Estrategia didáctica para el cálculo de volumen y capacidad de sólidos geométricos que contribuye al desarrollo del pensamiento geométrico – métrico para fortalecer el proceso de resolución de problemas

Por:

Aarón Mathias Álvarez Ruidiaz

Johan Camilo Giraldo Higuita

Trabajo presentado para optar al título de Licenciado en Matemáticas e Informática.

Asesores

Estebana Ruidiaz Chavez

Einer Oswaldo Mesa Peña

Facultad de Educación

Universidad Cooperativa de Colombia

Licenciatura en Matemática e Informática

2021

Agradecimientos

Nuestro trabajo de grado, en primera instancia se lo queremos agradecer a Dios, ya que él nos dio las fuerzas suficientes y necesarias para llevar a cabo nuestra práctica e investigación pedagógica de la mejor manera, por otra parte a nuestro núcleo familiar, por habernos proporcionado la mejor educación y lecciones de vida que forjaron nuestro carácter y nuestro pensar, al centro de prácticas donde llevamos a cabo nuestra observación, caracterización e intervención pedagógica, a la Facultad de Educación de la Universidad Cooperativa de Colombia, en especial a nuestros asesores Estebana Ruidiaz y Einer Mesa por habernos exigido y enseñarnos el rigor la de investigación, pero también por su carácter humano y tan especial apoyo en nuestro camino por la Facultad, sin olvidar a la profesora Sandra Quintero quien con su conocimiento y pasión por las matemáticas nos motivó y nos dio las herramientas necesarias para abordar los retos que tienen hoy en día en la enseñabilidad de los diferentes pensamientos del área de matemáticas.

Dedicatoria

Mi propuesta de investigación y trabajo de grado, la dedico con mucho amor y cariño a la profesora Estebana Ruidíaz, por su sacrificio y esfuerzo tanto personal y académico que introdujo en mi ser, que de cierta forma dejaron huella, al profesor Einer Mesa por creer en mis capacidades y destrezas para abordar necesidades e implementar estrategias de enseñanza y aprendizaje en el área de matemáticas, a mi familia iniciando por mi padre Antonio Saúl Giraldo A, a mi esposa Virbany Medina G y a mis dos hijas Isabel Giraldo M y Celeste Giraldo M, por ser fuente de inspiración emocional y perseverancia, y a mis compañeros y amigos presentes y pasados, quienes sin esperar nada a cambio me compartieron su conocimiento, alegrías y tristezas y al Colegio Ciencia y Vida que durante estos cinco años estuvieron a mi lado apoyándome y dándome las herramientas necesarias para aprender mucho más de su contexto educativo.

Gracias a todos y los llevó de manera especial en mi corazón.

Johan C. Giraldo H.

De manera especial quiero dedicarle mi trabajo de grado a los profesores Estebana Ruidíaz, Maria Nelda Barrios, Giovanny Moreno, Einer Mesa y Jaime Esteban Ríos, por sus enseñanzas y grandes aportes a mi formación profesional. También, a mi familia y a Luisa Fernanda Quintero, por haberme apoyado incondicionalmente en todo momento de mi vida, de igual manera por enseñarme y motivarme a seguir adelante, rompiendo barreras y alcanzando metas en los niveles personal y profesional. A ellos mi admiración y respeto.

Aarón M. Álvarez R.

Resumen

El proyecto se desarrolló en el Colegio Ciencia y Vida del municipio de Medellín con los estudiantes del grado décimo atendiendo la necesidad observada en los diarios de campo y resultado de pruebas saber para fortalecer el desempeño de los estudiantes en el cálculo de volumen y capacidad de sólidos geométricos para la resolución de problemas. La propuesta de la intervención pedagógica desarrollada en 3 fases, A, B y C respectivamente, según los niveles de evolución de razonamiento geométrico planteados por Van Hiele arrojó resultados positivos en la prueba pos test en el nivel de competencia alcanzado por los estudiantes.

Palabras claves: Razonamiento, geometría, área y volumen de sólidos, resolución de problemas, Van Hiele.

Abstact

The project was developed in the Colegio Ciencia y Vida in Medellín city with the students of the tenth grade, attending to the need observed in the field diaries and ICFES test results to improve the skills of students in the calculation of volume and capacity of geometric solids for problem solving. The proposal of the pedagogical intervention developed in 3 phases, A, B and C respectively, according to the levels of evolution of geometric reasoning proposed by Van Hiele, this proved positive results in the post-test in the level of competence reached by the students.

Keys words: Reasoning, geometry, volume and surface area of solid figures, problem solving, Van Hiele.

Tabla de contenido

Agradecimientos 2
Dedicatoria 3
Resumen 4
Tabla de contenido 5
Introducción 7
El problema de Investigación 9
Antecedentes del Problema 9
A nivel internacional 9
A nivel nacional 11
A nivel local 15
Planteamiento del Problema 20
Marco Conceptual 30
Geometría 30
Cálculo 30
Magnitudes y Medida 30
Sólidos Geométricos 31
Volumen y Capacidad 31
Área y Superficie 32
Repartir 32
Medir 32
Percepción. 32
Comparación. 33
Estimación. ..... **¡Error! Marcador no definido.**
Resolución de Problemas 33
Aprendizaje Significativo 33
Aprendizaje de representaciones 34
Aprendizaje de conceptos 34
Aprendizaje de proposiciones 35
Didáctica 35
Marco Referencial 39
Moreira y el Aprendizaje Significativo 39
Van Hiele y Niveles de razonamiento 39

Marco Teórico Metodológico 40
Diseño de la Investigación 40
Tipo de investigación 40
Población y Muestra (sujetos de la investigación) 41
Instrumentos para la Recolección y el Análisis de la Información 43
Observación y Diario de Campo 43
Aplicación del Instrumento 45
Sesión 1 45
Sesión 2 46
Sesión 3 48
Sesión 4 50
Sesión 5 53
Sesión 6 54
Sesión 7 56
Sesión 8 58
Resultados 59
Análisis de los Resultados 59
Resultados prueba pre test 59
Resultados prueba pos - test 70
Conclusiones y Recomendaciones 84
Referencias ..... **¡Error! Marcador no definido.**
Referencias 86
Anexos 88

Introducción

El precepto de la matemática se organiza y se estructura a partir de diferentes pensamientos, estos son: pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, pensamiento aleatorio y sistemas de datos, pensamiento variacional, algebraicos y analíticos; además de los diversos procesos académicos y formativos de las demás áreas del saber, en los cuales se encuadra el aprendizaje dentro y fuera del aula de los estudiantes.

A partir de los componentes y las competencias evaluadas de los cinco pensamientos, este trabajo de investigación tendrá como base el pensamiento espacial y sistemas geométricos en conjunto con el pensamiento métrico y sistemas de medidas, esto con el fin de elaborar una propuesta didáctica que conlleve a identificar la problemática, idear y diseñar una estrategia que mejore la equívoca y posteriormente analizar los resultados que arroje la aplicación del instrumento de enseñanza – aprendizaje.

Cabe resaltar que la intención investigativa es dar respuesta a la pregunta ¿Qué estrategias didácticas utilizadas para el cálculo de volumen y capacidad de sólidos geométricos contribuyen al desarrollo del pensamiento geométrico – métrico para fortalecer el proceso de resolución de problemas en estudiantes del grado 10° del Colegio Ciencia y Vida?

Para fortalecer el análisis de la investigación se observarán las clases, de tal forma que las intervenciones de los educandos sean pertinentes para identificar el cómo piensan, cómo deducen, como concluyen y como argumentan una situación problema, posterior a esto se hará una intervención de varias sesiones donde se expondrá la estrategia didáctica cuyo eje articulador será el uso del material concreto y la solución de problemas. finalmente se darán los resultados y conclusiones acerca de la investigación.

El problema de Investigación

Antecedentes del Problema

A nivel internacional

Piaget y otros, en su trabajo “La genèse du nombre chezI'enfant” (1948), experimentan la conservación de líquidos a partir del trasvaso a recipientes con diferentes formas y hallan que entre los seis años y medio y los ocho, el niño reconoce que la cantidad de líquido permanece invariable, así sea vertida en un recipiente con distinta forma. De tal manera que, a partir de esta edad, el estudiante ya es capaz de identificar cuándo dos recipientes tienen la misma capacidad, y por lo tanto de adquirir el concepto de capacidad de forma práctica, mas no técnica o teórica.

Doce años más tarde Lunzer (1960), en su trabajo de investigación “La conservación del volumen”, hace un estudio experiencial con niños entre los seis y los ocho años de edad y ninguno de ellos entendió el volumen como “lo que ocupa un lugar en el espacio” o “lo que está formado por caras planas y limitadoras”, e indica que la conservación del volumen surge en estas edades, pero esta conservación requiere actividades de inmersión, que por lo general la escuela no proporciona, por lo tanto, se demoran más en alcanzarla. Sin embargo, cuestiona que en los niños, la multiplicación de las tres dimensiones lineales para determinar el volumen de un sólido geométrico, surja de manera espontánea, y no teórica o por simples formulas.

Posteriormente Lovell y Ogilvie (1961), realizaron un estudio acerca de las nociones de volumen interno y de volumen complementario, espacio ocupado y espacio desalojado respectivamente. Encontraron que muchos creen que un cubo más pesado sumergido en agua, desplazará más cantidad que otro más ligero. Igualmente sucede con la cantidad de agua desplazada de una vasija, pues creen que esta varía si el cubo se encuentra en el fondo o completamente sumergido, pero sin tocarlo, encuentran que para los estudiantes de primaria, el volumen desalojado por un objeto sumergido, dependen principalmente de su peso y de tamaño del recipiente.

Luego a nivel universitario Guerrero Diego y Romero Fabián (2015). Ecuador. Desarrollaron una investigación llamada “Elaboración de una guía y material didáctico de la geometría del espacio para el laboratorio de matemáticas de la carrera de matemáticas y física de la universidad de cuenca” en la cual plantean la siguiente metodología.

Los contenidos de la Geometría del Espacio que se estudia en el primer ciclo de la Carrera de Matemáticas y Física trata de figuras tridimensionales, en donde se describen sus formas, sus características y las hipótesis sobre estos que requieren una posterior demostración. Para realizar dichas demostraciones se requiere usar métodos creativos, organizados, lógicos, sistemáticos con la ayuda de material concreto.

Para apoyar en la consecución de los anteriores puntos, dicha propuesta consta de dos partes, la primera es el diseño de una unidad didáctica y la segunda es la construcción de material didáctico y concreto como aspecto complementario para estudiar los contenidos de la Geometría del Espacio. Por otra parte la unidad didáctica llevará inmersa diez prácticas, que se dividen en: observación, demostración y aplicación.

La unidad didáctica desarrollada llevó los siguientes temas: Planos Paralelos y Planos Perpendiculares, Sólidos de Revolución: Cono y Cilindro, Construcción de un Prisma y de un Cilindro, Cubo: Área y Volumen, Cilindro: Área y Volumen, Construcción de una Pirámide y Pirámide Truncada, Pirámide: Área y Volumen, Construcción de un Cono y Cono Truncado, Cono: Área y Volumen y Principio de Arquímedes.

La presentación de cada práctica de la unidad didáctica tendrá el siguiente esquema: Portada de la práctica con el respectivo título, Introducción al tema, Objetivos, Materiales a ser utilizados. Procedimiento, Interpretación y modelación, donde constan las respectivas tablas para la toma de datos, Conclusiones y Relación del tema con la realidad o formulario con ejercicios propuestos, esto dependerá del tema que se esté abordando en la respectiva práctica.

Uno de los objetivos de la unidad didáctica es servir de apoyo para docentes y estudiantes de la carrera y ayudar a mejorar el proceso de enseñanza - aprendizaje de acuerdo a las exigencias de la sociedad.

A modo de conclusiones

Los cambios en la forma de mirar el proceso de enseñanza-aprendizaje han generado que los docentes busquen herramientas o recursos nuevos que puedan utilizar en el aula de clase, con el objetivo de mejorar la comprensión de los contenidos que se aborda dentro de una respectiva asignatura.

La aplicación de recursos didácticos es importante en todas las asignaturas, de manera especial en las consideradas abstractas; dentro del campo de la matemática existen muchas de estas y entre una de ellas está la Geometría del Espacio cuyos contenidos son un poco dificultosos interpretarlos solamente en el tablero; para facilitar esta interpretación es necesario contar con material didáctico y con una unidad didáctica que sirvan para realizar prácticas en el Laboratorio de Matemáticas.

La propuesta de implementar prácticas en el Laboratorio de Matemáticas para estudiar la Geometría del Espacio con el uso de una unidad didáctica y material complementario, generará un soporte en la innovación de nuevos métodos y técnicas de aprendizaje, además que ayudará al docente de la carrera a obtener un dominio parcial de los instrumentos de laboratorio para que de esta forma al ejercer su profesión puedan desempeñarse conforme a las exigencias educativas actuales.

A nivel nacional

Angarita, Karel & Dancur,E (2002). Desarrolla una investigación denominada: ¿en qué nivel de razonamiento, según Van Hiele, se encuentran diez estudiantes del grado octavo de La Concentración Escolar Simón Araujo de Sincelejo respecto a la identificación y clasificación de polígonos? Para ello establecieron como objetivo general: Diseñar un modelo de prueba para 56 establecer el nivel de razonamiento geométrico en que, según el modelo de Van Hiele, se encuentran 10 estudiantes de octavo grado de La Concentración Escolar Simón Araujo de la ciudad de Sincelejo, con relación a la identificación y clasificación de polígonos y como objetivos específicos:

- Elaborar dos pruebas pilotos basadas en el modelo de Van Hiele con relación a la identificación y clasificación de polígonos.
- Describir y analizar los resultados obtenidos en las pruebas.
- Determinar el nivel de razonamiento geométrico que se encuentran 10 estudiantes de La Concentración Escolar Simón Araujo con base en la aplicación de la prueba.

La metodología empleada fue de tipo exploratorio-descriptivo, ha sido poco investigado en la región donde se pretende analizar y describir la información obtenida a partir de la observación y registros de la realidad estudiada. Tras desarrollar la fase investigativa se concluye que. Para que un estudiante avance en los tres niveles establecidos en el modelo de Van Hiele en la clasificación e identificación de polígonos debe reconocer y representar figuras poligonales, conocer sus propiedades y establecer relaciones entre ellos. El fin es que los conceptos relacionados al tema de estudio adquieran significados.

Se hace necesario que los docentes se concienticen de la responsabilidad en la formación de los estudiantes, a fin de lograr los propósitos planteados en la ley general de educación, no se trata simplemente de desarrollar en el aula una serie de contenidos, sino es más bien utilizar los contenidos como pretexto para desarrollar procesos de pensamiento en los educandos.

Posterior a la década del 2000 Carmona, N & Jaramillo, D. (2012). Desarrolla una investigación denominada ¿Cómo favorecer el desarrollo del Pensamiento Lógico, en el componente Razonamiento a través de una unidad didáctica basada en la resolución de problemas para estudiantes de grado Sexto C del Instituto Kennedy del Municipio de Pereira? Para ello establecieron como objetivo general: Favorecer mediante una unidad didáctica basada en el enfoque de resolución de problemas para la enseñanza y aprendizaje en el área de Ciencias Naturales del concepto fuerza, el desarrollo del Pensamiento Lógico en los niños y niñas de grado sexto del Instituto Kennedy del municipio de Pereira, desde una de sus formas lógicas como es el Razonamiento. Y objetivos específicos:

- Establecer el valor inicial del Razonamiento Lógico a través de la aplicación de la Prueba Psicométrica “BAD y G3” en los y las estudiantes de grado Sexto C del Instituto Kennedy, con el propósito de tener un punto inicial de referencia para valorar los resultados del proceso didáctico.

- Diseñar y aplicar una unidad didáctica basada en el enfoque de Resolución de problemas relacionados con el concepto Fuerza del área de Ciencias Naturales, para contribuir al desarrollo del Pensamiento Lógico de los estudiantes del grado Sexto C del Instituto Kennedy.
- Identificar e interpretar los Procedimientos Lógicos asociados al Razonamiento como forma lógica del Pensamiento Lógico, a través de la observación de las manifestaciones que se evidencian en los niños y niñas del grado Sexto C del Instituto Kennedy del municipio de Pereira al resolver los problemas planteados en la Unidad Didáctica.

La investigación se fundamentó en el método Estudio de Caso, a través del cual se mide y registra la conducta de las personas involucradas en el fenómeno estudiado y donde los datos pueden ser obtenidos desde una variedad de fuentes, tanto cualitativas como cuantitativas. Culminada la investigación al lograr los objetivos propuestos se hacen los siguientes comentarios finales:

Puede concluirse, que el enfoque de “Resolución de Problemas” se convierte en una estrategia didáctica importante en el desarrollo del Pensamiento Lógico, ya que concibe el conocimiento como un proceso en el cual se desarrollan formas de pensamiento y como una actividad intelectual que permite desarrollar ciertas Operaciones Mentales y Procesos Mentales a través de la asimilación y apropiación -en el caso de este estudio- de los Procedimientos Lógicos del Razonamiento. Este proceso, consiste en “un sistema de procedimientos y métodos basados en la modificación del tipo de actividad a la cual se enfrenta el estudiante, para producir la activación de su pensamiento”, recomendando además que los problemas que se planteen sean estructurados teniendo en cuenta la constitución del Razonamiento.

Adicionalmente, es importante decir que este enfoque de acuerdo a su aplicación como fue planteada en la Unidad Didáctica favoreció el proceso interactivo entre los investigadores, estudiantes, contextos problemáticos y tareas, ya que se partió de éstos y de los problemas para el desarrollo del Pensamiento Lógico bosquejando estrategias que crearán espacios para el trabajo en equipo, pues 87 JIMENEZ y DIAZ. Op. Cit., p. 359-370. 88 MARTINEZ, 1986, y MAJIMUTOV, 1983. En 51 GARCÍA GARCÍA José Joaquín. Op. Cit., p. 129-135. 74 durante el proceso de interacción de los estudiantes para entender y resolver el problema se logra, además del

aprendizaje del conocimiento propio de la materia generar la expresión de las habilidades cognitivo lingüísticas relacionadas con los Procedimientos Lógicos.

Por lo anterior, esta experiencia demuestra que estas consideraciones son realizables en la práctica escolar y las potencialidades de las diferentes asignaturas permiten contribuir al desarrollo del Pensamiento Lógico de los estudiantes si se diseñan tareas pedagógicas conscientemente elaboradas para lograr este objetivo, además la planificación de múltiples actividades por parte de los maestros con la intencionalidad de desarrollarlo se convierte en una vía para elevar los niveles de calidad de la educación de cualquier país.

Para finalizar, estimular el desarrollo de las particularidades del pensamiento desde el proceso de enseñanza aprendizaje exige tener en cuenta el nivel de enseñanza para el que trabajamos y por ende el tipo de pensamiento que tratamos de formar en nuestros estudiantes, no se diseñan las mismas actividades, pues las manifestaciones del desarrollo de las particularidades del pensamiento varían dependiendo del tipo de pensamiento que se está formando en los alumnos; es así como esta propuesta didáctica puede convertirse en el punto de partida de nuevas investigaciones, profundizando por ejemplo en la forma cómo deben desarrollarse los procedimientos lógicos del razonamiento (Inferencias, Argumentaciones, Deducciones...) a través de los trabajos discursivos en el aula, y además convertirse en una herramienta eficaz para que los docentes del área de Ciencias Naturales que pretendan desarrollar el Pensamiento Lógico lo hagan en sus aulas de una manera diferente a la tradicional, favoreciendo además el aprendizaje significativo de los saberes esenciales.

Un año posterior Marín, D. (2013) Desarrolló una investigación denominada: Estrategias Didácticas para fortalecer el pensamiento Geométrico, en estudiantes de grado sexto de la institución educativa el Madroño de Belalcázar. Caldas. Para ello estableció como Objetivo General Fortalecer el pensamiento geométrico en estudiantes de grado sexto de la institución Educativa el Madroño de Belalcázar, Caldas y como objetivos específicos:

- Analizar y diagnosticar el nivel de pensamiento geométrico en los de estudiantes 7 del grado sexto. Identificar las dificultades de aprendizaje de los estudiantes de geometría que permita establecer los requerimientos para crear las estrategias.
- Diseñar estrategias didácticas para el aprendizaje de la geometría satisfaciendo las necesidades de la población objetivo.

- Implementar las estrategias didácticas con los estudiantes de grado sexto de la Institución. Validar las estrategias didácticas implementadas.

La metodología empleada fue un Enfoque Investigación acción educativa, de tipo cualitativo. Tras desarrollar la fase investigativa concluyeron que: Después de aplicar las diferentes estrategias didácticas diseñadas en los anteriores talleres en los estudiantes de grado sexto de la institución educativa el Madroño, se observa el fortalecimiento en el aprendizaje del área de geometría, demostrada a través de la atención en clase y de la correcta comprensión de los conceptos geométricos identificados en los elementos de su realidad inmediata. También se observa un gran entusiasmo por aplicar estos conocimientos en diferentes proyectos de otras asignaturas y en este sentido, alcanza el logro de los objetivos. Con la realización del Geoplano fue una herramienta importante en el conocimiento de los polígonos y los ángulos, la construcción se hizo en el salón.

A nivel local

A nivel local Cruz Restrepo (2007) en su trabajo titulado, “La formulación de problemas de geometría y la construcción del espacio en los alumnos de segundo grado de la Institución Educativa Javiera Londoño”, se enfoca en la construcción de la noción de espacio a partir del planteamiento y resolución de situaciones problema teniendo en cuenta el pensamiento espacial y propiedades, transformaciones y representaciones de los cuerpos. Para alcanzar esta meta, realizaron actividades en el aula de clase encaminadas a desarrollar el aprendizaje significativo de los conceptos relacionados con el pensamiento espacial y su correspondiente sistema geométrico, siendo coherente con los otros pensamientos matemáticos. Igualmente, buscaron estrategias para que los estudiantes formularan problemas relacionados con dicho pensamiento y pudieran tener la posibilidad de analizar sus concepciones y plantear o diseñar estrategias didáctico-pedagógicas encaminadas a lograr mayor efectividad en los aprendizajes relacionados con la geometría.

Como conclusión encontraron que en los alumnos de grado segundo predomina la formulación de problemas pertenecientes al pensamiento numérico sobre el pensamiento espacial, haciendo énfasis para la formulación de los primeros en las operaciones, básicamente en la parte de estructuras aditivas, y en los segundos en las relaciones Euclídeas, basándose para ello en el

pensamiento métrico, concretamente en la medida, además presentan dificultades para plantear preguntas referidas a un concepto geométrico en particular, así como para argumentar respuestas.

Castrillón Quintero, Jaime Alberto (2014), desarrolla una investigación denominada “Diseño de una unidad didáctica para la enseñanza del concepto de volumen, que favorezca el aprendizaje significativo en los estudiantes del grado 9º de la I.E el Pedregal del municipio de Medellín”, tal proyecto tuvo como objetivo general Diseñar una unidad de aprendizaje potencialmente significativa (UEPS) para la enseñanza del concepto de volumen en los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa El Pedregal del municipio de Medellín. Y como objetivos específicos:

- Identificar los conocimientos previos que tienen los estudiantes acerca del concepto de volumen de sólidos.
- Establecer una estrategia metodológica para enseñar el concepto de volumen a los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa El Pedregal.
- Aplicar la unidad de aprendizaje potencialmente significativa que enseñe el concepto de volumen a los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa El Pedregal.
- Evaluar los resultados obtenidos después de la aplicación de la UEPS.

