente:

Ilustración 17. Ejercicio presente en el libro de texto escolar *Glifos Procesos Matemáticos 7*.



Tomado del libro de texto escolar glifos procesos matemáticos 7. p. 226

Como se puede observar en la imagen anterior, aunque se le pide al estudiante que diga la medida de tendencia central representativa que debe usar, en el enunciado ya se le ha sugerido cual es la que debería emplear, debido a que la palabra “más” tiene una carga semántica que se asocia con la definición de una de las medidas en este caso la moda.

A continuación se muestra una tabla, en la cual se exponen lo diferentes tipos de ejercicios presentados por cada subtema, y su relación con el uso de propiedades ya sea de manera implícita o explícita.

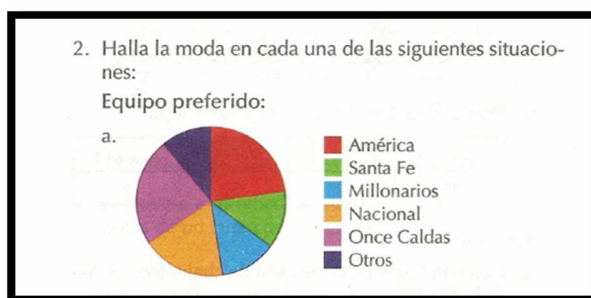
Tabla 14. Marco de ejercitación del libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7 (unidad 3: medidas de tendencia central)

OBJETO/ CONCEPTO	TIPOS DE EJERCICIOS	CANTIDAD	USO DE PROPIEDADES (Implícita o explícita)
Moda	Ejercicios	8	No presenta
	Ejercicios no rutinarios simples	3	No presenta
	Ejercicios no rutinarios complejos		No presenta
Media	Ejercicios	4	No presenta
	Ejercicios no rutinarios simples	5	No presenta
	Ejercicios no rutinarios complejos		No presenta
Mediana	Ejercicios	3	No presenta
	Ejercicios no rutinarios simples	1	No presenta
	Ejercicios no rutinarios complejos	2	No presenta

A partir de la tabla anterior, se logra observar que los tipos de ejercicios que más se presentan en las situaciones son ejercicios y ejercicios no rutinarios simples, pues los ejercicios no rutinarios complejos solo se presentan dos veces en el subtema de la mediana.

Uno de los ejercicios presentados en el apartado *ejercicios y problemas propuestos*, es el siguiente:

Ilustración 18. Ejercicio presente en el libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7.



Tomado del libro de texto escolar glifos procesos matemáticos 7. p. 226

Analizando la anterior ilustración, se le pide al estudiante que encuentre la moda del equipo de fútbol más preferido, pero como se puede observar América y Once Caldas presenta la misma frecuencia, lo que le exige al estudiante entender que la moda es bimodal y como se dijo en párrafos anteriores esto no es presentado en ninguna parte de la unidad.

Para concluir, los ejercicios presentados en este libro de texto escolar presentan varias situaciones problemas, las cuales hacen uso de tablas y diagramas para ampliar la información presentes en las incógnitas, donde se requiere de la interpretación de estas, esto permite que el estudiante se le haga más sencillo la solución de la situación y por ende el aprendizaje y desarrollo de la temática.

Generalizando, el libro de texto escolar, en lo que concierne a los elementos constitutivos del discurso, presenta una definición para cada subtema acompañados de una variedad de ejemplos y ejercicios, lo cual permite que el estudiante tenga un amplio repertorio de actividades. Estos ejercicios y ejemplos ayudarán a que el estudiante comprenda mejor cada una de las definiciones, sin embargo, los docentes deben ser un poco más cautelosos y precavidos en revisar lo que se le presenta en el libro de texto escolar, debido a que presentan algunos errores y

además, dejan aspectos importantes sin explicar, lo que conlleva a que el estudiante adquiera información de manera incompleta.

3.3.5 El texto escolar y su relación con los aspectos curriculares de matemáticas

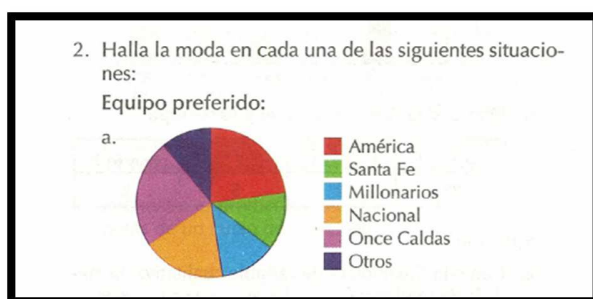
El libro de texto escolar contiene una serie de ejercicios y ejemplos, los cuales presentan una estrecha relación con los LCM, ya que se hace una adecuada interpretación de los diferentes elementos que brinda el programa curricular. Además, los ejercicios y ejemplos acompañan la definición de cada uno de los subtemas, a partir de los cuales los estudiantes pueden alcanzar cada uno de los estándares propuestos para dicha temática, lo que le permitirá desarrollar nuevos conocimiento.

También se pueden encontrar otros elementos como los indicadores de logro, las competencias, los procesos matemáticos; esto se puede patentizar al inicio de cada unidad (página 4,74,178,240), pues al iniciar cada una de ellas, se exhibe en una página el nombre de la unidad, como ya se ha dicho anteriormente las medidas de tendencia central se encuentran en la unidad 3 que empieza en la página 178, además de esto, también se muestra el título *desarrollo del pensamiento matemático* y la forma en que éste es desarrollado en la unidad, primeramente, están los cinco tipos de pensamiento y los estándares relacionados con cada uno de ellos, seguido de los temas que debe de aprender para alcanzar cada uno de los estándares y por ende el desarrollo de cada pensamiento; de allí se presenta una relación con los procesos matemáticos que se privilegian en el libro, en el cual se encuentran *situaciones problemas, comunicación matemática, razonamiento matemático y evaluación cualitativa*. Al finalizar la página presentan unas competencias (*comunicativas, matemáticas y ciudadanas*) presentando un objetivo en cada

una de ellas, en donde dichos objetivos son los mismos para todas las unidades, seguidos de unos indicadores de logro que son establecidos a partir de cada pensamiento.

Finalmente, se observa que este libro de texto quiere hacer un acercamiento en el desarrollo de los cinco pensamientos matemáticos, pues los autores, al plantear y exhibir sus contenidos temáticos, muestran que los temas a enseñar son desarrollados a partir de dichos pensamientos, es decir, que en cada unidad se desarrolla cada uno de ellos. Sin embargo, a pesar de que su tabla de contenido este estructurada en unidades, en las cuales los contenidos están organizados por los cinco pensamientos matemáticos, no se puede observar cómo estos son desarrollados al momento de plantear sus ejemplos y ejercicios, pues en el desarrollo de su contenido temático, no se presentan situaciones problemas que le permitan al estudiante desarrollar y alcanzar los estándares estipulados para cada unidad y al mismo tiempo el desarrollo del pensamiento matemático, como se puede observar en la siguiente ilustración.

Ilustración 19. Ejercicio presente en el libro de texto escolar *Glifos Procesos Matemáticos 7*.



Tomado del libro de texto escolar *glifos procesos matemáticos 7*. p. 226

A partir de la ilustración anterior se observa que el libro de texto lo que presenta es un ejercicio y no una situación problema, por otra parte uno de los estándares que ellos proponen para el desarrollo de esta temática es el de *predice y justifica razonamientos y conclusiones*

usando información estadística, aquel que no se desarrolla en este ejercicio ni en el transcurso del desarrollo de los otros contenidos temáticos que los autores proponen para que este estándar sea desarrollado, ya que con este tipo de ejercicios no se da paso para que el estudiante prediga y justifique razonamientos.

En concordancia con lo planteado dentro del marco teórico y metodológico de este trabajo, los LCM exponen que el tema de las medidas de tendencia central deben de ser estudiado, a partir de diversas situaciones problemáticas aquellas que deben de estar expuestas en los diferentes contextos, sin embargo en éste libro texto escolar solo se encuentran ejemplos y ejercicios expuestos en contextos de la vida cotidiana y propios de las matemáticas.

Coherencia con los estándares publicados por el MEN

- **Coherencia del texto con los estándares**

El tema que es objeto de análisis en este trabajo, son las medidas de tendencia central que pertenecen al pensamiento aleatorio y sistema de datos, este tema es expuesto por el libro de texto escolar en la unidad tres desarrollando cada una las medidas como lo son: la moda, la mediana, y la media.

Al realizar una revisión por los estándares básicos de competencias en matemática, se logra observar que en el conjunto de grado sexto a séptimo se presentan ocho estándares básicos, de los cuales dos de estos hacen referencia a las medidas de tendencia central y se logra observar la utilización de estos en libro de texto, los estándares son los siguientes:

El primero de estos es el *Uso medidas de tendencia central (media, mediana, moda) para interpretar comportamiento de un conjunto de datos*, el cual, hace referencia de manera

específica la temática abordada en este trabajo investigativo, este se evidencia en libro de texto escolar cuando se presentan ejercicios que contiene una lista de datos, en la cual, los estudiante deben de interpretar el comportamiento del conjunto de datos.

Además del anterior estándar, se encuentra el siguiente: *Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos presentados en tablas, diagramas de barras, diagramas circulares*. En el libro de texto escolar se hace alusión a este estándar, en el cual, los estudiantes a partir de datos brindados en tablas, diagramas de barras o diagramas circulares, pueden formular y resolver algunos problemas que implican la utilización de medidas de tendencia central.

Estos estándares citados sí son desarrollados, puesto que en sus definiciones, ejemplos y ejercicios, se logra evidenciar que estos son trabajados en el transcurso de la temática. Sin embargo, cuando al principio de la unidad se presentan los estándares que van a ser desarrollados en el transcurso de la unidad por cada pensamiento, no se encuentran estipulados ninguno de los dos estándares anteriores. Por otra parte, con los ejemplos y ejercicios propuestos no se alcanza a desarrollar ninguno de los estándares que el libro de texto propone, por lo tanto, ninguno de estos últimos estándares son desarrollados en el contenido temático correspondiente a las medidas de tendencia central.

- **Coherencia horizontal**

Al querer evidenciar la coherencia horizontal presentes en el libro de texto escolar en relación con los EBCM, se observa que el libro de texto presenta unidades, en la que los temas a enseñar son desarrollados a partir de cada uno de los pensamientos, es decir, que en cada unidad se desarrolla los cinco pensamientos, esto solo permite tener una conexión entre las unidades

siempre y cuando los temas presentados estén bajo el mismo pensamiento, el tema de las medidas de tendencia central solo presentan una relación con temáticas como registros de datos, experimentos aleatorios, población y muestra entre otras temáticas, que están expuestas en otras unidades pero bajo el pensamiento aleatorio. Por lo tanto, no se logra evidenciar una coherencia horizontal en el estudio de las medidas de tendencial central, pues este tema no presenta una relación con los demás temas presentes en otros pensamientos.

- **Coherencia vertical**

Teniendo en cuenta que la coherencia vertical está dada por la relación de un estándar con los demás estándares del mismo pensamiento, pero de otros conjuntos de grados, no se logra establecer dicha coherencia desde el libro de texto escolar del grado séptimo, debido a que no se logró recopilar los libros de textos escolares de los otros grados.

Sin embargo, como ya se ha dicho en capítulos anteriores se logra solo observar dicha coherencia desde lo propio de los estándares, ya que se pudo establecer la relación de un estándar con los demás estándares del mismo pensamiento, pero de otros conjuntos de grados.

En conclusión, los autores del libro de texto escolar hacen un esfuerzo por incorporar algunos de los elementos que propone el MEN en su estructura curricular. Sin embargo, en el desarrollo del libro no se logra evidenciar el uso de algunos elementos ni tampoco aquellos que ellos proponen, pues al momento de revisar algunos contenidos temáticos no se hace visible la presentación de situaciones problemas, aquellas que pueden permitir que el estudiante realice una mejor conceptualización del tema.

Además, el libro de texto en la unidad 3 para el desarrollo del pensamiento aleatorio expone dos estándares, para lo cual el estudiante aprende, frecuencia absoluta, frecuencia relativa, frecuencia porcentual y medidas de tendencia central. Sin embargo, uno de los estándares que ellos proponen es el de *predice y justifica razonamientos y conclusiones usando información estadística*, aquel que no se desarrolla en ninguna de las temáticas que los autores proponen para que este estándar sea desarrollado.

3.3.6 Usos de recurso externos al libro de texto escolar

Al momento de obtener el libro, no se adquirió ningún elemento adicional, por lo tanto se realizó una búsqueda en el sitio web de la editorial, logrando observar que este presenta un pdf, el cual se encuentra con el nombre *Glifo 7 – respuesta*, sin embargo se encuentra la dificultad para acceder a él, debido a que en la página se exige un nombre de usuario y su clave para poder realizar la descarga. Cabe resaltar que dicho pdf en el sitio web lo presentan como un recurso para el docente.

De manera general, el libro de texto escolar *Glifos procesos matemáticos 7*, exhibe en la unidad tres el tema de medidas de tendencia central con sus tres subtemas (media, mediana y moda), éste solo presenta definiciones, ejemplos y ejercicios algorítmicos de cada uno de los subtemas sin tener en cuenta las propiedades, sin embargo, en el desarrollo de algunos de los subtemas se logra rastrear sus usos al momento en que se quiere dar solución a los ejemplos y ejercicios.

Ilustración 20. Ejemplo de la mediana, presentada en el libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7

2.2 Mediana

El monitor del curso 702 preguntó a algunos de sus compañeros sobre la frecuencia de realización de tareas. Observa los resultados:

Siempre	Nunca	Algunas veces	Casi siempre
6	2	6	5

¿Qué debería decir el monitor sobre la frecuencia con que sus compañeros realizan tareas?

En este caso la *moda* no serviría, porque habría dos respuestas no cercanas: siempre y algunas veces.

Por tal razón, es necesario el uso de otra medida de tendencia central, llamada la *mediana* (Me).

La **mediana** es el valor que divide los datos en dos partes iguales. Para hallar la mediana, es necesario que los datos estén ordenados.

En la situación planteada acerca de frecuencia de realización de las tareas del grado 702, primero se ordenan los datos:

Siempre	Casi siempre	Algunas veces	Nunca
6	5	6	2

Como se han obtenido 19 respuestas, la que divide en dos los datos luego de ser ordenados, es la número 10. Porque a partir de ella hay 9 datos menores o iguales y 9 datos mayores o iguales. Esta respuesta corresponde a la opción "casi siempre".

Luego, la Mediana (Me) = Casi siempre

Se puede concluir que si los datos **no** pueden ordenarse, entonces **no** tienen mediana.

Tomado del libro de texto escolar glifos procesos matemáticos 7. p. 221

Como se puede analizar, en la imagen anterior se menciona uno de los usos de la mediana, ya que se le brinda a los estudiantes información suficiente para que ellos puedan entender que dicha medida solo puede ser utilizada si los datos se pueden ordenar, además se hace una aclaración del porqué la moda no sería la medida de tendencia central más adecuada para encontrar la respuesta,

Por otra parte, este libro de texto escolar presenta una buena organización en cuanto a la manera en que presenta los contenidos y la forma en que presenta la información en cada una de

las paginas, además la utilización del lenguaje tanto escrito como gráfico, permiten que el estudiante comprendan cada uno de los subtemas.

3.4 Análisis del libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7

En este apartado, se analiza el libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7 de la editorial Santillana, con el fin de caracterizar las diferentes concepciones de medidas de tendencia central, existente en dicho libro de texto. Para ello, el análisis se llevará a cabo a partir de los siguientes criterios: *los aspectos generales, el contenido, el discurso y los elementos que lo constituyen, el texto y su relación con los aspectos curriculares y los usos de recursos externos.*

3.4.1 Aspectos generales del libro de texto escolar

3.4.1.1 Presentación del libro de texto escolar

A continuación se presenta la tabla de presentación del libro de texto el cual es objeto de análisis.

Tabla 15. *Presentación del libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7*

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • <i>Nombre:</i> Hipertexto Matemáticas 7. • <i>Autores:</i> Johann Alexander Chizner Ramos, Juan de Jesús Romero Roa, Francia Leonora Salazar Suarez, Anneris del Rocío Joya Vega, Valeria Cely Rojas. • <i>Editorial:</i> Santillana S.A. • <i>Impresión:</i> Printer colombiana S.A. • <i>Año de publicación:</i> 2010 • <i>I.S.B.N:</i> Obra completa: 978-958-24-1365-1
Edición para el estudiante: 978-958-24-1388-0 |
|---|

Tomado del libro de texto escolar Hipertexto matemáticas 7. p. 1

3.4.1.2 Aspectos físicos del libro de texto escolar

Tabla 16. Aspectos físicos del libro de texto escolar *Hipertexto Matemáticas 7*

- *Formato:* 20.4 cm por 28.2 cm
- *Tipo de encuadernación:* rustica, con sus hojas pegadas al lomo.
- *Tipo de cubierta:* cartulina plastificada
- *Tipo de impresión:* clara y legible
- *Tipo de papel:* papel ecológico
- *Partes del libro:* carátula, portada, presentación del texto. Se presentan 7 unidades, cada una con sus ítems. Al final de cada una de las unidades se presenta un taller (acorde con los temas anteriores), *en síntesis*, en la cual se muestra un resumen de los temas trabajados en la unidad (con gráficos y formulas, si así lo requiere el tema). Luego *¿y esto que aprendí para que me sirve?* en la cual se encuentran situaciones relacionadas con las temáticas estudiadas y que tienen aplicación fuera de las matemáticas. Finalmente encontramos un glosario con las temáticas más sobresalientes y la bibliografía en la última página del texto.
- *Tipo de Letra:* Times New Roman para el contenido y Arial para títulos y subtítulos.
- *Tamaño de la letra:* 10 en el contenido, 16 en títulos y 14 en subtítulos.
- *Títulos:* en minúsculas y las actividades resaltado en azul oscuro.
- *El máximo número de caracteres por renglón:* 68 caracteres.
- *Espacio entre renglones:* 1.15
- *Espacio entre párrafos:* 1cm.
- *Uso de la negrilla:* para los nombres entre párrafos del tema a trabajar.
- *Uso de la letra cursiva:* para resaltar palabras importantes dentro de los párrafos.
- *Las márgenes:* Margen superior: 2.5cm
Margen inferior: 2cm
Margen izquierda: 1cm
Margen derecha: En las hojas impares 6cm y en las hojas pares 1.5cm. y en las hojas que están divididas en columnas 1cm.
- *Número de páginas:* 256
- *Numeración de las páginas:* todas las páginas están enumeradas.
- *Numeración de las unidades:* todas las unidades están enumeradas y ubicadas en páginas enumeradas con números pares.
- *Ubicación de la numeración:* inferior derecha
- *Páginas:* en los ejemplos, actividades y talleres están divididas en columnas.

3.4.1.2.1 Encuadernación:

El libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7, tiene una buena encuadernación en cartulina plastificada, a pesar de que sus hojas no están cosidas al lomo, lo cual le daría una mayor consistencia y durabilidad.

En el dorso del texto aparece la misma información que se presenta en la caratula (el nombre del libro de texto y la editorial).

***Ilustración 21.** Carátula frontal del libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7*



Tomado del libro de texto escolar Hipertexto matemáticas 7.

En la ilustración podemos ver que en la parte superior aparece el nombre del libro, centrado y el nombre de la editorial superpuesto y alineado a la derecha. Luego, un fondo con varias tonalidades de azul, formando ondas y hacia la derecha el grado al cual va dirigido en color blanco y finalmente el área al cual pertenece el texto.

En la contraportada, aparece el nombre del texto alineado a la izquierda con el nombre de la editorial, como se muestra en la siguiente ilustración,

Ilustración 22. Contraportada del libro de texto escolar *Hipertexto Matemáticas 7*



Tomado del libro de texto escolar Hipertexto matemáticas 7.

Hacia la derecha se encuentra el logo de la campaña *Santillana verde papel ecológico*. Luego un corto texto en donde se encuentra información de la página web de la editorial. Después de un fondo con distintas tonalidades de azul en forma de ondas, pero en este caso aparecen imágenes de otros 3 textos de *Hipertextos Santillana 7 en las distintas áreas (lenguaje, Sociales y Ciencias)*. Finalmente en la parte izquierda inferior, se encuentra un código de barras con el ISBN y hacia la derecha el nombre de la editorial.

3.4.1.2.2 Tipo de letra:

El libro de texto utiliza letra Times New Roman para los contenidos y Arial para títulos y subtítulos, (Ver anexo 9) además se evidencia que el tamaño de la letra de los títulos es mayor al

de los contenidos, lo cual permite que el estudiante o el lector tenga una lectura adecuada, generando así, una mayor comprensión del concepto trabajado.

3.4.1.2.3 Largo de la línea:

El número de caracteres varía entre 65 y 70, en las páginas en donde el texto está en toda la hoja. Cuando la página está dividida en dos columnas el número de caracteres varía entre 35 y 40. El interlineado es de 1.15 y el espacio entre párrafos de 1cm.

3.4.1.2.4 Tamaño y peso:

El tamaño y peso del libro es apropiado para su portabilidad y manejo.

3.4.1.2.5 Numeración de las páginas:

El libro de texto consta de 256 páginas, en las cuales todas las páginas están enumeradas con excepción de la primera en donde se presenta la portada y al reverso una breve descripción de los autores, ayudantes y un poco de información de la editorial y sus respectivos códigos. Todas las páginas donde se encuentran las unidades están numeradas y todas ellas están ubicadas en páginas numeradas con números pares. Toda esta numeración está ubicada en la parte inferior derecha de la hoja.

3.4.1.2.6 Partes del libro:

El libro de texto presenta: caratula, portada, tabla de contenido, contenido, glosario y bibliografía.

3.4.1.2.7 Impresión:

Se presenta una buena impresión, la cual le permite al lector una buena lectura y comprensión del contenido. Se encuentran fotografías, imágenes, gráficos y figuras con buen color, haciendo que el texto sea atractivo para el lector o el estudiante.

3.4.1.2.8 Páginas:

Algunas páginas están divididas en dos columnas, en las que se presentan los ejemplos, las actividades y los talleres. Todas las páginas contienen una buena organización. Las páginas que contienen imágenes y gráficas a pesar de tener una gran cantidad de ellas, están bien organizadas, ya que se facilita la lectura.

De manera general, el libro de texto escolar tiene una buena presentación, permitiéndole al estudiante un buen manejo de este, en cuanto a portabilidad. Además, el tipo de letra y el tamaño van acorde con el grado al cual va dirigido, facilitando su lectura y comprensión.

3.4.2 Contenido del libro de texto escolar.

3.4.2.1 Organización de los contenidos

El libro de texto escolar *Hipertexto Matemáticas 7*, se encuentra dividido en 7 unidades nombradas con el tema general a trabajar. Cada una de ellas tiene entre 3 y 4 subtemas, un *taller*, un apartado llamado *en síntesis*, y finalmente *y esto que aprendí, ¿para qué me sirve?*

En la presentación de cada unidad, en la primera hoja, se encuentra el nombre del tema general, y los subtemas a trabajar. En la segunda hoja en la parte superior alineado a la derecha, un cuadro llamado *prepárate para analizar*, con dos o tres ítems relacionados con el tema a desarrollar. En la parte final un recuadro dividido en dos columnas en donde presentan una

historia tomada de *Matemáticas ESO. España, Editorial Santillana* (varia el grado) y en la parte final de la segunda columna un recuadro más pequeño titulado *para responder* con dos preguntas relacionadas con la lectura.

Al iniciar el contenido de la unidad en la parte superior izquierda un recuadro con el pensamiento a desarrollar y se encuentran los ítems de dicha unidad. Al finalizar el contenido de cada unidad en una hoja dividida en dos partes y en dos columnas, se presenta en la parte superior ejemplos de los temas tratados, y en la parte inferior actividades y algunos problemas. Luego, aparece:

- *Taller*: dividido en los subtítulos de los temas trabajados en la unidad.
- *En síntesis*: en donde se realiza un resumen de los subtítulos y temas trabajados en la unidad. (ver anexo 10)
- *Y esto que aprendí, ¿para qué me sirve?* en la cual se encuentra una situación relacionada con la temática de la unidad y que tiene aplicabilidad fuera de las matemáticas. Y en la parte inferior un recuadro dividido en dos columnas llamado *recupera información* con preguntas relacionadas con la situación, y en la otra columna *plantea y actúa* en la cual se presenta un ejercicio. (ver anexo 11).

Al finalizar el libro se presenta un *glosario* (ver anexo 12) dividido en recuadros titulados con las letras del abecedario, en la cual en cada uno de ellos se presentan significados o definiciones de algunos de los temas más importantes. Y en la última hoja la *bibliografía* (Ver anexo 13) del texto, que consta de 35 citas, las cuales inician con las del Ministerio de Educación Nacional.

A continuación se presenta una tabla, en la cual se realiza una réplica de la tabla de contenido del libro de texto analizado, mostrando sus temas y subtemas.

Tabla 17. Organización de los contenidos del libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7

UNIDAD 1. Números Enteros		Pág. 8
<p>➤ El conjunto de los enteros</p> <p>Definición del conjunto de los enteros</p> <p>Representación en la recta numérica</p> <p>Representación de puntos en el plano cartesiano</p> <p>Números opuestos</p> <p>Valor absoluto de un numero entero</p> <p>Orden en enteros</p> <p>Operaciones en Enteros</p> <p>Adición en los enteros</p> <p>Propiedades de la adición de números enteros</p> <p>Sustracción en los enteros</p> <p>Supresión de signos de agrupación</p> <p>Multiplicación de números enteros</p> <p>Propiedades de la multiplicación de números enteros</p> <p>División de enteros</p> <p>Potenciación de números enteros</p>	<p>Propiedades de la potenciación</p> <p>Radicación de números enteros</p> <p>➤ Polinomios aritméticos con números enteros</p> <p>Polinomios aritméticos sin signos de agrupación</p> <p>Polinomios aritméticos con signos de agrupación</p> <p>Ecuaciones con números enteros</p> <p>Propiedad uniforme</p> <p>Ecuaciones de la forma $x \pm a = b$</p> <p>Ecuaciones de la forma $a \cdot x = b$</p> <p>Planteamiento y solución de problemas mediante ecuaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Taller 1 ▪ En Síntesis ▪ Y esto que aprendí, ¿para qué me sirve? <p>Los números enteros en las líneas de tiempo</p>	
UNIDAD 2. Números Racionales		Pág. 46
<p>➤ Números racionales</p> <p>Definición del conjunto de los números racionales</p> <p>Fracciones equivalentes</p> <p>Clasificación de racionales</p> <p>Números mixtos</p> <p>Representación decimal de un numero racional</p> <p>Conversión de decimal a racional</p> <p>Representación de los racionales en la recta numérica</p> <p>Clasificación de los números racionales decimales</p> <p>Ubicación de un punto en el plano cartesiano</p> <p>Orden en racionales</p> <p>➤ Operaciones en racionales</p> <p>Adición de racionales n forma de fracción</p> <p>Adición de racionales decimales</p> <p>Sustracción de racionales</p>	<p>Sustracción de racionales decimales</p> <p>Multiplicación de racionales en forma de fracción</p> <p>Multiplicación de números racionales decimales</p> <p>División de racionales en forma de fracción</p> <p>División de racionales decimales</p> <p>Potenciación de números racionales</p> <p>Radicación de números radicales</p> <p>➤ Polinomios aritméticos con racionales</p> <p>➤ Ecuaciones con números racionales</p> <p>Solución de ecuaciones con números racionales</p> <p>Planteamiento y solución de problemas</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Taller 2 ▪ En Síntesis ▪ Y esto que aprendí, ¿para qué me sirve? <p>Los números racionales en Google Earth</p>	
UNIDAD 3. Proporcionalidad		Pág. 96
<p>➤ Razones y proporciones</p> <p>Razón</p> <p>Proporción</p>	<p>Regla de tres simple</p> <p>Regla de tres compuesta</p> <p>Repartos proporcionales</p>	

Proporcionalidad directa Magnitudes directamente correlacionadas Magnitudes directamente proporcionales Proporcionalidad inversa Magnitudes inversamente correlaciones Magnitudes inversamente proporcionales Aplicaciones de la proporcionalidad	Porcentajes Interés simple <ul style="list-style-type: none"> ▪ Taller 3 ▪ En Síntesis ▪ Y esto que aprendí, ¿para qué me sirve? Los porcentajes en el agua	
UNIDAD 4. Introducción al Álgebra		Pág. 132
➤ Expresiones algebraicas Clasificación de expresiones algebraicas Términos semejantes Reducción de términos semejantes ➤ Adición y sustracción ➤ multiplicación	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Taller 4 ▪ En Síntesis ▪ Y esto que aprendí, ¿para qué me sirve? El álgebra en la pista de patinaje <ul style="list-style-type: none"> ▪ Matemáticas y Tecnología Máquinas simples	
UNIDAD 5. Geometría		Pág. 150
➤ Polígonos Clasificación de los polígonos Triángulo Cuadriláteros Construcción de cuadriláteros ➤ Laboratorio con Cabri Polígonos congruentes Criterios de congruencia de triángulos Polígonos semejantes Circunferencia y círculo ➤ Sólidos Paralelepípedo	Prisma Pirámide Poliedros regulares e irregulares ➤ Cuerpos redondos Cilindro Cono Esfera <ul style="list-style-type: none"> ▪ Taller 5 ▪ En Síntesis ▪ Y esto que aprendí, ¿para qué me sirve? Para determinar la forma y el diseño de un cometa	
UNIDAD 6. Medición		Pág. 186
➤ Longitud Unidades métricas de longitud Conversiones Otras unidades de longitud Perímetro ➤ Área Propiedades del área Unidades métricas de área Conversiones Unidades agrarias Área de polígonos	Área del círculo Área de la superficie de un poliedro Área de una pirámide Área de un poliedro regular ➤ Volumen Algunos volúmenes <ul style="list-style-type: none"> ▪ Taller 6 ▪ En Síntesis ▪ Y esto que aprendí, ¿para qué me sirve? Medidas de una piscina olímpica	
UNIDAD 7. Estadística y Probabilidad		Pág. 226
➤ Estadística Conceptos fundamentales Caracterización de una variable cualitativa	➤ Probabilidad Conceptos fundamentales Técnicas de conteo	

Caracterización de dos variables cualitativas	Probabilidad
Caracterización de una variable cuantitativa	▪ Taller 6
Datos agrupados	▪ En Síntesis
Datos no agrupados	▪ Y esto que aprendí, ¿para qué me sirve?
➤ Bicentenario en datos	Estadística en el medallero de Beijing 2008

Tomado del libro de texto escolar Hipertexto matemáticas 7. p. 6 - 7

En la tabla anterior, se muestran los contenidos por unidades que presenta el texto escolar, en la unidad 7 se encuentra resaltado el primer ítem, ya que es aquí donde se encuentra el tema que será objeto de análisis, (medidas de tendencia central). Aunque esta no se encuentra especificado en uno de los ítems ni en los subtemas a trabajar dentro de la unidad, se encuentra ubicada en la sección *estadística* después de las variables cualitativas y cuantitativas.

3.4.2.2 Actividades introductorias

Al inicio de cada unidad se presenta algo de historia relacionada con el tema general de la unidad, contextualizando al lector y permitiéndole tener un mayor acercamiento antes de tener acceso al contenido, acompañado de dos o tres preguntas las cuales lo llevaran a ir construyendo la importancia y su propio significado del concepto o tema general.

En cuanto a las *medidas de tendencia central* no existen actividades que introduzcan el tema a trabajar. En este caso, se inicia presentando la definición de cada una de las medidas de tendencia central (media aritmética, mediana y moda) seguidas una de la otra.

3.4.2.3 Lenguaje utilizado

A partir de lo analizado en el texto, se pudo observar que este presenta lenguaje gráfico, lenguaje simbólico y lenguaje escrito. En algunos casos el lenguaje escrito, va acompañado con el lenguaje simbólico o el gráfico.

- **Lenguaje gráfico:**

El libro de texto en el desarrollo del contenido, presenta fotografías, tablas, diagramas, figuras y dibujos. Estas ilustran la situación que está en desarrollo permitiéndole al lector realizarse un panorama del contenido que se está trabajando.

En cuanto a las *medidas de tendencia central*, se esperaba que el libro de texto presentara un lenguaje gráfico, que permitiera complementar las definiciones, hacer más llamativo la lectura y mejorar la comprensión de estas, ya que en la mayoría de los casos, los gráficos contienen información para resolver las situaciones propuestas. Pero en este apartado no se presenta ningún tipo de lenguaje gráfico, ya que las definiciones, los ejemplos, las actividades propuestas, y el taller son presentadas en lenguaje natural y no existe ningún tipo de acompañamiento, pues en las situaciones propuestas los datos siempre son listados, no se utilizan gráficos para proporcionarle al estudiante la oportunidad de examinar nuevas formas de visualizar los datos.

- **Lenguaje simbólico:**

Este lenguaje, se encuentra en la mayor parte del texto, y más aún en las dos primeras unidades, ya que estas tratan de los números enteros y los números racionales, y en los subtemas presentan operaciones entre ellos, ya que en estas unidades se presentan propiedades, símbolos de pertenencia, de enteros, signos de las operaciones aritméticas básicas, entre otros.

Este tipo de simbología le mejora al estudiante el concepto creado a partir de la definición presentada y le ayuda en la solución de problemas o ejercicios propuestos.

En las *medidas de tendencia central*, a pesar de que lo presentado en este tipo de lenguaje no es muy extenso, se presenta lo fundamental o lo propio del tema. Por ejemplo, al presentar la

definición de la media aritmética, se muestra su simbología, y la fórmula general para calcularla, como se ve en la ilustración.

Ilustración 23. Definición de la Media Aritmética del libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7.

- La **media aritmética o promedio** es un dato que no necesariamente está en el conjunto de datos y que representa la característica predominante del grupo. La media es el punto de equilibrio del conjunto de datos.

Para el caso en que se considere una muestra, la media aritmética se simboliza como \bar{X} y para el conjunto de datos x_1, x_2, \dots, x_n se calcula como:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Tomado del libro de texto escolar Hipertexto matemáticas 7. p. 238

Algo similar sucede con la mediana y la moda, aunque en estas no se presenta la fórmula para hallar su cálculo, pues todo se ha expuesto en lenguaje escrito, se presenta su simbología para aquellos casos en que se trata de una muestra o de una población.

En el desarrollo del ejemplo presentado, también se hace uso de la simbología, ya que al encontrar el valor de la media, utilizan la fórmula. En el caso de la mediana aunque no es expresada, se puede visualizar que se ha hecho uso de la formula general para este cálculo.

- **Lenguaje escrito:**

En este tipo de lenguaje, como ya se ha mencionado anteriormente, se puede encontrar el lenguaje cotidiano y el lenguaje formal. El texto escolar presenta un lenguaje formal en todas las páginas, y en la mayoría de estas este lenguaje se encuentra acompañado del lenguaje gráfico, haciendo más atractivo e ilustrando lo presentado, aunque en algunas páginas el lenguaje grafico

supera al lenguaje natural y se puede decir que en este caso es el lenguaje natural el que acompaña al lenguaje gráfico.

Este lenguaje es acorde, teniendo en cuenta el grado al que va dirigido, pues su vocabulario y su escritura son sencillas, permitiendo al lector o al estudiante una mejor lectura, y por ende una mejor comprensión de los contenidos.

En lo que corresponde a las medidas de tendencia central, en el libro de texto solo se maneja lenguaje natural acompañado del lenguaje simbólico cuando se presenta la fórmula para el cálculo de la media aritmética. En este caso, el vocabulario y la escritura son acordes con el nivel educativo del estudiante, pero el libro carece de un lenguaje gráfico que le permita no solo ilustrar y acompañar, sino también aclarar la explicación presentada.

3.4.2.4 Saber Sabio – Saber Transpuesto

El libro de texto escolar *Hipertexto Matemáticas 7* presenta las Medidas de Tendencia Central en la unidad 7 titulada Estadística y probabilidad. Esta temática, no se encuentra especificada ni en los temas de la unidad ni como subtemas, pero es presentado en el desarrollo del tema Estadística. En las medidas de tendencia central se presentan tres subtemas *media aritmética*, *mediana* y *moda* los cuales son el objeto de estudio.

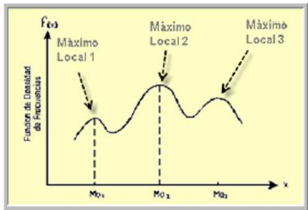
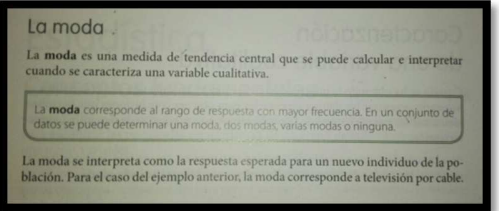
Se analizará si al presentar este tema se ha realizado una transposición didáctica y si es así, de qué manera se ha hecho. Para ello, se tendrá en cuenta lo presentado anteriormente en el marco teórico, en cuanto a la dimensión matemática. Para la definición científica, se tomará como apoyo el texto *Estadística: un enfoque descriptivo* (2007) y su tema “*Indicadores de Tendencia Central*”; de Roberto Behar y Mario Yepes, (aunque a este ya se le ha realizado una

transposición didáctica, pues es utilizado para apoyar clases universitarias), ya que presenta la definición formal de cada una de ellas.

A continuación se presenta una tabla, en la cual se puede observar la definición científica y la comparación con la que presenta el libro de texto analizado.