La metodología utilizada en esta propuesta consiste en la elaboración de una unidad didáctica apoyada en la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, quien dice que el aprendizaje que se da en el estudiante es significativo cuando el nuevo conocimiento adquirido toma sentido, al interactuar con las ideas relevantes propias y existentes en su estructura cognitiva, lo fundamental es, partir de lo que sabe el estudiante y averiguar qué sabe. Para ello fue necesario usar una secuencia lógica para la unidad basada en los aspectos de la UEPS (Unidad de Enseñanza Potencialmente significativa)

A manera de conclusiones

El diseño de una unidad didáctica basada en la teoría de Ausubel, se convirtió en una herramienta importante que permitió crear las condiciones adecuadas para la enseñanza y el aprendizaje significativo del concepto de volumen.

Mediante las actividades propuestas en la unidad didáctica, se lograron en un primer momento, identificar los conocimientos previos que los estudiantes del grado décimo tenían acerca

del concepto de volumen, tomándolos como punto de partida para la introducción o “reintroducción “ del mismo, ya que la unidad se desarrolla siguiendo una secuencia lógica de manera que los estudiantes se fueran involucrando gradualmente en la construcción y posterior adquisición de este elemento del pensamiento espacial.

Durante el desarrollo de las actividades introductorias al concepto de volumen, relacionadas con la percepción, comparación y medición, los estudiantes tuvieron la oportunidad de manipular un material concreto lo que resultó de gran interés para ellos y logró cautivarlos de manera sorprendente, hasta el punto de llevarlos a participar activamente en el desarrollo del trabajo propuesto en cada una de las guías. Igualmente, la utilización de este material fue de gran utilidad a la hora de identificar la magnitud volumen, mediante el tacto, el llenado y empaquetamiento de objetos y líquidos, estableciendo diversas relaciones del tipo capacidad – capacidad, volumen – volumen y capacidad; con todas ellas se logró alcanzar un primer acercamiento a este concepto.

Las diferentes actividades de comparación y la utilización de algunas unidades no convencionales, para establecer diferencias de volumen entre dos recipientes distintos o para medir el volumen de un líquido en un recipiente dado en los que utilizaron varias unidades diferentes entre sí, condujeron a los estudiantes a adoptar una unidad de medida estándar o de manejo universal sistema métrico decimal que pudiera ser utilizada por cualquier persona en cualquier parte del mundo, a la hora de establecer comparaciones. Este sistema métrico decimal es de gran utilidad a la hora de aplicarlo en la solución de problemas que impliquen la manipulación y medición del volumen de objetos de forma regular o irregular.

Con el diseño de esta UEPS, se busca realizar un aporte a la didáctica de la enseñanza del concepto de volumende una forma diferente a lo que tradicionalmente se había venido trabajando en la I.E. El Pedregal, promoviendo el trabajo autónomo y colaborativo, que facilite la participación del estudiante en la construcción de su propio conocimiento, de manera que aprendan significativamente, evitando ante todo aquellas prácticas que confluyan en un aprendizaje memorístico y poco aplicable, para que adquiera un sentido real para los estudiantes, fortaleciendo sus procesos de formación y desarrollo del pensamiento espacial.

Hernández Escobar, Edwin Femando (2016) en el trabajo de maestría “Estrategia para la enseñanza de los conceptos de área y de volumen, utilizando como mediadores de aprendizaje el origami y las tecnologías digitales”

Esta investigación abordó, desde el pensamiento geométrico teniendo como punto de partida los lineamientos curriculares del MEN (1998) y el modelo pedagógico constructivista de Ausubel (1983), analizando la evolución del aprendizaje en el reconocimiento de las formas geométricas, cuyas fases fueron articuladas a la organización del currículo institucional, con el objeto de activar los conocimientos previos, al hacer significativo los aprendizajes de los conceptos de área y de volumen en los estudiantes, permitiendo que ellos los puedan observar y clasificar en su contexto.

El objetivo central fue implementar una estrategia apoyada en una unidad didáctica, vinculada con la enseñanza del concepto de área y de volumen en el grado noveno, mediadas con el uso de material concreto como fue el origami y con las tecnologías digitales: geogebra y sweet home 3D. La metodología de investigación fue de carácter cualitativo y se desarrolló desde un estudio de casos, se tomó una muestra de estudiantes de la IER Carlos González del Municipio de Belmira, Departamento de Antioquia, Colombia; se indagó inicialmente con una prueba de entrada sobre algunos conocimientos previos de los estudiantes, se evidenció a partir de estas preguntas, el manejo de las representaciones gráficas y el lenguaje natural; posteriormente se diseñaron para otras fases de la investigación otros instrumentos para la recolección de información, como la encuesta; seguidamente se intervino con la unidad didáctica a través del uso del material concreto tendientes a favorecer la apropiación y transición del concepto del espacio bidimensional al tridimensional, por parte de los estudiantes, en los diferentes contextos; finalmente, se aplicó una prueba de salida, y a partir de los resultados observados desde el objeto matemático y de los referentes teóricos, se lograron obtener unos resultados.

A manera de conclusiones

Se generaron espacios de aprendizaje colaborativo en el aula de clase para promover una enseñanza y aprendizaje en los conceptos de área y de volumen, que brindó la posibilidad de identificar las formas de razonamiento geométrico, en relación al modelo pedagógico de Ausubel, con la participación de los estudiantes y logrando una mejoría en sus desempeños. Lo anterior se realizó en mediación con las tecnologías digitales y material concreto como el origami, como

herramienta didáctica en el aula de clase, que favoreció la motivación del estudiante en un ambiente de aprendizaje, en donde los conceptos aprendidos, no se quedaron únicamente en el proceso memorístico, sino que trascendieron a su realidad inmediata.

Este trabajo de investigación permitió analizar los conceptos de área y de volumen mediante el desarrollo de la unidad didáctica, en mediación con las tecnologías digitales y el uso de material concreto, que permitió al estudiante ser parte activa de su proceso de aprendizaje apropiándose de la información, enriqueciendo así, sus conocimientos.

El aprendizaje por parte de los estudiantes es significativo, de acuerdo a la especificidad de su lenguaje y lo evidenciado en los resultados de la prueba de salida, esto ayudó para que el proceso de la formación integral llevara al estudiante a establecer una relación entre los conceptos de área y de volumen. Este proceso dio como resultado la interacción de los nuevos conocimientos, aplicándolos a situaciones de su cotidianidad

Se evidenció mayor asertividad de los estudiantes, dando respuestas aproximadas a las preguntas planteadas en la prueba de salida, generando diversas soluciones a los diferentes problemas que enfrentan los estudiantes tanto en su contexto inmediato, como en el salón de clases; desarrollando una mejor expresión verbal en un ambiente que le permita aprender de sus errores y mejorar el uso del lenguaje matemático mediante sus ideas, opiniones y críticas en su diario quehacer demostrando un mayor interés por el área de geometría

Para finalizar Palacio Cuesta, Mayenci; Zapata Vargas, Luz Marina y Rojas Ramos, Diana Marcela (2018) en el trabajo de grado “El material concreto como herramienta para desarrollar competencias en el pensamiento geométrico”. La anterior propuesta fue realizada en la I.E. Joaquín Vallejo Arbeláez, en la ciudad de Medellín, en el barrio Llanaditas y tuvo como objetivo general: Potenciar la competencia de razonamiento del componente geométrico en los estudiantes del grado 7°1 de la I.E. Joaquín Vallejo Arbeláez, a partir de la implementación de una secuencia de actividades enmarcadas en el cálculo de áreas y volúmenes, mediadas por el uso de material concreto. Y como objetivos específicos:

- Diagnosticar un estado inicial de los estudiantes del grado 7°1 de la I.E. Joaquín Vallejo Arbeláez a partir de una prueba inicial inmersa en los conceptos de área y volumen de figuras y sólidos geométricos.
- Implementar una secuencia de actividades para el cálculo de áreas y volúmenes que se enmarque en el desarrollo de la competencia de razonamiento del componente geométrico y sean mediadas por el uso de material concreto.
- Determinar los resultados de la implementación de la secuencia de actividades para analizar y concluir en qué medida la estrategia potencia la competencia de razonamiento del pensamiento geométrico en los estudiantes del grado 7°1 de la I.E. Joaquín Vallejo Arbeláez

En busca de mejorar estas falencias se implementó una propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría desde el cálculo de área y volumen con material concreto en el aula de clase, lo cual permitió que los estudiantes manipularan, visualizaran, participaran e interactuaran con cada una de las actividades en su proceso de aprendizaje, para contribuir con el desarrollo de las actividades se utilizó material como: plastilina, palillos, pitillos, lana, cajas de cartón, pilas, hojas iris, pelotas, papel cartón y los elementos del aula, lo cual genero una mejor modelación y comprensión en el pensamiento espacial. Con esta propuesta didáctica se logró en los estudiantes avances y habilidades en el desarrollo de elementos de área y volumen a partir del uso de material concreto, aunque fue necesario replantear en todo momento porque había vacíos conceptuales que no permitieron avanzar de una manera adecuada.

Planteamiento del Problema

Si bien el pensamiento y manera de enseñar de numerosos docentes se ve reflejado en llevar a punto ideal las matemáticas como una asignatura más que el estudiante debe de cumplir dentro del alcance de sus competencias, logros, indicadores y contenidos. Dicha área del conocimiento se debería utilizar como una herramienta necesaria e indispensable para entender, comprender, analizar y deducir; concluir y proponer el mundo tangible que nos rode, dejar la antipatía por este lenguaje que, aunque no lo vemos, lo empleamos y lo observamos de forma inconsciente en cada una de las acciones que desarrollamos a lo largo de la vida.

Las matemáticas en primera instancia es una ciencia arcaica; y existe hace mucho tiempo antes de que se le diera su nombre; su historia se remonta mucho antes de que el ser humano aprendiera a contar, y como lo afirma la reconocida frase de Deepak Chopra, las matemáticas expresan valores que reflejan el cosmos, incluyendo el orden, equilibrio, armonía, lógica y belleza abstracta.

En la actualidad el papel que desempeñan las matemáticas en el contexto escolar, lleva a reflexionar sobre su ejecución y práctica, ya que es un área donde a partir de los índices de calidad y resultados a nivel local, regional y nacional presenta una barrera que impide la competencia y apropiación del aprendizaje final que pretende la enseñanza impartida en esta área.

Es contradictorio, que mientras se sepa y se acepte que las matemáticas juegan un papel importante dentro del desarrollo educativo de una ciudad o de un país, la práctica educativa y el enfoque de los docentes hagan de esta disciplina una de las que contribuyen a generar la desigualdad y el rechazo al interior de las aulas de clase. Lo anterior, hace ver a las matemáticas como un área difícil, inútil y descontextualizada.

"Desde hace tres décadas, la comunidad colombiana de educadores matemáticos viene investigando, reflexionando y debatiendo sobre la formación matemática de los niños, niñas y jóvenes y sobre la manera como ésta puede contribuir más eficazmente a las grandes metas y propósitos de la educación actual". (Ministerio de Educación Nacional, 1998)"

Teniendo como base lo anterior, es responsabilidad de los docentes del área de matemáticas, incorporar estrategias didácticas encaminadas al fortalecimiento de las habilidades y destrezas en los estudiantes, las cuales a su vez posibilitarán el desarrollo de competencias propias del área que permitan dar solución a situaciones problema presentes en el contexto educativo y social, incentivando hacia la construcción del conocimiento desde sus propios intereses y necesidades. De este modo es más que necesaria la creación de un espacio de reflexión y estudio sobre las matemáticas, en cuanto objeto de enseñanza y aprendizaje, sobre los instrumentos conceptuales y metodológicos de índole general.

La matemática se debe encaminar en la resolución de problemas y de esta forma potenciar la capacidad y curiosidad que de cierto modo siempre han estado escondidas, pasivas o no han salido a flote por falta de motivación de los estudiantes y del docente mismo. Cabe resaltar que la

autonomía despierta experiencias mediadas por nuevos aprendizajes, donde sean capaces de pensar por sí mismos, y reflexionar sobre sus propios procesos de pensamiento y de esta forma el aprendizaje se vuelva significativo.

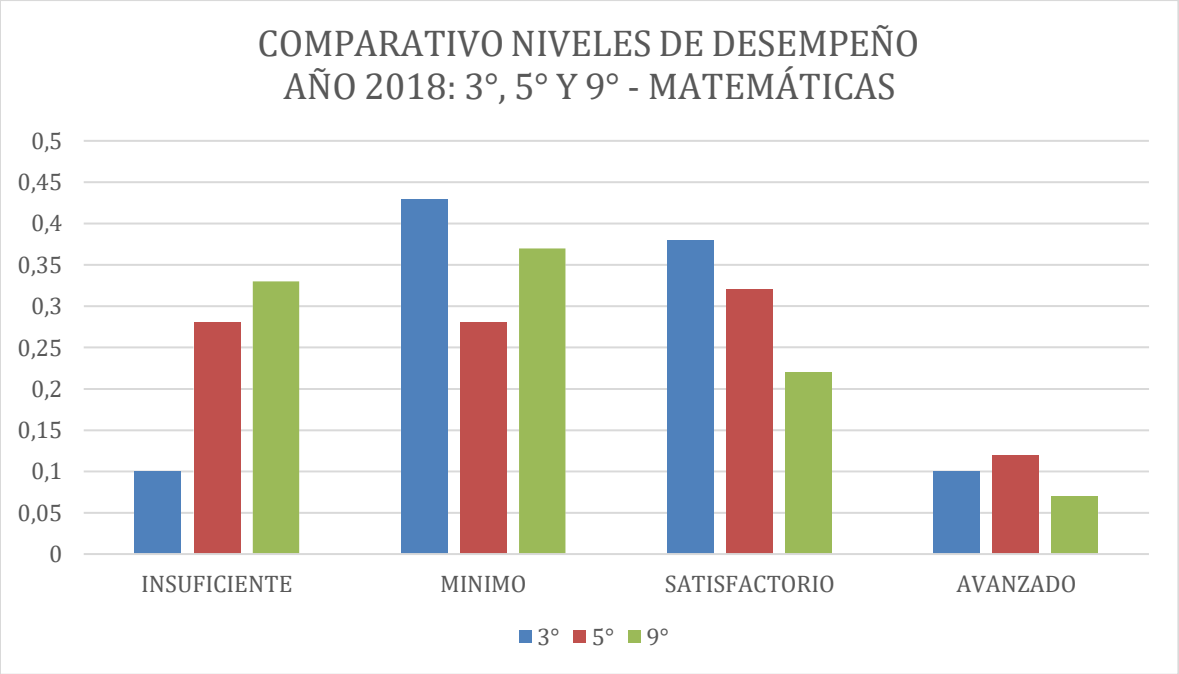
Teniendo en cuenta lo anterior, los antecedentes a nivel internacional, nacional y local, y sabiendo que de esta ciencia se derivan varias ramas exactas, está el saber de la geometría, más específicamente el volumen y capacidad de cuerpos o solidos geométricos que en muchas de las instituciones educativas, es uno de los campos o rama de la matemática menos desarrollado dentro del plan de estudios del área de matemáticas y por ende en las planeaciones de los docentes que dictan el área, esto se ve evidente en el poco tiempo que se le dedica y por otro lado en el tipo de actividades que se diseña, se ejecutan y se aplican.

Con respecto al diseño de las actividades, están son planas y netamente teóricas u operacionales, en ocasiones se planea o se ejecuta para el último periodo académico o par la última semana de periodo, o en consecuencia se lleva a cabo el tema de manera superficial, es decir, solo se esbozan conceptos y términos que relacionan la parte conceptual, quedándose en la ejecución en el papel y no se trasciende a nivel práctico, y como fin último la aplicación se convierte en evaluaciones memorísticas o conocimientos abstractos que poco sentido tienen para el educando.

Asimismo, el volumen y capacidad de cuerpos o sólidos geométricos en los procesos escolares se ha inclinado como si tal tema fuese una lista de palabras donde se consignan una serie de conceptos y definiciones, y en la mayoría de los casos los docentes se enfocan a procesos básicos como lo son el cálculo de perímetro, áreas y volumen de figuras geométricas que al fin de cuentas solo están plasmados en el tablero, y con ello los docentes creen haber enseñado y alcanzado los desempeños a un nivel satisfactorio.

Pérez k. (2009) afirma que “Los docentes se preocupan principalmente en enseñar cuales son las figuras geométricas básicas, sin explicar detalladamente sus propiedades y muchos menos darles la oportunidad a los niños que atribuyan sentidos a estos conocimientos mediante la exploración de su entorno, pues solo usan el cuaderno y pizarrón como únicos recursos. La escuela ha limitado exageradamente los problemas geométricos: los del meso-espacio, cuya geometría es limitada al aula, al pupitre y sobre todo al cuaderno, donde el niño no tiene que moverse ni trasladarse; ya que solo es una geometría de papel y de tijeras” (p. 11).

Analizando la problemática del Colegio Ciencia y Vida con respecto a los grados 3°, 5° y 9°, se puede apreciar que el grado tercero tiende a nivel de desempeño mínimo, pero puede llegar a estar ubicado en un nivel de desempeño satisfactorio, ya que existe buena cantidad de estudiantes cerca de dicho nivel, que con estrategias o un plan de mejoramiento concreto podrían mejorar. El grado quinto inicialmente se muestra con nivel de desempeño insuficiente – mínimo, es decir, el 50% de esta población está por debajo del desempeño mínimo, incluyéndolo, sin embargo, es uno de los grupos con mayores estudiantes en el desempeño avanzado, lo cual puede significar posibilidad de mejorar el nivel satisfactorio, y de esta forma pasaría de nivel el 50% de estudiantes iniciales. Por otra parte el grado noveno presenta diferenciales con respecto a los cuatro desempeños, tendiendo al desempeño mínimo y siendo uno de los grados con mayor porcentaje en el nivel de desempeño insuficiente y más bajo en el nivel de desempeño avanzado, siendo este grado con el mayor déficit, y con el que se deme implementar las estrategias suficientes y necesarias para mejorar en los diferentes desempeños.

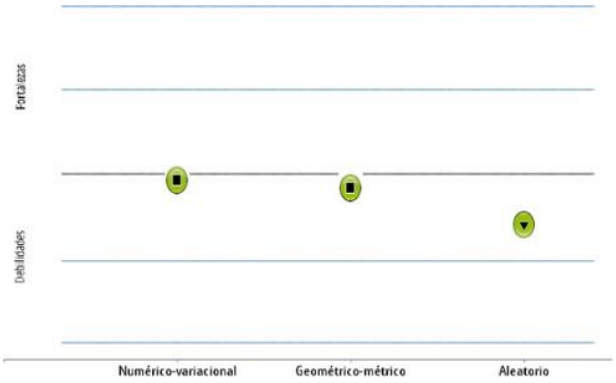


Se puede visualizar que en los últimos años los estudiantes de estos tres niveles de escolaridad presentan un porcentaje básico en el nivel de insuficiente, sin poder apreciar una mejoría, es decir, en los tres grados la tendencia es a subir y no a mejorar o pasar de nivel. También, en este lapso de tiempo hubo cambio constante del docente de matemáticas que impartía las clases en dichos grados.

Fortalezas y debilidades relativas en las competencias y en los componentes grado 3°

Competencias evaluadas

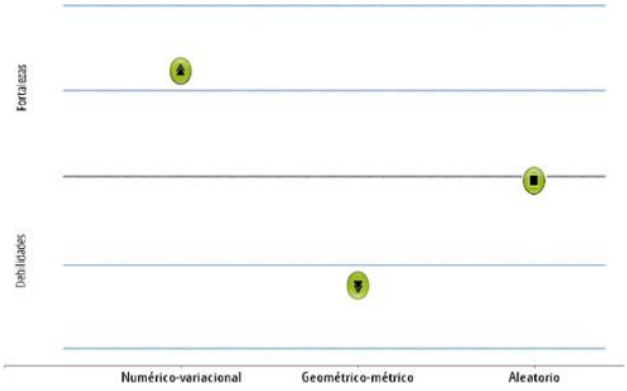
Componentes evaluados



Fortalezas y debilidades relativas en las competencias y en los componentes grado 5°

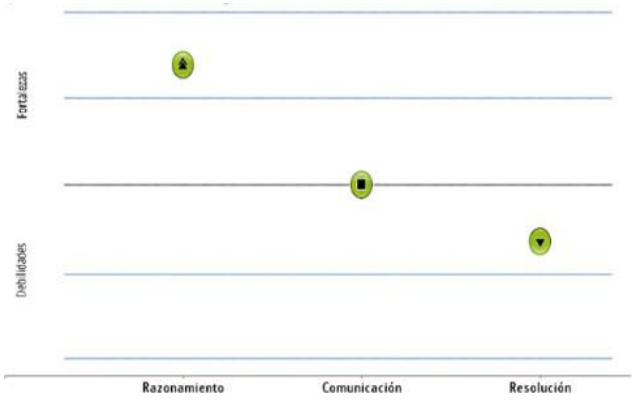
Competencias evaluadas

Componentes evaluados

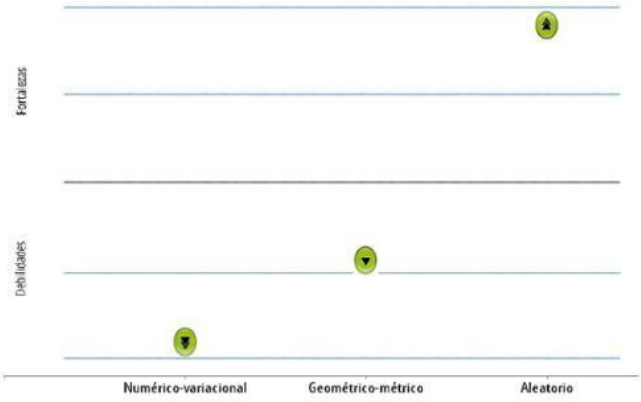


Fortalezas y debilidades relativas en las competencias y en los componentes grado 9°

Competencias evaluadas



Componentes evaluados



Se debe añadir que, en el desarrollo de estas pruebas, los estudiantes muestran debilidades en las competencias evaluadas a nivel general al igual que en los pensamientos matemáticos (componentes) relacionados con los casos. Observando la problemática que presentan dichos grados y los diversos antecedentes se debe intervenir la competencia de resolución de problemas y el componente o pensamiento geométrico – métrico, ya que, la resolución de problemas tiene inmerso la competencia comunicativa y por ende el razonamiento, y el componente o pensamiento geométrico – métrico puede trabajar de cierta forma la parte numérica – variacional.

Vale la pena mencionar que el problema planteado es una de las realidades de algunas instituciones educativas de la ciudad de Medellín, se ha elegido el Colegio Ciencia y Vida para desarrollar a profundidad este proceso de investigación. Se intenta utilizar este espacio de la educación como foco piloto para posteriormente generar reflexiones y discusiones pedagógicas que sirvan de estrategia curricular de intervención para el contexto interno del colegio y como referente a las instituciones vecinas en el marco del área de matemáticas.

Pregunta de Investigación

¿Qué estrategias didácticas utilizadas para el cálculo de volumen y capacidad de sólidos geométricos contribuyen al desarrollo del pensamiento geométrico – métrico para fortalecer la resolución de problemas en estudiantes del grado 10° del Colegio Ciencia y Vida?