LA MODA:

Tabla 18. Paralelo entre el saber sabio con el saber transpuesto en cuanto a la Moda en el libro de texto escolar *Hipertexto Matemáticas 7*

DEFINICION CIENTIFICA QUE PRESENTA EL LIBRO ESTADÍSTICA: UN ENFOQUE DESCRIPTIVO	DEFINICIÓN QUE PRESENTA EL LIBRO DE TEXTO ESCOLAR HIPERTEXTO MATEMÁTICAS 7
<p>2.4.1.3 La moda</p> <p>Cuando la variable de interés, es de naturaleza discreta, la moda M_d corresponde al dato de la muestra que tiene mayor frecuencia, por ejemplo, en la muestra: 2, 3, 1, 1, 1, 4, 3, 1, 5, 1, 5, 2, la moda es $M_d = 1$ puesto que posee la mayor frecuencia (aparece 5 veces).</p> <p>Cuando se trata de una variable de naturaleza continua, la moda corresponde al(los) valor(es) alrededor del(los) cual(es) se produce una mayor concentración de datos, es decir a los puntos de mayor densidad de frecuencia. En lenguaje matemático diríamos, refiriéndonos a la función de densidad de frecuencia o de probabilidad, que la(s) moda(s) corresponden a los puntos que son máximos locales, como muestra la figura 2.11.</p> <p>Si se conociera la función de densidad poblacional (ver Fig.2.11) la moda corresponde a sus máximos relativos; en la función que muestra el gráfico se aprecian 3 modas.</p>  <p>Fig. 2.11: Gráfico de la función de densidad de frecuencia poblacional de alguna variable X.</p> <p><i>Roberto Behar y Mario Tepes</i></p>	 <p>Tomado del libro de texto escolar Hipertexto matemáticas 7. p. 230</p> <ul style="list-style-type: none"> La moda de un conjunto de datos corresponde al dato que más se repite. <p>En aquellos casos en los cuales se analice una muestra la moda se simboliza \hat{X}, si se trata de una población, la moda se simboliza μ.</p> <p>Tomado del libro de texto escolar Hipertexto matemáticas 7. p. 238</p>

En el caso de la moda, se observa que el texto escolar analizado, ha realizado una transposición didáctica, pues se observa que en los dos casos en que es definida, aunque es presentada en un lenguaje ordinario, este es acorde con el grado de escolaridad al que va dirigido el libro de texto escolar, permitiéndole al lector una mejor comprensión de dicho contenido,

además en la primera definición se le exhibe al lector que en un conjunto de datos pueden existir varias modas, lo cual es un aspecto necesario en la solución de diferentes situaciones problemas.

Sin embargo, al realizar la transposición didáctica se dejan de lado algunos aspectos importantes, como el de explicar qué procedimiento utilizar para hallar la moda de datos agrupados, es decir datos que se encuentran en un intervalo, puesto que para hallar la moda en estos casos, es necesario encontrar la frecuencia absoluta, la frecuencia relativa y la densidad de frecuencia, lo cual hace más complejo el cálculo de la moda cuando los datos están agrupados en intervalos. Por lo tanto la definición que se presenta para esta medida es incompleta, sin embargo, cabe aclarar que al revisar los estándares que plantea el MEN para el conjunto de grado sexto y séptimo no se contemplan los datos agrupados, lo cual puede ser motivo para que los autores tampoco lo exhiban en el desarrollo de este contenido temático.

LA MEDIANA:

Tabla 19. Paralelo entre el saber sabio con el saber transpuesto en cuanto a la Mediana en el libro de texto escolar *Hipertexto Matemáticas 7*

DEFINICION CIENTIFICA QUE PRESENTA EL LIBRO ESTADÍSTICA: UN ENFOQUE DESCRIPTIVO	DEFINICIÓN QUE PRESENTA EL LIBRO DE TEXTO ESCOLAR HIPERTEXTO MATEMÁTICAS 7
<p><u>2.4.1.2 La mediana (Me)</u></p> <p>La mediana ya fue tratada cuando tocamos el tema de los cuartiles, pues la mediana corresponde con el segundo cuartil. En síntesis la definimos de la siguiente manera.</p> <p>Si X_1, X_2, \dots, X_n corresponde a una muestra de realizaciones (datos) de una variable X y ordenamos dichos valores de la forma: $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$. Ahora hemos colocado los subíndices entre paréntesis para indicar las nuevas posiciones de los datos, es decir que el menor de los datos ahora se llama $X_{(1)}$ van en secuencia no decreciente, hasta llegar a $X_{(n)}$ que es el mayor de todos. Así las cosas la mediana se halla con la siguiente expresión:</p> $M_e = \begin{cases} X_{\frac{n+1}{2}} & n \text{ impar} \\ \frac{X_{\frac{n}{2}} + X_{(\frac{n}{2}+1)}}{2} & n \text{ par} \end{cases}$	<ul style="list-style-type: none"> La mediana es el dato que divide en dos partes porcentualmente iguales el conjunto de datos. <p>Para el caso en el cual se considere una muestra la mediana se simboliza como \tilde{X} y se calcula ordenando el conjunto de datos y ubicando el que está en la posición de la mitad.</p> <p>Cuando se consideran un número impar de datos, la mediana es un dato que pertenece al conjunto. Para el caso que se considere un número par de datos, la mediana corresponde al promedio de los dos datos de la mitad. Este valor en algunos casos no pertenece al conjunto. Para el caso en el cual se considere una población, la mediana se simboliza μ y se calcula de la misma forma.</p>

<p>Propiedad de la mediana</p> <p>La suma de las distancias de los datos a un punto "a" es mínima cuando ese punto es la mediana, es decir:</p> <p>Si $f(a) = \sum_{i=1}^n x_i - a$, entonces $f(a)$ tiene un mínimo en</p> <p>$a = M_e$.</p> <p>Otra propiedad de la mediana se explica a continuación:</p> <p>La sensibilidad es una cualidad deseable en un indicador, puesto que ello implica que cambios producidos en la muestra pueden ser detectados por el indicador; pero mucha sensibilidad en un</p> <p style="text-align: right;"><i>Roberto Behar y Mario Tapas</i></p> <hr/> <p>118 <i>Estadística. Un Enfoque Descriptivo</i></p> <p>indicador puede ser contraproducente, puesto que cambios irrelevantes en la muestra pueden producir grandes cambios en el indicador, lo cual puede prestarse para interpretaciones equivocadas, esto ocurre con la media aritmética, cuando la distribución es asimétrica, es decir cuando hay unos pocos valores muy grandes o muy pequeños, la media es muy afectada por ellos.</p>	<p>Tomado del libro de texto escolar Hipertexto matemáticas 7. p. 238</p>
---	---

En la mediana, también se observa que se ha realizado una transposición didáctica, pues la definición no se presenta en un lenguaje formal. En este caso, el libro de texto utilizado hace la distinción sobre cómo actuar cuando el conjunto de datos es par o impar, aspecto importante para la solución de situaciones problemas.

Además, se dejan aspectos importantes de lado como lo son las propiedades, las cuales son fundamentales, ya que estas pueden ayudar cuando el estudiante deba decidir y elegir cuál es la medida de tendencia central más significativa en la solución de una situación problema. Por ejemplo, la propiedad 2 sería importante al querer solucionar un ejercicio¹¹ como el siguiente: si Juan tiene la siguiente distribución 8, 9, 25, 60, 120, 400, 520, se dará cuenta que la media es 60. Pero ¿qué sucede si los valores extremos cambian, es decir, si el dato inferior sería 1 y el superior 830? Para resolver problemas como este solo basta con saberse la propiedad dos de la mediana, la cual expone que esta medida de tendencia central no se ve afectada por los datos

¹¹ Este ejercicio o ejemplo no lo propone el texto. Se cita o expone con el propósito de ampliar la discusión sobre el uso de algunas propiedades.

extremos, pues se puede llegar a la generalización de que en la anterior distribución, la mediana siempre será la misma si se cambian los datos extremos.

LA MEDIA ARITMÉTICA:

Tabla 20. Paralelo entre el saber sabio con el saber transpuesto en cuanto a la Media Aritmética en el libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7

DEFINICION CIENTIFICA QUE PRESENTA EL LIBRO ESTADÍSTICA: UN ENFOQUE DESCRIPTIVO	DEFINICIÓN QUE PRESENTA EL LIBRO DE TEXTO ESCOLAR HIPERTEXTO MATEMÁTICAS 7
<p><u>2.4.1.1 La media aritmética</u></p> <p>La media aritmética de una muestra de datos: x_1, x_2, \dots, x_n, se define como:</p> $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ $= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ <p>Si los datos corresponden a una variable discreta que está organizada en un cuadro de frecuencias, se puede escribir:</p> $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i x_i}{n} = \sum_{i=1}^m \frac{n_i}{n} \times x_i = \sum_{i=1}^m f_i x_i$ <p>Propiedades de la media aritmética</p> <p>1. La suma de las desviaciones de los datos con respecto a la media es cero.</p> <p>* definimos desviación del dato x_i con respecto al valor "a" como:</p> $d_i = x_i - a$ <p>Así que la propiedad puede escribirse como:</p> $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$ <p>2. La media de los cuadrados de las desviaciones de los datos con respecto a un valor "a" es mínima, cuando $a = \bar{x}$. Es decir:</p> <p style="text-align: right;"><i>Roberto Behar y Mario Yepes</i></p> <hr/> <p style="text-align: center;"><i>Estadística. Un Enfoque Descriptivo</i></p> $f(a) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - a)^2}{n} \text{ tiene su mínimo en } a = \bar{x}$	<p>• La media aritmética o promedio es un dato que no necesariamente está en el conjunto de datos y que representa la característica predominante del grupo. La media es el punto de equilibrio del conjunto de datos.</p> <p>Para el caso en que se considere una muestra, la media aritmética se simboliza como \bar{X} y para el conjunto de datos x_1, x_2, \dots, x_n se calcula como:</p> $\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$ <p>Para el caso en el cual se considere una población, la media aritmética se simboliza μ y se calcula de la misma forma. La media es una medida que se ve afectada por el cambio significativo de un dato. Si existe un dato muy grande o muy pequeño con respecto a los demás, el valor de la media cambia significativamente. En otras palabras, la media es una medida sensible al cambio de un dato.</p> <p>Tomado del libro de texto escolar Hipertexto matemáticas 7. p. 238</p>

3. Si $x_i = k$, para todo i , o sea que si todos los datos son iguales a k , entonces: $\bar{x} = k$

Vamos:

Roberto Behar y Mario Yepes

Estadística. Un Enfoque Descriptivo 109

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n k}{n} = \frac{nk}{n} = k$$

4. Si todos los datos de una muestra se multiplican por una constante, el promedio de dicha muestra resulta multiplicando por la misma constante, es decir:

si $y_i = ax_i$, $i = 1, 2, \dots, n$, entonces $\bar{y} = a\bar{x}$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n ax_i}{n} = a \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = a\bar{x}$$

5. Si $Z_i = ax_i + by_i$, $i = 1, 2, \dots, n$, donde a, b son constantes, entonces:

$$\bar{Z} = a\bar{x} + b\bar{y}$$

Vamos:

$$\bar{Z} = \frac{\sum_{i=1}^n Z_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (ax_i + by_i)}{n} = a \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} + b \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

$$\bar{Z} = a\bar{x} + b\bar{y}$$

Esta propiedad puede generalizarse a la combinación lineal de k variables y puede resumirse diciendo que la media aritmética es un operador lineal.

6. Si una muestra de n elementos, se divide en k submuestras excluyentes y exhaustivas, que tienen n_1, n_2, \dots, n_k , elementos ($n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$), con promedios $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_k$ respectivamente, entonces el promedio de la muestra global estará dado por:

$$\bar{x} = \frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2 + \dots + n_k \bar{x}_k}{n}$$

es decir:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i \bar{x}_i}{n}$$

Para la media aritmética, también se observa que se ha realizado la transposición didáctica, en este caso se omiten las propiedades, las cuales son significativas y fundamentales en la solución de situaciones problemáticas. Pues se observa que en este libro de texto escolar, no se presenta situaciones problemáticas como la siguiente: si se tiene el siguiente conjunto de datos 3, 7, 13, 12, 5, 10, 6 y se quiere saber si la suma de los cuadrados de las desviaciones con respecto a cualquier otro valor, es mayor a la suma de los cuadrados de las desviaciones respecto a la

media, se debe hacer uso de la propiedad 2 de la media aritmética, como se observa en el siguiente cuadro:

Tabla 21. Ejemplo de las propiedades 1 y 2 de la media aritmética.

	X	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$	$(X - 4)^2$	$(X - 3)^2$	$(X - 7.3)^2$	$(X - 6)^2$
Sea	3	-5	25	1	0	18.49	9
$N = 7$	5	-3	9	1	4	5.29	1
	6	-2	4	4	9	1.69	0
$\sum X = 59$	7	-1	1	9	16	0.09	1
	10	2	4	36	49	7.29	16
	12	4	16	64	81	22.09	36
$\bar{X} = 8$	13	5	25	81	100	32.49	49
	56	0	84	196	259	87.43	112

A partir del cuadro anterior, se puede observar la aplicación de la propiedad 2 en donde la suma de los cuadrados de las desviaciones respecto a la media es siempre menor que la suma de los cuadrados de las desviaciones con respecto a otro valor, lo que indica que la media aritmética es la medida de tendencia central que hace mínima la suma de los cuadrados de las desviaciones en torno de ella, pues aunque no siempre es utilizada, en situaciones problemáticas más complejas, al estudiante se le dificulta su cálculo. Además de esta propiedad también se puede evidenciar la propiedad 1 al observar la columna 2, pues en una distribución, la suma de las desviaciones de sus variables con respecto a la media es cero.

Por ende, a pesar de que en la definición de la media aritmética se presente la fórmula para el cálculo, esta no es completa, impidiendo que el lector comprenda eficazmente el tema trabajado.

A partir de lo anterior, se puede deducir, que el libro de texto analizado, al realizar la transposición didáctica de la temática Medidas de Tendencia Central, le presenta al estudiante de manera sencilla las definiciones de *la Moda y la Mediana*, aunque en la *Media Aritmética*, se deja a un lado aspectos relevantes de esta, como lo son las propiedades, impidiendo al estudiante

una mejor y completa comprensión y tener una mejor postura frente a futuros problemas complejos.

Asimismo, se observa que el libro de texto no hace distinción alguna en una distribución de datos asimétricos, es decir, cuando en un conjunto de datos se encuentran valores extremos, pues la media aritmética es sensible a estos y el cálculo puede ser erróneo, lo cual puede prestarse para interpretaciones equívocas. Por ejemplo, si se tiene el conjunto de datos con los valores, 13, 10, 12, 8 y 12, la moda es 12, la mediana es 12 y la media aritmética será 11. Ahora bien, si hay un cambio en uno de los valores extremos 33, 10, 12, 8 y 12, la moda y la mediana siguen siendo 12, pero la media aritmética ha sido afectada, pues ha cambiado a 15, es decir, la media varió de 11 a 15, mientras que la moda y la mediana no variaron, pues en ambas distribuciones la moda es 12 y la mediana también.

Además de eso, se observa que el libro de texto analizado, no trabaja *la Media Aritmética ponderada*, *la media Armónica* y *la Media Geométrica*, las cuales son fundamentales, ya que no siempre las medidas de tendencia central principales (media aritmética, mediana y moda) permiten obtener los valores más representativas de un conjunto de datos. Entonces *La media aritmética ponderada* es utilizada cuando en un conjunto de datos cada uno de ellos tiene una importancia relativa (o peso) respecto de los demás datos. *La media armónica* es el recíproco de la media aritmética de sus recíprocos, utilizada cuando se trata de tasas medias de tiempo, o cuando las observaciones se expresan inversamente a lo que se requiere en el promedio. *La media geométrica* en un conjunto de n observaciones, será la raíz n -ésima del producto de las n observaciones. Normalmente es usada cuando se promedian tasas de cambio (incremento de población), o cuando se trata de un promedio de cocientes, como en los números índices de precios.

A continuación se presentan distintas situaciones para ejemplificar la *media aritmética ponderada*, la *media geométrica* y la *media armónica*.

Situación para ejemplificar la *media aritmética ponderada*:

En un salón de clases hay 35 estudiantes, a los cuales se les pregunta cuantos hermanos tiene cada uno de ellos. De la información brindada por los estudiantes se obtuvo que, 6 de ellos tienen 4 hermanos, 10 tienen 3 hermanos, 5 tienen 2 hermanos, 6 estudiantes tienen 1 hermano y 8 de ellos son hijos únicos (no tienen hermanos). ¿Cuál es el número promedio de hermanos de los estudiantes?

Para resolver este ejercicio se hace uso de la media aritmética ponderada.

$$\bar{X} = \frac{6(4) + 10(3) + 5(2) + 6(1) + 8(0)}{35} = 2$$

Por tanto, en promedio los estudiantes tienen 2 hermanos.

Un ejemplo del uso de la *media geométrica* es el siguiente:

En una empresa quieren saber la proporción media de mujeres en los diferentes departamentos. Para ello, se recoge el porcentaje de mujeres en los cinco principales departamentos, como se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 22. Datos del ejemplo de la media geométrica.

Porcentaje de mujeres por departamento	
DEPARTAMENTO	PORCENTAJE
Producción	32,6%
Compras	53,5%
Marketing	28,9%
Recursos Humanos	48,2%

Administración	67,4%
----------------	-------

En este caso, se utiliza la media geométrica para obtener la media de porcentajes más representativas, que en este caso es 43.09%.

Para la *media armónica*, se tiene el siguiente ejemplo:

Un tren realiza un trayecto de 400km. La vía tiene en mal estado que no permitían correr. Los primeros 100 km los recorre a 120km/h, los siguientes 100km la vía está en mal estado y va a 20km/h, los terceros a 100km/h y los 100 últimos a 130km/h. Calcular el promedio de velocidades.

Para hallar el promedio de las velocidades se hace uso de la media armónica. Utilizando la fórmula, se obtiene lo siguiente:

$$H = \frac{4}{\frac{1}{120} + \frac{1}{20} + \frac{1}{100} + \frac{1}{130}} = \frac{4}{\frac{593}{7800}} = 52.61$$

Entonces el promedio de velocidades es de 52,61km/h.

Por tanto se puede decir, que este libro de texto carece de información al no presentarle al estudiante, las pautas necesarias para que este reflexione, al enfrentarse a situaciones como estas, pues como se puede observar en los ejemplos anteriores cuando se necesita calcular promedios no siempre las medidas de tendencia central principales (media aritmética, mediana y moda) son las más apropiadas.

3.4.3 El discurso en libro de texto escolar.

Considerando lo que ya se ha presentado del discurso y sus tipos, y a partir del análisis realizado al libro de texto “Hipertexto Matemáticas 7”, se puede decir que el texto es *expositivo*, ya que, el tema inicia presentando cuales son las Medidas de Tendencia Central (Media Aritmética, Mediana y moda). Luego se muestra la definición de la Media Aritmética acompañada de la fórmula para el cálculo, seguida de la definición de la Mediana y la Moda. Después de presentada las definiciones, se muestra una situación en donde se ejemplifican las tres medidas.

3.4.4 Elementos constitutivos del discurso.

3.4.4.1 Marco Definicional

El libro de texto, presenta una definición para cada una de las medidas de tendencia central.

En la siguiente tabla, se muestra el tipo de definición presente en el libro de texto por cada medida de tendencia central y el uso de propiedades ya sea de manera implícita o explícita.