Objetivos de la Investigación

Objetivo General.

Diseñar una estrategia didáctica que contribuya al desarrollo del pensamiento geométrico –métrico en el cálculo de volumen y capacidad de sólidos geométricos para mejorar el proceso de resolución de problemas en estudiantes del grado 10° del Colegio Ciencia y Vida

Objetivos Específicos.

1. Identificar debilidades en la resolución de problemas y revisar conceptos previos que tienen los estudiantes del grado 10° con respecto al volumen y capacidad de sólidos geométricos.

2. Diseñar una estrategia didáctica que ayude y fortalezca las debilidades identificadas en los estudiantes del grado 10°.

3. Implementar la estrategia didáctica creada en la resolución de problemas con respecto al cálculo de volumen y capacidad

4. Interpretar los resultados obtenidos a partir de la aplicación de la estrategia didáctica sobre volumen y capacidad de sólidos geométricos.

Justificación

Hoy por hoy en la escuela, el concepto de volumen y capacidad se ha abordado sencillamente a identificar elementos o partes de algunos cuerpos o sólidos geométricos, para hallar su área y su volumen desde una perspectiva superficial. Por lo general los maestros y en algunos textos escolares limitan su estudio escuetamente a la aplicación de fórmulas y relaciones para el cálculo de áreas y volúmenes respectivamente. Teniendo como base las acciones anteriores, en ocasiones, no se desarrolla el proceso lógico de relacionar lo aprendido con el resultado final de su aplicación, sea de forma, concreta, abstracta o meramente operacional, es decir, que el error común es que se siguen pasos algorítmicos, pero no se pregunta ni se analiza el porqué de la situación y del resultado.

De otra forma es cierto, que en el Colegio Ciencia y Vida, según el análisis de la pruebas saber 3°, 5° y 9° presentan una puntuación baja con relación a los componentes y competencias del pensamiento espacial y sistemas geométricos, en ellas se evidencia una gran debilidad a la hora de abordar el concepto de volumen y más aún la problemática viene desde la forma de enseñarlo a los estudiantes, pues a pesar de que se trabaja según los estándares propios del área de matemáticas, no se ha abierto el espacio para reflexionar detenidamente en torno a este tema de modo que los estudiantes se puedan apropiar de él de manera significativa.

La idea de diseñar una estrategia didáctica para que los estudiantes del grado décimo del Colegio Ciencia y Vida asilen mediante la solución de problemas los conceptos de capacidad y volumen de sólidos geométricos, sale a raíz de las experiencias y las prácticas pedagógicas vidas dentro del aula de clase, donde la mayor dificultad que afrontan los estudiantes es la de identificar este concepto con un sentido geométrico espacial, como por ejemplo, el espacio que ocupa un cuerpo, y junto con esto, la dificultad para diferenciar los conceptos de volumen y de capacidad, así como el manejo de las unidades de medida adecuadas y los factores de conversión que el uso de estas implica para hacer coherente esta relación. Lo anterior incurre directamente en el desarrollo del pensamiento espacial y métrico lo que culmina en un problema de ubicación espacial tridimensional, así como en el manejo de sus respectivas unidades de medida. Además, se

trata de un tema que hace algunos años ha venido perdiendo protagonismo dentro del área de matemáticas.

Dicho lo anterior, esta propuesta se convierte en una gran oportunidad para poner a producir el potencial que tiene el colegio en cuanto a los estudiantes del grado décimo, siendo necesaria la intervención y la estrategia didáctica para fortalecer las competencias necesarias y obtener así, un desempeño más plausible en las pruebas internas y externas con las que miden el nivel de calidad académica del colegio.

Lo antepuesto, da lugar al planteamiento del siguiente interrogante: ¿Qué estrategias didácticas utilizadas para el cálculo de volumen y capacidad de sólidos geométricos contribuyen al desarrollo del pensamiento geométrico – métrico para fortalecer la resolución de problemas en estudiantes del grado 10° del Colegio Ciencia y Vida?

El diseño de la estrategia didáctica, teniendo en cuenta la teoría del aprendizaje significativo de Moreira, se trueca en una propuesta didáctica para el saber del concepto de capacidad y volumen en los estudiantes del grado decimo, unido a esto esta Polya con la resolución de problemas y las teorías de Orlando Monsalve y John Jairo Munera con situaciones problema, aplicando el ABP (Aprendizaje Basado en Problemas). Todo esto se enmarca en una serie de pasos que al seguirlos los lleva paso a paso y de forma sistemática a la apropiación de los conceptos.

Las actividades buscan involucrar al estudiante para que construya el concepto partiendo de la percepción de capacidad y volumen, pasando por la comparación y la medición, antes de llegar a la aritmetización, punto en el cual los estudiantes ya deben tener estructurado la noción de volumen. Todo debe darse antes de continuar con la aplicación de las fórmulas correspondientes para la medición de esta magnitud en un objeto dado, de modo que una vez aprendido generen la capacidad de resolver diversas situaciones de estimación propias de su interacción con el entorno.

Cabe apuntar que lo propuesto en esta investigación va en perfecta armonía con los Lineamientos Curriculares del Ministerio de Educación Nacional, en donde se evidencia la necesidad respecto a la formación en la básica y en la media, la necesidad de fortalecer los pensamientos: espacial y sistemas geométricos y métrico y sistemas de medida, igualmente, existe

la necesidad de desarrollar en los estudiantes, la capacidad de analizar situaciones en contexto y de utilizar modelos matemáticos para entender y representar relaciones cuantitativas y espaciales.

En síntesis, la idea es favorecer a los estudiantes del grado décimo del Colegio Ciencia y Vida en cuanto a la enseñanza de los conceptos de capacidad y volumen para que estos mismos mejoren en la resolución de problemas, lo asimilen de forma significativa, logrando el desarrollo del sentido de la ubicación espacial, de tal modo que a la hora de que un estudiante se enfrente con una situación contextualizada tengan tan claro este conocimiento adquirido en la resolución de problemas reales. Por otra parte, que el uso de las fórmulas de área y volumen, así como la conversión de unidades y la identificación de cuerpos geométricos regulares irregulares sean las herramientas que use el estudiante para resolver y analizar problemas que se le presenten en las diferentes situaciones de la vida cotidiana.

Alcances y limitaciones de la Investigación

El alcance de este proyecto será únicamente para el grado 10° del Colegio Ciencia y Vida, la investigación se usará para intervenir en los procesos de enseñanza y aprendizaje de cálculo de sólidos geométricos.

Marco Teórico Referencial

Marco Conceptual

Geometría

Etimológicamente hablando, la palabra Geometría procede del griego y significa “Medida de la Tierra”. La Geometría es la parte de las Matemáticas que estudia las idealizaciones del espacio en términos de las propiedades y medidas de las figuras geométricas.

La Geometría no estudia el espacio real en sí mismo, sino objetos ideales (también conocidos como objetos matemáticos o geométricos), sus propiedades, relaciones y teorías, construidos por abstracción de cualidades del espacio real o de otros objetos ideales creados previamente (en el espacio real no existen círculos, pentágonos, rectas, puntos, esferas… sino objetos que tienen forma de… o modelizados por…; la realidad física siempre es menos perfecta que la realidad geométrica pensada o ideal).

Cálculo

Esta palabra viene del latín calculus, que significa piedra, la cual usaban para contar, también consideran que es el producto que corresponde a la acción de calcular.

El cálculo es una rama de las matemáticas, que describe los pasos necesarios para llevar a cabo el proceso a través del cual se obtiene el resultado de un ejercicio matemático. Es importante acotar que al hacer un cálculo aritmético se debe sumar, multiplicar, dividir, restar o ejecutar otra operación matemática que conlleva números. (Definicion.xyz)

Magnitudes y Medida

La palabra magnitud proviene del latín magnitudo, magnitudinis que significa grandeza. Este primer acercamiento a la definición de magnitud nos lleva hacia la cualidad de un objeto de ser grande o no. En astronomía, la palabra magnitud es usada para referenciar la intensidad o tamaño de brillo de un astro y en otros contextos, de uso cotidiano, hace referencia a algo grande e importante.

El anterior significado no está tan alejado del usado en la educación matemática, pues también se relaciona con la idea del “tamaño” de los objetos. Específicamente en la educación matemática, se llama “magnitud física a la característica observable, describible, comparable, clasificable y cuantificable de las sensaciones producidas por un cuerpo o un acontecimiento del entorno” (Godino, Juan D;, 2004)

(Godino, Juan D;, 2004) define magnitud como: “los atributos o rasgos que varían de manera cuantitativa y continua (longitud, peso, densidad, etc.), o también de manera discreta (p. e. “el número de personas”); las cantidades son los valores de dichas variables” (p.297).

Además, en el documento Matemáticas para maestros (2004), Godino resalta la importancia que tiene el que los maestros conozcan algunos conceptos asociados a las medidas de magnitud pues son de gran relevancia para la enseñanza y el aprendizaje significativo de las mismas. A continuación, los abordaremos.

Se puede decir entonces, que medir es relacionar una magnitud con otra u otras magnitudes de la misma especie con un valor concreto tomado arbitrariamente como modelo de comparación. El objeto tomado como modelo para medir, es lo que llamamos unidad o patrón de medida. El resultado de la medida debe ir acompañado de la unidad correspondiente. (Alvarez Forero & Salazar Henao, 2017)

Sólidos Geométricos

Un sólido o cuerpo geométrico es una figura geométrica de tres dimensiones (largo, ancho y alto), que ocupa un lugar en el espacio y, en consecuencia, tienen un volumen. A continuación, se definen algunos objetos geométricos que están alrededor del concepto que este trabajo aborda. Los cuerpos geométricos pueden ser: Poliedros y Cuerpos Redondos. (Díaz Avendaño, 2018)

Volumen y Capacidad

La capacidad es una propiedad que tienen ciertos cuerpos. Como en el caso del volumen o cualquier otra magnitud, se requiere de un conjunto de objetos susceptibles de ser medidos respecto de esa magnitud. En relación con la capacidad, tales objetos son los recipientes o contenedores; usando un lenguaje común, la capacidad de estos objetos puede definirse como: “lo que les cabe”, o bien, “lo que contienen”. De forma un poco más precisa, la capacidad de un recipiente es igual al volumen del objeto moldeable (cuerpo o unión de cuerpos, líquido o gas) que llena al recipiente. El estudio del concepto volumen en la educación básica, se inicia con actividades de llenado de cajas. Los alumnos construyen en el interior de una caja un objeto “con la misma forma” que el interior del recipiente con cubos que representan unidades de medida del volumen (tratamiento unidimensional). Por medio de este tipo de actividades y el conteo de las unidades de medida se sustenta el cálculo del volumen de los paralelepípedos como el producto de las longitudes: largo, ancho y alto (tratamiento tridimensional). (Díaz Avendaño, 2018)

Área y Superficie

Algunos autores señalan de manera específica aspectos importantes relacionados con la enseñanza y el aprendizaje del área. En esta sección se señalan algunos de ellos, junto con las consideraciones más relevantes al respecto.

Del (Olmo Romero, Moreno Carretero, & Gil Cuadra, 1993)señalan que la enseñanza del área involucra una serie de conceptos y procesos previos, su compresión implica que se realice un trabajo práctico de medición, donde el estudiante pueda observar las múltiples aplicaciones que ésta tiene en la cotidianidad y que además se presenta en una serie de situaciones donde su uso es necesario e indispensable para la solución de problemas prácticos. La formación del concepto de área viene dada por tres tipos de aproximaciones: Repartir Equitativamente, Comparar y Reproducir, y Medir. Asociados a estos conceptos están los procesos de percepción, comparación, medida y estimación, los cuales están relacionados transversalmente.

Repartir

Repartir equitativamente incluye aquellas situaciones en las que se debe repartir un objeto dado, este tipo de aproximación está estrechamente relacionada con el concepto de fracción, ya que la fracción se utiliza en este sentido como medidora de la magnitud superficie.

Comparar y reproducir como aproximación al concepto de área, es un poco más compleja que repartir equitativamente, pues incluye situaciones en las que se debe comparar dos superficies y situaciones en las que, dada una de ellas, se debe hallar otra de igual área (por ejemplo dibujar un cuadrado que tenga igual área que un círculo).Estas situaciones pueden ser resueltas mediante alguno de cinco procesos: Por inclusión, por transformaciones de romper y rehacer, por estimación, por medida o por medio de funciones.

Medir

Incluye situaciones en las que la superficie aparece ligada a un proceso de medida, ya sea para comparar, repartir o valorar. Su realización puede efectuarse por medio de cuatro formas: recubrimiento con unidades, acotación entre un valor superior e inferior, transformaciones de romper y rehacer y/o relaciones geométricas.

Medir puede ser visto como el eje de los procesos de construcción, manejo y comprensión de las magnitudes.

Percepción.

Desde la percepción es como el estudiante construye la medida del objeto, este tipo de aproximación realizada por los niños es previa a otro tipo de abstracción frente a la medición.

Comparación.

La comparación de áreas implica el establecimiento de diferencias y semejanzas frente al tamaño de las superficies, de forma directa, con procesos de medición, o de forma indirecta, por estimación o por uso de fórmulas.

Resolución de Problemas

Según George Polya (1965) A manera de introducción, y como hipótesis, el autor establece una lista de preguntas que pretenden estimular el pensamiento de quien confronta el problema. Así para resolver un problema es necesario atravesar cuatro etapas:

1. *Comprender el problema.* Mediante preguntas como: "¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál y cómo es la condición?" (p. 19) el estudiante debe contextualizar el problema. Generalmente esta etapa es de las más complicadas por superar, puesto que muchas veces un joven inexperto busca expresar procedimientos antes de verificar si esos procedimientos pueden llevarse a cabo en la naturaleza que enmarca el problema.

2. *Concebir un plan.* En esta fase, Polya sugiere encontrar algún problema similar al que se confronta. En este momento, se está en los preámbulos de emplear alguna metodología. Esta es la forma en que se construye el conocimiento según Polya: sobre lo que alguien más ha realizado.

3. *Ejecución del plan.* Toda vez que se tiene en claro un plan de ataque, este debe ejecutarse y observar los resultados. Desde luego que el tiempo para resolver un problema es relativo, en muchas ocasiones, es necesario un ir y venir entre la concepción y la ejecución del plan para obtener resultados favorables. En este sentido, han existido múltiples problemas matemáticos abiertos durante muchos años, por ejemplo, el último teorema de Fermat conjeturado en el siglo xvii que no fue demostrado sino hasta 1995.

4. *Examinar la solución obtenida.* Es en esta etapa en donde la resolución de un problema da pie a un gran descubrimiento. El autor señala que en esta fase se procura extender la solución de un problema a tal vez algo más trascendente: "¿Puede emplear este resultado o el método en otro problema?" (p. 19).

Aprendizaje Significativo

La idea de aprendizaje significativo con la que trabajó Ausubel es la siguiente: el conocimiento verdadero solo puede nacer cuando los nuevos contenidos tienen un significado a la luz de los conocimientos que ya se tienen.

Es decir, que aprender significa que los nuevos aprendizajes conectan con los anteriores; no porque sean lo mismo, sino porque tienen que ver con estos de un modo que se crea un nuevo significado.

Por eso el conocimiento nuevo encaja en el conocimiento viejo, pero este último, a la vez, se ve reconfigurado por el primero. Es decir, que ni el nuevo aprendizaje es asimilado del modo literal en el que consta en los planes de estudio, ni el viejo conocimiento queda inalterado. A su vez, la nueva información asimilada hace que los conocimientos previos sean más estables y completos.

El aprendizaje significativo se opone al tipo anterior, fundamentalmente, porque para que se produzca es necesario buscar de forma activa una vinculación personal entre los contenidos que aprendemos y aquellos que ya habíamos aprendido. Ahora bien, en este proceso hay espacio para encontrar diferentes matices. David Ausubel distingue entre tres clases de aprendizaje significativo:

Aprendizaje de representaciones

Se trata de la forma más básica de aprendizaje. En ella, la persona otorga significado a símbolos asociándolos a aquella parte concreta y objetiva de la realidad a la que hacen referencia, recurriendo a conceptos fácilmente disponibles.

Aprendizaje de conceptos

Este tipo de aprendizaje significativo es parecido al anterior y se apoya en él para existir, de modo que ambos se complementan y "encajan" entre sí. Sin embargo, hay una diferencia entre ambos.

En el aprendizaje de conceptos, en vez de asociarse un símbolo a un objeto concreto y objetivo, se relaciona con una idea abstracta, algo que en la mayoría de los casos tiene un significado muy personal, accesible solo a partir de nuestras propias experiencias personales, algo que hemos vivido nosotros y nadie más.

Por ejemplo, para llegar a interiorizar la idea de lo que es una hiena es necesario desarrollar una idea de “hienidad” que permita diferenciar a estos animales de los perros, los leones, etc. Si con anterioridad hemos visto una hiena en un documental pero no la pudimos diferenciar de un perro grande, ese concepto no existirá, mientras que una persona familiarizada con los perros probablemente sí se dará cuenta de esas diferencias anatómicas y comportamentales significativas y será capaz de crear ese concepto como una categoría aparte de la de los perros.

Aprendizaje de proposiciones

En este aprendizaje el conocimiento surge de la combinación lógica de conceptos. Por eso, constituye la forma de aprendizaje significativo más elaborada, y a partir de ella se es capaz de realizar apreciaciones científicas, matemáticas y filosóficas muy complejas. Como es un tipo de aprendizaje que demanda más esfuerzos, se realiza de modo voluntario y consciente. Por supuesto, se sirve de los dos anteriores tipos de aprendizaje significativo.

https://psicologiaymente.com/desarrollo/aprendizaje-significativo-david-ausubel

Didáctica

El término fue consagrado por Juan Amos Comenio, en su obra Didáctica Magna, publicada en 1657, en la cual Comenio propone una nueva didáctica basada en tres principios: naturalidad, intuición y actividad. Para Comenio los fines de la educación están relacionados con: el saber, que comprende el conocimiento de todas las cosas, artes y lenguas; la virtud, que comprende las buenas maneras de vivir y el dominio de las pasiones; y la piedad, por la cual el alma del hombre se une a Dios. Para Juan Amos Comenio, la escuela es “un taller de hombre” para que los hombres se hagan verdaderamente hombres. El maestro es un ejemplo vivo para sus alumnos y la didáctica es “el arte de enseñar todo a todos”. Desde la mirada clásica de Comenius, la didáctica se convierte en un elemento neurálgico en el proceso de enseñanza, especialmente

desde la mirada, de poder enseñar todo a todos, generaliza la expresión didáctica a todos los niveles de la vida cotidiana de las personas, su sentir de enseñar todo, hace pensar en que la didáctica no solo está limitada al aula de clase, sino que en el cotidiano vivir del sujeto pueden presentarse situaciones que permitan el uso de la didáctica como parte del aprendizaje.

Diaz Barriga A. (2009), define la didáctica como "una disciplina sustantiva del campo de la educación, cuya tarea consiste en establecer elementos que permitan debatir los supuestos subyacentes en los procesos de formación que se promueven en el conjunto del sistema educativo". En esta definición, la cual se limita al ámbito educativo, se establece la didáctica como disciplina, es así que Diaz Barriga, en sus diferentes creaciones literarias, hace énfasis en la necesidad de incluir la didáctica como parte del currículo en la formación docente. Desde la mirada teórica de Diaz Barriga, se suponen diferentes elementos en la didáctica, en los que se puede considerar el docente, el estudiante y el contenido, ocupándose la didáctica específicamente de la forma en la que el contenido es interpuesto por el docente al estudiante, para que logre los procesos de reflexión y asimilación, propios del aprendizaje.

Para Camilloni (2007, Pag. 22) "la Didáctica es una disciplina teórica que se ocupa de estudiar la acción pedagógica, es decir, las prácticas de la enseñanza, y que tiene como misión describirlas, explicarlas y fundamentar y enunciar normas para la mejor resolución de los problemas que estas prácticas plantean a los profesores". Camilloni da un tinte científico al concepto, en este sentido, abre la posibilidad de estudiarla analizarla y fortalecerla, en el marco de las prácticas de enseñanza. La didáctica entonces se convierte en un problema científico de las ciencias de la educación; Camilloni (2007), habla de dos tipos de didáctica, la general y la especifica. La primera tiene lugar en cualquier espacio del ámbito educativo, sin tener diferenciación alguna entre tipos de instituciones, niveles de la educación o condiciones del sujeto,

mientras que la didáctica específica si considera dichos aspectos, para llegar a generar situaciones de aprendizaje, definidos acorde con las particularidades del contexto educativo en el que se desarrolla.

Para González, (1989, Pag. 55): “La Didáctica es un campo científico de conocimientos teóricoprácticos y tecnológicos, cuyo eje central es la descripción-interpretación y práctica proyectiva de los procesos intencionales de enseñanza-aprendizaje que se desarrollan en contextos de relación y comunicación para la integración de la cultura con el fin de transformarla.” Incluye González un término muy importante en el desarrollo del aprendizaje como lo es la intencionalidad, bajo esta definición, es importante considerar que la didáctica estará orientada por una intencionalidad o un objetivo perseguido desde la misma situación de enseñanza, por lo cual las situaciones didácticas pueden transformarse de acuerdo con las intencionalidades. En un mismo escenario de enseñanza pueden existir diferentes intencionalidades, una puede estar definida por la posibilidad de entender los conceptos, otra por la necesidad de generar un pensamiento crítico, y otra puede estar relacionada con la necesidad de entender los procesos, de tal forma que, en un mismo contexto, dependiendo de la intencionalidad, se generan diferentes situaciones didácticas, que permitan dar cumplimiento a dicha intencionalidad.

En conclusión, podemos definir la didáctica como una disciplina pedagógica que se encarga de dirigir y orientar las condiciones para que el proceso enseñanza aprendizaje se pueda realizar. Dentro de sus componentes, se pueden visualizar la intencionalidad, la enseñanza, el aprendizaje, y los procesos de instrucción.

En el marco de la estrategia didáctica a formular, cobra especial interés los diferentes elementos de la didáctica, pues éstos se convierten en el marco regulatorio sobre el que se definirán las diferentes acciones. Las intencionalidades están marcadas por el proyecto educativo y

por el objetivo del módulo, de tal forma que, a partir de los constructos previos del programa, se identifiquen intencionalidades especificas en la relación estudiante docente en el aula de clase.

Marco Referencial

Moreira y el Aprendizaje Significativo

"…En el libro Aprendizaje significativo: teoría y práctica. En el primer capítulo, Moreira enfoca su discurso en el modelo original de David Ausubel con respecto al aprendizaje significativo. Una de las ideas centrales, que será minuciosamente analizada, es la cita de Ausubel: "Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, diría lo siguiente: el factor aislado más importante que influye en el aprendizaje, es aquello que el aprendiz ya sabe. Averígüese esto y enséñese de acuerdo con ello". El autor exalta así la importancia del conocimiento, de parte del docente, de la estructura cognitiva preexistente del aprendiz, puesto que éste facilita el aprendizaje dándole sentido a aquello que se aprende. De allí, el uso frecuente de los conceptos de asimilación y de subsumidor…" (Moreira, Aprendizaje significativo: teoría y práctica, 2000)

Van Hiele y Niveles de razonamiento

"…El modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele explica cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes dividiéndolo en cinco niveles consecutivos: la visualización, el análisis, la deducción informal, la deducción formal y el rigor, los cuales se repiten con cada aprendizaje nuevo. El estudiante se ubica en un nivel dado al inicio del aprendizaje y, conforme vaya cumpliendo con un proceso, avanza al nivel superior. El modelo de Van Hiele también indica la manera de apoyar a los estudiantes a mejorar la calidad de su razonamiento, pues proporciona pautas para organizar el currículo educativo y así ayudar al estudiante a pasar de un nivel a otro…" (Vargas Vargas & Gamboa Araya, 2013)

Marco Teórico Metodológico

Diseño de la Investigación

Esta investigación es de carácter cualitativo, pues emplea la recolección de datos sin medición numérica para descubrir o ajustar preguntas de investigación, que me permitirán probar una hipótesis, en su proceso de interpretación" (Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2014). En este caso, se tendrá en cuenta el aprendizaje de la capacidad y el volumen de sólidos geométricos haciendo uso de la resolución de problemas, lo cual será evidente en los estudiantes, cuando den solución a las situaciones problemas presentados, a través de la realización de la estrategia didáctica.