Tabla 23. Marco Definicional del libro de texto escolar *Hipertexto Matemáticas 7* (Unidad 7: medidas de tendencia central)

OBJETO/CONCEPTO	TIPOS DE DEFINICIÓN	USO DE PROPIEDADES (Implícita o explícita)
Moda	“T es U tal que C_1, C_2, \dots, C_n .”	No presenta
Media	“T es U tal que C_1, C_2, \dots, C_n .”	No presenta
Mediana	“T es U tal que C_1, C_2, \dots, C_n .”	No presenta

Se puede observar, que en la tabla anterior, que el tipo de definición presentado en el libro de texto analizado, es estructural bajo la estructura lógica, “T es un U tal que C_1, C_2, \dots, C_n .” Además, como ya se había presentado en el *saber sabio – saber transpuesto*, la mediana y la

media aritmética, presenta algunas propiedades, las cuales ayudan al estudiante en la construcción de conocimientos, pero en la tabla se puede observar que el libro de texto en ninguna de las tres medidas presentadas hace uso de estas, de manera implícita ni explícita.

3.4.4.2 Marco de Ejemplificación

En las medidas de tendencia central, se presenta un ejemplo para las tres medidas, como se muestra en la siguiente ilustración.

Ilustración 24. Ejemplo de las medidas de tendencia central del libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7.

✖ Ejemplo

El número de minutos que usan cada uno de los 10 estudiantes de un colegio de la ciudad para prepararse para una evaluación de matemáticas programada son:

30 15 60 45 10 0 15 30 25 20

Hallar las medidas de tendencia central.

El valor de la media aritmética es: $\bar{X} = \frac{30 + 15 + \dots + 20}{10} = 25$ minutos

Al ordenar los datos: 0, 10, 15, 15, 20, 25, 30, 30, 45, 60.

El promedio del dato quinto, 20, y el dato sexto, 25, es 22,5 minutos, el cual es el valor de la mediana. Existen dos modas 15 y 30 minutos.

Tomado del libro de texto escolar Hipertexto matemáticas 7. p. 238

Esto puede ser una dificultad para el estudiante, en el momento en el que él quiera guiarse para resolver nuevos ejercicios y situaciones, ya que no permite que el estudiante busque otras maneras de solución, además, el ejemplo no es muy completo si se decide colocar un solo para ejemplificar las tres medidas, ya que se omite como proceder en *la mediana* si el conjunto de datos es par o impar, o en *la moda* cuando en el conjunto de datos existe más de una, ya que estas cuestiones pueden confundir al estudiante.

También, se observa que el libro de texto con el único ejemplo que presenta no le proporciona herramientas al estudiante, para que reflexione acerca de cómo resolver otros ejemplos que

contengan distribuciones con datos asimétricos, es decir ejemplos, en los que se pidan encontrar las medidas de tendencia central cuando se ha cambiado uno de los valores extremos por uno más elevado o demasiado pequeño, ya que en el ejemplo presentado solo se trabajan distribuciones con datos simétricos.

Por tanto, se cree que se debería ejemplificar cada medida por separada y uno por cada caso, si así lo requiere el tema.

El ejemplo es presentado en el contexto de la vida diaria, permitiéndole al estudiante un acercamiento a aspectos de su vida cotidiana, y quizás esto le genere interés para solucionarlo. Además el ejemplo se desarrolla en el pensamiento aleatorio y sistemas de datos, siendo este el principal pensamiento en este trabajo. También se desarrollan en el ejemplo, procesos matemáticos como el razonamiento.

A diferencia del análisis del libro “Glifos Procesos Matemáticos 7”, en este no se realiza la tabla en donde se muestra el uso de las propiedades, el contexto en el que se desarrolla y el tipo de pensamiento o procesos generales involucrados, pues se presenta una sola situación para ejemplificar las tres medidas.

3.4.4.3 Marco de Ejercitación

Después de presentar el tema *medidas de tendencia central* seguido del tema *medidas de posición*, se muestra una actividad con 3 ejercicios relacionados con estas medidas. Estos son sencillos, y muy parecidos al del ejemplo presentado, lo que los hace simples para el estudiante, como se puede observar en la siguiente ilustración.

Ilustración 25. Actividades de las medidas de tendencia central y medidas de posición central del libro de texto escolar *Hipertexto Matemáticas 7*.

Actividades

Ejercita: 1-2
Razona: 3

1 El número de hermanos que tienen los 25 estudiantes del curso se relacionan a continuación:

5	2	3	4	3
2	2	3	3	1
6	3	2	3	3
2	3	4	2	5
4	2	1	3	3

a. Halla el número promedio de hermanos de un estudiante del curso.

b. Halla la mediana del conjunto de datos.

c. Indica si es posible afirmar que el 50% de los estudiantes del curso tiene 2 hermanos o menos. Justifica tu respuesta.

2 Las estaturas de nueve alumnos son 159, 168, 173, 168, 173, 159, 165, 173 y 182.

a. Halla la estatura media.

b. Determina la mediana y la moda.

3 El preparador físico de un equipo de baloncesto toma nota de las tallas de zapato de sus 10 jugadores. Al pasar la lista, el utilero extravió uno de los datos. Los nueve datos que existen son: 42, 38, 39, 43, 45, 42, 39, 38, 43.

Sin embargo, se sabe que el promedio es 41, ¿cuál es el dato que falta?

Tomado del libro de texto escolar *Hipertexto matemáticas 7*. p. 239

Además, cuando el estudiante se enfrente a una situación que requiera que este reflexione sobre qué medida es la más adecuada para llegar a la solución, no tendrá suficientes pautas para descifrarlo, ya que los ejercicios que se le han propuestos son muy sencillos.

Al finalizar la unidad se presentan 16 ejercicios, de los cuales tan solo uno de ellos tiene relación con las medidas de tendencia central, como se muestra en la siguiente ilustración.

Ilustración 26. Ejercicio número 10 del taller 7 del libro de texto escolar *Hipertexto Matemáticas 7*.

10 Los siguientes datos corresponden a la cantidad de vasos de agua que consumen 12 mujeres y 12 hombres en un día.

Mujeres: 6, 7, 7, 8, 7, 5, 7, 8, 6, 5, 8, 7.

Hombres: 4, 6, 4, 5, 7, 3, 2, 8, 3, 4, 5, 5.

a. Halla la media y la mediana del número de vasos de agua consumidos por mujeres.

b. Calcula la media y la mediana para el caso de los hombres.

c. Compara las medidas de tendencia central de mujeres y hombres y saca una conclusión.

Tomado del libro de texto escolar *Hipertexto matemáticas 7*. p. 251

Este ejercicio al igual que los demás que se presentan y el ejemplo utilizado ilustrar las medidas de tendencia central, son sencillos, de hecho el ejemplo es una guía para la solución de los ejercicios propuestos. Facilitándole al estudiante su solución, pues ya tiene una guía para resolverlo, pero impide que el estudiante se cree un reto, y sea el mismo quien busque la mejor manera para llegar a la solución.

A continuación se presenta la tabla de ejercitación, en donde se muestra el tipo de ejercicios por cada medida de tendencia central, la cantidad y el uso de las propiedades.

Tabla 24. Marco de Ejercitación del libro de texto escolar *Hipertexto Matemáticas 7 (Unidad 7: medidas de tendencia central)*

OBJETO/CONCEPTO	TIPOS DE EJERCICIOS	CANTIDAD	USO DE PROPIEDADES (Implícita o explícita)
Moda	Ejercicios	2	No presenta
	Ejercicios no rutinarios simples.		No presenta
	Ejercicios no rutinarios complejos.		No presenta
Media	Ejercicios	5	No presenta
	Ejercicios no rutinarios simples.	1	No presenta
	Ejercicios no rutinarios complejos.		No presenta
Mediana	Ejercicios	6	No presenta
	Ejercicios no rutinarios simples.		No presenta
	Ejercicios no rutinarios complejos.		No presenta

Tal como lo muestra la tabla, los ejercicios que se muestran son sencillos y pocos. En la media aritmética, hay un ejercicio no rutinario simple, en el cual, se valora si el estudiante tiene un buen manejo de la temática y sus características, ya que para llegar a su solución, el estudiante debe reflexionar en lo que ha aprendido.

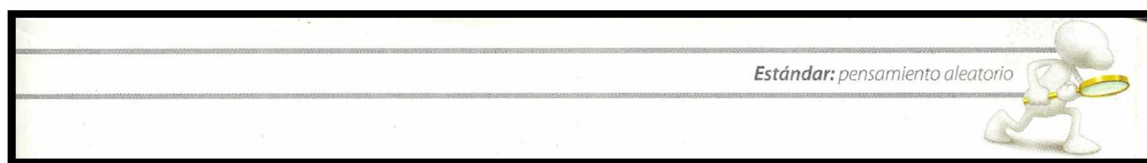
De manera general, el libro de texto escolar en los elementos constitutivos del discurso, aunque presenta una definición para cada uno de los subtemas trabajados (media aritmética, mediana y moda), no presenta ejercicios para cada uno de ellos, facilitándole al estudiante la ejercitación de dichos conceptos, por el contrario se presenta una situación para ejemplificar las tres medidas de tendencia central, obstaculizándole al estudiante la opción de tener guías para solucionar nuevas situaciones más complejas. Además, en el desarrollo de los elementos constitutivos del discurso no se desarrollan de ninguna manera las propiedades de las dichas medidas, las cuales son importantes para el desarrollo de algunas situaciones problemas.

3.4.5 El texto escolar y su relación con los aspectos curriculares.

De acuerdo a lo planteado en el marco teórico y metodológico de este trabajo, los LCM exponen que el tema de las medidas de tendencia central deben de ser estudiados, a partir de diversas situaciones problemáticas, aquellas que deben de estar expuestas en los diferentes contextos, sin embargo éste libro texto escolar solo presenta un ejemplo para ilustrar las tres medidas de tendencia central presentadas y algunos pocos ejercicios expuestos en contextos de la vida cotidiana y propios de las matemáticas.

El libro de texto escolar, al iniciar cada unidad nombra el pensamiento que más se desarrolla en este, además de eso en el desarrollo de la unidad en la parte superior derecha, dice *estándar* dando a entender que estándar se va a desarrollar en la sección, pero lo que se muestra en este caso es el pensamiento principal desarrollado en la unidad.

Ilustración 27. Estándar a desarrollar en la unidad 7 del libro de texto escolar *Hipertexto Matemáticas 7*



Tomado de Hipertexto matemáticas 7. p. 239

Este tipo de confusiones, dan a entender que los autores no tienen claridad de lo que es un estándar y un pensamiento, pues, a partir de lo que exhibe el MEN, se concibe que un estándar no es lo mismo que un pensamiento, ya que el estándar está redactado en un enunciado que comprende los tres ejes fundamentales que proponen los lineamientos curriculares y le apuesta a lo que el estudiante debe saber o alcanzar para llegar a desarrollar un determinado tipo de pensamiento.

Coherencia con los estándares publicados por el MEN

En este apartado se presenta los estándares propuestos por el MEN para el grado séptimo en el pensamiento aleatorio y que presentan relación con el objeto de estudio las medidas de tendencia central. Además, se presenta la coherencia horizontal y vertical del libro de texto analizado.

- **Coherencia del texto con los estándares**

A continuación se muestran los estándares que propone el MEN para el grado séptimo en el pensamiento aleatorio, relacionados con las medidas de tendencia central:

- ✓ *Uso medidas de tendencia central (media, mediana, moda) para interpretar comportamiento de un conjunto de datos.*

Este estándar no se alcanza a desarrollar en el libro de texto escolar, aunque hace referencia al objeto de análisis del presente trabajo; con el ejemplo, las actividades y los ejercicios que se proponen, no es suficiente para que el estudiante interprete el comportamiento de un conjunto de datos.

- ✓ *Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos presentados en tablas, diagramas de barras, diagramas circulares.*

Ilustración 28. Definición de las medidas de tendencia central en la unidad 7 del libro de texto escolar *Hipertexto Matemáticas 7*.

Medidas de tendencia central

Las **medidas de tendencia central** son: la media o promedio aritmético, la mediana y la moda.

- La **media aritmética o promedio** es un dato que no necesariamente está en el conjunto de datos y que representa la característica predominante del grupo. La media es el punto de equilibrio del conjunto de datos.
 Para el caso en que se considere una muestra, la media aritmética se simboliza como \bar{X} y para el conjunto de datos x_1, x_2, \dots, x_n se calcula como:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$
 Para el caso en el cual se considere una población, la media aritmética se simboliza μ y se calcula de la misma forma. La media es una medida que se ve afectada por el cambio significativo de un dato. Si existe un dato muy grande o muy pequeño con respecto a los demás, el valor de la media cambia significativamente. En otras palabras, la media es una medida sensible al cambio de un dato.
- La **mediana** es el dato que divide en dos partes porcentualmente iguales el conjunto de datos.
 Para el caso en el cual se considere una muestra la mediana se simboliza como \tilde{X} y se calcula ordenando el conjunto de datos y ubicando el que está en la posición de la mitad.
 Cuando se consideran un número impar de datos, la mediana es un dato que pertenece al conjunto. Para el caso que se considere un número par de datos, la mediana corresponde al promedio de los dos datos de la mitad. Este valor en algunos casos no pertenece al conjunto. Para el caso en el cual se considere una población, la mediana se simboliza $\tilde{\mu}$ y se calcula de la misma forma.
- La **moda** de un conjunto de datos corresponde al dato que más se repite.
 En aquellos casos en los cuales se analice una muestra la moda se simboliza \hat{X} , si se trata de una población, la moda se simboliza $\hat{\mu}$.

Tomado de Hipertexto matemáticas 7. p. 238

Como se puede observar en la imagen anterior, este estándar no es desarrollado por el libro de texto, ya que al presentar las medidas de tendencia central, como ya se había mencionado en el lenguaje utilizado, no se hace uso del lenguaje gráfico.

- **Coherencia horizontal**

El libro de texto escolar, en la unidad 7 titulada *estadística y probabilidad* presenta las medidas de tendencia central, en la cual se desarrolla el pensamiento aleatorio y sistemas de datos.

Analizando los estándares asociados a las medidas de tendencia central del grado séptimo en los cinco pensamientos, se observa que no existe ninguna relación entre ellos, pues el ejemplo presentado y los ejercicios propuestos no muestran ninguna articulación con los estándares de los demás pensamientos.

- **Coherencia vertical**

Teniendo en cuenta que la coherencia vertical está dada por la relación de un estándar con los demás estándares del mismo pensamiento, pero de otros conjuntos de grados, no se puede rastrear dicha coherencia, puesto que no se tuvo acceso a los otros libros de textos de los otros grados.

En conclusión, este libro de texto escolar, no desarrolla los estándares que propone el MEN para el grado séptimo y que se relacionan con las medidas de tendencia central, pues como ya se había mencionado anteriormente, los autores del libro ni siquiera diferencian lo que es un estándar y un pensamiento. Además de eso, los ejemplos y ejercicios propuestos no conllevan al estudiante al desarrollo de dichos estándares, limitándolos a resolver ejercicios de un solo tipo.

3.4.6 Usos de recursos externos al texto escolar.

Hipertexto Matemáticas 7, además de la edición para el estudiante (utilizada para realizar el análisis anterior), posee una edición para el docente a la cual no se le pudo realizar el análisis pues no se obtuvo acceso a ella y en la página web de la editorial Santillana¹² en los catálogos del proyecto Hipertexto no se tiene acceso a ninguno de los libros de textos en ninguna de las ediciones.

De manera general, el libro de texto *Hipertexto Matemáticas 7*, presenta una buena organización al presentar el contenido y una buena utilización de los espacios, de las ilustraciones, y del tamaño de la letra, permitiéndole al lector una mejor lectura. También, al exhibir las medidas de tendencia central lo hace de manera más sencilla, pues el lenguaje utilizado va acorde al grado al cual va dirigido el libro de texto escolar.

Sin embargo, en el libro de texto no se hace uso de las propiedades de las medidas de tendencia central más significativas y es escaso la ejercitación que se muestra con respecto a ellas. Estos aspectos impiden que el estudiante tenga un mejor manejo de dichas medidas y un mejor control en el momento en que estén bajo situaciones complejas.

¹² <http://www.santillana.com.co/www/catalogo/hipertextos.php>

Aspectos comunes en los dos libros de textos

Al tomar los libros de textos escolares, se observa que estos hacen una buena presentación de sus obras y sus aspectos físicos, permitiendo que el estudiante maneje el libro sin ninguna dificultad. Además, la forma en que presenta la información en cada una de las páginas, permite que el lector entienda sus contenidos, ya que muestra una buena utilización de los espacios y la impresión de cada una de las páginas presentan una buena nitidez.

Al mismo tiempo, se logra evidenciar que los libros de textos escolares exhiben una buena organización, en cuanto a la manera en que presenta los contenidos, lo cual permite que el estudiante logre guiarse y encontrar con facilidad algún contenido temático sin confundirse, pues la utilización del lenguaje, tanto escrito como gráfico, permiten que el estudiante comprenda cada uno de los subtemas.

En cuanto a la transposición didáctica que realizan los libros de textos escolares ante el saber científico, se dejan de lado algunos aspectos importantes, como por ejemplo, las propiedades de cada una de las medidas, presentando de manera incompleta las definiciones y esto de alguna forma no permite que el lector o el estudiante comprendan correctamente la definición presentada. Lo que si se logra observar, es que los textos escolares en la temática analizada, permiten que el lector o el estudiante tenga un acercamiento y algunas particularidades de los conceptos trabajados.

Otro rasgo, es que los libros de textos escolares, en lo que concierne a los elementos constitutivos del discurso, presentan una definición para cada subtema acompañados de una variedad de ejemplos y ejercicios simples, lo cual ayudará a que el estudiante comprenda un poco más cada una de las definiciones, sin embargo, los docentes deben de ser un poco más

cautelosos y precavidos en revisar lo que se le presenta en el libro de texto escolar, debido a que estos carecen de información, además, dejan aspectos importantes sin explicar, como lo son las propiedades, lo que conlleva a que el estudiante adquiera información de manera incompleta.

Como resultado se obtiene que los libros de textos escolares exhiben el contenido temático de las medidas de tendencia central con sus tres subtemas (media aritmética, mediana y moda), estos solo presentan definiciones, ejemplos y ejercicios algorítmicos de cada uno de los subtemas sin tener en cuenta las propiedades, sin embargo, en el desarrollo de algunos de los subtemas se logra rastrear sus usos al momento en que se quiere dar solución a los ejemplos y ejercicios.

Aspectos diferentes en los dos libros de textos

Cabe señalar, que el libro de texto escolar *Glifos procesos matemáticos 7*, contiene una serie de ejercicios y ejemplos, que en este caso presentan una estrecha relación con los Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Además, los ejercicios y ejemplos acompañan la definición de cada uno de los subtemas, a partir de los cuales los estudiantes pueden alcanzar cada uno de los estándares propuestos para dicha temática, lo que le permitirá desarrollar nuevos conocimientos.

Sin embargo, el libro de texto escolar *Hipertexto matemática 7*, carece de ejemplos que le amplíen al estudiante la definición presentada, lo cual impide que tenga una variedad de ejemplos para guiarse, y dar solución a situaciones similares o más complejas, ya que se presenta una situación para ejemplificar las tres medidas de tendencia central.

4. Conclusiones

Teniendo en cuenta que el foco a analizar son las medidas de tendencia central, se observó que los dos libros de textos escolares analizados no presentan las propiedades de cada una de las medidas, las cuales son significativas y fundamentales en la solución de situaciones problemáticas, pues, aunque no en todos los casos son utilizadas; al encontrarse con una situación más compleja, sin estas propiedades, es muy difícil resolverla.