Cabe anotar que la investigación es de tipo descriptivo pues se tendrá en cuenta la descripción, registro, análisis e interpretación de la naturaleza actual, y la composición o proceso de los fenómenos. El enfoque se hace sobre conclusiones dominantes o sobre grupo de personas, grupo o cosas, se conduce o funciona en presente" (Tamayo, 2004) En palabras de Sabino (1986) "comprende la descripción, registro, análisis e interpretación de la naturaleza actual, y la composición o proceso de los fenómenos; puesto que se quiere interpretar la forma inicial en que los estudiantes del grado décimo abordan la solución de problemas, en los cuales para ser solucionados requieren el manejo adecuado de la capacidad y volumen de sólidos geométricos. En éste método de investigación, de acuerdo a lo establecido por (Restrepo Gómez, 2004) bajo la hipótesis de considerar al maestro como investigador; se establecen tres fases en las cuales, el maestro se interesa por reconocer problemáticas en la enseñanza y busca mejorar las metodologías utilizadas en los espacios de aprendizaje; estas fases son: deconstrucción, reconstrucción y evaluación.

Tipo de investigación

Teniendo en cuenta a (Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2014)"Una investigación es de tipo descriptiva cuando busca especificar propiedades, características y rasgos importantes de cualquier fenómeno que se analice. Describe tendencias de un grupo o población."

Estos autores consideran que el propósito de este tipo de investigación es describir situaciones y eventos; es decir, los estudios descriptivos buscan especificar las propiedades

importantes de personas, grupos, comunidades o cualquier otro fenómeno que sea sometido a análisis.

Población y Muestra (sujetos de la investigación)

La práctica pedagógica se llevó a cabo en la Corporación Educativa Colegio Ciencia y Vida. Es una entidad educativa de carácter privado, cristiano y mixto que ofrece párvulos, pre jardín, jardín, preescolar, básica primaria, básica secundaria y media como énfasis en negocios internacionales, el colegio está compuesto por aproximadamente 310 estudiantes, de los cuales el 55% son mujeres y el 45% son hombres. El colegio tiene una planta docente de 18 maestros y 5 directivos: rectora, coordinadora general, educadora especial, psicóloga y capellán (Pastor), 2 secretarías, una académica y una encargada de tesorería, 1 directora de gestión humana, 1 portero, 1 mensajero, 1 técnico e ingeniero en sistemas, 1 enfermera y 2 auxiliares de apoyo y servicios generales. La planta física está constituida en dos partes, un bloque de dos pisos que es donde quedan las oficinas y sala de profesores y bloque de cuatro pisos que es donde queda las aulas de clase de demás dependencias al servicio educativo.

Las intervenciones de las prácticas pedagógicas se desarrollaron en el grado 10°, cuyo curso está conformado por 31 estudiantes, de los cuales 15 pertenecen al género femenino y 16 al género masculino, siendo este el predominante en un 60% de los estudiantes de dicho grado. La en grado 10° oscila entre 15 y 17 años, siendo el promedio de 15 años cumplidos. El grupo se caracteriza por pertenecer a tres tipos de familia, de la siguiente manera: el 60% de los estudiantes pertenecen a familia nuclear, el 26% a familia monoparental y el 15% a familia extensa, es decir, un poco más de la mitad viven con papá, mamá y hermanos, la cuarta parte solo viven con mamá o mamá y solo cuatro estudiantes viven con mamá, papá, hermanos, tíos o tías y abuelos o abuelas respectivamente. Por otra parte el 85% dicen tener buenas relaciones en su entorno familiar y un 15% equivalente a cuatro estudiantes manifiestan ser regular la armonía en sus hogares.

El estrato 3 es el que sobresale en el grupo, siendo unos pocos 1 y 4. Con relación a las fuentes de ingreso de las familias, el 55% son de índole independiente, mientras que el 45% son asalariados o devengan más de un S.M.L.V.

El 85%, es decir, 23 estudiantes pertenecen a alguna iglesia o comunidad cristiana, de estos solo dos estudiantes tienen algún rol dentro de la congregación como manejo del sonido y grupo de alabanza, mientras que el 15%, es decir, cuatro estudiantes manifiestan profesar la religión católica.

A nivel general se evidencia y se observa lo siguiente:

- El grupo actualmente se encuentra dividido en tres subgrupos, en los cuales se evidencia
    1. Alto rendimiento académico, responsabilidad y respeto
    2. Pasivo rendimiento académico, responsabilidad y falta de escucha
    3. Pasivo rendimiento académico, interrupción frecuente de las clases y poca asimilación de la norma

Teniendo en cuenta lo anterior, en el grado 10° se vive una buena atmosfera cuando estos mismos encuentran motivación e interés en las áreas o asignaturas, cuando no encuentran empatía con los docentes o la dinámica o tema del área es demasiado magistral o monótona se tienden a dispersar e interrumpir el normal desarrollo de las clases con gritos y palabras o vocabulario desmedido. Es un grupo activo, enérgico, competitivo, líder en procesos sociales y culturales, críticos y reflexivos en eventualidades de convivencia y comprometidos cuando se lo proponen.

Instrumentos para la Recolección y el Análisis de la Información

Observación y Diario de Campo

Durante la investigación se llevó a cabo un proceso de observación social en cada uno de los encuentros con los grupos del grado décimo con el fin de identificar su contexto, su perspectiva y sus reacciones con respecto al proceso de enseñanza que se realizaba con ellos. Así mismo, se observaron debilidades y fortalezas evidentes correspondientes al grado y a la exigencia de saberes previos necesarios en este nivel académico.

También, se realizó el análisis de los grupos a partir de Diarios de Campo y resultados de pruebas Saber dónde se contrasta la planificación académica y expectativa curricular con el resultado y hallazgos encontrados en el desarrollo de la clase.

El plan de acción se llevó a cabo en tres fases, A, B y C. La fase A constó del diagnóstico de ejes temáticos de matemáticas para el grado 10° para el fortalecimiento de la resolución de problemas en geometría de sólidos; observación, análisis de diarios de campo y prueba pre-test. La fase B constó de la intervención de 6 sesiones donde de manera secuencial y escalonada se trabajaron los contenidos suficientes para adquirir y fortalecer la competencia en la resolución de problemas del componente Geométrico- Métrico del pensamiento matemático.

FASE	**SESIÓN / ACTIVIDAD**	**FECHA**
A	1: Prueba Diagnóstica Pre test	Del 20 al 24 de septiembre del 2021 (Fecha de Aplicación: Miércoles, 22 de septiembre)
B	2: Actividad de Conceptualización Previa Generalizada	Del 27 de septiembre al 01 de octubre del 2021
	3: Actividad de Conceptualización Contextualizada	Del 04 al 08 de octubre del 2021
	4: Actividad de Reconocimiento y Relación	Del 11 al 15 de octubre del 2021
	5: Actividad Procedimental y de Aplicación Parte 1	Del 18 al 22 de octubre del 2021
	6: Actividad Procedimental y de Aplicación Parte 2	Del 25 al 29 de octubre del 2021
	7: Actividad de Resolución de Problemas	Del 01 al 05 de noviembre del 2021
C	8: Prueba Diagnóstica Pos test	Del 08 al 12 de noviembre del 2021 (Fecha de Aplicación: Miércoles, 10 de noviembre del 2021)

Aplicación del Instrumento

Fase A: Diagnóstico ejes temáticos de matemáticas para el grado 10° para el fortalecimiento de la resolución de problemas

Sesión 1:

Fecha : Miércoles, 22 de septiembre del 2021

Tema: Prueba Diagnóstica Pre test

Propósito: Identificar fortalezas y debilidades a nivel conceptual, procedimental y actitudinal sobre el reconocimiento y resolución de problemas relacionados con volumen y capacidad de sólidos geométricos (pensamiento geométrico - métrico) en estudiantes de grado 10° del Colegio Ciencia y Vida.

Desarrollo: Los docentes organizan a los estudiantes en el aula de clase en hileras, guardando el distanciamiento entre 1 y 2 metros, posteriormente se da lectura de los criterios de presentación y entrega tales como: la realización de la prueba es de carácter individual, tendrán un tiempo límite de 70 minutos, podrán tener una hoja y un lápiz para procedimientos o cálculos aritméticos y no podrán hacer uso de la calculadora. Luego se da la instrucción de iniciar la prueba diagnóstica Pre test de forma virtual mediante un formulario de Google. Los docentes hacen monitoreo constante, apoyando al estudiante a nivel técnico.

Taller o Evaluación: Link de acceso (Prueba Diagnóstica Pre test) - https://forms.gle/j4XEyxJVT2vLL8v27

Materiales: Hojas cuadriculadas, lápiz, sacapuntas, borrador, lapicero, celular, tablet o computador portátil y silla escolar.

Fase B: Diseño e implementación de estrategia didáctica.

Sesión 2

Fecha : Del 27 de septiembre al 01 de octubre del 2021

Tema: Actividad de Conceptualización Previa Generalizada (Preguntas de selección múltiple con única respuesta y preguntas de falso y verdadero)

Propósito: Validar e identificar conceptos teóricos básicos sobre la geometría plana y espacial.

Desarrollo: Lectura de la agenda de trabajo (saludo, oración, retroalimentación por parte del docente acerca de saberes previos sobre elementos y características básicas de sólidos regulares, irregulares y cuerpos redondos, preguntas, compromisos y cierre)

Taller o Evaluación:

Coloca una V si es verdadero y una F si es falso, según corresponda.

Un prisma es un cuerpo geométrico. _____

El cuadrado y el rectángulo son cuerpos geométricos. _____

Completa las siguientes oraciones:

Un gorro de cumpleaños tiene forma de un _____

Una pelota de tenis tiene forma de una _____

Elige la respuesta correcta.

La geometría plana tiene:

Tres dimensiones.

Cuatro dimensiones

Dos dimensiones.

Ninguna de las anteriores

4. Los sólidos se diferencian de las figuras plana porque tiene tres dimensiones, estás son:

Largo, ancho y corto.

Corto, dimensión y capacidad.

Ninguna de las anteriores.

Largo, ancho y alto.

Materiales: *Hojas cuadriculadas o Cuaderno del área de matemáticas, lápiz, sacapuntas, borrador, lapicero, celular, tablet o computador portátil y silla escolar.*

Sesión 3

Fecha : Del 04 al 08 de octubre del 2021

Tema: Actividad de Conceptualización Contextualizada (Visualización y reconocimiento de algunos sólidos geométricos en la vida cotidiana)

Propósito: Comparar, reconocer y valorar la importancia de los cuerpos geométricos y su uso en el entorno que nos rodea.

Desarrollo: Previamente los docentes solicitaron a los estudiantes que llevarán al aula de clase entre 5 y 10 objetos de diferente material que tuvieran relación con sólidos geométricos regulares, irregulares y cuerpos redondos, luego se llevó a cabo la relación de dichos objetos con los sólidos geométricos regulares, irregulares y cuerpos redondos conocidos, comparando y reconociendo en ellos el nombre, uso y aplicación dentro del contexto de cada estudiante.

Taller o Evaluación: Observa las siguientes figuras geométricas y escribe al frente de cada una de ellas si es una figura plana o un sólido. Además, escríbele el nombre que le corresponde según su forma geométrica.

FIGURA O SÓLIDO GEOMÉTRICO	NOMBRE	FIGURA O SÓLIDO GEOMÉTRICO	NOMBRE

Materiales: Hojas cuadriculadas o Cuaderno del área de matemáticas, objetos, laminas o imágenes, lápiz, sacapuntas, borrador, lapicero, celular, tablet o computador portátil y silla escolar.

Sesión 4

Fecha : Del 11 al 15 de octubre del 2021

Tema: Clasificación de figuras planas

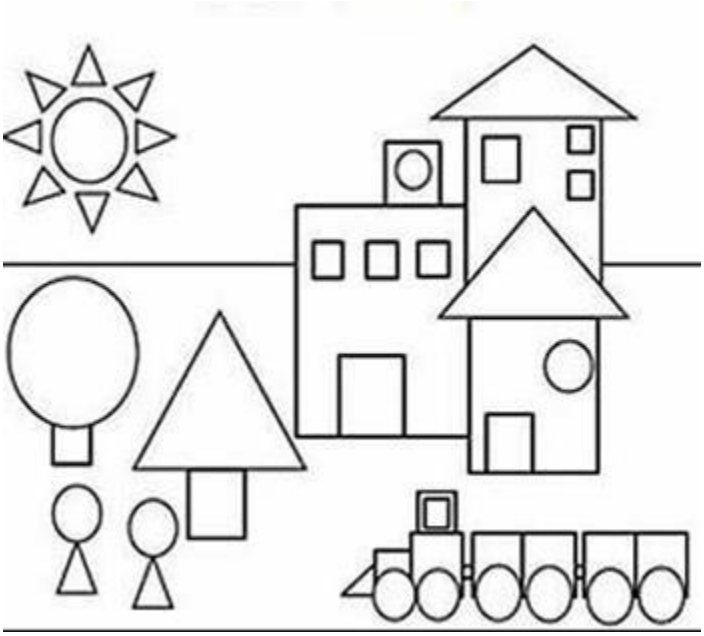
Propósito: Identificar, reconocer y retroalimentar la clasificación de las figuras geométricas planas (Triángulos, Cuadriláteros y Polígonos)

Desarrollo: Agenda de trabajo (saludo, oración, retroalimentación y preguntas de la clase anterior, explicación por parte de los docentes sobre la clasificación de las figuras geométricas planas (Triángulos, Cuadriláteros y Polígonos) mediante una presentación en PowerPoint y Vídeos (planeación de clase), dudas y cierre)

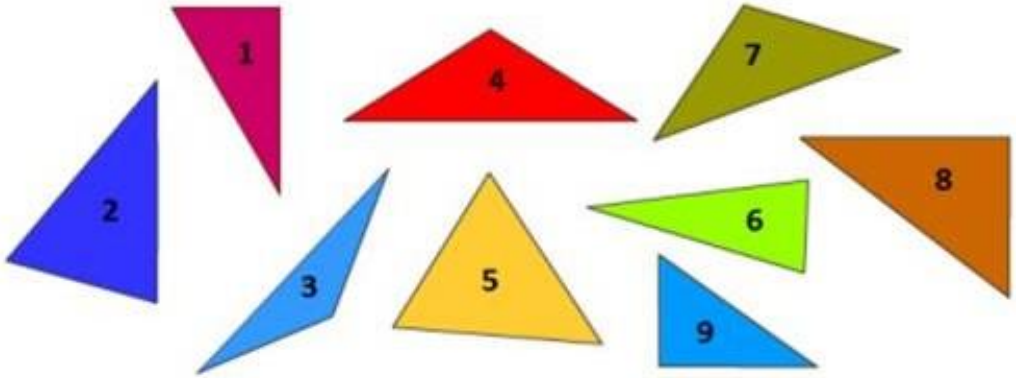
Taller o Evaluación:

Consulta y escribe el concepto de triángulo equilátero, isósceles, escaleno, rectángulo, acutángulo y obtusángulo.

Idéntica diversas formas geométricas teniendo como base el siguiente dibujo:



Mide los lados con una regla y mide los ángulos con un transportador de cada uno de los siguientes triángulos y escribe debajo el nombre del triángulo según la magnitud de sus lados (Equilátero, Isósceles o Escaleno) y según sus ángulos (Rectángulo, Rectángulo u Obtusángulo) y has la clasificación en la tabla adjunta.



N° del Triángulo	Equilátero	Isósceles	Escaleno	Rectángulo	Acutángulo	Obtusángulo
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						

Materiales: Hojas cuadriculadas o Cuaderno del área de matemáticas, objetos, consulta de cada estudiante, calculadora, transportador, lápiz, sacapuntas, borrador, lapicero, celular, tablet o computador portátil y silla escolar.

Sesión 5

Fecha : Del 18 al 22 de octubre del 2021

Tema: Actividad Procedimental y de Aplicación Parte 1 (Área y Perímetro de Figuras Planas)

Propósito: Identificar y aplicar las fórmulas de perímetro y área de las figuras geométricas planas en ejercicios y situaciones problema.

Reconocer, caracterizar y resolver problemas sobre perímetro y área de figuras geométricas planas.

Desarrollo: Agenda de trabajo (saludo, oración, retroalimentación y preguntas de la clase anterior, explicación por parte de los docentes sobre cálculo de perímetros y áreas de figuras geométricas planas a nivel general, mediante una presentación en PowerPoint, tablero, geogebra dinámico y vídeos (planeación de clase), dudas y cierre).

Taller o Evaluación:

Consultar y clasificar las figuras geométricas de acuerdo al número de lados.

Consultar las fórmulas de área y perímetro de figuras geométricas planas, incluyendo la tipología de polígonos.

Hallar el área lateral real y el perímetro real de las figuras geométricas (caras) que componen a los sólidos o cuerpos geométricos que va a realizar (construir) en material concreto en clase y caracterizar las figuras de acuerdo a sus elementos que la componen.

Materiales: Hojas cuadriculadas o Cuaderno del área de matemáticas, plantillas de sólidos geométricos entregadas por los docentes, dos hojas resma, consulta de cada estudiante, calculadora, regla, cartulina plana de diferentes colores, colbón o silicona líquida, tijeras, transportador, lápiz, sacapuntas, borrador, lapicero, celular, tablet o computador portátil y silla escolar.

Sesión 6

Fecha : Del 25 al 29 de octubre del 2021

Tema: Actividad Procedimental y de Aplicación Parte 2 (Volumen y capacidad de sólidos geométricos regulares, irregulares y cuerpos redondos).

Propósito:

Identificar y aplicar las fórmulas de volumen y capacidad de los sólidos geométricos regulares, irregulares y cuerpos redondos en ejercicios y situaciones problema.

Reconocer, caracterizar y resolver problemas sobre volumen y capacidad de los sólidos geométricos regulares, irregulares y cuerpos redondos

Desarrollo: Agenda de trabajo (saludo, oración, retroalimentación y preguntas de la clase anterior, explicación por parte de los docentes sobre cálculo de volumen y capacidad de sólidos geométricos regulares, irregulares y cuerpos redondos mediante una presentación en PowerPoint, tablero, geogebra dinámico y vídeos (planeación de clase), dudas y cierre).

Taller o Evaluación:

Consultar y clasificar los sólidos geométricos en cuerpos regulares e irregulares y cuerpos redondos.

Consultar las fórmulas de volumen y capacidad de cuerpos o sólidos geométricos regulares e irregulares y cuerpos redondos.

Hallar el volumen real y la capacidad real según las unidades de capacidad que indiquen los docentes de los sólidos geométricos que va a realizar (construir) en material concreto en clase y caracterizar los sólidos de acuerdo a sus elementos que la componen.

Materiales: Hojas cuadriculadas o Cuaderno del área de matemáticas, plantillas de sólidos geométricos entregadas por los docentes, dos hojas resma, consulta de cada estudiante, calculadora, regla, cartulina plana de diferentes colores, colbón o silicona líquida, tijeras, transportador, lápiz, sacapuntas, borrador, lapicero, celular, tablet o computador portátil y silla escolar.

Sesión 7

Fecha : Del 01 al 05 de noviembre del 2021

Tema: Actividad de Resolución de Problemas sobre Volumen y Capacidad de Sólidos Geométricos.

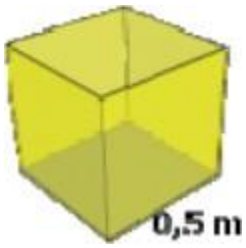
Propósito: Resolver situaciones problemas de la vida cotidiana sobre volumen y capacidad de sólidos geométricos.

Desarrollo: Agenda de trabajo (saludo, oración, retroalimentación y preguntas de la clase anterior, explicación por parte de los docentes sobre solución de problemas aplicando los conceptos de volumen y capacidad de sólidos geométricos regulares, irregulares y cuerpos redondos mediante una presentación en PowerPoint, tablero, geogebra dinámico y vídeos (planeación de clase), dudas y cierre).

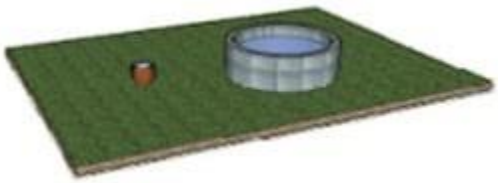
Taller o Evaluación:

Un pantano tiene una capacidad de 4500 m^3. Si actualmente está a un 75% de su capacidad, ¿cuántos metros cúbicos de agua contiene?

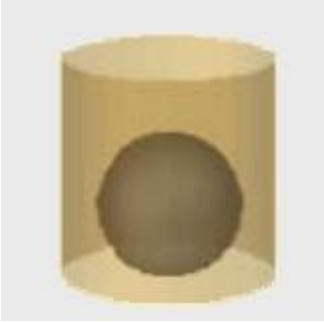
¿Cuántos cubos de 0,1m^3 de volumen se pueden guardar en un cubo de 0,5 metros de arista?



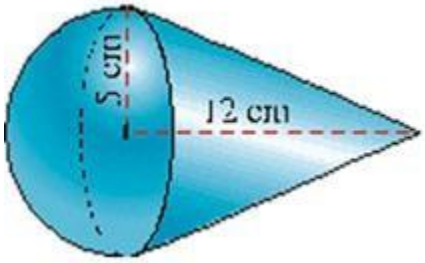
¿Cuántas veces hay que vaciar un recipiente cilíndrico de 40 cm de altura y 20 cm de radio para llenar un depósito cilíndrico de 2,5 m de altura y 3 m de radio



Se introduce una bola de plomo, de 1 cm de radio, en un recipiente cilíndrico de 3,1 cm de altura y 1,5 cm de radio. Calcula el volumen de agua necesario para llenar el recipiente.



Javier le pide a su padre que le compre un helado en forma de cono con una bola de helado después de salir de la escuela. El padre le compra un helado que se asemeja al de la figura. ¿Qué valor tiene el helado, si se sabe que el centímetro cúbico del cuerpo (helado y cono) cuesta 100 pesos?



Materiales: Hojas cuadriculadas o Cuaderno del área de matemáticas, consultas de cada estudiante, calculadora, regla, lápiz, sacapuntas, borrador, lapicero, celular, tablet o computador portátil y silla escolar.

Fase 3: Diagnóstico final de competencia en resolución de problema

Fase C: Diagnóstico final ejes temáticos de matemáticas para el grado 10° para el fortalecimiento de la resolución de problemas

Sesión 8

Fecha : Miércoles, 10 de noviembre del 2021

Tema: Prueba Diagnóstica Pos test

Propósito: Identificar fortalezas y debilidades a nivel conceptual, procedimental y actitudinal sobre el reconocimiento y resolución de problemas relacionados con volumen y capacidad de sólidos geométricos (pensamiento geométrico - métrico) en estudiantes de grado 10° del Colegio Ciencia y Vida.