Los dos libros de textos analizados fueron seleccionados teniendo en cuenta que eran los de mayor uso en las instituciones del municipio de Santander de Quilichao, Cauca. Como consecuencia de lo anterior, se infiere que los estudiantes podrían propiciar obstáculos didácticos a partir de lo que se propone en los textos, por ejemplo, el que no se contemplen datos asimétricos, la poca información que ofrecen los textos para que los estudiantes sepan qué medida de tendencia central escoger para resolver una situación problema, la falta de explicación de qué sucede con las medidas de tendencia central cuando se tienen valores extremos.

También se observa, que los libros de textos escolares escogidos trabajan las medidas de tendencia central más importantes, dejando a un lado la media aritmética ponderada, la media geométrica y la media armónica, siendo estos conceptos importantes de aprender, puesto que en algunas situaciones problemas requieren el uso de alguna de estas.

Por otra parte, se logró inferir que el libro de texto *Glifos procesos matemáticos 7*, propone pocos problemas que permitan que el lector o el estudiante se enfrente a preguntas que contengan un nivel más complejo, el cual, de una u otra manera, le proporcione un reto para lograr la solución del problema; eso puede generar la construcción de conocimientos más sólidos.

Además, el presentar una mayor exigencia al lector o al estudiante en la solución de problemas, permitirá que este se esfuerce por lograr la aprehensión del concepto.

Desde el libro de texto escolar *Hipertexto matemáticas 7*, se observa que este carece de ejemplos para abordar los conceptos, puesto que solo propone una situación para ejemplificar todas las medidas. Además, no posee ilustraciones, las cuales podrían complementar lo escrito; impidiendo que el estudiante tenga una comprensión gráfica de lo que se está presentando, esto puede impedir que el estudiante adquiera de manera completa y más significativa el concepto trabajado.

En cuanto a la relación de la coherencia del libro de texto escolar con los estándares básicos de competencia en Matemáticas, Lenguaje Ciencias y Ciudadanas, se observa que los libros de textos escolares analizados, no presentan una coherencia horizontal en el estudio de las medidas de tendencial central, aunque en *Glifos procesos matemáticos 7* se presenta un vínculo entre los temas del mismo pensamiento, pero no se da con los temas de los demás pensamientos. A diferencia de *Hipertexto matemática 7* que no presenta un vínculo entre los temas del mismo pensamiento y tampoco con los temas de otros pensamientos, pues se observa que los libros de texto se encuentran fragmentados en unidades y estas no presentan una conexión entre ellas. En cuanto a la coherencia vertical, su relación no puede ser presentada con los libros de textos escolares de otros grados, debido a que no se contó con el catálogo de libros de matemáticas de las editoriales, para otros grados. Por lo tanto, aunque los libros tienen la intención de cumplir con los parámetros expuestos por el MEN en lo que concierne a los aspectos curriculares, esto no se ve evidenciado de manera completa en el desarrollo de sus temáticas.

A partir del análisis realizado a cada libro de texto escolar, se logró caracterizar, por medio de la rejilla de análisis utilizada, las diferentes concepciones de medidas de tendencia central presentes en estos, encontrando que:

Los libros de textos escolares que han sido objeto de análisis en este trabajo, exhiben las medidas de tendencia central presentando las definiciones de la moda, mediana y media aritmética. Y aunque no presentan la definición de medidas de tendencia central, se logra observar que estas son tomadas como aquellas medidas de las cuales se puede extraer algunos valores, los cuales serán el centro de la distribución y serán representativos del conjunto de datos.

En cuanto a la Moda, en los dos libros de textos escolares, es tomada como el dato que más se repite en un conjunto de datos, también, en el libro de texto escolar Hipertexto matemáticas 7, además de presentar esta definición en otro párrafo explican que un conjunto de datos puede tener más de una moda. Sin embargo, el libro de texto escolar Glifos procesos matemáticos 7 no presenta esta aclaración, exhibiendo la definición de manera incompleta, pues no se dice de manera explícita que un conjunto de datos puede tener más de una moda, lo que muestran es un apartado que titulan *piensa*, y se le plantea al estudiante la siguiente pregunta, *cuándo en una tabla se tiene más de una moda ¿cuál crees que es el valor más representativo?* Lo cual es un error ya que no se puede excluir una de ellas, pues todas serán representativas del conjunto de datos, por el contrario lo que se debe mostrar es que en un conjunto de datos puede encontrarse más de una moda, y esto no ha sido explicado en ninguna parte.

Asimismo, en ejercicios posteriores se sigue presentando el mismo error. Por ello se deduce que, la concepción de moda es deductiva, porque para encontrarla solo se observa la distribución

y se escoge el valor más frecuente, por otra parte, no se explica que hacer para encontrar la moda de datos agrupados, es decir datos que se encuentran en un intervalo, por lo tanto la concepción que se tiene acerca de esta medida es poco certera e incompleta.

Por otra parte, la mediana es considerada como el valor que divide los datos en dos partes iguales. Para hallar la mediana es necesario que los datos estén ordenados. También expresan como hallarla cuando el conjunto de datos es par o impar. A partir de esto, se deduce que la concepción de mediana presente en los libros de textos analizados es algorítmica.

La media aritmética es un dato que no necesariamente está en la distribución y que representa la característica predominante del grupo. La media, es el punto de equilibrio del conjunto de datos. Sin embargo, en ninguna parte se muestra la media aritmética ponderada, la media armónica y la media geométrica, las cuales son fundamentales, ya que no siempre las medidas de tendencia central principales (media aritmética, mediana y moda) permiten obtener los valores más representativos de un conjunto de datos.

A partir de esto, la concepción de media aritmética es algorítmica, en esta medida no se presenta de manera explícita ni implícita las propiedades de esta, su concepción solo se centra en los datos simétricos dejando de lado los datos asimétricos. Además, para encontrar la media se hace necesario conocer todos los valores involucrados. Por otra parte, en ningún momento se presenta o se explica qué hacer cuando se añade un nuevo dato después de haber encontrado la medida de tendencia central representativa para dicha distribución. Por lo tanto la concepción que se tiene acerca de esta medida es incompleta.

Por lo tanto, es así como son tomadas las medidas de tendencia central más significativas en los libros de textos escolares analizados, logrando caracterizar así cada una de estas, y al mismo

tiempo se alcanza abordar el objetivo general de este trabajo. Los libros de textos escolares analizados son una buena herramienta, que puede ser utilizada por docentes y estudiantes en el grado séptimo, en la asignatura de matemáticas, pues proporciona una gran variedad de contenidos que pueden ayudar al estudiante a desarrollar una serie de conocimientos y habilidades, sin embargo, deben de ser complementados y actualizados mejorando los aspectos mencionados anteriormente.

Es importante aclarar, que los libros de textos, en cuanto a recursos didácticos, no son determinantes de forma completa, de los aciertos o dificultades que se puedan generar en el aprendizaje del estudiante. Esto, debido a que el profesor, es quien puede tomar la decisión de no ampliar o por el contrario complementar y aclarar, si es el caso, la forma en que el libro presenta los contenidos.

Además de lo anterior, el profesor, al ser quien decide qué libro de texto escolar usar para orientar las clases, debe tener conocimientos veraces y concretos que le permitan decidir cuándo un libro de texto puede ser una buena herramienta educativa que le sirva de apoyo para afianzar y completar los conocimientos que él posee.

También, es necesario que el profesor haga uso de objetos virtuales de aprendizaje o recursos digitales, para ampliar la información presentada en los libros de textos, pues no toda la información que se maneja en las aulas, son provenientes directamente de un libro en físico y como ya se ha observado los dos libros de textos escolares analizados en este trabajo, carecen de información útil en la solución de situaciones problemas. Aunque estos objetos virtuales también deben ser analizados, ya que pueden presentar algunas fallas o carecer de información, para ello

este trabajo de investigación es útil, ya que ofrece criterios de análisis que pueden ser utilizados tanto en libros físicos como en libros virtuales u objetos virtuales de aprendizaje.

Además, se recomienda a los profesores en ejercicio, que al escoger un libro de texto para que este les sirva de herramienta al momento de orientar sus clases de matemáticas, dediquen el tiempo suficiente para analizar detalladamente el libro de texto, pues en algunos casos los profesores solo tienen en cuenta que el libro de texto tenga los contenidos temáticos que ellos necesitan para ser enseñados y no centran su atención en analizar cómo son presentados y desarrollados los contenidos en el libro de texto, qué lenguaje se presenta en el desarrollo de las temáticas, observar si los autores del libro de texto escolar han realizado una buena transposición didáctica de los contenidos temáticos trabajados en el libro de texto escolar, entre otros criterios que fueron tenidos en cuenta en este análisis.

Por ello, este trabajo de investigación, brinda una serie de criterios y herramientas, que le permiten al docente reflexionar, acerca de qué libro de texto presenta la información de los contenidos de manera más completa, lo cual le servirá para orientar sus clases.

Para finalizar, este trabajo, mientras estaba en el proceso de evaluación, fue expuesto en el segundo Encuentro Colombiano de Educación Estocástica (2ECEE) donde se realizaron los siguientes aportes y observaciones: uno de estos fue, el de incentivar a las editoriales para que faciliten y ayuden en la creación de libros sólo del campo estadístico para los distintos grados de escolaridad. Otro aporte es, el de seguir realizando investigaciones por este campo, pues esto permite mostrar la importancia y las ventajas que se tienen al indagar, explorar, desarrollar y trabajar el pensamiento aleatorio, tanto en las aulas de clases como en la vida cotidiana.

Es importante aclarar que este tipo de trabajo, si bien, aporta a la reflexión docente, deja otras instancias pendientes, que a su vez pueden ser limitaciones del trabajo realizado. En este orden de ideas, es menester mencionar que el análisis de textos realizado, aunque incide indirectamente en los estudiantes, no garantiza en estos la abolición total de las dificultades y obstáculos relacionados con el aprendizaje de la estadística. Para esto, se requiere trabajar con actividades dirigidas en el aula, para poder analizar la influencia de estas en las actuaciones de los estudiantes alrededor de un aprendizaje relacionado con las medidas de tendencia central.

5. Referencias Bibliográficas

- Arévalo, S.; Garzón, L.; Perafán, B.; Rangel, J.; Chávez, S.; Silva, O.; Díaz, R.; Jiménez, J.; López, M. y Bautista, W. (2008). *Glifos Procesos Matemáticos 7*. Santa Fé de Bogotá D.C., Colombia. Libros & libros S.A.
- Batanero, C. Godino, J. & Navas, F. (1997). *Concepciones de maestros de primaria en formación sobre los promedios*. Versión ampliada del trabajo publicado en H. Salmerón (Ed.), *VII Jornadas LOGSE: Evaluación Educativa* (pp. 310-304), 1997. Universidad de Granada.
- Batanero, C. & Godino J. (2001). *Análisis de Datos y su Didáctica*. Universidad de Granada. España.
- Batanero, C. & Godino, J. (2002). *Estocástica y su Didáctica para maestros*. Universidad de Granada. España.
- Batanero C. & Cobo, B. (2004). *Significado de la media en los libros de texto de secundaria*. IES los neveros. h. vega, Universidad de Granada. Granada.
- Batanero, C.; Godino, J.; Green, D.; Holmes, P. & Vallecillos A. (2009). *Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales*. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.
- Bohorquez, C. & Rivera, V. (s.f). *Dificultades en el aprendizaje del objeto matemático media aritmética*. Universidad de la Amazonia, Florencia. Colombia.

- Chizner, J.; Romero, J.; Salazar, F.; Joya, A. y Rojas, V. (2010). *Hipertexto Matemáticas 7*. Santa Fe de Bogotá, Colombia. Santillana.
- Churchill, E. (1971). *The development of the concept of the best mean of a set of measurements from antiquity to the present day*. Institute for Basic Standards. National Bureau of Standards.
- Cobo, B. (2003). *Significados de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria*. Universidad de Granada. Granada.
- Collazos, V. y Girón, J. (2014). *Algunas concepciones sobre el número natural que privilegian docentes de preescolar y primero de primaria*. Tesis de Pregrado. Universidad del Valle. Santiago de Cali, Colombia.
- Corica, A. & Otero, M. (2014). *La formación de profesores de matemáticas desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico: Un estudio de caso*. Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET). Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECyT). Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. Argentina.
- Cubides, K. & Rosada, L. (2011). *Dificultades que presentan los estudiantes de educación básica en la obtención e interpretación de las medidas de tendencia central*. (Tesis de Pregrado). Santiago de Cali. Universidad del Valle.
- Díaz, D. (2007). *Significado atribuido al concepto de media aritmética por estudiantes de grado séptimo*. Universidad del Valle. Santiago de Cali.


- Estrada, M. (2002). *Análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del profesorado*. Universitat Autònoma de Barcelona. Bellaterra.
- Eyzaguirre, B. y Fontaine, L. (1997). ¿Por qué es importante el texto escolar? En *El futuro en riesgo: Nuestros textos escolares*. Santiago: Centro de Estudios Públicos.
- García, I. & García, J. (2004). *La Media Aritmética*. Universidad de La Laguna. Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática (2004) vol.6, 197-217.
- Garfield, J. B. & Alhgren, A. (1988). *Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: Implications for research*. Journal for Research in Mathematics Education.
- Gascón, J. (1998). Evolución de la Didáctica de las Matemáticas como disciplina científica. Departamento de Matemáticas. Universidad Autónoma de Barcelona. España.
- Gattuso, L. y Mary, C. (1998). *Development of the concept of weighted average among highschool students*. En L. Pereira-Mendoza, L. Seu Keu, T. Wee Kee y W. K. Wong, Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching Statistics (pp. 685-691). Singapur: International Association for Statistical Education.
- Icfes. (2010). *Colombia en Pisa 2009: síntesis de resultados*. Recuperado de <http://www.icfes.gov.co/investigacion/evaluaciones-internacionales/pisa>
- Icfes (2013). *PRUEBAS SABER 3°, 5° y 9° Lineamientos para las aplicaciones muestral y censal 2013*. Recuperado de http://cms.univalle.edu.co/todosaaprender/anexos/enelcamino/6-ICFES_MEN-Pruebassaber359.pdf

- Lucas, C. (2010). *Organizaciones matemáticas locales relativamente completas* (Memoria de investigación, Diploma de Estudios Avanzados). Universidad de Vigo.
- Mejía, W. (1999). Evaluación de la calidad de los textos escolares. En Arbeláez, G.; Arce, J.; Guacaneme, E.; Sánchez, G. *Análisis de textos escolares de matemáticas*. (pp. 4 - 28). Santiago de Cali, Colombia. Convenio UNIVALLE – MEN - ICETEX Instituto de Educación y Pedagogía. Artes Gráficas Univalle.
- Ministerio de Educación Nacional, (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Santa fe de Bogotá. Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional, (1998). *Lineamientos Curriculares. Serie lineamientos curriculares*. Santa fe de Bogotá. Colombia.
- Monterrubio, M. C. y Ortega, T. (2011). *Diseño y aplicación de instrumentos de análisis y valoración de textos escolares de matemáticas*. PNA, 5(3), 105-127.
- Ortiz, J.; Font, V. & Mayén, S. (2009). *Significados personales de la media aritmética de profesores en formación*. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 345-353). Santander: SEIEM.
- Pérez, J. (1977). *Estadística I*. Departamento de Matemáticas. Universidad del Cauca. Popayan, Colombia.
- Portus, L. (1985). *Curso Práctico de Estadística*. Santa Fe de Bogotá, Colombia. McGraw-Hill Latinoamericana, S.A.


- Rodríguez, C. & Cabrera, A. (2010). *La desventaja de la media aritmética: cómo tratarla en clases*. ISSN: 1887-1984. Volumen 74, julio de 2010, páginas 39–44.
- Sánchez. (s.f.). *Estadística Básica Aplicada*. Segunda Edición. Universidad del Valle. Santiago de Cali, Colombia.
- Strauss, S. y Bichler, E. (1988). *The development of children's concepts of the arithmetic average*. Journal for Research in Mathematics Education, 19 (1), 64-80.
- Tormo, C. (1995). *Dificultades del alumnado respecto a la media aritmética*. UNO, nº5, 1995. p. 29-36

6. Anexos

1. Formato de la encuesta realizada a los docentes encuestados.



UNIVERSIDAD DEL VALLE - SEDE NORTE DEL CAUCA
INSTITUTO DE EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA
ÁREA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
LIC. EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS



ENCUESTA DOCENTE

Apreciado docente, de la manera más respetuosa queremos solicitarle su colaboración resolviendo la siguiente encuesta, cuya única intención es identificar los textos escolares de mayor uso para la enseñanza y aprendizaje de las medidas de tendencia central. Es importante resaltar que esta encuesta se genera como propósito académico y en el marco de trabajo de grado *"ANÁLISIS DE LAS MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL EN DOS LIBROS DE TEXTOS ESCOLARES DE GRADO SÉPTIMO: EL CASO DE LA MEDIA ARITMÉTICA"*, desarrollado actualmente por las estudiantes Leidy Vanesa Ocoró y Shirley Ocoró Nazareth de la Universidad del Valle sede norte del Cauca.

Nombre: _____

Institución educativa en la que labora: _____

Años de experiencia y grados en los que ha enseñado: _____

1. Indique cuál o cuáles son los libros de texto que usted utiliza para la enseñanza y aprendizaje de las medidas de tendencia central en su trabajo de aula, para ello haga uso de la siguiente tabla. Anote los textos en el grado de importancia que usted le adjudica a cada uno de ellos, siendo el primero el que usted más usa y el último, el que usted menos usa.

Nº	Título del ejemplar	Autor del libro	Editorial	Año de publicación

2. Diga que otro tipo de recursos, distintos al libro de texto, utiliza para abordar las medidas de tendencia central como objeto de enseñanza y aprendizaje en el aula de clase. Especifique cuál y cómo lo usa.

3. A la hora de seleccionar un texto escolar para apoyar su proceso de enseñanza, mencione el aspecto más relevante que usted tiene en cuenta para enseñar las medidas de tendencia central. Al frente ponga la numeración del 1 al 3, donde 1 es el aspecto más importante y 3 es el menos importante que usted tiene en cuenta.

Por la explicación que presenta	
Por el tipo de ejemplos que presenta	
Por el tipo de ejercicios que propone el texto	

4. Especifique la intensidad horaria promedio que por período o año lectivo, según el caso, se le dedica a la enseñanza de la Estadística.

Agradecemos su Colaboración

2. Instituciones públicas ubicadas en el municipio de Santander de Quilichao, Cauca.

MUNICIPIO SANTANDER DE QUILICHAO - CAUCA - SECRETARIA DE EDUCACION Y CULTURA							
RELACION DE ESTABLECIMIENTOS Y DIRECTIVOS							
Nº SE D E	No.	INSTITUCION O CENTRO	ZONA U R		NOMBRE RECTOR	TELEFONO	CORREO ELECTRONICO
	1	INSTITUCION EDUCATIVA TECNICO AMBIENTAL FERNANDEZ GUERRA	X		RIGOBERTO GOMEZ		ietaferruerra@gmail.com
1	1.1	COLEGIO FERNANDEZ GUERRA	X		CALLE 3 # 9-75	8442020	
2	1.2	C.D. ANTONIO NARIÑO	X		CARRERA 11 # 75-00	8293611	
3	1.3	C.D. NARIÑO UNIDO	X		BARRIO VILLA DEL SUR		
4	1.4	C.D. SANTA INES	X		SALIDA A POPAYAN	8296337	
5	1.5	C.D. EL ROSARIO	X		CALLE 2 A # 5A-00	8292368	
6	1.6	E.R.M. SAN PEDRO		X	VEREDA SAN PEDRO		
7	1.7	C.D. LOS SAMANES	X		CARRERA 7 # 9-20	8294175	
8	1.8	E.R.M. EL TAJO		X	VEREDA EL TAJO		
	2	INSTITUCION EDUCATIVA LIMBANIA VELASCO	X		JOSE IVAN GUAZA GONZALEZ	316 - 4916009	ielimbania@hotmail.com
9	2.1	LICEO LIMBANIA VELASCO			CALLE 5 # 8 - 73	829 - 2954	
	3	INSTITUCION EDUCATIVA ANA JOSEFA MORALES DUQUE	X		LUIS FERNEL BONILLA ROSEDO	3168765806	lufaboni@yahoo.com
10	3.1	COLEGIO ANA JOSEFA MORALES DUQUE	X		CARRERA 25 # 5-200	8292466	
11	3.2	C.D. BELLO HORIZONTE		X	VEREDA BELLO HORIZONTE		
12	3.3	C.D. EL LIBERTADOR	X		CARRERA 15 # 5-105		
13	3.4	C.D. JOSE VICENTE MINA	X		CARRERA 16 # 3S-00	8294202	
14	3.5	C.D. LA MILAGROSA	X		CALLE 2 S # 20-04	8294175	
15	3.6	C.D. SAN JOSE		X	BARRIO SAN JOSE		
16	3.7	C.D. POLICARPA SALAVARRIETA	X		CALLE 4 # 24-00	8291580	
	4	INSTITUCION EDUCATIVA FRANCISCO JOSE DE CALDAS	X		CARLOS ALFONSO TRUJILLO	3106271236	iefranciscojosedecaldas@hotmail.com
17	4.1	IE. FRANCISCO JOSE DE CALDAS (PRIMARIA)	X		CARRERA 11 # 11-01	8293834	trujillocarlosalfonso@gmail.com
	4.2	IE. FRANCISCO JOSE DE CALDAS (SECUNDARIA)	X		CALLE 10 # 11-11	3217238941	

	5	INSTITUCION EDUCATIVA INSTITUTO TECNICO DE SANTANDER DE QUILICHAO	X	LUZ EDILMA BANGUERO	310 - 4963316	luzbanguero@yahoo.com	
18	5.1	INSTITUTO TECNICO COLEGIO NAL DE BACHILLERATO	X	CALLE 3 # 7-06	8293005 - 2177	institutotecnico1913@gmail.com	
19	5.2	C.D. FRANCISCO DE PAULA SANTANDER	X	CALLE 2 # 7-06	8292499		
20	5.3	C.D. RAFAEL TELLO	X	CALLE 6 # 9-88	8292774		
21	5.4	C.D. JOSE EDMUNDO SANDOVAL	X	CRA 13 # 19-00	8292394		
	6	INSTITUCION EDUCATIVA CAUCA	X	DANIEL TRUJILLO LEDESMA	3113736500	cdcauca@hotmail.com	
22	6.1	INSTITUCION EDUCATIVA CAUCA	X	CARRERA 9 # 1-01	8292143	danitruile@hotmail.com	
	7	INSTITUCION EDUCATIVA LA ARROBLEDA	X	DORIS SOCORRO ORTEG	314 - 7932584	dorisarrobleda@yahoo.es	
23	7.1	CONCENTRACION DE DESARROLLO RURAL LA ARROBLEDA	X	VEREDA LA ARROBLEDA	311 - 7203749		
24	7.2	E.R.M. LA PALESTINA	X	V. LA PALESTINA			
25	7.3	E.R.M. LA ARROBLEDA	X	V. LA ARROBLEDA			
26	7.4	E.R.M. LA QUEBRADA	X	V. LA QUEBRADA			
27	7.5	E.R.M. SAN RAFAEL	X	V. SAN RAFAEL			
	8	INSTITUCION EDUCATIVA DOMINGUILLO	X	MARIA MOSTACILLA	3008853857	ieadominguillo@gmail.com	
28	8.1	ERM INTEGRADA DOMINGUILLO	X	VEREDA DOMINGUILLO			
29	8.2	E.R.M. EL TORO	X	V. EL TORO			
30	8.3	E.R.M. LA CAPILLA	X	V. LA CAPILLA			
31	8.4	E.R.M. LOMA DEL MEDIO	X	V. LOMA DEL MEDIO			
32	8.5	E.R.M. DOMINGO LASSO	X	V. DOMINGO LASSO			
	9	INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN ANTONIO	X	RIGOBERTO BANGUERO	312 - 7903952	rigob22@gmail.com	
33	9.1	CDR MIXTO INTEGRADO SAN ANTONIO	X	VEREDA SAN ANTONIO			
	10	INSTITUCIÓN EDUCATIVA EL PALMAR	X	BORIS POLANCO HERREF	3113239848		
34	10.1	CENTRO DOCENTE EL PALMAR	X	VEREDA EL PALMAR	8290766	ieelpalmarie@hotmail.com	
35	10.2	E.R.M. ARDOVELAS	X	V. ARDOVELAS		bopohe@hotmail.com	
36	10.3	E.R.M. LA TOMA	X	V. LA TOMA			
37	10.4	E.R.M. SANTA LUCIA	X	V. SANTA LUCIA			

	11	INSTITUCIÓN EDUCATIVA BAJO SAN FRANCISCO	X	LUIS EDUARDO FIGUEROA	311 - 3056100	iebsfrancisco@gmail.com	
38	11.1	ERM BAJO SAN FRANCISCO	X	VEREDA BAJO SAN FRANCISCO			
39	11.2	E.R.M. MAZAMORRERO	X	V. MAZAMORRERO			
	12	INSTITUCION EDUCATIVA POLICARPA	X	IVAN ARDIEL ALAPE REA	312-8240503	iv.hardiel.alre@gmail.com	
40	12.1	COL. POLICARPA FERNANDEZ	X	VEREDA EL TURCO			
41	12.2	E.R.M. AGUA BLANCA	X	V. AGUA BLANCA			
42	12.3	E.R.M. CALOTENO	X	V. CALOTENO			
43	12.5	E.R.M. TRES QUEBRADAS	X	V. TRES QUEBRADAS			
	13	INSTITUCION EDUCATIVA JOSE MARIA CORDOBA	X	JAIR O ESMIR VARGAS ESCUE	314-7377144	iejomaco45@yahoo.es	
44	13.1	COLEGIO JOSE MARIA CORDOBA	X	MONDOMO	8299057	311 - 3580263	
45	13.2	E.R.M. EL LLANITO	X	V. EL LLANITO			
46	13.3	E.R.M. EL PEDREGAL	X	V. EL PEDREGAL			
47	13.4	E.R.M. MONDOMITO	X	V. MONDOMITO			
48	13.5	E.R.M. LA CHAPA	X	V. LA CHAPA			
49	13.6	E.R.M. JOSE EUSTACIO RIVERA	X	MONDOMO	8299059		
50	13.7	E.R.M. SANTA TERESITA DEL NIÑO JESÚS	X	MONDOMO	8299101		
	14	INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN ISIDRO	X	ALFONSO GUASQUILLO	313-6556842	aguave@gmail.com	
51	14.1	IE AGROPECUARIA SAN ISIDRO	X	VEREDA SAN ISIDRO	3137910054		
52	14.2	E.R.M. MARIA AUXILIADORA	X	V. MARIA AUXILIADORA			
53	14.3	E.R.M. LAS LAJAS	X	V. LA ALITA			
	15	INSTITUCIÓN EDUCATIVA LA ESPERANZA	X	JAIME LOPEZ ARIAS	321 - 6409954	esperanzapalamera@yahoo.com	
54	15.1	ERM LA PALOMERA	X	VEREDA LA PALOMERA	313 - 7563413		
55	15.2	E.R.M. EL PALMICHAL	X	V. EL PALMICHAL			
56	15.3	E.R.M. GUAYABAL	X	V. GUAYABAL			
57	15.4	E.R.M. SANTA ROSA	X	V. SANTA ROSA			

	16	INSTITUCION EDUCATIVA SA'T WE'SH YAT	X	ROSA CLEMENCIA VALENCIA	312 - 7282147	institucionesatwesyat@gmail.com
58	16.1	COL. AGRICOLA LA AURORA	X	VEREDA LA AURORA		
59	16.2	E.R.M. BUENAVISTA	X	V. BUENAVISTA		
60	16.3	E.R.M. ARAUCA	X	V. ARAUCA		
63	16.4	E.R.M. GUAITALA	X	V. GUAITALA		
61	16.5	E.R.M. EL ROBLAR	X	V. EL ROBLAR		
62	16.6	E.R.M. LA CASCADA	X	V. LA CASCADA		
63	16.7	E.R.M. LOS TIGRES	X	V. LOS TIGRES		
64	16.8	E.R.M. RIO CLARO	X	V. RIO CLARO		
65	16.9	E.R.M. LOMA ALTA	X	V. LOMA ALTA		
	17	INSTITUCION EDUCATIVA AGROPECUARIA LAS AVES	X	HERIBERTO YALANDA	311 - 7460441	lealasaves2009@gmail.com
66	17.1	INSTITUTO TEC AGROP. COMUNITARIO EL AGUILA	X	VEREDA EL AGUILA		
67	17.2	E.R.M. EL AGUILA	X	V. EL AGUILA		
68	17.3	E.R.M. EL CONDOR	X	V. EL CONDOR		
69	17.4	E.R.M. PAEZ	X	V. PAEZ		
70	17.5	E.R.M. PAVITAS	X	V. PAVITAS		
71	17.6	E.R.M. VILACHI	X	V. VILACHI		
72	17.7	E.R.M. SANTA ISABEL	X	V. SANTA ISABEL		
73	17.8	E.R.M. LA ANDREA	X	V. LA ANDREA		
74	17.9	E.R.M. NUEVO SAN RAFAEL	X	V. NUEVO SAN RAFAEL		
75	17.10	E.R.M. EL PARNASO	X	V. EL PARNASO		
76	17.1	E.R.M. NASA KIWE TEK KSH'AW	X	V. SANTA MARIA		
77	17.1	E.R.M. EL ARBOLITO	X	V. EL ARBOLITO		
	18	INSTITUCIÓN EDUCATIVA LA CONCEPCION	X	VIRGELINA CHOCO NAZARITH	312 - 8994676	lelaconcepcion@yahoo.es
78	18.1	ERM LA CONCEPCION	X	VEREDA LA CONCEPCION		
79	18.2	E.R.M. EL CASCAJAL	X	V. EL CASCAJAL		
80	18.3	E.R.M. NUEVO PARAISO (LA ALITA)	X	V. NUEVO PARAISO		
81	18.4	E.R.M. SAN BOSCO	X	V. SAN BOSCO		

	19	INSTITUCIÓN EDUCATIVA KLIICHAW SEK	X	HERNAN CELEDONIO MULCUE	314 - 8439020	kliichawsek@hotmail.com
82	19.1	ESCUELA NUEVA GENERACION NASA KIWE	X	VEREDA ALTO SAN FRANCISCO		
83	19.2	E.R.M. GUADUALITO	X	V. GUADUALITO		
84	19.3	E.R.M. ALTO PARAISO	X	V. ALTO PARAISO		
85	19.4	E.R.M. FILADELFA	X	V. FILADELFA		
86	19.5	E.R.M. NUEVA GENERACION NASA KIWE	X	V. LOS PINOS		
87	19.6	E.R.M. JOSE CLIMACO CHOCUE	X	V. LOS PINOS		
88	19.7	E.R.M. SAT TAMA	X	V. ALTO EL PALMAR		
	20	INSTI EDUC AGROPECUARIA BENJAMIN DINDICUE	X	FREDY RIVERA	312 - 8796120	ita.benjamin@yahoo.es
89	20.1	INSTITUTO TECNICO AGROINDUSTRIAL SANTA	X	VEREDA PARAMILLO UNO		
90	20.2	E.R.M. EL BROCHE	X	V. EL BROCHE		
91	20.3	E.R.M. EL PIÑUELO	X	V. EL PIÑUELO		
92	20.4	E.R.M. LA HONDA	X	V. LA HONDA		
93	20.5	E.R.M. PARAMILLO UNO	X	V. PARAMILLO UNO		
94	20.6	E.R.M. PARAMILLO DOS	X	V. PARAMILLO DOS		
95	20.7	E.R.M. SEKC DXY LA ESPERANZA	X	V. PALMICHAL		
	21	INSTITUTO TECNICO AGROINDUSTRIAL JUAN TAMA	X	JHON JAIRO MENZA	320 - 6930216	colegiojuantama@hotmail.com
96	21.1	INSTITUTO TECNICO AGROPECUARIO JUAN TAMA	X	VEREDA LAS VUELTAS	310 - 4580739	
	22	CENTRO EDUCATIVO CHAYUCE YAT	X	CESAR AUGUSTO BUSTO	312 - 7188803	cxayuceyat_maria@yahoo.es
97	22.1	E.R.M. SAN AGUSTIN	X	VEREDA LA VETICA		
98	22.2	ERM LA VETICA	X	V. SAN AGUSTIN		
99	22.3	E.R.M. EL JAGUITO	X	V. EL JAGUITO		
100	22.4	E.R.M. ALTO SANTA ANA	X	V. ALTO SANTA ANA		
101	22.5	E.R.M. LA RINCONADA	X	V. LA RINCONADA		
102	22.6	E.R.M. JERUSALEN	X	V. JERUSALEN		
	23	CENTRO EDUCATIVO LOMITAS	X	LILIANA HURTADO VERA	311 - 7496768	ihuve1@hotmail.com
103	23.1	E.R.M. LOMITAS	X	VEREDA LOMITAS ABAJO		
104	23.2	ERM SALTANEJO	X	V. LOMITAS ABAJO		

		24 CENTRO EDUCATIVO TAMINANGO	X	YAMILA VIAFARA	311 - 3352102	yamila48@gmail.com	
105	24.1	CD TAMINANGO	X	VEREDA TAMINANGO			
106	24.2	E.R.M. CHIRIVICO	X	V. CHIRIVICO			
107	24.3	E.R.M. ARGEMIRO MEZU	X	V. BRASILIA UNIDA			
		25 CENTRO EDUCATIVO QUINAMAYO	X	NUBIA CIFUENTES VALLE	312 - 2703199	nuciva@hotmail.com	
108	25.1	E.R. INTEGRADA QUINAMAYO	X	VEREDA QUINAMAYO			
109	25.2	E.R.M. MANDIVA	X	V. MANDIVA			
110	25.3	E.R.M. BAJO SANTA ANA	X	V. BAJO SANTA ANA			
		26 CENTRO EDUCATIVO LA AGUSTINA	X	ELCY DIAZ CAICEDO	311 - 3658647	elcydiazcaicedo@yahoo.com.co	
111	26.1	CD RURAL LA AGUSTINA	X	VEREDA LA AGUSTINA			
112	26.2	E.R.M. CACHIMBAL	X	V. CACHIMBAL			
113	26.3	E.R.M. ALTO MIRAFLORES	X	V. ALTO MIRAFLORES			
114	26.4	E.R.M. CASCABEL	X	V. CASCABEL			
115	26.5	E.R.M. SAN JERONIMO	X	V. SAN JERONIMO			
116	26.6	E.R.M. ALTO SAN JOSE DE MANDIVA	X	V. ALTO SAN JOSE DE MANDIVA			

3. Variación de los tipos de letras en el libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7

2.2 Mediana

El monitor del curso 702 preguntó a algunos de sus compañeros sobre la frecuencia de realización de tareas. Observa los resultados:

Siempre	Nunca	Algunas veces	Casi siempre
6	2	6	5

¿Qué debería decir el monitor sobre la frecuencia con que sus compañeros realizan tareas?

En este caso la *moda* no serviría, porque habría dos respuestas no cercanas: siempre y algunas veces.

Por tal razón, es necesario el uso de otra medida de tendencia central, llamada la **mediana** (Me).

La **mediana** es el valor que divide los datos en dos partes iguales. Para hallar la mediana, es necesario que los datos estén ordenados.

En la situación planteada acerca de frecuencia de realización de las tareas del grado 702, primero se ordenan los datos:

Siempre	Casi siempre	Algunas veces	Nunca
6	5	6	2

Como se han obtenido 19 respuestas, la que divide en dos los datos luego de ser ordenados, es la número 10. Porque a partir de ella hay 9 datos menores o iguales y 9 datos mayores o iguales. Esta respuesta corresponde a la opción "casi siempre".

Luego, la Mediana (Me) = Casi siempre

Se puede concluir que si los datos **no** pueden ordenarse, entonces **no** tienen mediana.

CÓMO DETERMINAR LA MEDIANA

Para determinar la mediana, se debe tener en cuenta si la cantidad de datos es par o impar.

Cantidad de datos par	Cantidad de datos impar
Paso 1 Ordenar los datos de menor a mayor. Paso 2 Dividir el número de datos entre 2. Luego, contar hasta encontrar este dato. Paso 3 Adicionar el dato encontrado con el siguiente y dividir entre 2. El resultado es la mediana (Me).	Paso 1 Ordenar los datos de menor a mayor. Paso 2 Al número de datos adicionarle 1 y luego, dividirlo entre 2. Paso 3 Contar hasta ubicar el valor entre los datos. Este es la mediana.

Amplía

Para calcular la mediana en intervalos, se usa la marca de clase.

Práctica 5

- Determina de los siguientes conjuntos, en cuáles es posible calcular la mediana.

a.

Color preferido	Cantidad de personas que prefieren el color
Rojos	3
Verdes	5
Azules	7
Negros	2

b.

Goles anotados	Cantidad de jugadores
9	11
1	5
2	4
3	2
4	7

c.

Frecuencia de visita al médico	Nunca	A veces	Muchas veces
Cantidad de personas	10	17	5

- ¿Qué ventajas tiene la mediana respecto a la moda?

4. Me preparo para la prueba saber del libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7

Me preparo para la prueba Saber

RESUELVE LAS PREGUNTAS 1 Y 2 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE SITUACIÓN

Pedro tiene $\frac{2}{3}$ de la edad de Ana. Blanca y Raúl tienen la misma edad, y por último, la edad de Pedro es de $\frac{1}{3}$ respecto de la de Raúl. Pedro tiene 20 años.

Nivel C - NÚMERO

1. La edad de Ana y Raúl respectivamente es:

A. 30 años y 20 años. C. 30 años y 60 años.
B. 20 años y 30 años. D. 20 años y 60 años.

Nivel D - NÚMERO

2. ¿Dentro de cuántos años la edad de Pedro será $\frac{1}{2}$ de la edad de Raúl?

A. 10 años. C. 30 años.
B. 20 años. D. 10 años.

RESUELVE LA PREGUNTA 3

Nivel C - ALEATORIO

3. En una caja hay 10 monedas de \$ 50, 20 de \$ 20 y 20 de \$ 10. La probabilidad de sacar una moneda de \$ 10 es:

A. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{20}{20}$
B. $\frac{4}{10}$ D. $\frac{10}{20}$

RESUELVE LAS PREGUNTAS 4 Y 5 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE SITUACIÓN

Las comidas preferidas en la casa de los Domínguez son el ajíaco, el arroz con pollo, el muate y la mojarra frita.