Desarrollo: Los docentes organizan a los estudiantes en el aula de clase en hileras, guardando el distanciamiento entre 1 y 2 metros, posteriormente se da lectura de los criterios de presentación y entrega tales como: la realización de la prueba es de carácter individual, tendrán un tiempo límite de 70 minutos, podrán tener una hoja y un lápiz para procedimientos o cálculos aritméticos y no podrán hacer uso de la calculadora. Luego se da la instrucción de iniciar la prueba diagnóstica Pos test de forma virtual mediante un formulario de Google. Los docentes hacen monitoreo constante, apoyando a los estudiantes a nivel técnico.

Taller o Evaluación: Link de acceso (Prueba Diagnóstica Pre test) - https://forms.gle/uo7hFxs1mUxaJhYc6

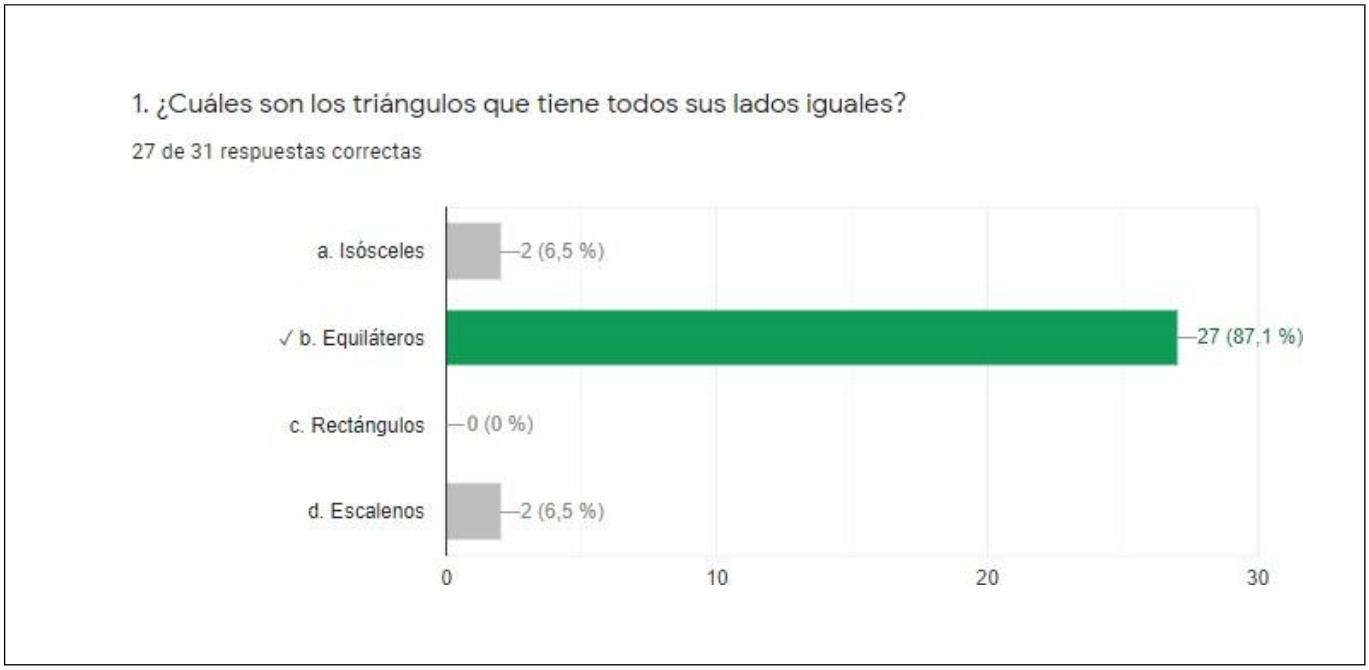
Materiales: Hojas cuadriculadas, lápiz, sacapuntas, borrador, lapicero, celular, tablet o computador portátil y silla escolar.

Resultados

Análisis de los Resultados

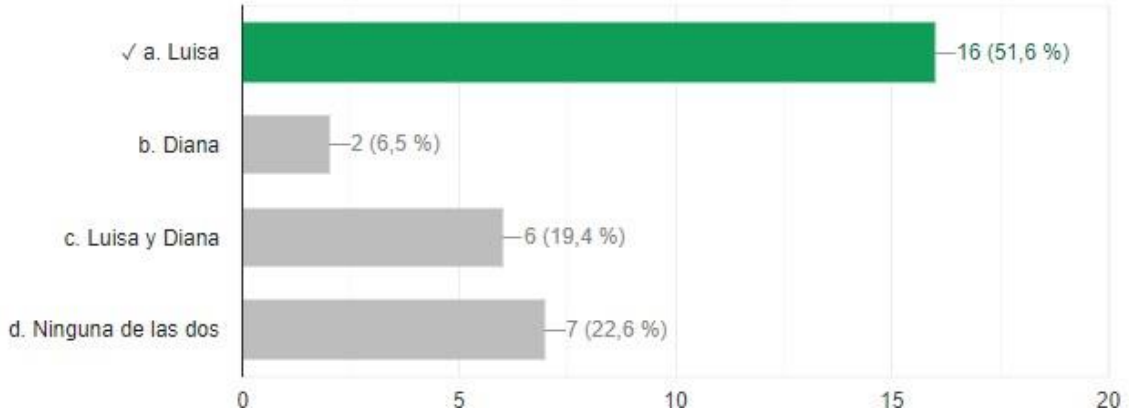
Resultados prueba pre test:

Los análisis de los datos obtenidos en la prueba diagnóstica inicial revelan la competencia de los estudiantes con respecto a la resolución de problemas en el cálculo de área y volumen de sólidos geométricos donde se tuvo en cuenta los saberes conceptuales, procedimentales y actitudinales entendidos como los cinco niveles de Van Hiele con respecto a los niveles escalonados de evolución del pensamiento geométrico que son: la visualización, el análisis, la deducción informal, la deducción formal y el rigor.



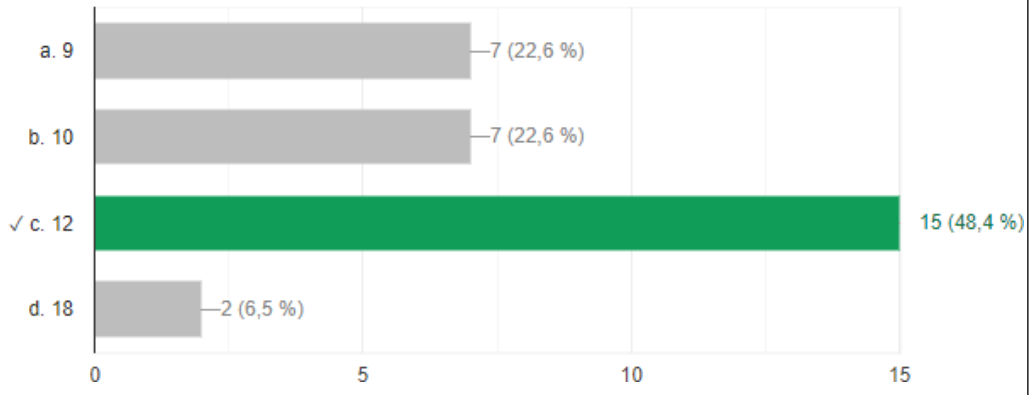
2. Luisa dice que un triángulo puede tener solo 1 ángulo recto y Diana dice que puede tener 2 ángulos rectos. ¿Cuál de las dos tiene la razón?

16 de 31 respuestas correctas



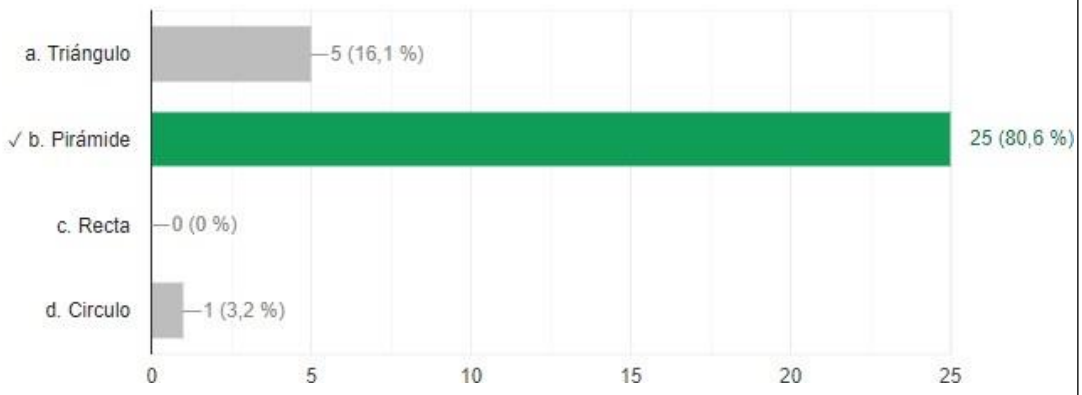
3. ¿Cuántos vértices tiene en total el cuerpo geométrico que se muestra?

15 de 31 respuestas correctas



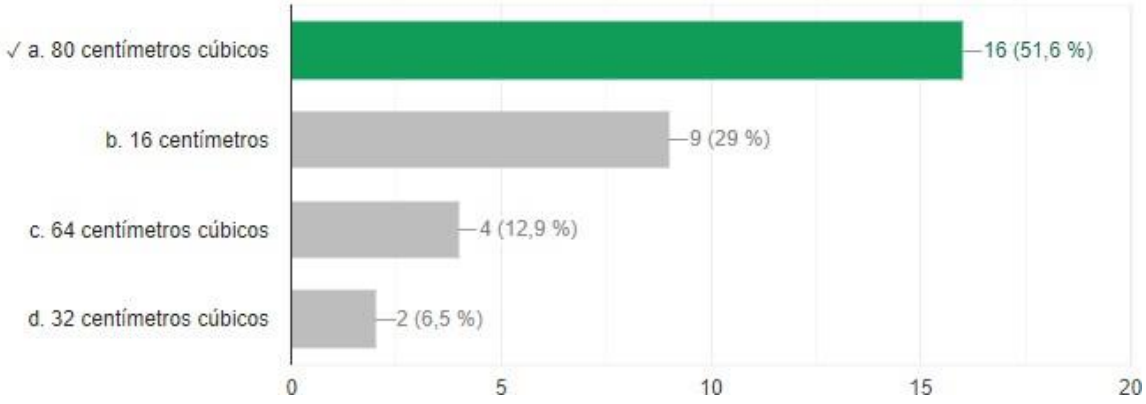
4. ¿A cuál de los siguientes objetos geométricos le puedes medir largo, ancho y alto?

25 de 31 respuestas correctas



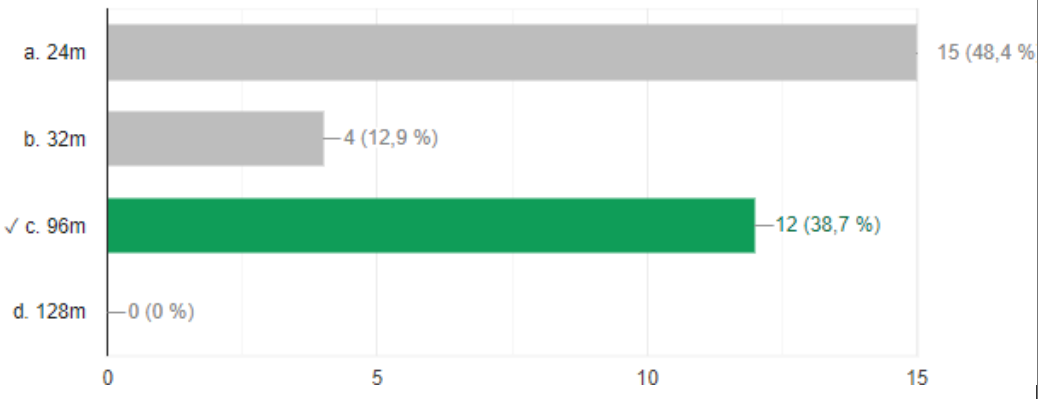
5. ¿Cuál es el volumen del paralelepípedo (caja) que se muestra?

16 de 31 respuestas correctas



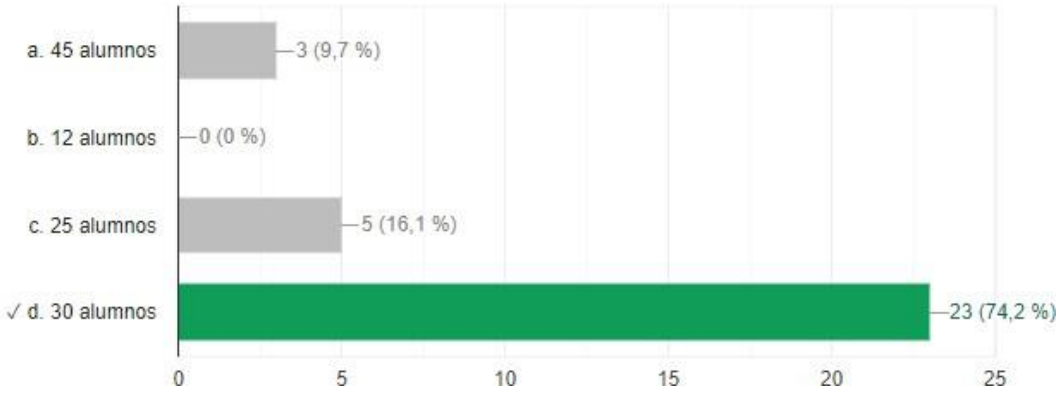
6. Un ring cuadrado de lado 8 m se desea cercar con 3 vueltas de cordel. ¿Cuánto cordel se necesita?

12 de 31 respuestas correctas



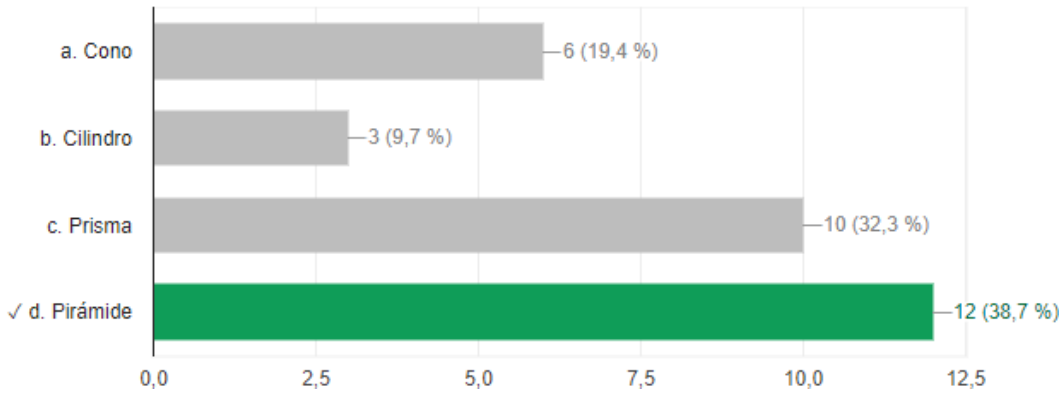
7. El espacio que corresponde a una persona en un aula de clase es de 1,5 metros cuadrados. ¿Cuántos alumnos caben si el aula de clase tiene un área de 45 metros cuadrados?

23 de 31 respuestas correctas



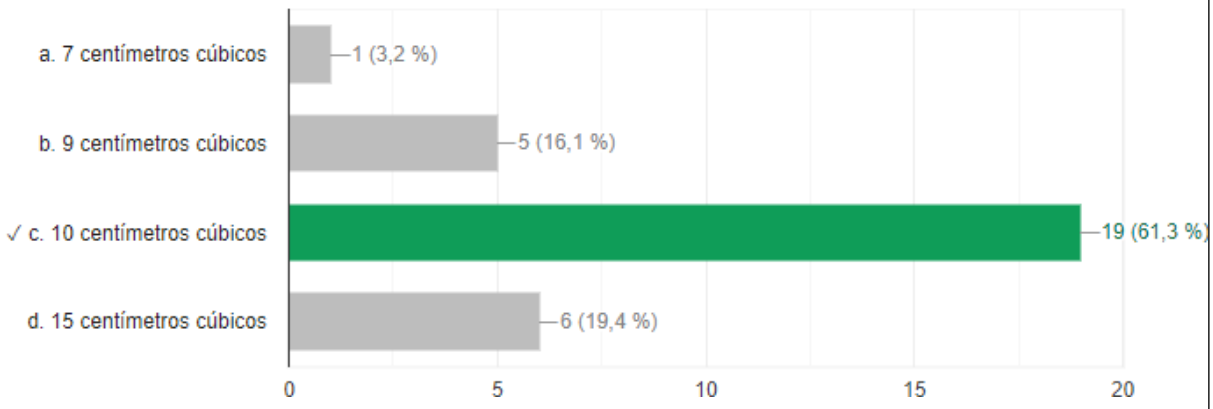
8. ¿Cuál de los siguientes cuerpos no puedes formar con los siguientes planos?

12 de 31 respuestas correctas



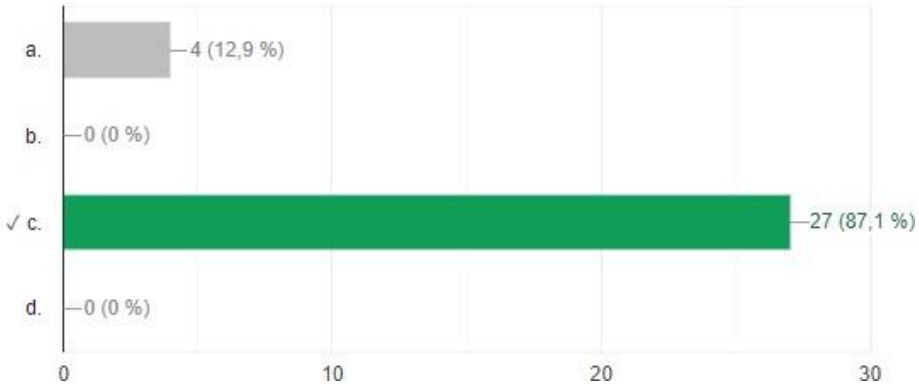
9. ¿Cuál es el volumen de la figura, sin tomar en cuenta la parte sombreada?

19 de 31 respuestas correctas



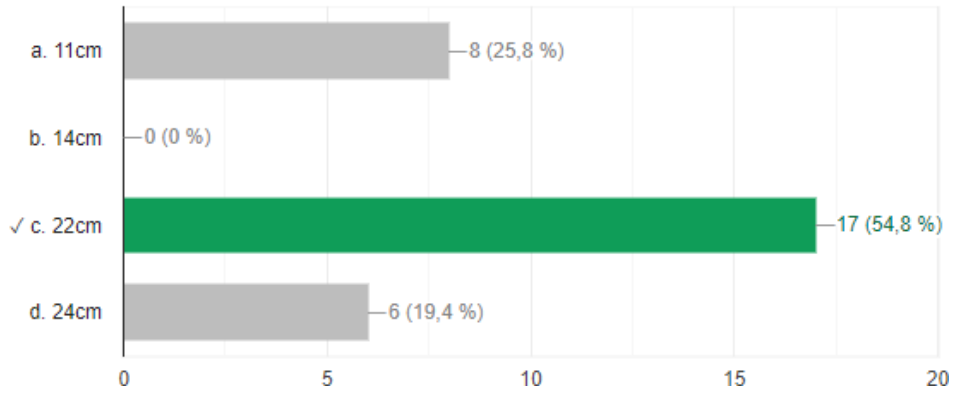
10. ¿Cuál de las siguientes figuras corresponde a un sólido geométrico?

27 de 31 respuestas correctas



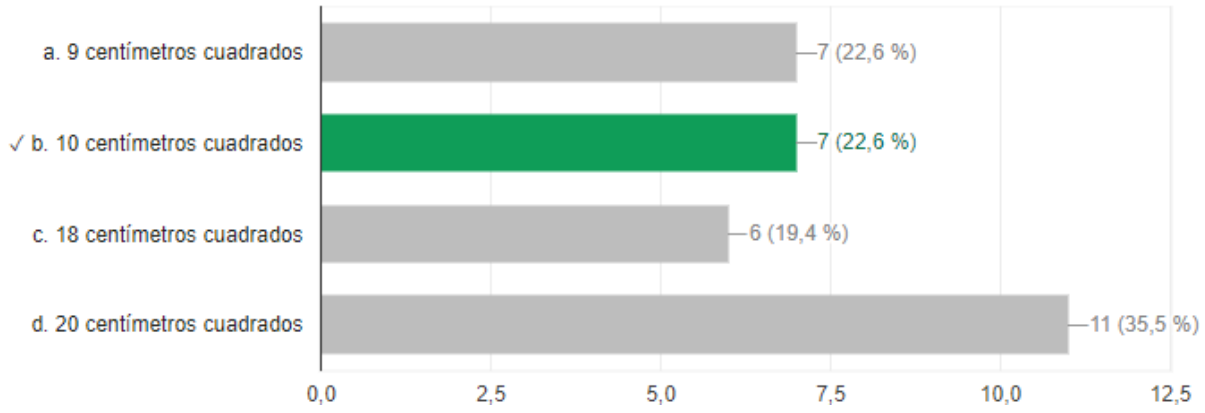
11. ¿Cuál es el perímetro del siguiente romboide?

17 de 31 respuestas correctas



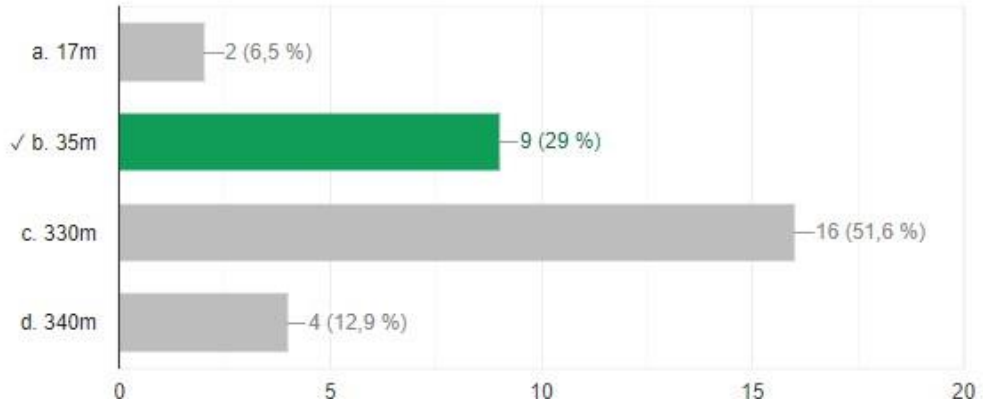
12. ¿Calcular el área del triángulo que se muestra?