Al preguntarle qué comida consumirán el próximo sábado, el 50% de ellos respondió ajíaco; el 15%, muate; el 30%, arroz; y el resto, mojarra frita.

Nivel C - ALEATORIO

4. El número de integrantes de la familia Domínguez es:

A. Pate, porque el 30% prefirió arroz.
B. Imput, ya que el 25% prefirió ajíaco.
C. Pate, porque el 50% prefirió ajíaco.
D. Imput, porque el resto prefirió mojarra frita.

Nivel C - NÚMERO

5. El procedimiento para conocer el porcentaje de integrantes de la familia que desea comer mojarra frita es:

A. $100\% - 5\%$
B. $50\% + 30\% + 25\%$
C. $100\% - (50\% + 30\% + 25\%)$
D. $100\% - 50\% + 30\% + 25\%$

RESUELVE LAS PREGUNTAS 6, 7, 8 Y 9 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE SITUACIÓN

En una empresa de construcción se tiene una tabla en la cual relacionan la cantidad de trabajadores y el tiempo que emplean pintando 100 metros cuadrados de pared.

Cantidad de trabajadores	1	2	4	8	16
Tiempo en horas	10	8	4	2	1

Nivel C - ALEATORIO

6. Se desea representar los datos de la tabla en una gráfica distinta. ¿Cuál de las propuestas representa correctamente la información de la tabla?

A. Cantidad trabajadores vs. Horas
B. Cantidad trabajadores vs. Horas
C. Cantidad trabajadores vs. Horas
D. Cantidad trabajadores vs. Horas

Nivel D - NÚMERO

7. Si la empresa contrata 4 trabajadores, ¿cuántos m² de pared pintan por hora?

A. 4 C. 25
B. 16 D. 50

RESUELVE LAS PREGUNTAS 10, 11 Y 12 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE SITUACIÓN

8. Para pintar 100 m² de pared contrataron a 6 trabajadores. ¿Cuántas horas aproximadamente demoraron pintando?

A. 2 horas.
B. 2 horas y media.
C. 3 horas.
D. 5 horas y media.

Nivel C - NÚMERO

9. Una profesora trajo dulces para los estudiantes de su curso; el 5% de los dulces son de sabor a menta. Si la cantidad de dulces que trajo son 200 se puede decir que:

A. La mitad de los dulces son de menta.
B. 10 dulces son de menta.
C. 20 dulces son de menta.
D. La mitad de los dulces no son de menta.

RESUELVE LAS PREGUNTAS 10, 11 Y 12 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE SITUACIÓN

Las características para la elaboración de un libro son las siguientes:

El ancho depende del número de hojas. El grosor de cada hoja es de 0.5 mm y el grosor de cada tapa es de 0.5 cm.

Nivel C - GEOMETRÍA Y MEDICIÓN

10. Las medidas posibles para el libro son:

A. 25 cm x 15 cm x 0.5 cm
B. 25 cm x 15 cm x 0.6 cm
C. 25 cm x 15 cm x 3 cm
D. 25 cm x 15 cm x 6 cm

Nivel D - GEOMETRÍA Y MEDICIÓN

11. Las hojas que tendrá el libro serán 200, por lo cual su grosor será de:

A. 0.3 cm C. 6.6 cm
B. 0.6 cm D. 6 cm

Nivel E - NÚMERO

12. Si al finalizar el libro tiene las dimensiones: 25 cm x 15 cm x 7 cm, es válido concluir que el número de hojas que tiene es:

A. 7 C. 200
B. 600 D. 213

RESUELVE LAS PREGUNTAS 13 Y 14 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE SITUACIÓN

La construcción de un colegio se realizó con las siguientes especificaciones técnicas:

- ✓ Cada salón debe tener un espacio de 2 m² por estudiante.
- ✓ Se deben construir 16 salones.
- ✓ El número de estudiantes por salón será de 80.

Nivel C - GEOMETRÍA Y MEDICIÓN

13. Si los salones tienen forma rectangular, las medidas de cada uno serán:

A. 10 m x 8 m C. 20 m x 40 m
B. 10 m x 80 m D. 20 m x 20 m

Nivel C - NÚMERO

14. La cantidad de estudiantes que tendrá el colegio en total será de:

A. 160 C. 416
B. 400 D. 640

RESUELVE LA PREGUNTA 15 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE SITUACIÓN

Para preparar 8 porciones de natilla se necesitan los siguientes ingredientes:

- ✓ 480 g de mezcla
- ✓ 1 litro de leche
- ✓ Canela al gusto

Nivel D - NÚMERO

15. Si se quiere preparar una natilla que alcance para 41 porciones, se necesitan exactamente:

A. 5 litros de leche C. 3840 g de mezcla
B. 2460 g de mezcla D. 4.1 litros de leche

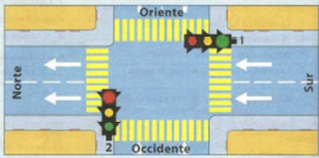
5. Competencias Matemáticas del libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7

Competencias Matemáticas

SEMAFOROS

Un ingeniero requiere programar los semáforos de una esquina, de forma que se cumplan las siguientes condiciones:

- En sentido sur - norte (semáforo 1), el semáforo dura el doble de tiempo en verde que en rojo.
- En el sentido occidental - oriente (semáforo 2), el semáforo dura la misma cantidad de tiempo en rojo que en verde.
- En el sentido occidental - oriente, el semáforo permanece en verde, la mitad de la cantidad de tiempo de lo que permanece (también en verde) el semáforo de sentido sur - norte.



1. ¿Cuál de las siguientes opciones muestra posibilidades de tiempo, ajustadas a las condiciones que tiene el ingeniero para programar el semáforo?

A.

Semaforo	Color	Rojo	Verde
1		2 minutos	5 minutos
2		1 minuto	1 minuto

B.

Semaforo	Color	Rojo	Verde
1		$3\frac{1}{2}$ minutos	5 minutos
2		$\frac{1}{2}$ minuto	$2\frac{1}{2}$ minutos

C.

Semaforo	Color	Rojo	Verde
1		$1\frac{1}{2}$ minutos	3 minutos
2		90 segundos	$1\frac{1}{2}$ minutos

D.

Semaforo	Color	Rojo	Verde
1		$\frac{1}{2}$ minuto	3 minutos
2		$1\frac{1}{2}$ minutos	$1\frac{1}{2}$ minutos

2. Si el ingeniero decidiera que el tiempo apropiado para que el semáforo 1 esté en rojo es 4 minutos, ¿puedes decir cuánto tiempo durará en verde cada semáforo?

3. ¿Cuánto permanecerá en verde cada semáforo, si el semáforo 2 durara 5 minutos en rojo?

4. Si representamos con a el tiempo en el que el semáforo 2 está en verde, entonces los tiempos para verde y rojo en cada semáforo son:

A.

Semaforo	Color	Rojo	Verde
1		$\frac{a}{2}$	$\frac{a}{2}$
2		$\frac{a}{2}$	a

B.

Semaforo	Color	Rojo	Verde
1		$a + a$	a
2		$a + a$	a

C.

Semaforo	Color	Rojo	Verde
1		a	$a + a$
2		a	a

D.

Semaforo	Color	Rojo	Verde
1		$\frac{a}{2}$	a^2
2		a	a

5. Luego de algunas observaciones del flujo vehicular y cálculos de tiempo, el ingeniero decide que a las 12:00 a.m., es decir a media noche, los semáforos se encenderán y su programación corresponderá a:

Semaforo	Color	Rojo	Verde
1		1 minuto	2 minutos
2		1 minuto	1 minuto

A la hora indicada, el semáforo 1 encenderá en rojo.

a. ¿Puedes decir cada cuánto tiempo los semáforos se encontrarán de nuevo como en el momento que los encendieron?

b. ¿Puedes decir en qué estado (color) estarán los semáforos, una hora después de haberlos encendido?

6. En la situación que acabaste de desarrollar:

a. ¿Qué valores podría tomar la letra a usada en el punto 3?

b. ¿Para qué es útil la letra en este caso?

c. Si la programación de los semáforos correspondiera a la *tabla 1*, de las *tablas 2* o *3*, ¿cuál puede corresponder a dicha programación?

Con alguna de las programaciones de semáforos, puestas en estas dos páginas, ¿habría posibilidad de choques de autos a causa de los semáforos?

Tabla 1

Semaforo	Color	Rojo	Verde
1		2 minutos	3 minutos
2		4 minutos	4 minutos

Tabla 2

Semaforo	Color	Rojo	Verde
1		2 minutos	3 minutos
2		1 minuto	2 minutos

Tabla 3

Semaforo	Color	Rojo	Verde
1		2 minutos	3 minutos
2		1 minuto	2 minutos

6. Competencias Ciudadanas del libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7

Competencias Ciudadanas

Proyectos y preguntas para unas matemáticas ciudadanas

OBJETIVO
Contribuir a garantizar los derechos de los discapacitados.

PROBLEMA
Aunque la Constitución de Colombia dice que las personas con limitaciones físicas recibirán protección especial, puede suceder que quienes así se encuentren carezcan de los medios necesarios para llevar a cabo una vida normal, como todos los demás.
El problema no se soluciona únicamente adecuando espacios físicos para facilitar el desempeño de estas personas. Aunque estos sean de gran ayuda y existan en algunos lugares, son aún insuficientes.
Además, con esta solución no se supera la discriminación, que es un problema aún más grave. Por tal razón, es importante que surjan propuestas y acciones encaminadas a la integración de personas con limitaciones.

PROPÓSITO CIUDADANO

1. Esta actividad consiste en aprender a ponerse en los zapatos de las personas que tienen alguna limitación física, para comprender las dificultades a las que se ven enfrentados cada día en el desarrollo de sus labores. Una reflexión al respecto debe contribuir a hallar propuestas orientadas a mejorar las condiciones de vida de estas personas, al menos en el espacio escolar.
2. Promover una ética del cuidado de los demás.

CONOCIMIENTOS MATEMÁTICOS ÚTILES PARA EL PROYECTO

Pensamiento numérico

- Números enteros
- Operaciones entre números enteros: adición, sustracción, multiplicación, división.

Pensamiento métrico

- Mediciones de tiempo.
- Mediciones de longitud.
- Mediciones de superficie.

Recursos

- Constitución Política de Colombia.
- www.discriminacion.gov.co
- www.inci.gov.co
- www.teraviva.org.co

Conocimiento matemático

- Mediciones de tiempo
Para determinar lo que se gasta en el desarrollo de una actividad.
- Medición de longitud
Para establecer la distancia que hay entre uno y otro lugar de desplazamiento.
- Superficie
En caso de que la propuesta incluya la adecuación de un terreno determinado.
- Operaciones
Para estimar los costos de inversión en las adecuaciones que se quieran hacer.

ACTIVIDADES DEL PROYECTO

I. El diagnóstico

1. Reúnanse en grupos para medir el tiempo que emplean en desplazarse a los lugares que recorren cada día (el colegio, el salón, la cafetería, el patio de descanso, etc).
2. Elijan a uno de los computadores para que recorra alguno de esos lugares, pero debe hacerlo con los ojos vendados o usando solo una pierna.
3. Lleven un diario en el que registren los tiempos y todas las dificultades que se le presenten al compañero. Conviendría que, además, dibujaran un mapa.
4. Analicen en clase lo sucedido. Algunas preguntas para discutir serían:
 - ¿Qué diferencia notaron en los tiempos empleados?
 - ¿Qué otras diferencias se presentaron?
 - ¿Cómo se podrían superar las obstáculos?
 - ¿Cómo es el acceso al colegio? (Por ejemplo, ¿es peligroso para una persona discapacitada?)
 - ¿Hay en el colegio personas discapacitadas? ¿Cuántas son?
5. Conversen con los computadores discapacitados acerca del análisis que hicieron y escuchen los comentarios que ellos tengan al respecto.

II. La intervención
Realización de acciones para adecuar la infraestructura del colegio a las necesidades de las personas con dificultades para desplazarse.
Si no es posible la adecuación, podrían pensarse estrategias de colaboración con esas personas, así como la creación de reglas que permitan darles un trato especial, como que no tengan que hacer fila en la cafetería del colegio o cederles la silla en eventos públicos, en los vehículos, etc.
Con base en la información que obtengan, analicen la viabilidad de las propuestas con representantes del Gobierno Escolar para que las den a conocer al Consejo Directivo de la institución.

III. El resultado
La actividad y la intervención habrán sido útiles si con ellas se logra proteger a las personas que necesitan de nuestra ayuda. De este modo, se mejoran sus oportunidades de aprendizaje, su calidad de vida; se abren puertas para que estas personas se puedan desempeñar mejor.

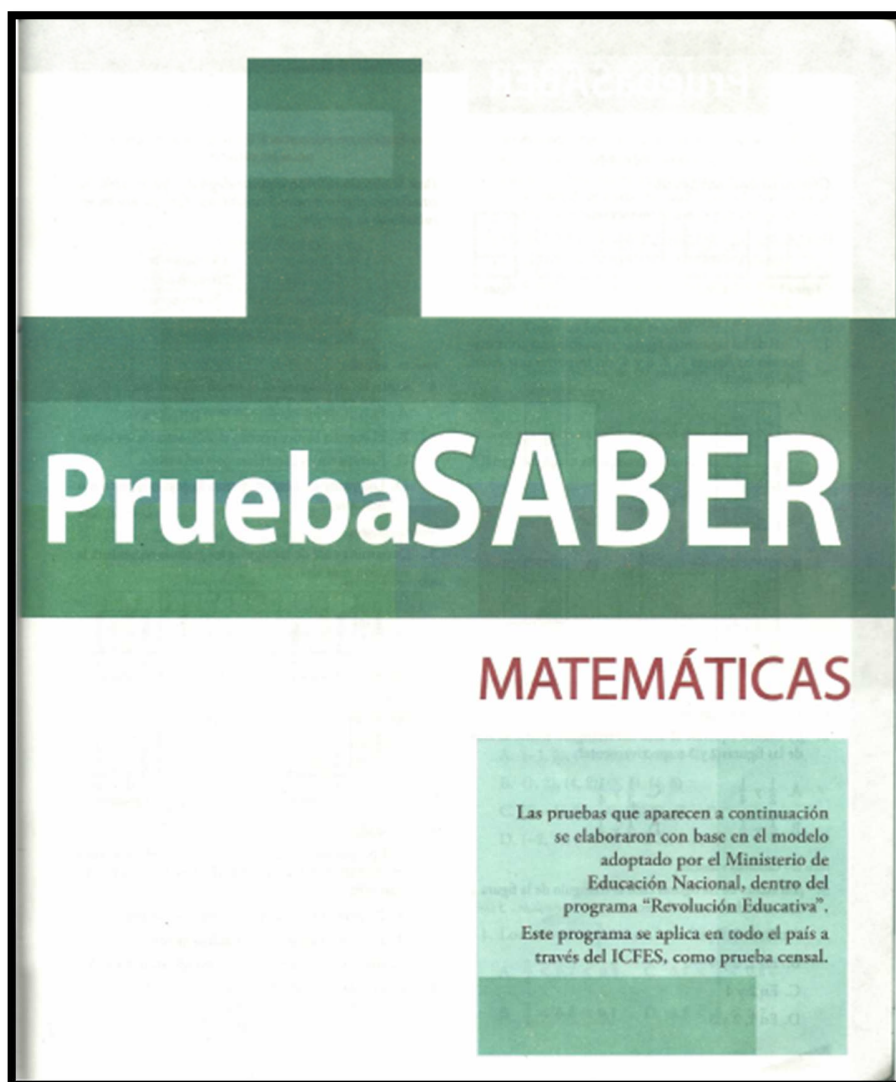
Para discutir

1. ¿El trato especial se puede considerar como una discriminación hacia las personas que no tienen limitaciones físicas?
2. ¿Ser solidario con los discapacitados es impedirles que desarrollen su autonomía, mejor dicho, es promover que se vuelvan dependientes?


7. Bibliografía del libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7

- Bibliografía**
- BARÓN, Cecilia, et. al. *Evaluar para mejorar: Aportes de las pruebas Saber al trabajo en el aula*. ICFES, Bogotá, 2003.
 - BARÓN, Cecilia, et. al. *Matemáticas escolares: Aportes para orientar procesos de innovación*. ICFES, Bogotá, 2003.
 - BATANERO, Carmen. GODINO, Juan D. *Estadística y su didáctica para maestros*. Granada, 2002.
 - Biblioteca de consulta Encarta © 1993-2003 Microsoft Corporation. Reservados todos los derechos.
 - BOGART, Kenneth P. *Matemáticas discretas*. México: Ed. LIMUSA, S.A. 1996.
 - CASAS, E. Festival matemático. *Desarrollo del pensamiento visual y espacial*. Ed. Magisterio. Bogotá. 2000.
 - CHAMORRO, C; Belmonte, J. *El problema de la medida*. Didáctica de las magnitudes lineales. Ed. Síntesis. Madrid. 1994.
 - CHAMORRO, M. et al. *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Pearson Prentice Hall. Madrid. 2003.
 - COLLETTE, J.P., *Historia de las Matemáticas*. Volumen II. Siglo XXI Editores.
 - COURANT, R.; ROBBINS H. *¿Qué son las matemáticas? Conceptos y métodos fundamentales*. Fondo de Cultura Económica. México. 2002.
 - COURANT, R.; ROBBINS, H. *¿Qué son las matemáticas?* Fondo de Cultura Económica. México. Primera versión en español. 2002.
 - DEVORE, Jay L. *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*. México: Ed. Thompson - Learning, TM. 2001.
 - DICKSON, L., BROWN, M., GIBSON, O. *El aprendizaje de las matemáticas*. Labor S.A. Barcelona. 1991.
 - FRABETTI, Carlo. *El libro del genio matemático*. Ediciones Martínez Roca S.A. Barcelona. 1999.
 - FERNÁNDEZ, Josefa, et.al. *Juegos y pasatiempos para la enseñanza de la matemática elemental*. Serie Matemática.
 - GIMÉNEZ, J. *Evalución en matemáticas. Una integración de perspectivas*. Ed. Síntesis. Vallehermoso, Madrid. 1997.
 - GRIJALBO, Joan. *DICCIONARIO ENCICLOPÉDICO*. (Vol. 1, Págs. 67 y 205). Barcelona: Ediciones Grijalbo S.A. 1986.
 - KAZMIER, Leonard. *Estadística aplicada a la administración y a la economía*. Editorial McGraw Hill. México, 2000.
 - KLINE, M. *Matemáticas, la pérdida de la certidumbre*. Siglo XXI Editores. México. Quinta edición en español. 2000.
 - LACASTA, E.; PASCUAL, J. *Las funciones en los gráficos cartesianos*. Ed. Síntesis. Madrid. 1998.
 - LLINARES, S. y SÁNCHEZ, V. *Fraciones*. Ed. Síntesis. Madrid. 1989.
 - MARTÍNEZ, Alfredo, et. al. *Nuevas tecnologías y enseñanza de las matemáticas*. Editorial Síntesis.
 - MASON, Lind. et. al. *Estadística para administración y economía*. Editorial Alfaomega. Bogotá, 2002.
 - MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL y ASOCIACIÓN COLOMBIANA DE FACULTADES DE EDUCACIÓN. *Estándares básicos de calidad. Matemáticas*. MEN. 2003.
 - MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. *Lineamientos curriculares para el área de Matemáticas*. Bogotá. 1998.
 - SEGARRA, Lluís. *Problematres: colección de problemas matemáticos para todas las edades*. Editorial Graó, España, 2001.