7 de 31 respuestas correctas



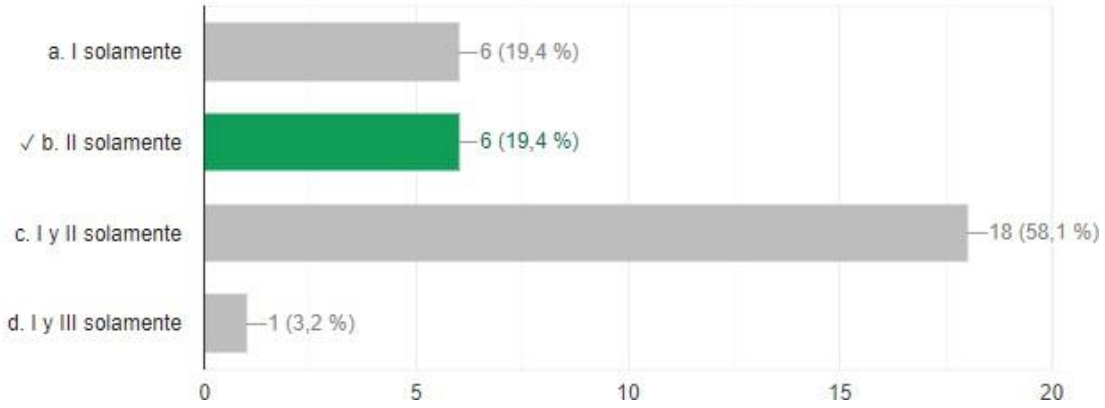
13. Cierto terreno rectangular tiene una superficie de 700m2. Si el ancho mide 20m. ¿Cuánto mide su longitud?

9 de 31 respuestas correctas



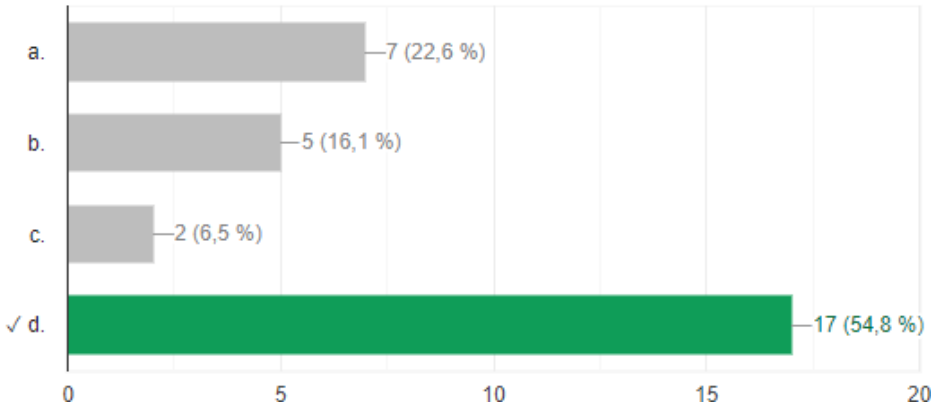
14. ¿Cuál de los siguientes procedimientos permite(n) calcular el área de la región sombreada?

6 de 31 respuestas correctas



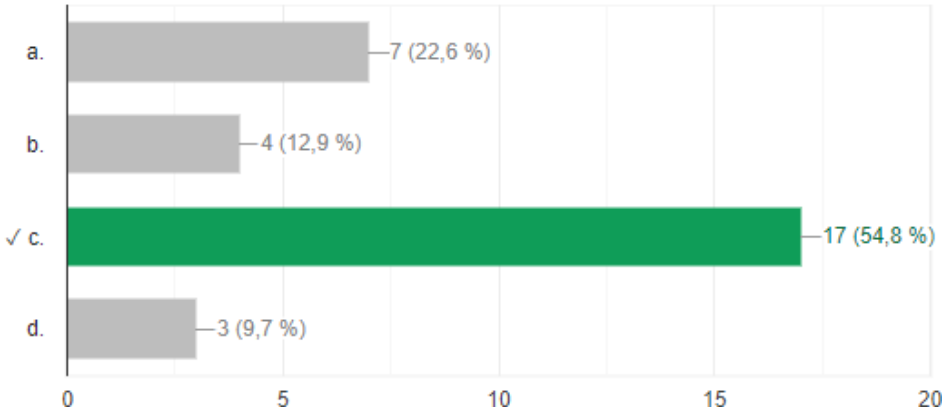
15. La figura se representó en diferentes sistemas de coordenadas cartesianas. ¿En cuál de las siguientes representaciones, la escala permite leer todas las medidas de los lados de la figura?

17 de 31 respuestas correctas



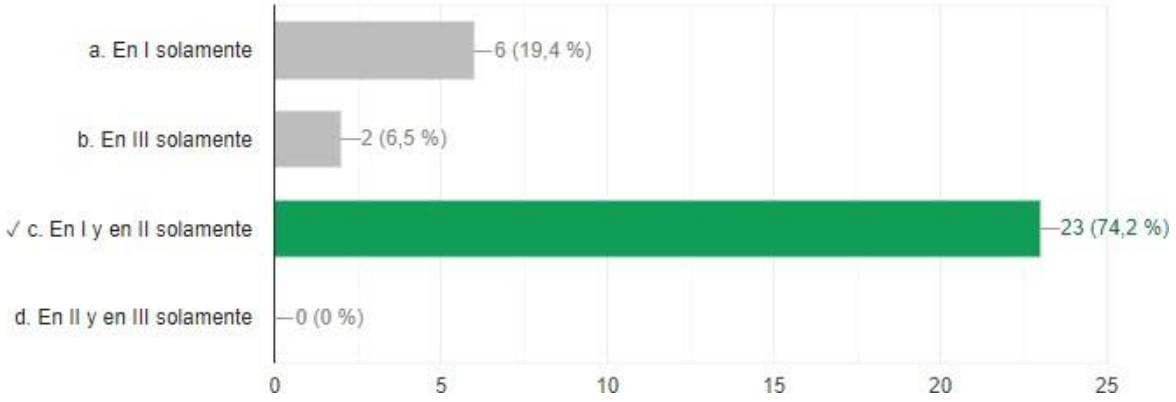
16. Dos personas, M y N, acordaron encontrarse en una oficina. Para llegar a la oficina, la persona M debe caminar 5 cuadras al sur y después 2 al este; la persona N debe caminar 5 cuadras al oeste y después 3 al norte. ¿En cuál de los planos coordenados se representa correctamente la posición de las personas y de la oficina? NOTA: El lado de cada cuadrado de la cuadricula representa 1 cuadra.

17 de 31 respuestas correctas



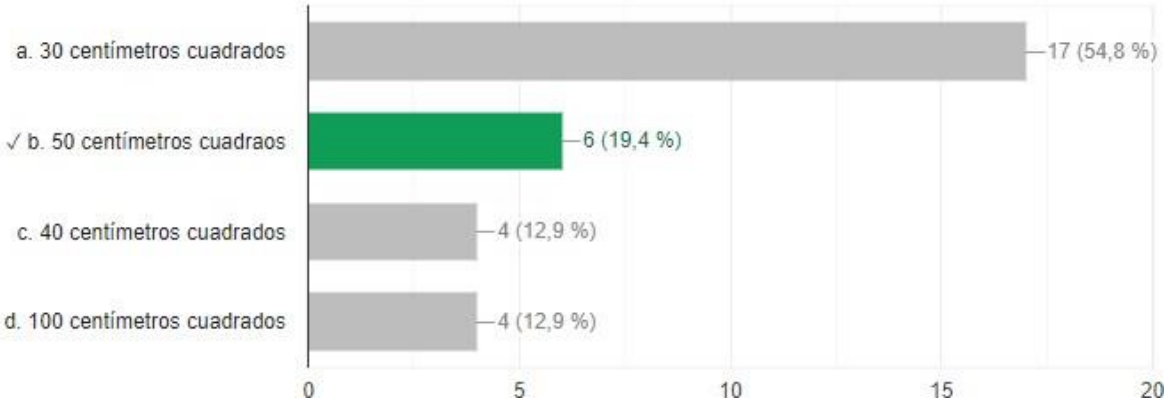
17. ¿En cuál(es) de las siguientes cajas, se pueden guardar las esferas?

23 de 31 respuestas correctas



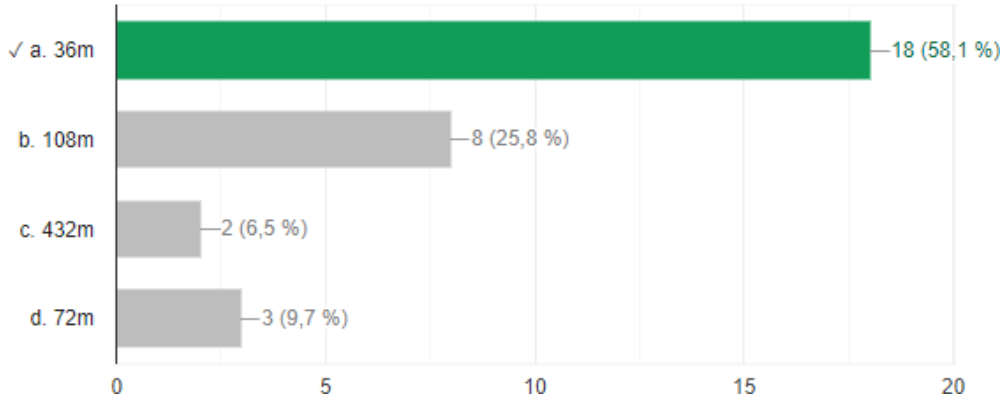
18. Si cada lado del cuadrado es igual a 10 cm. ¿Cuál es el área del triángulo sombreado?

6 de 31 respuestas correctas



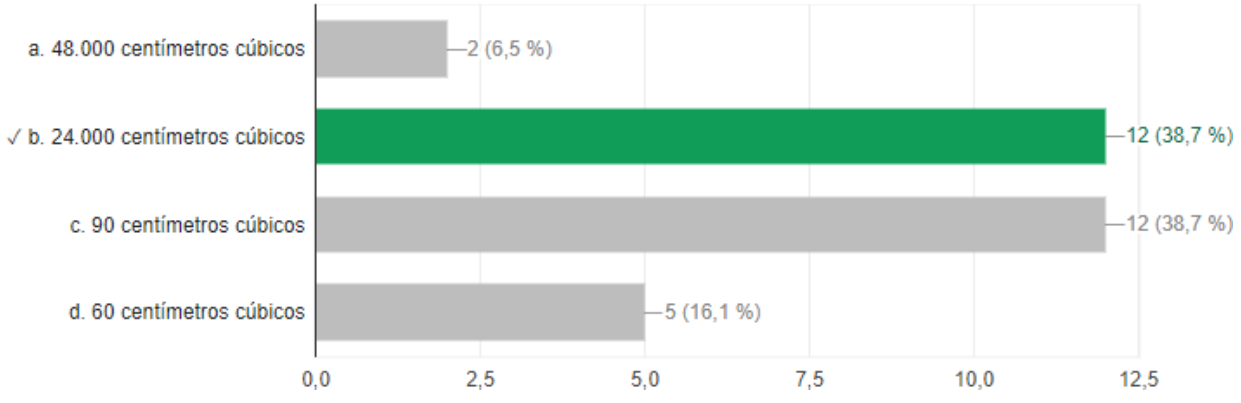
19. Antonio nada en una piscina circular. Si este cruza la piscina por su parte más ancha, nada 12 metros. ¿Cuál es entonces el perímetro de la piscina? (considera que π=3)

18 de 31 respuestas correctas



20. Si su altura es de 20cm. ¿Cuál es su volumen?

12 de 31 respuestas correctas



Normal	Valor medio	Intervalo
10,45/20 puntos	11/20 puntos	4-17 puntos

En los resultados de la prueba pre test se encontró que los estudiantes de grado décimo obtuvieron un valor medio de 11 puntos de 20 totales, lo que significa que en general tienen un desempeño insatisfactorio en la resolución de problemas de cálculo y volumen de sólidos geométricos, también se puede evidenciar que el estudiante con menor desempeño obtuvo 4 puntos de 20 y el estudiante con mejor desempeño obtuvo 17 puntos de 20.

Las preguntas con las que los estudiantes fallaron con frecuencia fueron las siguientes:

Pregunta	Respuestas correctas
3. ¿Cuántos vértices tiene en total el cuerpo geométrico que se muestra?	15/31
6. Un ring cuadrado de lado 8 m se desea cercar con 3 vueltas de cordel. ¿Cuánto cordel se necesita?	12/31
8. ¿Cuál de los siguientes cuerpos no puedes formar con los siguientes planos?	12/31
12. ¿Calcular el área del triángulo que se muestra?	7/31
13. Cierto terreno rectangular tiene una superficie de 700m2. Si el ancho mide 20m. ¿Cuánto mide su longitud?	9/31
14. ¿Cuál de los siguientes procedimientos permite(n) calcular el área de la región sombreada?	6/31
18. Si cada lado del cuadrado es igual a 10 cm. ¿Cuál es el área del triángulo sombreado?	6/31
20. Si su altura es de 20cm. ¿Cuál es su volumen?	12/31

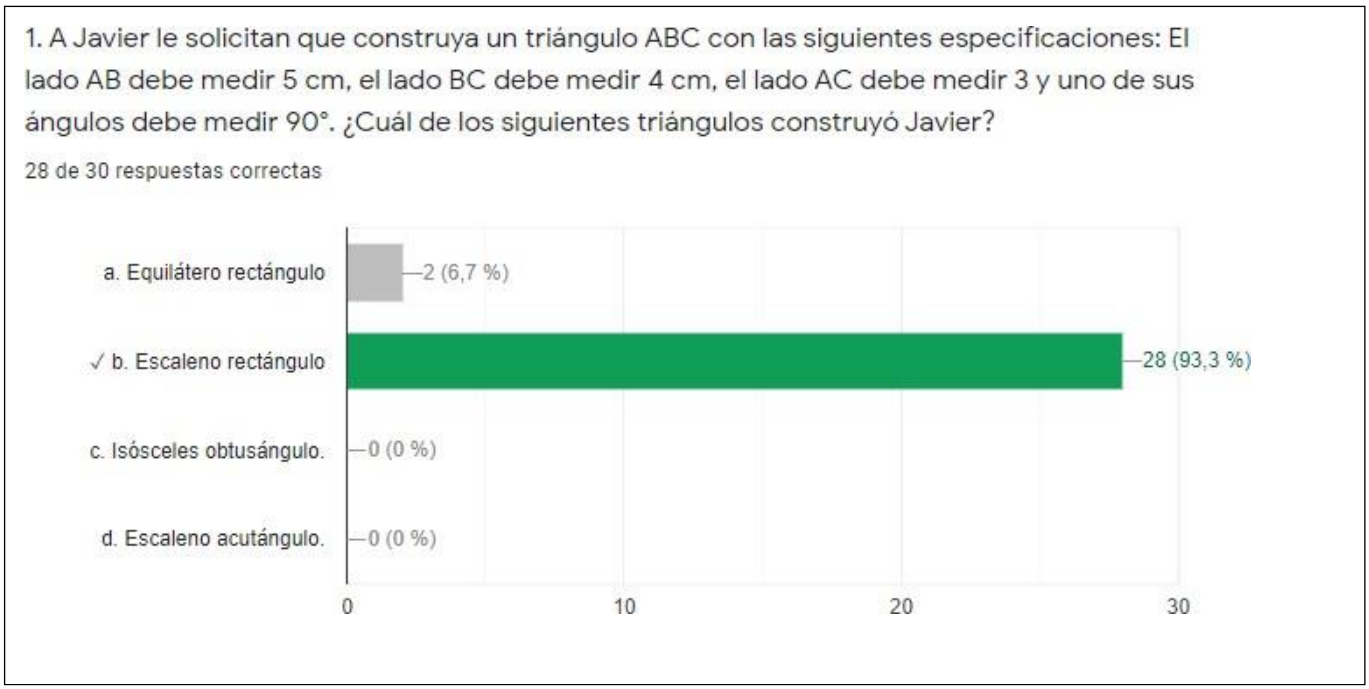
Gráfico 1

Se relacionan los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica con la debilidad en la aplicación de fórmulas básicas para cálculo de área sombreada y volumen de polígonos y sólidos geométricos, también, se evidencia debilidad en la apropiación de los conceptos básicos de geometría como: dimensión, longitud, área, superficie y capacidad. Por lo anterior, se concluye que se debe fortalecer los conceptos básicos para la aplicación en la resolución de problemas.

Resultados prueba pos - test:

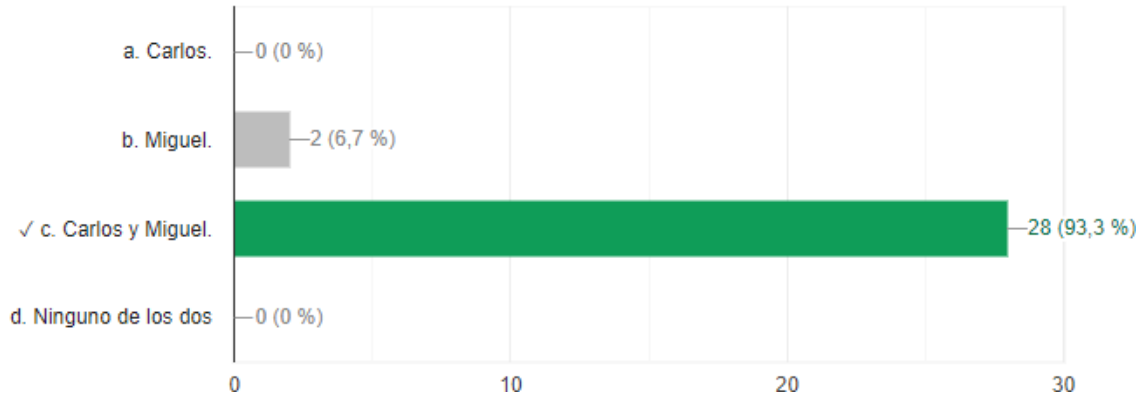
Los resultados obtenidos en la prueba final revelan el desempeño de los estudiantes con respecto a la resolución de problemas en el cálculo de área y volumen de sólidos geométricos luego de haber implementado la fase B. Intervención pedagógica, con la finalidad de minimizar brechas conceptuales y abordar conceptos y temáticas necesarias para la resolución de problemas.

En coherencia con los saberes conceptuales, procedimentales y actitudinales entendidos como los cinco niveles escalonados de evolución del pensamiento geométrico de Van Hiele se implementó una prueba post test de mayor complejidad para evidenciar el nivel de competencia de los estudiantes en los temas intervenidos.



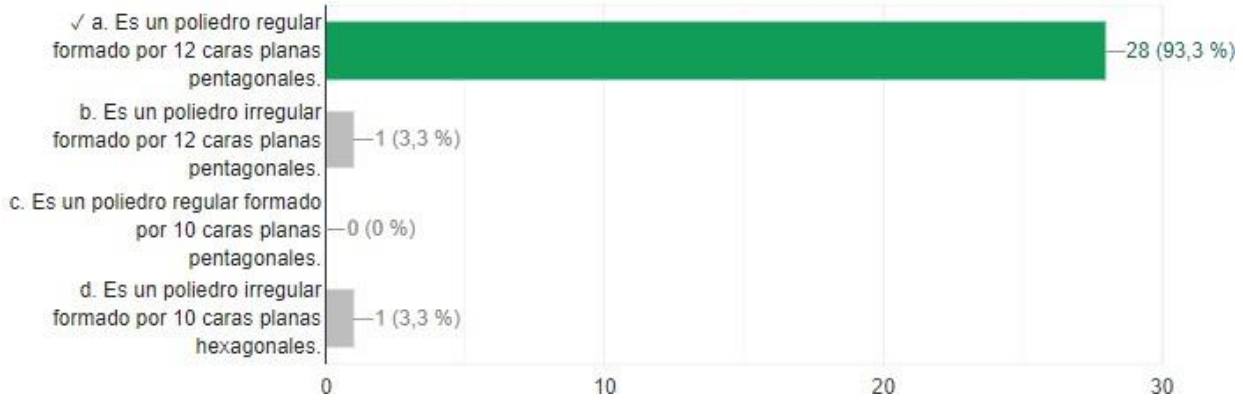
2. Carlos afirma que un triángulo puede ser isósceles obtusángulo y Miguel su primo dice que un triángulo puede ser escaleno acutángulo. ¿Cuál de los dos tiene la razón?

28 de 30 respuestas correctas



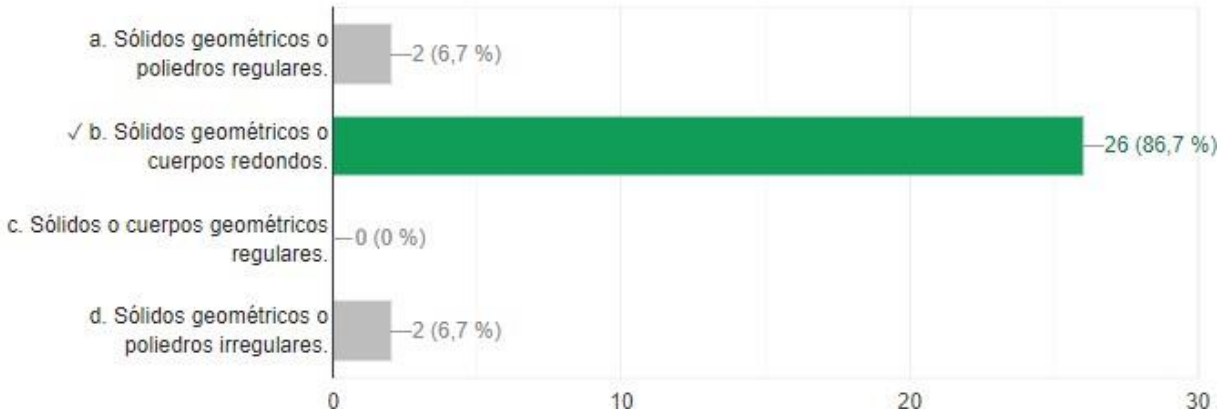
3. Con respecto a la imagen presentada (Dodecaedro), se puede deducir, que:

28 de 30 respuestas correctas



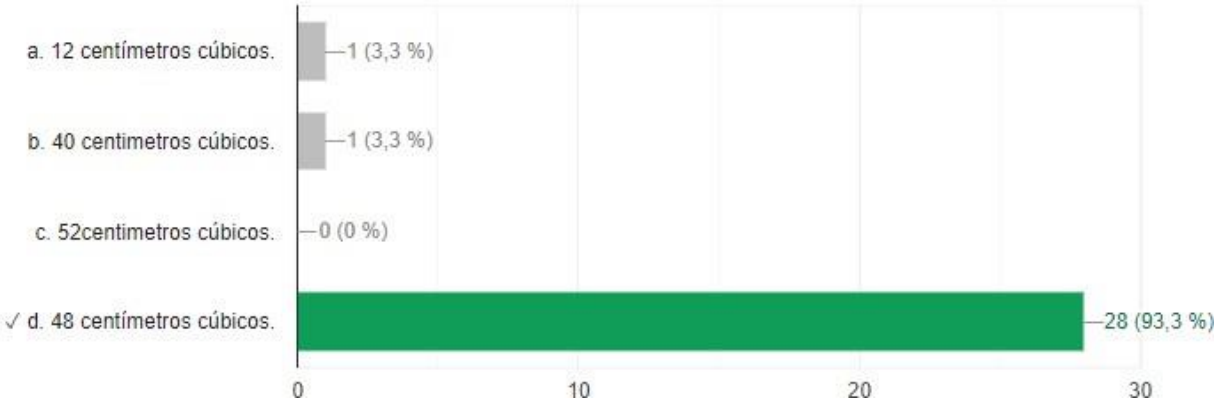
4. El cono circular recto y oblicuo, el cilindro circular recto y oblicuo y la esfera, hacen parte de los llamados:

26 de 30 respuestas correctas



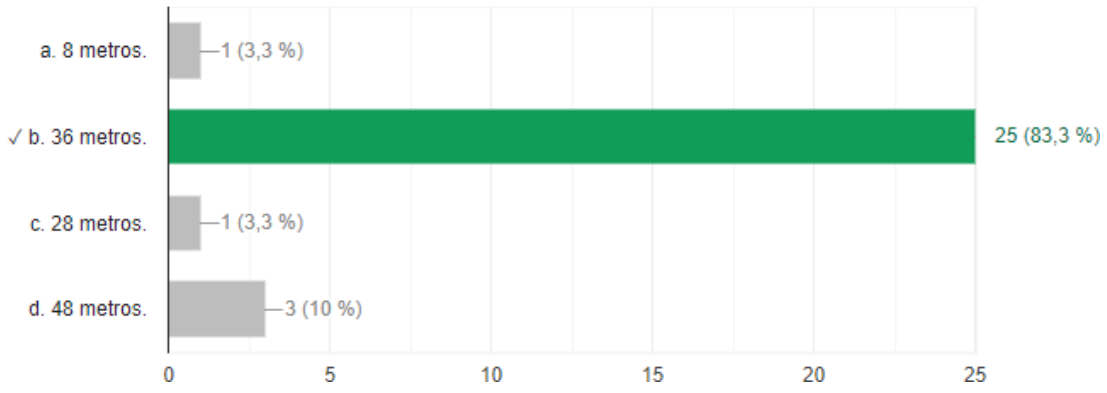
5. ¿Cuál es el volumen del paralelepípedo (caja) que se muestra?

28 de 30 respuestas correctas



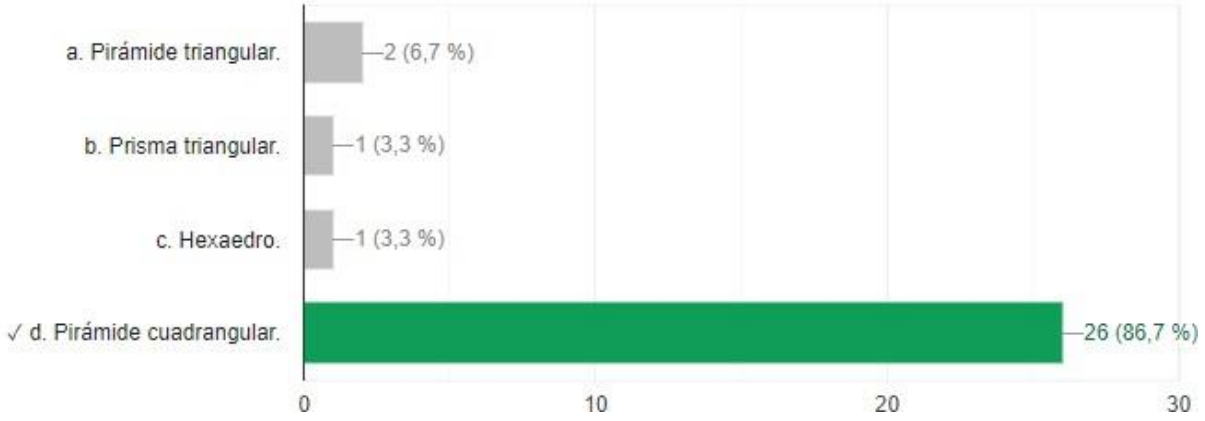
6. Un patio para gallos de pelea tiene forma de triángulo equilátero de lado 2 metros y se desea cercar con 6 vueltas de cordel el patio ¿Cuánto cordel se necesita?

25 de 30 respuestas correctas



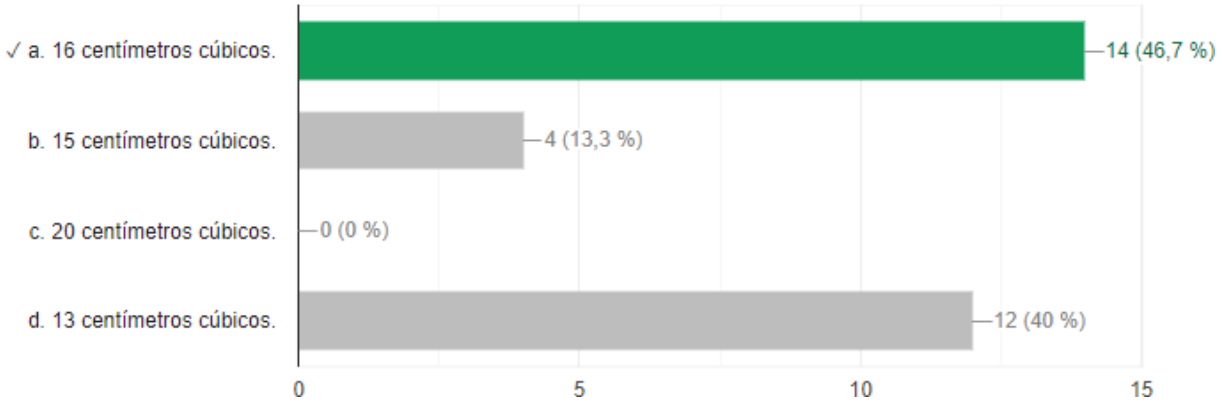
7. ¿Cuál de los siguientes cuerpos no puedes formar con los siguientes planos?

26 de 30 respuestas correctas



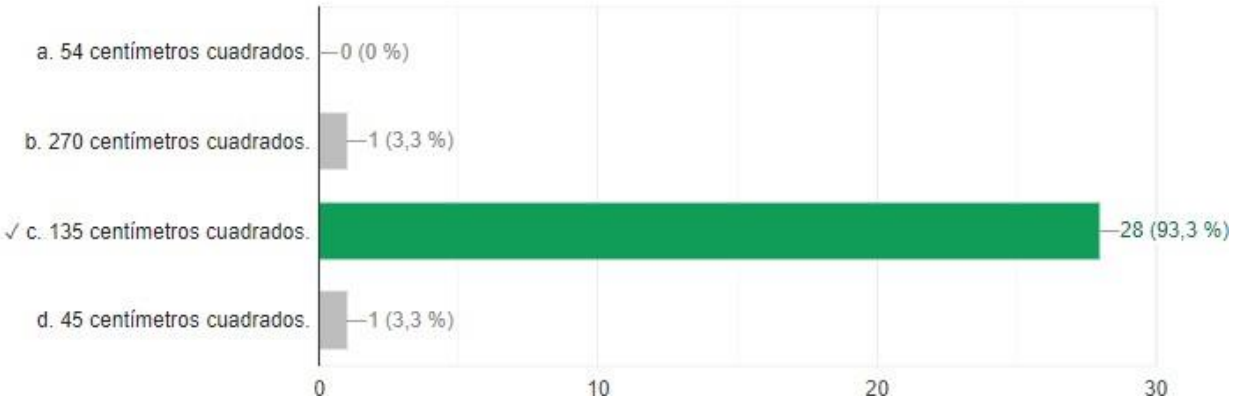
8. ¿Cuál es el volumen de la figura, sin tomar en cuenta la parte sombreada de color gris, si se supone que cada cubo tiene un volumen de 1 centímetro cúbico?

14 de 30 respuestas correctas



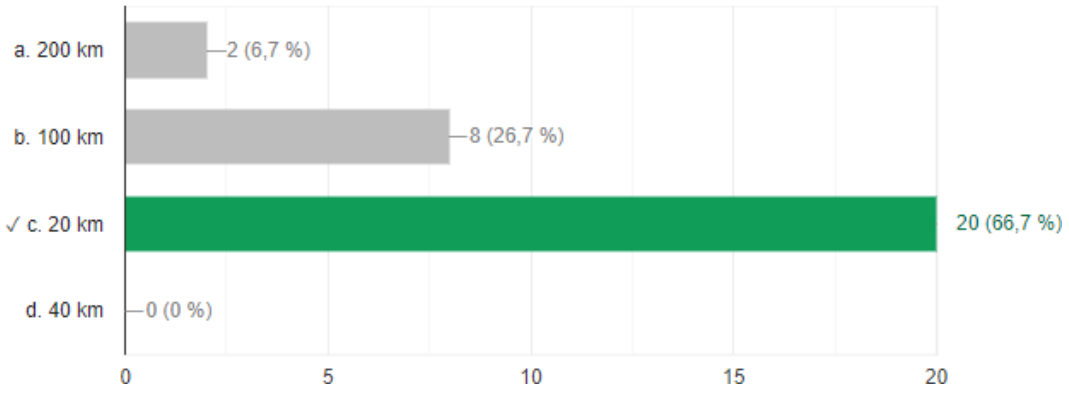
9. ¿Cuál es el área del triángulo que se muestra?

28 de 30 respuestas correctas



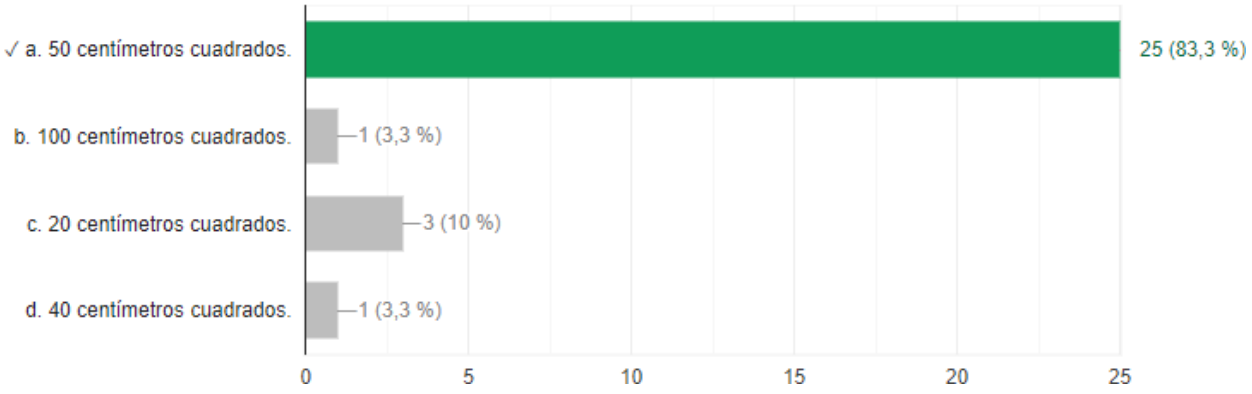
10. El área de un terreno cuadrangular tiene una superficie de 400 kilómetros cuadrados. ¿Cuál es la longitud de uno de sus lados?

20 de 30 respuestas correctas



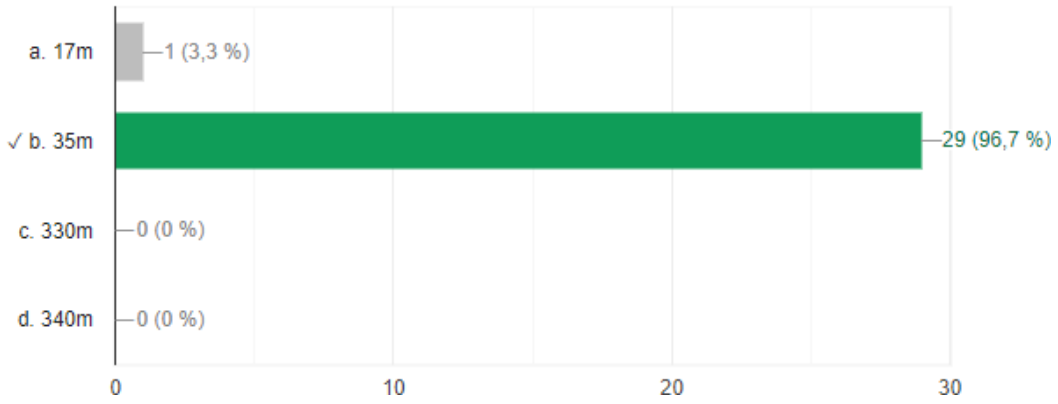
11. ¿Cuál es el área sombreada de la figura?

25 de 30 respuestas correctas



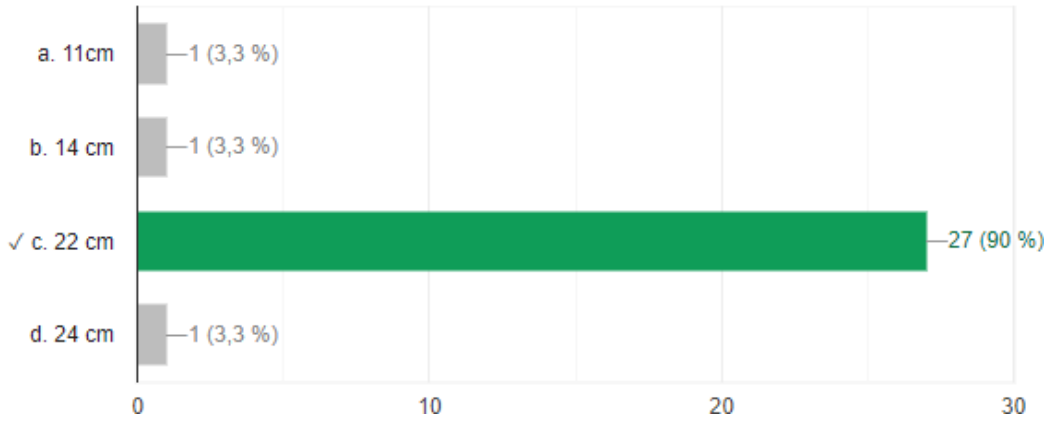
12. Cierto terreno rectangular tiene una superficie de 700 metros cuadrados. Si el ancho mide 20m. ¿Cuánto mide su longitud?

29 de 30 respuestas correctas



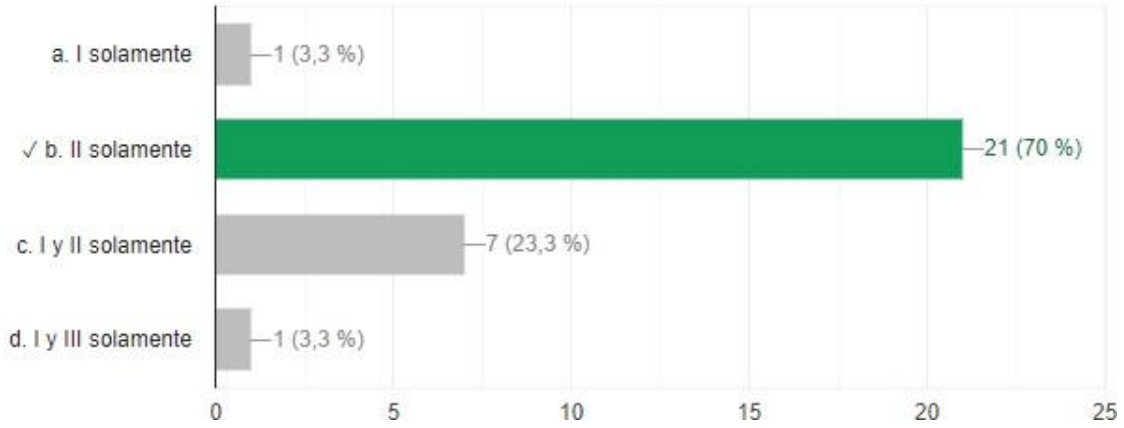
13. ¿Cuál es el perímetro del siguiente romboide?

27 de 30 respuestas correctas



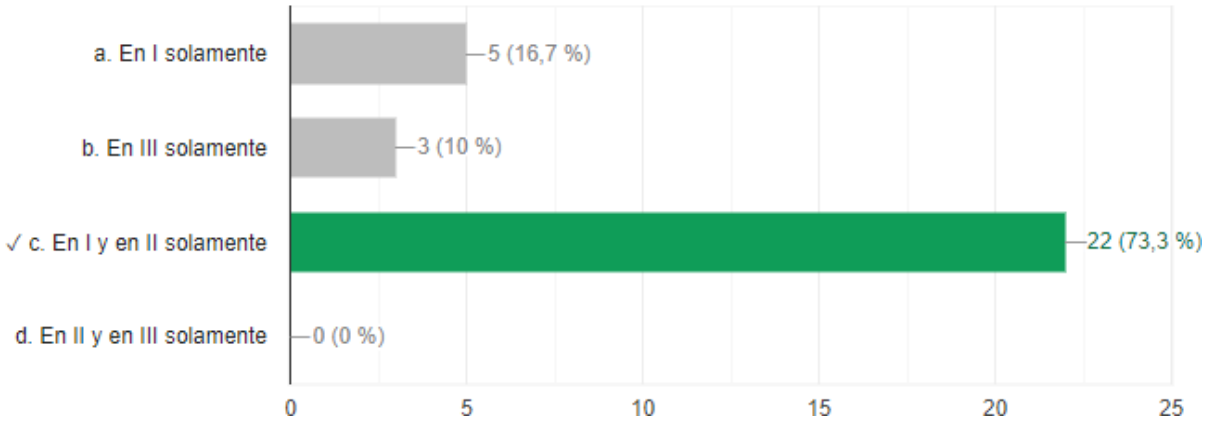
14. ¿Cuál de los siguientes procedimientos permite(n) calcular el área de la región sombreada?

21 de 30 respuestas correctas



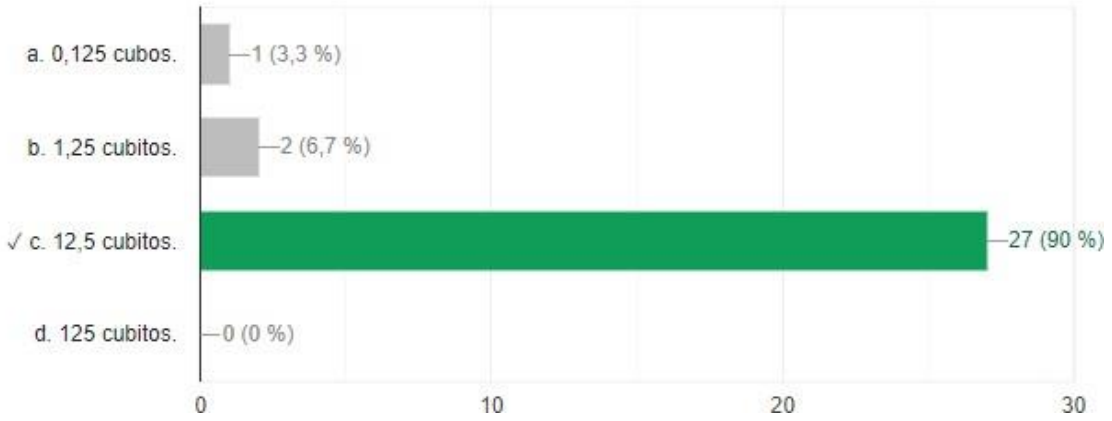
15. ¿En cuál(es) de las siguientes cajas, se pueden guardar las esferas?

22 de 30 respuestas correctas



16. ¿Cuántos cubos de 0,01m3 de volumen se pueden guardar en un cubo de 0,5 metros de arista?

27 de 30 respuestas correctas

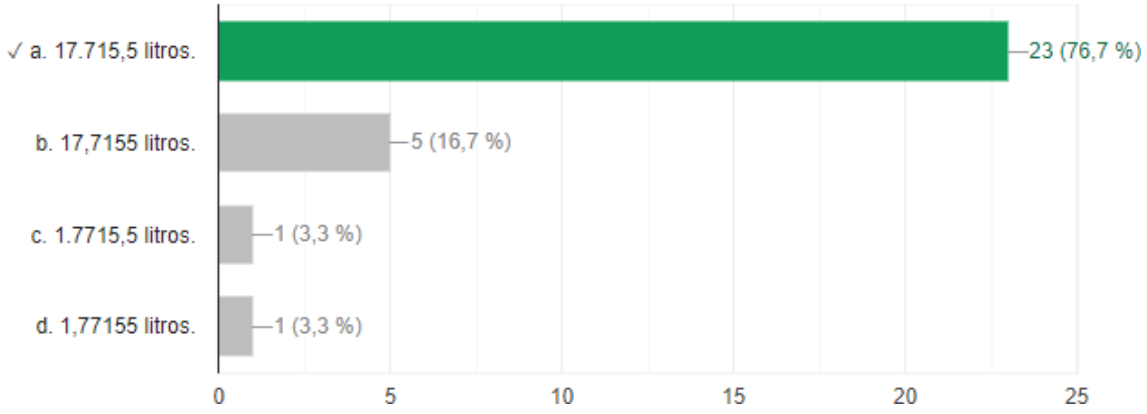


17. Un pantano tiene una capacidad de 4.500 metros cúbicos. Si actualmente está a un 75% de su capacidad, ¿Cuántos metros cúbicos de agua la harán falta para llegar a su límite?

26 de 30 respuestas correctas

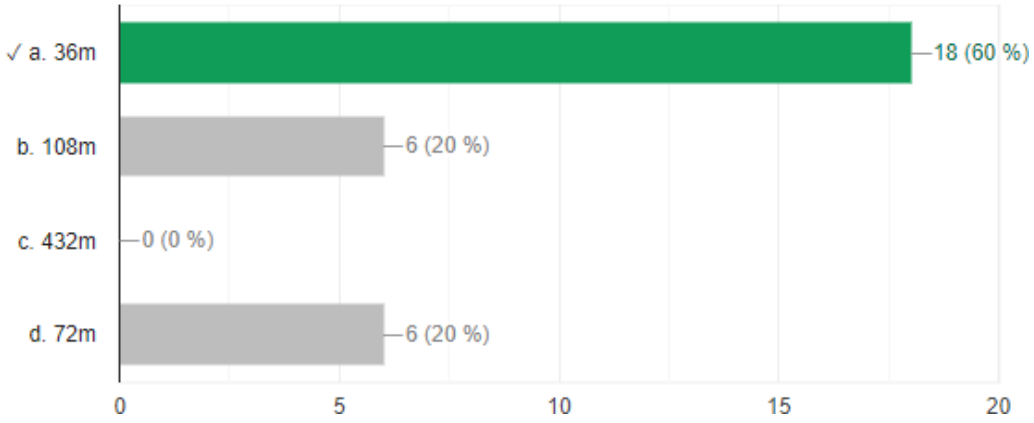
18. Se introduce una bola de plomo, de 1 metro de radio, en un recipiente cilíndrico con agua de 3,1 metros de altura y 1,5 metros de radio. ¿Cuál es el volumen de agua desalojado en litros al introducirse la bola de plomo en el cilindro?