8. Pruebas Saber del libro de texto escolar Glifos Procesos Matemáticos 7



9. Variación de los tipos de letras en el libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7



Datos no agrupados

Para caracterizar una variable cuantitativa sin agrupar los datos es necesario recurrir al cálculo de algunas medidas que permitan describir su comportamiento. Las medidas que se utilizan para caracterizar una variable cuantitativa son: **las medidas de tendencia central y las medidas de posición.**


Medidas de tendencia central

Las **medidas de tendencia central** son: la media o promedio aritmético, la mediana y la moda.

- La **media aritmética o promedio** es un dato que no necesariamente está en el conjunto de datos y que representa la característica predominante del grupo. La media es el punto de equilibrio del conjunto de datos.
 Para el caso en que se considere una muestra, la media aritmética se simboliza como \bar{X} y para el conjunto de datos x_1, x_2, \dots, x_n se calcula como:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$
 Para el caso en el cual se considere una población, la media aritmética se simboliza μ y se calcula de la misma forma. La media es una medida que se ve afectada por el cambio significativo de un dato. Si existe un dato muy grande o muy pequeño con respecto a los demás, el valor de la media cambia significativamente. En otras palabras, la media es una medida sensible al cambio de un dato.
- La **mediana** es el dato que divide en dos partes porcentualmente iguales el conjunto de datos.
 Para el caso en el cual se considere una muestra la mediana se simboliza como \tilde{X} y se calcula ordenando el conjunto de datos y ubicando el que está en la posición de la mitad.
 Cuando se consideran un número impar de datos, la mediana es un dato que pertenece al conjunto. Para el caso que se considere un número par de datos, la mediana corresponde al promedio de los dos datos de la mitad. Este valor en algunos casos no pertenece al conjunto. Para el caso en el cual se considere una población, la mediana se simboliza $\tilde{\mu}$ y se calcula de la misma forma.
- La **moda** de un conjunto de datos corresponde al dato que más se repite.
 En aquellos casos en los cuales se analice una muestra la moda se simboliza \hat{X} , si se trata de una población, la moda se simboliza $\hat{\mu}$.

10. En síntesis del libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7



EN SÍNTESIS...

Estadística

Es la ciencia que se encarga de recoger, organizar, representar, analizar y obtener conclusiones a partir de datos obtenidos en diferentes estudios estadísticos.

La **población** es el conjunto de todos los individuos de los cuales se obtiene información sobre el fenómeno que se estudia.

Una **muestra** es un subconjunto representativo de una población sobre el cual se recogen los datos.

Una **variable estadística** es cada una de las características o propiedades que se pueden estudiar en una población o muestra. Las variables se clasifican en **cualitativas** y **cuantitativas**.

Caracterización de variables cualitativas

Las **variables cualitativas** se caracterizan mediante: tabla de frecuencias, diagrama de barras, diagrama circular, moda y en algunos casos la mediana.

Caracterización de variables cuantitativas

Las **variables cuantitativas** se caracterizan mediante: distribución de frecuencias, diagrama de tallo y hojas, diagrama de barras, histogramas, polígono de frecuencias, ojivas, medidas de tendencia central y de posición.

Medidas de tendencia central

Media: es el promedio aritmético de todos los datos.

Moda: indica el valor que más se repite, o el intervalo con mayor frecuencia.

Mediana: es el punto central de los valores de un conjunto de datos después de haber sido ordenados.

Medidas de posición

Cuartiles: son los valores que dividen el conjunto de datos en cuatro partes iguales.

Deciles: son los valores que dividen el conjunto de datos en diez partes iguales.

Técnicas de conteo

Las técnicas de conteo son tres:

Principio de multiplicación: importa el orden y puede haber repetición. Se calcula como:

$$N = n_1 \times n_2 \times n_3 \dots$$

Permutación: importa el orden pero no hay repetición. Se calcula como:

$$P_n = \frac{N!}{(N - n)!}$$

Combinación: no importa el orden y no hay repetición. Se calcula como:

$$C_n = \frac{N!}{(N - n)! \times n!}$$

Probabilidad

La **probabilidad** es la rama de la matemática que estudia aquellos experimentos cuyos resultados pueden variar entre una ejecución y otra. Este tipo de experimentos se denominan **aleatorios**.

Espacio muestral: es el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio. Se simboliza S .

Evento: es cualquier subconjunto de espacio muestral, cuyos elementos tienen una característica en común. Se simboliza con letras mayúsculas.

Cálculo de probabilidades

La probabilidad con la que puede suceder es asignarle un número real entre 0 y 1. Se calcula así: $P(E) = \frac{\#E}{\#S}$, donde $\#E$ es la cantidad de elementos del evento E y $\#S$ es la cantidad de elementos en el espacio muestral S .

11. Y esto que aprendí, ¿Para qué me sirve? del libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7

Y esto que aprendí, ¿PARA QUÉ ME SIRVE?

Para realizar el estudio estadístico en un evento.

Estadística en el medallero de Beijing 2008

Los XXIX Juegos Olímpicos tuvieron lugar en Pekín, la capital de la República Popular China, del 8 al 24 de agosto de 2008. Este evento comprendía 302 pruebas en 28 deportes, en las cuales participaron 204 comités olímpicos nacionales.

En estas olimpiadas conocidas como Beijing 2008, se entregaron 958 medallas en total: 302 de oro, 303 de plata y 353 de bronce.



En la siguiente tabla se presenta la clasificación final del medallero olímpico destacando los 10 países que obtuvieron más medallas, empezando por las medallas de oro, seguidas por las medallas de plata y finalmente, las medallas de bronce.

Posiciones	País	Medallas de oro	Medallas de plata	Medallas de bronce	Total
1	China	51	21	28	100
2	Estados Unidos de América	36	38	36	110
3	Rusia	23	21	28	72
4	Gran Bretaña	19	13	15	47
5	Alemania	16	10	15	41
6	Australia	14	15	17	46
7	Corea del Sur	13	10	8	31
8	Japón	9	6	10	25
9	Italia	8	8	10	26
10	Francia	7	16	17	40

Recupera información

- 1 ¿En qué país se realizaron los XXIX Juegos Olímpicos?
- 2 ¿Cuántos Comités Olímpicos participaron?
- 3 ¿Cuántas medallas de cada tipo se repartieron en total en las Olimpiadas Beijing 2008?

Interpreta

- 4 ¿Cuáles variables estadísticas intervienen en la tabla de medallería de las Olimpiadas Beijing 2008? ¿De qué tipo son las variables?

- 5 ¿Cuál país obtuvo la mayor cantidad de medallas de plata?
- 6 ¿Cuál país obtuvo la mayor cantidad de medallas de bronce?
- 7 ¿Cuál tipo de medalla obtuvo China en mayor cantidad?
- 8 ¿Cuál país obtuvo mayor cantidad de medallas?

Plantea y actúa

- 9 Construye un gráfico de barras que represente la variable "Tipos de medallas ganadas por China".

12. Glosario del libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7

GLOSARIO

A
Ángulos adyacentes: son ángulos suplementarios que poseen un lado común.
Ángulos complementarios: son dos ángulos para los cuales la suma de sus medidas es igual a 90° .
Ángulos suplementarios: son dos ángulos para los cuales la suma de sus medidas es igual a 180° .

B
Base numérica: es el número de elementos que conforman cada orden o nivel en un sistema de numeración posicional.
Bicondicional: al bicondicional, o doble implicación, es la proposición compuesta por dos enunciados simples enlazados por el conectivo lógico "y a la vez".
Bisectriz de un ángulo: recta que parte del vértice y divide un ángulo en dos ángulos de igual medida.

C
Complemento de un conjunto: el complemento de un conjunto A es otro conjunto formado por los elementos del conjunto universal U que no pertenecen al conjunto A . Se simboliza $U - A$ o A^c .
Conectivo lógico: es una expresión verbal que sirve para unir o enlazar dos proposiciones simples.
Conjunción: operación lógica que enlaza dos enunciados simples por medio del conectivo "y".
Conjuntos disjuntos: dos conjuntos A y B son disjuntos si no tienen elementos comunes, es decir, si $A \cap B = \emptyset$.
Conjuntos interseccional: dos conjuntos A y B son interseccional si tienen elementos comunes.
Cuantificadores: son los símbolos matemáticos utilizados para indicar el número de elementos de un conjunto que cumple una determinada condición.

E
Ecuación: igualdad entre dos expresiones algebraicas, que se resuelve para encontrar valores de las variables.
Eje de simetría de una figura: es la recta que la divide en dos partes que coinciden exactamente.
Estadística: es la ciencia encargada de recolección, organización, análisis, representación e interpretación de datos a partir de lo cual, se saca conclusiones y establece previsiones.

G
Generatriz: curva cuya rotación alrededor de una recta fija genera una superficie.

D
Datos: son cantidades o medidas obtenidas de observaciones, comparaciones y aplicación de encuestas.
Demostración: razonamiento lógico que se lleva a cabo para concluir la tesis de un teorema.
Descomposición factorial: es toda expresión de un número como el producto de sus factores primos.
Desigualdad numérica: es toda expresión que relaciona números por medio de los símbolos $<$, $>$, \leq , \geq .
Diferencia: la diferencia entre dos conjuntos A y B es el conjunto formado por los elementos que pertenecen a A y que no pertenecen a B . Se escribe $A - B$.
Diferencia simétrica: conjunto de elementos que pertenecen a A u B y no pertenecen a $A \cap B$. Se representa por $A \Delta B$.
Disyunción: la disyunción de dos proposiciones p y q es otra proposición que enlaza los enunciados simples p y q por medio del conectivo lógico "o".
Divisores: un número a es divisor b , cuando la división de b entre a es exacta.

F
Figuras simétricas: dos figuras son simétricas respecto a un eje L , si todos los pares de puntos correspondientes en dichas figuras equidistan del eje L .
Fracción decimal: es toda fracción cuyo denominador es una potencia de 10.
Fracción decimal básica: es aquella cuyo numerador es 1 y cuyo denominador es una potencia de 10.
Fracción impropia: es aquella fracción en la que el numerador es mayor que el denominador.
Fracción propia: es aquella fracción en la que el numerador es menor que el denominador.
Fracciones equivalentes: son aquellas fracciones que expresan la misma cantidad. Se llama el producto de sus términos en diagonal es igual.
Frecuencia absoluta: es el número de veces que se repite un determinado valor de la variable estadística que se estudia.
Frecuencia relativa: es el número de ocurrencias o individuos que presentan una característica de la variable hasta un momento considerado.
Frecuencia relativa: es el cociente entre la frecuencia absoluta y el número de individuos de la población en un estudio estadístico.

I
Implicación o condicional: es la proposición compuesta por dos proposiciones simples enlazadas por el conectivo lógico "entonces" (\Rightarrow).
Información: es el resultado del procesamiento de datos.
Intersección: la intersección entre dos conjuntos A y B es el conjunto formado por los elementos comunes a los dos conjuntos. Se escribe $A \cap B$.

L
Línea poligonal: es la unión de segmentos contiguos A, B, C, D, E .

M
Máximo común divisor: el m.c.d. de dos o más números es igual al producto de sus factores primos comunes con su menor exponente.
Mediatrix de un segmento: es la recta perpendicular que pasa por el punto medio de un segmento.
Mínimo común múltiplo: el m.c.m. de dos o más números es el producto de todos los factores primos comunes con su máximo exponente.
Múltiplos de un número: es el conjunto formado por todos aquellos números de la forma an .

N
Numeral: es el símbolo que representa una cantidad fija.
Número: es la idea asociada uno a uno a cada numeral.
Número decimal: es una expresión numérica formada por una parte entera y una parte decimal separadas por medio de una coma o punto decimal.
Números compuestos: son aquellos que pueden expresarse como el producto de números primos diferentes a la unidad.
Números primos: son aquellos números que tienen solo dos divisores: el uno y el mismo número.

R
Raíz enésima: se llama raíz enésima de un número p al número b que al elevarlo al exponente n es igual a p . Se escribe $\sqrt[n]{p}$ o $b^n = p$.

S
Segmentos adyacentes: dos segmentos que están en semirrectas opuestas y tienen origen común sobre la misma.
Segmentos contiguos: son dos segmentos que tienen un extremo común pero que no están contenidos en la misma recta.
Sistema de numeración: es un conjunto de símbolos con reglas bien definidas de combinación. Entre símbolos son usados para representar cantidades y realizar operaciones con ellos.
Subconjunto: un conjunto A es subconjunto de B si todos los elementos de A están en B .

P
Pareja ordenada: es una dupla formada por dos elementos en los que el orden es determinante.
Plano coincidente: son dos planos que tienen puntos comunes, no colineales.
Plano paralelo: dos planos que no poseen ningún punto en común.
Plano secante: son dos planos que se cortan determinando una recta en común.
Población: es el conjunto de individuos, objetos o fenómenos de los cuales se desea estudiar una o varias características.
Polígono: línea poligonal cerrada y su interior.
Polígono cóncavo: polígono que tiene un ángulo interior mayor de 180° .
Polígono convexo: polígono que tiene todos sus ángulos interiores menores que 180° .
Polígono regular: polígono en el cual la medida de todos sus lados es la misma y la abertura de sus ángulos interiores es la misma.
Polinomio aritmético: es toda suma de números, cada sumando se llama término del polinomio.
Porcentaje: es el resultado de dividir el total por ciento a una cantidad dada.
Potencia: es una expresión usada para indicar la multiplicación de un factor por el mismo un determinado número de veces.
Primos relativos: son aquellos números cuyo único divisor común es el 1.
Proposición: es un enunciado verdadero o falso, pero no los dos cosas al mismo tiempo.

T
Tanto por ciento: una parte o varias partes de cada 100 partes iguales.

U
Unión: la unión entre dos conjuntos A y B es el conjunto formado por los elementos que pertenecen a uno u otro conjunto, contados solo una vez. Se escribe $A \cup B$.

V
Valor absoluto de una cifra: es el valor del número que esta representa.
Valor relativo de una cifra: es el valor del número que esta representa pero dependiendo de la posición que ocupa.
Variable estadística: es la característica que se estudia en cada elemento de la población o muestra.

13. Bibliografía del libro de texto escolar Hipertexto Matemáticas 7

BIBLIOGRAFÍA

- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Decreto 1860 de agosto 3 de 1994.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Matemáticas. Lineamientos curriculares. Bogotá, 1998.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Resolución número 2343 de junio 5 de 1996.
- AA.VV. Currículo y aprendizaje. Bogotá, Santillana, 1996.
- AA.VV. Trabajemos solución de problemas con Santillana. Bogotá, Santillana, 1997.
- AA.VV. Matemáticas 7 Eso. España, Editorial Santillana, 2007, pp. 111, 209, 229, 263.
- AA.VV. Matemáticas 3 Eso. España, Editorial Santillana, 2007, pp. 17, 113.
- AA.VV. Matemáticas 4 Eso, opción A. España, Editorial Santillana, 2007, p. 11.
- ABDÓN MONTENEGRO, IGNACIO. Evaluemos competencias matemáticas. Cooperativa Editorial Magisterio, 1999.
- ALVARENGA, B. Y MÁXIMO, A. Física general con experimentos sencillos. México, Harla, S.A., 1983.
- BALDOR, GEOMETRÍA plana y del espacio y trigonometría. México, Publicaciones cultural, 1998.
- BARNETT, RICH. Serie de compendios Schaum. Teoría y problemas de geometría plana con aplicaciones. México, McGraw Hill, 1970.
- BOL, BRUNO. Matemáticas, la matemática que hay en la tecnología. Labor.
- BUECHE, J. Experimentos de Física I. Colombia, McGraw Hill latinoamericana S.A., 1988.
- CASTRO, ENRIQUE; JÓN, RICO, LUIS; CASTRO, ENRIQUE. Matemáticas: cultura y aprendizaje 2. España, Editorial Síntesis, 1996.
- CENTENO PEREZ, JULIA. Matemáticas: cultura y aprendizaje 5. España, Editorial Síntesis, 1997.
- CLEMENS, S.R. ET AL. Serie Axió. Geometría. México, Addison Wesley. Pearson educación, 1998.
- DEL OLMO ROMERO, MARÍA ÁNGELES; MORENO CARRETERO, MARÍA FRANCISCA; GIL CUADRA, FRANCISCO. Matemáticas: cultura y aprendizaje 19. España, Editorial Síntesis, 1993.
- DÍAZ RODINO, JUAN BATANERO; BERNABEU, MARÍA DEL CARMEN; CAÑIZARES CASTELLANOS, MARÍA JESÚS. Matemáticas: cultura y aprendizaje 27. España, Editorial Síntesis, 1996.
- FIOL MORA, MARÍA LUISA; FORTUNA AYMENI, JOSEPH MARÍA. Matemáticas: cultura y aprendizaje 20. España, Editorial síntesis, 1990.
- GONZÁLEZ, JOSÉ LUIS; IRIARTE, MARÍA; JIMENO, MANUELA; ORTIZ, ALFONSO; SANZ, ESTEBAN; VARGAS MACHUCA, INMACULADA. Matemáticas cultura y aprendizaje 6. España, Editorial Síntesis, 1990.
- QUILLÉN SOLER, GREGORIA. Matemáticas: cultura y aprendizaje 15. España, Editorial Síntesis, 1997.
- HEWITT, PAUL. G. Física conceptual. Tercera edición, Pearson Educación, 1999.
- LINDENMAYER, ASISTID. Arreglos Geométricos de la naturaleza. Árbol pitagórico.
- MASON, J.; BURTON, L.; STACEY, K. Pensar matemáticamente. Madrid, MEC/Labor, 1992.
- MOISE, E. Y DOWNS, F. Geometría Moderna. Estados Unidos, Addison Wesley publishing company, 1966.
- PASTOR, GUILLERMO. Matemáticas financieras. Madrid, Urusa, 1998.
- PAPPAS, THEONI. El encanto de las matemáticas. Los secretos ocultos del arte. Zugarto ediciones, 1997.
- PAPPAS, THEONI. La magia de las matemáticas. El orden oculto tras la naturaleza y el arte. Zugarto ediciones, 1996.
- PEÑA, JOSÉ ANTONIO. Álgebra en todas partes. México, SEDICE, 1999.
- POLEA, G. Cómo plantear y resolver problemas. México, Trillas, 1989.
- SESTIER, ANDRÉS. Historia de las matemáticas. México, Limusa, 1983.
- STEPHEN, F.J.M. Historia de la ciencia. Madrid, Alianza Editorial.
- VÁSQUEZ, C. Geometría plana y del espacio. Madrid, Biblioteca Santillana de consulta.
- MICROSOFT CORPORATION. Biblioteca de consulta Microsoft Encarta 2005, 1993-2004.