23 de 30 respuestas correctas



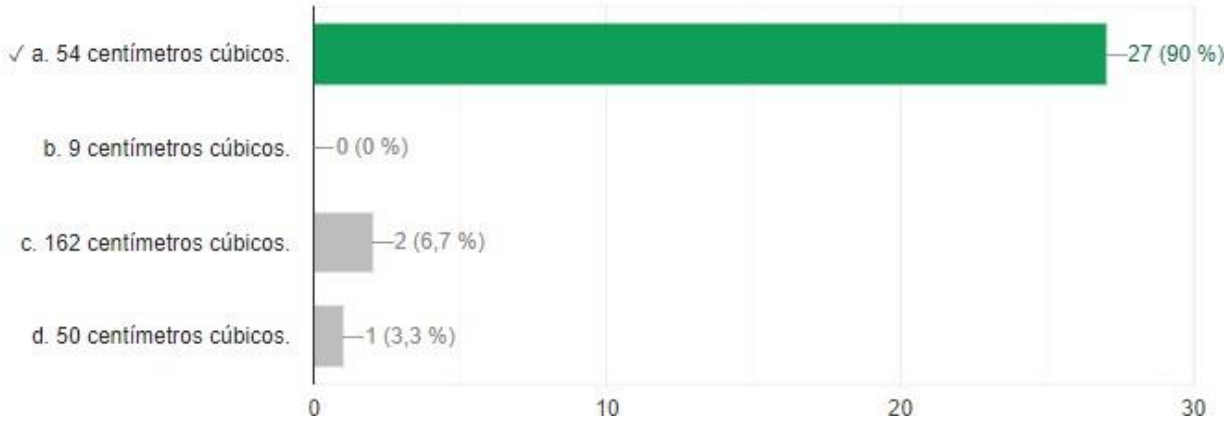
19. Antonio nada en una piscina circular. Si este cruza la piscina por su parte más ancha, nada 12 metros. ¿Cuál es entonces el perímetro de la piscina? (considera que π=3)

18 de 30 respuestas correctas



20.El área de la base (Ab) de una pirámide hexagonal es 18 centímetros cuadrados y su altura (h) es de 9 centímetros, ¿A cuánto equivale su volumen?

27 de 30 respuestas correctas



Normal	Valor medio	Intervalo
16,53/20 puntos	17/20 puntos	8-20 puntos

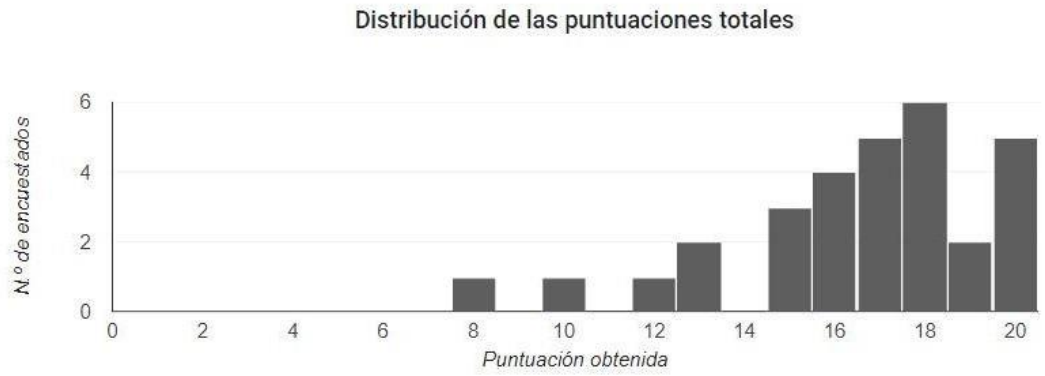


Gráfico 2.

En la prueba post test los estudiantes de grado décimo obtuvieron un valor medio de 17 puntos de 20 totales, lo que significa que en general tienen un desempeño satisfactorio en la resolución de problemas de cálculo y volumen de sólidos geométricos, también, se puede evidenciar que el estudiante con menor desempeño obtuvo 8 puntos de 20 y el estudiante con mejor desempeño obtuvo 20 puntos de 20.

A diferencia con la prueba pre test, en esta prueba final los estudiantes fallaron con frecuencia únicamente en la siguiente pregunta:

Pregunta	Respuestas correctas
8. ¿Cuál es el volumen de la figura, sin tomar en cuenta la parte sombreada de color gris, si se supone que cada cubo tiene un volumen de 1 centímetro cúbico?	14/30

El análisis de los resultados arroja un aumento significativo en el nivel de competencia de los estudiantes en el cálculo de área y volumen de solidos geométricos con respecto a la resolución de problemas. Comparativamente, en la prueba pre test el nivel de exigencia fue más bajo, sin embargo, los resultados fueron insatisfactorios, donde el nivel de competencia fue deficiente, con una puntuación promedio de 11 puntos de 20 posibles y un intervalo de desempeño que va desde 4 puntos (el nivel más bajo) y 17 puntos (el nivel más alto) alcanzado por los estudiantes. Se evidencia, que el impacto de la intervención pedagógica fue muy positivo dado que en la prueba pos test se halló un nivel de competencia mayor teniendo en cuenta que fue diseñada con un nivel de exigencia más alto en coherencia con los niveles de la evolución del razonamiento geométrico planteados por Van Hiele; la visualización, el análisis, la deducción informal, la deducción formal y el rigor. De esta manera, se obtuvo una puntuación promedio de 17 puntos de 20 posibles, es decir, hubo un aumento de 6 puntos con respecto a la prueba diagnóstica inicial, y también un intervalo de desempeño que va desde 8 puntos de 20 (el nivel más bajo) y hasta 20 puntos de 20 (el nivel más alto) alcanzado por los estudiantes.

Conclusiones y Recomendaciones

Se logran identificar altos niveles de apropiación conceptual y procedimental sobre cálculo de volumen y capacidad de sólidos geométricos en el marco de la resolución de situaciones problemas identificando y aplicando en el desarrollo de las intervenciones los niveles de visualización, análisis, deducción informal, deducción formal y rigor propuestos por Van Hiele.

Se fortalece el aprendizaje a partir de la estrategia propuesta de manera gradual, secuencial y escalonada, evidenciando lo anterior en el desarrollo y solución de situaciones problemas, haciendo uso de recursos propios.

A nivel general la estrategia didáctica utilizada para el cálculo de volumen y capacidad de sólidos geométricos contribuye de cierta manera al desarrollo del pensamiento geométrico - métrico fortaleciendo la resolución de problemas en estudiantes del grado 10° del Colegio Ciencia y Vida.

A manera de recomendaciones:

- Se puede decir que para los estudiantes de dicho nivel de escolaridad y teniendo como base sus necesidades y estilos de aprendizaje, la enseñanza - aprendizaje impartida por el docente debe partir de lo particular a lo general (niveles de Van Hiele), siendo enriquecedor y motivante, ya que el docente puede observar e identificar vacíos conceptuales, procedimentales y actitudinales y de esta forma abordar situaciones de mejora de forma pertinente en el camino, garantizando el aprendizaje de todos los estudiantes.

- Los estudiantes se deben apropiar de diversos saberes previos conceptuales y procedimentales y de esta forma se podrá alcanzar un aprendizaje significativo, que luego llevarán y aplicarán en diferentes situaciones problema y de su entorno.
- Se debe hacer uso de material didáctico y concreto para identificar y reconocer elementos y características, y calcular el volumen y capacidad real de sólidos geométricos, sirviéndose de las Tic como estrategia de apoyo, más no como el medio final para el desarrollo del pensamiento geométrico - métrico, ya que se observó cierto nivel de dificultad en cuanto a la manipulación de construcción y diseño de cuerpos geométricos en algunos estudiantes del grado 10°.
- Es importante que como docentes en formación y de igual manera como profesionales, realicemos un alto en nuestra labor para cuestionar nuestra acción educativa, para observar, analizar y reflexionar sobre esta con el fin de mejorar nuestros procesos pedagógicos.

Referencias

Agudelo Dávila, M., Estrada Betancur , E., Posada Medina, L., Rodríguez Rave, L., Torres Jaramillo, M., & Santa Quintero, M. (2006). *Universidad de Antioquia.* Obtenido de Facultad de Educación: http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/1136/1/JC0206.pdf

Alvarez Forero, Z., & Salazar Henao, C. (2017). *Repositorio Digital Universidad de los Andes.* Obtenido de http://funes.uniandes.edu.co/10913/1/%C3%81lvarez2017La.pdf

Definicion.xyz . (s.f.). Obtenido de https://definicion.xyz/calculo/

Díaz Avendaño, J. H. (2018). *Repositorio Institucional-Universidad Autónoma de Manizales.* Obtenido de https://repositorio.autonoma.edu.co/bitstream/11182/921/1/Representaciones_semi%C3%B3ticas_resoluci%C3%B3n_situaciones_problema_magnitud_volumen_paralelep%C3%ADpedo_recto_estudiantes_sexto.pdf

Godino, Juan D;. (2004). *DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS PARA.* Granada: Ministerio de Ciencia y Tecnología y Fondos FEDER, BSO2002-02452. .

Guerrero Guevara, D., & Romero Romero, F. (2015). *Repositorio Institucional Universidad de Cuenca.* Obtenido de http://dspace.ucuenca.edu.ec/bitstream/123456789/23163/1/tesis.pdf

Hernandez Escobar, E. (s.f.). *Universidad de los Andes.* Obtenido de Repositorio Digital de Documentos en Educación Matemática: http://funes.uniandes.edu.co/11411/1/Hernandez2016Estrategia.pdf

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, M. (2014). *Metodología de la investigación.* México: McGRAW-HILL.

Limas Contreras, N. (2018). *Repositorio Institucional Unilibre.* Obtenido de https://repository.unilibre.edu.co/bitstream/handle/10901/15972/TESIS%20%20FINAL%20NELSON%20LIMAS.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Moreira, M. A. (2000). *Aprendizaje significativo: teoría y práctica.* Madrid: Visor. Recuperado el 27 de November de 2021

Moreira, M. A. (2000). Aprendizaje significativo: teoría y práctica. *UIS*.

Olmo Romero, M., Moreno Carretero, M. F., & Gil Cuadra, F. (1993). *Superficie y volumen : ¿algo más que un trabajo con fórmulas?* Madrid: Síntesis.

Palacio Cuesta, M., Zapata Vargas, L., & Rojas Ramos, D. M. (2018). *Repositorio Universidad Cooperativa de Colombia.* Obtenido de https://repository.ucc.edu.co/bitstream/20.500.12494/6967/1/2018_material_concreto_herramienta..pdf

Restrepo Gómez, B. (2004). La investigación-acción educativa. *Educación y Educadores*.

Sabino, C. (1986). *El proceso de investigación.* Humanitas.

Tamayo, M. (2004). *Proceso de la Investigación científica.* México: Limusa.

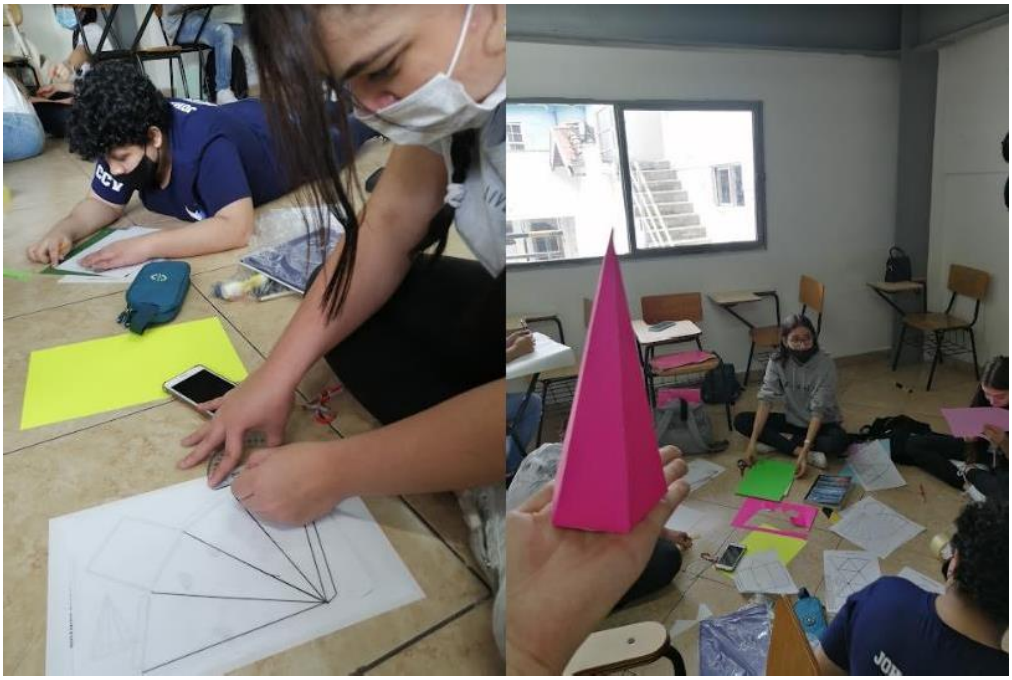
Vargas Vargas , G., & Gamboa Araya, R. (2013). EL MODELO DE VAN HIELE Y LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA. *UNICIENCIA*.

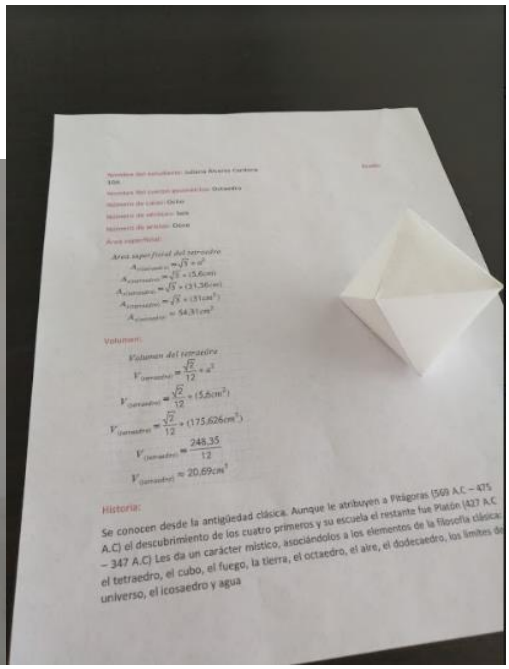
Yavinape Yovabe, C., Pinilla Espejo , E., Waldo Martínez , L., & Murillo Mosquera, R. (2017). *Repositorio Institucional UPB.* Obtenido de https://repository.upb.edu.co/bitstream/handle/20.500.11912/3608/Resoluci%C3%B3n%20de%20problemas%20espaciales%20en%20contextos%20multiculturales.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Anexos

Evidencias Fotográficas tomadas por Johan C. Giraldo H.

- **Intervención: Fase B**





Nombre del estudiante: Juliana Alvarez Cardona

Nombre del cuerpo geométrico: Octaedro

Número de caras: Ocho

Número de vértices: Seis

Número de aristas: Doce

Área superficial:

Área superficial del tetraedro

$$A_{(tetraedro)} = \sqrt{3} * a^2$$

$$A_{(tetraedro)} = \sqrt{3} * (5,6cm)$$

$$A_{(tetraedro)} = \sqrt{3} * (31,36cm)$$

$$A_{(tetraedro)} = \sqrt{3} * (31cm^2)$$

$$A_{(tetraedro)} \approx 54,31cm^2$$

Volumen:

Volumen del tetraedro

$$V_{(tetraedro)} = \frac{\sqrt{2}}{12} * a^3$$

$$V_{(tetraedro)} = \frac{\sqrt{2}}{12} * (5,6cm^3)$$

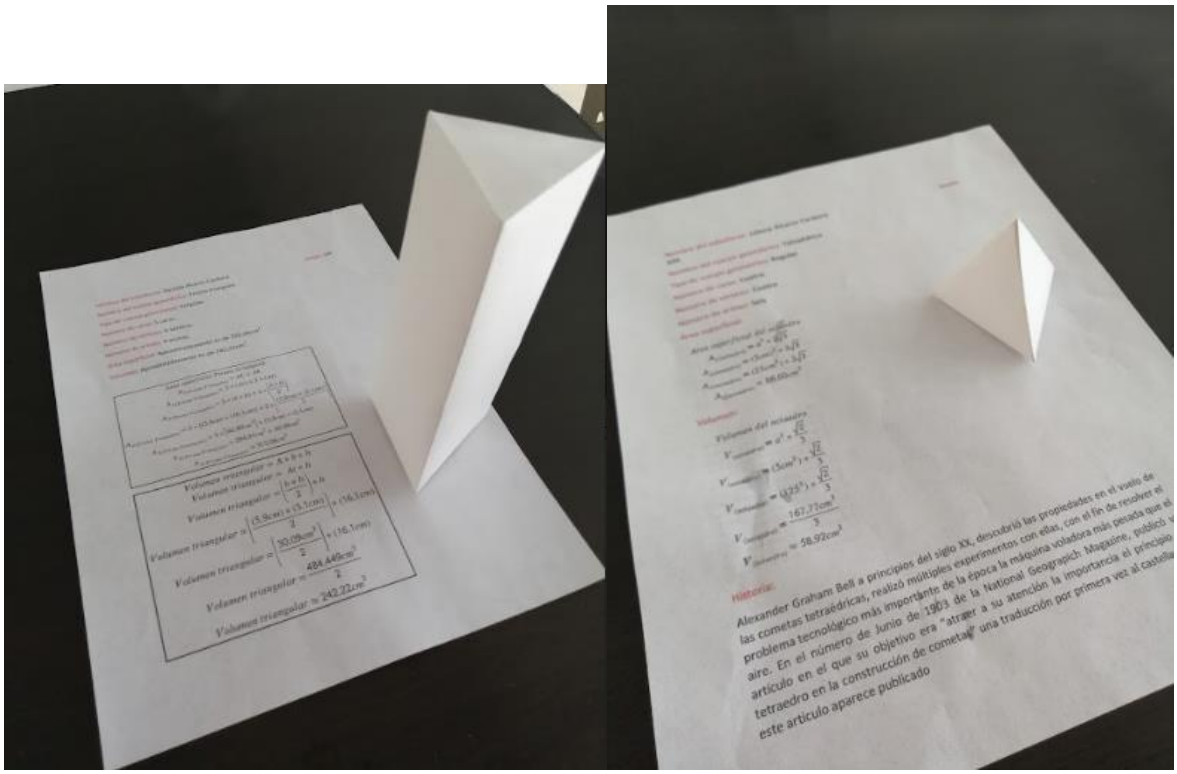
$$V_{(tetraedro)} = \frac{\sqrt{2}}{12} * (175,626cm^3)$$

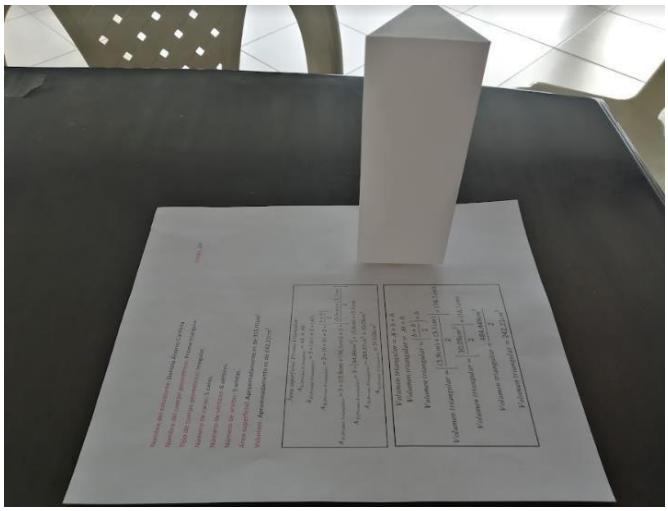
$$V_{(tetraedro)} = \frac{248,35}{12}$$

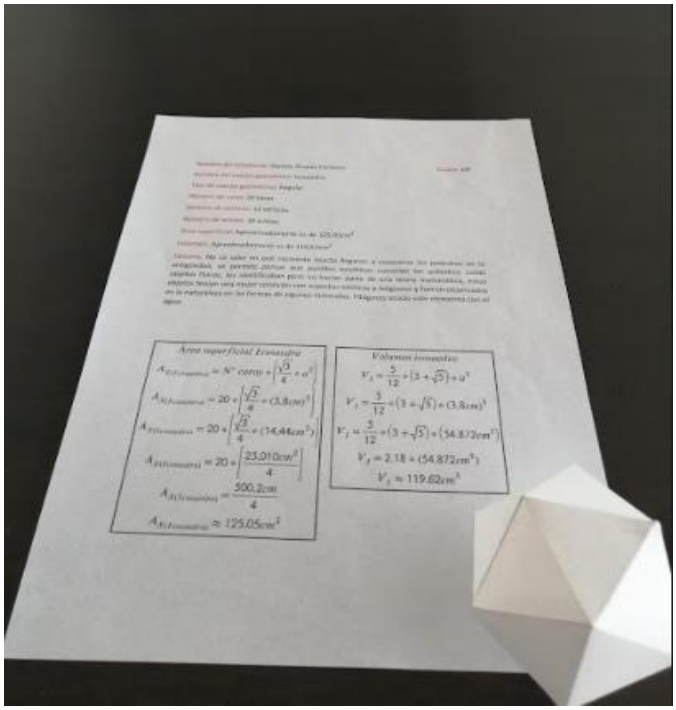
$$V_{(tetraedro)} \approx 20,69cm^3$$

Historia:

Se conocen desde la antigüedad clásica. Aunque le atribuyen a Pitágoras (569 A.C – 475 A.C) el descubrimiento de los cuatro primeros y su escuela el restante fue Platón (427 A.C – 347 A.C) Les da un carácter místico, asociándolos a los elementos de la filosofía clásica: el tetraedro, el cubo, el fuego, la tierra, el octaedro, el aire, el dodecaedro, los límites del universo, el icosaedro y agua


Volumen triangular = A × B × h
Volumen triangular = Ab × h
Volumen triangular = (b × h / 2) × h
Volumen triangular = ((5.9cm) × (5.1cm) / 2) × (16.1cm)
Volumen triangular = ((30.09cm² / 2) × (16.1cm)
Volumen triangular = 484.449cm³ / 2
Volumen triangular = 242.22cm³
Volumen del tetraedro
Historia:
Alexander Graham Bell a principios del siglo XX, descubrió las propiedades en el vuelo de
las cometas tetraédricas, realizó múltiples experimentos con ellas, con el fin de resolver el
problema tecnológico más importante de la época la máquina voladora más pesada que el
aire. En el número de Junio de 1903 de la National Geographich Magazine, publicó u
artículo en el que su objetivo era "atraer a su atención la importancia el principio
tetraedro en la construcción de cometas" una traducción por primera vez al castella
este artículo aparece publicado




Área superficial Icosaedro
$A_{Icosaedro} = N^{o}\ caras \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2\right)$
$A_{Icosaedro} = 20 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (3,8cm)^2\right)$
$A_{Icosaedro} = 20 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (14,44cm^2)\right)$
$A_{Icosaedro} = 20 \cdot \left(\frac{25,010cm^2}{4}\right)$
$A_{Icosaedro} = \frac{500,2cm}{4}$
$A_{Icosaedro} \approx 125,05cm^2$
Volumen icosaedro
$V_I = \frac{5}{12} \cdot (3 + \sqrt{5}) \cdot a^3$
$V_I = \frac{5}{12} \cdot (3 + \sqrt{5}) \cdot (3,8cm)^3$
$V_I = \frac{5}{12} \cdot (3 + \sqrt{5}) \cdot (54,872cm^3)$
$V_I = 2,18 \cdot (54,872cm^3)$
$V_I \approx 119,62cm^3$

- **Videos elaborados y editados por Aaron M. Álvarez R.**
    - **Clasificación de los triángulos:**

https://youtu.be/hABwajrHXJM

- **Área y perímetro de figuras planas:**

https://youtu.be/Sgo91FQvGhQ

- **Cuerpos geométricos | geometría plana:**

https://youtu.be/48E6MRH4n9E

- **Figuras geométricas en contexto:**

https://youtu.be/YJ3N4nrWF3U

- **Volumen de sólidos geométricos:**

https://youtu.be/xekYb8B1998

- **Resolución de problemas:**

https://youtu.be/ADBCuywTAI0